

独立行政法人港湾空港技術研究所

港湾空港技術研究所 報告

REPORT OF
THE PORT AND AIRPORT RESEARCH
INSTITUTE

VOL.45 NO.2 June 2006

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN

INDEPENDENT ADMINISTRATIVE INSTITUTION,
PORT AND AIRPORT RESEARCH INSTITUTE

港湾空港技術研究所報告(REPORT OF PARI)

第 45 卷 第 2 号 (Vol. 45, No. 2), 2006年 6月 (June 2006)

目 次 (CONTENTS)

1. NOWPHAS波浪観測データを同化させた波浪推算法の開発とその特性の検討
..... 橋本 典明・河合 弘泰・永井 紀彦 3
(Development of Adjoint WAM Model to NOWPHAS Wave Observation Data
..... Noriaki HASHIMOTO, Hiroyasu KAWAI, Toshihiko NAGAI)
2. 気泡量の違いによる気泡混合処理土の透水・吸水特性の変化
..... 菊池 喜昭・永留 健・水谷 崇亮 29
(Permeability and Absorption Property Change of Light Weight Soil with the Change of the Fraction of Air Foam
..... Yoshiaki KIKUCHI, Takeshi NAGATOME, Taka-aki MIZUTANI)
3. アーク形の矢板とトラスを有する新形式二重矢板護岸構造の水平抵抗性能の評価
..... 菊池 喜昭・北詰 昌樹・水谷 崇亮・恩田 邦彦・平嶋 裕・木下 雅敬・森 玄 51
(Lateral Resistance of Arc Shaped Double Sheet Wall with Truss Structure
Yoshiaki KIKUCHI, Masaki KITAZUME, Taka-aki MIZUTANI, Kunihiko ONDA, Yutaka HIRASHIMA, Masanori KINOSHITA, Gen Mori)
4. ゴムチップ混合固化処理土のせん断時の破壊メカニズム
..... 菊池 喜昭・永留 健・御手洗 義夫 87
(Failure and Permeability Properties of Cement Treated Clay with Tire Chips under Shear Deformation
..... Yoshiaki KIKUCHI, Takeshi NAGATOME, Yoshio MITARAI)
5. 港湾工事に用いる高炉水砕スラグの硬化特性
..... 菊池 喜昭・中島 研司・木村 淳治・水谷 崇亮105
(Solidification of Granulated Blast Furnace Slag used for Port Construction
..... Yoshiaki KIKUCHI, Kenji NAKASHIMA, Junji KIMURA, Taka-aki MIZUTANI)
6. 深層混合処理工法による液状化抑制効果の検討及び改良深度を縮減した新しい格子配置の提案
..... 高橋 英紀・山脇 秀仁・北詰 昌樹・石橋 伸司135
(Effects of Deep Mixing Method on Liquefaction Prevention and Proposal on New Arrangement of Grid-type Improvement
..... Hidenori TAKAHASHI, Shuuji YAMAWAKI, Masaki KITAZUME, Shinji ISHIBASHI)
7. 耐海水性ステンレス鋼ライニングを施した海洋鋼構造物の電気防食特性
..... 宮田 義一・若林 徹・濱田 秀則169
(Cathodic Protection Characteristics of Marine Steel Structure Sheathed with Seawater Resistant Stainless Steel
..... Yoshikazu MIYATA, Toru WAKABAYASHI, Hidenori HAMADA)

NOWPHAS 波浪観測データを同化させた 波浪推算法の開発とその特性の検討

橋本 典明*
河合 弘泰**
永井 紀彦***

要 旨

第三世代波浪推算モデル WAM Cycle 5 では、波浪の発達・減衰に関するモデルパラメータを同化変数とし、波浪観測値を同化させて波浪推算することができる。このデータ同化の基本特性を矩形海域で調べた結果、背景誤差項を省略しても評価関数を最小化でき、観測値に一致する推算値が得られた。

次に、この波浪推算モデルをベースに、計算領域の境界における波浪スペクトルを同化変数とし、4次元変分法(adjoint法)でデータ同化を行うモデルを構築した。このモデルの基本特性を矩形海域で調べたところ、波浪スペクトルのように多くの同化変数を扱う場合には、背景誤差項を考慮しないと評価関数を最小化できないことが分かった。データ同化に用いる観測値の地点数が多く、時間間隔が短いほど、データ同化の効果は高くなった。また、評価関数に用いる背景誤差共分散行列には非対角成分も考慮することが望ましいが、観測値が十分にあって評価関数の最小化が安定している場合には非対角成分を無視できることも分かった。

さらに、日本沿岸の4つの実海域で5つの擾乱に対し、NOWPHASの観測値を用いてデータ同化をした波浪推算を行うとともに、各地点の観測値が推算値に及ぼす影響度を評価した。

キーワード：波浪推算，NOWPHAS 波浪観測網，Adjoint法によるデータ同化，背景誤差

* 九州大学大学院教授（前海洋・水工部海洋水理・高潮研究室長）

** 海洋・水工部海洋水理・高潮研究室長

*** 海洋・水工部海象情報研究室長

〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬3-1-1 独立行政法人港湾空港技術研究所

電話：046-844-5049 Fax：046-844-1274 e-mail:kawai@pari.go.jp

Development of Adjoint WAM Model to NOWPHAS Wave Observation Data

Noriaki HASHIMOTO*

Hiroyasu KAWAI**

Toshihiko NAGAI***

Synopsis

The third-generation wave prediction model, WAM Cycle 5, can simulate ocean waves with the assimilation of the model parameters. The background estimation errors may be ignored through the minimization of the evaluation function value.

The model for assimilating wave spectra on the boundary of a computational domain was developed in this study with the adjoint method (4-dimensional assimilation method). For the assimilation of wave spectrum components at many computation grid points, the background errors should be counted in the evaluation function. It is preferable to take observed wave data at many ports at short interval time. The off-diagonal elements of the covariance matrix of the background errors should be taken into consideration for precise assimilation, however the elements may be ignored when the stable assimilation can be carried out with sufficient observed data.

Ocean waves in four sea areas around Japan during five storms were simulated using wave observation data at NOWPHAS points. The effect of the observed data at each port on the final estimation values was evaluated.

Key Words: wave prediction, NOWPHAS, data assimilation (adjoint method), background error

* Professor, Faculty of Engineering, Kyushu University (Former Head, Marine Hydrodynamics and Storm Surge Division, Marine Environment and Engineering Department)

** Head, Marine Hydrodynamics and Storm Surge Division, Marine Environment and Engineering Department

*** Head, Marine Information Division, Marine Environment and Engineering Department
3-1-1 Nagase, Yokosuka, 239-0826 Japan

Phone : +81-46-844-5049 Fax : +81-46-844-1274 e-mail:kawai@pari.go.jp

目 次

要 旨	3
1. はじめに	7
2. データ同化型波浪推算法の開発	7
2.1 第三世代波浪推算法モデルWAM-C5	7
2.2 データ同化の方法	11
2.3 NOWPHAS波浪観測網	15
3. 同化変数と評価関数がデータ同化に及ぼす影響	15
3.1 モデルパラメタの同化	16
3.2 観測誤差と背景誤差の設定	17
3.3 スペクトル境界値の同化	18
4. 実海域に対する数値実験	19
4.1 同化変数の選択	19
4.2 評価関数の選択	21
4.3 データ同化に用いる観測データの前処理	21
4.4 非線形項を考慮した評価関数の最小化	21
5. NOWPHAS観測地点のデータ同化への寄与度	22
5.1 データ同化の効果の評価	22
5.2 データ同化の効果の評価の基準化	24
6. 結論	24
7. おわりに	25
謝辞	25
参考文献	25
記号表	26

1. はじめに

1970年代に始まったNOWPHAS(全国港湾海洋波浪情報網, **N**ationwide **O**cean **W**ave information network for **P**ort and **H**arbour**S**)の整備によって, 日本沿岸では多くの港湾で沖合波浪が定期的に観測されるようになった. その観測値は, 各港湾における設計波の設定や海上工事の安全性確保に貢献してきた. さらに, 1990年代から導入が開始された海象計によって, 有義波諸元だけでなく, 波浪スペクトルの高精度な観測も可能になっている. その一方で, 数値シミュレーションによる波浪推算技術も, 1990年代から実用の段階に入った第三世代のモデルでは, 非線形相互作用を厳密に取り扱うことによって, 有義波諸元だけでなく波浪スペクトルまで正確に推算できるようになった. その中でも, K. Hasselmann や G. J. Komen を中心とする研究者の組織 WAMDI Group が開発した WAM (**W**ave **M**odel) は, 今や世界で最も普及している波浪推算モデルの1つである.

このように波浪の観測技術と推算技術の両方が発展する一方で, 気象や海洋の分野には「データ同化」という新たな技術が導入されてきた. 「データ同化」とは, ある種の数学的な手法を用いて, 観測値の持つ情報を数値計算モデルに含まれる変数に付加することで, 数値計算モデルの推算精度をさらに向上させる手法である. これは, これまで培ってきた観測技術と推算技術の両方を結びつける技術であり, 観測技術と推算技術の両方が成熟してきた段階でこそ意味を持つ技術といえる. この技術を波浪推算にも導入すると, 波浪観測を実施している港湾での波浪の推算精度が向上するだけでなく, その推算精度が向上することで, 波浪観測を行っていない港湾やその周辺の海岸における波浪の推算精度まで向上すると期待される.

ところで, 波浪推算モデル WAM の新しいバージョンである Cycle 5 (以下では「WAM-C5」と記す)では, 波浪の発達・減衰に関するモデルパラメタを同化させながら波浪推算を行うことができる.

そこで本研究では, まず, この WAM-C5 の特徴をまとめた. また, この波浪推算モデルをベースに, 計算領域の境界における波浪スペクトルを四次元変分法(adjoint法)で同化させる波浪推算モデルも構築した(第2章). 次に, 単純な矩形海域に対し, モデルパラメタを同化変数に選んだ場合と, 波浪スペクトルを選んだ場合について, それぞれデータ同化の基本的な特性を調べた(第3章). そして, 日本沿岸の実海域を対象に, 波浪スペク

トルを同化変数にして実際の擾乱時の波浪推算を行い(第4章), NOWPHAS の各観測地点がその周辺海域の波浪推算値にどれだけ寄与するか検討した(第5章).

2. データ同化型波浪推算法の開発

本章ではまず, WAM-C5 の概要について, 1つ前のバージョンである WAM Cycle4 (WAM-C4) との相違にも触れながら記す. そして, このモデルをベースに本研究で開発した, 波浪スペクトルを同化変数にする波浪推算モデルについて記すとともに, 観測値として用いた NOWPHAS について記す.

2.1 第三世代波浪推算モデル WAM-C5

(1) 基礎方程式(エネルギー平衡方程式)

WAM-C5 には, WAM-C4 と同様に直交座標系と球面座標系の2つ基礎方程式が用意されている. 深海の条件で流れのない場合を考えると, 球面座標系で表した基礎方程式は次式で表される.

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{1}{\cos\phi} \frac{\partial (\dot{\phi} \cos\phi E)}{\partial \phi} + \frac{\partial (\dot{\lambda} E)}{\partial \lambda} + \frac{\partial (\dot{\theta} E)}{\partial \theta} = S \quad (2.1)$$

ここに, E は波浪スペクトル, t は時刻, ϕ は緯度, λ は経度, θ は波向, S はエネルギーソース関数であり,

$$\dot{\phi} = \frac{C_g \cos\theta}{R} \quad (2.2)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{C_g \sin\theta}{R \cos\phi} \quad (2.3)$$

$$\dot{\theta} = \frac{C_g \sin\theta \tan\phi}{R} \quad (2.4)$$

と与えられる. ここに, C_g は群速度, R は地球の半径である. 式(2.1)のエネルギーソース関数 S は,

$$S = S_m + S_{dis} + S_{nl} \quad (2.5)$$

で与えられる. ここに, S_m は風から波へのエネルギー輸送項, S_{dis} は砕波や海底摩擦などのエネルギー消散項, S_{nl} は非線形相互作用によるエネルギー輸送項である.

(2) 風から波へのエネルギー輸送項 S_m

WAM では, 風から波へのエネルギー輸送項 S_m を,

$$S_m = B_m E \quad (2.6)$$

によって与えている. ここに, B_m は風や波浪の状態に依存する係数である. この式が示すように, WAM では Miles の不安定機構の項を考慮し, Phillips の共鳴機構の項を無視している. また, この式が示すように, 波浪の発達を波浪エネルギーに比例して与えているため, 波浪スペク

トルの初期値に 0 を与えると、周りから波浪が伝播して来ない限り、その場所でいくら風が吹いても波浪は発生しない。そこで、適切な初期値を与えている。

Miles の不安定機構には、Janssen (1989, 1991) の quasi-linear 理論が取り入れられている。この理論は、同じ風場であっても海面の状態（波の立ち方）によって、風から波へのエネルギー輸送量が異なることを定式化したものである。例えば、波齢の若い波は成熟した波よりも、風から大きなエネルギー輸送を受ける。この理論によると、式(2.6)中の係数 B_m は次式で与えられる。

$$B_m = \omega \varepsilon \beta X^2 \quad (2.7)$$

ここに、 ω は角周波数、 ε は大気密度 ρ_a と海水密度 ρ_w の比 ρ_a / ρ_w である。また、 β は次式で与えられる。

$$\beta = \begin{cases} \frac{\beta_m}{\kappa^2} \mu \ln(\mu)^4 & \mu \leq 1 \\ \beta = 0 & \mu > 1 \end{cases} \quad (2.8)$$

ここに、 $\beta_m = 1.2$ 、 κ はカルマン定数(=0.41)であり、パラメタ μ は、

$$\mu = \left(\frac{U_*}{c} \right)^2 \Omega_m \exp\left(\frac{\kappa}{X} \right) \quad (2.9)$$

と与えられる。ここに、 U_* は摩擦速度、 c は位相速度であり、 Ω_m は、

$$\Omega_m = \frac{gz_0}{U_*^2} \quad (2.10)$$

と与えられる。ここに、 g は重力加速度、 z_0 は粗度長である。また、式(2.9)の X は、

$$X = \left(\frac{U_*}{c} \right) \cos(\theta - \varphi) \quad (2.11)$$

と与えられる。ここに、 θ は波向、 φ は風向である。

海上における風速の鉛直分布は、一般に次式に示す対数分布で与えられる。

$$U(z) = \frac{U_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (2.12)$$

ここに、 $U(z)$ は高度 z における風速である。式(2.10)と(2.12)の粗度長 z_0 は次式で与えられる。

$$z_0 = \frac{\hat{\alpha} \tau}{g \sqrt{1 - \tau_w / \tau}} \quad (2.13)$$

ここに、 $\hat{\alpha} = 0.01$ 、 τ は全応力(= $\rho_a U_*^2$)、 τ_w は波による誘発応力で次式により与えられる。

$$\tau_w = \rho_w \iint \omega B_m E \cos(\theta - \varphi) df d\theta \quad (2.14)$$

波による誘発応力 τ_w と全応力 τ との比 τ_w / τ は、急速に発達しつつある波齢の小さな波浪に対して約 1 であり、十分に成熟して波齢の大きな波浪に対しては約 0.5 であ

る。式(2.7)~(2.14)は、摩擦速度 U_* と粗度長 z_0 を未知数とする陰関数表示になっているが、方程式系としては閉じている。したがって、 $z=10\text{m}$ すなわち U_{10} を既知のパラメタとしてこれらの式に適当な初期値を与え、逐次代入法によって摩擦速度 U_* や粗度長 z_0 を求めることができる。

なお、WAM では、波浪推算の計算時間を短縮するために、波浪推算の過程で何度も必要となるパラメタの値を色々な条件に対してあらかじめ計算し、数値表として記憶しておき、波浪推算の過程で必要となったときにその数値表にある値を内挿する処理をしている。

(3) エネルギー消散項 S_{dis}

エネルギー消散項 S_{dis} は次式によって与えられる。

$$S_{dis} = (-\gamma_d) E \quad (2.15)$$

ここに、 γ_d はエネルギーの消散率である。WAM 以前の波浪推算モデルでは、「風波のスペクトルが規定されたスペクトルまで発達するとそれ以上は発達できない（飽和する）」と仮定することで、便宜的にエネルギー消散を考慮していた。これに対し WAM は、Hasselmann (1974) の白波理論に基づく Komen ら(1984)の理論を導入することで、エネルギー消散を直接的に考慮している。この理論では、高周波数領域で適切なエネルギーバランスを得るために、次式で示すように白波による消散項に波数の 2 乗 (k^2) の項を加えている。

$$\gamma_d = \frac{1}{2} C_{dis} <\omega> \left(<k>^2 \bar{E} \right) \left(\frac{k}{<k>} + \left(\frac{k}{<k>} \right)^2 \right) \quad (2.16)$$

$$<\omega> = \left[\bar{E}^{-1} \iint E(f, \theta) \omega^{-1} df d\theta \right]^{-1} \quad (2.17)$$

$$<k> = \left[\bar{E}^{-1} \iint E(f, \theta) k^{-1/2} df d\theta \right]^{-2} \quad (2.18)$$

$$\bar{E} = \iint E(f, \theta) df d\theta \quad (2.19)$$

ここに、 $C_{dis}=4.5$ 、 \bar{E} は波浪スペクトルの全エネルギー、 k は波数、 $<\omega>$ および $<k>$ はそれぞれ平均角周波数および平均波数である。

また、JONSWAP の経験式に基づいて、海底摩擦によるエネルギー消散 S_{bf} も次式で与えることができる。

$$S_{bf} = -C \left(\frac{\omega}{g \sinh kd} \right)^2 E \quad (2.20)$$

ここに、 $C=0.083$ である。ただし、本研究では深海の条件で波浪推算を行っているために、この項は無視される。

(4) 非線形相互作用によるエネルギー輸送項 S_{nl}

非線形相互作用によるエネルギー輸送とは、波浪の非線形性によって、波浪スペクトルを構成する各成分波間でエネルギーのやりとりが行われる現象のことである。ただし、成分波の間でエネルギーがやりとりされるだけで、全成分波を積分した波浪エネルギーの合計に変化は生じない。そのため、非線形相互作用を考慮しても、スペクトルを積分して求められる有義波高には直接的に影響しない。ただし、スペクトル形が変化することで、式(2.6)の風から波へのエネルギー輸送項や式(2.15)の白波砕波などによるエネルギー消散項が変化するので、全成分波を積分した波浪エネルギーや有義波高にも間接的に影響が及ぶものと考えられる。

Hasselmann (1962)によると、非線形相互作用によるエネルギー輸送項 S_{nl} は次式で与えられる。

$$S_{nl}(\mathbf{k}_4) = \omega_4 \int \int \int \int Q(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4) \times \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4) \cdot \delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \times \{n_1 n_2 (n_3 + n_4) - n_3 n_4 (n_1 + n_2)\} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3 \quad (2.21)$$

ここに、 $n(\mathbf{k})=E(\mathbf{k})/\omega$ は波の作用密度(Wave Action)、積分核関数 $Q(\)$ はスペクトル成分の結合係数、 $\delta(\)$ はデルタ関数を表す。このデルタ関数は成分波間の共鳴条件を表しており、以下の関係を満足する4つの成分波間で共鳴が生じる。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 &= \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4 \\ \omega_1 + \omega_2 &= \omega_3 + \omega_4 \end{aligned} \right\} (2.22)$$

ここに、 \mathbf{k} は波数ベクトル、 ω は角周波数、添え字 1~4 は4つの成分波を示す。図-2.1 はこれらの4つの成分波

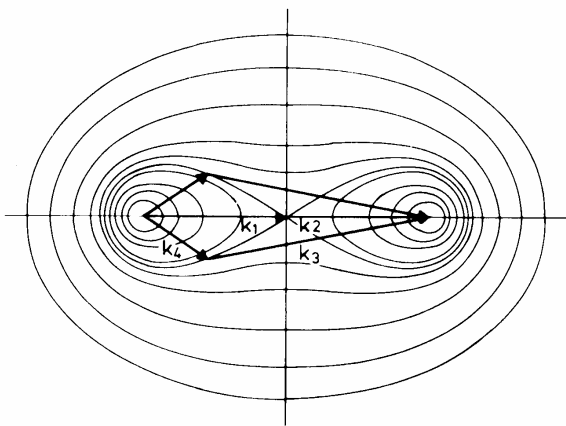


図-2.1 Longuet-Higgins による共鳴相互作用の図 (Masuda, 1980)

の関係を波数空間上に図示したものである。成分波の進行方向を θ とすると、 $\mathbf{k} = (k \cos \theta, k \sin \theta)$ 、 $k = |\mathbf{k}|$ である。この図から、2つの成分波(3と4)が決まれば残りの2つの成分波(1と2)は相互作用曲線($\gamma_{nl} = const.$)と呼ばれる一つの曲線上に決まることが分かる。ここに、 γ_{nl} は次式で定義されるパラメタである。

$$\gamma_{nl} = \frac{|\mathbf{k}_a|^{1/2}}{\omega_a} - \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2.23)$$

式(2.21)の非線形相互作用によるエネルギー輸送項 S_{nl} は、式(2.22)の共鳴条件を満たす4つの成分波に対する積分によって計算できるが、その成分波の組合せは無数に存在するため、あらゆる組合せを波浪推算の過程で厳密に計算するのは非常に困難である。そのため WAM では、図-2.1の相互作用曲線の中心近傍にある代表的な1点だけを考え、この点によって決まる4波の組合せを用いてエネルギー輸送項 S_{nl} を近似している。その4波の組合せは次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \omega_2 = \omega \\ \omega_3 &= \omega(1 + \lambda_{nl}) = \omega^+ \\ \omega_4 &= \omega(1 - \lambda_{nl}) = \omega^- \\ \theta_1 &= \theta_2 = \theta = 0^\circ \\ \theta_3 - \theta &= \pm 11.5^\circ \\ \theta_4 - \theta &= \mp 33.6^\circ \end{aligned} \right\} (2.24)$$

ここに、 λ_{nl} は角周波数の間隔を決めるパラメタであり、0.25 が使われている。これらの式を用いると、式(2.21)は次式のように書き換えられる。

$$\left\{ \begin{aligned} \delta S_{nl} \\ \delta S_{nl}^+ \\ \delta S_{nl}^- \end{aligned} \right\} = \begin{Bmatrix} -2(\Delta\omega\Delta\theta)/(\Delta\omega\Delta\theta) \\ (1 + \lambda_{nl})(\Delta\omega\Delta\theta)/(\Delta\omega^+\Delta\theta) \\ (1 - \lambda_{nl})(\Delta\omega\Delta\theta)/(\Delta\omega^-\Delta\theta) \end{Bmatrix} \times C_{nl} \omega^{11} g^{-4} \left[E^2 \left\{ \frac{E^+}{(1 + \lambda_{nl})^4} + \frac{E^-}{(1 - \lambda_{nl})^4} \right\} - 2 \frac{EE^+E^-}{(1 - \lambda_{nl}^2)^4} \right] \quad (2.25)$$

ここに、 $\Delta\omega$ 、 $\Delta\omega^+$ 、 $\Delta\omega^-$ はそれぞれ角周波数 ω 、 ω^+ 、 ω^- の格子幅であり、 δS_{nl} 、 δS_{nl}^+ 、 δS_{nl}^- はそれぞれ ω 、 ω^+ 、 ω^- に対する波浪スペクトル E 、 E^+ 、 E^- における非線形エネルギー輸送の時間変化量、 $\Delta\theta$ は波向の格子幅、 C_{nl} は上記の近似法による結果が厳密に計算した値と合うように調節するための無次元定数である。式(2.25)の左辺をあらゆる周波数と波向について合計すると、 S_{nl} が得られる。

以上のように、無数にある4波共鳴の組合せを1組で代表させて非線形エネルギー輸送を近似的に求める方法を離散相互作用近似(Discrete Interaction Approximation; DIA)と呼ぶ (Hasselmann and Hasselmann, 1985)。なお、

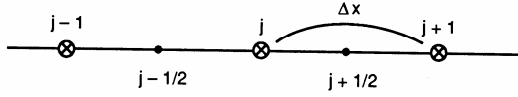


図-2.2 一次の風上差分スキームにおける格子の定義

最近では、様々な形状の方向スペクトルに対して非線形エネルギー輸送を精度良く近似するために、より適切なパラメータ λ_n の設定や 4 波共鳴の組合せ数などに関する検討も行われている。

(5) 数値計算法

WAM では式(2.1)のエネルギー平衡方程式を、右辺を 0 とした移流伝播方程式と、左辺を 0 とした発達・減衰方程式の、2 つの式に分割してそれぞれを交互に解く、近似的解法を採用している。

a) 移流伝播方程式

WAM では移流伝播方程式の計算に 1 次の風上差分法を用いている。これは、1 次の風上差分が最も単純かつ安定したスキームであり、コンピュータの演算時間も短く、メモリ容量も少なくすむためである。WAM では緯度・経度、あるいは東西・南北の 2 次元の移流伝播方程式を用いているが、ここでは説明を簡単にするために 1 次元の移流伝播について示すと、その方程式は、

$$\frac{\partial}{\partial t} E = -\frac{\partial}{\partial x} \Phi \quad (2.26)$$

と表される。ここに、 $\Phi = C_g E$ である。

図-2.2 に示す格子点の定義を用い、式(2.26)に風上差分を適用すると、 j 番目の格子点でのスペクトルの変化率 ΔE_j は、

$$\Delta E_j = -\frac{\Delta t}{\Delta x} (\Phi_{j+1/2} - \Phi_{j-1/2}) \quad (2.27)$$

$$\Phi_{j+1/2} = \frac{1}{2} [v_j + |v_j|] E_j + \frac{1}{2} [v_j - |v_j|] E_{j+1} \quad (2.28)$$

で与えられる。ここに、 Δt は時間間隔、 Δx は格子間隔、 $v_j = 0.5(C_{g,j} + C_{g,j+1})$ は平均群速度である。 $\Phi_{j+1/2}$ は式(2.28)の $j+1/2$ を $j-1/2$ に置き換えることで得られる。

b) 発達・減衰方程式

WAM では発達・減衰計算に陰解法のスキームが用いられている。陰解法のスキームは、陽解法のスキームに比べて計算式は複雑になるが、時間差分を大きくとるとも比較的安定している。1 次元の陰的な差分式は、

$$E_{n+1} = E_n + \Delta t ((1-\alpha)S_n(u_n^*) + \alpha S_{n+1}(u_{n+1}^*)) \quad (2.29)$$

と表される。ここに、 Δt は時間差分、 n は時間ステップであり、係数 α は 0~1 の範囲内の値である。WAM-C4 では $\alpha=1/2$ が採用されたが、Hersbach and Janssen (1997) は、波の応力の計算で数値的なノイズが生じ、 $\alpha=1$ を用いればそれを抑えられることを明らかにした。その結果、WAM-C5 では $\alpha=1$ が採用されている。

さて、ソース関数 S_{n+1} が波浪スペクトル E_{n+1} に関して線形の関数であれば、次の時間ステップのスペクトル E_{n+1} は式(2.29)から直接解くことができる。しかしながら、全てのエネルギーソース関数がスペクトル E_{n+1} に関して線形関数ではない。そこで、次式のように時間ステップ $n+1$ のソース関数 S_{n+1} を Taylor 展開する。

$$S_{n+1}(u_{n+1}^*) = S_n(u_n^*) + \frac{\partial S_n(u_n^*)}{\partial E} \Delta E + \dots \quad (2.30)$$

さらに、この式を微分すると、得られる行列 M_n は、次式のように対角行列 Λ_n と非対角行列である残差行列 N_n に分けることができる。

$$\frac{\partial S_n(u_n^*)}{\partial E} = M_n(u_n^*) = \Lambda_n(u_n^*) + N_n(u_n^*). \quad (2.31)$$

式(2.30)と(2.31)を式(2.29)に代入すると、

$$[1 - \Delta t \{ \Lambda_n(u_n^*) + N_n(u_n^*) \}] \Delta E = \Delta t (S_n(u_n^*)) \quad (2.32)$$

となる。ここに、

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n \quad (2.33)$$

である。ところが、時間差分 Δt が大きい場合を除くと、式(2.32)において残差行列 N_n は無視できるほど小さい。その結果、スペクトルの増分量 ΔE は、

$$\Delta E = \Delta t (S_n(u_n^*)) [1 - \Delta t \Lambda_n(u_n^*)]^{-1}. \quad (2.34)$$

によって近似できる。これが WAM-C5 の波浪スペクトルの発達・減衰方程式の差分スキームである。

WAM では通常、 $0.04 \sim 0.4 \text{ s}^{-1}$ の範囲の波浪エネルギーをこのような差分スキームによって直接的に与えている。ただし、高周波数のエネルギー変化の時間スケールは、ピーク周波数付近に比べると短い。そのため、高周波数領域のスペクトルは、それより低周波数領域のスペクトルに応じて、準平衡レベル状態に調整している。

c) 方向スペクトル

WAM では、方向を KL 個、周波数を ML 個、合計 $KL \times ML$ 個に離散化した波浪スペクトル E を用いている。方向は 360° を等間隔で分割し、周波数は次式で示すように対数に対して等分割している。

$$f_n = f_{\min} \times C_0^{n-1}, \quad (n = 1, \dots, ML) \quad (2.35)$$

ここに、 f_{min} は最小周波数、 C_0 は周波数比である。周波数の対数で分割する理由の一つは、少ない成分数でもピーク周波数付近のスペクトル形を細かく表現し、高周波の成分まで与えることができることにある。WAM のデフォルトとしては、周波数比率 $C_0=1.1$ 、最小周波数 $f_{min}=0.042 \text{ s}^{-1}$ 、周波数分割数 $ML=25$ 、方向分割数 $KL=12$ が設定されている。

なお、非線形相互作用の計算では、設定された最大周波数 $f_{max}(=f_{min} \times C_0^{ML-1})$ よりも高周波数側のスペクトルが必要となる。そのため、スペクトルに f^{-5} 乗則を仮定して、次式のようなスペクトルを与えている。

$$E(f, \theta) = E(f_{hf}, \theta) \left(\frac{f}{f_{hf}} \right)^{-5} \quad \text{for } f > f_{hf} \quad (2.36)$$

$$f_{hf} = \min\{f_{max}, \max(2.5 < f >, 4f_{PM})\}$$

ここに、 $<f>$ は平均周波数、 f_{PM} は Pierson-Moskowitz スペクトルのピーク周波数である。

d) 波浪の発達への制限

これまで述べたような差分式で実際に波浪スペクトルの計算を行うと、カットオフ周波数付近の高周波数成分で数値が不安定になることがある。そのため、WAM では波浪スペクトルの増分 ΔE に対する制限（リミッター）を設けることで、安定した計算結果が得られるようにしている。しかしながら、WAM-C4 で空間的に細かな計算格子や短い時間差分を用いると、波浪が十分に発達できないなどの問題があることが示された (Hersbach and Janssen, 1997)。そのため、WAM-C5 では以下のリミッターに修正されている。

$$\Delta E|_{\max} = 3.0 \times 10^{-7} g \tilde{u}_* f^{-4} f_c \Delta t \quad (2.37)$$

ここに、 $\tilde{u}_* = \max(u_*, g f_{PM}^* / f)$ であり、 $f_{PM}^* = 5.6 \times 10^{-3}$ は無次元の Pierson-Moskowitz スペクトルのピーク周波数を表す。

2.2 データ同化の方法

データ同化とは、ある種の数学的な手法を用いて、観測値の持つ情報を数値計算モデルに含まれる変数に付加することで、数値計算モデルの推算精度をさらに向上させる手法である。その過程においては、背景誤差（例えば、波浪推算モデルによる推算値と真値の差）や観測誤差（観測値と真値の差）をある種の数学的基準によって最小化するように、数値計算モデルに含まれる係数（波浪の発生・発達・伝播に関する様々な定数）あるいは変量（波浪スペクトル）を修正する。

このデータ同化の手法には、ナッジング、IAU、最適内挿法、カルマンフィルタ、3次元変分法、Adjoint法（4次元変分法）などがある。本研究では、

① 任意の時間に対し連続的にデータ同化ができる。

② 観測値と線形関係にない変数も同化変数に選べる。という条件を満たす手法の一つである。4次元変分法を採用した。港湾施設の設計や被災原因の究明では最大有義波の諸元が重要となるため、滑らかに経時変化する推算値が必要である。有義波などの諸元が、データ同化する時刻で跳躍的に変化する手法は実用的ではない。また、WAM では非線形の演算をするため、②の条件も重要である。

(1) Adjoint法（4次元変分法）

Adjoint法は、観測値と線形関係にない変数を同化変数に選べ、任意の期間に対し連続的に同化できる、データ同化手法である。また、次式で示す評価関数を最小にする同化変数を推定するものである。

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^b)^T \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) + \frac{1}{2} (\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{y}^o)^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{y}^o) \quad (2.38)$$

ここに、右辺第1項は背景誤差項、第2項は観測誤差項である。 \mathbf{x} はある時刻の波浪の状態を表す n 個の成分からなる同化変数ベクトル、 \mathbf{x}^b はその第一推定値からなるベクトル、 \mathbf{y}^o はその時刻の m 個の観測値からなるベクトルである。演算子 \mathbf{H} は同化変数を観測変数に変換する観測演算子であり、この変換には同化変数が定義された格子から観測地点に対応する点への空間内挿も含まれる。行列 \mathbf{B} は背景誤差共分散行列、 \mathbf{R} は観測誤差共分散行列と呼ばれ、第一推定値の誤差を $\Delta \mathbf{x}^b$ 、観測誤差を $\Delta \mathbf{y}^o$ とすると、次式で定義される。

$$\mathbf{B} = \langle \Delta \mathbf{x}^b (\Delta \mathbf{x}^b)^t \rangle \quad (B_{ij} = \langle \Delta x_i^b \Delta x_j^b \rangle) \quad (2.39)$$

$$\mathbf{R} = \langle \Delta \mathbf{y}^o (\Delta \mathbf{y}^o)^t \rangle \quad (R_{ij} = \langle \Delta y_i^o \Delta y_j^o \rangle)$$

ここに、 $\langle \rangle$ は期待値、上付きの添字 t は行列またはベクトルの転置を表す。誤差共分散行列の対角成分は誤差分散に等しく、非対角成分は誤差相関係数に比例する。

一般に、評価関数 $J(\mathbf{x})$ を最小にする \mathbf{x} を解析的に求めることは不可能であり、繰り返し計算によって数値的に求めることになる。その方法として降下法を用いる場合には、評価関数の勾配、

$$\nabla_{\mathbf{x}} J = \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{y}^o) \quad (2.40)$$

が必要であり、その計算には観測演算子の転置行列 \mathbf{H}^T を求めなくてはならない。この転置行列 \mathbf{H}^T が接線形観測

演算子 \mathbf{H} の Adjoint 演算子 \mathbf{H}^* に相当するため、このデータ同化方法は Adjoint 法ともよばれている。本研究では、波浪推算プログラムのソースコードから、Giering (1995) による AMC (Adjoint Model Compiler) を用いて、評価関数の勾配を計算するための Adjoint コードを作成した。

(2) 背景誤差と観測誤差

評価関数 $J(\mathbf{x})$ は、式(2.38)に示したように、背景誤差共分散行列 \mathbf{B} と観測誤差共分散行列 \mathbf{R} に左右される。背景誤差とは第一推定値と真値の差であり、この大きさは対象とする物理現象のスケール、数値計算モデルで再現できる物理過程や分解能（計算格子の大きさ）に依存し、さらに対象とする海域や季節によっても異なる。空間的に広い範囲で背景誤差の相関係数が高い場合には、それだけ同化の影響が広い範囲に及ぶことになる。背景誤差にはこのような基本特性があるため、データ同化を行う際には、背景誤差の大きさやその相関係数の空間的な分布をあらかじめ把握しておく必要がある。さらに、観測誤差の特性の把握も必要であり、これらがデータ同化処理の性能を決定づける重要な要素となる。

さて、背景誤差の分布はその標準偏差 σ_p と空間相関 μ_{ip} によって代表することができる。同様に、観測誤差の分布もその標準偏差 σ_{io} と空間相関 μ_{ip} によって代表することができる。ところが、実際のデータ同化の演算において、これらの値を全ての観測地点や数値計算の格子に対して扱うことにすると、膨大な記憶容量や演算時間が必要となって非効率である。そこで、本研究では以下の仮定をした。

- ① 背景誤差は物理現象のスケール、数値計算モデルの性質や分解能を反映した空間相関構造を持つ。
- ② 観測誤差は地点ごと、また同じ地点における観測ごとに独立である。
- ③ ①②より、背景誤差と観測誤差の間には、統計的な相関はない。

また、波浪スペクトルなどの物理量自体は陸上地形や波向などの影響を受けて方角による相関性があるが、観測値と第一推定値の差（以下では「D 値」と記す）の相関は方角にほとんど依存しないと考えられる。そこで、

- ④ D 値の相関は「等方均質」である。

と仮定し、背景誤差の空間相関を距離のみの関数で表すことにする。

背景誤差の相関係数には、次式に示すローレンツ型の相関モデルを適用する。

$$\mu_{ij}^p = \frac{1}{1+br_{ij}^2} \quad (2.41)$$

ここに、 r_{ij} は 2 点 i と j との距離である。また、 b は相関の及ぶ距離（背景誤差の空間スケール）を決定する量であり、 $r_{ij} = \sqrt{1/b}$ のときに $\mu_{ij}^p = 1/2$ となるため、相関距離または半値距離とよばれている。D 値は観測値と第一推定値の差であり、観測誤差を無視した場合には背景誤差と一致するため、「見かけ上の背景誤差」ともよばれている。観測誤差が全くない場合に距離 $r_{ij}=0$ に対する相関係数 μ_{ij}^p は 1 となるが、現実には観測誤差もあるため相関係数 μ_{ij}^p は 1 未満の値となる。そこで、距離 $r_{ij}=0$ の対する相関係数を a とすると、D 値の相関係数 μ_{ij}^{p*} は、真の背景誤差の相関係数 μ_{ij}^p を用いて以下のように表せる。

$$\mu_{ij}^{p*} = \frac{a}{1+br_{ij}^2} = a\mu_{ij}^p \quad (2.42)$$

この式の係数 a, b は観測値から求めることができる。

D 値は真の背景誤差と観測誤差の和であり、観測値 F_{io} と真値 F_{it} の差、第一推定値 F_{ip} と真値 F_{it} の差をそれぞれ、

$$e_{io} = F_{io} - F_{it} \quad (2.43)$$

$$e_{ip} = F_{ip} - F_{it} \quad (2.44)$$

と表すと、D 値は、

$$\mathbf{D} = F_{io} - F_{ip} = e_{io} - e_{ip} \quad (2.45)$$

であり、その分散は、

$$(e_{io} - e_{ip})^2 = e_{io}^2 - 2e_{io}e_{ip} + e_{ip}^2 \quad (2.46)$$

となる。ここで、「背景誤差と観測誤差の間には、統計的な相関はない」という仮定から、右辺第 2 項の共分散はゼロになる。つまり、D 値の分散は真の背景誤差の分散と観測誤差の分散との和で表される。このことは、「空間相関を持つ背景誤差が支配的な場合には、近隣の D 値相関が大きくなるため、距離 $r_{ij}=0$ での相関 a は大きい。」ということの意味する。D 値の分散は背景誤差分散 σ_p と観測誤差分散 σ_{io} の 2 乗和であり、それぞれ $a, (1-a)$ である。したがって、観測と背景誤差の比 λ は、

$$\lambda_i^2 = \left(\frac{\sigma_{io}}{\sigma_p} \right)^2 = \frac{1-a}{a} \quad (2.47)$$

で与えられる。この比率は誤差比とよばれ、同化処理における観測データの相対的な信頼度を表すものである。

以上のことから、真値を求めることなく、

- ① 背景誤差標準偏差 $\sigma_p = \sqrt{a}$
- ② 観測誤差標準偏差 $\sigma_{io} = \sqrt{1-a}$
- ③ 背景誤差空間相関 $\mu_{ijp} = a/(1+br^2)$
- ④ 観測誤差空間相関 $\mu_{ijo} = 0$

の 4 つを決定できる。ただし、D 値から取り出すことの

できる情報は、背景誤差空間相関を決定した段階で決定し、観測網の代表的な空間スケールに依存する。

本研究では時刻に対する同化を行うため、時間差に伴う誤差相関 γ を指数関数、

$$\gamma = ac^{\Delta T} \quad (2.48)$$

によって与えた。ここに、 ΔT は時間差である。その結果、距離 r_{ij} と時間差 ΔT の両方を考慮した背景誤差の相関係数は、

$$\mu_{ij}^{p*} = \frac{a}{1+br_{ij}^2} c^{\Delta T} \quad (2.49)$$

で与えられる。

なお、背景誤差共分散行列の対角成分のみ考慮する場合には、非対角成分は零（即ち誤差相関がないことを示す）とし、評価関数の背景誤差項に観測誤差分散と背景誤差分散の比（誤差比） $\lambda^2 = (1-a)/a$ を乗じることにより適切な重み付けをした。

(3) 降下法による評価関数の最小値探索

Adjoint 法では、制約なし非線形最適化手法を用いて評価関数 $J(\mathbf{x})$ を最小にする \mathbf{x} を求める。制約条件なしの非線形最適化では、最小点を数値的に求める手法として、ある初期点から出発して評価関数 $J(\mathbf{x})$ の値を次々に（単調に）減少させるような \mathbf{E}^n の点列、すなわち

$$J(\mathbf{x}^1) > J(\mathbf{x}^2) > \dots > J(\mathbf{x}^l) \dots \quad (2.50)$$

を満たす点列 $\{\mathbf{x}^l\}$ を系統的に生成する方法を用いる。これを降下法といい、現在の点 \mathbf{x}^l において、まず方向ベクトル \mathbf{d}^l を決定し、次にステップ幅 $a^l (>0)$ を定め、

$$\mathbf{x}^{l+1} = \mathbf{x}^l + a^l \mathbf{d}^l \quad l=1,2,\dots \quad (2.51)$$

によって次の点 \mathbf{x}^{l+1} を求める。このとき $J(\mathbf{x}^{l+1}) < J(\mathbf{x}^l)$ である必要があるため、方向ベクトル \mathbf{d}^l は

$$J(\mathbf{x}^l + a^l \mathbf{d}^l) < J(\mathbf{x}^l) \quad (2.52)$$

を満たすものでなければならない。このような方向ベクトル \mathbf{d}^l を \mathbf{x}^l における降下方向という。また、ステップ幅 a^l は、 $J(\mathbf{x}^l + a \mathbf{d}^l)$ が a に関して最小になるように 1 次元探索問題

$$\min_{a>0} \phi(a) = J(\mathbf{x}^l + a \mathbf{d}^l) \quad (2.53)$$

を解くことで求められる。

このアルゴリズムの収束性は、大域的収束性と局所的収束性の 2 つに分けられる。大域的収束性とは「有限の反復回数で最適解 \mathbf{x}^* が得られる」もしくは「任意の初期点から出発しても \mathbf{x}^* に収束する」ことをいう。一方、局所的収束性とは「初期地点を \mathbf{x}^* の十分近傍に選べば \mathbf{x}^* に収束し、離れたところに選べば他の値に収束する」ことである。なお、ある定数 $p>1, c>0$ と整数 $l' \geq 0$ に対して、

$$\|\mathbf{x}_{l+1} - \mathbf{x}^*\| \leq c \|\mathbf{x}_l - \mathbf{x}^*\|^p, \forall l \geq l' \quad (2.54)$$

が成り立つとき、点列 $\{\mathbf{x}_l\}$ は \mathbf{x}^* に p 次収束するという。ここで、 $\|\cdot\|$ は、norm を表す。

方向ベクトル \mathbf{d} の選び方には様々な方法が考えられるが、目的関数の近似関数を局所的に最小化する必要がある。その近似関数としては、1 次モデルと、2 次モデルがよく用いられている。

1 次モデル

$$J(\mathbf{x} + \alpha \mathbf{d}) \cong J(\mathbf{x}) + \alpha \nabla J(\mathbf{x})^T \mathbf{d} \quad (2.55)$$

2 次モデル

$$J(\mathbf{x} + \alpha \mathbf{d}) \cong J(\mathbf{x}) + \alpha \nabla J(\mathbf{x})^T \mathbf{d} + \frac{\mathbf{d}^T}{2} \nabla^2 J(\mathbf{x}) \mathbf{d} \quad (2.56)$$

1 次モデルに基づいた方法には最急降下法、2 次モデルに基づいた方法にはニュートン法がある。一般に、目的関数に関する情報を多く用いる手法はそれだけ少ない繰返し回数で最小点へ到達できるが、次の点の検索に必要な計算時間は増加する。

さて、大域的収束性を保証するためには、 k 回目の近似解 \mathbf{x}^l で探索方向 \mathbf{d}^l が目的関数の値を下げる方向である必要がある。 $J(\mathbf{x})$ を微分可能として

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{J(\mathbf{x}^l + t \mathbf{d}^l)}{t} = \nabla J(\mathbf{x}) \mathbf{d} < 0 \quad (2.57)$$

を満たす必要があり、方向ベクトル \mathbf{d} が

$$\nabla J(\mathbf{x}) \mathbf{d} < 0 \quad (2.58)$$

を満たせば \mathbf{x} における降下方向となる。このように導関数を利用した降下方向 \mathbf{d}^l は一般に

$$\mathbf{d}^l = -\mathbf{A}^l \nabla^T J(\mathbf{x}^l) \quad (2.59)$$

と表される。行列 \mathbf{A}^l は降下法の手法によって定数行列のときもあり、 $\mathbf{x}^l, \nabla J(\mathbf{x}^l), \nabla^2 J(\mathbf{x}^l)$ などに依存することもある。勾配ベクトル $\nabla J(\mathbf{x})$ は $J(\mathbf{x})$ の最急上昇方向であるので、

$$\mathbf{d}^l = -\nabla^T J(\mathbf{x}^l) \quad (2.60)$$

は式(2.58)を満たす最急降下方向であり、式(2.59)の \mathbf{A}^l が単位行列のときである。式(2.58)を満たす式(2.59)の形式の降下方向 \mathbf{d} が与えられたとき、関数

$$\phi(\alpha) = J(\mathbf{x} + \alpha \mathbf{d}) \quad \alpha > 0 \quad (2.61)$$

の最小値を求める 1 次元探索問題を解いて、ステップ幅 a を決定する。この問題を数値的に解く手法としては、以下の 2 つが実用的である。

① Armijo の基準: $0 < \xi < 1$ を満たす定数 ξ に対して以下の条件を満たす $a > 0$ を選ぶ。

$$J(\mathbf{x}^l + a \mathbf{d}^l) \leq J(\mathbf{x}^l) + \xi a \nabla J(\mathbf{x}^l)^T \mathbf{d}^l \quad (2.62)$$

② Wolfe の基準: $0 < \xi_1 < \xi_2 < 1$ を満たす定数 ξ_1, ξ_2 に対して、以下の条件を満たす $a > 0$ を選ぶ。

$$J(\mathbf{x}' + \alpha \mathbf{d}') \leq J(\mathbf{x}') + \xi_1 \alpha \nabla J(\mathbf{x}') \mathbf{d}' \quad (2.63)$$

$$\xi_2 \nabla J(\mathbf{x}') \mathbf{d}' \leq \nabla f(\mathbf{x}' + \alpha \mathbf{d}') \mathbf{d}'$$

降下法で計算を終了する条件（停止基準）としては、次のものがある。

- ①最小点では $\nabla J(\mathbf{x}) = 0$ であるから、以下の条件が満たされれば終了する。

$$\|\nabla J(\mathbf{x}')\| < \varepsilon_1 \quad (2.64)$$

ここで $\varepsilon_1 > 0$ は与えられた許容値である。

- ②評価関数 J の変化量がある許容量 ε_2 以内、すなわち

$$|J(\mathbf{x}'^{+1}) - J(\mathbf{x}')| < \varepsilon_2 \quad (2.65)$$

という条件が数回（本研究では3回）続けて満たされたとき終了する。

(4) 降下方向の決定

降下方向を求める手法には、最急降下法、ニュートン法、準ニュートン法、共役勾配法がある。本研究ではそのうち準ニュートン法を用いた。

a) 最急降下法

最急降下法は、 \mathbf{x}' の近傍で $f(\mathbf{x}')$ を最も急速に減少させる方向を降下方向に選ぶ方法である。式(2.53)に示した1次元探索問題の最小値が正確に求められると

$$\frac{d\phi}{d\alpha} \Big|_{\alpha=\alpha'} = \nabla f(\mathbf{x}' + \alpha' \mathbf{d}') \mathbf{d}' = 0 \quad (2.66)$$

となる。方向ベクトル \mathbf{d}' は $\nabla^T f(\mathbf{x}'^{+1})$ に直交し、新しい方向ベクトル $\mathbf{d}'^{+1} = -\nabla^T f(\mathbf{x}'^{+1})$ はこれまでの全ての方向ベクトル \mathbf{d}' と直交する。つまり、最急降下法は、等高線が超球（2次元ならば円）となるような関数に対しては、1回で最小点に到達できるが、等高線が偏心した一般の関数に対しては方向ベクトル $\mathbf{d}' = -\nabla^T f(\mathbf{x}')$ が必ずしも $f(\mathbf{x})$ の最小点を指さない。そのため、最小点の近傍における探索はジグザグとなって、効率的ではない。

b) ニュートン法

ニュートン法は、十分滑らかな非線形関数の最小値を探索するためによく使われている方法である。次式のアルゴリズムによって、評価関数の最小点を反復法によって求める。

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - J''(\mathbf{x}_k)^{-1} \nabla J(\mathbf{x}_k) \quad (k=0,1,2,\dots) \quad (2.67)$$

ここに、 $J''(\mathbf{x})$ は次式で定義される評価関数 $J(\mathbf{x})$ のヘッセ行列である。

$$[J''(\mathbf{x})]_{ij} = \frac{\partial^2 J}{\partial x_i \partial x_j} \quad (2.68)$$

$$J''(\mathbf{x}) = \mathbf{B}^{-1} + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} + (\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{H}^T) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H} \mathbf{x} - \mathbf{y}^o) \quad (2.69)$$

ヘッセ行列は対称行列であり、評価関数の極小点の近傍では正定値になる。式(2.67)において、 \mathbf{x}_0 には第一推定値 \mathbf{x}^b を用いる。評価関数が \mathbf{x} の2次関数の場合には、1回の反復で最小点に到達することができる。

c) 準ニュートン法

ニュートン法で降下方向を決めるためには、ヘッセ行列を計算し、さらにその逆行列を求めなければならない。この方法を4次元変分法に導入すると非常に煩雑な計算となる。この問題を解決する一つの方法として準ニュートン法がある。準ニュートン法では、ヘッセ行列の近似逆行列 \mathbf{G}_k を、途中までの反復計算で得られた勾配などの情報から構成する。その一般的なアルゴリズムは、次式で与えられる。

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \alpha_k \mathbf{G}_k \nabla J(\mathbf{x}_k) \quad (2.70)$$

$$\mathbf{G}_{k+1} = \mathbf{G}_k + \mathbf{C}_k \quad (2.71)$$

ここに、 α_k は、 $J(\mathbf{x}_{k+1})$ が $J(\mathbf{x}_k)$ より十分小さくなるように適切に定められる正の実数である。また、 \mathbf{G}_k が正確な逆ヘッセ行列で、 $\alpha_k = 1$ とすれば、ニュートン法と一致する。 \mathbf{G}_0 には単位行列など適当な正定値対称行列を与え、 \mathbf{C}_k は次式を満たす低階数の更新行列である。

$$\mathbf{G}_{k+1} [\nabla J(\mathbf{x}_{k+1}) - \nabla J(\mathbf{x}_k)] = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k \quad (2.72)$$

評価関数が2次関数であれば、この式は正確な逆ヘッセ行列に対して厳密に成り立つ。最良とみなされている更新法は、BFGS公式

$$\mathbf{G}_{k+1} = \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{P}_k \mathbf{q}_k^T}{\mathbf{q}_k^T \mathbf{P}_k} \right) \mathbf{G}_k \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{q}_k \mathbf{P}_k^T}{\mathbf{q}_k^T \mathbf{P}_k} \right) + \frac{\mathbf{P}_k \mathbf{P}_k^T}{\mathbf{q}_k^T \mathbf{P}_k} \quad (2.73)$$

に従って近似逆ヘッセ行列を更新していく。ここに、 \mathbf{I} は単位行列であり、 \mathbf{P}_k と \mathbf{q}_k は、

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k \quad (2.74)$$

$$\mathbf{q}_k = \nabla J(\mathbf{x}_{k+1}) - \nabla J(\mathbf{x}_k) \quad (2.75)$$

で与えられる。この近似法は逆ヘッセ行列の正定値対称性を保存する。また、評価関数が2次関数で、かつ式(2.70)式の α_k として $J(\mathbf{x}_{k+1})$ を最小にする値が選ばれているならば、有限の反復回数で正確な逆ヘッセ行列に収束する。

(5) チェックポイント法

データ同化の評価関数 $J(\mathbf{x})$ を最小化するためには、式(2.40)にある観測演算子の転置行列 \mathbf{H}' を求める必要があり、そのためには時間を遡った演算が必要になる。この演算をアジョイントランといい、通常的时间に沿った演算であるフォワードランで得られた基本場（例えば、波浪スペクトルなどの値）を用いて実行する。このフォロ

ードランの計算には非線形性を含んでいるのが一般である。したがって、アジョイントランを行うためには、フォワードランの各タイムステップにおける基本場の非線形性も保存しておく必要がある。

ところが、波浪推算では一般に数日間またはそれ以上の期間について演算するため、その最初の時刻から最後の時刻までの全ての計算ステップの値を保存することは、現実的には不可能である。そこで本研究では、WAM-C5でも取り入れられているチェックポイント法を採用した。

チェックポイント法を図-2.3に示す。積分時間全体(時刻 $t=t_0 \sim t_3$)を Δt ごとに分割し、矢印の方向に向かって演算を行い、それぞれの演算を終えたときに再

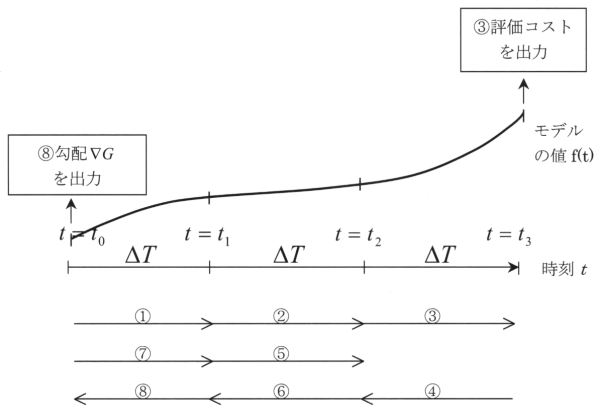


図-2.3 チェックポイント法



図-2.4 NOWPHAS 観測地点

スタート用のファイルを作成する。基本場は最後の演算に対してのみ保存する。この様にして、①,②,③,④,⑤,⑥,⑦,⑧の順に演算を行う。このとき、積分時間全体のタイムステップ数を n 、各チェックポイント間のタイムステップ数を n_c 、フォワードランの実行時間を T_f 、アジョイントランの実行時間を T_{ad} とすると、必要なメモリーコード数 r_e は

$$r_e = \frac{n}{n_c} + n_c \quad (2.76)$$

であり、計算時間 T_c は

$$T_c = T_{ad} + T_f + \frac{n_c - 1}{n_c} T_f \quad (2.77)$$

となる。また、計算の効率という観点から最適なチェックポイントの時間間隔は

$$n_{c\text{opt}} = \sqrt{n/a} \quad (2.78)$$

で与えられる。ここに、 a は計算ステップごとに必要なメモリー容量と再スタートファイルのメモリー容量の比である。本研究で行う波浪推算の積分期間は6~24時間であり、これに適したチェックポイント時間間隔は2.4~5.0となる。そこで、本研究では一律3時間とした。

2.3 NOWPHAS 波浪観測網

NOWPHAS (全国港湾海洋波浪情報網, Nationwide Ocean Wave information network for Port and HarbourS) では、図-2.4に示すように、全国各地で波浪観測を行っている。波浪観測地点は増加しつつあり、太平洋や日本海など外洋に面した地点の他、東京湾、伊勢湾、瀬戸内海など内湾にも設置されている。その設置水深は、少なくとも地形性砕波は生じず、沖波(深海波)の条件に比較的近いものになっている。波浪の観測機器はかつては水圧式のもの主流であったが、方向スペクトルを精度良く観測できる超音波式の波高計である海象計への置き換えが進んでいる。全ての観測地点において少なくとも毎偶数時に定時観測が行われており、一部の地点では連続観測も行われている。観測している元のデータは0.5s間隔の水位であり、そのデータから方向スペクトルや有義波諸元などが港湾空港技術研究所において一括して解析されている。

本研究では、太平洋や日本海に面した観測地点で観測された毎偶数時の波浪データを用いた。

3. 同化変数と評価関数がデータ同化に及ぼす影響

データ同化の基本的な理論は第2.2節で述べた通りで

あるが、同化変数の選び方、観測誤差項と背景誤差項とで構成される評価関数の推定方法、観測データの時空間密度によって、データ同化を行った波浪推算の結果は異なるものと考えられる。そこで本章では、波浪の発達・伝播・減衰に関するモデルパラメータを同化変数に選んだ場合と、計算領域の境界上の波浪スペクトルを同化変数に選んだ場合とについて、単純な矩形海域に対するデータ同化実験を行うことで、データ同化型波浪推算モデルの基本特性を調べた。

3.1 モデルパラメータの同化

(1) データ同化実験の方法

Hersbach (1998)は、WAM-C5を基本に、これに含まれる波浪の発達・伝播・減衰に関する9個のモデルパラメータを同化する波浪推算モデル ADWAM (Adjoint WAM)を開発した。そのモデルパラメータの種類と初期値を表-3.1に示す。これらの初期値は、データ同化をしない通常の波浪推算でデフォルト値に使われているものである。ADWAMでは、同化するモデルパラメータの数が9個と少

表-3.1 WAM-C5 の同化変数に採用されているモデルパラメータ

通番	変数名	初期値	関係する物理現象
1	CIONSWAP	0.038	海底摩擦によるエネルギー消散
2	NLREF	1	非線形エネルギー輸送の効率
3	DREF	0.5	エネルギー消散
4	CREF	9.4×10^{-5}	エネルギー消散
5	POWER	2	エネルギー消散
6	DBETAMA	1.2	エネルギー消散
7	DZALP	0.011	風によるエネルギー供給
8	DALPHA	0.01	風によるエネルギー供給
9	DKAPPA	0.41	風によるエネルギー供給

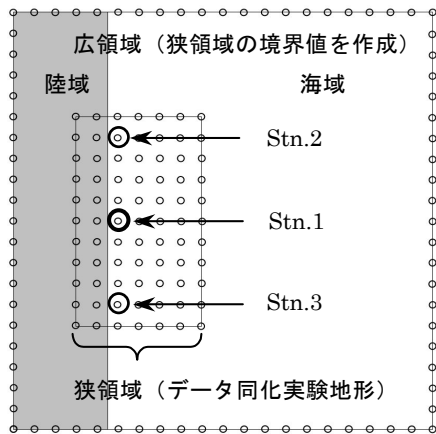


図-3.1 データ同化実験に用いた矩形海域

ないため、評価関数では背景誤差項を無視して観測誤差項だけを考慮している。

本研究では、この ADWAM の特性を調べるために、データ同化に用いる波浪の観測値を意図的に変化させて、データ同化によるモデルパラメータの値の変化を調べた。

このデータ同化実験に用いた計算領域を図-3.1 および表-3.2に示す。広領域は緯度、経度とも 0.25° 間隔で計算格子を配置したものであり、狭領域の境界線上の波浪スペクトルを求めるために用いる。狭領域ではその境界値をもとに領域内の波浪スペクトルを推算する。両領域で 10m/s の一様な東風を $0 \sim 12$ 時の 12 時間連続して与えると、Stn.1 の有義波高は 196cm に達する。

そこで、表-3.3に示すように Stn.1 の 6 時と 12 時の観測値として、Case 1 では 196cm の 0.9 倍である 176cm 、Case 2 では 1.1 倍の 216cm をそれぞれ与え、狭領域内だけでモデルパラメータの同化を行った。各モデルパラメータの初期値は表-3.1に示した WAM-C5 のデフォルト値とした。

(2) データ同化実験の結果

データ同化を行った場合の Stn.1 における波浪推算値を表-3.4に示す。Case 1, Case2 ともに、データ同化して得られた最終推定値は観測値に完全に一致した。このような一致は、データ同化によってモデルパラメータの値

表-3.2 矩形海域の波浪推算の条件

項目	計算諸元	
	広領域	狭領域
計算領域 (格子数)	全体 21×21 海域 16×16	全体 7×11 海域 5×11
格子間隔	0.25°	
積分時間間隔	10分	
水深	深海条件	
風場	東一様風(10m/s)	

表-3.3 データ同化実験で与えた観測波浪

Case	観測地点	観測時刻(時)	観測時間 間隔(時間)	観測波高(cm)	
				6時	12時
1	Stn.1	6,12	6	176	176
2	Stn.1	6,12	6	216	216

表-3.4 データ同化で得られた波浪推算値

Case	初期推定値	観測波高(cm)		最終推定値(cm)	
		6時	12時	6時	12時
1	196	176	176	176	176
2	196	216	216	216	216

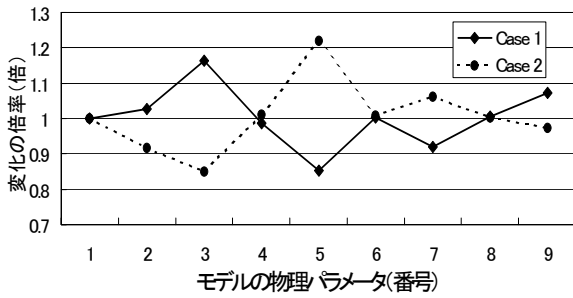


図-3.2 データ同化によるモデルパラメタの変化

表-3.5 対象とした擾乱

Case	期間						ピーク			原因		
	開始			終了			年	月	日			
	年	月	日	年	月	日						
1	2000	2	6	0	2000	2	12	0	2000	2	8	低気圧
2	2000	3	14	0	2000	3	20	0	2000	3	16	低気圧
3	2000	7	6	0	2000	7	11	0	2000	7	8	台風
4	2000	8	14	0	2000	8	21	0	2000	8	17	台風

表-3.6 ローレンツ型モデルのパラメータ推定値

Case	係数		
	a	b	c
1	0.602	1.71×10^{-5}	0.967
2	0.731	1.39×10^{-5}	0.986
3	0.793	1.42×10^{-5}	0.979
4	0.717	1.86×10^{-5}	0.974
全体(平均)	0.711	1.60×10^{-5}	0.976

が図-3.2に示すように修正されたためである。モデルパラメタの値の変化は、観測値を意図的に小さくした Case 1 と大きくした Case 2 とで対称的になっている。

したがって、波浪推算値が観測値と一致するように、モデルパラメタは適切に同化されており、ADWAMの動作は妥当であるといえる。また、モデルパラメタを同化変数に選択すれば、同化変数が少ないため、比較的少数の観測データでも適切なデータ同化が可能であることが分かる。

3.2 観測誤差と背景誤差の設定

(1) データ同化実験の方法

波浪推算でデータ同化を行う場合、前節で述べたようにモデルパラメタを同化変数に選ぶ方法の他に、計算領域の境界上の波浪スペクトルを境界値を同化変数に選ぶ方法もある。その場合には同化する変数が非常に多くなるため、モデルパラメタを同化するときのような観測誤差項だけの最小化では同化変数を適切に特定できず、背

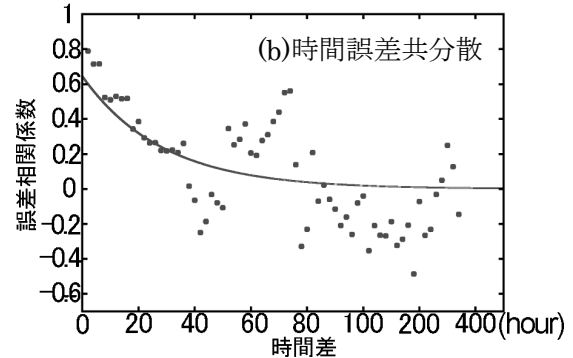
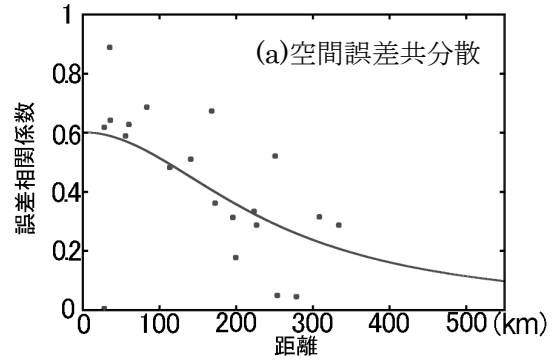


図-3.3 背景誤差共分散の解析例

景誤差項を含めた評価関数を設定する必要があると考えられる。

そこで、評価関数を求める際の背景誤差と観測誤差の設定について検討した。その検討には後出の図-4.1に示す東北～関東沿岸の海域を用い、表-3.5に示す4つの気象擾乱を対象とした。波浪推算の諸条件は表-4.1の通りである。

(2) データ同化実験の結果

Case 1の推算結果から得られた同時刻の空間背景誤差と同地点の時間背景誤差の相関係数を図-3.3に示す。実線は最小自乗法で式(2.49)にあてはめた結果である。それぞれのCaseにおける係数 a, b, c の値は表-3.6のようになり、 $\bar{a}=0.771$ 、誤差比 $\lambda^2=0.406$ であった。Adjoint法によるデータ同化では同化変数の推定値が誤差比 λ^2 に依存する。この例では観測誤差の分散が背景誤差の分散の約0.4倍の条件で同化変数が推定されることになる。

なお、以下の検討では、背景誤差共分散行列にローレンツ型を用いる場合には式(2.49)と表-3.6の平均値を用い、対角行列を用いる場合には観測誤差と背景誤差の重みを考慮し、単位行列に誤差比 λ^2 を乗じた行列を用いることとした。

表-3.7 スペクトル境界値のデータ同化実験ケース

Case	観測地点	観測時刻	観測時間 間隔	背景誤差共分散 行列の種類
1	Stn.1	12時	12	L
2a	Stn.1	6,12時	6	L
2b	Stn.1	6,12時	6	D
3	Stn.1	4, 8,12時	4	L
4	Stn.1	3, 6, 9,12時	3	L
5	Stn.1	2, 4, 6, 8,10,12時	2	L
6	Stn.1	2, 4, 6, 8,10,12時	2	D
7	Stn.1,2,3	2, 4, 6, 8,10,12時	2	L
8	Stn.1,2,3	2, 4, 6, 8,10,12時	2	D

Lはローレンツ型, Dは対角行列を示す.

3.3 スペクトル境界値の同化

(1) データ同化実験の方法

図-3.1の狭領域の境界上における波浪スペクトル(以下では「スペクトル境界値」と記す)を同化変数とし、観測値としては Stn.1 の1地点だけの有義波高を与えた場合と Stn.1~3の3地点の有義波高を与えた場合について、データ同化実験を行った。観測値を与える地点や時刻、背景誤差共分散行列の種類は表-3.7の通りである。Case 1, 2a, 3, 4, 5は観測地点を1つとし、データ同化に用いる観測値の間隔や個数、Case 2a, 2bは背景誤差共分散行列の種類、Case 5, 7および6, 8は観測地点の数による比較をするために設定した条件である。また、波浪推算の諸条件は表-3.3と同じであるが、スペクトル境界値の変化に着目するために無風とした。データ同化をしない通常の波浪推算では Stn.1 で有義波高が156cmになるが、観測値は147cmを与えた。

ところで、背景誤差項を無視した評価関数でも同じようなデータ同化実験を行ったが、評価関数の最小化の計算が発散して同化することができなかった。モデルパラメタのように同化変数が少ない場合には背景誤差を無視した評価関数でも効率的にデータ同化できるが、スペクトル境界値のように同化変数が多い場合には背景誤差を考慮する必要がある。

(2) データ同化実験結果

Case 1~4の Stn.1の位置におけるデータ同化された波高の推算値の時系列を図-3.4に示す。いずれのCaseでもデータ同化後の推算精度は向上している。D値(第一期推定値と観測値との差)は9cmであったが、同化によって推算値と観測値の差は1~3cmまで小さくなっている。このデータ同化による推算値の変化量は、第3.2節で得た誤差比 $\lambda^2 = 0.406$ から考えられる変化量にほぼ対応しており、適切なデータ同化が行われたものと推察される。

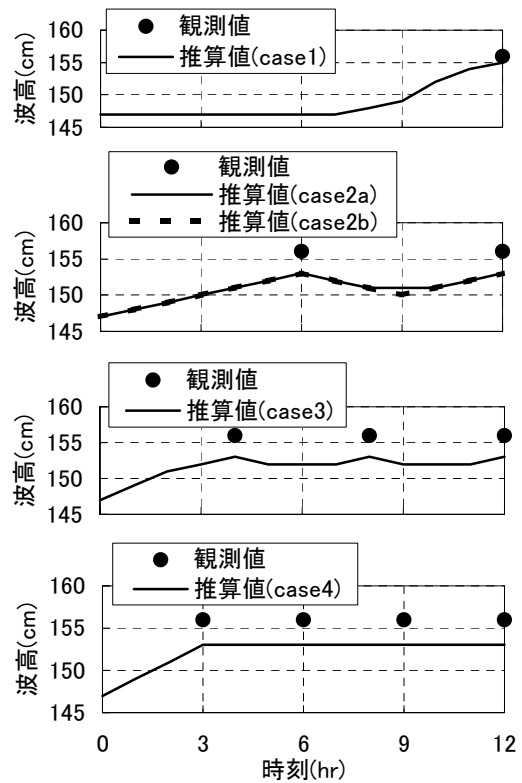


図-3.4 同化方法による波高の時系列の比較

Case 1~4の比較から、データ同化に用いる観測値の数が多く時間間隔が短いほど、推算値はスムーズに観測値に近づいていることが分かる。Case 4では、同化時刻以外でも同化時刻の推算値と同じ値が推算されている。

Case 2aと2bの推算値の差は小さいが、例えば9時ではCase 2aよりも2bの推算値が小さく、背景誤差共分散行列の違いが現れている。

図-3.5のa)は、通常の波浪推算法によって得た波高分布であり、ここではこれを真値の分布であると仮定する。b)は計算領域の境界の波浪スペクトルを意図的に変化させて、通常の波浪推算法によって得た波高分布であり、これを初期推定値と仮定する。そして、c)~f)はCase 5~8の条件でデータ同化した場合の推算値の分布を示す。c)とd)に見られるように、1つの観測地点で同化した場合には、その観測地点の近傍で局所的に同化される。それに対し、e)とf)のように3つの観測地点で同化した場合には、3つの観測地点の近傍だけでなく、比較的広い範囲に同化の効果が現れている。

また、c)とd)、e)とf)をそれぞれ比較すると、背景誤差項にローレンツ型モデルを用いて空間的な誤差相関を考慮したc)とe)において、同化の効果が広く及んでいる。

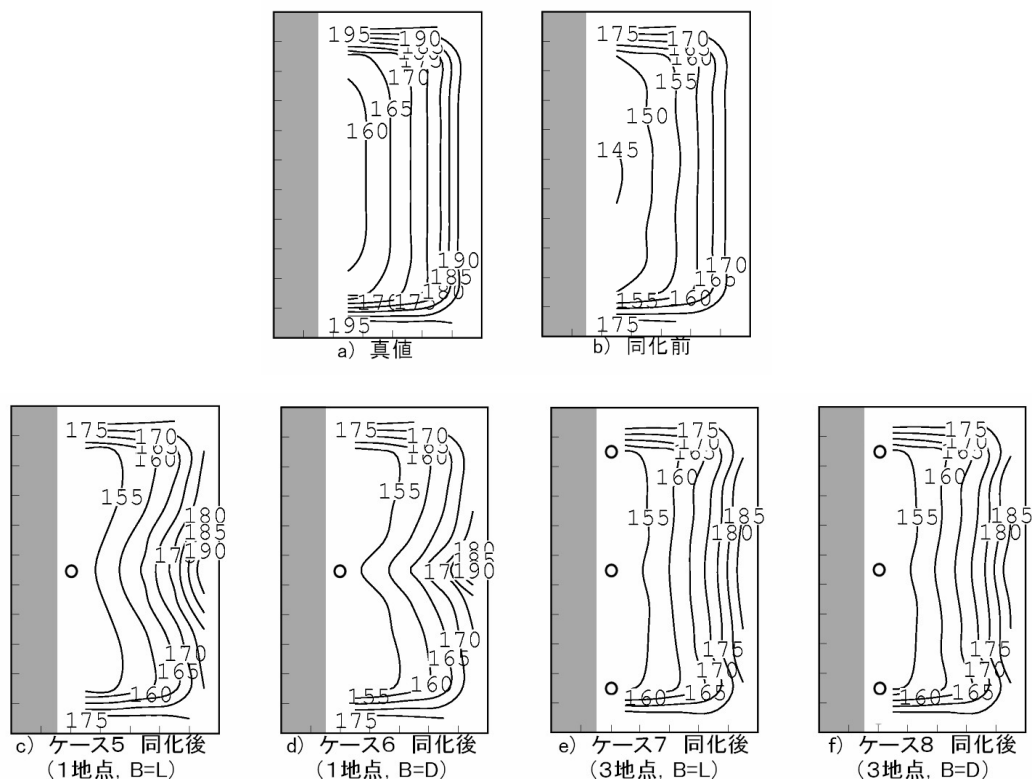


図-3.5 同化方法による波高分布の比較 (数値は有義波高, 単位は cm)

したがって、適切なデータ同化を行うためには、ローレンツ型モデルを用いた背景誤差共分散行列のように、非対角成分が0でない共分散行列を用いることが望ましい。その一方で、背景誤差共分散行列に対角行列を用いると、記憶容量と計算時間の面で経済的である。また、観測値の数が多い場合には、評価関数の最小化における収束計算も安定している。以上のことから、対角行列が適用できる範囲も広いと考えられる。

4. 実海域に対する数値実験

前章で述べた矩形海域におけるデータ同化実験の結果を踏まえ、実海域でスペクトル境界値を同化変数に選んだデータ同化実験を行った。

その計算領域や波浪推算の諸条件を表-4.1 および図-4.1に示す。まず広領域で通常の波浪推算を行って狭領域のスペクトル境界値を推算し、狭領域ではこれを初期値として同化を行った。狭領域としては東北日本海、山陰日本海、東北太平洋、南海太平洋の4つの海域を設定しており、それぞれの狭領域に含まれるNOWPHASの観測値を用いて評価関数を計算し、評価関数が最小となるようにスペクトル境界値を補正することで、観測地点に

おける推算値を観測値に近づけた。ただし、山陰日本海領域の境港、東北太平洋領域の釜石は、ともに観測位置が岬の遮蔽域に位置しており、ここで設定した地形の解像度ではこれらの地点の波浪の再現が困難であるため、評価関数の推定では除外した。

対象とした擾乱を表-4.2に示す。これらは、2002年または2003年において、ピーク時に欠測のない擾乱を選んだものである。ピーク時以外に欠測がある場合には前後の観測値によって補間し、各観測地点で2時間間隔の観測値を作成した。

データ同化を行うためには、その時の風場に対応した波浪を初期条件として与える必要があり、そのための助走期間として同化期間の前に2日間を設けた。また、同化された境界スペクトルの主要成分が観測地点に到達するまでの伝播時間として、さらに6時間の助走期間を設けた。

4.1 同化変数の選択

本研究では、狭領域のスペクトル境界値を同化変数とし、次式で示すコントロール変数 X_c (データ同化によって実際に修正される変数) をスペクトル値に乗じることでデータ同化を行った。

表-4.1 波浪推算の条件

	広領域	狭領域
目的	狭領域のスペクトル (境界値を作成)	広領域で推定したスペクトル (境界値を観測値で同化)
東北日本海	115.0-170.0°E, 15.0-63.0°N	138.5-140.5°E, 38.5-43.0°N
山陰日本海		131.0-137.0°E, 34.0-37.5°N
東北太平洋		140.0-143.0°E, 35.5-41.5°N
南海太平洋		131.0-136.5°E, 32.0-34.0°N
格子間隔	0.5°	0.25°
周波数分割数	25	
	$f(1) \times 1.10^{(I-1)}$ ($f(1) = 0.04177248$)	
方向分割数	16	
積分時間間隔	10分	
水深	深海条件	
風場	ECMWF/TOGAの海上風データ (格子間隔 0.5°)	

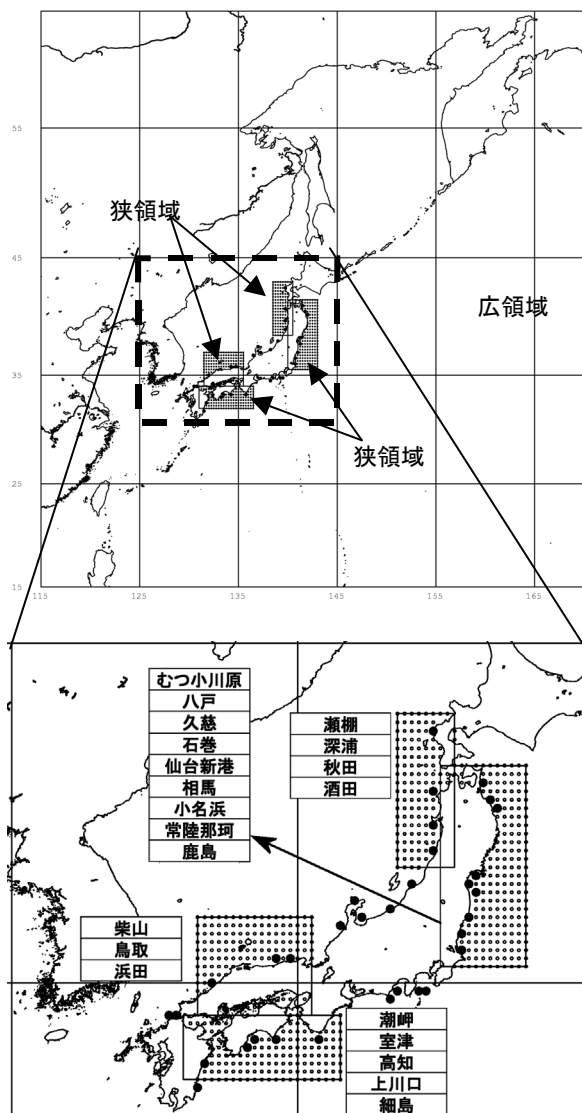


図-4.1 狭領域の範囲とデータ同化に用いる観測地点

表-4.2 対象とした擾乱

海域	ケース	年	助走期間を含む同化期間				期間時間	擾乱の種類		
			月	日	時	月				
1 東北日本海	Case1	2003	1	4	6	1	7	6	78	冬型
	Case2	2003	9	13	0	9	15	0	48	台風
	Case3	2003	11	21	6	11	23	18	60	冬型
	Case4	2003	3	6	6	12	8	12	54	冬型
	Case5	2003	12	19	6	12	21	18	60	冬型
2 山陰日本海	Case1	2003	2	19	6	2	21	18	60	低気圧
	Case2	2003	9	12	6	9	14	18	60	台風
	Case3	2003	10	12	6	10	14	12	54	低気圧
	Case4	2003	11	21	0	11	23	12	60	冬型
	Case5	2003	12	18	18	12	21	6	60	低気圧
3 東北太平洋	Case1	2002	1	20	12	1	23	12	72	低気圧
	Case2	2002	1	26	12	1	29	0	60	低気圧
	Case3	2002	4	3	12	4	7	6	90	低気圧
	Case4	2002	10	20	12	10	23	18	78	低気圧
	Case5	2002	11	24	12	11	27	12	72	低気圧
4 南海太平洋	Case1	2003	1	26	6	1	28	12	54	低気圧
	Case2	2003	4	7	12	4	9	18	54	低気圧
	Case3	2003	5	29	6	6	1	6	72	低気圧
	Case4	2003	8	7	0	8	10	0	72	台風
	Case5	2003	10	11	18	10	14	0	54	低気圧

$$S'_b(x_i, t_j, f_m, \theta_n) = S_b(x_i, t_j, f_m, \theta_n) \times X_c(x_i, t_j, f_m, \theta_n) \quad (4.1)$$

ここに、 x_i は入射境界の格子点 (緯度で0.5° 間隔), t_j は積分時間ステップ, f_m は周波数, θ_n は方向である. 本研究では, 予備的な検討において, 周波数を5成分, 方向を16成分程度にすると, 計算時間も比較的短く, 合理的な値の得られることを確認しており, これらの成分数を用いることにした.

同化変数の数は, 領域の広さや解析期間にもよるが, 一般的な波浪推算では数百万~数千万個と膨大な個数に及ぶため, コンピュータでの演算はメモリ容量と演算時間の両面において非常に困難である. そこで, 東北太平洋を対象として, いくつかの同化変数に共通のコントロール変数を用いて推算精度に影響が及ばないかということについて検討を行った. 対象とした擾乱は, 表-4.2には掲載されていない2000年7月7日~10日である. その結果, コントロール変数の数を時間に関して1/6に減ずる(10分間隔から1時間間隔に間引くと, 図-4.2(a)に示すように, 擾乱のピーク付近の再現が難しく, 波高は過小評価されることが分かった. また, 方向分割数は16とし, いくつかの周波数成分に共通のコントロール変数を用いて, コントロール変数の数を1/5に減じて, 図-4.2(b)に示すように, 推算精度に及ぼす影響は小さかった.

以上のことを踏まえて、以下の検討では、周波数成分をまとめて5成分のコントロール変数にした。

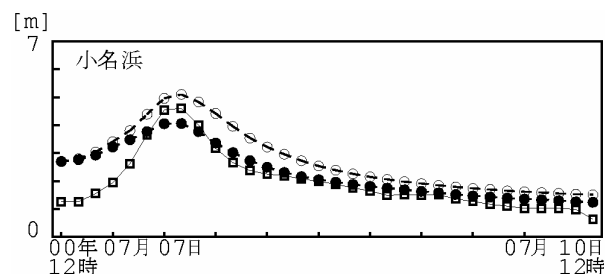
4.2 評価関数の選択

評価関数で用いる背景誤差共分散行列の非対角成分は一般に0ではなく、そこにある相関を何らかの方法で考慮する必要がある。各時刻のスペクトル境界値を同化する場合にも、背景誤差共分散行列の非対角成分は、一般に距離と時間の関数としての相互相関を考慮する必要がある。ところが、コントロール変数は数百万個あり、このような場合に背景誤差共分散行列の逆行列を求めることは、コンピュータの演算時間や記憶容量の面から実用的ではない。

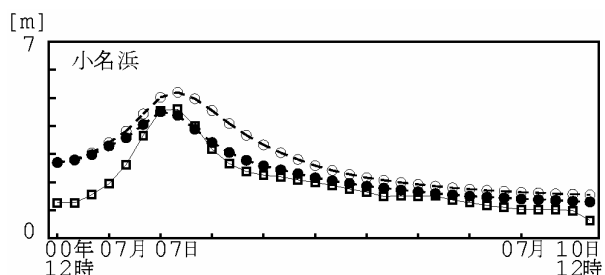
そこで、本研究では、背景誤差共分散行列には対角成分のみを考慮することとし、気象庁(1997)に倣って、この対角成分には統計的に推定した背景誤差分散の逆数を与えた。また、観測誤差は地点ごと、観測ごとに独立であると仮定し、観測誤差行列でも対角成分のみを考慮した。その対角成分には、統計的に推定した観測誤差分散の逆数を与えた。

4.3 データ同化に用いる観測データの前処理

本研究の波浪推算では、緯度・経度に 0.5° 間隔で6時間間隔のECMWFの風データを用い、各時間ステップ



(a) 時間に関して同化変数を1/6にした場合



(b) 周波数に関して同化変数を1/5にした場合

図-4.2 東北太平洋領域で同化したときの有義波高

の各計算格子における風は6時間間隔の値を直線的に内挿したものを用いた。波浪推算で再現できる現象はこの風の時空間スケールの粗さに依存し、風よりも小さな時空間スケールの波浪現象を再現することは難しい。その一方で、データ同化に用いる波浪は2時間ごとに観測されている。

図-4.3は山陰日本海のcase5の結果の一部を示したものである。第一推定値(データ同化しない通常の波浪推算値)には、観測値に見られるような短時間の変動まで再現されていない。ところが、同化をすることによって最終推定値には短時間の変動が含まれ、観測値に近い値が得られている。すなわち、波浪推算モデルと入力情報である風データからは再現不可能な変動成分(数値モデルから見ると再現不可能な誤差成分)まで同化している可能性がある。

そこで本研究では、2時間ごとに観測された有義波高の時系列データに5~9時間の移動平均を施して平滑化し、波浪推算で再現可能な有義波高の時系列データに対してから同化を行うことにした。

4.4 非線形項を考慮した評価関数の最小化

表-4.2に示したcaseの中には、評価関数の最小値探索において繰り返し計算が収束しない、すなわち最適解が見つからないケースが散見された。その例として、図-4.4に東北日本海領域のcase3(2003年11月22日16時)の結果を示す。(b)の非線形を考慮した最終推定値は、(a)の第一推定値に比べて、西側の境界上で波高が局所的に高くなっている。これは、波浪推算モデルの非線形項によって評価関数が2次を超える関数になり、最小値探索の繰り返し計算が誤った局所的な最小値に陥ったためであると考えられる。波浪推算モデルが線形であれば評価関数は2次関数となるため、大局的な収束も保証されて最

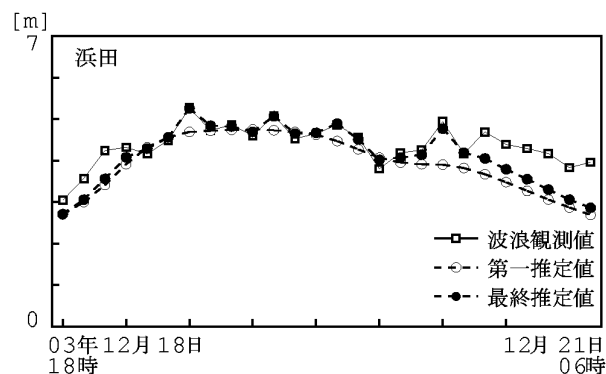


図-4.3 山陰日本海領域 case5 の有義波高

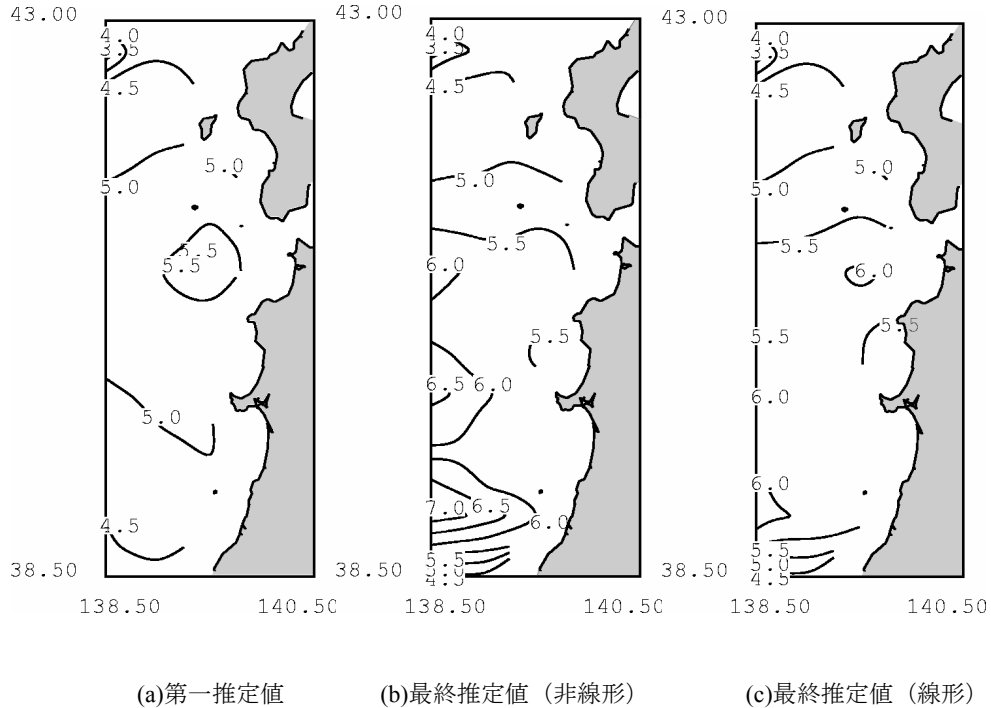


図-4.4 東北日本海領域 case3 のデータ同化前後の有義波高(m)の比較

適解に到達する。波浪推算モデルでは非線形相互作用項を除くと線形であり、非線形相互作用の項を省略できれば、評価関数の最適解の近似値が得られるはずである。

本研究では、図-4.1 に示す4つの狭領域を対象としている。広領域の波浪推算で非線形相互作用項を無視すると、波浪の発達段階におけるスペクトルの再現性が良くないが、狭領域に限れば非線形相互作用の効果は小さいと考えられる。そこで、非線形性を考慮した評価関数の最適解探索で収束解が得られない場合に限っては、狭領域でも非線形項を省略した波浪推算を行い、評価関数の大局的な最適解に近づける工夫をした。図-4.4(c)はこのような方法で求めた波高分布である。図-4.4(c)および後述の図-5.1 に示す時系列図においても最終推定値は観測値に近づいており、適切な処理が行われたものと考えられる。

5. NOWPHAS観測地点のデータ同化への寄与度

前章までに述べたデータ同化手法を用いると、各波浪観測地点が波浪推算の精度向上にどれだけ寄与するかということも評価することができる。そこで、いくつかの擾乱を例に NOWPHAS の各観測地点が波浪推算値に及ぼす影響を検討した。

5.1 データ同化の効果の評価

本研究では、次式で示す、第一推定値と観測値との誤差分散 V_b 、最終推定値と観測値との誤差分散 V_a 、解析インクリメント V_{inc} を評価指標としてデータ同化の効果を検討した。

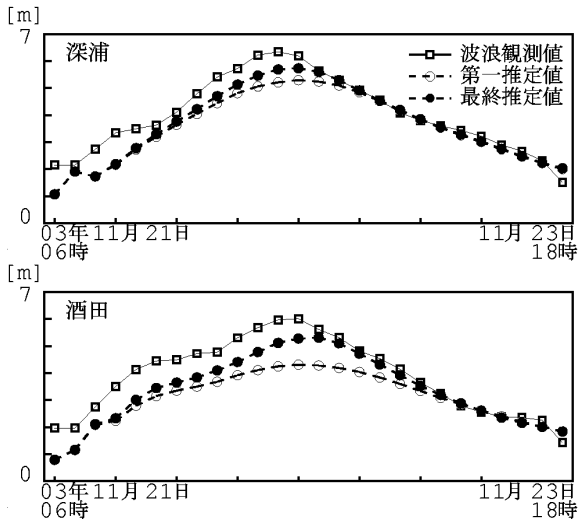
$$V_b = \sum_{i=1}^m (y_i^0 - x_i^b)^2 / (m-1) \quad (5.1)$$

$$V_a = \sum_{i=1}^m (y_i^0 - x_i^a)^2 / (m-1) \quad (5.2)$$

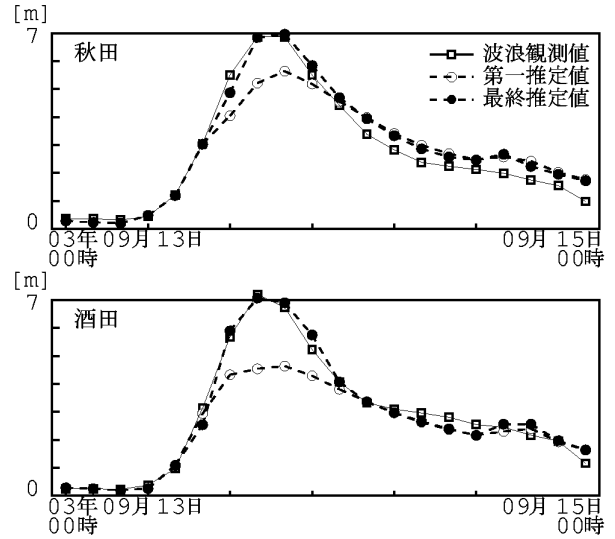
$$V_{inc} = \sum_{i=1}^m (x_i^a - x_i^b)^2 / (m-1) \quad (5.3)$$

ここに、 x_i^b は第一推定値（同化前の値）、 y_i^0 は観測値、 x_i^a は同化後の推定値である。これらの指標を、データ同化領域内の全ての観測地点で同化した場合と1地点だけを除外して同化した場合とで比較し、その除外した地点の寄与度を調べる。このような方法は Cross Variation 法といわれている。すなわち、全地点の同化に比べて、1地点を除いた同化における誤差分散 V_a が大きくインクリメント V_{inc} が小さくなれば、その除外した地点は波浪推算の精度向上に大きな影響をもっていると判断される。

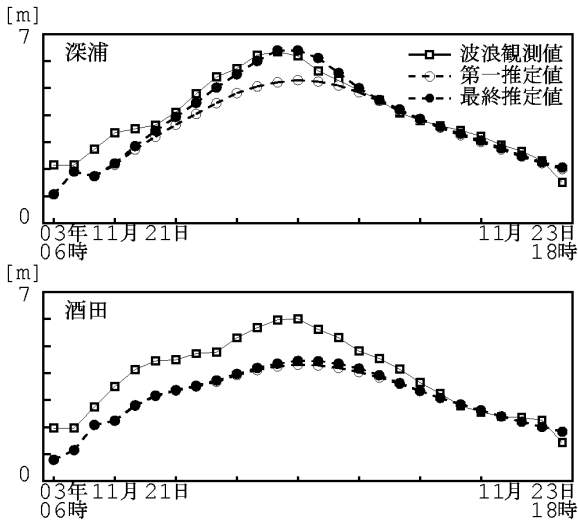
図-5.1 (a)は、東北日本海の case3 について全地点を同化した場合、(b)は酒田のみを除外して同化した場合の結果を示す。全地点を同化した場合には、深浦、酒田ともに同化後の最終推定値は観測値に近づいた。しかし、酒田を除外すると、酒田の最終推定値は第一推定値からあ



(a) 全地点を同化した場合

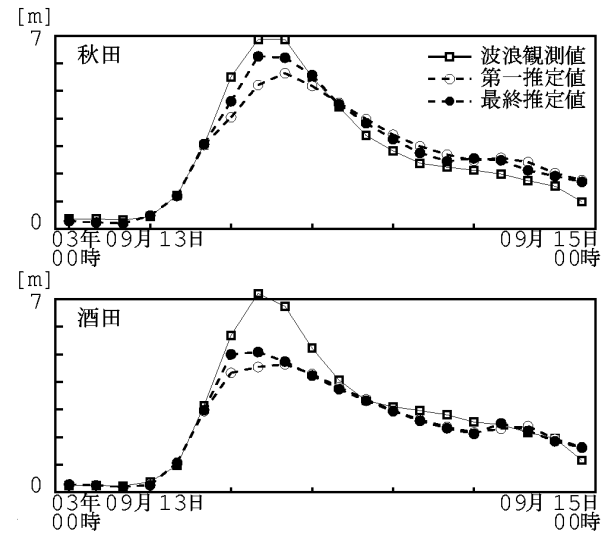


(a) 全地点を同化した場合



(b) 酒田を除外して同化した場合

図-5.1 東北日本海領域 case3 の同化実験結果



(b) 酒田を除外して同化した場合

図-5.2 東北日本海領域 case2 の同化実験結果

表-5.1 東北日本海領域 case3 の評価結果

	同化条件	Iteration	V_b	V_a	V_{inc}
1	全地点同化	4	3.33	2.39	0.32
2	瀬棚除外	3	3.33	2.39	0.32
3	深浦除外	4	3.33	2.50	0.31
4	秋田除外	3	3.33	2.48	0.30
5	酒田除外	3	3.33	2.72	0.41

まり変化しないが、深浦の最終推定値は観測値に概ね一致するように変化した。

表-5.1 は同じ case について誤差分散と解析インクリメントをまとめたものである。全地点同化の V_a に比べ、

表-5.2 東北日本海領域 case2 の評価結果

	同化条件	Iteration	V_b	V_a	V_{inc}
1	全地点同化	4	2.85	0.97	2.31
2	瀬棚除外	3	2.85	0.97	2.26
3	深浦除外	3	2.85	1.11	2.41
4	秋田除外	3	2.85	1.23	2.57
5	酒田除外	5	2.85	1.47	0.72

酒田を除外した場合の V_a が最も大きくなっているが、 V_{inc} も大きくなっている。これは、酒田を除外することによって、酒田の推算精度は低下したが、深浦では逆に推算精度が向上したことによるものである。

表-5.3 Cross Variation 検討結果 (5 事例平均)

(a) 東北日本海			
	同化条件	ΔV_{as}	ΔV_{incS}
1	瀬棚除外	0.00	0.00
2	深浦除外	0.02	0.01
3	秋田除外	0.04	0.02
4	酒田除外	0.11	-0.13

(b) 山陰日本海			
	同化条件	ΔV_{as}	ΔV_{incS}
1	柴山除外	0.01	0.03
2	鳥取除外	0.01	0.03
3	浜田除外	0.06	-0.05

(c) 東北太平洋			
	同化条件	ΔV_{as}	ΔV_{incS}
1	むつ小川原除外	0.00	0.00
2	八戸除外	0.00	0.00
3	久慈除外	0.00	0.00
4	石巻除外	0.00	0.00
5	仙台新港除外	0.02	-0.01
6	相馬除外	0.03	-0.05
7	小名浜除外	0.01	-0.03
8	常陸那珂除外	0.03	-0.05
9	鹿島除外	-0.01	0.02

(d) 南海太平洋			
	同化条件	ΔV_{as}	ΔV_{incS}
1	潮岬除外	0.00	0.00
2	室津除外	0.00	0.00
3	高知除外	0.00	0.00
4	上川口除外	0.00	0.00
5	細島除外	—	—

図-5.2 と表-5.2 は酒田の観測値を除外することで、 V_a が大きく、 V_{inc} が小さくなった例である。この例では、酒田の観測値を除外すると、酒田だけでなく秋田など他の地点でも波浪推算の精度が低下する。

5.2 データ同化の効果の評価の基準化

前節で述べたように、波浪推算の精度向上に対する各波浪観測地点の寄与度は、誤差共分散 V_a と解析インクリメント V_{inc} の組合せによって評価することができた。ところが、その値は擾乱によって異なるため、複数の擾乱に対して総合的に評価する場合にはこれらの評価指標を基準化する必要がある。

そこで本研究では、それぞれの擾乱において、1 地点のみ除いた同化と全地点の同化における V_a と V_{inc} の差を求め、 V_b によって基準化してみた。

表-5.4 寄与度の高い観測地点

	第1位	第2位	第3位
東北日本海	酒田	秋田	深浦
山陰日本海	浜田	—	—
東北太平洋	相馬, 常陸那珂		小名浜
南海太平洋	—	—	—

$$\Delta V_{as} = (V_a^{n-1} - V_a^n) / V_b \quad (5.4)$$

$$\Delta V_{incS} = (V_{inc}^{n-1} - V_{inc}^n) / V_b \quad (5.5)$$

表-5.3 は、表-5.2 に示した5つ擾乱に対する基準化誤差 ΔV_{as} と基準化インクリメント ΔV_{incS} の平均値を示す。 ΔV_{as} が正で大きく、 ΔV_{incS} が負で小さい場合に(表中のハッチングの部分)、データ同化における観測地点の寄与が大きいと判断される。各領域における特徴をまとめると、以下の通りである。

- ① 東北日本海領域：酒田では ΔV_{as} と ΔV_{incS} の両方の指標が寄与度の高いことを示している。秋田と深浦は ΔV_{as} だけが寄与度の高いことを示している。
- ② 山陰日本海領域：浜田で両方の指標が寄与の高いことを示している。柴山や鳥取の寄与度は浜田より小さい。
- ③ 東北太平洋領域：仙台新港から常陸那珂にかけての4地点で、両方の指標が寄与度の高いことを示している。その中でも相馬と常陸那珂の寄与度が高い。
- ④ 南海太平洋領域：寄与度の高い地点はなかった。細島を除外した場合に評価関数が収束せず推算値が求められなかった。

また、表-5.4 は、表-5.3 に基づいて、各領域でデータ同化への寄与が大きい地点を示す。

ところで、南海太平洋領域では寄与度の高い地点がないという結果が得られた。その理由の一つとしては、本研究で用いた波浪推算の空間分解能が不十分なことが考えられる。この領域の波浪観測地点の多くは、岬などによる遮蔽を比較的受けやすいところにある。このような波浪観測地点のデータを同化に用いるためには、あらかじめ浅海波浪変形計算を行って遮蔽、浅水変形、屈折の効果は何らかの形でモデルに反映できるようにしておく必要がある。

6. 結論

本研究ではまず、WAM-C5 を用いて矩形海域でモデルパラメータを同化させる数値実験を行った。その結果、背

景誤差項を省略しても評価関数を最小化することができ、観測値と一致する推算値を得ることができた。

次に、この波浪推算モデルをベースに、スペクトル境界値を同化変数とし、4次元変分法(adjoint法)でデータ同化を行うモデルを構築するとともに、矩形海域でこのモデルの基本的な特性を調べた。その結果、背景誤差項を考慮しないと評価関数を最小化できなかった。スペクトル境界値を同化変数にすると変数が非常に多くなること、その原因として考えられる。データ同化に用いる観測値の地点数が多く、時間間隔が短いほど、データ同化の効果は高くなった。また、評価関数に用いる背景誤差共分散行列には非対角成分も考慮することが望ましいが、観測値が十分にあって評価関数の最小化が安定している場合には非対角成分を無視することができることも分かった。

最後に、日本沿岸の4つの実海域で5つの擾乱に対し、NOWPHASの観測値を用いてデータ同化をした波浪推算を行った。そして、各地点の観測値が推算値に及ぼす影響度を評価した。

7. おわりに

本研究では、スペクトル境界値を同化変数とするデータ同化型波浪推算モデルを構築するとともに、日本周辺の4つの海域における5つの擾乱を対象として各波浪観測地点の波浪推算値に対する寄与度の評価を試みた。これらの検討を通じて、波浪推算のデータ同化に関する基本的な技術を構築することができた。今後は、さらに多くの擾乱を対象とした検討を行うとともに、データ同化型波浪推算モデル自体も効率的で精度の良いものに改良していく必要がある。また、本研究では、既に発生した波浪を精度良く追算するという観点からデータ同化の数値実験を行ったが、この技術をリアルタイムな波浪予測にも活用するための検討も必要であると考える。

(2006年2月10日受付)

謝辞

本研究の実施にあたっては、財団法人日本気象協会の松浦邦明氏および宇都宮好博氏に波浪推算やデータ整理でご助力いただいた。また、ECMWFから提供された海上風データを用いて波浪推算を行った。ここに記して謝意を表したい。

参考文献

気象庁編(1997)：データ同化の現状と展望，気象業務支

援センター，pp.74-82.

小林智尚・足立忠行・藤岡康弘・安田孝志(2000)：データ同化を用いた波浪推算開境界条件の推定法，海岸工学論文集，第47巻，pp.266-270.

小林智尚・藤岡康弘・山口幸司・足立忠行・安田孝志(2001)：データ同化による波浪推算の高精度化，海岸工学論文集，第48巻，pp.211-215.

橋本典明・川口浩二・松浦邦明・宇都宮好博(2003)：Adjoint WAM(Cycle5)のデータ同化における評価関数の検討，海岸工学論文集，第50巻，pp.186-190.

橋本典明・松浦邦明(2004)：WAM Cycle5のデータ同化における同化変数の選択と評価関数に関する検討，海岸工学論文集，第51巻，pp.206-210.

橋本典明・松浦邦明・河合弘泰・永井紀彦(2005)：波浪観測地点の配置に関する検討を目的とした波浪観測データ同化システムの利用，海岸工学論文集，第52巻，pp.166-170.

Giering, R. (1995) : The Adjoint Model Compiler, MPI report..

Hasselmann, K. (1962) : On the non-linear energy transfer in a gravity wave spectrum, Part 1, General theory, J. Fluid Mech., 12, pp.481-500.

Hasselmann, K. (1974) : On the spectral dissipation of ocean waves due to whitecapping, Boundary Layer Meteorol., 6, pp.107-127.

Hasselmann, S. and Hasselmann, K. (1985) : Computations and parameterizations of the nonlinear energy transfer in a gravity wave spectrum, part 1: A new method for efficient computations of the exact nonlinear transfer integral, J. Phys. Oceanogr., 15, pp.1369-1377.

Hersbach, H., P.A.E.M. Janssen (1997) : Improvement of the Short Fetch Behavior in the WAM model, Journal of Atmospheric and Oceanic Technology.

Hersbach, H. (1998) : Application of the adjoint of the WAM model to inverse wave modeling, J. Geophys. Res. Vol. 103, No. C5, pp. 10469-10487

Hersbach, H. (1998) : The adjoint of the WAM model., KNMI-WR, pp.7-9,15.

Janssen, P. A. E. M. (1989) : Wave-induced stress and the drag of air flow over sea wave, J. Phys. Oceanogr., 19, pp.745-754.

Janssen, P. A. E. M. (1991) : Quasi-linear theory of wind wave generation applied to wave forecasting, J. Phys. Oceanogr., 21, pp.1631-1642.

Komen, G. J., Hasselmann, S. and Hasselmann, K. (1984) : On

the existence of a fully developed wind sea spectrum, J. Phys. Oceanogr., 3, 14, pp.1271-1285.

Masuda, A.(1980) : Nonlinear energy transfer between wind wave, J. Phys. Oceanogr., 10, pp.2082-2093.

記号表

a	; 距離 0 における誤差分散	S_{dis}	; 砕波や海底摩擦などのエネルギー消散項
b	; 半値距離 (誤差相関が 1/2 になる距離) (m)	S_{in}	; 風から波へのエネルギー輸送項
B	; 背景誤差共分散行列	S_{nl}	; 非線形相互作用によるエネルギー輸送項
B_{in}	; Miles の不安定機構に関する係数	t	; 時間 (s)
C_{dis}	; エネルギー消散項の定数	U	; 風速 (m/s)
C_g	; スペクトルの成分波の群速度 (m/s)	U_*	; 摩擦速度 (m/s)
C_{nl}	; 離散相互作用近似法による結果が厳密解と合うように調節した無次元定数	U_{10}	; 海面上 10m の風速 (m/s)
C_0	; 周波数比率	X	; パラメタ
c	; 位相速度 (m/s)	x	; 空間座標
d	; 水深 (m)	x	; 同化変数のベクトル
d	; 収束計算の降下方向のベクトル	z_0	; 粗度長 (m)
E	; 波浪スペクトル(m ² /s)	$\langle f \rangle$; 平均周波数 (1/s)
\bar{E}	; 波浪スペクトルの全エネルギー(m ²)	$\langle k \rangle$; 平均波数 (1/m)
f	; 周波数 (1/s)	$\langle \omega \rangle$; 平均角周波数 (rad/s)
f_{hf}	; 高周波限界 (1/s)	ΔE	; スペクトルの増分量
f_{max}	; 最大周波数 (1/s)	ΔT	; 時間差 (s)
f_{min}	; 最小周波数 (1/s)	Δt	; 時間間隔 (s)
f_{PM}	; PM スペクトルのピーク周波数 (1/s)	Δx	; 緯度増分 (直交座標系) (deg)
g	; 重力加速度 (m/s ²)	Δx^b	; 第一推定値の誤差
H	; 演算子	Δy	; 経度増分 (直交座標系) (deg)
\bar{H}	; 平均波高 (m)	Δy^0	; 観測誤差のベクトル
$H_{1/3}$; 有義波高 (m)	$\Delta \theta$; 波向の格子幅 (deg)
h	; 海面からの高さ (m)	$\Delta \lambda$; 経度増分 (球面座標系) (deg)
J	; 評価関数	$\Delta \phi$; 緯度増分 (球面座標系) (deg)
k	; 波数 (/m)	$\Delta \omega$; 角周波数格子幅 (rad/s)
k , \mathbf{k}_a	; 波数ベクトル	α	; 定数
M_n	; 数値離散行列	β	; 係数
m_0	; スペクトルの 0 次モーメント(m ²)	β_m	; Miles の定数
N_n	; 残差行列	γ_d	; 砕波によるエネルギー減衰率
n	; 時間ステップ数	γ_{nl}	; 相互作用曲線を表すパラメタ
n_i	; 波の作用密度 (m ³ /s ²)	δS_{nl}	; 非線形エネルギー伝達の単位時間あたりの変化量
p	; 収束の次数	ε	; 大気と水との密度比
Q	; スペクトル成分の結合係数	ε_1	; 許容値
R	; 地球の半径 (m)	ε_2	; 許容値
R	; 背景誤差共分散行列	θ	; 波向 (deg)
S	; エネルギーソース関数	κ	; カルマン定数
$S(f)$; 周波数スペクトル (m ² /s)	Λ_n	; 対角行列
S_{bf}	; 底面摩擦によるエネルギー消散項	λ	; 経度 (deg)
		λ_{nl}	; DIA 近似におけるパラメタ
		μ	; 無次元臨界高さ (m)
		ρ_a	; 大気の密度 (kg/m ³)

ρ_w	; 海水の密度 (kg/m ³)
v_j	; 平均群速度 (m/s)
τ	; 海面波上の大気流れの応力
τ_w	; 波の誘発応力
ϕ	; 緯度 (deg)
Φ	; エネルギーフラックス
φ	; 風向 (deg)
ω	; 角周波数 (rad/s)
Ω_m	; パラメタ

港湾空港技術研究所報告 第45巻 第2号

2006.6

編集兼発行人 独立行政法人港湾空港技術研究所

発行所 独立行政法人港湾空港技術研究所

横須賀市長瀬3丁目1番1号

TEL.046(844)5040 URL.<http://www.pari.go.jp/>

印刷所 ニッセイエブロ株式会社

Copyright© (2006) by PARI

All rights reserved. No part of this book must be reproduced by any means without the written permission of the President of PARI.

この資料は、港湾空港技術研究所理事長の承認を得て刊行したものである。したがって、本報告書の全部または一部の転載、複写は港湾空港技術研究所理事長の文書による承認を得ずしてこれを行ってはならない。