

運輸省港湾技術研究所

# 港湾技術研究所 報告

---

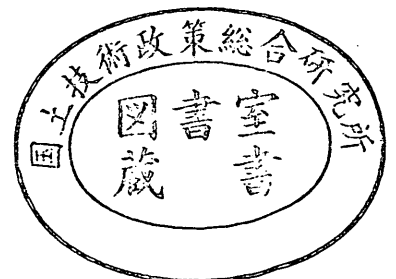
---

REPORT OF  
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH  
INSTITUTE  
MINISTRY OF TRANSPORT

---

VOL. 32 NO. 1 MAR. 1993

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



# 港湾技術研究所報告 (Report of P. H. R. I.)

第32巻 第1号 (Vol.32, No.1) 1993年3月 (Mar.1993)

## 目 次 (CONTENTS)

1. 海洋波の方向スペクトルの推定における最大エントロピー原理法(MEP)の拡張  
.....橋本典明・永井紀彦・浅井 正・菅原一晃.....3~25  
(Extention of Maximum Entropy Principle Method(MEP) for Estimating Directional Ocean Wave Spectrum  
.....Noriaki HASHIMOTO, Toshihiko NAGAI, Tadashi ASAI and Kazuteru SUGAHARA)
2. 波浪の多方向性と弱非線形性を考慮した水圧波から表面波への換算法について  
.....橋本典明・永井紀彦・菅原一晃・浅井 正・朴 慶寿.....27~51  
(Surface Wave Recovery from Subsurface Pressure Record on the Basis of Weakly Nonlinear Directional Wave Theory  
.....Noriaki HASHIMOTO, Toshihiko NAGAI, Kazuteru SUGAHARA, Tadashi ASAI and Kyung-Soo BAHK)
3. 沿岸域における風波の周波数スペクトルと無次元パラメータの特性  
-ハイブリッドパラメータ法による波浪換算モデル(第二報)-  
.....後藤智明・青野利夫.....53~99  
(On The Characteristics of One-Dimensional Spectra And Non-Dimensional Parameters of Wind Waves  
-Wave Hindcast Model Using the Hybrid-Parameter Method (2nd report)-  
.....Chiaki GOTO and Toshio AONO)
4. 袋詰めサントレーンの超軟弱地盤への適用性に関する研究  
.....北詰昌樹・寺師昌明・相原直浩・片山 忠.....101~123  
(Applicability of Fabri-Packed Sand Drain for Extremely Soft Clay Ground  
... Masaki KITAZUME, Masaaki TERASHI, Naohiro AIHARA and Tadashi KATAYAMA)

## 2. 波浪の多方向性と弱非線形性を考慮した 水圧波から表面波への換算法について

橋本典明\*・永井紀彦\*\*・菅原一晃\*・浅井 正\*\*\*・朴 慶寿\*\*\*\*

### 要 旨

現地波浪観測機器には種々のものがあり、我国では深水域での標準機器として超音波式波高計 (USW) が広く用いられている。しかしながら、USWでは荒天時に波が砕け始めると、海表面付近に巻き込まれた気泡による音波の散乱・吸収により、正常な波形記録が取得できない難点がある。このようなUSWの難点を補う目的で、USWに水圧センサーを組み込んだ複合型波高計も開発され、実際に現地に適用されている。

水圧波から表面波へ換算する方法はこれまでも多く提案されている。これらは大別すると2つに分類できる。水圧波の周波数スペクトルに周波数応答関数を乗じて表面波の周波数スペクトルを推定する類の周波数領域での解析法と、水圧波と表面波との関係を表す回帰式をもとに表面波を推定する類の時間領域での解析法である。しかしながら、これまでの多くの研究にもかかわらず、精度や安定性の面で必ずしも満足すべき換算方法はいまだ提案されていない。

そこで本論文では、波浪の本質的な特性である多方向性と弱非線形性および不規則性を考慮して、表面波から水圧波への応答特性を詳細に再検討し、新たに簡便かつ精度のよい水圧波から表面波への換算方法を提案した。また、本方法を現地観測データに適用することにより、その有用性を確認した。得られた主な結果は次のとおりである。

- ① 水圧波から表面波への周波数応答関数は、方向スペクトルの形状に依存して、その低周波数側と高周波数側に線形不規則波や一方向の弱非線形不規則波には見られない特異性を示す。
- ② 線形波理論で与えられる周波数応答関数と多方向弱非線形不規則波の周波数応答関数の相違は方向集中度が低いほど顕著である。
- ③ 新たに提案した換算方法を、現地観測データに適用する場合、高波浪時や低波浪時の種々の海象条件に対しても、ほぼ妥当に表面波へ換算可能である。また、換算して得られた時系列データを統計解析して得られる有義波高・周期、平均波高・周期などの統計量も平均的には妥当な値を示す。

キーワード：波浪観測，水圧計，波高計，不規則波

---

\* 海洋水理部 主任研究官  
\*\* 海洋水理部 海象調査研究室長  
\*\*\* 海洋水理部 海象調査研究室研究官  
\*\*\*\* 海洋水理部 海象調査研究室 STA フェロー (韓国海洋研究所)

## Surface Wave Recovery from Subsurface Pressure Record on the Basis of Weakly Nonlinear Directional Wave Theory

Noriaki HASHIMOTOH\*  
Toshihiko NAGAI\*\*  
Kazuteru SUGAHARA\*  
Tadashi ASAI\*\*\*  
Kyung-Soo BAHK\*\*\*\*

### Synopsis

Ultrasonic wave gauges are most common apparatus for field wave measurements in Japanese coastal waters. The disadvantage of the ultrasonic wave gauges is that they are often fail to measure rough seas when water surface is disturbed by strong winds or breaking waves. This is quite inconvenient, because one of the major purposes of field wave observation is to obtain records of extreme seas. To overcome such disadvantage, the simultaneous operation of pressure gauge as an auxiliary wave gauge is carried out in Japan.

Since the device measures the subsurface pressure, a proper transformation have to be carried out to obtain surface wave information. So far, many methods have been proposed to recover the surface wave information from subsurface pressure record. These methods are generally classified into two types. The one is the method by means of a frequency response function based on the linear wave theory in frequency domain. The other is the method by means of linear filter techniques in time domain. Though many researchers have gone to great lengths investigating the possibility of generating surface wave information from subsurface pressure records, almost all the existing methods are supplemented with various empirical corrections and do not seem to perform well.

In this report, we investigate the characteristics between surface waves and pressure waves in detail on the basis of weakly nonlinear directional wave theory, and propose a new method to recover surface wave information from subsurface pressure record. The proposed method is examined for field wave data obtained at Hitachinaka Port (water depth is 30m) and Nakagusuku Bay (water depth is 50m) and validity of the method is discussed with the following conclusions.

- 1) The frequency response function from water pressure to wave elevation shows peculiarity in its lower and higher frequency ranges in dependance on the angular spreading function of directional spectrum. This peculiarity can be successfully explained on the basis of weakly nonlinear directional wave theory.
- 2) The wider the angular spreading function becomes, the greater the difference grows between the frequency response function of linear wave theory and that of weakly nonlinear directional wave theory.
- 3) The proposed method is quite reliable in the wide range of wave height and period, i.e., from calm sea conditions to severe storm conditions.

**Key Words :** Wave Observation, Wave Gauge, Pressure Profile, Irregular Waves

---

\* Senior Research Engineer, Marine Hydrodynamics Division.  
\*\* Chief, Marine Observation Laboratory, Marine Hydrodynamics Division.  
\*\*\* Member, Marine Observation Laboratory, Marine Hydrodynamics Division.  
\*\*\*\* STA Fellow, Marine Observation Laboratory, Marine Hydrodynamics Division,  
(Korea Ocean Research & Development Institute).

## 目 次

要 旨 .....	27
1. まえがき .....	31
2. 既往の水圧波から表面波への換算方法 .....	31
3. 波浪の多方向性と弱非線形性および不規則性を考慮した水圧波と表面波に関する理論的検討方法 .....	33
3. 1 弱非線形不規則波の波数・周波数スペクトルの表現 .....	33
3. 2 多方向性を有する弱非線形な表面波と水圧波の表現 .....	34
3. 3 多方向性を有する弱非線形な表面波と水圧波の周波数スペクトルの数値計算法 .....	35
4. 水圧波から表面波への換算法に関する数値的検討 .....	35
4. 1 弱非線形なスペクトルの計算例 .....	35
4. 2 方向スペクトル形状の相違による周波数応答関数の特性に関する数値的検討 .....	39
4. 3 単位インパルス応答に関する数値的検討 .....	41
5. 水圧波から表面波への換算法に関する現地観測データを用いた検討 .....	42
6. 水圧波から表面波へ換算するための簡便法 .....	46
7. 現地観測データを用いた水圧波から表面波への換算 .....	47
8. おわりに .....	51
参考文献 .....	51

## 1. はじめに

現地波浪観測機器には種々のものがあり、我国では深水域での標準機器として超音波式波高計 (USW) が広く用いられている。しかしながら、USW では荒天時に波が砕け始めると、海表面付近に巻き込まれた気泡による音波の散乱・吸収により、正常な波形記録が取得できない難点がある。このような USW の難点を補う目的で、USW に水圧センサーを組み込んだ複合型波高計も開発され、実際に現地に適用されている<sup>1)</sup>。

水圧波から表面波へ換算する方法はこれまでも多く提案されている。これらは大別すると2つに分類できる。水圧波の周波数スペクトルに周波数応答関数を乗じて表面波の周波数スペクトルを推定する類の周波数領域での解析法と、水圧波と表面波との関係を表す回帰式をもとに表面波を推定する類の時間領域での解析法である。しかしながら、これまでの多くの研究にもかかわらず、精度や安定性の面で必ずしも満足すべき換算方法はいまだ提案されていない。

そこで本論文では、波浪の本質的な特性である多方向性と弱非線形性および不規則性を考慮して、水圧波から表面波への応答特性を詳細に再検討することとした。理論的検討に際しては、方向スペクトルを有する弱非線形不規則波の数値シミュレーションによる検討も可能であるが、1次成分波 (線形成分波) の位相の影響によるケース毎のばらつきが大きい<sup>2)</sup>、2次までの非線形性を考慮して Fourier-Stieltjes 積分表示により得られる非線形な水圧波ならびに表面波の方向スペクトルの期待値を数値積分することにより、水圧波から表面波への周波数応答関数の統計的期待値の特性について検討することとした。このような方法により、これまで考慮されていなかった方向スペクトル形状の相違による水圧波の非線形効果の特性および周波数応答関数の特性を検討した。

さらに水深30mおよび50mの地点で得られた現地観測データを解析し、上記の理論的検討結果の妥当性を確かめるとともに、これらの結果を総合的に再検討して、簡便かつより精度の良い水圧波から表面波への換算方法を新たに提案した。また、本方法を現地観測データに適用し、その適用性や有用性を検討した。

以下ではまず、水圧波から表面波への既往の換算法について概観し、その問題点について述べる。その後で本研究で実施した理論的検討方法と検討結果および現地観測データを用いた検討結果について述べ、新しい水圧波から表面波への簡便な換算方法について述べることとする。

## 2. 既往の水圧波から表面波への換算方法

関数  $\xi(t)$  を時間  $t$  に関して定常な時系列変動量とし、Fourier-Stieltjes 積分によりこれを以下のように表現する。

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dZ(\omega) \exp(i\omega t) \quad (1)$$

ここに、 $i$  は虚数単位、 $dZ(\omega)$  は角周波数  $\omega$  の複素振幅を表し、角周波数  $\omega$  に関して次の対称性がある。

$$dZ^*(\omega) = dZ(-\omega) \quad (2)$$

ここに、 $*$  は共役の複素数を意味する。このとき、周波数スペクトル  $S(\omega)$  は、

$$\langle dZ^*(\omega) dZ(\omega) \rangle = S(\omega) d\omega \quad (3)$$

で定義される<sup>3)</sup>。ここに、 $\langle \rangle$  はアンサンブル平均を意味する。

いま、表面波  $\eta(t)$  および水圧波  $p(t)$  の周波数スペクトルをそれぞれ  $S_{\eta}(\omega)$ 、 $S_p(\omega)$  とすると、微小振幅波理論 (線形波理論) の範囲内で両者は次式で関係付けられる。

$$S_p(\omega) = |K(\omega)|^2 S_{\eta}(\omega) \quad (4)$$

$$K(\omega) = \rho g \frac{\cosh\{|k|(d+z)\}}{\cosh(|k|d)} \quad (5)$$

ここに、 $K(\omega)$  は表面波から水圧波への伝達関数、 $\rho$  は流体の密度、 $g$  は重力加速度、 $d$  は水深、 $z$  は水圧計の設置水深であり、平均水面を基準に上方を正とする。また、 $k$  は波数ベクトルであり、その絶対値  $|k|$  は次式で表される分散関係式、

$$\omega^2 = (2\pi f)^2 = g|k| \tanh(|k|d) \quad (6)$$

により角周波数  $\omega$  あるいは周波数  $f$  と関係付けられる。したがって、水圧波の周波数スペクトル  $S_p(\omega)$  が得られるならば、次式によって表面波の周波数スペクトルが得られる。

$$S_{\eta}(\omega) = \frac{1}{|K(\omega)|^2} S_p(\omega) = |H(\omega)|^2 S_p(\omega) \quad (7)$$

$$H(\omega) = \frac{1}{K(\omega)} = \frac{\cosh(|k|d)}{\rho g \cosh\{|k|(d+z)\}} \quad (8)$$

以下では  $H(\omega)$  を  $K(\omega)$  と区別するために周波数応答関数と呼ぶこととする。

また、周波数応答関数  $H(\omega)$  の逆 Fourier 変換、

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (9)$$

はインパルス応答と呼ばれる。線形波理論の範囲内ではこの  $h(t)$  を用いることにより、表面波の時系列  $\eta(t)$  と水圧波の時系列  $p(t)$  は次式で関係付けられる。

$$\eta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) p(t-\tau) d\tau \quad (10)$$

水圧波から表面波へ換算する方法のうち、周波数領域での解析法は式(7)に基づいて行う方法である。すなわち、得られた水圧波の周波数スペクトルに周波数応答関数を乗じて表面波の周波数スペクトルを求め、これをもとに有義波等の波浪諸元を推定する方法である。しかしながら、式(8)は周波数に関して指数関数的な単調増加関数である。このため、この関数を直接用いて表面波への換算を行えば、高周波数側で表面波の周波数スペクトルが過大評価あるいは発散する。この難点を避けるために高周波数側に工夫を導入した種々の方法が提案され、その妥当性は実験や観測により種々検討されている。

一般に用いられている工夫には、対象とする成分波の波長  $L$  が水深  $d$  の  $1/2$  以下になる深海波条件に対応する周波数を基準に特定の周波数を定め、これよりも高周波数側で周波数応答関数を  $0$  と置き、高周波数成分を無視する方法がある。あるいは、特定の周波数よりも高周波数側を一定値として扱う方法や、周波数応答関数を低次(1次あるいは2次)の Fourier 級数により近似し、高周波数側を有界な関数として扱う方法等が提案されている<sup>4), 5)</sup>。

この他にも、水圧時系列から得られる有義値をもとに、その有義波周期に対応する周波数応答の値を水圧の有義波高に乗じて表面波の有義波高とする方法などもある。ただしこの場合には、推定された有義波高に係数を乗じて補正する必要がある。この補正係数に関しては多くの研究者により種々の異なる値が提案されており<sup>6)</sup>、いまだ未解決の問題として残されている。

一方、時間領域での解析法は式(10)に基づいて行う方法である。しかしながら、線形波理論により得られる周波数応答関数(式(8))は前記のように周波数に関して指数関数的な単調増加関数であり、式(8)の逆 Fourier 変換は発散して求めることが出来ない。そこで小舟ら<sup>1)</sup>は、表面波と水圧波の各観測データの一部分の時系列デー

タを用い、式(10)によってインパルス応答  $h(\tau)$  を求め、これを各時系列データの全体に適用する例を示している。

この他、Nielsen<sup>7)</sup> は実験水路で得られたデータをもとに次式で与えられる換算式を提案している。

$$\hat{\eta}_n = \frac{p_n}{\rho g} \exp \left\{ A \left( \frac{z}{d} \right) \frac{-p_n - M + 2p_n - p_n + M}{p_n g (M \Delta t)^2} \right. \\ \left. \times \left( d + \frac{p_n}{\rho g} - z \right) \right\} \quad (11)$$

$$A \left( \frac{z}{d} \right) = 0.67 + \frac{0.34z}{d} \quad ; \quad z \leq 0.5d \quad (12)$$

$$M = \frac{\left( \frac{d}{g} \right)^{0.5}}{\Delta t} \quad (13)$$

ここに、 $\Delta t$  は時系列データのサンプリング時間間隔であり、 $p_n = p(n \Delta t)$  である。式(11)によって水圧波から表面波に換算する方法は「Local Approximation Method (局所近似法)」と呼ばれている。局所近似法は浅海域の非線形な波浪にも適用可能であるものの、時系列データが平均値を交差する周辺で著しい誤差を与える場合がある。

以上、水圧波から表面波に換算する既往の方法について簡単に概観した。線形波理論に基づく既往の方法では、上記の例に見られるように、現実の波浪と線形波理論との差異に起因して、何らかの経験的な要素が導入されている。これまでもこの経験的な要素を排除するために種々の研究が実施されてきたが、必ずしも明確な説明がなされているとは言い難い。例えば、水圧波の有義値を用いた換算法に導入されている補正係数に関しては、高次の非線形効果までを考慮した検討がなされている<sup>8)</sup>。しかしながら、既往の方法で検討されている非線形効果は、一方向に伝播する波浪の非線形効果を検討したものであり、現実の多方向の非線形不規則波の効果を検討したものではない。したがって、現実の波浪特性と理論とのギャップを埋めるためには、より現実に沿って波浪の多方向性と非線形性および不規則性を同時に考慮した説明が必要である。しかしながら、波浪の多方向性と非線形性、不規則性はいずれも海岸工学上の難題の部類に属している。そこで以下では、比較的単純な条件で波浪の多方向性と弱非線形性および不規則性を考慮して、この問題を検討することとする。

### 3. 波浪の多方向性と弱非線形性および不規則性を考慮した水圧波と表面波に関する理論的検討方法

水圧波から表面波への換算には一般に線形波理論により得られる表面波から水圧波への伝達関数の逆数（周波数応答関数）が用いられる。2. で述べたように、この関数は周波数に関して指数関数的な単調増加関数である。このため、この関数を直接用いて表面波への換算を行えば、高周波数側において水位変動が過大評価され、異常な波形が推定される。この難点を避けるために高周波数側に工夫を導入した種々の方法が提案され、その妥当性は実験や観測により裏付けられている。しかしながら、いずれの方法も便宜的な補正方法であり、その理論的背景は不明確であって一般性に乏しい。

そこで、ここでは波浪の本質的な多方向性と弱非線形性および不規則性を考慮して、方向スペクトルを有する2次までの非線形性を導入した水圧波から表面波への換算方法を種々検討することとした。理論的検討に際しては、2次までの弱非線形性を考慮した不規則波のシミュレーションによる検討も可能であるが、木村<sup>2)</sup>も指摘しているように、1次成分波の位相の影響によるケース毎のばらつきが大きいので、2次までの非線形性を考慮して Fourier-Stieltjes 積分表示により得られる非線形な水圧波ならびに表面波の方向スペクトルの期待値を数値積分することにより、伝達関数の統計的期待値の特性について検討した。このような検討により、これまで考慮されていなかった方向スペクトル形状の相違による水圧波の非線形効果の相違の影響を評価できる。

#### 3. 1 弱非線形不規則波の波数・周波数スペクトルの表現

関数  $\xi(x, t)$  を平面座標  $x$  および時間  $t$  に関して定常な時系列変動量とし、Fourier-Stieltjes 積分によりこれを次式のように表現する。

$$\xi(x, t) = \int_k \int_\omega dZ(k, \omega) \exp \{i(k \cdot x - \omega t)\} \quad (14)$$

ここに、 $dZ(k, \omega)$  は波数ベクトル  $k$ 、角周波数  $\omega$  の Fourier-Stieltjes 成分の複素振幅であり、次の対称性を有している。

$$dZ^*(k, \omega) = dZ(-k, -\omega) \quad (15)$$

このとき、波数・周波数スペクトル  $S(k, \omega)$  は次式で定義される。

$$\langle dZ^*(k, \omega) dZ(k, \omega) \rangle = S(k, \omega) dk d\omega \quad (16)$$

いま、 $\xi(x, t)$  が弱非線形・疑似ガウス過程に従うならば、微小パラメタ  $\varepsilon$  に関して  $\xi(x, t)$  は次のように摂動展開できる。

$$\xi(x, t) = \xi^{(1)}(x, t) + \xi^{(2)}(x, t) + \dots \quad (17)$$

ここに、 $\xi^{(n)}(x, t)$  は  $\varepsilon$  の  $n$  乗のオーダーの項である。ここで、式(17)の右辺第1項  $\xi^{(1)}(x, t)$  はガウス過程に従うものとし、また高次の項は1次の項を用いて、

$$\begin{aligned} \xi^{(n)}(x, t) = & \int \dots \int g^{(n)}(x-x_1, \dots, x-x_n, \\ & t-t_1, \dots, t-t_n) \xi^{(1)}(x_1, t_1) \dots \xi^{(1)}(x_n, t_n) \\ & \times dx_1 \dots dx_n dt_1 \dots dt_n \end{aligned} \quad (18)$$

で表されるものと仮定する。さらに、Fourier-Stieltjes 変換、

$$\xi^{(n)}(x, t) = \int_k \int_\omega dZ^{(n)}(k, \omega) \exp \{i(k \cdot x - \omega t)\} \quad (19)$$

を用いれば、式(17)と式(18)はそれぞれ次式のように変換される。

$$dZ(k, \omega) = dZ^{(1)}(k, \omega) + dZ^{(2)}(k, \omega) + \dots \quad (20)$$

$$\begin{aligned} dZ^{(n)}(k, \omega) = & \int \dots \int G^{(n)}(k_1, \dots, k_n, \omega_1, \dots, \omega_n) \\ & \times dZ^{(1)}(k_1, \omega_1) \dots dZ^{(1)}(k_n, \omega_n) \end{aligned} \quad (21)$$

$$(\text{ただし、} k_1 + \dots + k_n = k, \omega_1 + \dots + \omega_n = \omega)$$

ここに、 $dZ^{(1)}(k_i, \omega_i)$  は1次（線形成分波）の Fourier-Stieltjes 成分の複素振幅、添字を付した  $k_i$  と  $\omega_i$  はそれぞれ線形成分波の波数ベクトルと角周波数であり、式(6)の分散関係式を満たし、かつ、

$$k_i(-\omega_i) = -k_i(\omega_i) \quad (22)$$

の関係がある。また、非線形核関数  $G^{(n)}(k_1, \dots, k_n, \omega_1, \dots, \omega_n)$  は  $g^{(n)}(x_1, \dots, x_n, \tau_1, \dots, \tau_n)$  の Fourier 変換であり、次式で表される。

$$\begin{aligned} G^{(n)}(k_1, \dots, k_n, \omega_1, \dots, \omega_n) = & \int \dots \int (x_1, \dots, x_n, \\ & \tau_1, \dots, \tau_n) \exp \{-i(k_1 \cdot x_1 + \dots + k_n \cdot x_n \\ & - \omega_1 \tau_1 - \dots - \omega_n \tau_n)\} dx_1 \dots dx_n d\tau_1 \dots d\tau_n \end{aligned} \quad (23)$$



式(20)を式(16)の波数・周波数スペクトルの定義式に代入し、平均値が0のガウス過程の変動量の複数個の積のアンサンブル平均に関する公式を用いて整理すると、例えば2次オーダーまでの波数・周波数スペクトルの期待値として次式が得られる<sup>9)</sup>。

$$S(k, \omega) = S^{(1)}(k, \omega) + S^{(2)}(k, \omega) \quad (24)$$

$$S^{(2)}(k, \omega) = 2 \int_{k_1} \int_{\omega_1} |G(k_1, k-k_1, \omega_1, \omega-\omega_1)|^2 \times S^{(1)}(k_1, \omega_1) S^{(1)}(k-k_1, \omega-\omega_1) dk_1 d\omega_1 \quad (25)$$

ここに、 $S^{(1)}(k, \omega)$ 、 $S^{(2)}(k, \omega)$ はそれぞれ1次（線形成分波）および2次オーダーの波数・周波数スペクトルの期待値である。

### 3. 2 多方向性を有する弱非線形な表面波と水圧波の表現

多方向性を有する2次までの弱非線形性を考慮した表面波形 $\eta(x, t)$ は、水深 $d$ を一定として摂動展開により、

$$\begin{aligned} \eta(x, t) &= \eta^{(1)}(x, t) + \eta^{(2)}(x, t) \\ &= \int_k \int_{\omega} dA(k, \omega) \exp\{i(k \cdot x - \omega t)\} \\ &= \int_k \int_{\omega} \{dA^{(1)}(k, \omega) + dA^{(2)}(k, \omega)\} \\ &\quad \times \exp\{i(k \cdot x - \omega t)\} \end{aligned} \quad (26)$$

で与えられる。ここに、 $dA^{(1)}(k, \omega)$ 、 $dA^{(2)}(k, \omega)$ は表面波の1次および2次の Fourier-Stieltjes 成分であり、 $dA^{(2)}(k, \omega)$ は $dA^{(1)}(k, \omega)$ を用いて次式で表される。

$$dA^{(2)}(k, \omega) = \int_{k_1} \int_{\omega_1} H(k_1, k-k_1, \omega_1, \omega-\omega_1) \times dA^{(1)}(k_1, \omega_1) dA^{(1)}(k-k_1, \omega-\omega_1) \quad (27)$$

式(27)中の $H(k_1, k_2, \omega_1, \omega_2)$ は表面波の非線形核関数であり、次式で表される<sup>10)</sup>。

$$\begin{aligned} H(k_1, k_2, \omega_1, \omega_2) &= \frac{1}{2g} \left\{ 2(\omega_1 + \omega_2) D(k_1, k_2, \omega_1, \omega_2) \right. \\ &\quad \left. - \frac{g^2 k_1 \cdot k_2}{\omega_1 \omega_2} + \omega_1 \omega_2 + \omega_1^2 + \omega_2^2 \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} D(k_1, k_2, \omega_1, \omega_2) &= \\ &= [2(\omega_1 + \omega_2) \{g^2 k_1 \cdot k_2 - (\omega_1 \omega_2)^2\} \\ &\quad - \omega_1 \omega_2 (\omega_1^3 + \omega_2^3) + g^2 (|k_1|^2 \omega_2 + |k_2|^2 \omega_1)] \\ &\quad / [2\omega_1 \omega_2 \{(\omega_1 + \omega_2)^2 \\ &\quad - g |k_1 + k_2| \tanh(|k_1 + k_2| d)\}] \end{aligned} \quad (29)$$

同様に、多方向性を有する2次までの弱非線形性を考慮した水圧波 $p(x, z, t)$ は、

$$\begin{aligned} p(x, z, t) &= p^{(1)}(x, z, t) + p^{(2)}(x, z, t) \\ &= \int_k \int_{\omega} dP(k, z, \omega) \exp\{i(k \cdot x - \omega t)\} \\ &= \int_k \int_{\omega} \{dP^{(1)}(k, z, \omega) + dP^{(2)}(k, z, \omega)\} \\ &\quad \times \exp\{i(k \cdot x - \omega t)\} \end{aligned} \quad (30)$$

で与えられる。ここに、 $dP^{(1)}(k, z, \omega)$ 、 $dP^{(2)}(k, z, \omega)$ はそれぞれ水圧波の1次および2次の Fourier-Stieltjes 成分であり、 $dA^{(1)}(k, \omega)$ を用いて次式で与えられる。

$$\begin{aligned} dP^{(1)}(k, z, \omega) &= \rho g \frac{\cosh\{|k|(d+z)\}}{\cosh(|k|d)} dA^{(1)}(k, \omega) \\ dP^{(2)}(k, z, \omega) &= \int_{k_1} \int_{\omega_1} F(k_1, k-k_1, z, \omega_1, \omega-\omega_1) \\ &\quad \times dA^{(1)}(k_1, \omega_1) dA^{(1)}(k-k_1, \omega-\omega_1) \end{aligned} \quad (31)$$

式(32)中の $F(k_1, k_2, z, \omega_1, \omega_2)$ は水圧波の非線形核関数であり、次式で表される<sup>10)</sup>。

$$\begin{aligned} F(k_1, k_2, z, \omega_1, \omega_2) &= \rho(\omega_1 + \omega_2) E(k_1, k_2, z, \omega_1, \omega_2) \\ &\quad - \rho g^2 [k_1 \cdot k_2 \cosh\{|k_1|(d+z)\} \cosh\{|k_2|(d+z)\} \\ &\quad - k_1 k_2 \sinh\{|k_1|(d+z)\} \sinh\{|k_2|(d+z)\}] \\ &\quad / [2\omega_1 \omega_2 \cosh(|k_1|d) \cosh(|k_2|d)] \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} E(k_1, k_2, z, \omega_1, \omega_2) &= \\ D(k_1, k_2, \omega_1, \omega_2) &\frac{\cosh\{|k_1 + k_2|(d+z)\}}{\cosh(|k_1 + k_2|d)} \end{aligned} \quad (34)$$

ここに、 $k_i = \text{sign}(\omega_i) |k_i|$ である。

### 3. 3 多方向性を有する弱非線形な周波数スペクトルの数値計算法

多方向性を有する弱非線形な不規則波の波数・周波数スペクトルは、式(24)および式(25)に、波数・周波数スペクトルの線形成分  $S^{(1)}(k, \omega)$  および式(28)で表される非線形核関数  $H(k_1, k_2, \omega_1, \omega_2)$  を代入することにより計算できる。同様に水圧波の波数・周波数スペクトルも  $S^{(1)}(k, \omega)$  および式(33)で表される非線形核関数  $F(k_1, k_2, z, \omega_1, \omega_2)$  を用いて式(24)および式(25)より計算できる。

波数・周波数スペクトル  $S(k, \omega)$  を方向スペクトル  $S(\omega, \theta)$  に変換する場合、波数ベクトル  $k$  と角周波数  $\omega$  との間に分散関係式が成立することが前提となる。したがって、波数・周波数スペクトルの線形成分  $S^{(1)}(k, \omega)$  は分散関係式を用いて  $S^{(1)}(\omega, \theta)$  に変換できるが、2次成分  $S^{(2)}(k, \omega)$  の  $k (= k_1 + k_2)$  と  $\omega (= \omega_1 + \omega_2)$  は分散関係式を満足せず、方向角については、

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{k_1 \sin \theta_1 + k_2 \sin \theta_2}{k_1 \cos \theta_1 + k_2 \cos \theta_2} \right) \quad (35)$$

によって求められる。ここに、 $\theta_1$  と  $\theta_2$  はそれぞれ  $(k_1, \omega_1)$  と  $(k_2, \omega_2)$  の線形成分波の伝播方向である。

表面波  $\eta(x, t)$  および水圧波  $p(x, z, t)$  のパワースペクトル  $S_\eta(\omega)$ ,  $S_p(\omega)$  は上記のようにして得られた方向スペクトル  $S_\eta(\omega, \theta)$ ,  $S_p(\omega, \theta)$  を方向角に関して積分することにより計算できる。

以下では、1次成分(線形成分)の方向スペクトルとして式(36)を仮定し、ここで述べた方法を用いて諸量の特性を検討した。

$$S^{(1)}(f, \theta) = S^{(1)}(f) G^{(1)}(\theta | f) \quad (36)$$

ここに、 $S^{(1)}(f)$  は周波数スペクトル、 $G^{(1)}(\theta | f)$  は方向関数であり、それぞれ次式で与えられる<sup>11)</sup>。

$$S^{(1)}(f) = \sum_i \alpha_i H^2 \frac{1}{3i} T_{pi}(f/f_{pi})^{-m_i} \times \exp \left\{ -\frac{m_i}{n_i} (f/f_{pi})^{-m_i} \right\} \gamma_i^{\exp |-(f/f_{pi}-1)^2/2\sigma^2|} \quad (37)$$

$$\sigma = \begin{cases} 0.07 : 0.7f_p < f < f_p \\ 0.09 : f_p \leq f < 1.4f_p \end{cases} \quad (38)$$

$$G^{(1)}(\theta | f) = \sum_i G_{\alpha_i} \cos^{2\alpha_i} \left( \frac{\theta - \theta_i}{2} \right) \quad (39)$$

$$G_0 = \left[ \int_0^{2\pi} \cos^{2\alpha} \left( \frac{\theta}{2} \right) d\theta \right]^{-1} \left. \begin{matrix} S = \begin{cases} S_{\max}(f/f_p)^5 & : f \leq f_p \\ S_{\max}(f/f_p)^{-2.5} & : f > f_p \end{cases} \end{matrix} \right\} \quad (40)$$

ここに、 $f_p$  はスペクトルのピーク周波数、 $T_p$  はその逆数であり、有義波周期とは次式のような関係がある<sup>11)</sup>。

$$T_p \doteq 1.05 T_{1/3} \quad (41)$$

## 4. 水圧波から表面波への換算法に関する数値的検討

### 4. 1 弱非線形なスペクトルの計算例

3. で述べた方法により、数値計算によって弱非線形な方向スペクトルの期待値を求めた。図-1は式(37)で表される周波数スペクトルで有義波高  $H_s = 5.0$  m, 有義波周期  $T_s = 9.52$  秒,  $\gamma = 1$  とした場合の Bretschneider-光易スペクトル、および式(39)で表される光易型方向関数の方向集中度パラメータを  $S_{\max} = 10$  とし、水深  $d = 30$  m, 水圧計の設置水深  $z = -28$  m の条件下で方向スペクトルを計算した例である。

図-1の上段は表面波の方向スペクトル、下段は水圧波の方向スペクトルを示しており、各段の左図は方向スペクトルの線形成分(1次成分)、中央の図は2次の非線形成分、右図は線形成分と2次の非線形成分を合成した方向スペクトルを示している。図中の等値線は各図とも共通に低い方から順に0.01, 0.02, 0.04, 0.06, …, 0.1, 0.2, …, 1.0, 2.0, … (m<sup>2</sup> sec./rad.)として描いている。図-1の上段中央の図に見られるように、表面波の2次の非線形成分は線形成分のピーク周波数のほぼ2倍の位置に現れ、その主方向は線形成分波と同じ方向を示している。この影響のため、図-1の上段右図では、方向スペクトルの形状が線形成分である左図に比べて歪んで現れている。

図-1に示したように全ての等値線図に同じ等高値を用いて等エネルギー線を図示すれば、図-1の下段中央の例に見られるように、水圧波の2次の非線形成分は線形成分に比べて値が小さく図上に現れない。そこで、各図毎に異なる等高値を用いて図示し直したものが図-2である。すなわち、図-2では上段、下段のそれぞれの図において、各図内のエネルギーピーク値を基準に10分割した等値線図を示している。図-2の上段中央の表面

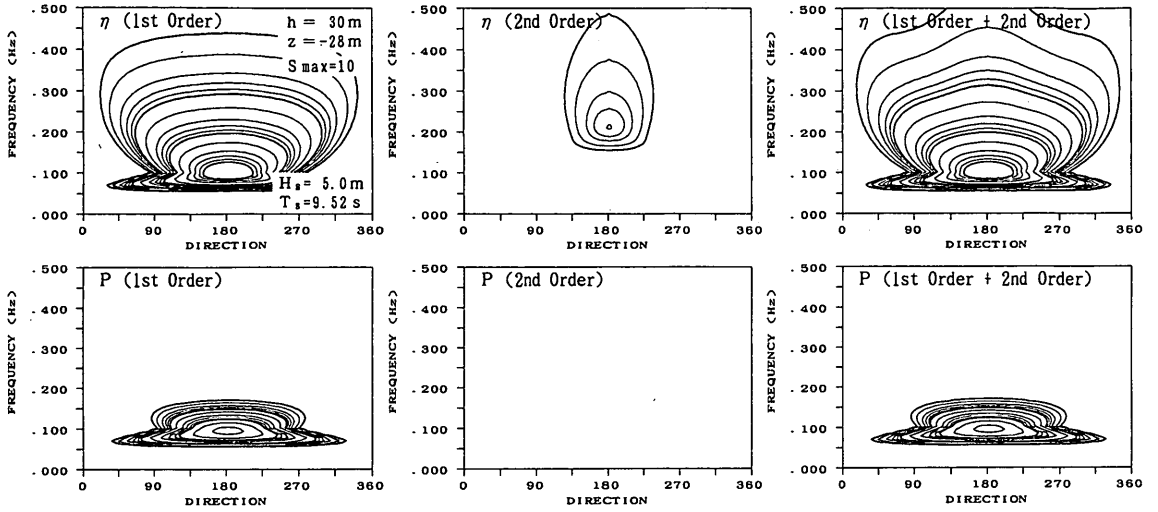


図-1 数値計算による方向スペクトルの理論値 ( $d=30\text{m}$ ,  $z=-28\text{m}$ )  
 (上段は表面波, 下段は水圧波の方向スペクトルであり, 左図は線形成分, 中央図は2次の非線形成分, 右図は線形成分と2次の非線形成分を合成したものを示している)

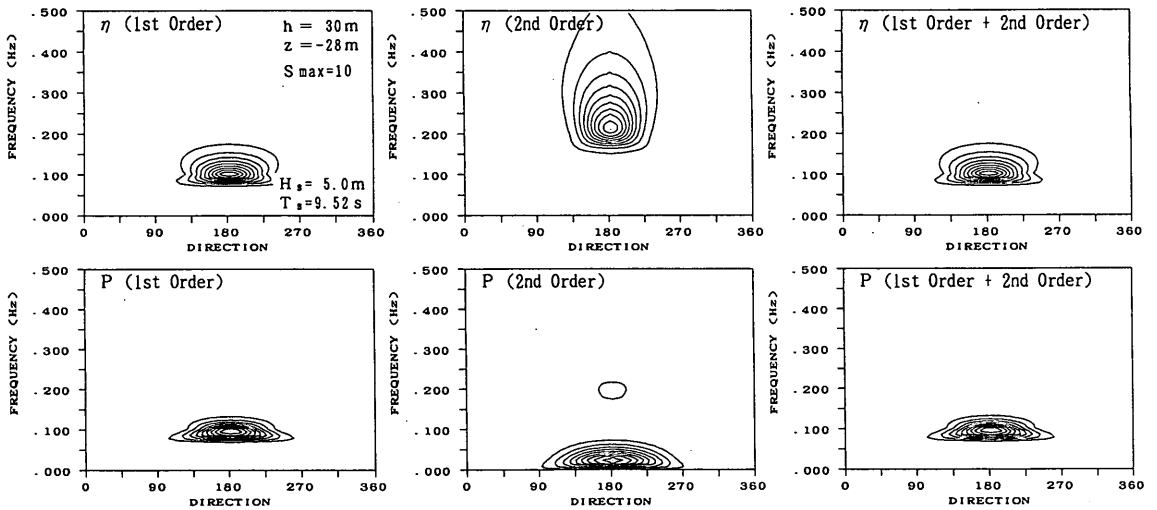


図-2 数値計算による方向スペクトルの理論値 ( $d=30\text{m}$ ,  $z=-28\text{m}$ )  
 (図-1の結果を, 各図内のエネルギーピーク値を基準に10分割して再表示した等値線図)

波の2次の非線形成分は高周波数側のエネルギーが低周波数側のエネルギーよりも大きく現れるが, 図-2の下段中央の水圧波の2次の非線形成分は, 逆に低周波数側が高周波数側よりも大きく現れることが分かる。また, 上段, 下段の右図の線形成分と2次の非線形成分を合成した図に見られるように, ピークエネルギーを基準に10分割した等値線図では, 表面波および水圧波とも線形成分のみが大きく表示され, 非線形成分は極めて小さいこ

とが分かる。

図-3は図-1に示した方向スペクトルを方向角に関して積分して得られた周波数スペクトルを図示したものである。図-3の左図は表面波の周波数スペクトル, 右図は水圧波の周波数スペクトルを示している。各周波数スペクトルの線形成分および2次の非線形成分は図中に示したとおりである。図-3の左図に見られるように, 表面波の周波数スペクトルの高周波数側では, 線形成分

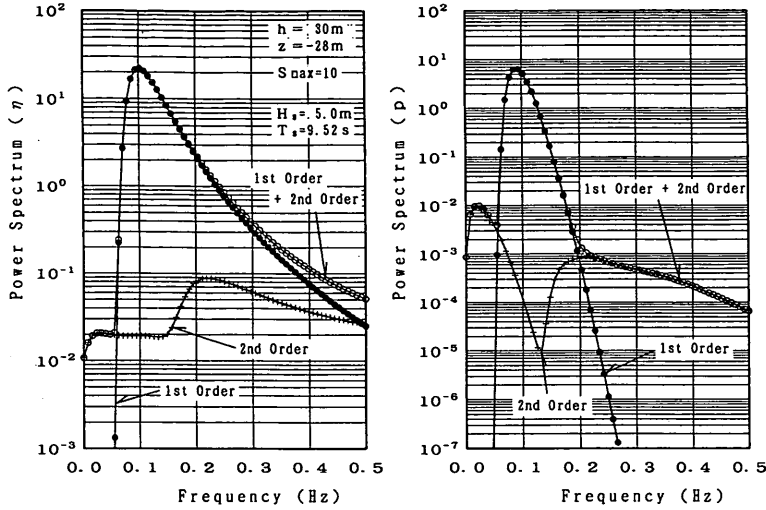


図-3 数値計算による周波数スペクトルの理論値  
(左図は表面波の周波数スペクトル, 右図は水圧波の周波数スペクトル)

と、線形成分および2次の非線形成分を合成したエネルギーにはそれほど大きな差異はないが、右図に見られる水圧波の周波数スペクトルでは低周波数側と高周波数側では、線形成分に比べて2次の非線形成分が卓越することが分かる。しかしながら、水圧波の線形成分のピークエネルギーに比べてこの非線形成分はかなり小さい。

図-4は表面波の2次の非線形成分が顕著に現れる例として、式(37)で表される周波数スペクトルで有義波高

$H_s=4.0\text{m}$ 、有義波周期  $T_s=9.52\text{秒}$ 、 $\gamma=3.3$ とした場合の JONSWAP スペクトル、および式(39)で表される光易型方向関数の方向集中度パラメータを  $S_{\max}=20$ として、水深  $d=10\text{m}$ 、水圧計の設置水深  $z=-8\text{m}$ の条件下で方向スペクトルを計算した例である。図中の等値線は図-1と同様に各図とも共通に低い方から順に  $0.01, 0.02, 0.04, 0.06, \dots, 0.1, 0.2, \dots, 1.0, 2.0, \dots$  ( $\text{m}^2 \text{sec./rad.}$ )として描いている。水深が浅い

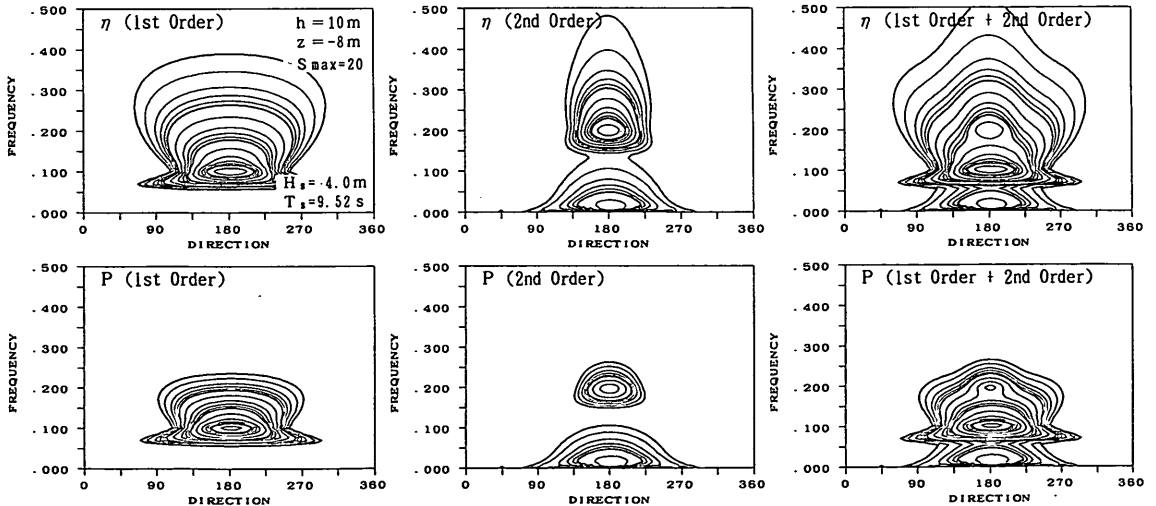


図-4 数値計算による方向スペクトルの理論値 ( $d=10\text{m}$ ,  $z=-8\text{m}$ )  
(上段は表面波, 下段は水圧波の方向スペクトルであり, 左図は線形成分, 中央図は2次の非線形成分, 右図は線形成分と2次の非線形成分を合成したものを示している)

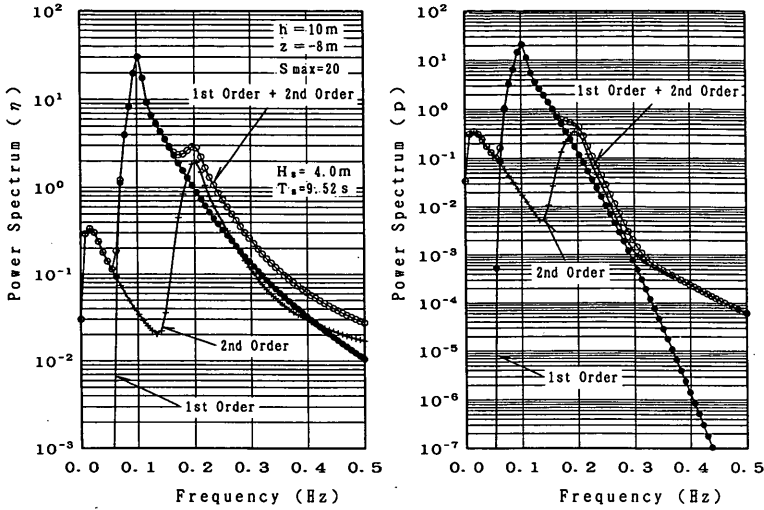


図-5 数値計算による周波数スペクトルの理論値  
(左図は表面波の周波数スペクトル,右図は  
水圧波の周波数スペクトル)

図-4の場合には、水深が深い図-1の場合に比べて、表面波および水圧波の2次の非線形成分は大きく現れることが分かる。表面波および水圧波の方向スペクトルに共通して見られる点は、2次の非線形成分の低周波数側のエネルギーは高周波数側のエネルギーに比べてエネルギーの方向分布幅が広く現れる点であり、これはこれまでの研究にも指摘されているとおりである<sup>12)</sup>。

図-5は図-4に示した方向スペクトルを方向角に関して積分して得られた周波数スペクトルを示したものであり、左図に水面波の周波数スペクトル、右図に水圧波の周波数スペクトルを示している。線形成分のスペクトルに JONSWAP スペクトルのような先鋭なスペクトルを用い、また水深が浅い影響のため、表面波のピーク周波数の2倍の位置に顕著な2次の非線形成分が現れることが分かる。また、この2次の非線形成分よりも高周波数側では2次の非線形成分は線形成分とほぼ同程度のエネルギーを示すことが分かる。一方、水圧波の周波数スペクトルは水深が浅い影響のため、図-3に示す例に比べて線形成分の高周波数側の減衰が小さく、線形成分と2次の非線形成分の顕著な差はピーク周波数のほぼ3倍よりも高周波数側で現れる。

図-6は2次の非線形成分を含む時系列が線形成分波の場合に比べてどの程度の差異を有するのを見るために、図-4の方向スペクトルをもとに時系列データをシミュレートしたものである。図-6の上段は表面波の時系列、下段は水圧波の時系列を示しており、図中の細線は線形成分波、太線は線形成分波と2次の非線形成分波

を合成したものである。図-6の下段の水圧波の時系列では、線形成分波および線形成分波と2次の非線形成分波を合成した時系列はいずれも滑らかであり、若干の差は認められるものの、その程度はかなり小さい。一方、図-6の上段の表面波の場合には、線形成分波は滑らかな形状を示しているが、線形成分波と2次の非線形成分波を合成した時系列は、線形成分波に小さな波形が乗った形になっており、滑らかさが失われている。特に線形成分波の山の位置で波形がとがり、谷の位置で高周波数の波動が乗った形となっている。これは図-5の左図の周波数スペクトルの2次ピークが卓越しているために、2次の非線形性が顕著に現れたためである。このように、非線形成分が卓越してくると、高周波成分波の影響により、表面波の時系列は一層不規則な形状を示すようになる。なお、ここには示していないが、3.に示した理論

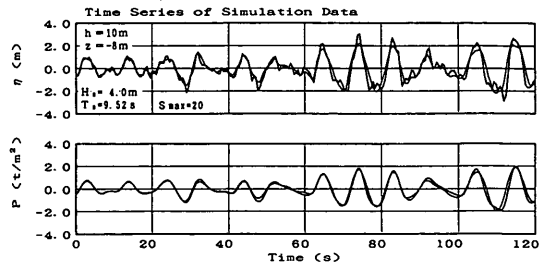


図-6 数値シミュレーション波形( $d=10\text{m}$ ,  $z=-8\text{m}$ )  
(上段は表面波,下段は水圧波であり,細線は線形成分波,太線は線形成分波と2次の非線形成分波を合成した波形)

の適用限界を無視し、かなり浅い水域で周期の長い狭帯域のスペクトルを仮定して同様に不規則波形をシミュレートしたが、この場合には波群の腹の位置で平均水位が低下し、波群の節で平均水位が上昇するという2次の非線形成分波に特有の現象（2次の非線形成分の内の長周期成分）が顕著に認められた。

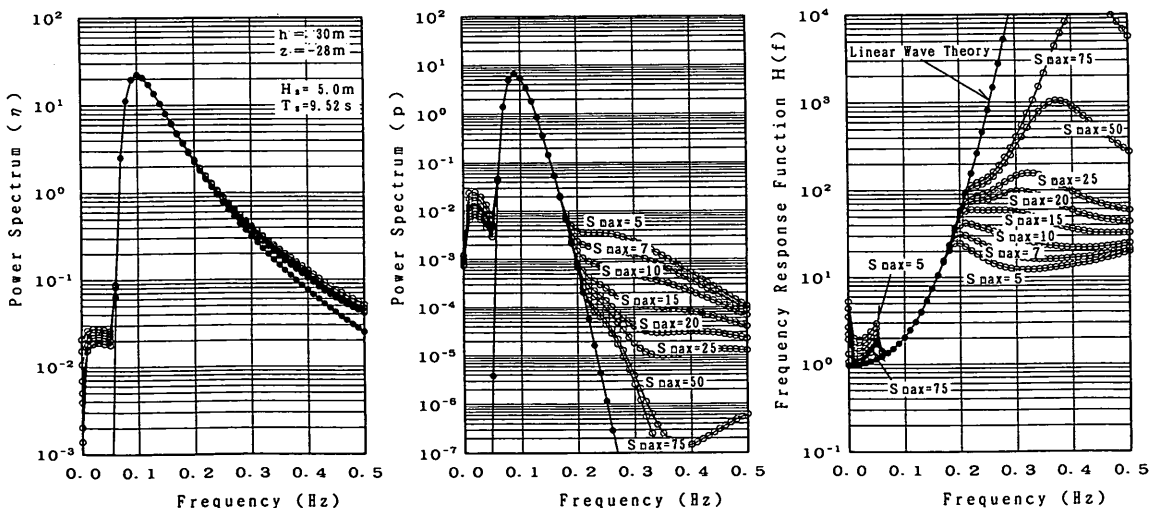
4. 2 方向スペクトル形状の相違による周波数応答関数の特性に関する数値的検討

図一七は水深  $d = 30\text{m}$ 、計器設置水深  $z = -28\text{m}$  の観測条件とし、線形成分波の周波数スペクトルとして式 (37) で有義波高  $H_s = 5.0\text{m}$ 、有義波周期  $S_s = 9.52\text{s}$ 、 $\gamma = 1$  とした場合の Bretschneider-光易スペクトル、方向関数として式 (39) の光易型方向関数を用い、3. に示した方法により2次までの非線形成分を含む表面波および水圧波の周波数スペクトルならびにそれらの比の平方根で与えられる水圧波から表面波への周波数応答関数を、方向集中度パラメータ  $S_{\max}$  をパラメータとして計算したものである。図中の●は線形成分を示している。

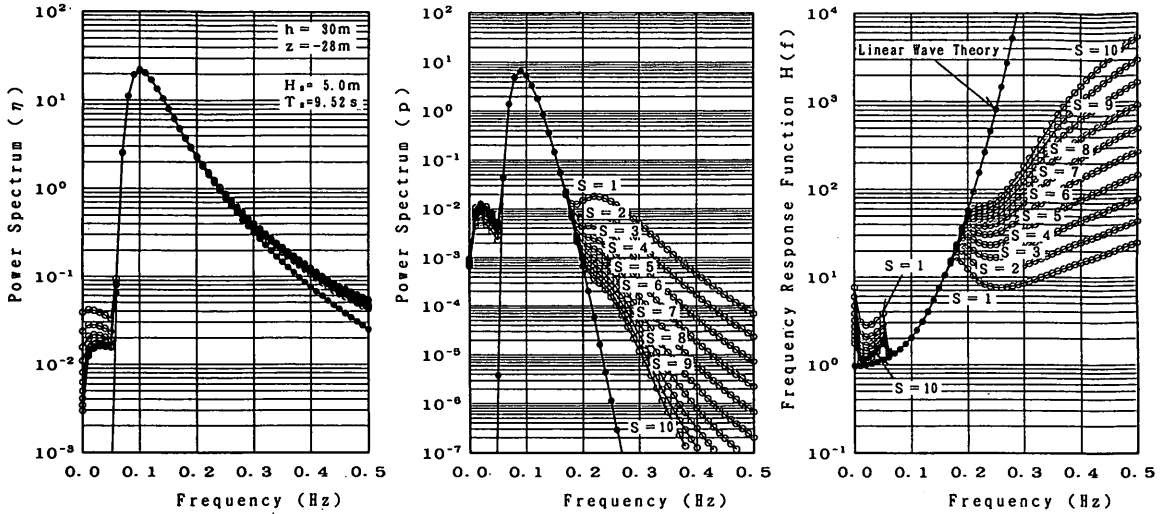
図一七に見られるように、表面波の周波数スペクトルでは方向集中度パラメータ  $S_{\max}$  の相違による周波数スペクトル形状の差異はそれほど顕著ではないが、水圧波の周波数スペクトルには  $S_{\max}$  に依存して特にその高周波数側に顕著な差異が見られ、 $S_{\max}$  が小さいほど高周波数側のエネルギーが増大する。この影響のため、周波

数応答関数にも低周波数側と高周波数側に線形理論値との差が顕著に現れ、 $S_{\max}$  が小さいほど高周波数側および低周波数側では線形理論値から外れてくる。

これは多方向性を考慮したことにより、2次の非線形性による2つの線形成分波の波数ベクトルの和と差の絶対値の関係から、高周波数側では周波数に対応して分散関係式で与えられる波長よりも長い波長の2次成分波が生成され、逆に低周波数側では分散関係式で与えられる波長よりも短い波長の2次成分波が生成されるためである。すなわち、周波数はスカラー量であり、2つの正の周波数の和の干渉により生成される2次成分波はもとの2つの周波数より大きな周波数となり、逆に、2つの正の周波数の差の干渉では、2次成分波はもとの2つの周波数の一方よりも小さな周波数となるが、方向の異なる2つの波数ベクトルの場合には、波数ベクトルがベクトル量であるために、和の干渉により生じた2次成分波の波数ベクトルの絶対値がもとの波数ベクトルの絶対値より大きな値になるとは限らず、逆に、差の干渉により生じた2次成分波の波数ベクトルの絶対値がもとの2つの波数ベクトルの絶対値よりも小さな値になるとは限らないためである。例えば、逆向きの2つの波数ベクトルの和の干渉により生成される2次成分の波数ベクトルの絶対値は、もとの2つの波数ベクトルの絶対値の一方よりも小さくなる。逆に、逆向きの2つの波数ベクトルの差の干渉により生成される2次成分の波数ベクトルの絶対



図一七 表面波と水圧波の周波数スペクトルおよび周波数応答関数の理論的關係 ( $d = 30\text{m}$ 、 $z = -28\text{m}$ ) ( $S_{\max}$  をパラメータとして表示、左図は表面波の周波数スペクトル、中央図は水圧波の周波数スペクトル、右図は周波数応答関数)



図一八 表面波と水圧波の周波数スペクトルおよび周波数応答関数の理論的關係 ( $d=30\text{m}$ ,  $z=-28\text{m}$ )  
( $S$ をパラメータとして表示, 左図は表面波の周波数スペクトル, 中央図は水圧波の周波数スペクトル, 右図は周波数応答関数)

値はもとの2つの波数ベクトルの絶対値よりも大きくなる。このようなことが原因となり、高周波成分であるにもかかわらず波長が長く、海底の深い位置にその波動が水圧として到達する場合があります、逆に、低周波数成分であるにもかかわらず波長が短く、水圧変動が海底に到達しない場合が生じる場合がある。このような現象は入・反射波共存場における microseisms<sup>13)</sup> と同様の現象が、多方向性を有する一般の波浪場においても生じることを示している。

図一八は方向関数の相違による周波数応答関数の相違を見るために、方向集中度パラメータ  $S$  を周波数によらず一定として図一七と同様の計算をした結果を示したものである。図一八の右図は図一七の右図と同様に、方向集中度パラメータ  $S$  が小さいほど2次の非線形性を含む周波数応答関数は線形理論値から外れてくる。しかしながら、図一七の右図の例では、2次の非線形性を含む周波数応答関数は高周波数側で、ある値に漸近しているように見えるのに対し、図一八の例では周波数応答関数の値が増大しており、方向関数の周波数に関する特性に依存してかなり異なる挙動を示すことが分かる。

図一九は図一七と同じ方向スペクトルを用い、観測条件として水深を  $d=50\text{m}$ 、水圧計設置水深を  $z=-48\text{m}$  とした場合の計算結果を示したものである。図一九の例では水圧計の設置水深が深いため、図一七の例に比べて水圧の線形成分の減衰が大きい。しかしながら、非線形

成分の減衰は線形成分ほど顕著ではない。この影響のため、水圧の線形成分の周波数スペクトルと2次の非線形性を含む周波数スペクトルの差が生じる周波数は、図一七の例(例えば  $S_{\max}=5$  の例では  $0.18\sim 0.19\text{Hz}$ ) よりもやや低周波数側(例えば  $S_{\max}=5$  の例では  $0.16\sim 0.17\text{Hz}$ ) で現れる。このように、本来、深い水深の場合の表面波には、浅い水深の場合に比べて非線形性が弱く現れるはずであるが、水圧波の場合には線形成分の減衰に比べて非線形成分の減衰が弱いために、逆に線形成分と非線形成分の差が顕著に現れる。したがって、図一七の右図の周波数応答関数も、図一七の右図の周波数応答関数に比べてやや低周波数側で線形理論値と非線形理論値との差が生じ、しかも周波数応答関数の値の大きいところでその差が生じ始める。また、図一七の低周波数側の周波数応答関数も図一七に比べてかなり顕著に現れてくる。

一般に水深が浅い場合には非線形性が顕著となり、水圧から表面波へ換算する際には非線形性を考慮しなければならないと考えられがちである。しかしながら、上記の例に見られるように、周波数応答関数では水深が深い場合の方が線形理論値と非線形性を含む理論値との差が顕著に現れ、浅い水深の場合よりもむしろ深い水深の場合の方が線形波理論をそのまま用いることが問題となる。

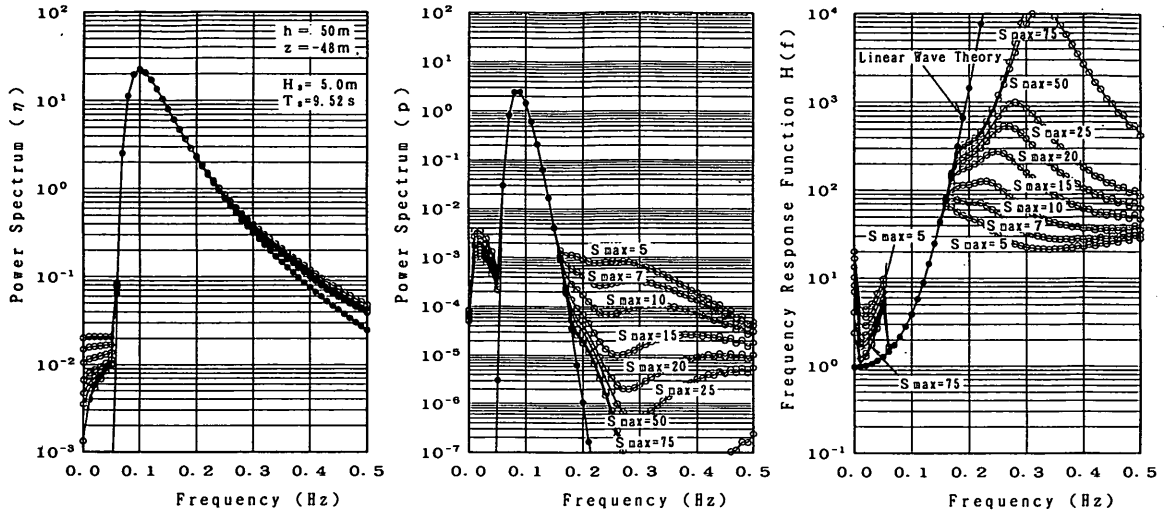


図-9 表面波と水圧波の周波数スペクトルおよび周波数応答関数の理論的關係 ( $d=50\text{m}$ ,  $z=-48\text{m}$ ) ( $S_{\text{max}}$  をパラメータとして表示, 左図は表面波の周波数スペクトル, 中央図は水圧波の周波数スペクトル, 右図は周波数応答関数)

#### 4.3 単位インパルス応答に関する数値的検討

図-10は種々の周波数応答関数と単位インパルス応答を示したものである。図-10の上段に周波数応答関数, その下段にそれぞれの周波数応答関数に対応した単位インパルス応答を示している。図-10の左図(a)の上段は図-7の結果の内, 方向集中度パラメータ  $S_{\text{max}}=10$  の例を示している。その下段は式(9)により, 単位インパルス応答  $h(\tau)$  を計算した結果である。

線形波理論で与えられる周波数応答関数  $H(f)$  をもとに式(9)を用いて単位インパルス応答を求める場合,  $H(f)$  が指数関数的な単調増加関数であるために数値計算が発散し, 単位インパルス応答  $h(\tau)$  を求めることが出来ない。そこで, 図-10の上段中央(b)に見られるように, 適当な周波数(ここでは0.18Hz)よりも高周波数側で周波数応答関数を0とおき, 単位インパルス応答を計算して求めたものがその下段である。また, 図-10の右(c)上段のように適当な周波数の高周波数側を一定値として単位インパルス応答を計算したものがその下段である。

図-10(a)のように, 2次の非線形性を考慮した周波数応答関数はほぼ滑らかな有界な関数であり, その単位インパルス応答はタイム・ラグが0の近傍で顕著な応答特性を示す妥当な形状を示す。しかしながら, (b)の場合にはタイム・ラグの広い範囲に応答が広がり, 不適当

な単位インパルスを示している。一方, 図-10(c)の場合には(a)とはやや異なるものの, 単位インパルス応答がタイム・ラグが0の近傍に集中し, (b)に比べて妥当である。

図-11の下段はそれぞれの図の上段に示す単位インパルス応答をもとに周波数応答関数を逆算して求めたものである。図-11(a)は図-10(a)下段の単位インパルス応答の内, タイム・ラグが  $|\tau| \leq 5$  秒の範囲を考慮し, その範囲外を0とした場合, (b)は  $|\tau| \leq 10$  秒, (c)は  $|\tau| \leq 15$  秒, (d)は  $|\tau| \leq 20$  秒, (e)は  $|\tau| \leq 25$  秒, (f)は  $|\tau| \leq 30$  秒の範囲のみを考慮した場合を示している。それぞれの図の下段に見られるように, 考慮したタイム・ラグの範囲が狭い場合には, 逆算して得られた周波数応答は図-10(a)の上段とはやや異なる周波数応答関数となる。特に図-11(a)の場合には, 周波数が0.1Hz近傍で周波数応答関数が過小評価されており, このような単位インパルス応答を用いて水圧波から表面波へ換算すれば, 表面波は小さく推定されることになる。図-11の結果からは, タイム・ラグとして  $|\tau| \leq 25$  秒の範囲を考慮した場合にはほぼ妥当な周波数応答が求められており, 式(9)を用いて時間領域で水圧波から表面波に換算する場合には, 少なくともこの範囲で単位インパルス応答を計算して求めておく必要がある。



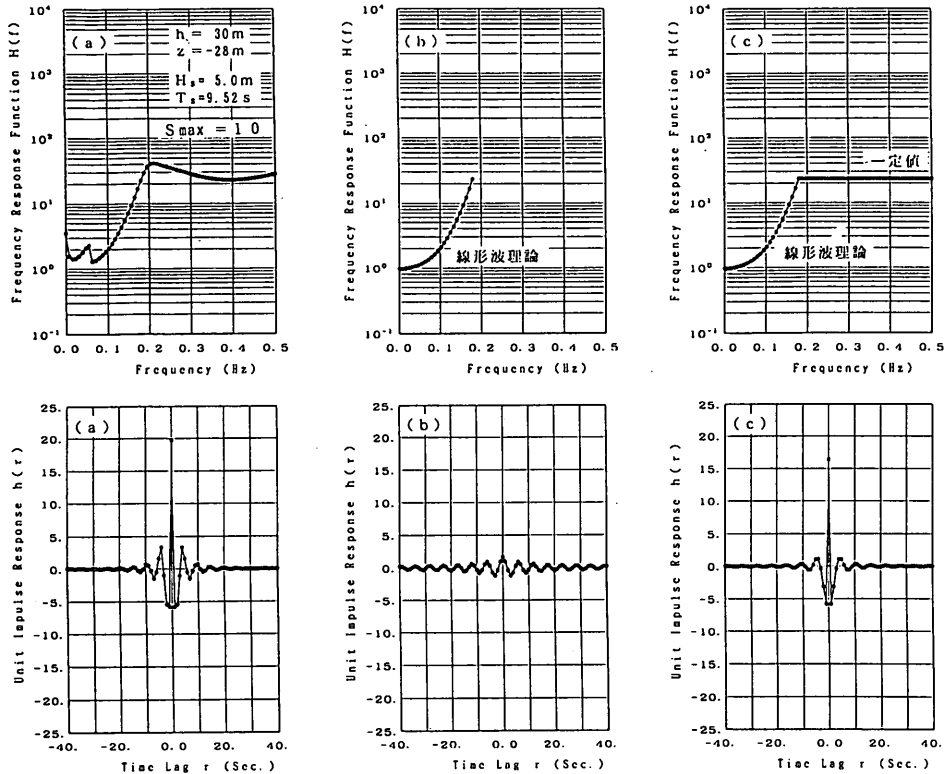


図-10 周波数応答関数と単位インパルス応答の理論的關係  
(下段の単位インパルス応答はそれぞれの図の上段の周波数応答関数に対応)

### 5. 水圧波から表面波への換算法に関する現地観測データを用いた検討

ここでは常陸那珂港および中城湾で観測された水位変動および水圧変動の時系列データをもとに解析を行った。いずれの地点も偶数正時毎に20分間の観測が継続して実施されており、時系列データのサンプリング時間間隔は0.5秒である。本論文では常陸那珂港の1990年10月21日0時～10月26日22時の期間の観測データおよび中城湾の1990年8月28日2時～9月1日18時の期間の観測データを用いて解析を実施した。

常陸那珂港では超音波式波高計と水圧計の装備された超音波式流速計が同一地点に併置されており、水深は30mで、センサー部は海底より2mより位置にある。一方、中城湾では水深50mで、海底より2mの位置に複合型波高計が設置されている。複合型波高計は水圧センサーを超音波式波高計の送受波器内部に組み込んで一体化したものであり、機器の仕様の詳細は文献<sup>1)</sup>に述べられている。

図-12は常陸那珂港の解析対象期間中の全観測データを用いて解析した水位変動および水圧変動の周波数スペクトルおよびそれらの比の平方根で与えられる周波数応答関数  $H(f)$  を示したものである。図-12の左図は超音波式波高計で観測された水位変動の周波数スペクトル、中央の図は水圧式波高計で観測された水圧変動の周波数スペクトル、右図は周波数応答関数  $H(f)$  を示している。図-12の右図中の●は線形波理論で与えられる周波数応答関数  $H(f)$  である。常陸那珂港ではこの期間中に有義波高  $H_{1/3}$  が0.74m～4.06mの範囲で変動しており、有義波周期も4.9秒～14.0秒の範囲で変動している。図-12の左図および中央の図に見られるように、水位変動および水圧変動の周波数スペクトルは広い範囲で変動している。しかしながら、図-12の右図に見られるように、周波数応答関数  $H(f)$  は周波数  $f$  が0.07～0.17Hzの範囲で変動が小さく、線形波理論で与えられる周波数応答関数  $H(f)$  とほぼ一致する。これは図-7の右図に示されているように、方向スペクトルの形状に依存せずに線形

波浪の多方向性と弱非線形性を考慮した水圧波から表面波への換算法について

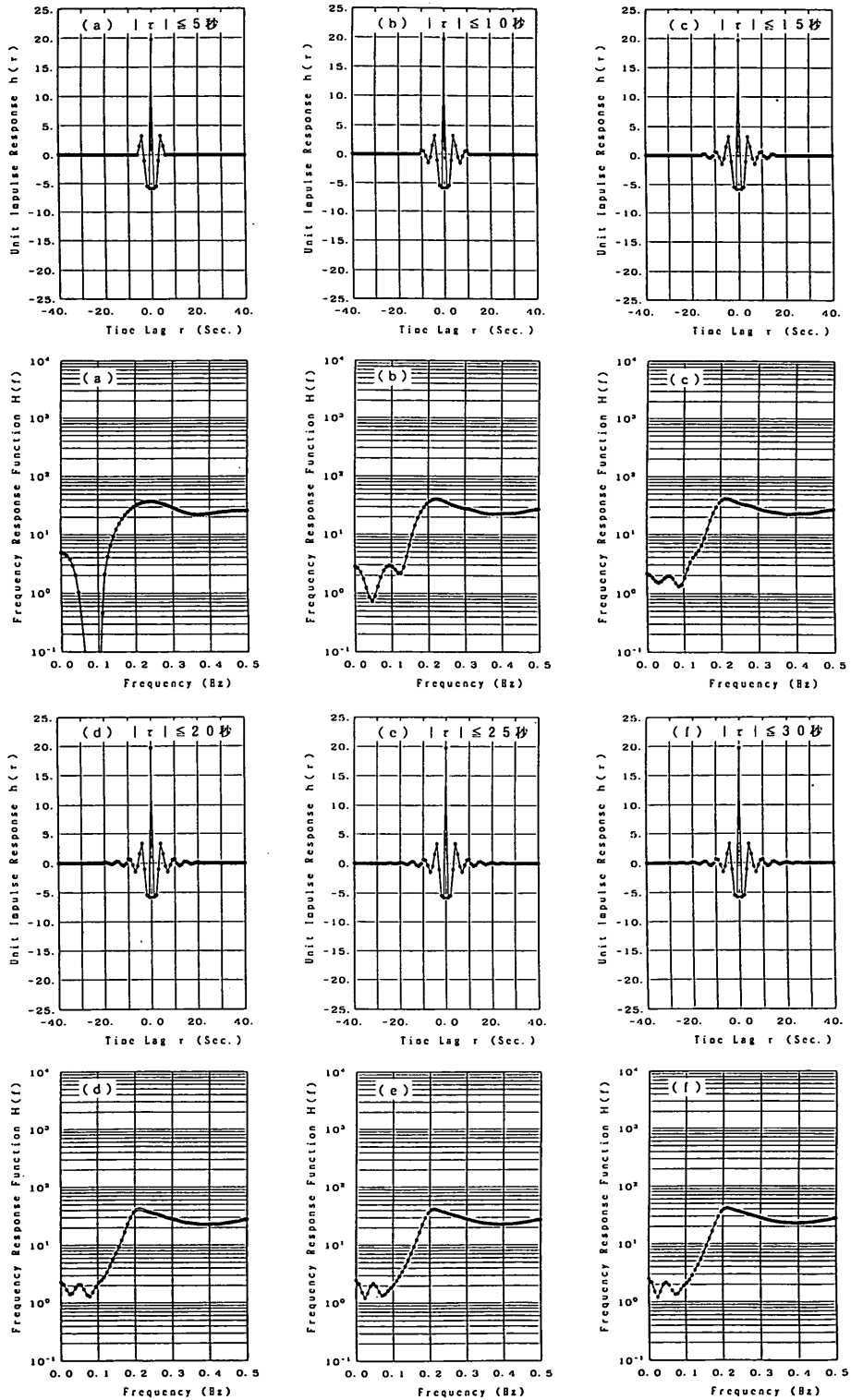


図-11 種々の単位インパルスに対応する周波数応答関数の理論的關係  
 (下段の周波数応答関数はそれぞれの図の上段の単位インパルス応答に対応)

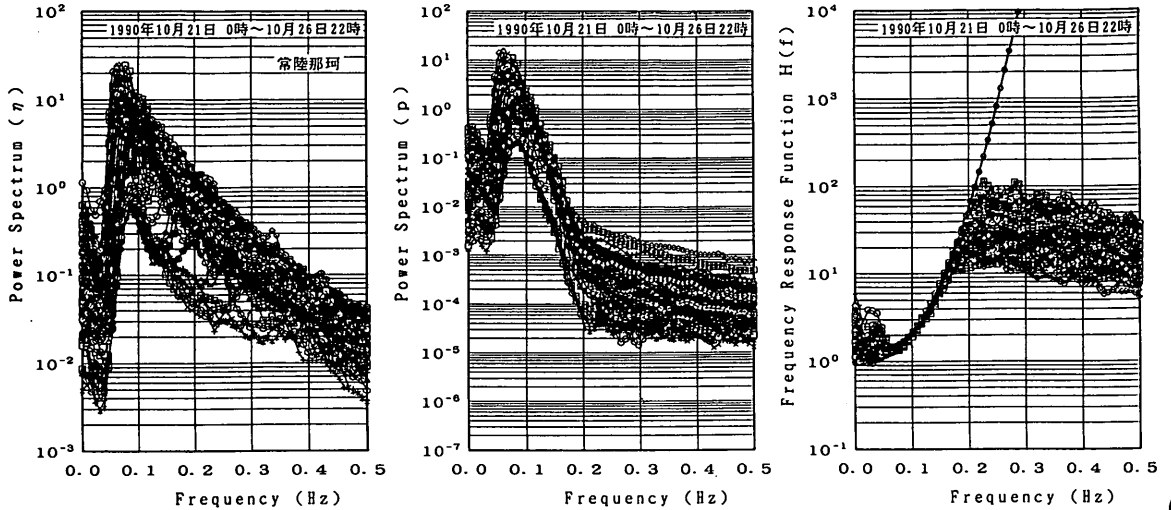


図-12 表面波と水圧波の周波数スペクトルおよび周波数応答関数の特性  
(常陸那珂港：1990年10月21日0時～10月26日22時)

波理論が成立する周波数範囲とはほぼ一致しており、図-7の妥当性を示している。しかしながら、周波数が $f \leq 0.07\text{Hz}$ および $f \geq 0.17\text{Hz}$ の範囲では周波数応答関数 $H(f)$ の変動は大きく、図-7の結果からは方向スペクトルの形状の相違によるものと推察される。なお、図-13は上記の解析対象期間の内、風波の発達期と思われる10月22日の1日分の解析結果を示したものである。この期間では周波数応答関数 $H(f)$ の高周波数側の変動は比較的小さく、図-7の計算結果と対比すると $S_{\max}$ が10～15の範囲に変動が集中しており、風波の方向集中度パラメータ $S_{\max}$ が10程度<sup>11)</sup>であることを考えると、図-7の妥当性を示すものと思われる。

図-14は中城湾の解析対象期間中の全観測データを用いて解析した水位変動および水圧変動の周波数スペクトルと周波数応答関数 $H(f)$ を示したものである。中城湾ではこの期間中に有義波高 $H_{1/3}$ が1.32m～7.89mの範囲で変動しており、有義波周期も6.3秒～12.6秒の範囲で変動している。図-14の左図および中央の図に見られるように、水位変動および水圧変動の周波数スペクトルは広い範囲で変動している。しかしながら、図-14の右図に見られるように、周波数応答関数 $H(f)$ は周波数 $f$ が0.07～0.13Hzの範囲で変動が小さく、線形波理論で与えられる周波数応答関数 $H(f)$ とはほぼ一致する値を示している。これは図-9の右図の結果とやや異なるが、図-14右図の低周波数側の変動が図-12の右図に比べて大きいことや、図-14の高周波数側の周波数応答関数 $H(f)$ のレベルが図-12の右図の結果に比べて高い位置に

あることを考えると、図-7と図-9の結果と対比して、4.で示した結果は妥当なものであろうと推察される。なお、図-15は時化の過ぎ去った比較的穏やかな海象条件(有義波高 $H_{1/3}$ が1.32m～2.51m、有義波周期が6.3秒～7.4秒)の解析例を示したものである。図-15の例では周波数応答関数 $H(f)$ の変動は比較的小さく、図-9の結果と対比すると、その高周波数側は $S_{\max}$ が10～15の範囲で変動している。

図-12および図-14では、水深および水圧計設置水深はそれぞれ図-7および図-9と一致させているが、図-7と図-9は特定の海象条件下で方向集中度パラメータ $S_{\max}$ のみを変化させて計算した結果である。図-7と図-9の結果は実際には有義波高や有義波周期などの方向スペクトル形状を規定する他のパラメータによっても多様に変化することを考えると、図-12～図-15の結果は図-7および図-9の結果とよく一致していると言えよう。より詳細に図-12～図-15の各々の結果を理論的に説明するためには、個々のデータの海象条件を正確に合わせる必要があるほか、3次以上の高次の非線形性も考慮して計算する必要があるであろう。しかしながら、2次までの非線形性を考慮した4.の結果でもかなり妥当に実際の観測結果を説明し得ることが分かる。

これまで水圧波から表面波へ換算する問題を考える場合に、深海波条件を満たす周波数を基準に、その周波数よりも高周波数側を無視する方法が主として用いられてきた。深海波条件は波長の1/2まで水深が深くなると、

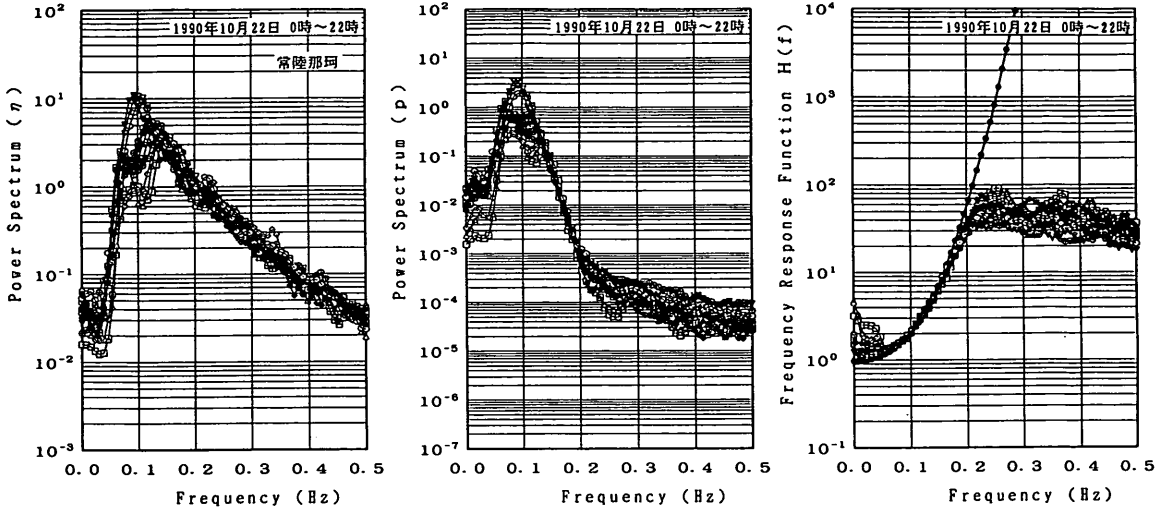


図-13 表面波と水圧波の周波数スペクトルおよび周波数応答関数の特性  
(常陸那珂港：1990年10月22日 0時～10月22日22時)

そこでの圧力の変動は静水面での圧力変動の4%程度になり、それより深いところでは圧力は静水圧のみであると考えたためである。しかしながら、図-7と図-9の結果は図-12～図-15の結果を、深海波条件で与えられる周波数よりもかなり高周波数の範囲まで説明し得る。本来、圧力変動の4%がどの程度の有意性を有するかはSN比との対比によって考慮されるべきものであり、単純に静水面での圧力変動との対比で決めるべきものではない。例えば圧力変動が極めて微弱であっても、そのデー

タにノイズが含まれておらず、完全に表面波の水位変動に起因する水圧変動であれば、何らかの理論的方法によって水圧波から表面波へ換算できるはずである。逆に、水圧変動に水位変動以外の他の要因によるノイズが多く含まれていれば、たとえ深海波条件よりも浅い海域においても波浪に関する理論的検討のみによっては水圧波から表面波への換算は不可能である。したがって、水圧波から表面波へ換算する問題では、波浪理論を展開する上で重要な深海波条件よりも、むしろデータ解析者として重

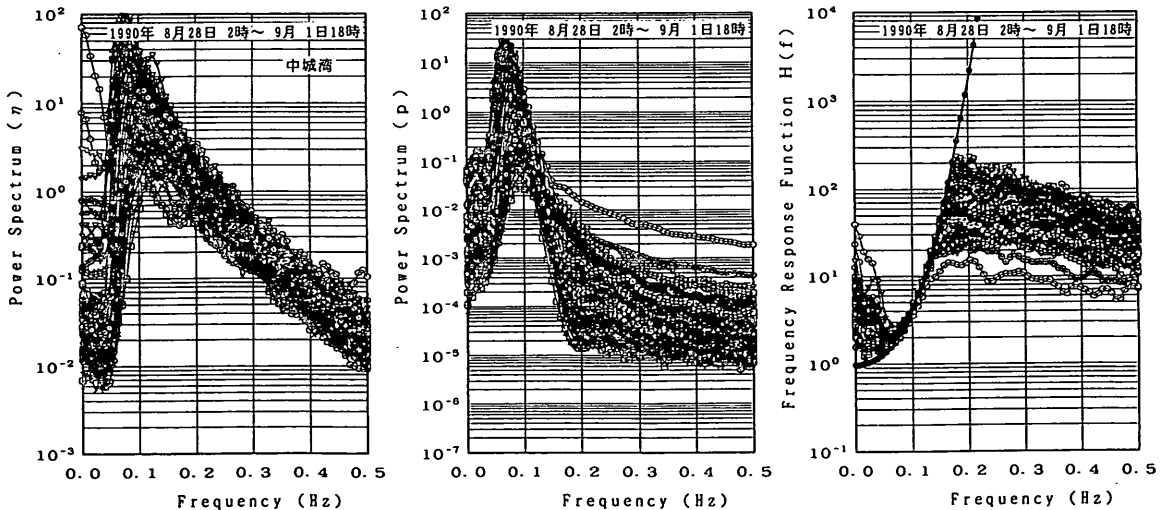


図-14 表面波と水圧波の周波数スペクトルおよび周波数応答関数の特性  
(中城湾：1990年8月28日2時～9月1日18時)

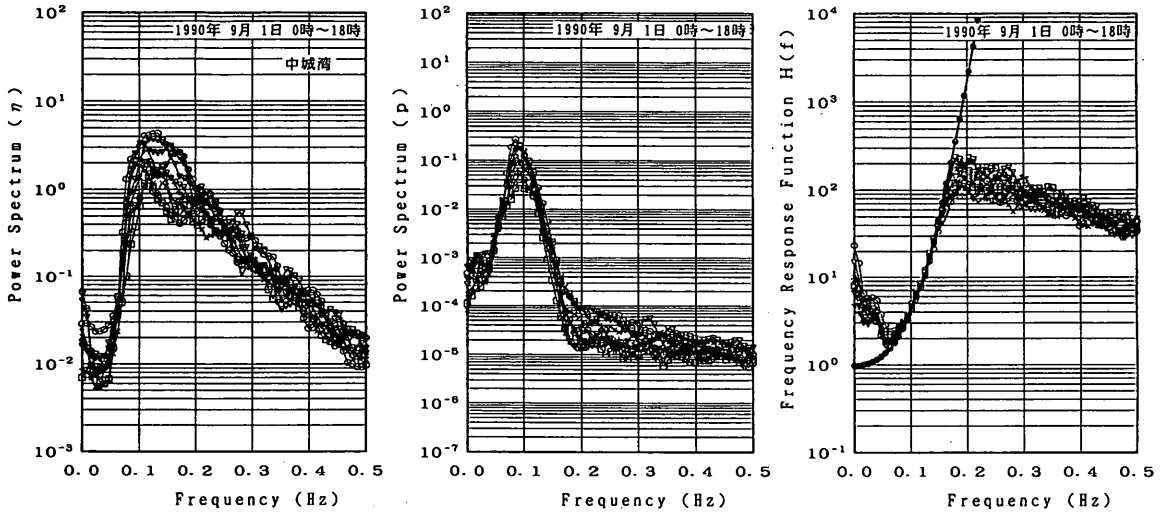


図-15 表面波と水圧波の周波数スペクトルおよび周波数応答関数の特性  
(中城湾：1990年9月1日0時～9月1日18時)

要な SN 比を考慮して問題解決に当たるべきであろう。いずれにしても、周波数応答関数  $H(f)$  の高周波数側および低周波数側は波浪の非線形性や方向スペクトルの形状を規定する種々のパラメータによって多様に変化することが明らかとなった。このような多様性が水圧波から表面波への既往の換算法に経験的なパラメータを導入しなければならなかった理由であると考えられる。

## 6. 水圧波から表面波へ換算するための簡便法

5. で述べたように、現地観測データで得られた結果は 4. で示した波浪の多方向性と 2 次までの弱非線形性を考慮した理論によってかなりうまく説明できた。したがって、事前に波浪の方向スペクトル形状が推定されるならば、理論的に妥当な周波数応答関数  $H(f)$  が計算によって得られ、表面波への高精度な換算が可能である。しかしながら、水圧変動記録のみが得られている状況では方向スペクトルを事前に推定することは難しい。そこで、ここでは図-7 と図-9 および図-12～図-15に見られた特性をもとに考案した周波数応答関数  $H(f)$  の簡便な推定法について述べる。

図-7 と図-9 および図-12～図-15に見られるように、対数グラフ上に表示した水圧波の周波数スペクトルはピーク周波数より約 1.3 倍程度から、特定の周波数までは、概して直線的に減衰する。また、この特定周波数よりも高周波数側では滑らかな曲線となる。その境界となる周波数は方向スペクトルの形状に依存して変わり、

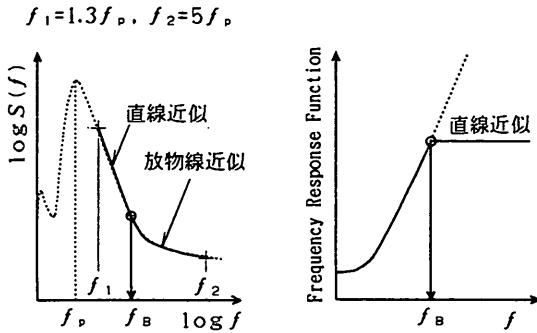
周波数応答関数  $H(f)$  もその周波数を境界として線形理論値との差が生じ、方向スペクトル形状に依存してそれぞれ異なる挙動を示す。しかしながら、個々の周波数応答関数  $H(f)$  の実測値はほぼ一定値のまわりに変動する傾向が見られる。

そこで図-16に示すようにピーク周波数の 1.3 倍 ( $f_1$ ) ～ 5 倍 ( $f_2$ ) の範囲を  $f_B$  を境界としてそれぞれ一次式近似および二次式近似し、 $f_B$  を変えて計算し、生の周波数スペクトルと近似式との誤差の分散が最小となる  $f_B$  を求める。すなわち、次式で与えられる誤差の分散  $E$  が最小となる  $f_B$  を求めればよい。

$$\begin{aligned}
 E &= \sum_{f=f_1}^B \varepsilon_1^2 + \sum_{f=f_B}^2 \varepsilon_2^2 \\
 &= \sum_{f=f_1}^B \{\ln S(f) - a \ln f - b\}^2 \\
 &\quad + \sum_{f=f_B}^2 \{\ln S(f) - c(\ln f - \ln f_B)^2 \\
 &\quad - d(\ln f - \ln f_B) - a \ln f_B - b\}^2
 \end{aligned} \tag{42}$$

ここに、 $a, b, c, d$  は図-16に示す一次式および二次式の未定係数である。

このようにして境界周波数  $f_B$  が求められれば、この境界周波数  $f_B$  よりも高周波数側では、図-16の右図に示すように、周波数応答関数  $H(f)$  の値として便宜的に



水圧波の周波数スペクトル 周波数応答関数

図-16 周波数応答関数の近似的表現

周波数  $f_B$  での線形波理論値を用い一定値とする。通常の風波やうねりの周波数スペクトルを対象とする場合には上記の方法によって観測データ毎に妥当な境界周波数  $f_B$  が推定可能である。しかしながら、顕著な二方向波浪、特に低周波数側にピークを有するうねりと高周波数側にピークを有する風波の重合した周波数スペクトル形を対象とする場合には  $f_B$  は大きめに推定される場合がある。この問題に対処するために、図-7あるいは図-9をもとに  $f_B$  に上限値（図-7の場合には0.2Hz、図-9の場合には0.18Hz）を設け、推定された  $f_B$  がこの上限値を越える場合にはこの上限値を  $f_B$  の代わりに採用することとした。

なお、実際の計算では、ピーク周波数の5倍の周波数までを周波数応答関数  $H(f)$  の有効範囲とし、それ以上の周波数では周波数応答関数  $H(f)$  を0として無視している。しかしながら、このようになり高周波数の範囲まで周波数応答関数を考慮する場合、観測されたデータが有限長であり、データの端部で不連続である影響のため、データの端部付近に大きな振幅の波動が現れる。そこで、データの初めと終わり10%ずつの部分に cosine 型のデータウインド<sup>3)</sup> をかけて上記の処理を行い、表面波に換算した後は、残りの80%のデータを用いて有義波等の統計解析を実施することとした。

以上に述べた方法はかなり便宜的な方法である。しかしながら、種々の試算によれば、この方法によって推定された水面変動の値はほぼ妥当な値を示しており、結局、上記の方法を採用することとした。例えば、式(42)に示す近似式の内、二次式の代わりに一次式を用いれば境界周波数  $f_B$  は妥当と思われる周波数よりも高周波数側に現れ、三次式を用いればより低周波数側に現れるため、二次式を採用することとした。そのほか、周波数応答関

数  $H(f)$  では境界周波数  $f_B$  よりも高周波数側で一定値関数を採用した。試算の段階では適当な勾配を有する一次式の当てはめも考慮したが、どのように勾配を考慮すべきか不明な点が多いため、現段階で便宜的に用いた仮定である。これについては今後より詳細に検討する必要がある。

## 7. 現地観測データを用いた水圧波から表面波への換算

6. に述べた換算法を用いて常陸那珂港および中城湾で観測された水圧波をもとに表面波に換算した。解析したデータは5. に述べたものと同じ観測データを用いている。

図-17は常陸那珂港で観測された水圧記録をもとに表面波に換算した波形と、超音波式波高計で得られた水位変動の時系列データを示したものである。図-17の太線は水圧記録から換算された波形、細線は超音波式波高計で得られた水位変動を示している。図-17に見られるように、換算して得られた波形は広い範囲の有義波高、有義波周期の観測データに対して、超音波式波高計で得られた水位変動によく一致している。詳細に見れば小さな波に対して、やや誤差を有しているものの、実用上は問題のない程度である。

図-18は常陸那珂港で得られた水圧記録を換算して得られた波形および超音波式波高計で得られた水位変動記録をもとに統計解析した結果を示したものである。各図の横軸は超音波式波高計により得られた統計量、縦軸は水圧波を換算して得られた統計量を示している。また、上段は波高に関する統計量、下段は周期に関する統計量を示しており、左から右へ順番に、最高波、1/10最大波、有義波、平均波を示している。図-18の上段に見られるように、換算して得られた波高に関する統計量は、最高波よりも1/10最大波、1/10最大波よりも有義波、有義波よりも平均波の方が超音波式波高計の統計量によく一致し、多くのサンプルを用いた統計量ほど換算波の統計量の精度が向上する傾向が見られる。一方、図-18の下段に見られるように、周期に関する統計量は、最高波、1/10最大波は、図-18の45°の線の回りに散らばり、バイアス（偏り）はそれほど明確ではないが、有義波、平均波には明確なバイアスが見られ、多くのサンプルを用いた統計量ほどバイアスが顕著に現れる傾向が見られる。このように、平均波高の推定精度は高いものの、平均波周期にバイアスが見られることは、ここで用いた換算方法では、波浪のエネルギーの大部分を占める周波数

成分の波は妥当に換算し得たものの、高周波数成分の波は必ずしも十分に換算し得ていないと思われる。

図-19は中城湾で観測された水圧記録をもとに表面波に換算した波形と、超音波式波高計で得られた水位変動の時系列データを示したものである。図-19の太線と細線の意味は図-17と同じである。図-19に見られるように、中城湾の場合には、図-17の常陸那珂港の場合に比べて換算精度が劣っている。これは、中城湾の観測水深は50mであり、水深30mの常陸那珂港に比べて波浪に起因する水圧信号がやや小さくなり、SN比が相対的に低下すると考えられることや、図-14～図-15の例に見られるように、境界周波数 $f_B$ より高周波数側の周波数応答関数 $H(f)$ の挙動が図-16のモデルとやや異なるためと思われる。すなわち、図-14～図-15では図-12～図-13と異なり、境界周波数 $f_B$ よりも高周波数側では、周波数応答関数 $H(f)$ は一定値ではなく、やや右下がりの傾向が顕著であるためと思われる。しかしながら、この勾配は方向スペクトル形状に依存して多様に変化し、6. で述べたように現段階ではこの勾配をどのように考慮すべきか不明のため一定値と仮定しており、今後の課題である。

図-20は中城湾で得られた水圧記録を換算して得られた波形と超音波式波高計で得られた水位変動記録をもとに統計解析した結果を示したものである。図-20の各図の意味は図-18と同じである。図-20の例では周期に関

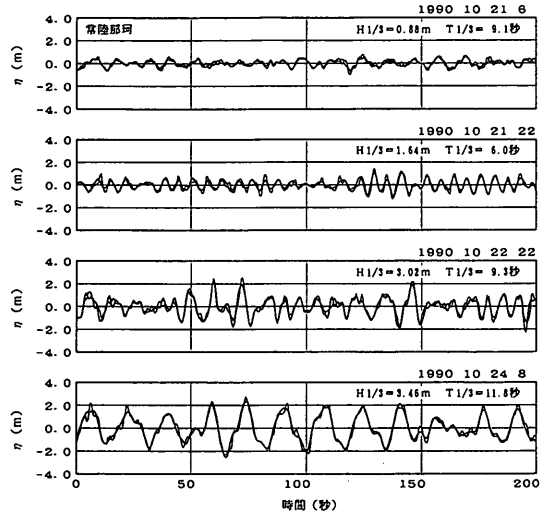


図-17 USWにより観測された表面波形と水圧波から換算して得られた推定波形の比較（常陸那珂港：細線はUSW，太線は推定波形）

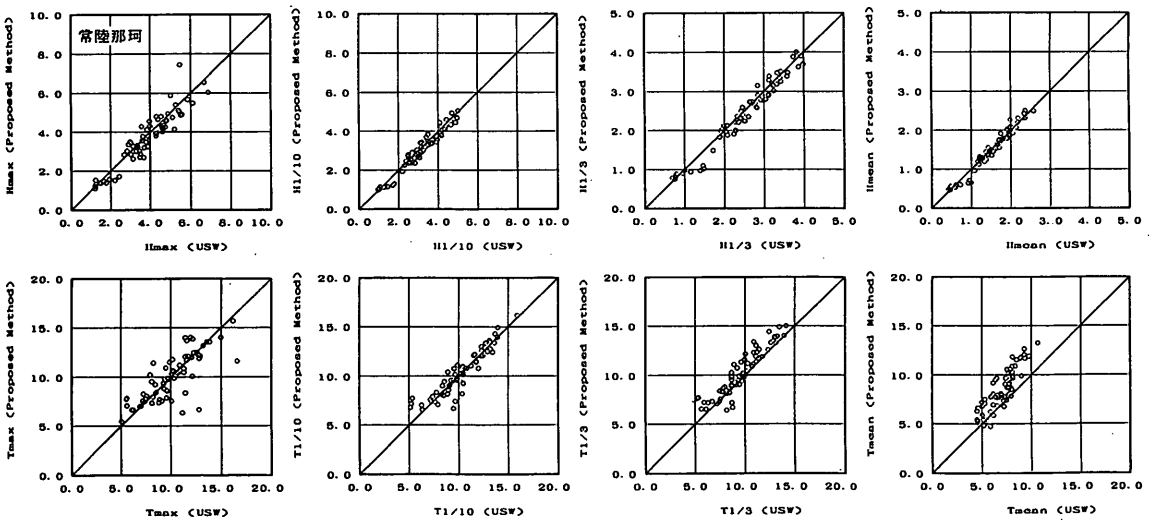


図-18 観測された波浪諸元と推定された波浪諸元の比較（常陸那珂港：上段は波高に関する諸元，下段は周期に関する諸元であり，左から右に順番に最高波，1/10最大波，有義波，平均波を示している）

してはバイアスは小さいものの、最高波高や1/10最大波高にはバイアスが見られ、特に水圧波から換算された最高波高は超音波式波高計の最高波高に比べて高めに推定されている。しかしながら、有義波高や平均波高はほぼ妥当な値が推定されており、この程度の誤差であれば実用に供し得るものと思われる。

図-21は図-20と同じデータを用い、図-16に示した境界周波数 $f_B$ よりも高周波数側の周波数応答関数 $H(f)$ の値を0として無視した場合の計算例を示したものである。この場合、最高波高の推定誤差は小さくなるものの、波高に関する他の統計量はいずれも超音波式波高計の統計量に比べて小さめに推定され、逆に周期に関する統計量は若干長めに推定される。ついでながら、中城湾の深海波条件を満たす周波数は6。で述べたように、上記の境界周波数 $f_B$ よりもかなり低周波数側にある。したがって、既往の方法のように深海波条件を満たす周波数より高周波数側のスペクトル成分を無視して表面波への換算を行えば、図-21の場合よりもさらに大きいバイアス、誤差を有する統計量が推定される。

なお、2. で述べた小舟ら<sup>1)</sup>の回帰式を用いる換算方法では、超音波式波高計と水圧式波高計の両方で、正常な観測記録が所定の時間以上取得されれば、両観測データ間でキャリブレーションを行い、各観測データ毎に妥当な回帰式を作成して、水圧波から表面波への比較の精度の高い換算が可能である。しかしながら、超音波

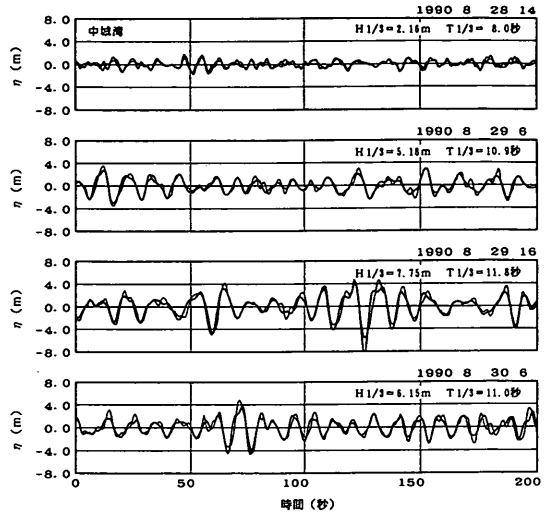


図-19 USWにより観測された表面波形と水圧波から換算して得られた推定波形の比較(中城湾: 細線はUSW, 太線は推定波形)

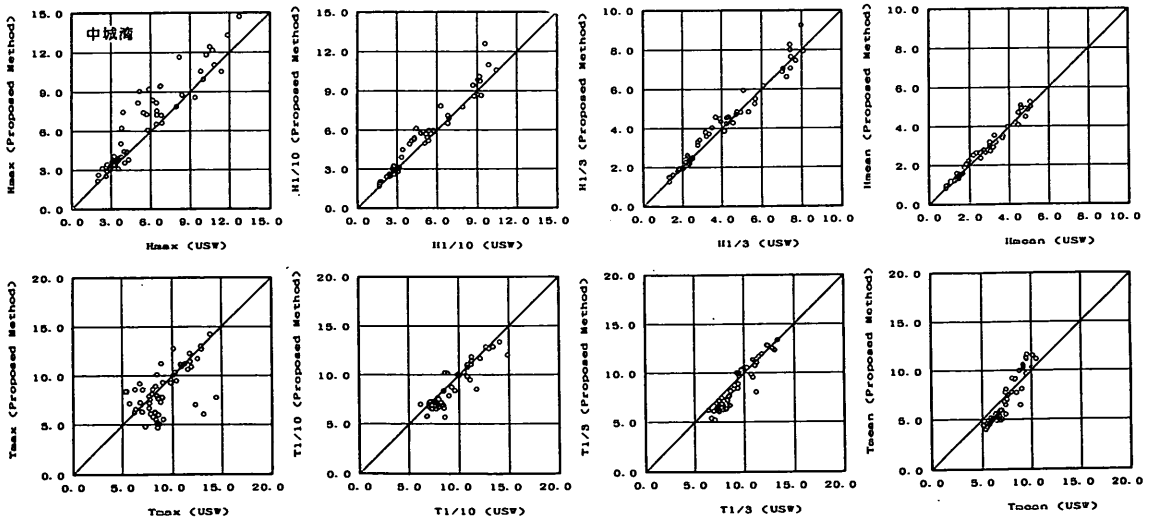


図-20 観測された波浪諸元と推定された波浪諸元の比較(中城湾: 上段は波高に関する諸元, 下段は周期に関する諸元であり、左から右に順番に最高波, 1/10最大波, 有義波, 平均波を示している)



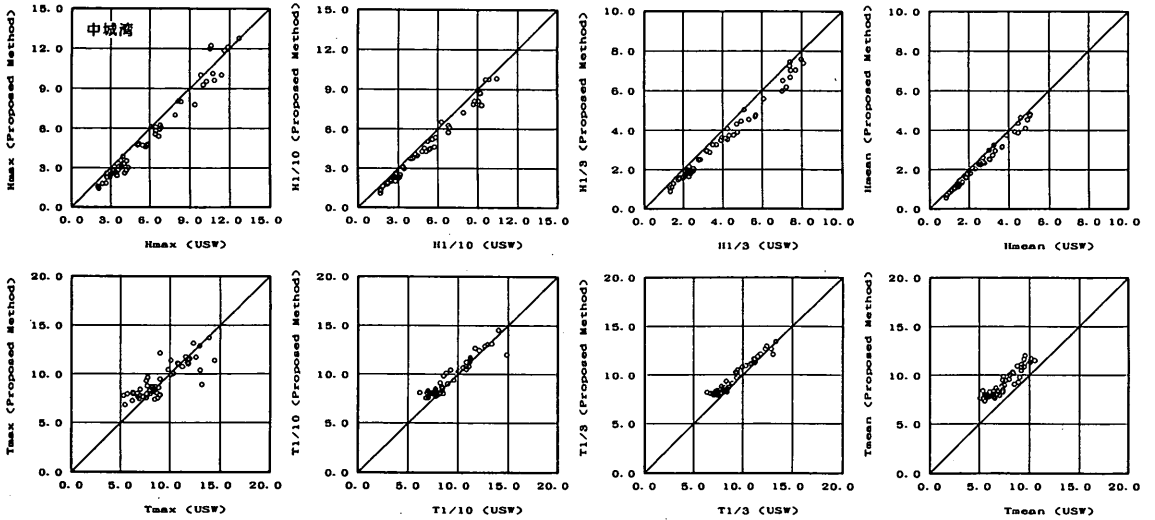


図-21 観測された波浪諸元と推定された波浪諸元の比較  
 (図-21は図-20と同じデータを用い、図-16に示した境界周波数 $f_b$ よりも高周波数側の周波数応答関数を無視した場合の計算結果)

式波高計による観測データがない場合や、あっても異常なデータを多く含む場合には、キャリブレーションが不可能であり、妥当な回帰式を作成できない。小舟らは、このような場合には、それ以前に得られた回帰式の内、最新の回帰式を用いることとしているが、このような便宜的な方法では、実際には著しい誤差が生じる場合が多い。

また、Nielsen<sup>7)</sup>の局所近似法(式(11)~(13))は、もともと水深の浅い水域で、狭帯域のスペクトル構造の波浪を対象として、実験的に考案されたものである。したがって、ここで検討したような水深30~50mの比較的深い水域で、幅広いスペクトル構造を有する一般の風波を対象とする場合には、この方法の適用性にはやや疑問がある。

本章では、6.で述べたモデルを用いて、現地観測デー

タを用いた解析例を示した。6.で述べたモデルは便宜的な方法であり、詳細にはいくつかの問題点を有しているが、有義波、平均波等の統計量に関しては、それほど大きな誤差を生じることなく、ほぼ妥当な推定値が得られる。したがって最高波を問題にしない限り、実用に供し得るものと思われる。

なお、最高波高は統計量ではなく、データに含まれる1つのサンプルに過ぎない。また、6.で述べたモデルは統計的な意味においてほぼ妥当なモデルとして考案したものであり、そもそも最高波を推定するために考案したものではない。一方では、波浪の統計理論により、最高波、1/10最大波、有義波および平均波等の関係を表す理論式が既に提案されており、最高波の推定には、6.で述べた方法で表面波に換算して求めるのではなく、むしろ波浪の統計理論を用いて推定の方が妥当である。

## 8. おわりに

多方向性を有する2次までの弱非線形性を考慮した水圧波から表面波への周波数応答関数は、方向スペクトルの形状に依存して、その低周波数側と高周波数側に線形不規則波や一方方向の弱非線形不規則波には見られない特異性 (microseisms<sup>13)</sup>) を示す。線形波理論で与えられる周波数応答関数と多方向弱非線形不規則波の周波数応答関数の相違は方向集中度が低いほど顕著であり、このような現象は現地観測データにも認められる。本論文ではこのような現象を理論的に説明し、水圧波から表面波へ換算する際には、方向スペクトルが重要であることを示した。また、これらの特性を考慮して水圧波から表面波への簡便な換算法を提案した。さらに本方法を現地観測データに適用し、その妥当性、適用性について検討した。

検討結果によれば、水深30m程度の海域で観測された水圧波に本方法を適用する場合、高波浪時や低波浪時の種々の海象条件に対しても、本方法はほぼ妥当に表面波へ換算可能であることが分かった。また、換算して得られた時系列データを統計解析して得られる有義波高・周期、平均波高・周期などの統計量も平均的には妥当な値を示すことが分かった。しかしながら、50m程度の大水深域で観測された水圧波に本方法を適用する場合には、観測データのSN比の低下の問題もあるものの、なお考慮すべき問題点が残されていることが示唆された。

今後さらに種々の観測条件、海象条件の観測データを用い、理論的、実験的に再検討することによって、より合理的かつ妥当な換算方法を開発する予定である。

## 謝 辞

本論文を取りまとめるにあたっては、港湾技術研究所の堀江毅海洋水理部長に懇切なる御指導を受けた。ここに心からの感謝の意を表する次第です。また、本論文で用いた観測データの取得に努力して頂いた第二港湾建設局ならびに沖縄総合事務局の関連各位の方々に謝意を表するとともに、今後さらなる御協力をお願いする次第です。

(1992年11月25日受付)

## 参考文献

- 1) 小舟浩治・合田良実・成田明・佐々木弘・森田行司：現地観測における水圧波形から表面波への換算法について、港湾技術研究所報告，pp.161～183，1988.
- 2) 木村晃：非線形長周期波の2次元スペクトル，第32回海岸工学論文集，pp.154～157，1985
- 3) 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店，300p.，1977.
- 4) Lee, D. and H. Wang : Measurement of surface waves from subsurface gage, Proc. 19th Conf. on Coastal Eng., ASCE, pp.271～286,1984.
- 5) Wang, H., D. Lee and A. Garcia : Time series surface-wave recovery from pressure gage, Coastal Eng., 10, Elsevier Science Publishers B.V. Amsterdam, pp.379～393,1986.
- 6) Bishop, C.T. and Donelan M. A. : Measuring waves with pressure transducers, Coastal Eng., 11, Elsevier Science Publishers B.V. Amsterdam, pp.309～328, 1987.
- 7) Nielsen, P. : Local approximations: A new way of dealing with irregular waves, Proc. 20th Conf. on Coastal Eng., ASCE, pp.633～646, 1986
- 8) Hiromoto, F. : A note on a correction factor for the pressure of progressive waves, Rept. Port and Harbour Res. Inst., No.13, pp.39～51, 1967.
- 9) Tick, L. J. : A non-linear random model of gravity waves I, J. Math. and Mech., Vol.8, No.3, pp.643～652, 1959.
- 10) Hamada, T. : The secondary interactions of surface waves, Rept. Port and Harbour Res. Inst., No.10, 28p., 1965.
- 11) 合田良実：港湾構造物の耐波設計—波浪工学への序説—，鹿島出版会，210p.，1977.
- 12) Sand, S. E. : Long waves in directional seas, Coastal Eng., 6, Elsevier Science Publishers B.V. Amsterdam, pp.195～208, 1982.
- 13) Phillips, O.M. : The dynamics of the upper ocean, 2nd ed., Camb. Univ. Press, 336p., 1977