

国土交通省港湾技術研究所

港湾技術研究所 報告

REPORT OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH
INSTITUTE

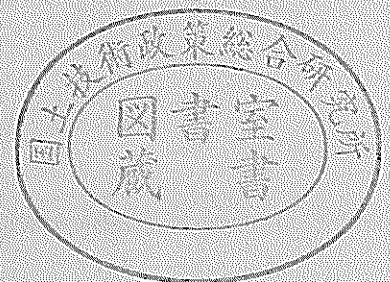
MINISTRY OF LAND, INFRASTRUCTURE AND TRANSPORT

VOL.40

NO.1

Mar.2001

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



港湾技術研究所報告 (REPORT OF P. H. R. I.)

第 40 卷 第 1 号 (Vol. 40, No. 1), 2001年3月 (Mar. 2001)

目 次 (CONTENTS)

1. ブシネスクモデルにおける透水層を用いた任意反射境界処理法の開発
.....平山克也・平石哲也 3
(Development of partial reflection boundary with porous layer for Boussinesq type wave model
..... Katsuya HIRAYAMA and Tetsuya HIRAIISHI)
2. 砂漣内の浸透流について
..... 鈴木高二朗 31
(Seepage Flow in Ripples
..... Kojiro Suzuki)
3. 後浜から砂丘前面にかけての植生が地形変化に及ぼす影響に関する現地観測と
植生を考慮した飛砂量の数値計算
..... 栗山善昭・中島 剛・上堂藺孝一・望月徳雄 47
(Field Measurements of the Effect of Vegetation on Beach Profile Change in the Region
from a Backshore to the Foot of the Foredune and Modeling of Aeolian Sand Transport
with Consideration of Vegetation
..... Yoshiaki KURIYAMA, Tsuyoshi NAKASHIMA, Koichi KAMIDOZONO
and Norio MOCHIZUKI)
4. 分割法円弧すべり解析における新しい計算法
.....土田 孝・引屋敷英人・水野健太・福原哲夫 81
(New Slip Circle Method for Analysis of Slope Stability and Bearing Capacity
..... Takashi Tsuchida, Hideto Hikiyashiki, Kenta Mizuno and Tetsuo Fukuhara)
5. 震源近傍の地震動の方向性に関する研究とその応用
..... 野津 厚・井合 進・Wilfred D. IWAN107
(A Study on Predominant Direction of Near-source Ground Motion and It's Application
..... Atsushi NOZU, Susumu IAI and Wilfred D. IWAN)

ブシネスクモデルにおける透水層を用いた 任意反射境界処理法の開発

平山克也*・平石哲也**

要 旨

港湾の静穏度や港湾構造物に作用する波力等を求めるには、浅海域における波の変形をできるだけ正確に算定しなければならず、近年では、波形や波の非線形性を考慮したブシネスクモデルによる波浪変形計算が盛んに行われるようになってきている。しかし、このモデルでは、水位変動の時間変化を直接解くため、消波防波堤や護岸などの反射率を任意に設定することが難しい。開境界に用いられるスポンジ層を利用して所定の反射率を得る試みもみられるが、入射波の波高や周期に応じて波浪吸収性能の調整が必要であり、また、入・反射波共存場の波形の再現精度も保証されていない。そこで本研究では、消波ブロックなどの消波材による波浪減衰機構をモデル化し、ブシネスクモデルにおいて波の部分反射を直接的に計算する任意反射境界処理法を開発した。

この任意反射境界は、堤体の壁面を表す完全反射境界と前面の消波ブロック群を表す透水層から構成される。透水層内の波浪場を表現する修正ブシネスク方程式は、流量フラックス表示により壁面境界での取り扱いが簡単になることを意識しながら、透水層内の波浪抵抗を Dupuit-Forchheimer 則によって表した運動方程式から新たに導出した。ここで、透水層による抵抗をゼロ、空隙率を100%とすると、この式は Madsen and Sørensen (1992) が導いた修正ブシネスク方程式と完全に一致する。さらに、透水層における層流抵抗からスポンジ層によるエネルギー減衰項が得られることを示し、同時に、深海波に対して無反射境界を効率よく実現するためには、粘性によるエネルギー減衰を考慮する必要があることを明らかにした。

消波防波堤による波の反射実験を対象として、消波材の形状やその設置幅、空隙率などの物理量から、客観的に定量化される透水層モデルを用いて数値計算を行ったところ、本計算モデルは、パラメータを調整することなく、入射波の波高や周期、水深の違いに応じて変化する反射率を1～2割程度の誤差範囲で再現した。また、弱非線形の波における部分重複波の位相を良好に再現し、消波構造物前面の入・反射波共存場の波形を精度よく計算できることを示した。

キーワード：ブシネスク方程式、透水層、任意反射、非線形波浪変形モデル、スポンジ層

* 水工部波浪研究室

〒239-0826 横須賀市長瀬 3-1-1, 運輸省港湾技術研究所

TEL : 0468-44-5010, FAX : 0468-41-3888, E-Mail : hirayama@cc.phri.go.jp

** 水工部波浪研究室長

Development of Partial Reflection Boundary with Porous Layer for Boussinesq Type Wave Model

Katsuya HIRAYAMA*

Tetsuya HIRAISHI**

Synopsis

For evaluation of wave heights and currents in shallow water area, the Boussinesq computation model has been widely applied. However, only the open sea and perfect reflection wall are applicable to computation boundary in the present Boussinesq model. A harbor is usually protected with some breakwaters and sea walls. The reflection coefficients of such prototype wave barriers vary from 0.0 to 1.0 according to the type of structure. Therefore, the wave height computation model in the harbor should include numerical techniques to consider the variable reflection coefficient.

In the paper, the improvement of the Boussinesq equation is described. In the newly developed model, the wave absorbing boundary at the breakwater covered with wave energy dissipating blocks is computed as the porous layer. The newly developed porous layer is applicable as the partial reflection boundary in which the reflection coefficient "Kr" varies from 0.0 to 1.0.

The parameters to determine the reflection coefficient "Kr" in the computation model are obtained by carrying out the experimental model test in a wave channel implemented a vertical sea wall covered with armor blocks.

The reflected wave profiles numerically estimated in the model agree well with those obtained in the experiment. Therefore, the developed model is applied to simulate the partial reflection boundary and the phase of reflected waves in harbors.

Keyword: Boussinesq equation, Porous layer, Partial reflection boundary,
Non-linear wave transformation model, Sponge layer

* Wave Laboratory, Hydraulic Engineering Division

3-1-1 Nagase, Yokosuka, 239-0826 Japan, Ministry of Transport

TEL : 0468-44-5010, FAX : 0468-41-3888, E-Mail : hirayama@cc.phri.go.jp

** Chief of Wave Laboratory, Hydraulic Engineering Division

目 次

1. はじめに	7
2. 透水層内における修正ブシネスク方程式	7
2.1 透水層内における基礎方程式の設定	8
2.2 速度ポテンシャルによる表示	9
2.3 スケーリング（無次元化）	10
2.4 速度ポテンシャルの級数展開	11
2.5 水深平均流速で表したブシネスク方程式	11
2.6 線流量フラックスで表したブシネスク方程式	12
2.7 分散特性を修正した修正ブシネスク方程式	13
3. 透水層モデルによる開境界処理法の改良	14
3.1 透水層モデルによるスポンジ層の表現	14
3.2 一次元数値実験によるモデルの検証	15
4. 透水層を用いた任意反射境界処理法	17
4.1 消波材による波浪減衰機構のモデル化	17
4.2 消波構造物による波の反射実験	17
4.3 透水層による任意反射モデルを用いた数値計算	19
5. 実験による任意反射モデルの検証	20
5.1 反射率	20
5.2 部分重複波の位相と波形	22
6. まとめ	28
謝辞	28
参考文献	28
記号表	29
付録	30

1. はじめに

港湾の静穏度や港湾構造物に作用する波力等を求めるには、浅海域における波の変形をできるだけ正確に算定しなければならない。これまで水深変化が大きい海域の屈折、砕波変形にはエネルギー平衡方程式が、港内の回折効果の検討には主に高山モデルが用いられてきた。これらの計算法は、線形解を求め、また、エネルギー的な平滑化により代表波高を算定するモデルであり、波の非線形性や時間的な波形の変化は考慮できない。また、港内の流れを算定するには、波高分布からあらためてラディエーションストレスの分布を求めたのち別途流れの計算を行う必要があり、高い計算精度を有しているとはいえない。そこで、近年では、港湾構造物の環境的なインパクトを求めるためにも、波形や波の非線形性を考慮しつつ、港内の波と流れを精度よく検討できるモデルの開発が強く望まれている。

以上の問題点を解決するために、ブシネスクモデルが波浪変形計算に多用されるようになった。しかし、このモデルでは、水位変動の時間変化を直接解くため、計算領域の壁面境界の反射率を任意に設定することが難しく、現在のところ、完全反射境界と無反射境界について計算できるにとどまっている。前者は、壁面境界において水平流速成分がゼロ、境界線上の水面勾配がゼロという条件を課すことによって実現される。一方、後者を実現する方法の一つとして、例えば、Cruzら(1993)は、開境界の外側に波長の2倍程度の幅をもつスポンジ層を配置し、基礎方程式に層流抵抗に似た形式のエネルギー減衰項を付加する方法を提案している。その後、彼らは、透過層に対する拡張ブシネスク方程式(Cruz et al., 1997a)を不透過層に適用した波動モデルにおいて、入射波浪に対するスポンジ層の波エネルギー吸収性能を詳細に検討し、対象周波数帯に対する許容反射率(例えば、反射率が1%までを許容するなど)を設定することにより最適なスポンジ層の幅と強度を決定する手法を示した(Cruzら, 1997b)。

港湾を対象として波浪変形計算や港内静穏度計算を実施する場合には、上記の境界に加えて、防波堤や護岸などの反射率が任意に設定される必要がある。スポンジ層による波浪吸収性能を調整することにより任意反射境界を実現することが試みられている(例えば、有川・磯部, 1999)が、波長に対する幾何学的な要因や抵抗の影響により、スポンジ層幅の変化に応じて反射波の位相が変化し、その結果、得られる入・反射波共存場の波形の再現精度に少なからず影響を与えるという問題がある。しか

もこの傾向は、入射波の周波数によっても変化する。

本研究の目的は、入・反射波共存場の波形を精度よく再現する任意反射率境界を開発することにより、実用的な港湾波浪計算法を確立することである。しかも、反射波の振幅と位相を再現し、かつ、入射波の周波数の変化にも自動的に対応するものを検討することにした。そこで、本研究では、実際に現地や水理模型実験において用いられる消波材による波浪減衰機構をモデル化することにより、空隙率という工学的なパラメータをモデルに取り込み、新たに導出した透水層内のブシネスク方程式によって直接的に波の任意反射現象を解く手法を開発した。透水層を任意反射境界に適用する試みはNwogu(1993)によるブシネスク方程式を用いた喜岡ら(1996)の研究にみられる。本研究では、壁面境界での取り扱いが簡単な水深平均流速あるいは流量フラックス表示の基礎方程式を用い、かつ、透水層の幅や強度を客観的に決定することにより、消波護岸・防波堤前面で形成される反射波の位相や水面波形を再現する汎用性の高いモデルの構築を目指す。

2. 透水層内における修正ブシネスク方程式

ブシネスクモデルなど水面変動の時間変化を直接解く数値計算では、定常解法のように反射率をあらかじめ数値的に設定できないため、例えば、仮想的に設けたスポンジ層によるエネルギー減衰効果を利用して所定の反射率を得る方法などが用いられる。任意反射境界の処理にこのような方法を用いた波浪変形計算モデルでは、スポンジ層の幅や強度を適切に設定することにより、消波構造物による波の反射率を目標値と一致させることができる。しかしながら、入射波条件に応じて任意反射境界パラメータの調整が必要であるため、入射波が広い周波数帯を有する不規則波である場合や、モデルの汎用化を図る場合などに対して、このような方法を適用することは困難である。

現実には、防波堤や護岸前面に設けた消波ブロック群や堤体内に設けた透過層などで波エネルギーを減衰させることにより、構造物による波の反射が低減される。また水理模型実験では、消波構造物の前面に消波ブロックの模型や繊維状の波浪減衰材を設置して、反射波の抑制や反射率の調整を行う。スポンジ層による任意反射境界モデルでは、消波工の空隙率などの工学的なパラメータが組み入れられていない。

このような物理的状況を考慮して、本研究では、消波材による波浪減衰機構を透水層の考え方をういてモデル

化し、汎用性をもつ任意反射境界処理法を開発することにした。

対象とした防波堤断面は、マウンドとその上に設置されたケーソンからなる混成堤で、前面はテトラポット群により消波された消波防波堤である(図-4 参照)。この防波堤に入射する波は、ケーソン壁面では完全反射されるが、前面のテトラポットおよびマウンド部で抵抗を受け波エネルギーは減衰する。その結果、反射波の波高が低くなり反射率は低減される。

そこで、本章では、現地や水理模型実験において消波構造物の前面で形成される部分重複波の波形を数値的に求めることを目標として、消波工の空隙率や抵抗係数などの工学的パラメータを用いて透水層の性質を決定し、その透水層内における波の伝播および減衰機構を物理的に表現するブシネスク方程式を導く。

2.1 透水層内における基礎方程式の設定

簡単のために、図-1 のような長い透水層内を伝わる三次元の進行波を扱う。透水層の空隙率を λ とする。

Darcy 流速の X, Y, Z 方向成分を u, v, w 、それらの実流速を u_r, v_r, w_r とすると、

$$\begin{cases} u = \lambda u_r \\ v = \lambda v_r \\ w = \lambda w_r \end{cases} \quad (1)$$

これを三次元の Euler の連続式に代入すると、透水層内における次のような連続式が得られる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

次に、透水層内の運動方程式を誘導する。透水層内部の任意の位置に固定された $\delta x, \delta y, \delta z$ の辺長をもつ要素を考え、この要素に出入りする運動量と作用する外力のつり合いを考えると次式を得る。

$$\sum F = \frac{d(Mv)}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\iiint_{\delta V} \rho v'_r dV \right] + \iint_{\delta A} \rho v'_r \cdot dA' \quad (3)$$

ただし、 $v'_r = (u_r, v_r, w_r)$

以下では、 X 方向の運動方程式を考える。

式(3)の左辺に示した合力は、流体に作用する圧力 δF_p と抵抗力(抗力 δF_D と慣性力 δF_I) である。前者は次式のように表される。

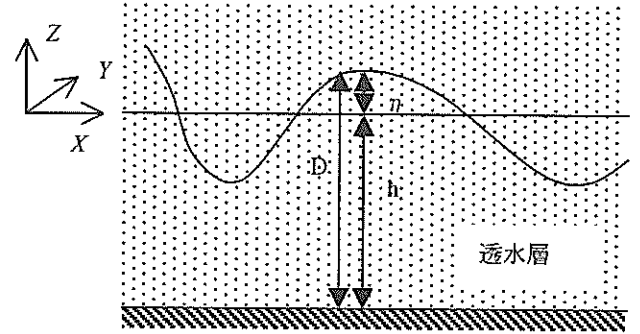


図-1 透水層内を伝わる波浪

$$\text{圧力: } \delta F_p = -\frac{\partial P}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (4)$$

後者のうち、抗力は Dupuit-Forchheimer の抵抗則を適用する(定常流と同じ扱い)と、

$$\text{抗力: } \delta F_D = -\rho \left(\alpha + \beta \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right) u \delta x \delta y \delta z \quad (5)$$

ここで、 α, β は透水層の性質によって定まる係数であり、次のように表される。

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0 \frac{(1-\lambda)^3}{\lambda^2} \frac{\nu}{d^2} \\ \beta = \beta_0 \frac{(1-\lambda)}{\lambda^3} \frac{1}{d} \end{cases} \quad (6)$$

なお、 α_0, β_0 は模型実験によって推定された定数であり、消波材の種類や積み方によって代表値が与えられている(近藤・竹田, 1983)。また、 ν は流体の動粘性係数(10°Cで0.0131cm²/s)、 d は石の代表径である。

一方、慣性力は、流体の加速度に比例する。この場合、速度には実流速を用い、体積には要素($\delta x \delta y \delta z$)内の固体の実体積 δV_s を用いることにより次式を得る。

$$\text{慣性力: } \delta F_I = -\rho(1+\kappa) \frac{Du_r}{Dt} \delta V_s \quad (7)$$

ただし、 $\delta V_s = (1-\lambda)\delta x \delta y \delta z$

ここで、 κ は付加質量係数である。

よって、要素内の流体に作用する力の合力は次式で表される。

$$\sum F = \delta F_p + \delta F_D + \delta F_I \quad (8)$$

さて、一方、式(3)の右辺第一項は、要素内の運動量の変化の割合であり、要素 $(\delta x \delta y \delta z)$ 内の流体の占める容積を δV_f として次のように表される。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\iiint_{\delta V_f} \rho u_r dV \right] = \rho \frac{\partial}{\partial t} (\delta V_f u_r) = \rho \lambda \frac{\partial u_r}{\partial t} \delta x \delta y \delta z \quad (9)$$

また、式(3)の右辺第二項は、要素から出てゆく運動量の流れであり、非圧縮性流体を仮定すると次のように表される。

$$\left[\iint_{\delta S} \rho v'_r v'_r \cdot dA' \right]_x = \rho \lambda \left(\frac{Du_r}{Dt} - \frac{\partial u_r}{\partial t} \right) \delta x \delta y \delta z \quad (10)$$

$$\text{ただし、} \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_r \frac{\partial}{\partial x} + v_r \frac{\partial}{\partial y} + w_r \frac{\partial}{\partial z}$$

以上のように定式化された各項を式(3)に代入して整理すると、 X 方向の運動方程式が次式のように求まる。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] \\ & = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - \left(\alpha + \beta \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right) u \end{aligned} \quad (11)$$

ここに、 τ は次のように定義される慣性力係数である。

$$\tau = 1 + \kappa(1 - \lambda) \quad (12)$$

Y 方向の運動方程式は、 X 方向と同様にして次式のように求まる。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left[\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right] \\ & = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - \left(\alpha + \beta \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right) v \end{aligned} \quad (13)$$

一方、 Z 方向では、要素内の流体に次式で表される重力が作用するので、式(3)左辺の合力にこれを加える。

$$\text{重力: } \delta F_G = -\rho g \delta x \delta y \delta z \quad (14)$$

すると、 Z 方向の運動方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left[\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right] \\ & = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - g - \left(\alpha + \beta \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right) w \end{aligned} \quad (15)$$

2.2 速度ポテンシャルによる表示

透水層内で成り立つ基礎方程式の物理量に“ $\hat{\cdot}$ ”を付けて再掲する。

連続式:

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}} + \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{z}} = 0 \quad (16)$$

運動方程式:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left[\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{t}} + \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{z}} \right] \\ & = -\frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\partial \hat{P}}{\partial \hat{x}} - \left(\alpha + \beta \sqrt{\hat{u}^2 + \hat{v}^2 + \hat{w}^2} \right) \hat{u} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left[\frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{t}} + \hat{u} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{z}} \right] \\ & = -\frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\partial \hat{P}}{\partial \hat{y}} - \left(\alpha + \beta \sqrt{\hat{u}^2 + \hat{v}^2 + \hat{w}^2} \right) \hat{v} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left[\frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{t}} + \hat{u} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{y}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{z}} \right] \\ & = -\frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\partial \hat{P}}{\partial \hat{z}} - \hat{g} - \left(\alpha + \beta \sqrt{\hat{u}^2 + \hat{v}^2 + \hat{w}^2} \right) \hat{w} \end{aligned} \quad (19)$$

非回転条件を仮定すると、ここで取り扱う流体に対して、速度ポテンシャル $\hat{\phi}$ が定義される。このとき、 $\hat{\phi}$ は各方向の流速成分と次のような関係にある。

$$\hat{u} = \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}}, \quad \hat{v} = \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}}, \quad \hat{w} = \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{z}} \quad (20)$$

式(20)を式(16)～(19)に代入することにより、透水層内の連続式と運動方程式は、速度ポテンシャルを用いて次のように書き換えられる。

連続式:

$$\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{y}^2} + \frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial \hat{z}^2} = 0 \quad (21)$$

運動方程式：

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\tau}{\lambda} \right)_3 \nabla_3 \left[\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z} \right)^2 \right\} \right] \\ &= -\frac{\nabla_3 \hat{P}}{\hat{\rho}} - \hat{g}_3 \nabla_3 \hat{z} - \left(\alpha + \beta \sqrt{\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z} \right)^2} \right)_3 \nabla_3 \hat{\phi} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\text{ただし, } \nabla_3 = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (22)$$

また、透水層内の底面と水面における運動学的境界条件も同様に $\hat{\phi}$ を用いて、それぞれ次のように表される。

底面の運動学的境界条件：

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z} + \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} \frac{\partial \hat{h}}{\partial y} = 0 \quad \text{at } (\hat{z} = -\hat{h}) \quad (23)$$

水面の運動学的境界条件：

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z} = \lambda \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial y} \quad \text{at } (\hat{z} = \hat{\eta}) \quad (24)$$

一方、力学的境界条件は、水面で圧力が大気圧と等しくなることから、大気圧を 0 として次のように表される。

水面の力学的境界条件：

$$\hat{P} = 0 \quad \text{at } (\hat{z} = \hat{\eta}) \quad (25)$$

ただし、式 (25) は、直接、式 (22) の境界条件とすることができないので、大気中で次のベルヌーイ式を考える。

$$\frac{\partial \hat{\psi}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \hat{\psi}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{\psi}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{\psi}}{\partial z} \right)^2 \right\} = -\frac{\hat{P}}{\hat{\rho}_0} - \hat{g} \hat{z} \quad (26)$$

ただし、 ρ_0 は大気密度

ここで、大気の流れを考えないものとする、式 (26) 左辺は 0 と考えることできることから次式を得る。

$$\hat{P} = -\hat{\rho}_0 \hat{g} \hat{z} \quad (27)$$

さらに、式 (27) の両辺に $1/\hat{\rho}$ を乗じて x, y, z でそれぞれ微分することにより次式を得る。

$$\frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} = 0 \quad \frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\partial \hat{P}}{\partial y} = 0 \quad \frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\partial \hat{P}}{\partial z} = -\frac{\hat{\rho}_0}{\hat{\rho}} \hat{g} \approx 0 \quad (28)$$

ここで、式 (28) において、大気密度が水の密度に比べて非常に小さいとみなした。この式は大気中において成り立つが、大気層の底面、すなわち、水面； $\hat{z} = \hat{\eta}$ においても成り立つ。したがって、水面の力学的境界条件は、速度ポテンシャルを用いて次のように与えられる。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\tau}{\lambda} \right)_3 \nabla_3 \left[\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z} \right)^2 \right\} \right] \\ &= -\hat{g}_3 \nabla_3 \hat{\eta} - \left(\alpha + \beta \sqrt{\left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z} \right)^2} \right)_3 \nabla_3 \hat{\phi} \end{aligned} \quad (29)$$

2.3 スケーリング (無次元化)

基礎方程式の近似度を明確にするために、磯部 (1999) にならい、速度ポテンシャルによって表された連続式 (21)、運動方程式 (22) と境界条件式 (23)、(24)、(29) の各変量について、次のようなスケーリングを行う。

$$\hat{x} = \hat{L}_0 x, \quad \hat{y} = \hat{L}_0 y, \quad \hat{z} = \hat{h}_0 z, \quad \hat{t} = \frac{\hat{L}_0}{\sqrt{\hat{g}_0 \hat{h}_0}} t \quad (30)$$

$$\frac{\partial}{\partial \hat{x}} = \frac{1}{\hat{L}_0} \frac{\partial}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial \hat{y}} = \frac{1}{\hat{L}_0} \frac{\partial}{\partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial \hat{z}} = \frac{1}{\hat{h}_0} \frac{\partial}{\partial z}, \quad \frac{\partial}{\partial \hat{t}} = \frac{\sqrt{\hat{g}_0 \hat{h}_0}}{\hat{L}_0} \frac{\partial}{\partial t} \quad (31)$$

$$\hat{\phi} = \varepsilon \hat{L}_0 \sqrt{\hat{g}_0 \hat{h}_0} \phi, \quad \hat{\eta} = \varepsilon \hat{h}_0 \eta, \quad \hat{P} = \hat{\rho}_0 \hat{g}_0 \hat{h}_0 P \quad (32)$$

$$\hat{h} = \hat{h}_0 h, \quad \hat{L} = \hat{L}_0 L, \quad \hat{H} = \hat{H}_0 H, \quad \hat{\rho} = \hat{\rho}_0 \rho, \quad \hat{g} = \hat{g}_0 g \quad (33)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\sqrt{\hat{g}_0 \hat{h}_0}}{\hat{L}_0} \alpha, \quad \hat{\beta} = \frac{1}{\hat{L}_0} \beta \quad (34)$$

また、摂動パラメータとして、水深波長比と相対波高を次式のように定義する。

$$\mu^2 = \left(\frac{\hat{h}_0}{\hat{L}_0} \right)^2, \quad \varepsilon = \frac{\hat{H}_0}{\hat{h}_0} \quad (35)$$

こうして得られる基礎式，境界条件式を以下に示す。

連続式：

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{1}{\mu^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (36)$$

運動方程式：

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\tau}{\lambda} \right)_3 \nabla \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ \varepsilon \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \varepsilon \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \frac{\varepsilon}{\mu^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \right] + \frac{1}{\varepsilon} g \nabla_3 z \\ & + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\nabla P}{\rho} + \left(\alpha + \varepsilon \beta \sqrt{\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{\mu^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2} \right) \nabla_3 \phi = 0 \end{aligned} \quad (37)$$

底面の運動学的境界条件：

$$\frac{1}{\mu^2} \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad \text{at } (z = -h) \quad (38)$$

水面の運動学的境界条件：

$$\frac{1}{\mu^2} \frac{\partial \phi}{\partial z} = \lambda \frac{\partial \eta}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad \text{at } (z = \varepsilon \eta) \quad (39)$$

水面の力学的境界条件：

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\tau}{\lambda} \right)_3 \nabla \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ \varepsilon \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \varepsilon \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \frac{\varepsilon}{\mu^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \right] \\ & + g \nabla_3 \eta + \left(\alpha + \varepsilon \beta \sqrt{\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{\mu^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2} \right) \nabla_3 \phi = 0 \end{aligned} \quad \text{at } (z = \varepsilon \eta) \quad (40)$$

ここで得られた式はすべて無次元量で表されている。しかしながら，式 (36) ~ (40) は，摂動パラメータをそれぞれ 1 とみなすことにより，式 (21) ~ (24)，(29) と形式上は全く同様となる。すなわち，式 (30) ~ (34) のようなスケールリングは，物理量で表された式に対して，摂動パラメータを導入させる作業と捉えることができる。

2.4 速度ポテンシャルの級数展開

前節までに得られた基礎方程式と境界条件式より，ブシネスク方程式を誘導する。本研究では，Mei (1989)

にならって，速度ポテンシャルの級数展開による方法を用いる。

静水深 h が場所の関数であるとして，速度ポテンシャル ϕ を鉛直座標について次のように展開する。

$$\phi(x, y, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} [z + h(x, y)]^n \phi_n(x, y, t) \quad (41)$$

まず，式 (41) を連続式 (36) に代入し，さらに緩勾配近似を適用することにより，次のような漸化式を得る。

$$\phi_{n+2} = -\frac{\mu^2 \nabla^2 \phi_n + 2\mu^2 (n+1) \nabla h \nabla \phi_{n+1}}{(n+1)(n+2)} \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (42)$$

$$\text{ただし, } \nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$$

つぎに，式 (41) を底面の運動学的境界条件式 (38) に代入し，同様に緩勾配近似を適用すると次式を得る。

$$\phi_{n+1} = -\frac{\mu^2 \nabla h \cdot \nabla \phi_n}{(n+1)} \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (43)$$

これらの式を用いると順次 ϕ_n が求められ，4 次オーダーまでの速度ポテンシャルの級数展開は次式のように与えられる。

$$\begin{aligned} \phi = & \phi_0 - \mu^2 \left\{ (z+h) \nabla h \cdot \nabla \phi_0 + \frac{1}{2} (z+h)^2 \nabla^2 \phi_0 \right\} \\ & + \frac{\mu^4}{2} \left\{ (z+h)^3 \nabla h \nabla^3 \phi_0 + \frac{1}{12} (z+h)^4 \nabla^4 \phi_0 \right\} \\ & + O(\mu^6) \end{aligned} \quad (44)$$

2.5 水深平均流速で表したブシネスク方程式

(1) 水深平均流速の定義

全水深を $D = h + \varepsilon \eta$ のように定義すると，水深平均流速は次式のように定義される。

$$\bar{q} = \frac{1}{D} \int_h^{\varepsilon \eta} \nabla \phi dz \quad (45)$$

これに式 (44) を代入すると， $q'_0 = \nabla \phi_0$ として定義

される代表流速との間の次のような関係が導かれる。

$$q'_0 = \bar{q}' + \mu^2 \left\{ D\nabla h \cdot \nabla \bar{q}' + \frac{1}{6} D^2 \nabla^2 \bar{q}' \right\} + O(\mu^4) \quad (46)$$

(2) 水深平均流速で表した連続式

水面の運動学的境界条件式 (39) に式 (44) を代入して、さらに式 (46) により水深平均流速による表現に変形した後、 $O(\mu^2)$ 、 $O(\varepsilon)$ オーダーまでを残すと、最終的に、次のような連続式が導かれる。

$$\lambda \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot [(h + \varepsilon \eta) \bar{q}'] = 0 \quad (47)$$

(3) 水深平均流速で表した運動方程式

水面の力学的境界条件式 (40) に式 (44) を代入して、さらに式 (46) により水深平均流速による表現に変形した後、 $O(\mu^2)$ 、 $O(\varepsilon)$ 、 $O(\varepsilon\mu)$ オーダーまでを残すと、最終的に、次の運動方程式が導かれる。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{\partial \bar{q}'}{\partial t} + \varepsilon \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \bar{q}' \nabla \bar{q}' + g \nabla \eta \\ & + \alpha \left\{ \bar{q}' - \mu^2 \left(\frac{h}{2} \nabla^2 \{ h \bar{q}' \} - \frac{h^2}{6} \nabla^2 \bar{q}' \right) \right\} \\ & + \varepsilon \beta \sqrt{(\bar{q}')^2 + \mu^2 h^2 \left((\nabla \bar{q}')^2 - \frac{2}{3} \bar{q}' \nabla^2 \bar{q}' \right)} \bar{q}' \\ & = \mu^2 \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left(\frac{h}{2} \nabla^2 \left\{ h \frac{\partial \bar{q}'}{\partial t} \right\} - \frac{h^2}{6} \nabla^2 \left(\frac{\partial \bar{q}'}{\partial t} \right) \right) \end{aligned} \quad (48)$$

(4) Peregrine (1967) の方程式との比較

式 (47)、(48) が今回導出した透水層内のブシネスク方程式である。ところで、水深平均流速で表した Peregrine (1967) の方程式と比較すると、連続式は非定常項に空隙率 λ が乗じられた形となっており、運動方程式は非定常項、移流項および分散項に慣性力係数と空隙率の比 (τ/λ) が乗じられ、さらに透水層による層流抵抗と乱流抵抗の項が加えられた形となっている。なお、前述したように、摂動パラメータ ε 、 μ^2 は方程式中におけるその項の寄与の程度を表しており、物理量で考える場合にはそれぞれ形式的に 1 とみなせばよい。

ここで、式 (47)、(48) を用いて、透水層が存在しない水域における波浪場を表現することを考える。透水層が存在しない場合、空隙率は 100% (すなわち、 $\lambda=1$)、

慣性力係数は $\tau=1$ と設定される。また、透水層による抵抗は存在しないので、 $\alpha=0$ 、 $\beta=0$ と設定する。すると、式 (47) と式 (48) はそれぞれ、Peregrine のブシネスク方程式における連続式と運動方程式に完全に一致することがわかる。

2.6 線流量フラックスで表したブシネスク方程式

(1) 線流量フラックスの定義

X 、 Y 方向の線流量フラックスをそれぞれ P 、 Q とすると、それらは水深平均流速を鉛直方向に底面から水面まで積分した形として次式で表される。

$$(P, Q) = \int_h^{\eta} \bar{q}' dz = (\bar{u}(\varepsilon\eta + h), \bar{v}(\varepsilon\eta + h)) \quad (49)$$

(2) 線流量フラックスで表した連続式

水深平均流速で表された連続式 (47) に式 (49) の定義を適用すると、線流量フラックスによる次のような連続式が得られる。

$$\lambda \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \quad (50)$$

(3) 線流量フラックスで表した運動方程式

水深平均流速で表された運動方程式 (48) を鉛直方向に底面から水面まで積分する。式 (49) を代入した後、 $O(\mu^2)$ 、 $O(\varepsilon)$ 、 $O(\varepsilon\mu)$ オーダーまでを残し、一部に連続式 (50) の関係式を用いると、最終的に、次のような運動方程式が導かれる。

X方向:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\tau}{\lambda} \frac{\partial P}{\partial t} + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + \varepsilon \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{PQ}{D} \right) \right] \right. \\
 & + \varepsilon \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{P}{D} \left(\frac{1}{\lambda} - 1 \right) \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} \right) \\
 & \left. + \alpha \left\{ P - \mu^2 \left[\frac{h^2}{2} \left\{ \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial y} \right\} - \frac{h^3}{6} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{P}{h} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{Q}{h} \right) \right\} \right] \right\} \right. \\
 & \left. + \varepsilon \beta \left\{ \left[\frac{\left(\frac{P}{D} \right)^2 + \left(\frac{Q}{D} \right)^2}{2} + \mu^2 h^2 \left\{ \frac{\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q}{D} \right) \right]^2}{2} - \frac{2}{3} \left[\frac{P}{D} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q}{D} \right) \right\} + \frac{Q}{D} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q}{D} \right) \right\} \right] \right\} \right] \right\} \right. \\
 & \left. + \mu^2 \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left\{ \frac{h^2}{2} \left[\frac{\partial^3 P}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 Q}{\partial x \partial y \partial t} \right] - \frac{h^3}{6} \left[\frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial t} \left(\frac{P}{h} \right) + \frac{\partial^3}{\partial x \partial y \partial t} \left(\frac{Q}{h} \right) \right] \right\} \right\} \quad (51)
 \end{aligned}$$

Y方向:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\tau}{\lambda} \frac{\partial Q}{\partial t} + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} + \varepsilon \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{PQ}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q^2}{D} \right) \right] \right. \\
 & + \varepsilon \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{Q}{D} \left(\frac{1}{\lambda} - 1 \right) \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} \right) \\
 & \left. + \alpha \left\{ Q - \mu^2 \left[\frac{h^2}{2} \left\{ \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right\} - \frac{h^3}{6} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{P}{h} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{Q}{h} \right) \right\} \right] \right\} \right. \\
 & \left. + \varepsilon \beta \left\{ \left[\frac{\left(\frac{P}{D} \right)^2 + \left(\frac{Q}{D} \right)^2}{2} + \mu^2 h^2 \left\{ \frac{\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q}{D} \right) \right]^2}{2} - \frac{2}{3} \left[\frac{P}{D} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q}{D} \right) \right\} + \frac{Q}{D} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q}{D} \right) \right\} \right] \right\} \right] \right\} \right. \\
 & \left. + \mu^2 \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left\{ \frac{h^2}{2} \left[\frac{\partial^3 P}{\partial x \partial y \partial t} + \frac{\partial^3 Q}{\partial y^2 \partial t} \right] - \frac{h^3}{6} \left[\frac{\partial^3}{\partial x \partial y \partial t} \left(\frac{P}{h} \right) + \frac{\partial^3}{\partial y^2 \partial t} \left(\frac{Q}{h} \right) \right] \right\} \right\} \quad (52)
 \end{aligned}$$

式 (51), (52) は, 形式上, おおまかには式 (48) における水深平均流速を線流量フラックスに置き換えた形とみることができる. しかしながら, 式 (51), (52) の左辺第 4 項は鉛直積分を実行した結果生じた項であり, これは, 従来の透水層のない水域における線流量フラックスによるブシネスク方程式にはみられないものである. もっとも, この項は透水層の空隙率を 100% とした場合には消えてしまう. しかしながら, 透水層が存在する場合には, 透水層による非線形効果として移流項と同じオーダーで流体に作用する.

2.7 分散特性を修正した修正ブシネスク方程式

これまでに導出してきたブシネスク方程式は, 水平流速の鉛直分布をべき乗級数で近似したのち $O(\mu^2)$, $O(\varepsilon)$, $O(\varepsilon\mu)$ オーダーまでを残した, 弱非線形, 弱分散性の方程式である. したがって, これらの条件を逸脱する波浪を対象とした数値解析では, 方程式の適用範囲外となり, 波浪変形に関する妥当な解を得ることができなくなる.

そこで, 多くの研究者によりさらに高精度なブシネスク方程式の導出が行われているが (例えば, 喜岡・柏原, 1995), 近似度を高めるにつれて高階微分項が含まれるようになるため, 数値計算を行う際には, 差分方法に多少の工夫が必要となる.

一方, Madsen ら (1991, 1992) は, 長波近似であるブシネスク方程式の 3 階微分の分散項に対して補正項を導入し, 浅海域まで線形分散特性を満足させることができることを示した. この方法では, 非線形性に対する精度の向上は望めないが, 分散項の微分次数を高めることなく分散特性を向上させることができ, 差分計算上有利である. そこで, Madsen らにならい, 今回導出した透水層内のブシネスク方程式 (51), (52) に分散特性の補正項を付加し, 計算モデルの適用範囲の拡張を行う.

分散特性の補正項の導出には線形長波の運動方程式を利用する. 透水層内の線形長波の運動方程式は, 式 (51), (52) において $O(\mu^2)$, $O(\varepsilon)$, $O(\varepsilon\mu)$ オーダーの項を無視することにより次のように求められる.

$$\left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{\partial P}{\partial t} + gh \frac{\partial \eta}{\partial x} + \alpha P \approx 0 \quad (53)$$

$$\left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{\partial Q}{\partial t} + gh \frac{\partial \eta}{\partial y} + \alpha Q \approx 0 \quad (54)$$

これらを微分によって変形したものを式 (51), (52) の分散項と形式が一致するように適当に組み合わせるこ

とにより、次式のような補正項を得る.

$$\Omega_x \equiv \mu^2 B h^2 \left[\left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left\{ \frac{\partial^2 P}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial y \partial t} \right\} + g h \left(\frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \eta}{\partial x \partial y^2} \right) + g \frac{\partial h}{\partial x} \left(2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right) + g \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} + \alpha \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial y} \right) \right] \quad (55)$$

$$\Omega_y \equiv \mu^2 B h^2 \left[\left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left\{ \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y \partial t} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2 \partial t} \right\} + g h \left\{ \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 \eta}{\partial y^3} \right\} + g \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} + g \frac{\partial h}{\partial y} \left\{ \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right\} + \alpha \left\{ \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right\} \right] \quad (56)$$

これらをそれぞれ式 (51), (52) の右辺に加えて整理すると、最終的に、分散項に補正項を付加した透水層内の修正ブシネスクモデルが次のように得られる.

連続式:

$$\lambda \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \quad (57)$$

運動方程式:

$$\left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{\partial P}{\partial t} + g D \frac{\partial \eta}{\partial x} + \varepsilon \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{PQ}{D} \right) \right\} + \varepsilon \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{P}{D} \left(\frac{1}{\lambda} - 1 \right) \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} \right) + \alpha \left\{ P - \mu^2 \left[\left(B + \frac{1}{2} \right) h^2 \left\{ \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial y} \right\} - \frac{h^3}{6} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{P}{h} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{Q}{h} \right) \right\} \right] \right\} + \varepsilon \beta \left[\left(\frac{P}{D} \right)^2 + \left(\frac{Q}{D} \right)^2 + \mu^2 h^2 \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q}{D} \right) \right\}^2 - 2 \left[\frac{P}{D} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q}{D} \right) \right\} \right] + \frac{Q}{D} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q}{D} \right) \right\} \right] \right\} P + \mu^2 \left[\left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left(B + \frac{1}{3} \right) h^2 \left\{ \frac{\partial^3 P}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 Q}{\partial x \partial y \partial t} \right\} + B g h^3 \left\{ \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 \eta}{\partial y^3} \right\} + h \frac{\partial h}{\partial y} \left\{ \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{1}{6} \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial t} + B g h \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \right\} + h \frac{\partial h}{\partial x} \left\{ \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{1}{6} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{1}{3} \frac{\partial^2 Q}{\partial y \partial t} + B g h \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + 2 B g h \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right\} \right] \quad (58)$$

$$\left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{\partial Q}{\partial t} + g D \frac{\partial \eta}{\partial y} + \varepsilon \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{PQ}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q^2}{D} \right) \right\} + \varepsilon \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{Q}{D} \left(\frac{1}{\lambda} - 1 \right) \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} \right) + \alpha \left\{ Q - \mu^2 \left[\left(B + \frac{1}{2} \right) h^2 \left\{ \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right\} - \frac{h^3}{6} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{P}{h} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{Q}{h} \right) \right\} \right] \right\} + \varepsilon \beta \left[\left(\frac{P}{D} \right)^2 + \left(\frac{Q}{D} \right)^2 + \mu^2 h^2 \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q}{D} \right) \right\}^2 - 2 \left[\frac{P}{D} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q}{D} \right) \right\} \right] + \frac{Q}{D} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q}{D} \right) \right\} \right] \right\} Q + \mu^2 \left[\left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left(B + \frac{1}{3} \right) h^2 \left\{ \frac{\partial^3 P}{\partial x \partial y \partial t} + \frac{\partial^3 Q}{\partial y^2 \partial t} \right\} + B g h^3 \left\{ \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 \eta}{\partial y^3} \right\} + h \frac{\partial h}{\partial x} \left\{ \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{1}{6} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + B g h \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \right\} + h \frac{\partial h}{\partial y} \left\{ \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{1}{6} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{1}{3} \frac{\partial^2 Q}{\partial y \partial t} + B g h \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + 2 B g h \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right\} \right] \quad (59)$$

連続式 (57) および運動方程式 (58), (59) を、透水層がない場合の Madsen and Sørensen (1992) による修正ブシネスク方程式と比較すると、連続式は非定常項に空隙率 λ が乗じられた形となっており、運動方程式は、①非定常項、移流項および分散項のうち線流量フラックスに関する微分項に慣性力係数と空隙率の比 (τ/λ) が乗じられ、②透水層による層流抵抗と乱流抵抗の項が加えられ、さらに、③透水層による非線形効果を表す項が加えられている。なお、方程式を物理量で考える場合には摂動パラメータはそれぞれ形式的に 1 とみなす。

透水層が存在しない場合、すなわち、空隙率 $\lambda=1$ 、慣性力係数 $\tau=1$ 、透水層による層流抵抗 $\alpha=0$ 、乱流抵抗 $\beta=0$ の条件では、式 (57) と式 (58), (59) はそれぞれ、Madsen and Sørensen (1992) による修正ブシネスク方程式における連続式と運動方程式に完全に一致する。

3. 透水層モデルによる開境界処理法の改良

3.1 透水層モデルによるスポンジ層の表現

平石ら (1995) は、ブシネスクモデルの開境界にスポンジ層を配置し、線流量フラックス P, Q をエネルギー吸収係数 $\sigma(x)$ によって減衰させる項を運動方程式に付

加することにより無反射境界を実現した。さらに Cruzら (1997b) は、許容反射率を設定することにより入射波の周波数帯に対する最適なスポンジ層の幅と強度を決定する手法を示した。これらの研究で用いられているエネルギー吸収項は次のようなものである。

平石ら (1995) :

$$\begin{cases} \sigma P & (X \text{方向}) \\ \sigma Q & (Y \text{方向}) \end{cases} \quad \sigma(x) = \frac{r\sigma_m}{2(\sinh r - r)} \left[\cosh\left(\frac{rx}{F}\right) - 1 \right] \\ F = 2 \sim 3 \text{波長}, \quad \sigma_m = \sqrt{g/h}, \quad r = 3 \quad (60)$$

Cruzら (1997b) :

$$\begin{cases} \sigma u & (X \text{方向}) \\ \sigma v & (Y \text{方向}) \end{cases} \quad \sigma(x) = \theta \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{N+1}{2F^N} x^N \quad (61)$$

ここに、 θ : 減衰係数, F : スポンジ層幅, N : 次数

これらのエネルギー減衰項は、運動方程式中ではいずれも層流抵抗のように作用する。

一方、2章で導出された透水層内の修正ブシネスク方程式における層流抵抗は、線流量フラックスの減衰と粘性効果による減衰の和として表現されている。このうち前者は、式(60)や式(61)のようなエネルギー減衰項と比較すると、形式上同等であることがわかる。そこで、層流抵抗のパラメータ α のかわりにエネルギー吸収係数 σ を採用すると、透水層から得られたスポンジ層によるエネルギー減衰項として次式が得られる。

$$\begin{cases} \sigma \left\{ P - \mu^2 \left(\left(B + \frac{1}{2} \right) h^2 \left\{ \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial y} \right\} - \frac{h^3}{6} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{P}{h} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{Q}{h} \right) \right\} \right) \right\} & (X \text{方向}) \\ \sigma \left\{ Q - \mu^2 \left(\left(B + \frac{1}{2} \right) h^2 \left\{ \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right\} - \frac{h^3}{6} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{P}{h} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{Q}{h} \right) \right\} \right) \right\} & (Y \text{方向}) \end{cases} \quad (62)$$

式(60)、式(61)に比べ、式(62)は、圧力分布の補正項として残された粘性項が付加された高精度なエネルギー減衰項となっていることがわかる。また、第2項にある摂動パラメータより、運動方程式に対する粘性項の寄与の程度は、分散項と同等であることがわかる。

さらに透水層内の運動方程式における他の項について、式(60)、式(61)を付加した運動方程式の各項と整合す

るような条件を考えると、空隙率 $\lambda=1$ 、慣性力係数 $r=1$ 、乱流抵抗パラメータ $\beta=0$ という値が得られる。したがって、無反射境界において波のエネルギー減衰を生じさせるスポンジ層は、空隙率100%の透水層内の層流抵抗を用いて波浪減衰を生じさせていることに対応していることがわかる。

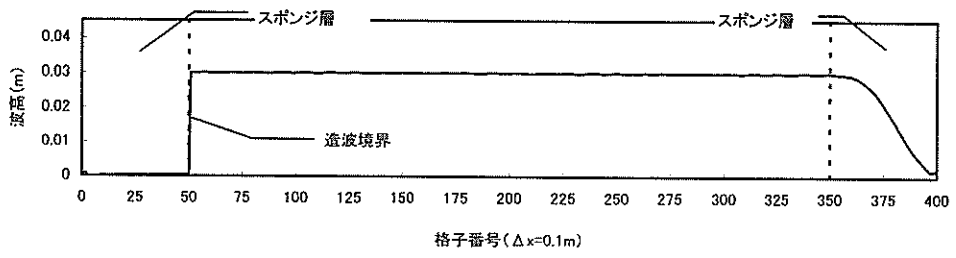
3.2 一次元数値実験によるモデルの検証

高次型エネルギー減衰項、式(62)における粘性項の効果を確認するために、一次元の数値波動水路の造波境界背後と岸側境界にスポンジ層を配置して数値実験を行った。なお、スポンジ層の幅は波長の2倍以上とし、終端部は完全反射境界とした。また、エネルギー吸収係数は平石ら(1995)と同じ双曲線型を用いた。比較のために、式(60)による従来型のエネルギー減衰項を付加したモデルでも同様の計算を行った。空間差分格子は $\Delta x=0.1\text{m}$ 、差分時間間隔は $\Delta t=0.01\text{s}$ である。

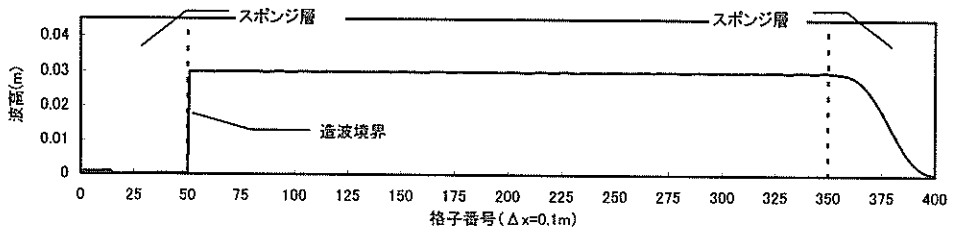
入射波は周期 $T=1.41\text{s}$ 、波高 $H=3\text{cm}$ の規則波とし、水深は $h=32\text{cm}$ と $h=160\text{cm}$ とした。前者は浅海波($h/L=0.14$)に、後者は深海波($h/L=0.51$)に対応する。

図-2は、浅海波における波高分布の比較である。いずれもスポンジ層内で波高は滑らかに減衰するが、高次型のエネルギー減衰項を用いた計算結果は、従来型による結果に比べて、わずかに波高減衰効果が大きい。このように入射波の水深波長比が小さい場合には、スポンジ層内の粘性項を無視する影響は比較的小さい。

ところが、水深波長比が大きくなると、スポンジ層内の粘性項を無視した悪影響が現れる。図-3は深海波における波高分布の比較である。従来型のエネルギー減衰項を用いた場合には、2波長分の幅をもつスポンジ層内で十分に波高が減衰せず、スポンジ層終端部の完全反射境界で生じた反射波が沖側へ伝播していることがわかる。この場合、無反射条件を満足させるためには、スポンジ層幅をさらに長く設定するか、エネルギー減衰係数を大きくすることが必要であった。一方、高次型のエネルギー減衰項を用いた場合には、浅海波と同様に、スポンジ層内で波高が滑らかに減衰し無反射条件を満足している。これは、式(62)中の粘性項が、深海波のエネルギー減衰に対して有効に機能したためであると考えられる。この粘性項は、運動方程式に対して分散項と同程度に作用する。したがって、ブシネスクモデルにおけるスポンジ層には、式(62)で表される高次型のエネルギー減衰項を用いることが望ましいと思われる。

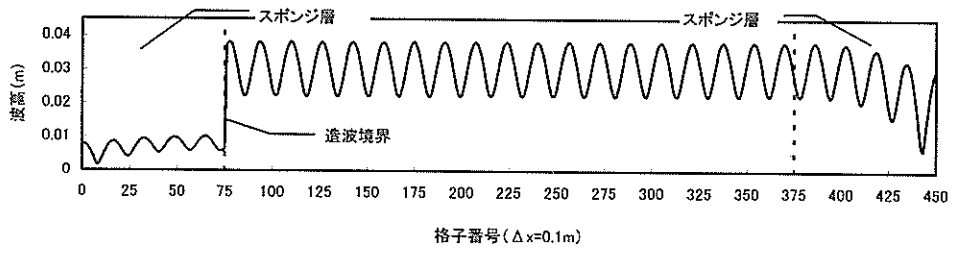


(a) 従来型

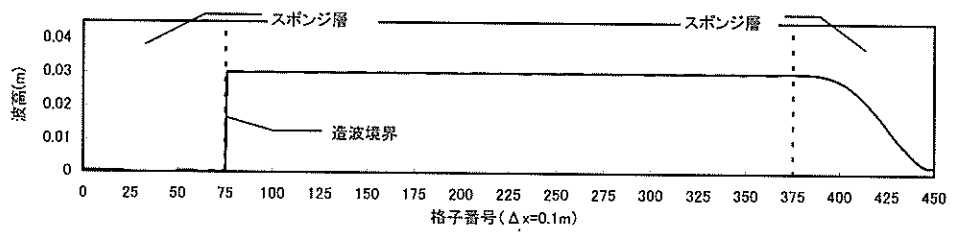


(b) 高次型

図-2 浅海波に対するエネルギー減衰項の吸収性能 ($H=3\text{cm}$, $T=1.41\text{s}$, $h=32\text{cm}$)



(a) 従来型



(b) 高次型

図-3 深海波に対するエネルギー減衰項の吸収性能 ($H=3\text{cm}$, $T=1.41\text{s}$, $h=160\text{cm}$)

4. 透水層を用いた任意反射境界処理法

4.1 消波材による波浪減衰機構のモデル化

ブシネスクモデルを用いた本研究では、対象断面として想定した図-4の消波防波堤において、防波堤前面に1:4/3勾配で整形された消波ブロックおよびマウンド部の抵抗を、透水層によって表現した。ここで、マウンド部を透過あるいは不透過とみなすことにより、それぞれ、Type1(図-5)およびType2(図-6)のようにモデル化した。すなわち、Type1では、マウンド部の空隙率や波浪抵抗はテトラポットと同等とし、両者を区別することなく透水層に置き換えた。またType2では、マウンド部は完全に不透過境界になるとして、マウンドによる水深変化をモデルに組み込み、テトラポットのみを透水層とした。なお、透水層の幅は、対象とするテトラポット設置幅やマウンド幅とほぼ同等とし、入射波が抵抗を受け始める地点からケーソン壁面(完全反射境界)までの距離が、対象断面のものと同しくなるように配慮した。また、透水層の空隙率は、水域と透水層域の境界で $\lambda=1$ とし、ケーソン壁面に近づくにつれて所定の空隙率 λ_0 に線形に変化するとして式(63)のように定義した。ここで、 B は透水層の幅、 x はケーソン壁面からの距離である。

ただし、本研究で提案されたモデルでは、ケーソン下部のマウンドで生じるであろう入射波の港内側への透過現象は考慮されていない。

4.2 消波構造物による波の反射実験

対象断面として選定した図-4の沖合防波堤による波の反射特性、および沖側で形成される入・反射波の合成波の特徴を調べるために、長さ35mの不規則波造波水路(吸収造波機能付き)を用いて水理模型実験を行った。防波堤模型および波高計の配置状況を図-7に示す。防波堤模型は、写真-1に示すように、造波水路の岸側端をケーソン壁と見立て、その前面にバラストによるマウンドと、実機を模した40tテトラポット模型の乱積みによる消波帯を整形して製作した。模型縮尺は1/50である。また、水位変動を計測する波高計は、岸沖方向に40cm間隔あるいは80cm間隔で配置し、沖から順にCh1, Ch2, ..., Ch6とした。

実験ケースを表-1に示す。防波堤前面の潮位は、設計潮位である朔望平均満潮位(H.W.L.)と朔望平均干潮位(L.W.L.)とし、模型量でそれぞれ水深 $h=35\text{cm}$ と $h=32\text{cm}$ である。今回の実験は、すべて一様水深で行っているの、造波水深は防波堤前面水深と同様である。

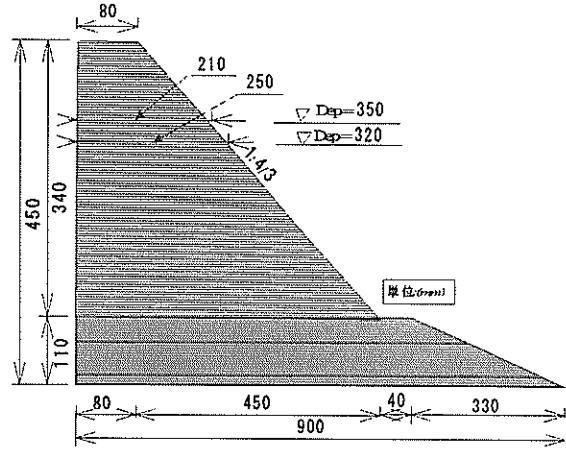


図-4 対象断面 (H 港沖合防波堤)

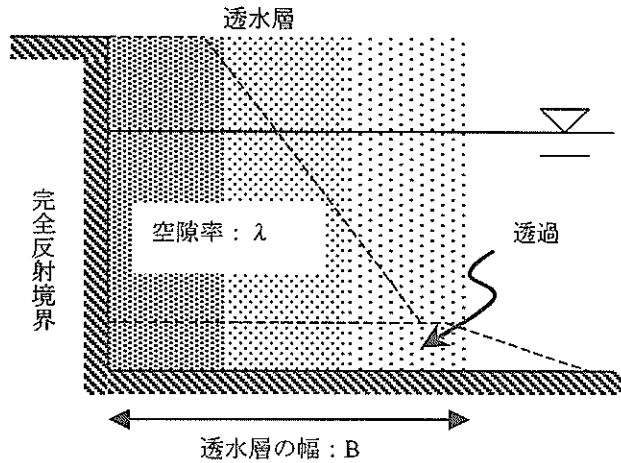


図-5 対象断面のモデル化 (Type1)

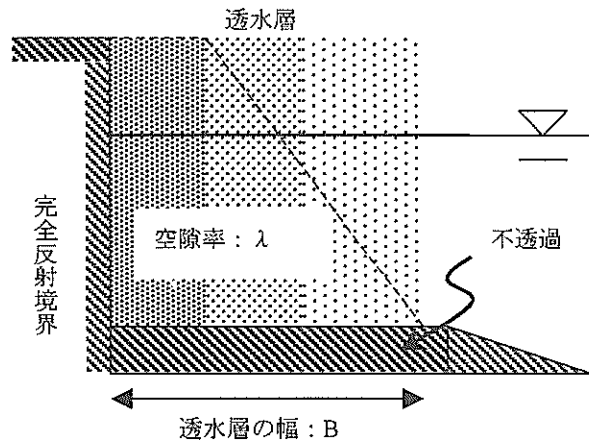


図-6 対象断面のモデル化 (Type2)

$$\lambda = \lambda_0 + (1 - \lambda_0) \frac{x}{B} \quad (0 \leq x \leq B) \quad (63)$$

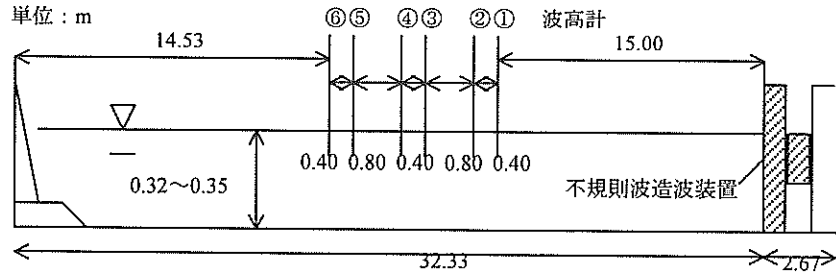


図-7 35m不規則波造波水路と防波堤模型，波高計の配置状況

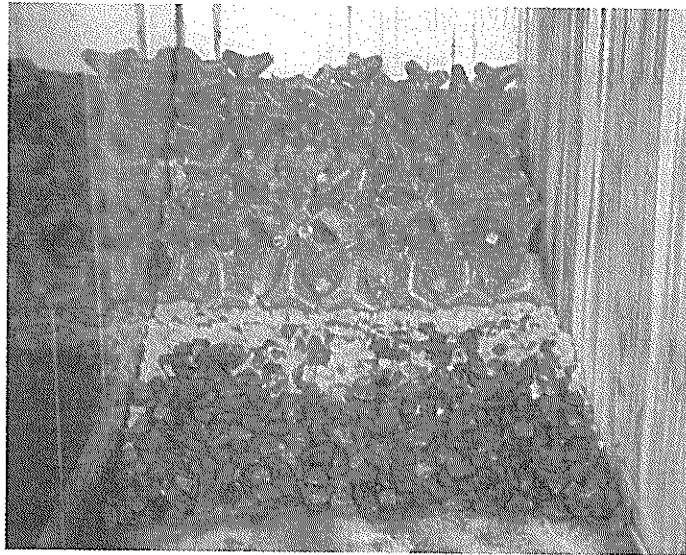


写真-1 防波堤模型（ケーソン壁，マウンドおよびテトラポット）[縮尺 1/50]

表-1 消波構造物による波の反射実験ケース

No	模型量[縮尺:1/50]:規則波			No	模型量[縮尺:1/50]:規則波		
	波高 H (cm)	周期 T (s)	水深 h (cm)		波高 H (cm)	周期 T (s)	水深 h (cm)
101	15.0	1.84	35.00 (H.W.L.)	107	15.0	1.84	32.00 (L.W.L.)
102	8.0	1.41		108	8.0	1.41	
103	3.0	0.99		109	3.0	0.99	
113	3.0	1.41		119	3.0	1.41	
114	3.0	1.84		120	3.0	1.84	
115	3.0	2.82		121	3.0	2.82	
116	8.0	0.99		122	8.0	0.99	
117	8.0	1.84		123	8.0	1.84	
118	8.0	2.82		124	8.0	2.82	

造波時間：240s，サンプリング周波数：20Hz，サンプリング点数：4800

造波とともに計測を開始し，解析には601番目から4096データを採用。

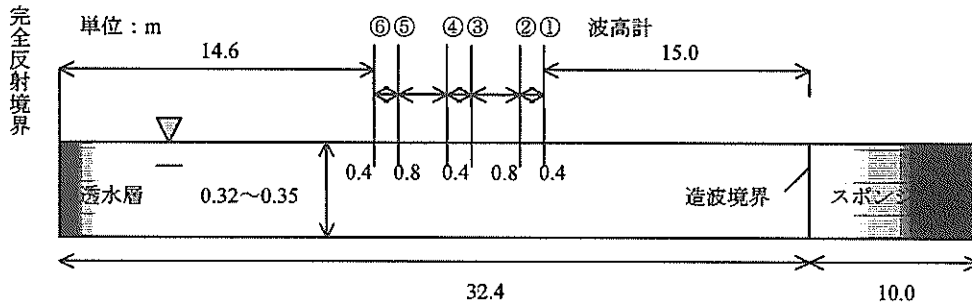


図-8 数値波動水槽における計算領域と境界条件

実験波は、波高 3~15cm, 周期 0.99~2.82s の規則波とした。造波時間は 240s である。水面変動の計測は造波と同時に開始した。サンプリング周波数を 20Hz としたため、1 ケースあたり各測定において 4800 点の波形データが得られることになる。反射波の位相や反射率の解析には、防波堤模型からの反射波が計測地点に到達するのに要する時間を勘案して、601 番目のデータから 4096 点を採用した。

4.3 透水層による任意反射モデルを用いた数値計算

ブシネスクモデルによる数値波動水槽を用いて、水理模型実験のケースと同じ条件で数値シミュレーションを行った。数値波動水槽における計算領域と境界条件を図-8 に示す。図中、吸収造波を実現するために設置された沖側のスポンジ層は、3 章で提案した抵抗と粘性を考慮した高次型エネルギー吸収帯である。また、任意反射境界となる岸側の透水層は、4.1 節で示した方法によりモデル化された消波ブロック被覆防波堤 (Type1 および Type2) である。なお、本モデルにおける造波境界には、平山ら (2000) によって用いられた線境界入射法 (石井ら, 1993) が使用されている。

計算条件は、空間格子間隔 $\Delta x=0.1\text{m}$, 時間差分間隔 $\Delta t=0.01\text{s}$ とした。入射波の諸元や水深などは、表-1 に示した水理模型実験のケースとまったく同様である。また、水位変動のサンプリング方法も水理模型実験と同様に行うために、ここでは、図-8 に示した波高計の設置位置に対応する計算格子において、5step (=5×0.01s) ごとに水面変動量 η の値を出力して、これを計算結果とした。

1 次元波浪場を対象とした透水層内のブシネスク方程式は、2 章で示された平面 2 次元の透水層内の連続式 (57), および運動方程式 (58), (59) の X 方向のみの変数を残すことにより、次のように表される。

連続式:

$$\lambda \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (64)$$

運動方程式:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{\partial P}{\partial t} + \varepsilon \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + \varepsilon \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{P}{D} \left(\frac{1}{\lambda} - 1 \right) \frac{\partial P}{\partial x} \\ & + (\alpha + \sigma) \left\{ P - \mu^2 \left[\left(B + \frac{1}{2} \right) h^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{h^3}{6} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{P}{h} \right) \right] \right\} \\ & + \varepsilon \beta \sqrt{\left(\frac{P}{D} \right)^2 + \mu^2 h^2 \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D} \right) \right)^2 - \frac{2}{3} \frac{P}{D} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{P}{D} \right) \right]} P \\ & = \mu^2 \left[\left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left(B + \frac{1}{3} \right) h^2 \frac{\partial^3 P}{\partial x^2 \partial t} + Bgh^3 \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \right. \\ & \left. + h \frac{\partial h}{\partial x} \left\{ \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{1}{3} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + 2Bgh \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right\} \right] \end{aligned} \quad (65)$$

スポンジ層のエネルギー吸収係数 σ には、式 (60) の双曲線型を用いた。ここで、スポンジ層の幅 F は、実験ケースにおいて最も波長の長い $T=2.82\text{sec}$ の場合でも 2 波長分の幅が確保できるよう $F=10\text{m}$ とした。

透水層の性質を決定する α , β , τ および λ は、おもに近藤・竹田 (1983) にならって次のように設定した。層流抵抗 α および乱流抵抗 β は、すでに示した式 (6) で与えられる。今回用いた防波堤模型のようにテトラポットを乱積みした場合には、模型実験の結果より、 $\alpha_0=2100$, $\beta_0=2.2$ という値が得られている (近藤, 1981)。また、本研究で使用したテトラポットの代表径 $d (= \sqrt[3]{V}, V$ はテトラポットの体積) は 4.56cm である。これらを式 (6) に代入することにより、 α , β は自動的に得られる。また、慣性力係数 τ は、 $\tau=1+\kappa$ (κ : 付加質量係数) として与えられる。ここでは、テトラポットに対する付加質量係数は考えないものとして、慣性力係数は $\tau=1$ とした。空隙率 λ は、おおまかには消波ブロックの形状や積

み方によって決定されるものと考えられる。砕石や異形ブロックの場合、 $\lambda/\sqrt{\tau}=0.45$ 、という関係が成り立つようであるから (Madsen and White, 1975)、空隙率は $\lambda=0.45$ とした。ただし、本研究で設定したモデル断面の空隙率は式 (63) に従って与えられるので、実際には、 $\lambda_0=0.45$ となっている。透水層の幅 B は、後述するように、反射波の位相に大きな影響を及ぼすと考えられるため、対象断面における消波材の設置幅と同等となるように設定し、Type1 では 0.6m ($=6\Delta x$)、Type2 では 0.5m ($=5\Delta x$) とした。

透水層による任意反射境界は、実際の消波ブロックによる消波機構をモデル化しているの、透水層の性質を決定するパラメータの設定には、以上のように、現実的な物理量をできる限り客観的に使用することが重要である。

5. 実験による任意反射モデルの検証

本章では、水理模型実験と数値シミュレーションによって得られた結果を比較して、入射波の波高や周期、水深の違いによる、消波防波堤で生じる反射波の位相や反射率の変化を調べることに、透水層による任意反射境界処理法の妥当性を検証する。

5.1 反射率

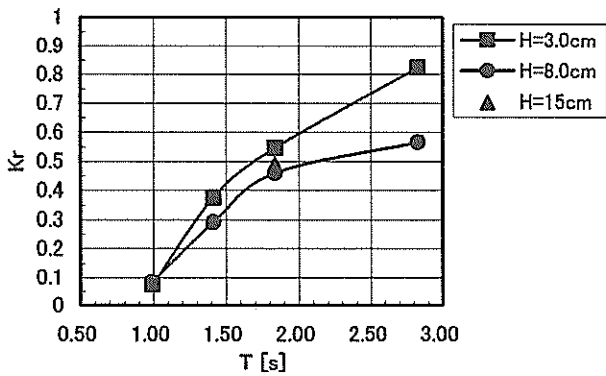
水理模型実験および数値シミュレーションによって得られた 601 番目から 4096 点分の波形データに対して、ともに合田ら (1976) による入・反射波分離推定法を適用し、消波防波堤模型および任意反射境界の前面における反射率を推定した。

防波堤前面水深 $h=32\text{cm}$ の場合に、水理模型実験によって得られた入射波の違いによる反射率の変化を図-9(a)に、マウンドの消波抵抗がテトラポットと同等としてモデル化した任意反射境界 (Type1) を用いた数値シミュレーションの結果を図-9(b)に、さらに、マウンドを不透過境界として、マウンドによる水深変化を考慮してモデル化した任意反射率境界 (Type2) を用いた数値シミュレーションの結果を図-9(c)に示す。まず、図-9(a)に示した実験結果より、入射波の周期が長くなるほど反射率が増加すること、および波高が大きくなると、とくに長い周期の波で反射率が減少することがわかる。波高 $H=15\text{cm}$ のときの反射率は波高 $H=8\text{cm}$ のときのものに比べ減少していない。これは、この波浪条件が対象とした防波堤断面の設計波に相当し、目視によって確認されたようにながりの砕波がみられたため、他とは異なる波浪

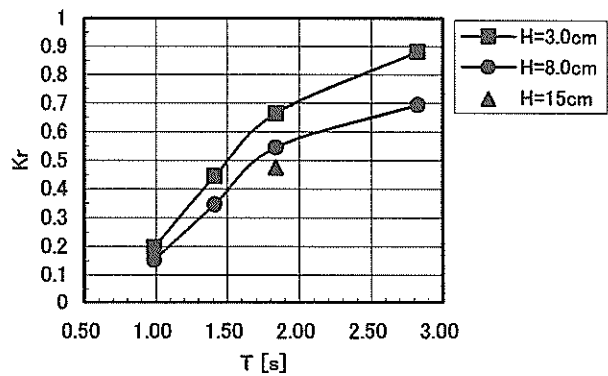
特性となっていたためと考えられる。一方、Type1 の任意反射境界を用いて計算した図-9(b)では、水理模型実験の結果 (図-9(a)) でみられた入射波の違いによる反射率の変化特性を定性的に非常によく再現していることがわかる。またその値についても、周期が短いケース ($T=0.99\text{s}$) では実験結果を比較的良好に再現する。しかしながら、周期が長くなると再現精度は低下する傾向にある。さらに、Type2 の任意反射境界を用いて計算した図-9(c)では、Type1 と同様に、入射波の違いによる反射率の変化特性を定性的に非常によく再現しているだけでなく、その値は、Type1 に比べより実験結果に近い値となっていることがわかる。これは、マウンド部の水深変化を考慮したことが、そこでの局所的な波の浅水変形による波高増加をモデルに組み込んだことに対応し、その分、反射率が低減したのではないかと考えられる。

次に、防波堤前面水深 $h=35\text{cm}$ の場合における入射波の違いによる反射率の変化について、水理模型実験の結果を図-10(a)に、任意反射率境界 (Type1) を用いた数値シミュレーションの結果を図-10(b)に、さらに、任意反射率境界 (Type2) を用いた数値シミュレーションの結果を図-10(c)にそれぞれ示す。まず、水理模型実験の結果を示した図-10(a)をみると、水深 $h=32\text{cm}$ の場合に得られた反射率 (図-9(a)) に比べ、いずれの周期および波高の入射波に対しても反射率が大きくなっていることがわかる。ただし、波高 $H=15\text{cm}$ のケースだけは反射率が多少低減しており、これは、水深の増加に伴い砕波のようすが変化したことが影響しているものと考えられる。一方、Type1 の任意反射境界を用いて計算した図-10(b)では、水理模型実験と同様に、水深の増加とともに反射率が增大する傾向が、とくに長い周期の入射波についてよく現れている。一方で、周期 $T=0.99\text{s}$ の場合には、実験結果とは異なり反射率の増大はあまりみられない。さらに、Type2 の任意反射境界を用いて計算した図-10(c)では、Type1 と同様に、長い周期の入射波について水深の増加とともに反射率が增大する傾向がよく現れているだけでなく、周期 $T=0.99\text{s}$ の場合についても、水理実験結果とほぼ同程度の反射率の増大がみられる。反射率の値については、Type1 に比べ、Type2 を用いた数値シミュレーションにおいて全体的に実験結果により近い値を得た。

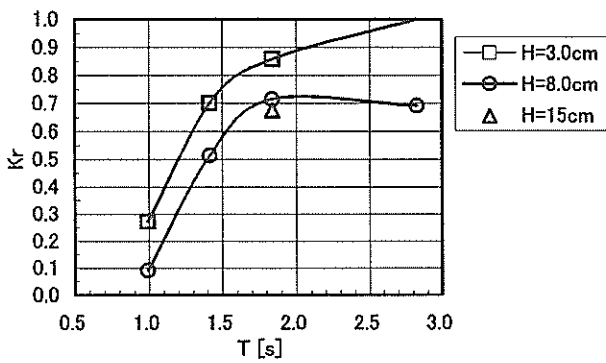
本節では、マウンドをテトラポットと同等に取り扱う Type1 と、マウンドを不透過としてその水深変化をモデルに組み込む Type2 のそれぞれの任意反射境界について、入射波の波高や周期、および防波堤前面の水深を変えて得られる反射率を水理模型実験で得られた結果と比較し



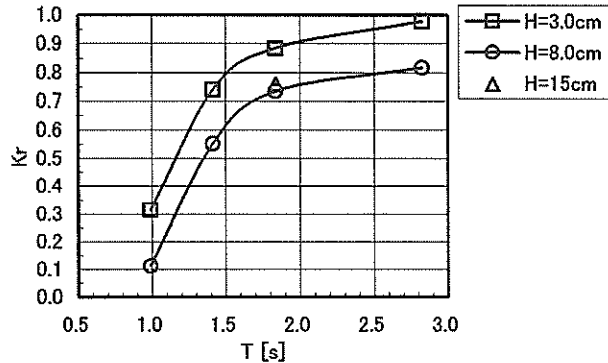
(a) 水理模型実験



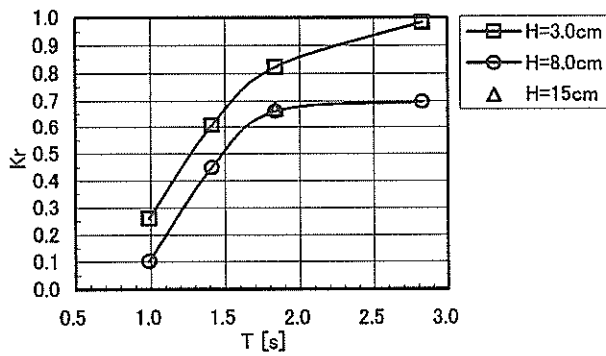
(a) 水理模型実験



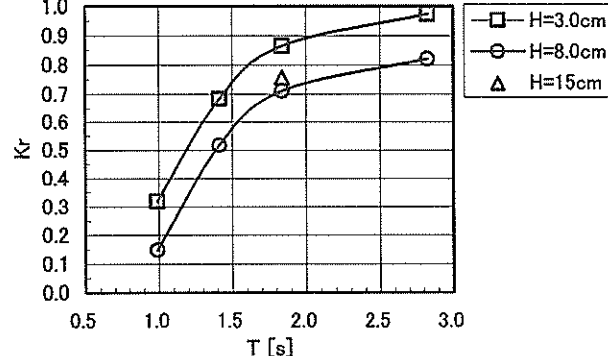
(b) 数値シミュレーション (Type1)



(b) 数値シミュレーション (Type1)



(c) 数値シミュレーション (Type2)



(c) 数値シミュレーション (Type2)

図-9 実験と計算で得られた反射率の比較
(水深 $h=32\text{cm}$)

図-10 実験と計算で得られた反射率の比較
(水深 $h=35\text{cm}$)

た。その結果、反射率の変化特性は、定性的に Type1, Type2 とも非常によく一致した。また、反射率の値そのものの再現性も比較的良好であったが、とくに Type2 を用いた再現計算によってより実験値に近い値を得ることができた。

なお、任意反射境界を実現している透水層の性質は、先に述べたように、層流抵抗係数 α 、乱流抵抗係数 β 、

慣性力係数 τ および空隙率 λ によって決定されるが、ここで行った数値シミュレーションでは、反射率を実験値に合わせこむようなパラメータの調整は一切行わず、4.3 節で設定した値をそのまま用いている。これらのパラメータ値はそもそもある程度の幅を持っていることから、今後、任意反射境界処理法におけるこれらのパラメータの感度分析や、数多くの水理実験結果に対する計算結果

の比較を行うことにより、さまざまな防波堤断面に対する最適なパラメータを設定することができるように予想される。したがって、透水層による任意反射境界処理法は、不規則波のようなより広い範囲の周波数帯や、より強い非線形性を有する波浪条件に対して、消波構造物による反射率を高い精度で自動的に再現する任意反射境界となる可能性があると考えられる。消波護岸・防波堤の前面で砕波を生じる現象では、今後、反射率の推定方法そのものの検討も必要であると思われる。

5.2 部分重複波の位相と波形

数値シミュレーションにより反射波の位相を精度よく再現することは、防波堤や護岸前面の波高分布や波形を求めるために非常に重要である。例えば、付録に示した微小振幅波の重複波の理論解をみると、重複波の振幅や位相は入・反射波の振幅や位相から決定されることがわかる。

消波防波堤で生じる反射波の位相は、反射自由端となる堤体壁面までの距離や、消波材の抵抗や水深および波高の変化により影響される入・反射波の波速によって決定される。したがって、水理模型実験により得られた反射波の位相を、透水層による任意反射境界処理法を用いた数値シミュレーションによって再現するためには、入射波に線形長波近似が成り立ち、かつ、水深が一定の場合には、透水層の幅と強度を水理模型実験と同等に設定すればよいことになる。一方、入射波が非線形性や分散性を有する、あるいは、水深が一定でない場合には、透水層の特性を水理模型と同等に設定することのみならず、数値モデルの基礎方程式が波の非線形性・分散性、および水深変化に対応し、その結果生じる波速の変化を精度よく再現するものである必要がある。

透水層内のブシネスク方程式 (64), (65) は、分散特性に関して、広い範囲で線形分散特性を満足するよう改良された Madsen and Sørensen (1992) による修正ブシネスク方程式と全く同じであり、さらに透水層のない水域に至っては、方程式そのものが同一である。したがって、少なくとも線形波の範囲においては、数値モデルの分散特性の精度は保証されている。そこで、以下で行う反射波の位相や水面波形の再現性に関する考察は、岩垣 (1987) の分類に従って、入射波が微小振幅波とみなせる場合と有限振幅波とみなせる場合に分けて行った。なお、考察の対象とした実験および計算ケースの防波堤前面の水深は、いずれも $h=32\text{cm}$ である。また、消波防波堤で生じる反射波の位相の推定には、Fan (1988) による方法を用いた。

(1) 微小振幅波

波速に関して入射波が微小振幅波とみなせる場合 ($H/h=0.094$, $T\sqrt{g/h}=5.5\sim 15.6$) は、数値シミュレーションによる反射波の位相の再現精度は、透水層を用いた任意反射境界の性能に大きく影響される。水理模型実験および数値シミュレーションの結果から得られた部分重複波の位相を図-11 に示す。周期が比較的長い場合には、Type1 および Type2 の任意反射境界処理法を用いた数値シミュレーションは、 30° 程度の誤差範囲で実験結果をほぼ再現していることがわかる。 $T=0.99\text{s}$ のとき、推定された部分重複波の位相の差異が大きくなっているが、これは、あとで述べるように、波形勾配の増加に伴い透水層内の波浪抵抗特性が変化したためと推測される。

次に、数値シミュレーションによるこれらの位相の再現性が、防波堤前面の水面波形に与える影響について考察する。造波開始直後から 60s 後までに、水理模型実験および数値シミュレーション (Type2) において観測された波高計 Ch 1 ~ Ch 6 における水位変動を図-12 に重ねて示す。入射波の周期が長いほど反射波の振幅が大きく、各地点において顕著な部分重複波の波形が観察される。

図-9 で示したように、模型実験で得られた反射率に対して、数値計算で得られた反射率は、1~2 割程度の誤差が生じている。一方、図-11 で示したように、部分重複波の位相の再現精度には 30 度程度の誤差が認められる。これらを合わせて考慮すると、反射率が大きい $T=1.84\text{s}$, $T=2.82\text{s}$ の場合において若干波形の再現性が劣るものの、数値計算で得られた部分重複波の波形は実験波形をほぼ再現できていると思われる。なお、 $T=0.99\text{s}$ のときは、部分重複波の位相の再現性が良くないにもかかわらず、消波防波堤前面で計算される波形は実験波形を非常によく再現している。これは、反射波の振幅が非常に小さいためである。

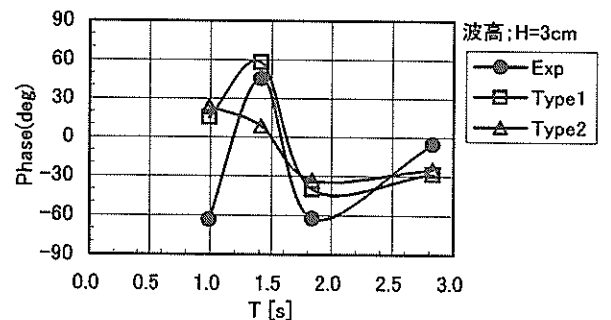


図-11 微小振幅波による部分重複波の位相の再現性 (水深 $h=32\text{cm}$, $H/h=0.094$, $T\sqrt{g/h}=5.5\sim 15.7$)

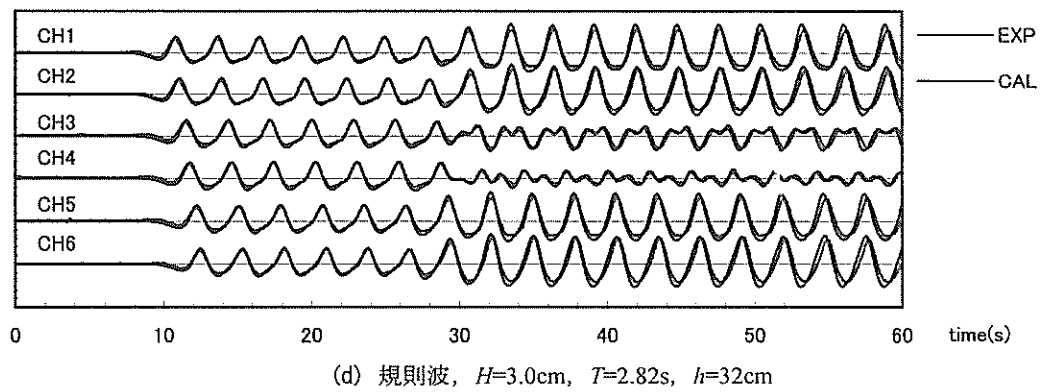
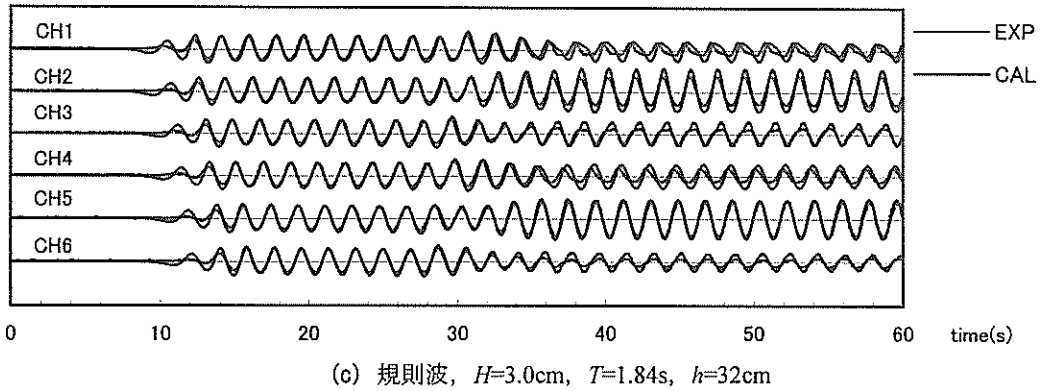
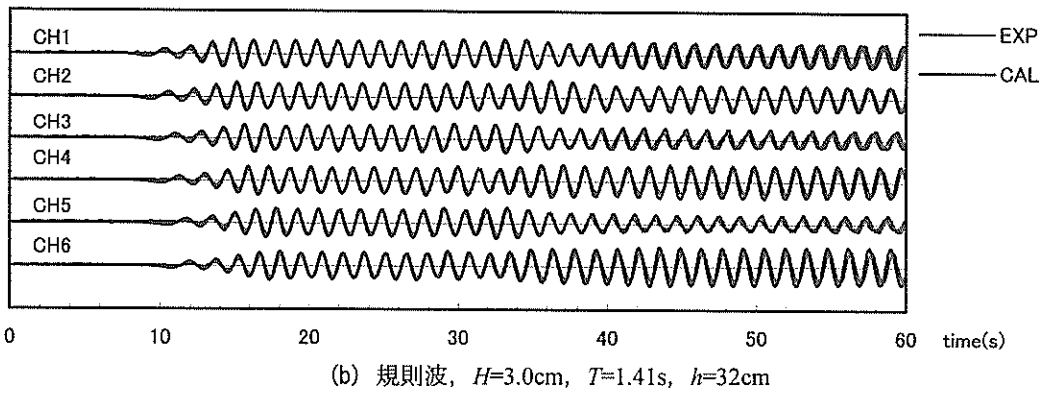
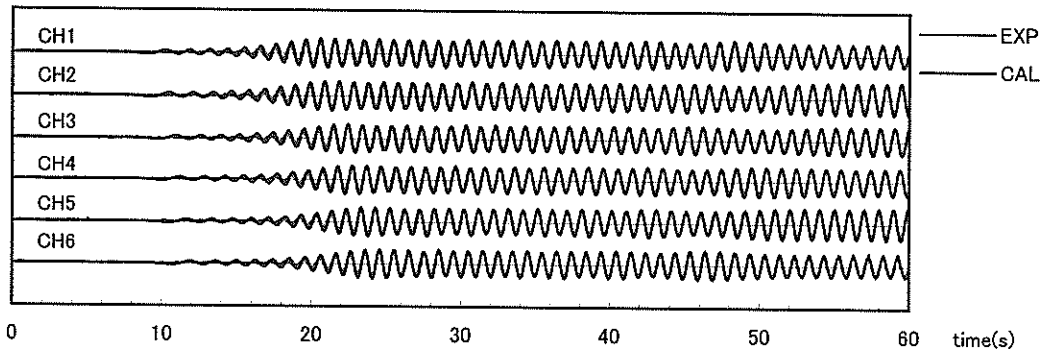


図-12 微小振幅波による入・反射波の波形
(任意反射境界モデルには Type2 を使用)

部分重複波の位相および波形の再現精度は反射波の再現性に大きく影響される。したがって、任意反射境界モデルにおける透水層の性質を決定するパラメータを適切に設定して反射率や反射波の位相の計算精度を高めることにより、部分重複波の波形をさらに精度よく計算できるようになるものと考えられる。

ここで、図-12 に示した部分重複波の波形をさらに詳細に観察すると、実験波形および計算波形とも、反射波が帰ってくる時刻あたりから明らかに入射波の周期とは異なる周期の波が重なっていて、かつ両者はよく一致していることが伺える。図-13 は、入射波周期が $T=2.82s$ のときに得られた各観測地点における水面波形をスペクトル解析した結果である。いずれの地点においても、実験波形と計算波形の周波数スペクトルは、ともに入射波

の周波数帯において部分重複波の振幅の空間分布に応じたスペクトル値を示している。さらに、両者とも入射波の2倍の周波数においてスペクトルのピークがみられ、この値は、入射波の周波数帯でみられるスペクトル値に関わらず、各地点ともほぼ一定である。このピークは、消波防波堤で波が反射された際に生じた2次波によるものと考えられる。ブシネスク方程式を用いた透水層による任意反射境界処理法は、このような2次波の発生および伝搬をよく再現している。

(2) 有限振幅波

波速に関して入射波が有限振幅波とみなせる場合 ($H/h=0.250$, $T\sqrt{g/h}=5.5\sim 15.6$) は、数値シミュレーションによる部分重複波の位相の再現精度に対しては、任

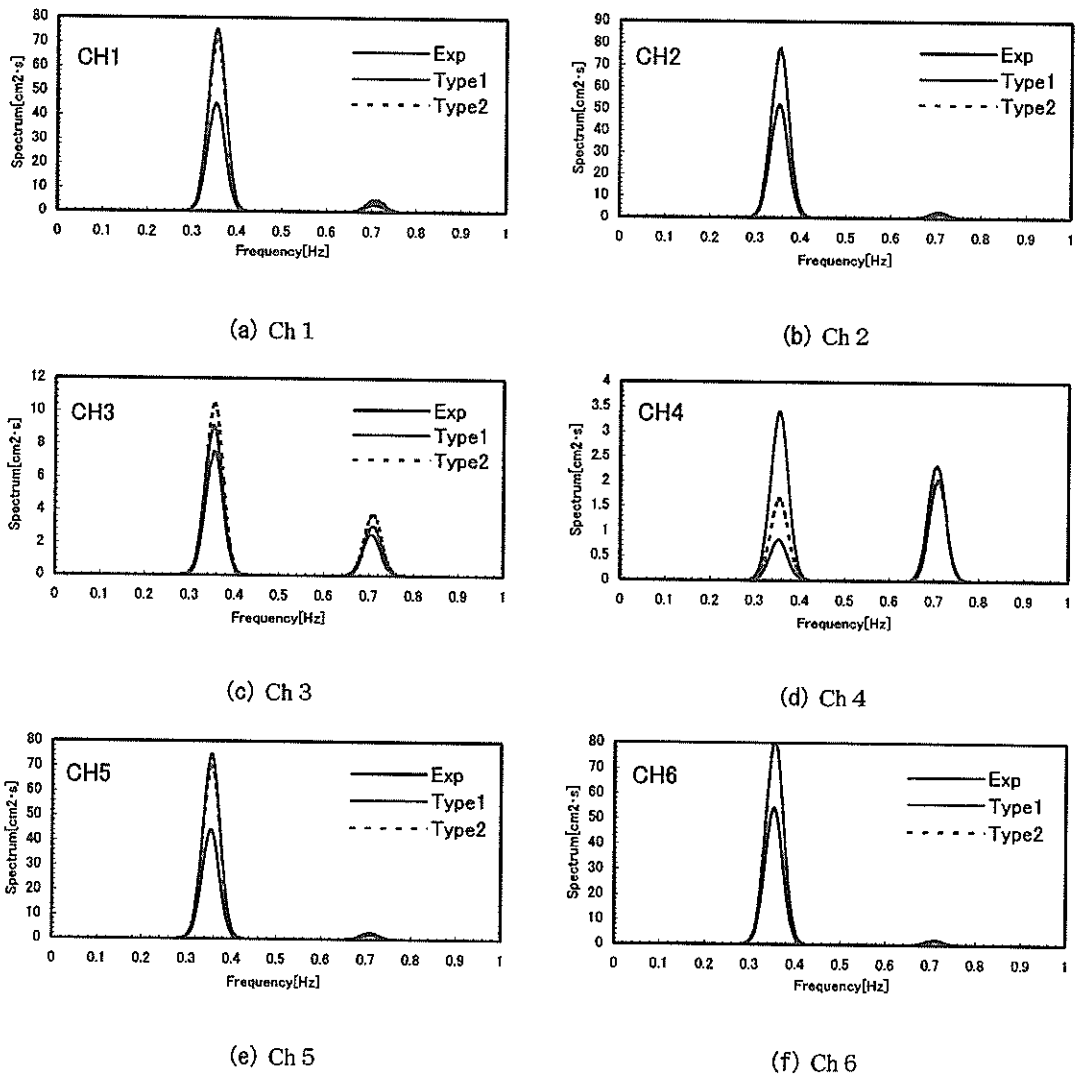


図-13 微小振幅波における入・反射波の周波数スペクトル (規則波, $H=3.0cm$, $T=2.82s$, $h=32cm$)

任意反射境界の性能のみならず、波の非線形性や分散性に対する基礎方程式の近似度、すなわち有限振幅波の波速の計算精度にも大きく影響されるものと考えられる。水理模型実験および数値シミュレーションの結果から得られた部分重複波の位相を図-14 に示す。入射波の周期が $T=2.82s$ のとき、数値シミュレーション (Type1, Type2) で得られた部分重複波の位相は実験で得られた結果にほぼ一致しているが、その他の周期での計算結果は実験結果に対しておよそ $60\sim 120^\circ$ 程度の誤差が認められる。

図-11 および図-14 に示した、任意反射境界処理法を用いた数値シミュレーションによる部分重複波の位相の再現性に関して、入射波の性質、透水層の抵抗則、および波浪場に対するブシネスク方程式の近似度に着目して整理する。表-2 は、両図の作成にあたり使用した波浪条件等をまとめたものである。

任意反射境界を実現する透水層は、層流抵抗と乱流抵抗からなる Dupuit-Forchheimer の抵抗則によって表現されている。入射波の波高が一定のとき、周期が短くなると波形勾配が増大し波の非線形性が強く現れるようになるが、透水層における波浪減衰においては、非線形な項からなる乱流抵抗がより卓越するようになると考えられる。図-14 ($H=0.08m$) において、位相の再現精度が低下する $T=1.84s$, $T=1.41s$, $T=0.99s$ の場合の波形勾配は $H/L \geq 0.026$ であり、図-11 ($H=0.03m$) において相対的に再現性が劣った $T=0.99s$ の場合の波形勾配 $H/L=0.022$ に近い値であることがわかる。このような非線形な波に関する部分重複波の位相の再現性の向上には、乱流抵抗係数 β を適切に設定することが有効であると考えられる。

波の分散性や非線形性が無視できなくなると、透水層がない水域においても、基礎方程式の近似度に応じて、計算モデル上の波速と実現象としての波速との間に誤差

が生じ、部分重複波の位相の計算精度に大きく影響することになる。

入射波の周期が短くなると、水深波長比が増大し深海波に近い条件となる。ところで、導出した透水層内のブシネスク方程式は、Madsen and Sørensen (1992) にならって、もともと長波近似であった Peregrine (1967) のブシネスク方程式の線形分散特性を修正して、水深波長比 $h/L=0.6$ 程度の波まで扱えるようにした方程式である。したがって、線形波の範囲内では、透水層内外を伝播する波の分散効果による波速減衰は、本研究で用いたブシネスク方程式でかなり精度よく記述される。透水層の性質を決定するパラメータの調整がまだ不十分であることを考慮すると、図-11 の結果は、任意反射境界処理法が線形波の部分重複波の位相に関して十分な計算精度を有していることを示している。

一方、有限振幅波を対象とした図-14 において、部分重複波の位相の再現精度が劣る原因の一つに、用いたブシネスク方程式が弱非線形近似であることが挙げられる。

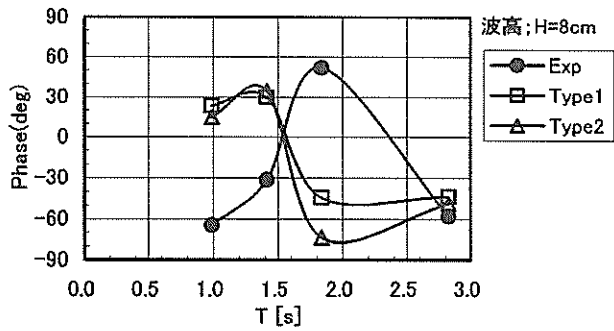
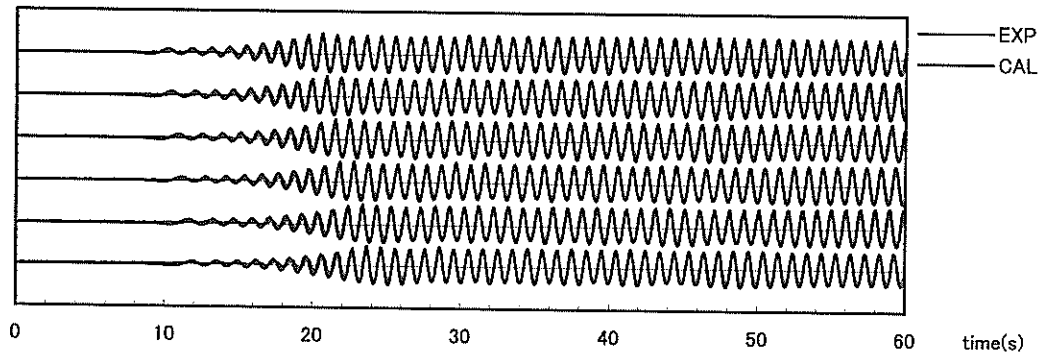


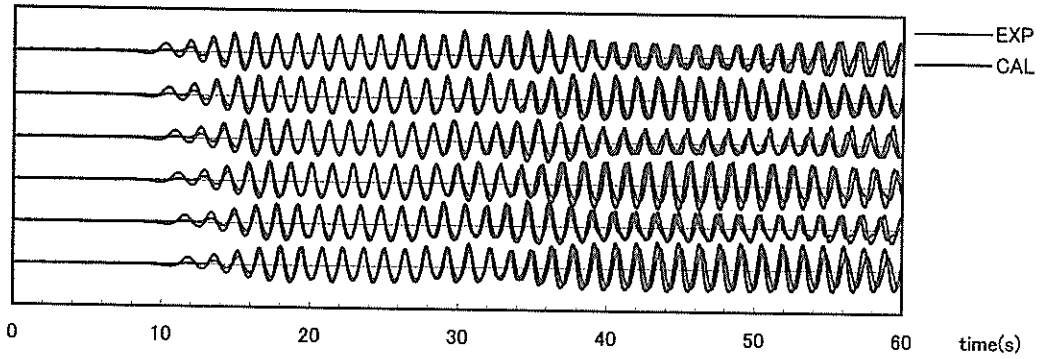
図-14 有限振幅波による部分重複波の位相の再現性 (水深 $h=32cm$, $H/h=0.250$, $T\sqrt{g/h}=5.5\sim 15.7$)

表-2 入射波条件と水理特性

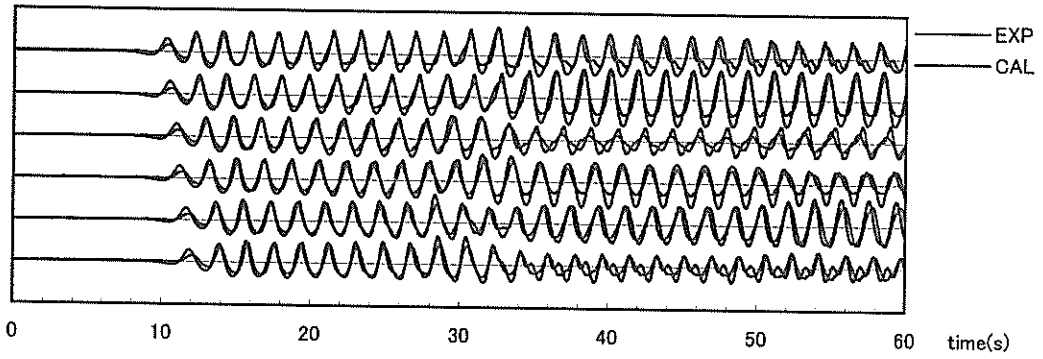
水深 $H(m)= 0.32$		深海波 $>$	$T=0.99s$	$T=1.41s$	$T=1.84s$	$T=2.82s$	\leq 長波
波長: L			1.37	2.22	3.05	4.85	
水深波長比: h/L		0.500	0.234	0.144	0.105	0.066	0.040
波形勾配: H/L	$H(m)= 0.03$		0.022	0.014	0.010	0.006	
	$H(m)= 0.08$		0.058	0.036	0.026	0.016	
水深 $H(m)= 0.32$			$T=0.99s$	$T=1.41s$	$T=1.84s$	$T=2.82s$	
$T\sqrt{g/h}$			5.5	7.8	10.2	15.6	
$\Pi=H/L\coth^2(2\pi h/L)$	$H(m)= 0.03$		0.03	0.04	0.05	0.10	$H/h=0.094$
	$H(m)= 0.08$		0.08	0.10	0.14	0.27	$H/h=0.250$



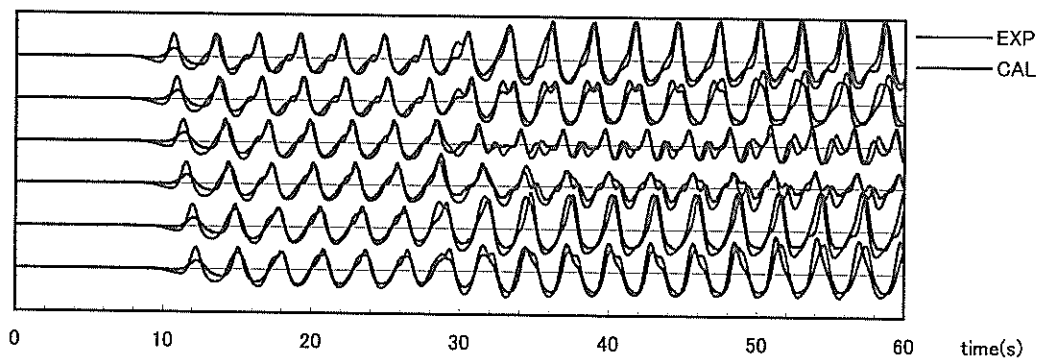
(a) 規則波, $H=8.0\text{cm}$, $T=0.99\text{s}$, $h=32\text{cm}$



(b) 規則波, $H=8.0\text{cm}$, $T=1.41\text{s}$, $h=32\text{cm}$



(c) 規則波, $H=8.0\text{cm}$, $T=1.84\text{s}$, $h=32\text{cm}$



(d) 規則波, $H=8.0\text{cm}$, $T=2.82\text{s}$, $h=32\text{cm}$

図-15 有限振幅波による入・反射波の波形
(任意反射境界モデルには Type2 を使用)

この影響は当然避けがたいところではあるが、合田ら (1983) によって提案された非線形性の程度を表すパラメータ Π 値をみると、 $T=2.82s$ の場合 ($\Pi=0.27$) の波はストークス波に属しているが、図でみられるように、この場合位相に関してまずまずの再現精度が得られている。それに対して、 $T=1.84s$, $T=1.41s$, $T=0.99s$ の場合には、 Π 値が波速に関する微小振幅波の適用限界 $\Pi=0.10$ のごく近傍、すなわち波速に関する有限振幅性が小さい場合であっても、波の性質が深海波に近い場合には部分重複波の位相の再現性に何らかの問題がありそうである。これらは、反射波の位相の推定に用いた Fan (1988) の方法が線形波の理論を基礎としていることの影響を考慮してもなお、先に述べた透水層の乱流抵抗係数の調整と合わせて、今後検討していくべき課題であると考えられる。

次に、微小振幅波の場合と同様に、造波開始直後から 60s 後までに水理模型実験および数値シミュレーション (Type2) において観測された、波高計 Ch1~Ch6 における水位変動を図-15 に示す。入射波の周期が長いほど反射波の振幅が大きく、各地点で顕著な部分重複波の波形が観察されるのは図-12 で示した微小振幅波の場合と同様である。しかしながら、反射率が小さい $T=0.99s$ の場合を除き、反射波が入射波と重なり部分重複波が形成される時刻あたりから実験波形と計算波形の一致具合が低下している。とくに、部分重複波の波形が実験波形と若干異なるようすが観察されるのは、入射波の波速とともに、微小振幅波の場合でもみられた任意反射境界で生じた 2 次波の波速を、透水層内外において完全には計算できていないことによると考えられる。部分重複波の位相

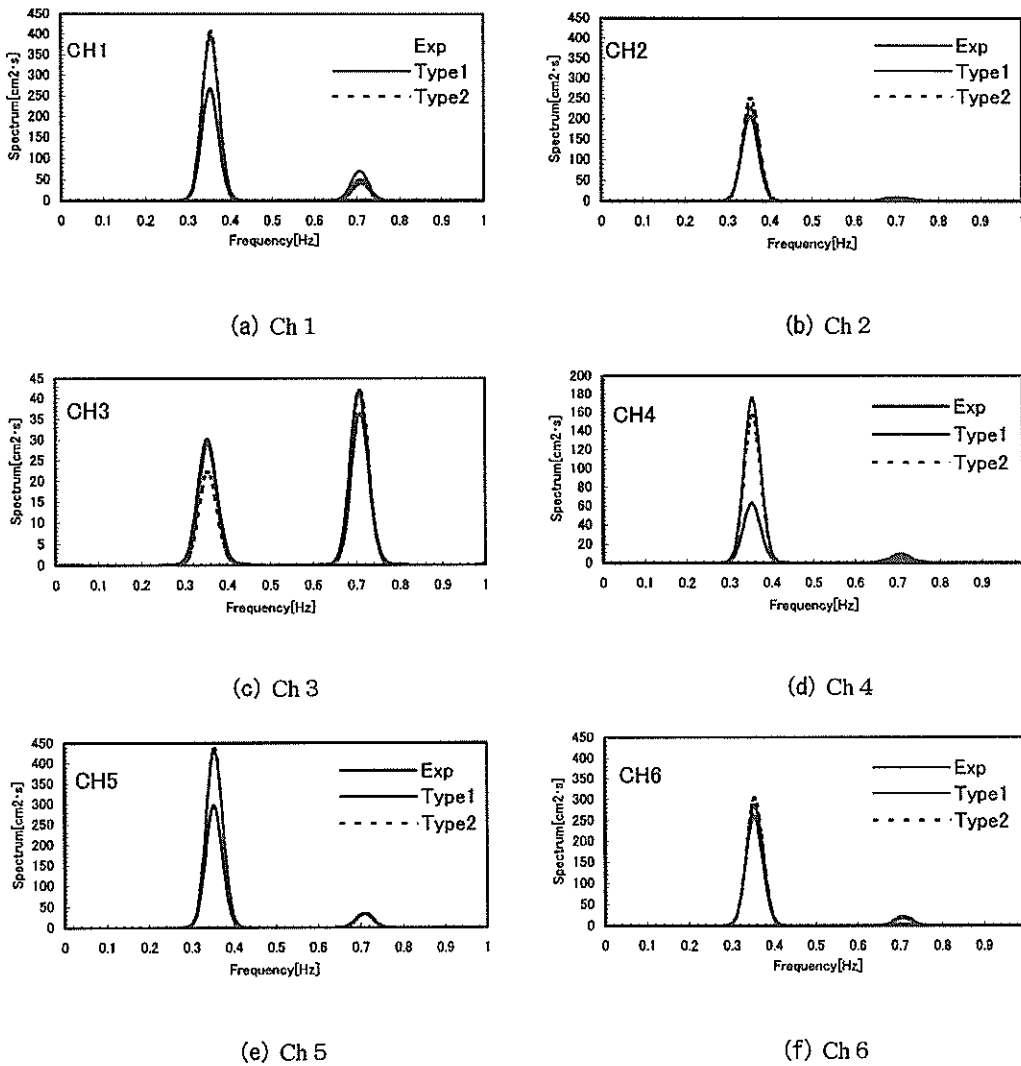


図-16 有限振幅波における入・反射波の周波数スペクトル (規則波, $H=8.0cm$, $T=2.82s$, $h=32cm$)

の再現性が比較的良好だった $T=2.82s$ の場合でも微小振幅波の場合と比較すると波形の再現性は劣っている。この理由としては、部分重複波が形成される以前からすでに波形に若干の差異がみられるなど、弱非線形のブシネスク方程式による水面変動の記述に対して $\Pi=0.27$ という入射波がかなりの非線形性を有する条件であったことや、任意反射境界からの反射波の振幅が大きく顕著な部分重複波を形成していたことなどが挙げられる。図-15に示した部分重複波の波形から観察されるこれらの事柄は、反射率や反射波の位相の再現性を示した図-9、図-14とよく一致している。

微小振幅波と同様に、 $T=2.82s$ の場合に得られた各観測地点における水面波形のスペクトルを図-16に示す。いずれの地点でも、入射波の周波数帯とその2倍周波数帯にスペクトルのピークがみられることは微小振幅波と同様であるが、異なる点は、後者のピーク値が観測地点によって多少違うことである。任意反射境界では微小振幅波と同じく2次波が生成されるものと思われるが、観測地点によってこの波の振幅に有意な差があるとするならば、この周波数帯においてやはり重複波が存在していると考えるのが妥当であろう。反射波に含まれるこのような2次波と同じ周波数をもつ逆向きの波は、模型実験における造波装置あるいは数値シミュレーションにおける造波境界で再反射されることにより造波されたものと考えることができる。あるいは、図-15(d)にみられたように、有限振幅波が水路を伝播するとき、微小振幅波の場合(図-12(d))に比べかなり非線形化が進むために、波形が変化することが影響しているとも考えられる。

6. まとめ

本研究では、ブシネスク方程式を用いた時間発展型数値波動モデルにおいて適用可能な、入・反射波共存場の波形を再現する任意反射境界処理法を開発することを目的とした。本研究の成果はおおよそ次のようである。

- ① 透水層内の波浪変形を記述し、かつ、広い範囲で線形分散特性を満たす、水深平均流速および流量フラックス表示による修正ブシネスク方程式を導出した。
- ② 消波材による波浪減衰機構をモデル化した透水層による任意反射境界処理法を開発した。透水層の幅や強度は、消波材の設置幅や空隙率、および消波材の形状や代表径などの物理量を直接用いることにより、客観的に定量化することが可能である。
- ③ 透水層内で成り立つ修正ブシネスク方程式から、開

境界処理法として用いられるスポンジ層内のエネルギー減衰項が導出されることを示した。同時に、スポンジ層内では、分散項と同じオーダーで粘性によるエネルギー減衰が生じることを示し、水深波長比が大きいほど有効に機能することを確認した。

- ④ 任意反射境界の消波性能について模型実験と比較したところ、数値計算では、実験結果と同様に、入射波の波高や周期の変化に応じて自動的に反射率が変化し、入射波に応じて透水層パラメータを調整することなく、1~2割程度の誤差範囲で模型実験における反射率が再現されることを示した。
- ⑤ 弱非線形の波に対する部分重複波の位相の再現性は良好であり、本研究で開発した任意反射境界処理法によって、消波防波堤前面の入・反射波合成波の波形を再現できることを示した。入射波の波形勾配が大きい場合にも、反射波の位相に関して高い再現性が得られる透水層パラメータ値を設定することにより、部分重複波の波形をほぼ再現できると示唆された。

今後は、今回開発した任意反射境界処理法において、透水層パラメータの感度分析を行い、浅水変形を含めた非線形波浪に対する計算精度のさらなる向上を目指す。また、平面波浪場における適用性について検討し、物理的に最適な透水層パラメータの選定方法を示した上で、港内外の静穏度計算業務への使用に耐え得る汎用化を図る予定である。

(2000年11月15日受付)

謝辞

本研究を進めるにあたり、とくにブシネスク方程式の展開に際して、水工部主任研究官富田孝史氏から多くの有益な助言を頂戴いたしました。また、反射波に関する模型実験では、波浪研究室の丸山晴広氏の献身的なご協力をいただきました。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 有川太郎・磯部雅彦(1999)：非線形緩勾配方程式を用いた任意反射率を持つ構造物周辺の入・反射波浪共存場の解析，海岸工学論文集，第46巻，pp. 56-60。
 岩垣雄一(1987)：最新海岸工学，森北出版，250p。
 石井敏雅・磯部雅彦・渡辺晃(1993)：非定常緩勾配不規則波動方程式における境界条件の改良と実用化の試み海岸工学論文集，第40巻，pp. 31-35。

磯部雅彦 (1999) : 波の基礎理論, 1999 年度 (第 35 回) 水工学に関する夏期研修会講義集, B コース, B-1, 22p.

喜岡渉・柏原謙爾(1995) : 高次 Boussinesq 方程式とそのステップ地形への適用性, 海岸工学論文集, 第 42 巻, pp. 166-170.

喜岡渉・柏原謙爾・相川久紀・田中正博(1996) : 多方向不規則波による港内副振動の予測モデルとその適用性, 海岸工学論文集, 第 43 巻, pp. 196-200.

Eric C.Cruz・横木裕宗・磯部雅彦・渡辺晃(1993) : 非線形波動方程式に対する無反射条件について, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 46-50.

Eric C.Cruz・石倉正英・青野利夫(1997) : 非線形分散波モデルを用いた開境界処理に関する研究, 海岸工学論文集, 第 44 巻, pp. 46-50.

合田良実・鈴木康正・岸良安治・菊地治 (1976) : 不規則波実験における入・反射波の分離推定法, 港研資料, No.248, 24p.

近藤淑郎 (1981) : 直立消波構造物の水理的特性, 1981 年度 (第 17 回) 水工学に関する夏期研修会講義集, B コース, B-1, 16p.

近藤淑郎・竹田英章(1983) : 消波構造物, 森北出版, p275.

平石哲也・上原功・鈴木康正 (1995) : ブシネスク方程式を用いた波浪変形計算法の適用性, 港研資料, No.814, 22p.

平山克也・上原功・平石哲也 (2000) : 領域接続法を用いた時間発展型地形変化予測モデルの開発, 海岸工学論文集, 第 47 巻, pp. 196-200.

Cruz, E.C., Isobe, M. and Watanabe, A. (1997) : Boussinesq equations for wave transformation on porous beds, Coastal Engineering, Vol.30, pp.125-156.

Fan, Qijin(1988) : Separation of time series on incident and reflected waves in model test with irregular waves, China Ocean Eng., Vol.2, No.4, pp.45-60.

Madsen, O.S. and S.M. White (1975) : Reflection and transmission characteristics of porous rubble mound breakwater, Tech. Rept. No.207, Parsons Lab., Dept. of Civil Engrg., MIT.

Madsen, P.A., Murray, R. and O.R., Sørensen (1991) : A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics., Coastal Engineering., Vol.15, pp.371-388.

Madsen, P.A. and O.R.Sørensen(1992) : A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part2. A slowly-varying bathymetry.,

Proc.18th Coastal Eng.Conf., ASCE, pp.183-204.

Mei,Chiang, C. (1989) : The applied dynamics of ocean surface waves, World Scientific Publishing Co.Pte.Ltd., 740p.

Nwogu, O.(1993) : Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation, J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., Vol.119, pp.618-638.

Peregrine, D.H.(1966) : Long waves on a beach, J. Fluid Mech, Vol.27, part4, pp.815-827.

記号表

u	:	X 方向の Darcy 流速
v	:	Y 方向の Darcy 流速
w	:	Z 方向の Darcy 流速
u_r	:	X 方向の透水層内の実流速
v_r	:	Y 方向の透水層内の実流速
w_r	:	Z 方向の透水層内の実流速
η	:	静水面からの水位変動量
ρ	:	水の密度
ρ_0	:	大気密度
λ	:	透水層の空隙率
λ_0	:	透水層端部の空隙率
τ	:	慣性力係数
α	:	透水層の層流抵抗係数
β	:	透水層の乱流抵抗係数
α_0	:	消波材形状による層流抵抗の代表値
β_0	:	消波材形状による乱流抵抗の代表値
ν	:	流体の動粘性係数
d	:	消波材の代表径
κ	:	付加質量係数
g	:	重力加速度
ϕ	:	速度ポテンシャル
h	:	静水深
D	:	全水深
μ	:	水深波長比
ε	:	相対波高
P	:	X 方向の線流量フラックス
Q	:	Y 方向の線流量フラックス
σ	:	エネルギー減衰係数
B	:	透水層の幅
H	:	入射波の波高
T	:	入射波の周期
L	:	入射波の波長
II	:	非線形性の程度を表すパラメータ

付録 微小振幅波の重複波

入射波の水位を η_I 、反射波の水位を η_R とすると、それぞれの水面波形は次のように表される。

$$\begin{cases} \eta_I = a_I \cos(kx - \sigma t + \varepsilon_I) \\ \eta_R = a_R \cos(kx - \sigma t + \varepsilon_R) \end{cases} \quad \text{付式 (1)}$$

式中の添字 I, R はそれぞれ入射波および反射波に関する量であることを示す。なお、座標軸 x は造波板あるいは造波境界から模型構造物へ向かう方向を正とする。

いま、水路内のある地点 $x=x_I$ において重複波の波形を観測しているとする、その波形は付式 (1) を用いて次のように表される。

$$\begin{aligned} \eta_{x=x_I} &= (\eta_I + \eta_R)_{x=x_I} \\ &= a_I \cos(\phi_I - \sigma t) + a_R \cos(\phi_R - \sigma t) \\ &= (a_I \cos \phi_I + a_R \cos \phi_R) \cos \sigma t \\ &\quad + (a_I \sin \phi_I - a_R \sin \phi_R) \sin \sigma t \\ &= \sqrt{a_I^2 + a_R^2 + 2a_I a_R \cos(\phi_I + \phi_R)} \cos(\sigma t - \varepsilon_S) \end{aligned} \quad \text{付式 (2)}$$

ここに、

$$\begin{cases} \phi_I = kx_I + \varepsilon_I \\ \phi_R = kx_I + \varepsilon_R \end{cases} \quad \text{付式 (3)}$$

$$\varepsilon_S = \tan^{-1} \left(\frac{a_I \sin \phi_I - a_R \sin \phi_R}{a_I \cos \phi_I + a_R \cos \phi_R} \right) \quad \text{付式 (4)}$$

付式 (2) からわかるように、微小振幅波の重複波は余弦波（または正弦波）となり、周期は入射波および反射波と同等である。重複波の振幅は付式 (2) の $\sqrt{\quad}$ の部分で与えられ、入射波と反射波の振幅および時刻 $t=0$ における位相によって決定される。また、重複波の位相は付式 (4) で与えられるが、振幅と同様に、入射波と反射波の振幅および時刻 $t=0$ における位相によって決定される。

したがって、合田ら (1983) による入・反射波の分離推定法と Fan (1988) の方法によって、入・反射波の振幅と初期位相が与えられると、ある地点の重複波の波形がただちに推定される。