

運輸省港湾技術研究所

# 港湾技術研究所 報告

---

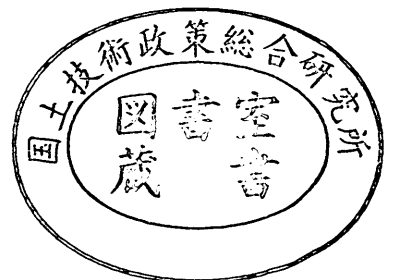
---

REPORT OF  
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH  
INSTITUTE  
MINISTRY OF TRANSPORT

---

VOL. 27      NO. 2      JUNE 1988

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



# 港湾技術研究所報告 (REPORT OF P.H.R.I.)

第27巻 第2号 (Vol. 27, No. 2), 1988年6月 (June 1988)

## 目 次 (CONTENTS)

1. Stability Analysis of Geotechnical Structures by Adaptive Finite Element Procedure  
..... Masaki KOBAYASHI ..... 3  
(適応有限要素法による地盤の安定解析.....小林正樹)
2. 改良型波力発電ケーソン防波堤の特性  
——波エネルギーに関する研究, 第7報—— ...高橋重雄・安達 崇・田中 智..... 23  
(Stability and Function of Improved-type Wave Power Extracting Caisson Breakwater  
——A Study on Development of Wave Power, 7th Rept.——  
.....Shigeo TAKAHASHI, Takashi ADACHI and Satoru TANAKA)
3. 現地観測データを用いた方向スペクトル推定法に関する検討  
..... 橋本典明・小舟浩治・亀山 豊..... 59  
(Examination of the Various Directional Spectral Estimation Methods for  
Field Wave Data.....Noriaki HASHIMOTO, Koji KOBUNE and Yutaka KAMEYAMA)
4. 海象観測用船型ブイの運動特性に関する模型実験と現地観測  
..... 高山智司・平石哲也・高山 優・甲斐源太郎・中埜岩男・古賀道明..... 95  
(Model Tests and Field Observation on Motions of a Ship-shaped Buoy for  
Marine Observation .....Tomotsuka TAKAYAMA, Tetsuya HIRAISHI, Masaru  
TAKAYAMA, Gentaro KAI, Iwao NAKANO and Michiaki KOGA)
5. 深層混合処理工法による改良体に作用する外力  
..... 寺師昌明・北誥昌樹・中村 健.....147  
(External Forces Acting on a Stiff Soil Mass Impoved by DMM  
.....Masaaki TERASHI, Masaki KITAZUME and Takeshi NAKAMURA)
6. アスファルトコンクリートの老化性状..... 佐藤勝久・八谷好高・阿部洋.....185  
(Changes in Properties of Asphalt Concretes due to Aging  
..... Katsuhisa SATO, Yoshitaka HACHIYA and Yoichi ABE)
7. 剛基礎上の重力式係船岸の地震時滑動量推定手法の実験的研究  
..... 上部達生・守屋正平・工藤勝己.....211  
(An Experimental Study on Estimation Procedures of Seismic Sliding Displacements  
for the Gravity Type Quaywall on the Rigid Base  
..... Tatsuo UWABE, Masahira MORIYA and Katsumi KUDO)
8. CFRP ロッドを緊張材としたアンボンド PC 梁の曲げ性状  
..... 大即信明・山本邦夫・浜田秀則.....241  
(Bending Behavior of Unbonded Prestressed Concrete Beams Prestressed with  
CFRP Rods ..... Nobuaki OTSUKI, Kunio YAMAMOTO and Hidenori HAMADA)

### 3. 現地観測データを用いた方向スペクトル推定法 に関する検討

橋本典明\*・小舟浩治\*\*・亀山 豊\*\*\*

#### 要 旨

いわき沖波浪観測システムで観測された波浪観測データをもとに、著者らの提案した方向スペクトル推定法(ベイズ型モデルを用いた方法(BDM)、最大エントロピー原理法(MEP))等を用いて、方向スペクトル解析を実施した。本報告では、方向スペクトルの推定法の相違、あるいは観測波動量の相違による方向スペクトル推定値の特性を、現地観測データをもとに検討している。また、特に高波をもたらした気象擾乱時の波浪観測データ数ケースを対象として、事例解析的に海洋波浪の方向スペクトル特性を検討している。

得られた主な結果は以下の通りである。

- 1) 離散有限フーリエ変換を用いたクロススペクトルの変異係数はクロススペクトルのコヒーレンスに逆比例する。このため、BDMを定式化するに際しては、得られたクロススペクトルを、対応する周波数スペクトルの幾何平均で正規化し、正規化されたクロススペクトルの推定誤差に対して誤差理論を適用する必要がある。
- 2) BDMでは、一般に、観測波動量の増大とともに、方向スペクトルの推定精度は向上するが、EMLMでは必ずしも推定精度は向上しない。
- 3) EMLMは3～4成分の観測波動量から方向スペクトルを推定する場合には、比較的安定した方向スペクトルの推定値が得られるが、5成分以上の観測波動量を用いる場合には、推定値が不安定になる場合があり、異常な方向スペクトルが推定される。
- 4) 3成分観測データから方向スペクトルを推定する場合にはMEPが、4成分以上の観測データから方向スペクトルを推定する場合にはBDMが、既往の他の方向スペクトル推定法に比べて、推定精度の良い方向スペクトル推定値が推定される。
- 5) 単峯型の風波の方向スペクトルの方向分布関数は、光易型方向分布関数とよく一致する特性を示す。
- 6) BDMで方向スペクトルを推定する際に設定される超パラメータ $u$ は、周波数 $f$ に対して、ほぼ連続的に変化する傾向が認められる。

キーワード：方向スペクトル，不規則波，現地観測

---

\* 水工部 主任研究官(波浪統計解析担当)  
\*\* 水工部 海象観測研究室長  
\*\*\* 水工部 海象観測研究室

### 3. Examination of the Various Directional Spectral Estimation Methods for Field Wave Data

Noriaki HASHIMOTO\*  
Koji KOBUNE\*\*  
Yutaka KAMEYAMA\*\*\*

#### Synopsis

Three methods for the estimation of directional spectrum, the Bayesian approach (BDM), the maximum entropy principle method (MEP) and the extended maximum likelihood method (EMLM), are applied to the analysis of the wave records acquired at an offshore oil rig 42 km off the Iwaki coast (Northeastern coast of the main island of Japan), where four step type wave gauges and a two-axis directional current meter with a pressure sensor are installed on the legs of the oil rig for ocean directional wave measurements.

Firstly, the validity of the above mentioned methods when they are employed for various types of probe array is examined on the results from the field observation data. Secondly, some properties of the real directional random waves are discussed from the examples of the directional spectra estimated by the BDM.

The major conclusions are as follows.

- 1) The coefficient of variation of cross-power spectral density is in inversely proportion to the coherence function. Therefore, in the formulation of the estimation equation of the BDM, the theory of errors must be applied to the errors normalized by the geometric mean of two frequency spectral densities.
- 2) As the number of wave probes increases, the directional resolution shown by the BDM is improved, while such improvement is not clearly seen for the EMLM.
- 3) The MEP is recommended for a point measurement of only three elements, and the BDM is recommended when four or more wave probes are employed.
- 4) Directional spreading functions of wind waves, in particular, those characterized by the spectra having a single peak, show the similar characteristics to the directional spreading function proposed by Mitsuyasu et al.

**Key Words:** Directional Spectrum, Irregular Waves, Field Observation

---

\* Senior Research Engineer, Hydraulic Engineering Division.

\*\* Chief of the Coastal Observation Laboratory, Hydraulic Engineering Division.

\*\*\* Member of the Coastal Observation Laboratory, Hydraulic Engineering Division.

## 目 次

要 旨	59
1. ま え が き	63
2. いわき沖波浪観測システム	63
2.1 観測システムの概要	63
2.2 観測項目および観測機器の仕様	66
3. 方向スペクトルの解析手法	66
3.1 クロススペクトルの推定と推定誤差	66
3.2 方向スペクトルの推定	68
4. いわき沖波浪観測システムを対象とした数値シミュレーションによる方向スペクトルの推定精度の検討	72
4.1 数値シミュレーション法	72
4.2 数値シミュレーションによる検討	72
5. 現地観測データを用いた方向スペクトル解析	74
5.1 解析対象期間の海象特性	74
5.2 方向スペクトル推定法と観測波動量の相違による方向スペクトル推定値の特性	77
5.3 海洋波浪の方向スペクトル特性に関する検討	87
6. あとがき	92
参 考 文 献	93
主 要 記 号 表	94

## 1. ま え が き

海の波は不規則である。このため、その特性を把握するためにスペクトルの概念を用いることが一般的である。この内、周波数スペクトルについては既に多くの調査・研究が行われており、スペクトルの構造もかなりのところまで明らかになってきた。十分に発達した風波のスペクトル形、発達過程のスペクトル形など、いくつかの標準形が提案されているほか、スペクトルにおける平衡領域、発達過程における overshoot-undershoot の現象、あるいは非線形相互作用の機構など、かなり微細な領域にまで研究が進んでいる。

一方、海洋波浪の本質的な構造を表す方向スペクトルについてはいまだ十分な調査・研究が実施されているとはいえない。これは方向スペクトルの観測が多大な労力と費用を必要とするためである。発達した風波については、光易ほか<sup>1)</sup>がクローバー型ブイを用いて綿密な計測を行い、既往の幾つかの観測成果を総合した上で風波の方向スペクトルの標準形の提案を行っている。また、山口ほか<sup>2)</sup>は琵琶湖において8台の波高計の同時観測によって風波の方向スペクトルを解析している。このほかにも、鹿島ほか<sup>3)</sup>、泉宮ほか<sup>4)</sup>、磯部ほか<sup>5)</sup>、近藤ほか<sup>6)</sup>、大下ほか<sup>7)</sup>はそれぞれの目的に応じて方向スペクトル観測を実施し、幾つかの観測成果を報告しているものの、いまだデータが不十分であり、うねりについては不明のままである。波浪の発生・発達・減衰の各段階を支配するメカニズムの解明、あるいは港湾構造物の設計などの実用的な問題に対しても、方向スペクトルに関する知識が不可欠であることが指摘されており、方向スペクトルに関する調査・研究は、今後、精力的に取り組まなければならない重要な課題の一つである。

方向スペクトルを測定する方法はこれまでもいくつか提案されている<sup>8),9),10)</sup>。波高計群、流速計、波浪観測ブイなどを用いる直接測定法、あるいは写真や電波を利用するリモートセンシング法などがある。この内、定常観測用としては直接測定法が用いられることが多く、リモートセンシング法はまだ特殊な観測用に用いられている程度である。

直接測定法により得られた観測データをもとに方向スペクトルを推定する方法として、直接フーリエ変換法(DFT法)<sup>11)</sup>、パラメータ法<sup>12)</sup>、分布関数あてはめ法<sup>13)</sup>、最ゆう法(MLM)<sup>14)</sup>、拡張最ゆう法(EMLM)<sup>15)</sup>、最大エントロピー原理法(MEP)<sup>16)</sup>、ベイズ型モデルを用いた方法(BDM)<sup>17)</sup>などがある。この内、MEPおよびBDMは著者らの開発した方向スペクトルの推定法であり、M

EPは3成分の観測データから、BDMは4成分以上の任意の波動量の観測データから推定精度の良い方向スペクトルを推定可能である。

近年のこのような方向スペクトルの推定理論の発展にともない、方向スペクトルの現地観測も精力的に行われつつある。運輸省第二港湾建設局小名浜港工事事務所においても、1986年10月より方向スペクトルの大規模な定常観測が実施されており、貴重な方向スペクトルの観測データが蓄積されつつある。これらの観測データは港湾建設にともなう設計、施工、維持、管理に関連する有効な波浪情報としてのみならず、海洋波浪の方向スペクトル特性の解明、波浪推算法、波浪予測手法の開発研究などのさまざまな目的に対しても、種々の形で有効利用が図られるものと期待されている。

本報告は、上記の小名浜港の方向スペクトル観測データを用い、著者らの開発した方向スペクトル推定法(MEP, BDM)等を用いて方向スペクトル解析を実施した結果を取りまとめたものである。本報告では、まず、小名浜港の方向スペクトル観測施設(いわき沖波浪観測システム)の概要、および観測データの仕様について簡単に紹介する。次いで、本研究で用いたクロススペクトル推定法およびクロススペクトルの推定誤差について簡単に紹介するとともに、解析に用いた2, 3の方向スペクトル推定法についても紹介する。さらに、方向スペクトルの推定法の相違による方向スペクトル推定値の相違を検討するとともに、方向スペクトル解析に用いた観測波動量の相違による方向スペクトル推定値の相違を検討する。最後に、それらの解析結果をもとに、特に海洋波浪の方向スペクトル特性について種々検討した結果を報告する。

## 2. いわき沖波浪観測システム

### 2.1 観測システムの概要

いわき沖波浪観測システムは、近年の港湾開発の大規模化、大水深化に対応して、その計画、設計、施工のいずれの分野においても不可欠な波浪に関する正確で総合的な情報をとらえることを目的として、運輸省第二港湾建設局小名浜港工事事務所が1986年10月に完成した波浪観測システムである。波浪観測システムの観測局、中継局、監視局は、図-1に示す位置にあり、観測局は塩屋崎灯台北東約54km(北緯37°17'49"、東経141°27'47")の位置にある。観測局では天然ガス開発用のプラットフォーム(磐城沖石油開発(株)所有)の脚を利用した新しい方式により、従来困難とされてきた沖波の波浪観測を実施している。観測局の外観は、図-2および写真-1に示

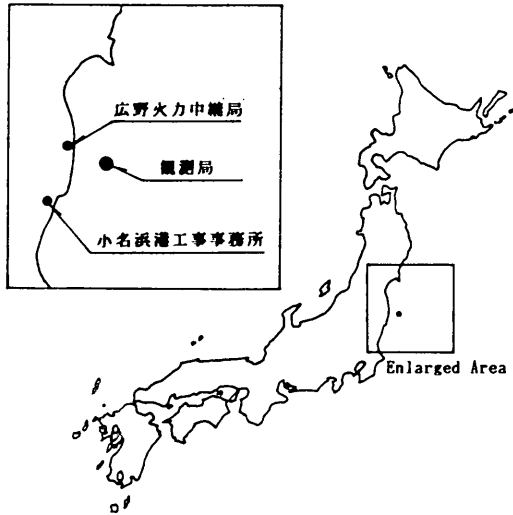


図-1 いわき沖波浪観測システムの位置図

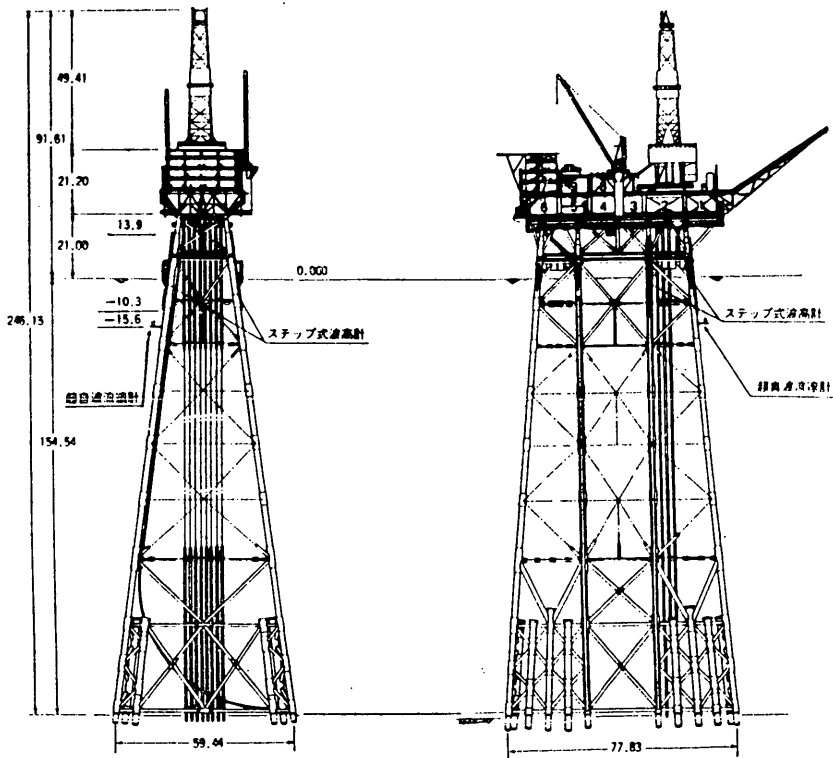


図-2 観測局の外観および観測機器の取り付け位置

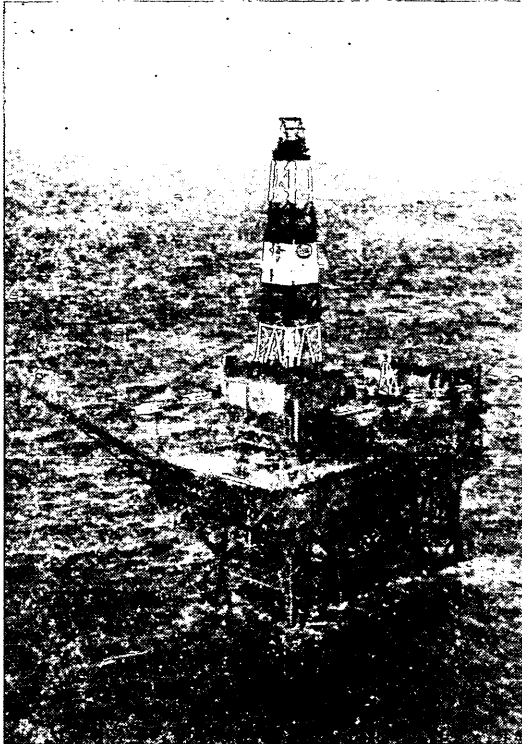


写真-1 いわき沖波浪観測システムの観測局

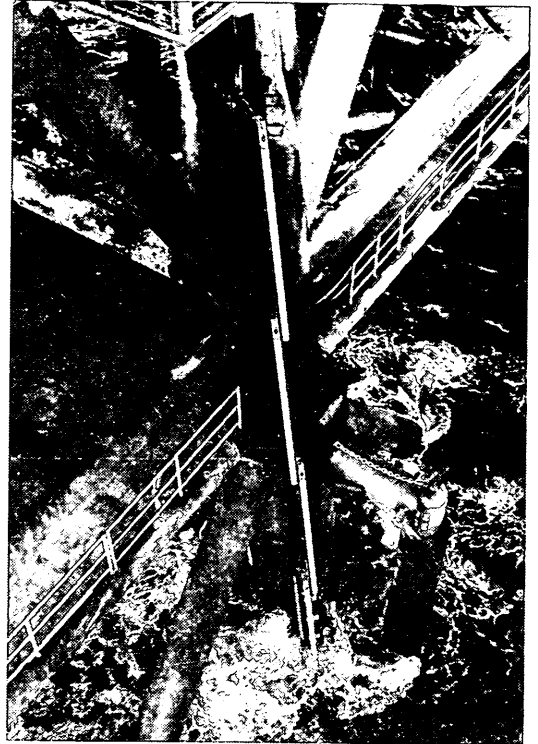


写真-2 ステップ式波高計の取り付け状況

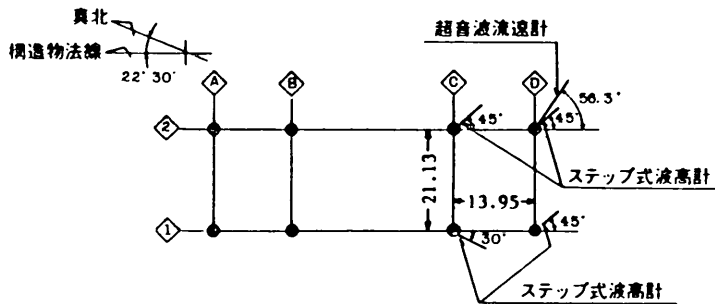


図-3 観測機器取り付け平面図

表-1 波浪観測機器の取り付け位置 (相対座標)

Channel 番号	観測波動量	観測機器	設置位置		設置水深(m)
			x座標(m)	y座標(m)	
ch. 1	$\eta$	ステップ式波高計	-25.137	2.701	—
ch. 2	"	"	-3.255	12.055	—
ch. 3	"	"	-17.509	-8.870	—
ch. 4	"	"	2.039	-0.853	—
ch. 5	$u$	超音波式流速計	7.826	-1.578	-14.530
ch. 6	$v$	"	"	"	"
ch. 7	$p$	水圧式波高計	"	"	-14.830



表-2 波浪観測機器の仕様

	波 高 計	流 速 計	風 向 風 速 計
機 種	ステップ式波高計 (SR-V)	超音波流速計 (TP-21A)	プロベラ型 風向風速計
測 定 範 囲	-10.3~+13.9m (波高桿長 約24.5m センサー点数 252点)	成分流速 0~±3 m/s 水圧変動 0~±0.5kgf/cm <sup>2</sup>	風 速 2~60m/s
測 定 精 度	10cm ± 5 cm	流 速 ± 4 % 流 向 ± 5°	風 速 10m/s以下±0.5m/s 10m/s以上±5 % 風 向 ± 5°

すとおりである。観測局では波浪観測機器として、4台のステップ式波高計および水圧式波高計の装備された超音波流速計が設置されており、観測機器の取り付け位置は、図-2、図-3および表-1に示すとおりである。また、写真-2はステップ式波高計の取り付け状況を示したものである。

観測局で取得された観測データは、観測局から約42km離れた広野火力中継局に無線テレメータにより送信される。さらに、広野火力中継局からは有線テレメータを経由して小名浜港工事事務所の監視局へ送られる。小名浜港工事事務所の監視局では、ミニ・コンピュータを利用して種々のデータ処理が実施され、風や波浪に関する情報がリアル・タイムで自動出力されている。また、拡張最ゆう法 (EMLM)<sup>15)</sup>を用いた方向スペクトル解析も実施されており、高精度な方向スペクトル情報がリアル・タイムで自動出力されている。

## 2.2 観測項目および観測機器の仕様

いわき沖波浪観測システムの観測項目は、波高、周期、波向、流向、流速、風向、風速であり、これらは毎偶数時に観測されている。波浪観測は偶数正時前後の10分間の計20分間、流速は正時前後の1分間の計2分間、風速および風向は正時前10分間の観測が実施されている。これらは観測局に設置されたステップ式波高計、水圧センサーの装備された超音波流速計および風向風速計により観測されている。観測局に設置された観測機器の仕様は表-2に示すとおりである。

## 3. 方向スペクトルの解析手法

### 3.1 クロススペクトルの推定と推定誤差

方向スペクトルは、波数・周波数スペクトルに伝達関

数を乗じて波数ベクトルについてフーリエ変換したものがクロススペクトルになるという波数・周波数スペクトルとクロススペクトルの関係に基づいて推定される。したがって、クロススペクトルは方向スペクトルを推定する際の基本情報であり、方向スペクトルの推定精度はクロススペクトルの推定精度に依存する。ここでは、本報告で著者らが用いたクロススペクトルの計算法を述べるとともに、クロススペクトルの推定誤差に関して概説する。

#### (1) クロススペクトルの推定法

クロススペクトルの推定法としては、一般によく用いられるFFT法<sup>16)</sup>、あるいは相互相関法や多変量自己回帰モデルを用いる方法<sup>17)</sup>などがある。相互相関法とFFT法では、分解能や信頼限界も同等であり、計算手順は異なるものの、その違いは平滑化関数の違いにすぎないことが報告されている<sup>18)</sup>。また、FFT法では理想的な平滑化関数が使用できるので、相互相関法よりも便利であることも報告されている<sup>19)</sup>。

一方、多変量自己回帰モデル用いる方法<sup>19)</sup>は、与えられた時系列データが多変量自己回帰過程に従うならば、この方法により推定されるクロススペクトルは最ゆう推定量となる。また、FPE (Final Prediction Error)<sup>19)</sup>やAIC (Akaike's Information Criterion)<sup>20)</sup>と組み合わせることにより、安定度と自由度をいくらに設定するか等に頭を悩ませることなく、自動的に安定した推定精度の良い推定値が推定される。このため、FFT法などでは、周囲を滑らかにすると、ピークもなまってくるなどの欠点があるが、この方法では鋭いピークも表現できる等の利点がある。著者ら<sup>21)</sup>は先に、方向スペクトルの推定における本方法の適用性について検討したが、その検討結

果によれば、データ個数が2,048個の場合、近接した二つの異なる周波数で、卓越した二つのピークを持つ二方向波浪を除いては、FFT法と多変量自己回帰モデルを用いる方法では、クロススペクトルの推定値にはそれほど大きな相違は認められなかった。そこで、ここでは計算速度の速いFFT法を用いて解析を実施することとした。

任意の波動量は、有限フーリエ級数を用いて近似できる。FFT法とは、時系列データから高速に、そのフーリエ係数を算出する方法である。そこでいま、得られた2つの時系列 $\xi_m(t), \xi_n(t)$  ( $t=0, 1, \dots, N-1$ )を、

$$\xi_m(t) = \sum_{k=0}^{N/2} \left( a_k \cos \frac{2\pi}{N} kt + b_k \sin \frac{2\pi}{N} kt \right) \quad (b_0 = b_{N/2} = 0) \quad \dots\dots(1)$$

$$\xi_n(t) = \sum_{k=0}^{N/2} \left( c_k \cos \frac{2\pi}{N} kt + d_k \sin \frac{2\pi}{N} kt \right) \quad (d_0 = d_{N/2} = 0) \quad \dots\dots(2)$$

で表すと、一次のクロススペクトルの実数部および虚数部は

$$C_k = \frac{a_k c_k + b_k d_k}{2} \quad \dots\dots(3)$$

$$Q_k = \frac{a_k d_k - b_k c_k}{2}, \quad Q_0 = Q_{N/2} = 0 \quad (k=0, 1, \dots, N/2) \quad \dots\dots(4)$$

で定義される。ここで、 $C_k$ はコ・スペクトル、 $Q_k$ はクオドラチャ・スペクトルと呼ばれる。一次のクロススペクトルは推定誤差が大きく、一般に激しい振動を示す。そこで、分散の少ないクロススペクトルの推定値を求めるためには、一次のクロススペクトルを平滑化しなければならない。本報告でのクロススペクトル解析では、力石・光易<sup>18)</sup>が用いた三角フィルターを用いて平滑化を行った。三角フィルターは次式で表される。

$$w(j) = \frac{1}{J^2} (J - |j|) \quad (j=0, \pm 1, \dots, \pm(J-1)) \quad \dots\dots(5)$$

FFT法を用いたクロススペクトル推定法では、データ個数が $N=2^n$ の場合しか取り扱えないので、そうなるようにデータを取得するか、あるいは任意長の記録の末尾に適当な個数の0を追加して個数を合わせる等の処理が必要である。

(2) 離散有限フーリエ変換を用いたクロススペクトルの推定誤差

離散有限フーリエ変換を用いた一次の周波数スペクトルの変異係数は、近似的に次式で与えられる<sup>22), 23)</sup>。

$$V_1 = \frac{\sigma[\hat{S}(f)]}{\mu[\hat{S}(f)]} \doteq 1 \quad \dots\dots(6)$$

すなわち、一次の周波数スペクトルの相対誤差は記録長 $T$ に無関係に100%に及ぶ。

一方、離散有限フーリエ変換を用いた一次のクロススペクトルの変異係数は、近似的に次式で与えられる<sup>23)</sup>。

$$V_1 = \frac{\sigma[\Phi_{mn}(f)]}{\mu[\Phi_{mn}(f)]} \doteq \frac{1}{\gamma_{mn}(f)} \quad \dots\dots(7)$$

ここに、 $\gamma_{mn}(f)$ は $\xi_m$ と $\xi_n$ のコヒーレンス関数であり、一般に1より小さい。したがって、一次のクロススペクトルの統計的誤差は、一次の周波数スペクトルの統計的誤差よりもさらに大きい。

統計的誤差を小さくするのに二つの方法がある<sup>8), 22)</sup>。第1の方法は $N$ 個のデータを $p$ 回測定し、その各段階において周波数スペクトルあるいはクロススペクトルを計算し、得られた $p$ 個のスペクトルの平均をとって、その推定値とする方法である。第2の方法は、(1)で述べたように、フィルターを用いて移動平均する方法である。一般に、第一の方法ではデータ数が多く必要であり、計算時間や記憶容量もたくさん必要であるため、定常的な現地観測データを処理する場合には、第2の方法を用いて解析することが多い。

一次のスペクトルをフィルターで平滑化し、二次のスペクトルを推定する場合、自由度の大きさが問題となる。自由度を大きくすれば、上記のスペクトルの変異係数は低下し、推定値の安定度は増すが、分解能は低下する。逆に、自由度を小さくすれば、分解能は向上するが、安定度は低下する。光易<sup>1)</sup>が用いた三角フィルターを用いる場合、二次の周波数スペクトルの自由度 $K$ は次式で与えられる。

$$K \doteq 3J \quad \dots\dots(8)$$

また、このとき、二次の周波数スペクトルの変異係数 $V_2$ は自由度 $K$ の関数として、次式で与えられる。

$$V_2 = \sqrt{2/K} \quad \dots\dots(9)$$

二次の周波数スペクトルおよびクロススペクトルを推定する場合、両者と同じフィルターを用いて平滑化すれば、式(6)および(7)から明らかなように、それぞれ異なる統計的変動性を示す。特に、クロススペクトルの場合には、一次のクロススペクトルの変異係数がコヒーレンスと逆比例の関係があるために、全周波数領域に同じフィルターを用いて平滑化する場合、周波数ごとに異なる統計的変動性を示すことになる。そこでいま、クロススペクトルをその対応する波動量の周波数スペクトルの幾何平均で正規化すれば、正規化された二次のクロススペク

トルの変異係数  $V_2^*$  は、自由度  $K$  の関数として、

$$V_2^* = \sqrt{2/K} \quad \dots\dots(10)$$

となり、周波数スペクトルと正規化されたクロススペクトルの統計的変動性は、見掛け上、同一として扱うことができる。これらの関係は、既に合田<sup>24)</sup>により数値的に確かめられている。

### 3.2 方向スペクトルの推定

方向スペクトルの推定方法としては、これまでも多くの推定方法が提案されている。ここでは、この内、後の解析で用いた BDM, MEP, および EMLM について概説する。

#### (1) ベイズ型モデルを用いた方向スペクトル推定法 (BDM)<sup>17)</sup>

BDM は少ない観測波動量から推定精度の良い方向スペクトルを推定することのみならず、クロススペクトルの誤差の影響を受けにくく、安定した方向スペクトルを推定することを目的として、著者ら<sup>17)</sup>が提案した推定法である。以下では、BDM の定式化および数値計算法の概略を紹介する。

微小振幅の不規則波の水面変動、水面勾配、水面曲率、水圧変動などの任意の波動量間のクロススペクトル  $\Phi_{mn}(\sigma)$  と波数・周波数スペクトル  $S(k, \sigma)$  の関係は、磯部ら<sup>15)</sup>と同様な表示を行えば、

$$\begin{aligned} \Phi_{mn}(\sigma) = & \int_k H_m(k, \sigma) H_n^*(k, \sigma) \\ & \times \exp \{-ik(x_n - x_m)\} S(k, \sigma) dk \quad \dots\dots(11) \end{aligned}$$

と表示される。ここに、 $x_m$  は平面座標、 $k$  は波数ベクトル、 $\sigma$  は角周波数、 $i$  は虚数単位、 $*$  は共役複素数を表す。また、 $H_m(k, \sigma)$  は水面変動から任意の波動量への伝達関数であり、一般に次のように書ける<sup>15)</sup>。

$$H_m(k, \sigma) = h_m(k, \sigma) \cos^{\alpha_m} \theta \sin^{\beta_m} \theta \quad \dots\dots(12)$$

式(12)中の  $h_m$ ,  $\alpha_m$ ,  $\beta_m$  を主な波動量に対して示したものが表-3 である<sup>15)</sup>。

以下では、式の誘導の便宜上、式(11)の2次元的表示式 ( $m$  番目の波動量と  $n$  番目の波動量のクロススペクトルを  $\Phi_{mn}$  と表示する方式) を、1次元的表示式 ( $\Phi_i$  と表示する方式) に再構成して取り扱う。また、 $\Phi_{mn}(\sigma)$  から構成される行列  $\Phi(\sigma)$  がエルミート行列であることを考慮し、行列  $\Phi(\sigma)$  の上三角の要素のみを用いて定式化を行う。このとき、式(11)は周波数  $f$  および方向角  $\theta$  の関数として次式のように表される。

$$\begin{aligned} \Phi_i(f) = & \int_0^{2\pi} H_i(f, \theta) G(\theta|f) d\theta \quad \dots\dots(13) \\ & (i=1, \dots, N) \end{aligned}$$

表-3 おもな波動量の水面変動に対する伝達関数 (文献<sup>15)</sup>より抜粋)

項目	記号	$h(k, \sigma)$	$\alpha$	$\beta$
水面変動	$\eta$	1	0	0
水圧変動	$p$	$\rho g \frac{\cosh kz}{\cosh kd}$	0	0
水面鉛直加速度	$\eta_{tt}$	$-\sigma^2$	0	0
水面勾配(x)	$\eta_x$	$ik$	1	0
" (y)	$\eta_y$	"	0	1
水粒子速度(x)	$u$	$\sigma \frac{\cosh kz}{\sinh kd}$	1	0
" (y)	$v$	"	0	1
" (z)	$w$	$-i\sigma \frac{\sinh kz}{\sinh kd}$	0	0

$k$ : 波数,  $\sigma$ : 角周波数,  $d$ : 水深,  $z$ : 底面からの高さ,  $\rho$ : 流体の密度,  $g$ : 重力加速度

ここに、

$$\begin{aligned} H_i(f, \theta) = & H_m(f, \theta) H_n^*(f, \theta) [\cos \{k(x_{mn} \cos \theta \\ & + y_{mn} \sin \theta) - i \sin \{k(x_{mn} \cos \theta \\ & + y_{mn} \sin \theta)\} / D_{mn}(f) \quad \dots\dots(14) \end{aligned}$$

$$\Phi_i(f) = \Phi_{mn}(f) / \{S(f) D_{mn}(f)\} \quad \dots\dots(15)$$

$$G(\theta|f) = S(f, \theta) / S(f) \quad \dots\dots(16)$$

$$x_{mn} = x_n - x_m, \quad y_{mn} = y_n - y_m \quad \dots\dots(17)$$

であり、方程式(13)の数  $N$  は、 $M$  を観測波動量の数として

$$N = M \times (M+1) / 2 \quad \dots\dots(18)$$

である。また、 $D_{mn}(f)$  はクロススペクトルを正規化するための基準値となる関数であり、ここではそれぞれのクロススペクトルに対応する周波数スペクトルの幾何平均

$$D_{mn}(f) = \sqrt{\Phi_{mm}(f) \Phi_{nn}(f)} \quad \dots\dots(19)$$

を用いることとする。なお、この理由については後述する。

方向分布関数  $G(\theta|f)$  は、その定義域  $[0, 2\pi]$  で0以上の関数であるが、以下では正值として取り扱う。また、方向分布関数  $G(\theta|f)$  の定義域  $[0, 2\pi]$  を十分大きな数  $K$  で等分割し、方向分布関数  $G(\theta|f)$  はこの等分割された微小区間内では離散的な一定値関数であるとする。ここで、 $G(\theta|f) > 0$  であるので、

$$x_k(f) = \ln \{G(\theta_k|f)\} \quad (k=1, \dots, K) \quad \dots\dots(20)$$

と置くと、結局、式(13)は次式で表される。

$$\begin{aligned} \Phi_i(f) = & \sum_{k=1}^K \alpha_{i,k}(f) \exp \{x_k(f)\} \\ & (i=1, \dots, N) \quad \dots\dots(21) \end{aligned}$$

ここに、

$$\alpha_{i,k}(f) = H_i(f, \theta_k) \Delta \theta$$

$$(i=1, \dots, N; k=1, \dots, K) \dots\dots(2)$$

である。

いま、 $\Phi_i(f)$  および  $\alpha_{i,k}(f)$  は複素数であり、取り扱いが不便である。そこで、

$$\left. \begin{aligned} \phi_i &= \text{Real} \{ \Phi_i(f) \} \\ \phi_{N+i} &= \text{Imag} \{ \Phi_i(f) \} \\ \alpha_{i,k} &= \text{Real} \{ \alpha_{i,k}(f) \} \\ \alpha_{N+i,k} &= \text{Imag} \{ \alpha_{i,k}(f) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

のように分離し、すべてを実数に関する式として取り扱う。なお、式(2)の左辺は周波数  $f$  の関数であるが省略して記述した。以後、特別な場合を除き、便宜的に周波数  $f$  は省略して扱うこととする。このとき、式(2)は結局、次式のように表される。

$$\phi_i = \sum_{k=1}^K \alpha_{i,k} \exp(x_k)$$

$$(i=1, \dots, 2N) \dots\dots(4)$$

式(4)に観測値をあてはめる場合、観測値には誤差が含まれるのが一般である。そこで、誤差項も考慮して式(4)を再記すると次式となる。

$$\phi_i = \sum_{k=1}^K \alpha_{i,k} \exp(x_k) + \varepsilon_i$$

$$(i=1, \dots, 2N) \dots\dots(5)$$

ここに、 $\varepsilon_i; (i=1, \dots, 2N)$  は誤差項である。

誤差  $\varepsilon_i; (i=1, \dots, 2N)$  が、どのような統計的特性を持つかは、それぞれの観測系で調査する必要があるが、ここでは、便宜的に、 $\varepsilon_i; (i=1, \dots, 2N)$  は互いに独立で、平均0、未知の分散  $\sigma^2$  の正規分布に従うものとする。このとき、 $\phi_i; (i=1, \dots, 2N)$  が与えられれば、 $x_k; (k=1, \dots, K), \sigma^2$  に関するゆう度は、

$$L(x_1, \dots, x_K; \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-N}$$

$$\times \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^{2N} \left\{ \phi_i - \sum_{k=1}^K \alpha_{i,k} \exp(x_k) \right\}^2\right]$$

$$\dots\dots(6)$$

と与えられる。

以上の展開では方向分布関数  $G(\theta|f)$  は区分的一定値関数として近似した。この際、各微小区間ごとのエネルギーの相関については何ら考慮されていない。波の線形性からは各微小区間ごとのエネルギー分布はそれぞれ独立であると見なされるが、方向角  $\theta$  について不連続なエネルギー分布をしているとは考えにくい。また、一般に方向分布関数  $G(\theta|f)$  は滑らかな連続関数と見なされている。したがって、方向分布関数  $G(\theta|f)$  が方向角  $\theta$  に対して滑らかであるという仮定の表現として、系列  $\{x_k\}$

が局所的には  $k$  の一次式でよく表現されるべきであると考える。この場合、 $x_k$  の2次の階差、

$$x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2} \dots\dots(7)$$

は0に近いと想定される。すなわち、

$$\sum_{k=1}^K \left\{ x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2} \right\}^2 \dots\dots(8)$$

(ただし、 $x_0 = x_k, x_{-1} = x_{k-1}$ )

を考えると、式(8)が小さいほど方向分布関数の推定値  $\hat{G}(\theta|f)$  は滑らかになると考えられる。したがって、方向分布関数の推定値  $\hat{G}(\theta|f)$  としては、式(8)をあまり大きくしない範囲で、ゆう度  $L(x_1, \dots, x_K; \sigma^2)$  の大きいものが望ましい。これを定式化すると、適当なパラメータ  $u^2$  (超パラメータ) を用いて、

$$\ln L(x_1, \dots, x_K; \sigma^2)$$

$$- \frac{u^2}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^K (x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2})^2 \dots\dots(9)$$

を最大化する  $(x_1, \dots, x_K)$  を求めればよい。これはベイズの推論方法において、事後分布  $p_{\text{post}}(\ )$  の

$$p_{\text{post}}(\mathbf{x}|u^2, \sigma^2) \propto L(\mathbf{x}, \sigma^2) p(\mathbf{x}|u^2, \sigma^2) \dots\dots(10)$$

の関係において、 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_K)$  の事前分布として、

$$p(\mathbf{x}|u^2, \sigma^2)$$

$$= \left( \frac{u}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^K$$

$$\times \exp\left\{ -\frac{u^2}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^K (x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2})^2 \right\} \dots\dots(11)$$

を想定したことにほかならない。

$u^2$  を与えれば、式(9)を最大化する  $\mathbf{x}$  は  $\sigma^2$  に無関係に求まり、

$$\sum_{i=1}^{2N} \left\{ \phi_i - \sum_{k=1}^K \alpha_{i,k} \exp(x_k) \right\}^2$$

$$+ u^2 \left\{ \sum_{k=1}^K (x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2})^2 \right\} \dots\dots(12)$$

を最小化することにより得られる。また、 $u^2$  の決定と  $\sigma^2$  の推定は次式で与えられる ABIC (赤池のベイズ型情報量基準)<sup>25)</sup>

$$\text{ABIC} = -2 \ln \int L(\mathbf{x}, \sigma^2) p(\mathbf{x}|u^2, \sigma^2) d\mathbf{x} \dots\dots(13)$$

の最小化によればよい。

なお、式(8)中の誤差  $\varepsilon_i; (i=1, \dots, 2N)$  として、クロススペクトルの推定誤差のみを考慮する場合、式(4)~式(5)のクロススペクトルを正規化する基準値  $D_{mn}(f)$  として、クロススペクトルに対応する二つの波動量の周波数スペクトルの幾何平均 (式(9)) を用いる場合には、3.1 で述べたように、式(8)中の誤差  $\varepsilon_i$  は、すべての正

規化されたクロススペクトルに対して、見掛け上、同一の統計的誤差として取り扱うことができる。

一方、基準値として、観測波動量の伝達関数を用い、  

$$D_{mn}(f) = h_m(k, \sigma) h_n^*(k, \sigma) \quad \dots\dots(34)$$

とすると、誤差  $\epsilon_i$  はクロススペクトルのコヒーレンスに依存して、さまざまな統計的誤差を持つ。

基準値として、  

$$D_{mn}(f) = 1 \quad \dots\dots(35)$$

を用いる。すなわち、クロススペクトルを正規化しないならば、誤差  $\epsilon_i$  は、観測波動量に応じて様々な異なる単位を持つほか、クロススペクトルのコヒーレンスに依存して、さまざまな統計的誤差となる。

基準値  $D_{mn}(f)$  の相違による方向スペクトル推定値の相違については、5.3 で検討している。

ベイズ型モデルを用いた方向スペクトル推定法の数値計算法の詳細等については、文献<sup>17), 26)</sup> に詳しく示しているので、以下ではその計算フローの概略を紹介する。

① 適当な  $u^2$  および  $\mathbf{x}$  の初期値  $\mathbf{x}_0$  を与えて、以下の式により、最小自乗法によって、与えられた  $u^2$  に対応する  $\mathbf{x}$  の推定値  $\hat{\mathbf{x}}$  を算出する。

$$J(\mathbf{x}) = |\hat{A}\mathbf{x} - \hat{B}|^2 + u^2 |D\mathbf{x}|^2 \quad \dots\dots(36)$$

ここに、

$$\hat{A} = AE(\mathbf{x}_0) \quad \dots\dots(37)$$

$$\hat{B} = B - AF(\mathbf{x}_0) + AE(\mathbf{x}_0)\mathbf{x}_0 \quad \dots\dots(38)$$

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \dots & \alpha_{1,K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{2N,1} & \dots & \alpha_{2N,K} \end{bmatrix} \quad \dots\dots(39)$$

$$B = (\Phi_1, \dots, \Phi_{2N})^t \quad \dots\dots(40)$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots(41)$$

$$E(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \exp(x_1) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \exp(x_K) \end{bmatrix} \quad \dots\dots(42)$$

$$F(\mathbf{x}) = \{\exp(x_1), \dots, \exp(x_K)\}^t \quad \dots\dots(43)$$

である。計算手順は、式(37)～式(38)で  $\mathbf{x}$  の初期値  $\mathbf{x}_0$  を与え、式(36)に最小自乗法を適用することにより、 $\mathbf{x}_1$  を算出する。次に、 $\mathbf{x}_1$  を式(37)～式(38)の  $\mathbf{x}_0$  に置き換えて式(36)より  $\mathbf{x}_2$  を算出する。この演算を繰り返して、適当な収束条件を満たす解  $\hat{\mathbf{x}}$  を求め、これを与えられた  $u^2$  に対する推定値  $\hat{\mathbf{x}}$  とすればよい。

② ①で得られた結果を用いて、次式により、与えられた  $u^2$  に対応する ABIC を算出する。

$$ABIC = 2N \ln(2\pi) + 2N + 2N \ln(\hat{\sigma}^2) - K \ln(u^2) + \ln\{\det(\hat{A}^t \hat{A} + u^2 D^t D)\} \quad \dots\dots(44)$$

ここに、

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2N} \{|\hat{A}\hat{\mathbf{x}} - \hat{B}|^2 + u^2 |D\hat{\mathbf{x}}|^2\} \quad \dots\dots(45)$$

である。また、 $\hat{A}$ 、 $\hat{B}$  は①で収束解  $\hat{\mathbf{x}}$  を算出する際に用いられた式(37)、(38)の  $\hat{A}$ 、 $\hat{B}$  である。

③  $u^2$  の値を種々に変えて①、②の計算を繰り返す。

④ ①～③の計算結果の内、最小の ABIC を与える  $\hat{\mathbf{x}}$ 、 $\hat{\sigma}^2$  および  $u^2$  を最適な推定値とする。

なお、ここでは式(36)の繰り返し計算の初期値  $\mathbf{x}_0$  として、後述の EMLM の方向スペクトル推定値  $\hat{S}_{EMLM}(f, \theta)$  を用い、

$$\mathbf{x}_k = \ln\{\hat{S}_{EMLM}(f, \theta_k) / \hat{S}(f)\} \quad (k=1, \dots, K) \quad \dots\dots(46)$$

として数値計算を実施した。

また、式(36)の繰り返し計算の収束基準としては、 $n$  ステップ目の繰り返し計算で得られた推定値  $\mathbf{x}_n$  と  $n-1$  ステップ目の推定値  $\mathbf{x}_{n-1}$  の差を  $n-1$  ステップ目の推定値  $\mathbf{x}_{n-1}$  で正規化した値の標準偏差  $\sigma_{en}$  が

$$|\sigma_{en}| \leq 10^{-3} \quad \dots\dots(47)$$

となった場合に収束したと見なして推定値を算出した。

超パラメータ  $u$  の設定に際しては、一般には、

$$u = ab^m \quad (m=1, 2, \dots) \quad \dots\dots(48)$$

として格子探索法を実施することとしたが、実際には、5.3 で述べる海洋波浪の特性を考慮し、少数の超パラメータについてのみ格子探索法を実施して、数値計算の高速化を図っている。これについては5.3 で後述している。

(2) 最大エントロピー原理法 (MEP)<sup>16)</sup>

波高計と流速計の組み合わせ、あるいは加速度計と傾斜計の組み合わせなどの3成分の観測データから方向スペクトルを推定する場合、観測されたクロススペクトルの誤差を評価することは、一般に困難である。この場合、得られたクロススペクトルの推定値はすべて正しいものとして、方向スペクトルを推定せざるを得ない。このように限定された最小限のデータから推定精度の良い方向スペクトルを推定するためには、与えられた情報以外の情報ができるだけ混入しないようにして、方向スペクトルを推定しなければならない。MEP は、このような思想のもとに著者ら<sup>16)</sup>が開発した方向スペクトル推定法である。以下では、MEP の誘導および数値計算法の概略について紹介する。

ここでは、特に3成分観測データとして水位変動 $\eta$ 、2成分水面勾配 $\eta_x$ および $\eta_y$ が観測された場合を対象として解説する。この場合、式(41)より次式が得られる。

$$\int_0^{2\pi} G(\theta|f)\alpha_i(\theta)d\theta = \beta_i \quad (i=0, 1, \dots, 4) \quad \dots\dots(49)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0(\theta) &= 1, \alpha_1(\theta) = \cos \theta, \alpha_2(\theta) = \sin \theta \\ \alpha_3(\theta) &= \cos 2\theta, \alpha_4(\theta) = \sin 2\theta \\ \beta_0 &= 1, \beta_1 = Q_{12}(f)/\{kC_{11}(f)\} \\ \beta_2 &= Q_{13}(f)/\{kC_{11}(f)\} \\ \beta_3 &= \{C_{22}(f) - C_{33}(f)\}/\{k^2C_{11}(f)\} \\ \beta_4 &= 2C_{23}(f)/\{k^2C_{11}(f)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots(50)$$

ここに、 $C_{ij}(f)$ 、 $Q_{ij}(f)$ はそれぞれ $(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = (\eta, \eta_x, \eta_y)$ とした場合のコ・スペクトルおよびクオドラチャ・スペクトルである。

3成分の観測波動量として水圧変動 $p$ 、2成分水粒子速度 $u$ 、 $v$ が観測される場合にも、式(49)と同様な関係式が求められる。

方向分布関数 $G(\theta|f)$ は0以上の値をとり、かつ、

$$\int_0^{2\pi} G(\theta|f)d\theta = 1 \quad \dots\dots(51)$$

であるから、 $[0, 2\pi]$ で定義される確率密度関数と同じ取り扱いが可能であろうと考えられる。このとき、エントロピー $H$ は次式で与えられる。

$$H = - \int_0^{2\pi} G(\theta|f) \ln G(\theta|f) d\theta \quad \dots\dots(52)$$

方向分布関数 $G(\theta|f)$ が具備すべき条件は式(49)で与えられている。したがって、式(49)を制約条件として、式(52)を最大化する $G(\theta|f)$ を求めれば、これが最大エントロピー推定値 $\hat{G}(\theta|f)$ となる。この問題をラグランジュの未定乗数法を用いて解く。ラグランジュ関数は、

$$\begin{aligned} L = & - \int_0^{2\pi} G(\theta|f) \ln G(\theta|f) d\theta \\ & + (\lambda_0 - 1) \left\{ 1 - \int_0^{2\pi} G(\theta|f) d\theta \right\} \\ & + \sum_{i=1}^4 \lambda_i \left\{ \beta_i - \int_0^{2\pi} G(\theta|f) \alpha_i(\theta) d\theta \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots(53)$$

で与えられる。

$$\frac{\partial L}{\partial G(\theta|f)} = 0 \quad \dots\dots(54)$$

より $G(\theta|f)$ の最大エントロピー推定値 $\hat{G}(\theta|f)$ を求めると、

$$\hat{G}(\theta|f) = \exp \left\{ -\lambda_0 - \sum_{i=1}^4 \lambda_i \alpha_i(\theta) \right\} \quad \dots\dots(55)$$

となる。ここに、 $\lambda_i$ はラグランジュの未定乗数であり、式(55)を式(49)に代入して得られる次式、

$$\int_0^{2\pi} \left\{ \beta_i - \alpha_i(\theta) \right\} \exp \left\{ -\sum_{j=1}^4 \lambda_j \alpha_j(\theta) \right\} d\theta = 0 \quad (i=1, \dots, 4) \quad \dots\dots(56)$$

なる非線形連立方程式を解くことにより決定される。また、 $\lambda_0$ は次式から計算される。

$$\lambda_0 = \ln \left[ \int_0^{2\pi} \exp \left\{ -\sum_{j=1}^4 \lambda_j \alpha_j(\theta) \right\} d\theta \right] \quad \dots\dots(57)$$

式(56)を $\lambda_j$ に関して解くために、多変数のNewton・Raphson法を採用した。すなわち、

$$\sum_{j=1}^4 A_{ij} \epsilon_j = B_i, \quad (i=1, \dots, 4) \quad \dots\dots(58)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A_{ij} &= \int_0^{2\pi} \left\{ \alpha_i(\theta) - \beta_i \right\} \alpha_j(\theta) \\ & \quad \times \exp \left\{ -\sum_{k=1}^4 \lambda_k \alpha_k(\theta) \right\} d\theta \\ B_i &= \int_0^{2\pi} \left\{ \alpha_i(\theta) - \beta_i \right\} \\ & \quad \times \exp \left\{ -\sum_{k=1}^4 \lambda_k \alpha_k(\theta) \right\} d\theta \\ \epsilon_j &= \lambda_j^{(k+1)} - \lambda_j^{(k)} \\ & \quad \{ (k), (k+1) \text{ は計算ステップ数} \} \end{aligned} \right\} \dots\dots(59)$$

なる $\epsilon_j$ に関する連立方程式において、初期値 $(\lambda_1^0, \dots, \lambda_4^0)$ を与え、残差 $\epsilon_j$ について式(58)を解く計算を $(\epsilon_1, \dots, \epsilon_4)$ が十分に小さくなるまで繰り返すことにより、解 $(\lambda_1, \dots, \lambda_4)$ の近似値を算出した。上式の計算によって近似解が求まらない場合、すなわち、 $\epsilon_j$ が発散する場合には、式(58)から求められた $\epsilon_j$ よりもさらに小さいきざみ幅で再計算を行うこととした。なお、本報告で示す計算例では、初期値を $(\lambda_1^0, \dots, \lambda_4^0) = (0, \dots, 0)$ とし、 $|\epsilon_j| \leq 10^{-2}$ で収束したと見なして計算を打ち切っている。

(3) 拡張最ゆう法 (EMLM)<sup>15)</sup>

EMLMは磯部ら<sup>15)</sup>により開発された方向スペクトル推定法であり、Capon<sup>14)</sup>により開発された最ゆう法 (MLM)を水面変動以外に、水粒子速度や水面傾斜などの任意の波動量の組み合わせからなる観測データに適用可能な形に拡張したものである。

EMLMの推定式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \hat{S}(k, \sigma) = & \kappa / \left[ \sum_{m,n} \Phi_{mn}^{-1}(\sigma) H_m^*(k, \sigma) H_n(k, \sigma) \right. \\ & \left. \times \exp \{ ik(x_n - x_m) \} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots(60)$$

ここに、 $\Phi_{mn}^{-1}(\sigma)$ はクロススペクトル $\Phi_{mn}(\sigma)$ から構成される行列 $\Phi(\sigma)$ の逆行列 $\Phi^{-1}(\sigma)$ の $mn$ 成分である。また、 $\kappa$ は比例定数であり、次式の正規化条件を満足する

ように決められる。

$$\hat{S}(\sigma) = \int_k \hat{S}(k, \sigma) dk \quad \dots\dots(61)$$

EMLM は比較的簡単な演算で推定精度の良い方向スペクトルが得られるため、既に方向スペクトルの現地波浪データ解析に広く適用されている。しかしながら、著者らの検討結果によれば、多くの観測波動量を用いて、詳細に方向スペクトルの特性を検討しようとする場合、EMLM では、観測波動量の増加によって必ずしも推定精度が向上するとは限らず、むしろ異常な方向スペクトルが推定される場合があるようである。

#### 4. いわき沖波浪観測システムを対象とした数値シミュレーションによる方向スペクトルの推定精度の検討

##### 4.1 数値シミュレーション法

現地観測データを方向スペクトル解析し、その結果を解釈するに際しては、事前に、用いる方向スペクトル推定法の特性や、観測波動量の相違による方向スペクトル推定値の特性等を数値シミュレーションで調査し、把握しておくことが望ましい。このため、いわき沖波浪観測システムを対象として、数値シミュレーションを実施した。

数値シミュレーション手法は磯部ら<sup>15)</sup>が用いた方法と同じ方法により実施した。すなわち、方向スペクトルは周波数スペクトルと方向分布関数の積で表されることから、任意の周波数  $f$  に着目したとして、方向角  $\theta$  に関する分布（方向分布関数）のみについて検討した。数値シミュレーションの具体的な手順は以下のおりである。

1) 光易型方向分布関数<sup>1)</sup>を用いて、対象とする方向分布関数を次式のように与える。

$$G(\theta) = \sum_i \alpha_i \cos^2 S_i \left( \frac{\theta - \theta_i}{2} \right) \quad \dots\dots(62)$$

二つの波群から構成されるような双峯型の方向分布関数を対象とする場合には、式(62)の  $\alpha_i$ 、 $S_i$ 、 $\theta_i$  の値を変えた2種類の方向分布関数を重ね合わせて与えることとする。なお、式(62)の  $\alpha_i$  は式(62)の方向角  $\theta$  に関する積分値が1となる正規化条件を満足するように決められる。

2) 上記1)で与えた方向分布関数をもとに、式(11)によりクロススペクトルを計算する。

3) 上記2)で得られたクロススペクトルをもとに、3.2で述べた方法により、方向分布関数の推定を行い、真の方向分布関数、すなわち式(62)で与えられる方向分布関数と比較する。

##### 4.2 数値シミュレーションによる検討

図-4 はいわき沖波浪観測システムを対象として、種々の観測波動量の組み合わせを用いた場合の方向スペクトルの推定値の相違を示したものである。波浪条件としては、周波数を  $f=0.1$  Hz として、 $\theta=0^\circ$  の方向から  $S_1=10$  の風波が、 $\theta_2=-100^\circ$  の方向から  $S_2=100$  のうねりが来襲する状況を示したものであり、二つの波群のエネルギーピーク値の比が  $\alpha_1/\alpha_2=0.5$  のものである。

図-4中に記載した「使用 Channel: Ch. 1, 2, ……」は表-1中に示した観測波動量の Channel 番号に対応している。また、図-4中の TRUE は数値シミュレーションで与えた真の方向分布関数を示しており、BDM はベイズ型モデルを用いた方向スペクトル推定法により推定された方向分布関数を、EMLM は拡張最ゆう法により推定された方向分布関数を示している。なお、図-4の縦軸は真の方向分布関数 (TRUE) のピーク値で正規化して描いている。図-4中の ( ) 内に示す番号は表-4中のケース番号に対応しており、それぞれ表-4に示す観測波動量を用いて方向スペクトル解析したことを示している。

図-4に見られるように、BDM で推定された方向分布関数は、いずれの観測波動量の組み合わせに対しても極めて推定精度の良い推定値を推定している。風波あるいはうねりのエネルギーピーク値近傍でやや大き目の値を

表-4 方向スペクトル解析に用いた観測波動量の組み合わせ

ケース番号	使用 channel 数	使用 channel
(1)	7	ch. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
(2)	6	ch. 2, 3, 4, 5, 6, 7
(3)	"	ch. 1, 3, 4, 5, 6, 7
(4)	"	ch. 1, 2, 4, 5, 6, 7
(5)	"	ch. 1, 2, 3, 5, 6, 7
(6)	5	ch. 1, 2, 3, 4, 7
(7)	"	ch. 3, 4, 5, 6, 7
(8)	"	ch. 1, 4, 5, 6, 7
(9)	"	ch. 1, 2, 5, 6, 7
(10)	"	ch. 2, 4, 5, 6, 7
(11)	"	ch. 2, 3, 5, 6, 7
(12)	"	ch. 1, 3, 5, 6, 7
(13)	4	ch. 1, 2, 3, 4
(14)	"	ch. 1, 5, 6, 7
(15)	"	ch. 2, 5, 6, 7
(16)	"	ch. 3, 5, 6, 7
(17)	"	ch. 1, 2, 5, 6
(18)	"	ch. 2, 3, 5, 6

現地観測データを用いた方向スペクトル推定法に関する検討

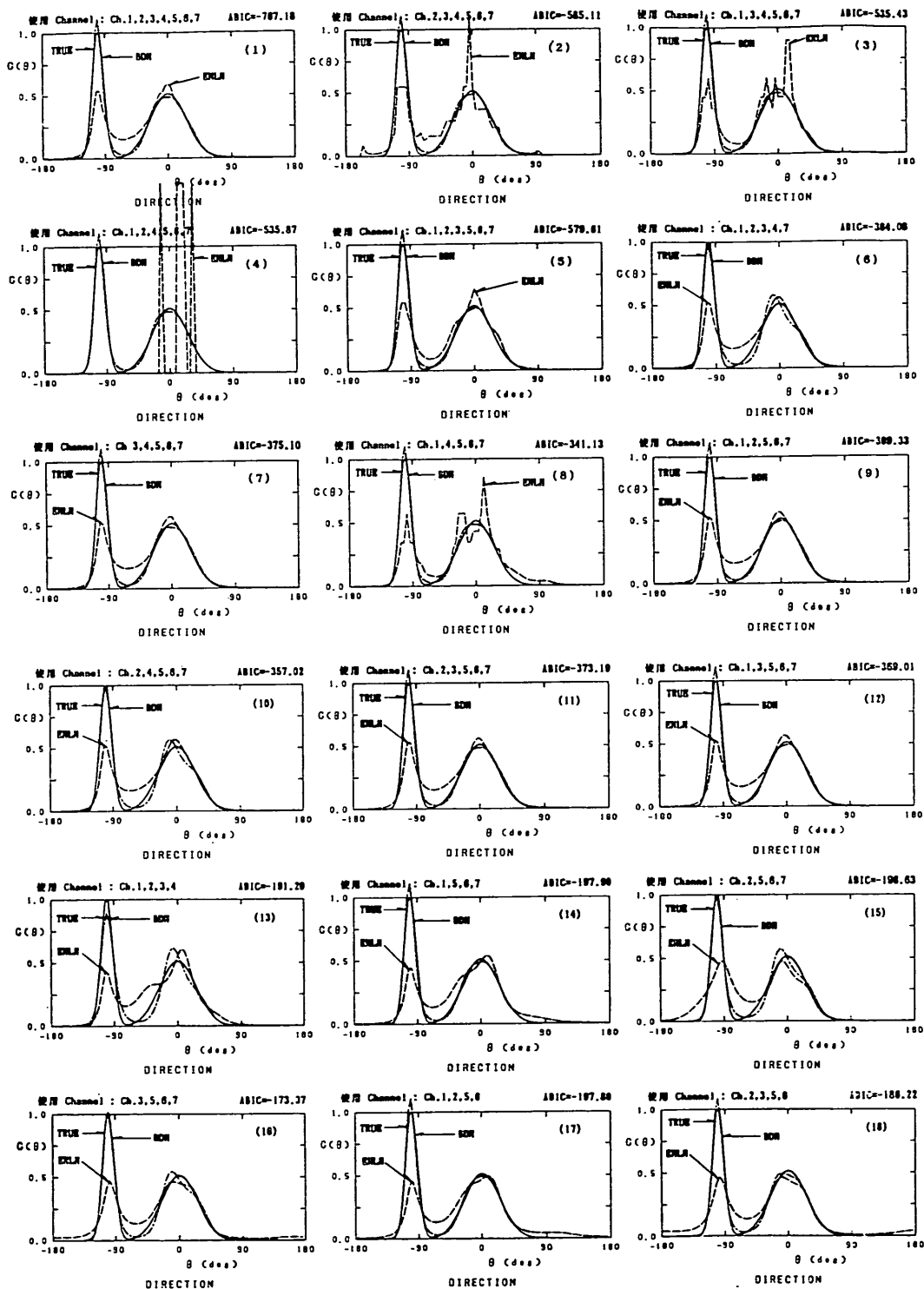


図-4 観測波動量の相違による方向スペクトルの推定値の特性  
(数値シミュレーションによる検討)



推定している例もあるが TRUE との差は極めて微小である。図-4の右肩に示した ABIC の値を見ると、一般に多くの観測波動量を用いた例の方が、より小さな ABIC 値を示す傾向がある。これはより多くの観測波動量を用いた方が、より推定精度の良い方向分布関数を推定し得ることを示しているものと思われる。

図-4 に示す EMLM の推定結果を見ると、(2)、(3)、(4)、(8)で異常な方向分布関数を推定している。特に(4)では推定値は発散しており、方向分布関数のエネルギー分布の傾向すら把握できない。図-4 の例に見られるように、EMLM で推定される方向分布関数は、一般に、観測波動量が増大しても必ずしも推定精度が向上するとは限らない。むしろ、観測波動量が少ない方がより安定した推定値を推定し得るという点で都合が良い。ここに示したシミュレーション例では、EMLM の適用限界はせいぜい4成分の観測波動量までであり、それ以上の波動量を用いても、推定精度はほとんど向上せず、むしろ異常な方向スペクトルが推定される可能性が高くなるようである。ただし、これは、ここに示したいわき沖波浪観測システムを対象とした場合の数値シミュレーション結果であり、他のアレイ配置に対しては、別途検討する必要がある。

## 5. 現地観測データを用いた方向スペクトル解析

### 5.1 解析対象期間の海象特性

種々の方向スペクトル推定法の現地観測データへの適用性、海洋波浪の方向スペクトル特性等を検討するために、特に図-5に示す4ケースの気象擾乱時を対象として方向スペクトル解析を実施した。図-5(a)、(b)は台風による気象擾乱時であり、(c)、(d)は低気圧の例である。図-6(a)~(d)はそれぞれの気象擾乱時の波浪諸元の経時変化を示したものである。H<sub>1/3</sub>、T<sub>1/3</sub> はそれぞれ有義波高、有義波周期であり、 $\bar{\theta}$ 、 $\theta_p$  はそれぞれ共分散法を用いて定義される平均波向、主波向であり、超音波流速計および水圧計から得られた3成分の観測波動量を用いて、次式により計算される。

$$\bar{\theta} = \tan^{-1} \left( \frac{-\overline{pv}}{-\overline{pu}} \right) \quad \dots\dots(63)$$

$$\theta_p = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2\overline{uv}}{\overline{u^2} - \overline{v^2}} \right) \quad \dots\dots(64)$$

ここに、 $p$ 、 $u$ 、 $v$  はそれぞれ水圧変動、 $x$  軸方向の水粒子速度、 $y$  軸方向の水粒子速度である。また、 $\gamma$ 、 $\theta_e$  は同様に共分散法を用いて定義される量であり、 $\gamma$  は Longuet-Higgins<sup>27)</sup> の提案した long-crestedness parameter (波峯長パラメータ)、 $\theta_e$  は合田<sup>24)</sup> の提案した

平均分散角であり、それぞれ次式で定義される。

$$\gamma = \frac{\sqrt{\overline{u^2} + \overline{v^2}} - \sqrt{(\overline{u^2} - \overline{v^2})^2 + 4\overline{uv}^2}}{\overline{u^2} + \overline{v^2} + \sqrt{(\overline{u^2} - \overline{v^2})^2 + 4\overline{uv}^2}} \quad \dots\dots(65)$$

$$\theta_e = \tan^{-1}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{\overline{p^2}} \sqrt{\overline{pu^2} - 2\overline{pu} \cdot \overline{pv} \cdot \overline{uv} + \overline{pv^2}}}{\overline{pu^2} + \overline{pv^2}} \right\} \quad \dots\dots(66)$$

平均波向  $\bar{\theta}$  は波数空間における方向スペクトルの重心と座標原点を結ぶ方向であり、波のエネルギーが来襲する平均的方向を示し、 $[0, 2\pi]$  の全方向に対して定義される。一方、主波向  $\theta_p$  は波数空間上で座標原点を通るある軸まわりの方向スペクトルの2次モーメントが最大となる方向、言い換えれば平均的波長が最小となる方向であり、式(64)の定義から明らかなように、 $\pm\pi$  の方向の差、すなわち、波の進行・逆行の判別は不能である。波峯長パラメータ  $\gamma$  は波の方向集中度あるいは波峯の長さの指標として提案されたものであり、規則波あるいは1次元不規則波の場合には  $\gamma=1$ 、成分波が全方向に一樣に分布している時は  $\gamma=0$  であり、一般に  $0 < \gamma < 1$  である。なお、波峯長パラメータ  $\gamma$  および前述の主波向  $\theta_p$  は、一方向の波浪系に対しては有効なものであるが、二方向波浪系の場合には注意を要する。特に二方向波浪系が  $90^\circ$  以上の交差角をなして来襲する場合には、波峯長パラメータ  $\gamma$  は方向集中度を表す指標としては不都合となり、また主波向  $\theta_p$  も方向スペクトルのエネルギーの平均的な方向とは異なった方向を示すようになる<sup>24)</sup>。一方、平均分散角  $\theta_e$  は、波峯長パラメータの二方向波浪系での不都合を補う目的で提案されたものであり、波数空間上の方向スペクトルの重心と座標原点を結ぶ軸まわりの2次モーメントとして定義され、平均波向からの波動エネルギーの平均的分散角を表す。

図-6の例に見られるように、平均波向  $\bar{\theta}$  および主波向  $\theta_p$  はいずれの場合にも、ほぼ一致した方向を示しているが、例えば図-6(c)に見られるように、大きくずれる場合もある。これは、前述のように主波向が  $\pm\pi$  の方向の差、すなわち波の進行・逆行の判別が不能である不備による場合、あるいは二方向波浪が  $90^\circ$  以上の交差角で来襲する場合に生じるが、方向スペクトル解析の結果からは、これらは二方向波浪の影響によるものと思われる。

図-6の波峯長パラメータ  $\gamma$  および平均分散角  $\theta_e$  の経時変化を見ると、一般に波高の増大に比例して  $\gamma$  および  $\theta_e$  は減少する傾向が見られる。しかしながら、波高の減衰時には、 $\gamma$  および  $\theta_e$  は増大する場合もあれば、その

現地観測データを用いた方向スペクトル推定法に関する検討



図-5(a) 方向スペクトルの解析対象期間の天気図  
(1986年9月28日～10月1日)



図-5(b) 方向スペクトルの解析対象期間の天気図  
(1986年10月7日～10月10日)



図-5(c) 方向スペクトルの解析対象期間の天気図  
(1986年12月17日～12月20日)



図-5(d) 方向スペクトルの解析対象期間の天気図  
(1987年2月2日～2月5日)

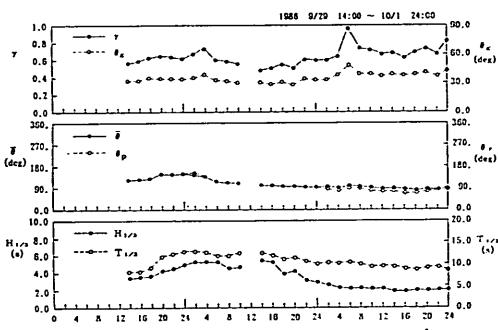


図-6(a) 方向スペクトルの解析対象期間の波浪諸元の  
経時変化図 (1986年9月29日～10月1日)

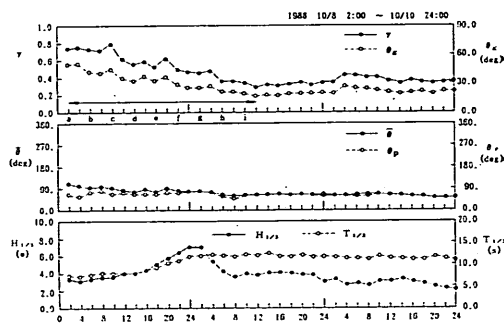


図-6(b) 方向スペクトルの解析対象期間の波浪諸元の  
経時変化図 (1986年10月8日～10月10日)

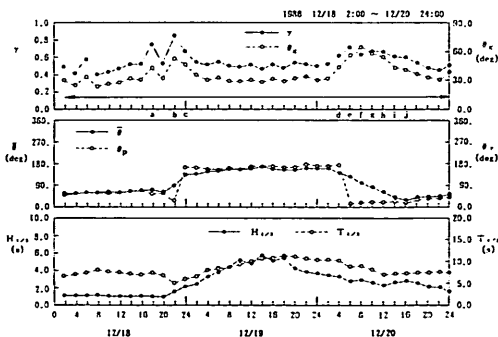


図-6(c) 方向スペクトルの解析対象期間の波浪諸元の  
経時変化図 (1986年12月18日～12月20日)

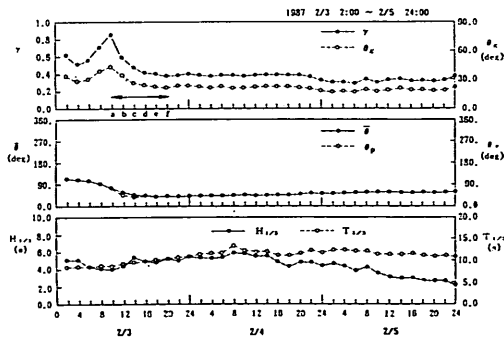


図-6(d) 方向スペクトルの解析対象期間の波浪諸元の  
経時変化図 (1987年2月3日～2月5日)

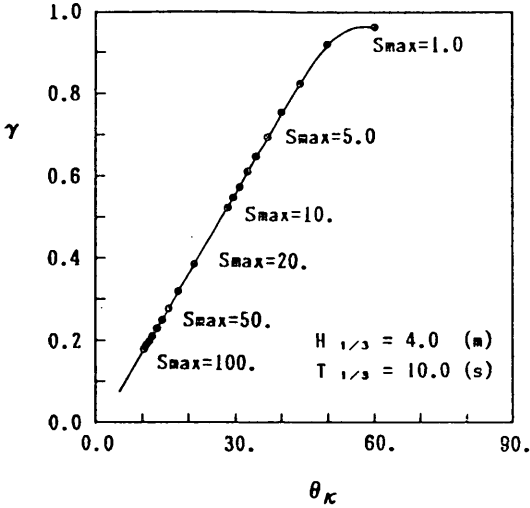


図-7 波長パラメータ  $\gamma$  と平均分散角  $\theta_{\kappa}$  の関係 (光易型方向分布関数)

まま減少し続ける場合もある。これは台風や低気圧などの気象擾乱の進行コースの相違によって、波高減衰時にうねり性の波が長く残る場合や、多方向の波浪が混在する場合など様々であり、それらの気象・海象特性の相違が波長パラメータ  $\gamma$  および平均分散角  $\theta_{\kappa}$  の経時変化の相違として現われているためである。

図-7 はいわき沖波浪観測システムに設置された水圧式波高計および超音波流速計で観測される水圧および水粒子速度の時系列データの共分散値から得られる波長パラメータ  $\gamma$  および平均分散角  $\theta_{\kappa}$  の、ある特定の方向スペクトルの条件下での、両者の理論的關係を示したものである。用いた方向スペクトルの条件としては、周波数スペクトル  $S(f)$  として JONSWAP 型の周波数スペクトル<sup>28)</sup>を、方向分布関数  $G(\theta|f)$  としては光易型方向分布関数<sup>1),29)</sup>を用いており、それぞれ次式のように表わされる。

$$S(f) = \alpha H_{1/3}^2 T_p^{-4} f^{-5} \exp\{-1.25(T_p f)^{-4}\} \times \gamma \exp\{-(T_p f - 1)^2 / 2\sigma^2\} \quad \dots\dots(67)$$

$$\alpha \cong \left. \begin{aligned} & \frac{0.0624}{0.230 + 0.0336\gamma - 0.185(1.9 + \gamma)^{-1}} \\ & \sigma = \begin{cases} \sigma_a : f \leq f_p \\ \sigma_b : f \geq f_p \end{cases} \\ & \gamma = 1 \sim 7 (\text{平均} 3.3), \sigma_a \cong 0.07, \sigma_b \cong 0.09 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(68)$$

$$G(\theta|f) = G_0 \cos^{2S} \left( \frac{\theta}{2} \right) \quad \dots\dots(69)$$

$$\left. \begin{aligned} G_0 &= \left[ \int_0^{2\pi} \cos^{2S} \left( \frac{\theta}{2} \right) d\theta \right]^{-1} \\ S &= \begin{cases} S_{\max} (f/f_p)^5 & : f \leq f_p \\ S_{\max} (f/f_p)^{-2.5} & : f \geq f_p \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(70)$$

ここに、 $f_p$  はスペクトルのピーク周波数、 $T_p$  はその逆数であり、有義波周期とは次式のような関係がある。

$$T_p \cong 1.05 T_{1/3} \quad \dots\dots(71)$$

このとき、二つの波動量  $\xi_m$  および  $\xi_n$  の共分散値は次式の積分により計算される。

$$\begin{aligned} \overline{\xi_m \xi_n} &= \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} H_m(f, \theta) H_n^*(f, \theta) \\ &\quad \times [\cos\{k(x_{mn} \cos \theta + y_{mn} \sin \theta)\} \\ &\quad - i \sin\{k(x_{mn} \cos \theta + y_{mn} \sin \theta)\}] \\ &\quad \times S(f) G(\theta|f) d\theta df \quad \dots\dots(72) \end{aligned}$$

これを式(65)および式(66)に代入して得られたものが、図-7に示す波長パラメータ  $\gamma$  および平均分散角  $\theta_{\kappa}$  である。なお、図-7では有義波高  $H_{1/3}$  および有義波周期  $T_{1/3}$  をそれぞれ 4 m、10 s と設定し、 $S_{\max}^{29)}$  の関数として、両者の関係を表示している。これは2方向性波浪の判定の精度を高めることを目的として、著者らが提案した方法である<sup>30)</sup>。観測された  $\gamma$  および  $\theta_{\kappa}$  の共分散値が図-7に示す曲線に近い位置に分布すれば、方向スペクトルの詳細な相違は別にして、観測された  $\gamma$ 、 $\theta_{\kappa}$  は式(67)~式(70)で与えられる単峯型方向スペクトルの積分特性値に近い性質を持つものと言える。

図-8(a)~(c)は、図-6中の矢印で示す期間の波長パラメータ  $\gamma$  および平均分散角  $\theta_{\kappa}$  を、図-7上にプロ

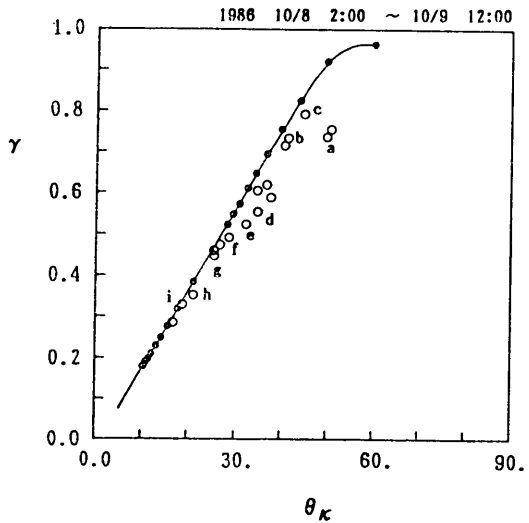


図-8(a) 波長パラメータ  $\gamma$  と平均分散角  $\theta_{\kappa}$  の関係 (現地観測データ)

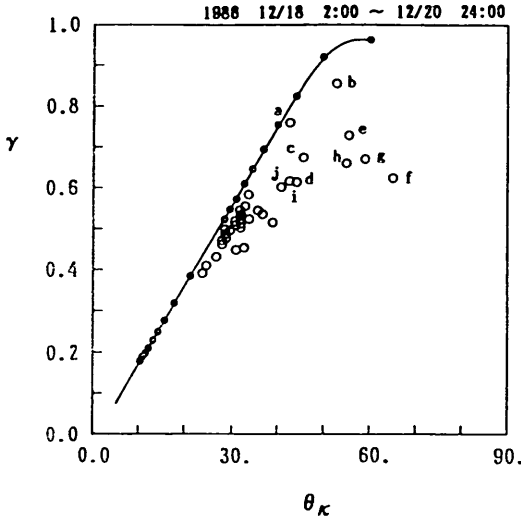


図-8(b) 波峰長パラメータ  $\gamma$  と平均分散角  $\theta_{\kappa}$  の関係 (現地観測データ)

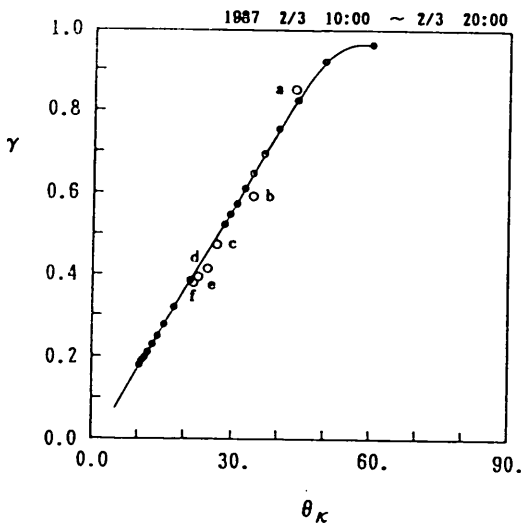


図-8(c) 波峰長パラメータ  $\gamma$  と平均分散角  $\theta_{\kappa}$  の関係 (現地観測データ)

ットしたものである。図-8(a)は図-6(b)の波高の増大・減衰期間の  $\gamma$  と  $\theta_{\kappa}$  を示したものであり、図-8(a)および図-6(b)に a, b, c, …… i で示す順に時系列的に変化している。図-8(a)に見られるように、波高の増大とともに  $S_{max}$  は増大し、最大有義波高の生起した10月8日24時前後(図-8(a)中、f, g)では  $S_{max}$  は約15程度の値となっている。その後、波高の減少とともに  $S_{max}$  はさらに増大し、うねり性の波に推移していることが分かる。

図-8(b)は1986年12月18日~20日までの全期間の  $\gamma$  と  $\theta_{\kappa}$  を示したものである。図-6(c)で平均波向  $\bar{\theta}$  と主波向  $\theta_p$  の大きく異なる期間(図-6(c)および図-8(b)中で a, b, c, …… j と表示)では観測された  $\gamma$  と  $\theta_{\kappa}$  は図中の  $\gamma-\theta_{\kappa}$  の曲線と大きくずれて分布しているが、それ以外はほぼ  $\gamma-\theta_{\kappa}$  の曲線に近く、特に高波高時には  $S_{max}$  は10程度となっていることが分かる。なお、図-8(b)中で、観測された a, …… j の  $\gamma, \theta_{\kappa}$  が  $\gamma-\theta_{\kappa}$  の曲線と大きくずれた位置に分布しているのは、前述のように、2方向波浪の影響によるものと思われる。

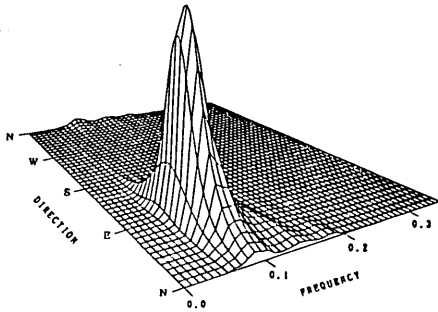
図-8(c)は図-6(d)の  $\gamma$  および  $\theta_{\kappa}$  が急激に減少した期間(図-6(d)中で a, b, …… f と表示)を示したものである。図-8(c)に見られるように  $S_{max}=3$  程度から  $S_{max}=20$  まで、ほぼ  $\gamma-\theta_{\kappa}$  の曲線に沿って  $S_{max}$  が増大している。この間に、波向は  $80^{\circ}$  (ほぼE方向)から  $44^{\circ}$  (NE方向)に変化し、有義波高も 3.88m から 5.35m に増大していることから、風波の発達に伴う  $\gamma, \theta_{\kappa}$  の推移を示しているものと思われる。

以上の3つの例に見られるように、海洋波浪が発達し、減衰する過程において、比較的発達した単峯型の方向スペクトルの平均分散角  $\theta_{\kappa}$  や波峰長パラメータ  $\gamma$  などの方向スペクトルの積分特性量は、実際の方向スペクトルの詳細な形状は別にして、周波数スペクトルとして JONSWAP 型、方向分布関数として光易型方向分布関数を想定した場合の方向スペクトルの積分特性量に近い特性を示す場合が多いようである。

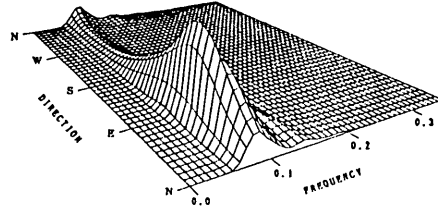
## 5.2 方向スペクトル推定法と観測波動量の相違による方向スペクトル推定値の特性

4.では数値シミュレーション手法を利用してBDMとEMLMの観測波動量の相違による推定精度の検討を行ったが、ここでは現地観測データをもとにBDM, EMLM, MEP等を用いて同様の検討を行うこととする。

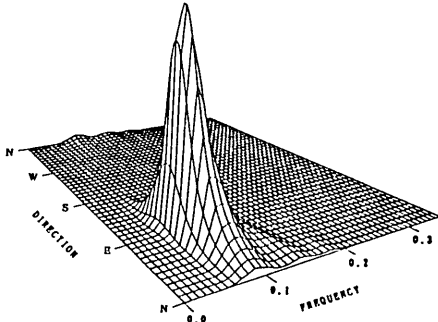
図-9は一方向波浪を対象として、観測波動量の相違によるBDMとEMLMの推定精度の比較を示したものである。図-9の左側にBDMにより推定された方向スペクトルの推定値を、右側に左側のBDMと同じ観測波動量を用いてEMLMにより推定した方向スペクトルを示している。また、図-9中の( )内の番号は表-4あるいは図-4の番号と一致しており、表-4に示す観測波動量を用いたことを示している。図-9に見られるようにBDMで推定される方向スペクトルは、観測波動量の相違によらず、ほとんど一定の方向スペクトル形状を示している。このように、観測波動量の相違によらず、ほぼ一定の方向スペクトルが推定されることは、BDMで推定された図-9の方向スペクトルは真の方向スペクトル



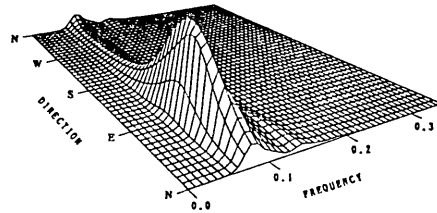
(1) 使用 Channel : Ch.1,2,3,4,5,6,7 (BDM)



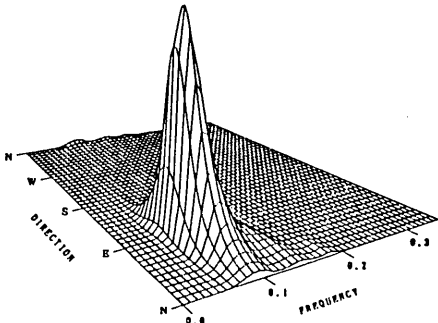
(1) 使用 Channel : Ch.1,2,3,4,5,6,7 (EMLM)



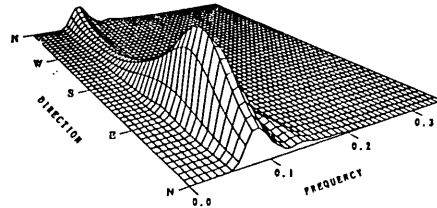
(3) 使用 Channel : Ch.1,3,4,5,6,7 (BDM)



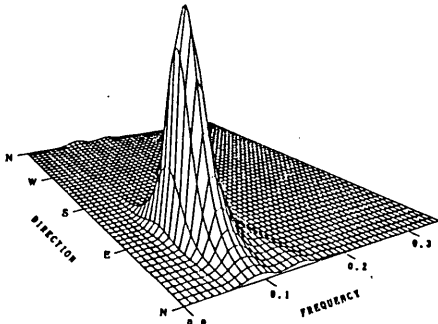
(3) 使用 Channel : Ch.1,3,4,5,6,7 (EMLM)



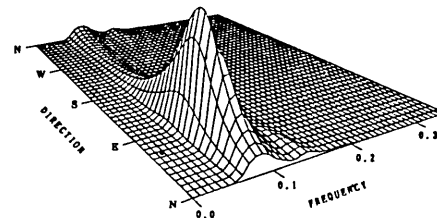
(4) 使用 Channel : Ch.1,2,4,5,6,7 (BDM)



(4) 使用 Channel : Ch.1,2,4,5,6,7 (EMLM)



(7) 使用 Channel : Ch.3,4,5,6,7 (BDM)



(7) 使用 Channel : Ch.3,4,5,6,7 (EMLM)

図-9 観測波動量の相違による方向スペクトルの推定値の特性 (その1)  
(現地観測データ, 一方向波浪; 左側は BDM, 右側は EMLM)

現地観測データを用いた方向スペクトル推定法に関する検討

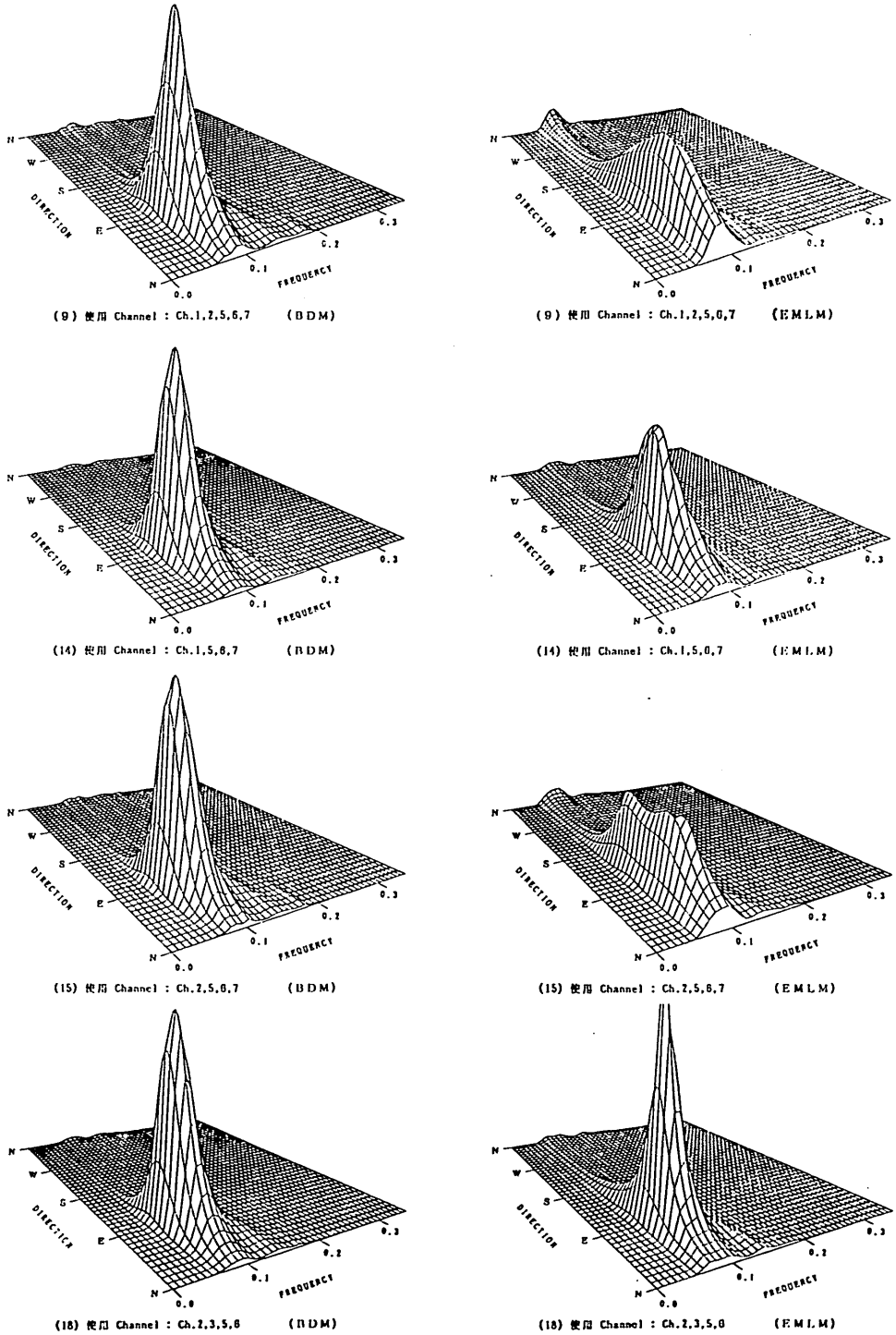


図-9 観測波動量の相違による方向スペクトルの推定値の特性 (その2)  
 (現地観測データ, 一方向波浪; 左側は BDM, 右側は EMLM)

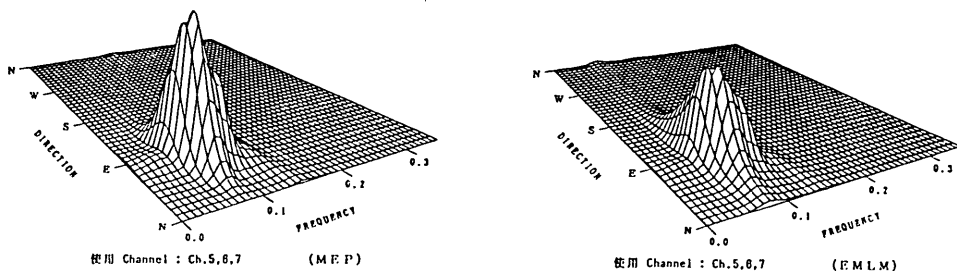


図-10 3成分観測データを用いた場合の方向スペクトルの推定値の特性  
(現地観測データ, 一方向波浪; 左側はMEP, 右側はEMLM)

ルに近い推定値を示しているものと期待される。

一方, EMLM で推定された方向スペクトルは, 一般には, BDM に比べて低めのエネルギーを示しているものの, 例えば図-9(18)に見られるように BDM よりも大きなエネルギー・ピーク値を示す場合もある。また, 図-9(15)に見られるようにエネルギー・ピークが2つに分かれるなどの例もあり, EMLM は観測波動量の種類や配置などによってそれぞれ異なる方向スペクトルが推定される場合がある。

図-10は図-9と同じ観測データを対象して, 方向分布関数の計算には水圧計および超音波流速計の3成分観測データ ( $p, u, v$ ) を用い, 周波数スペクトルには図-9と同じ周波数スペクトルを用いて, MEPおよびEMLMにより方向スペクトルを解析した例である。図-10に見られるように, MEPおよびEMLMはいずれも図-9のBDMに比べて推定精度が劣っている。しかしながら, 3成分観測データを用いる場合には, MEPのエネルギー・ピーク値はEMLMのエネルギー・ピーク値の約1.4倍程度を示しており, よりBDMに近い方向スペクトル形状を推定し得るようである。したがって, 3成分観測データを対象とする場合には MEPの方がEMLMよりもやや優れた方向スペクトル推定法であると言える。

図-11はうねりと風波が同時に来襲する二方向波浪を対象として, 図-9と同様の検討を行ったものである。

図-11に見られるように, BDM はいずれの波動量と組み合わせた場合にも, 方向スペクトル推定値はあまり変化していない。一方, EMLM は少ない観測波動量を用いる場合に, よりシャープな方向スペクトルを推定する傾向が見られるものの, エネルギー・ピーク値はいずれの場合にも BDMに比べてかなり小さ目である。

図-12は3成分観測データを対象として, MEPとEMLMの推定精度の比較を行ったものである。図-10の場合と同様に, この場合にも, EMLMはMEPに比べて7割弱のエネルギー・ピーク値となっており, MEPの方がEMLMに比べて推定精度が良いことがわかる。

以上, 図-9~図-12より, 3成分観測データを対象とする場合には MEPが, 4成分以上の観測データを対象とする場合には BDMが, 他の方向スペクトル推定法に比べて推定精度の良い方向スペクトル推定法であると言える。

図-13は7channelのすべての観測データを用いてBDMにより方向スペクトル解析した結果を, 時系列順に並べたものである。図-13の左側に方向スペクトルの立体図を, 右側に等値線図を示している。等高値は低い

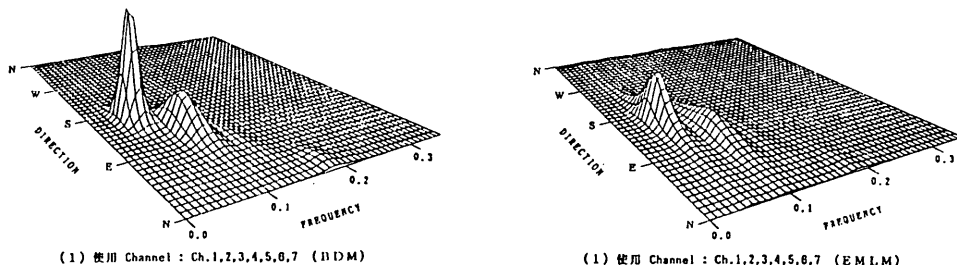


図-11 観測波動量の相違による方向スペクトルの推定値の特性(その1)  
(現地観測データ, 二方向波浪; 左側はBDM, 右側はEMLM)

現地観測データを用いた方向スペクトル推定法に関する検討

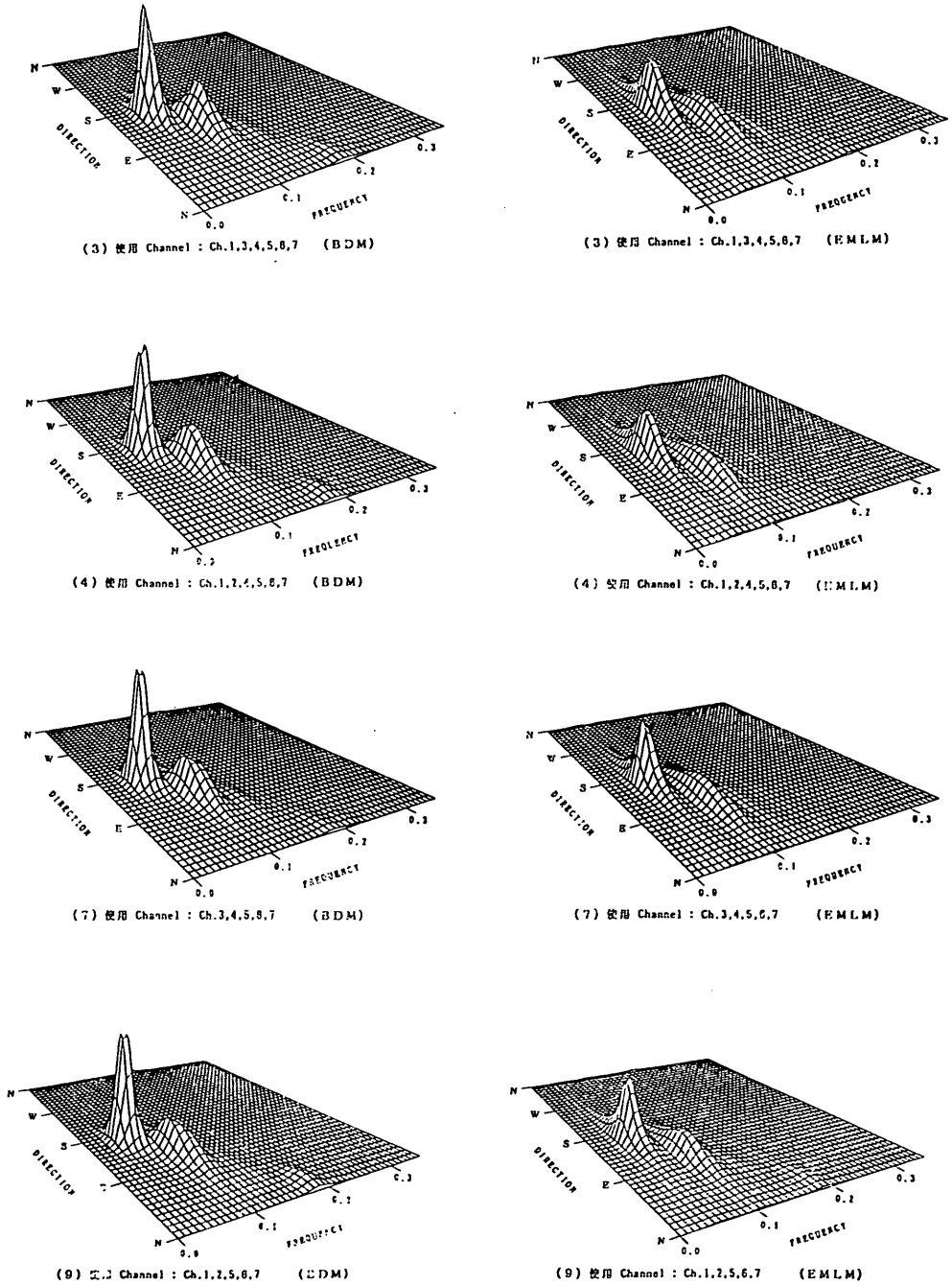


図-11 観測波動量の相違による方向スペクトルの推定値の特性 (その2)  
 (現地観測データ, 二方向波浪; 左側は BDM, 右側は EMLM)



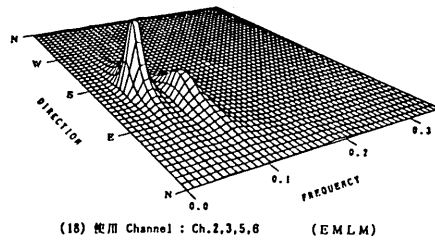
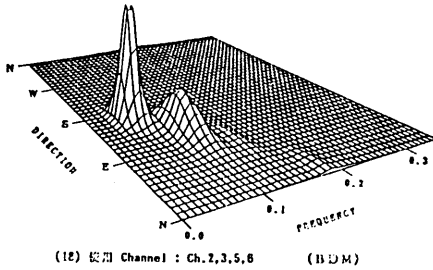
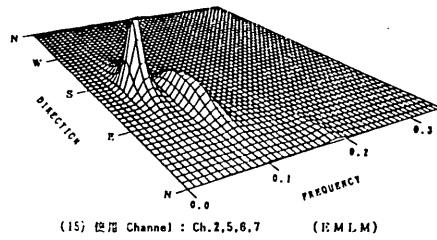
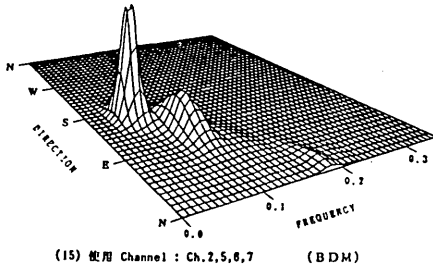
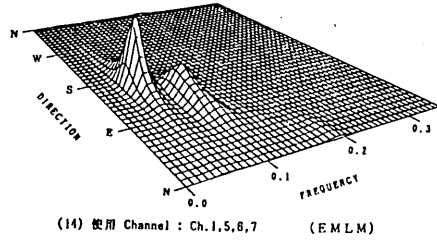
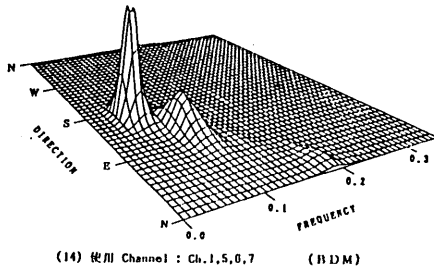


図-11 観測波動量の相違による方向スペクトルの推定値の特性 (その3)  
(現地観測データ, 二方向波浪; 左側は BDM, 右側は EMLM)

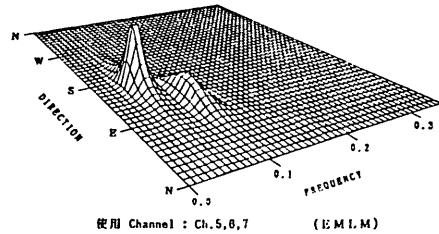
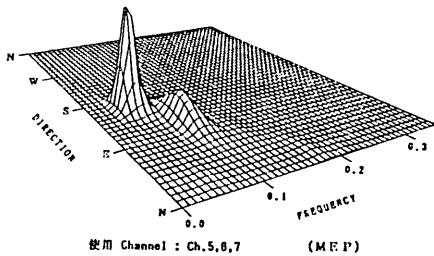


図-12 3成分観測データを用いた場合の方向スペクトルの推定値の特性  
(現地観測データ, 二方向波浪; 左側は MEP, 右側は EMLM)

現地観測データを用いた方向スペクトル推定法に関する検討

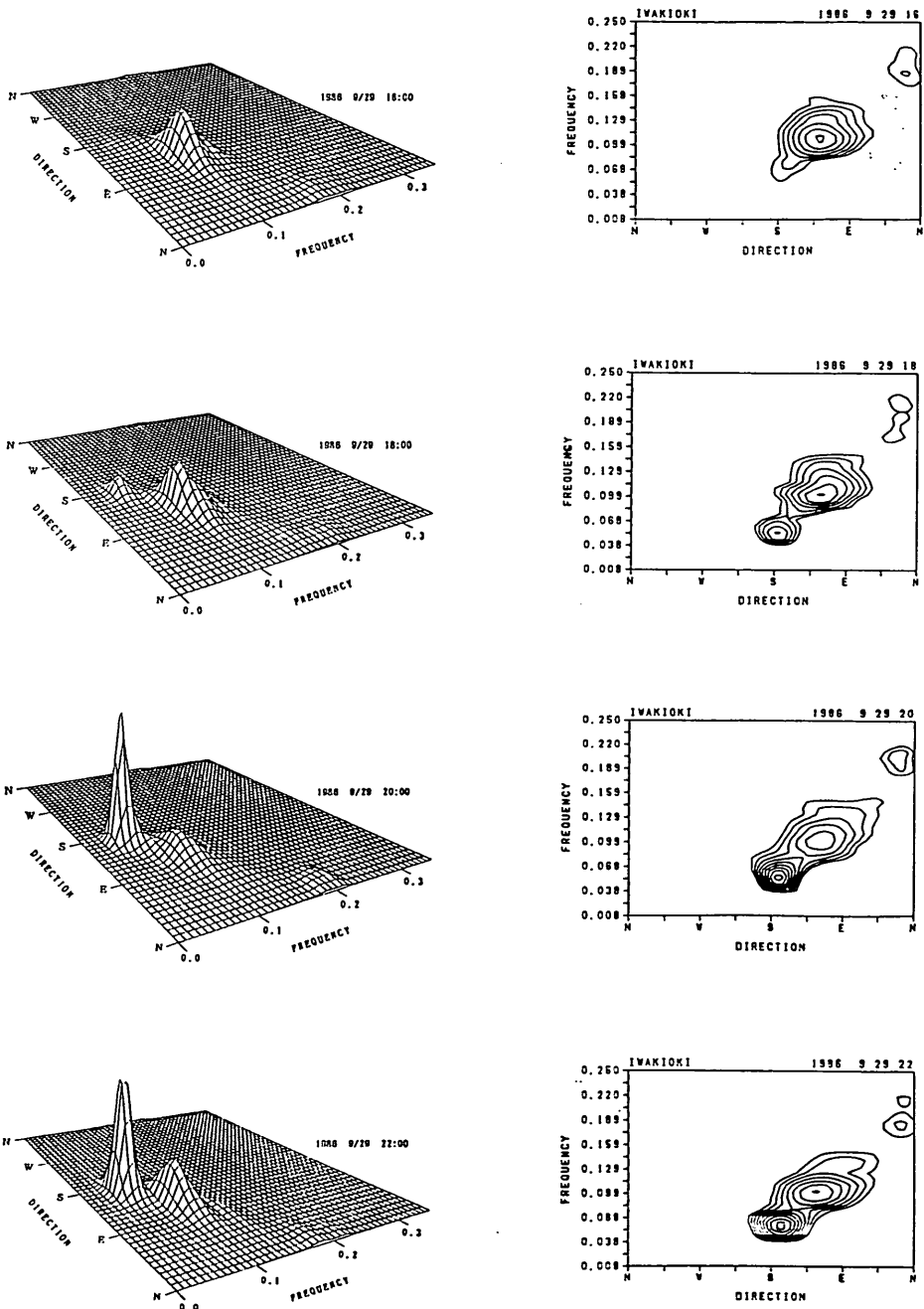


図-13 方向スペクトルの経時変化図 (その1)  
(1986年9月29日16時～9月29日22時)

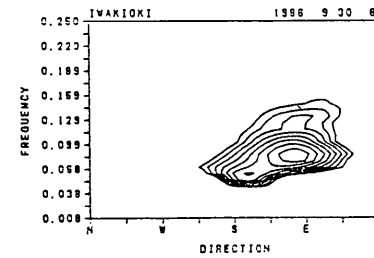
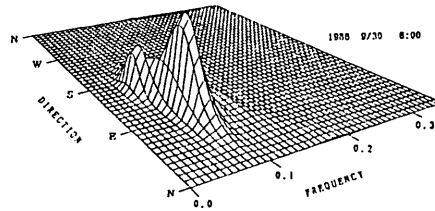
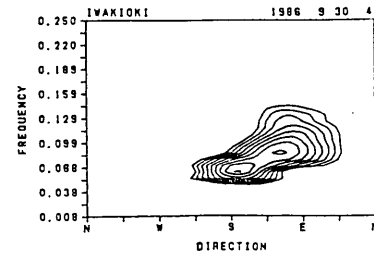
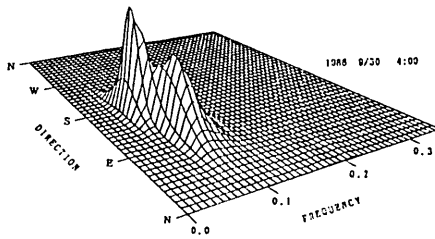
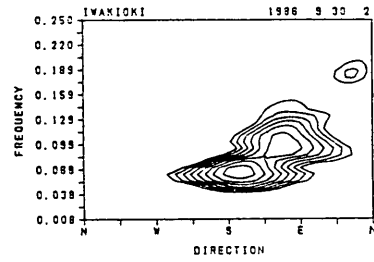
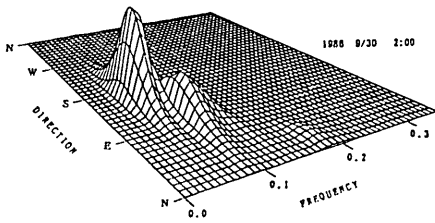
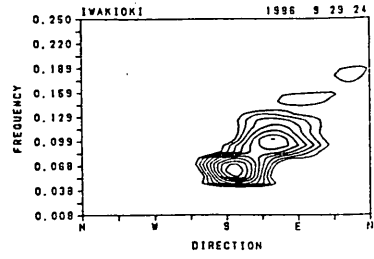
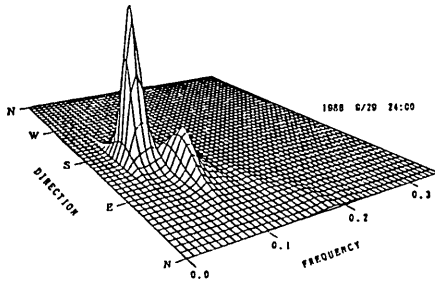


図-13 方向スペクトルの経時変化図 (その2)  
(1986年9月29日24時～9月30日6時)

現地観測データを用いた方向スペクトル推定法に関する検討

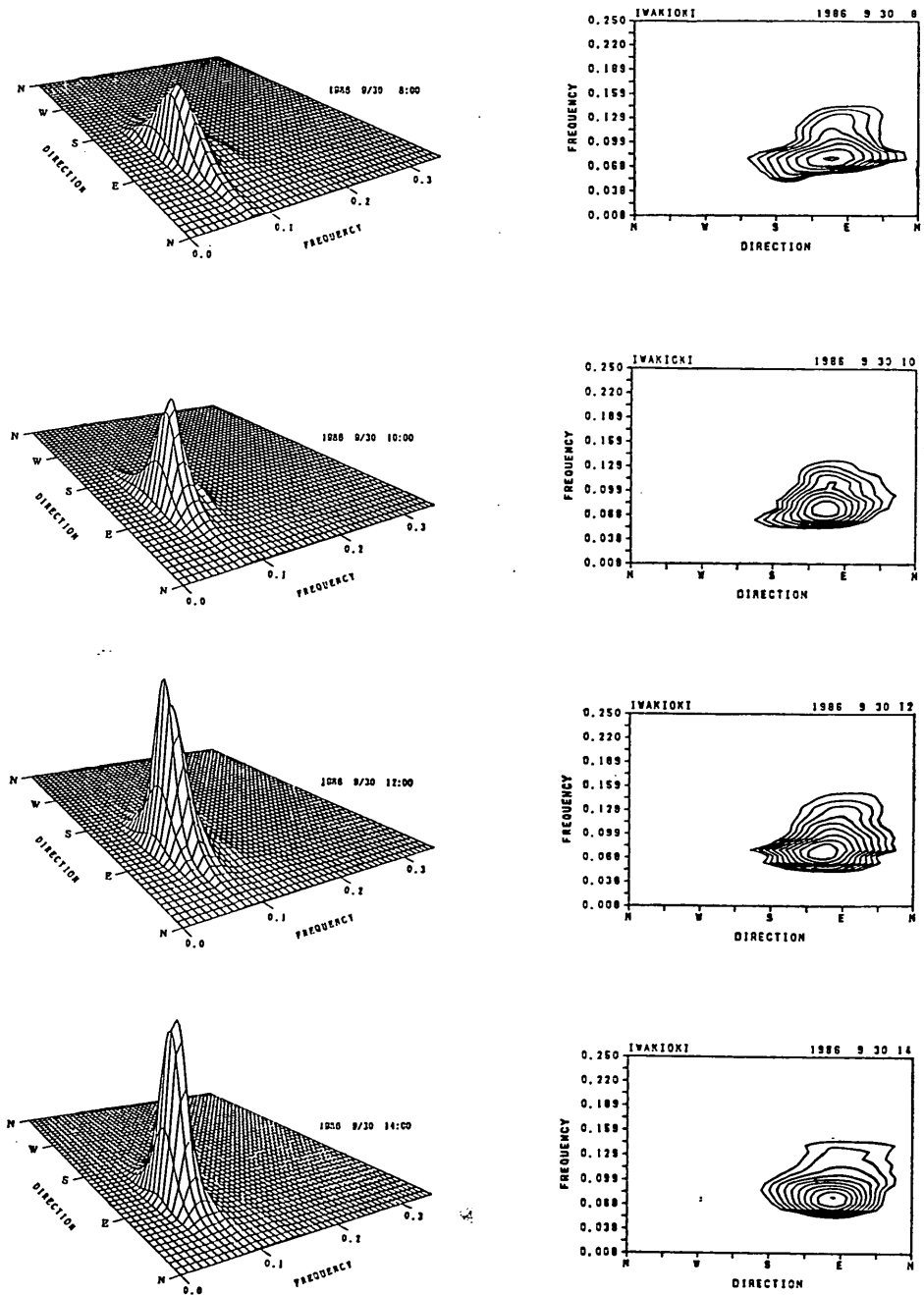


図-13 方向スペクトルの経時変化図 (その3)  
(1986年9月30日8時～9月30日14時)

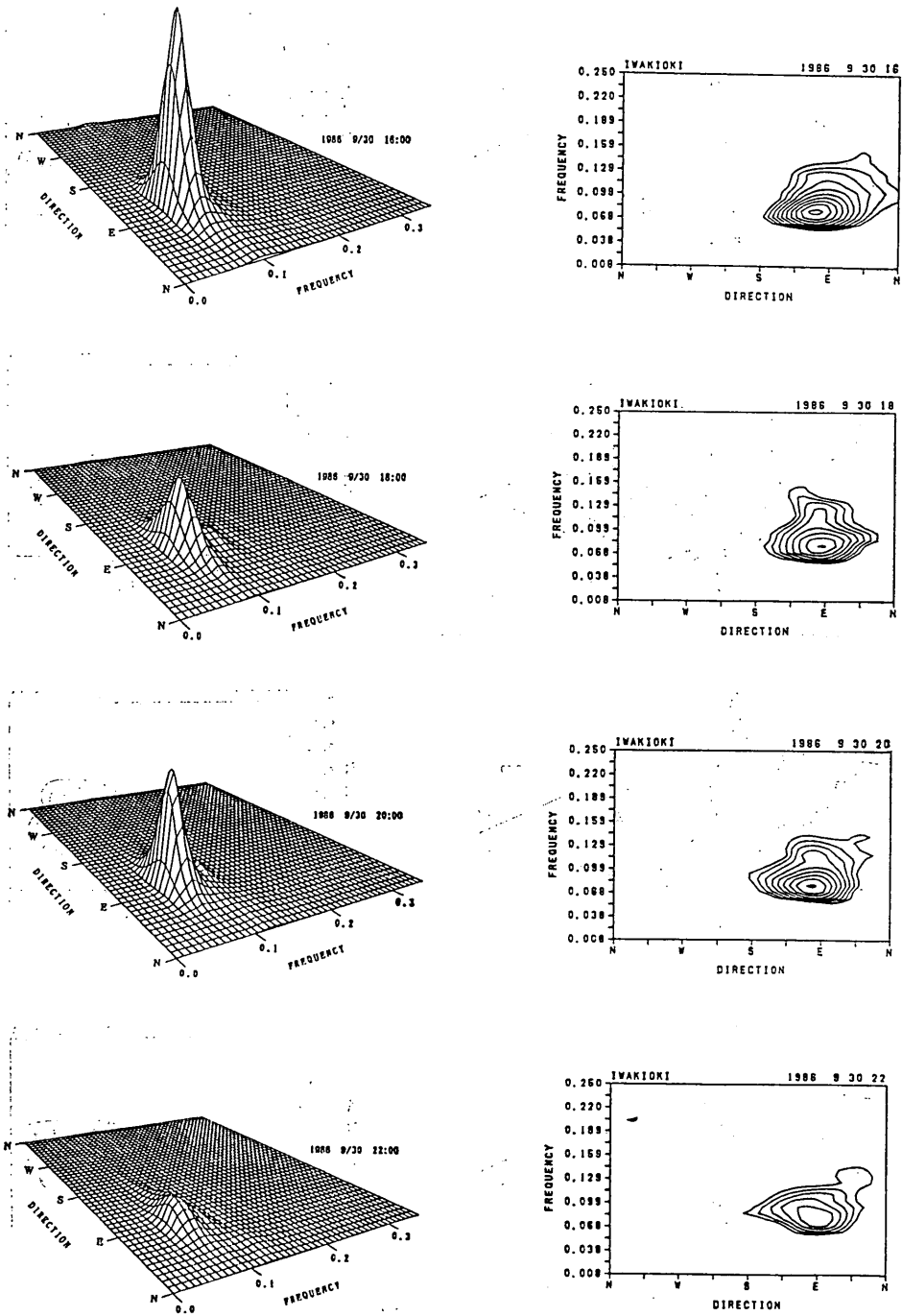


図-13 方向スペクトルの経時変化図(その4)  
 (1986年9月30日16時～9月30日22時)

方から順に $10^{0.0}, 10^{0.2}, 10^{0.4}, 10^{0.6}, \dots$  ( $\text{m}^2\text{sec.}/\text{rad.}$ )として描いている。解析対象期間は1986年9月29日16時～9月30日22時までの、台風17号が太平洋北東岸を北東進した期間である。台風の接近とともに、まず周期の長いうねりが来襲し、その後、風速が強まるとともに風波が発達して、うねりと風波の二方向波浪に推移している。さらに風速が強まるとともに風波の卓越した一方向波浪に推移し、台風が遠ざかるにつれて、うねり性の一方向波浪となり、しだいに減衰している。

ここで示した例のような沖波の方向スペクトルを、この様に高精度で定常的に観測している例は世界的に見てもあまり例がない。実際の海洋波浪の方向スペクトルは、気象擾乱の種類、規模、コース等に依存してさまざまな出現特性を示すと考えられる。この意味でも、このような高精度かつ定常的な方向スペクトル観測は極めて重要であり、今後、いわき沖波浪観測システムで観測され、蓄積される方向スペクトルの観測データは、港湾建設にともなう設計、施工、維持、管理に関連する有効な波浪情報としてのみならず、海洋波浪の方向スペクトル特性の解明、波浪推算法、波浪予測手法の開発研究を始め、さまざまな目的に対して、種々の形で有効活用が図られて行くものと期待される。

### 5.3 海洋波浪の方向スペクトル特性に関する検討

海洋波浪の方向スペクトルは、気象擾乱の種類、規模、コース等のさまざまな要因により、多様な特性を示すと考えられるが、本報告では、いわき沖波浪観測システムで1986年10月～1987年2月に観測された方向スペクトルの内、特に高波をもたらした気象擾乱4ケースを対象として、事例解析的に海洋波浪の方向スペクトル特性を検討することとする。より一般的な方向スペクトルの特性や、当該海域特有の方向スペクトルの出現特性等については、別の機会に報告する予定である。

図-14～図-18はBDMにより推定された海洋波浪の方向スペクトルの特性を種々のパラメータにより示したものである。ただし、図-14～図-18では、BDMの計算において超パラメータ $u$ が125.0よりも小さい値を示す周波数領域のみのパラメータ値を表示している。これは、超パラメータ $u$ が125.0より大きい値を示す周波数領域では、方向スペクトルの形状は一様分布に近い形状を示すことから、方向スペクトルに関する情報とノイズの混入度合いのバランスから、BDMでは方向スペクトルの情報を明確に抽出し得なかった可能性があるとして、この周波数領域のパラメータ表示を行わなかったためである。

図-14～図-18の上段左側(a)は周波数スペクトルを、(b)は各周波数ごとに方向スペクトルのエネルギー・ビ

ークが存在する方向を、北(N)を $0^\circ$ として時計回り方向に角度で示している。また、(c)は光易型方向分布関数の方向集中度パラメータ $S$ を示している。なお、方向集中度パラメータ $S$ の計算に際しては、推定された方向分布関数に式(69)の光易型方向分布関数を当てはめて $S$ を算出するのではなく、BDMにより推定された方向スペクトルをもとに式(4)の関係を利用して、水面の上下加速度 $\eta_{tt}$ および $x, y$ 方向の水面傾斜 $\eta_x, \eta_y$ の相互間のクロススペクトルを算出し、以下の式により $S$ を計算した。

$$S = (S_1 + S_2) / 2 \quad \dots\dots(73)$$

ここに、

$$S_1 = \frac{C_1(\sigma)}{1 - C_1(\sigma)} \quad \dots\dots(74)$$

$$S_2 = \frac{1 + 3C_2(\sigma) + \sqrt{\{1 + 3C_2(\sigma)\}^2 + 8C_2(\sigma)\{1 - C_2(\sigma)\}}}{2\{1 - C_2(\sigma)\}} \quad \dots\dots(75)$$

$$C_1(\sigma) = \frac{\sigma}{k} \cdot \frac{\sqrt{\{C_{12}(\sigma)\}^2 + \{C_{13}(\sigma)\}^2}}{C_{11}(\sigma)} \quad \dots\dots(76)$$

$$C_2(\sigma) = \frac{\sqrt{\{C_{22}(\sigma) + C_{33}(\sigma)\}^2 + 4\{C_{23}(\sigma)\}^2}}{C_{22}(\sigma) + C_{33}(\sigma)} \quad \dots\dots(77)$$

であり、 $C_{mn}(\sigma)$ は $(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = (\eta_{tt}, \eta_x, \eta_y)$ とした場合のクロススペクトル $\Phi_{mn}(\sigma)$ のコ・スペクトルである。

光易ほか<sup>1)</sup>によると、クローバ型ブイによる観測結果では式(74)の $S_1$ と式(75)の $S_2$ とがほぼ同一の値を示したとのことであり、方向集中度パラメータの標準化のための解析では式(73)のように、 $S_1$ と $S_2$ の平均値によって整理している。方向分布関数が、一様風域で発達した風波の標準形である光易型方向分布関数のように、 $\cos \theta$ のべき乗で表される場合には、 $S_1$ と $S_2$ は同一の値となるが、ここで対象としている激しい気象擾乱の場合には、必ずしも $S_1$ と $S_2$ は近い値にはならない。これは観測された方向分布関数が $\cos \theta$ のべき乗とは異なる形状をしているためである。しかしながら、ここでは便宜的に、光易ほかと同様に、式(73)により $S$ を計算して表示し、その特性を検討することとした。

図-14の下段左側(d)はBDMで方向スペクトルを推定する際に算出される式(44)のABIC(赤池のベイズ型情報量基準)値であり、この値が小さいほど推定された方向スペクトルはより正しい推定値であろうと解釈される。(e)はBDMで方向スペクトルを推定する際に推定された式(4)の正規化されたクロススペクトルの誤差の標準偏差 $\sigma$ である。(f)は(e)の値、すなわちクロススペクトルの誤差の標準偏差 $\sigma$ を、BDMで方向スペクトル

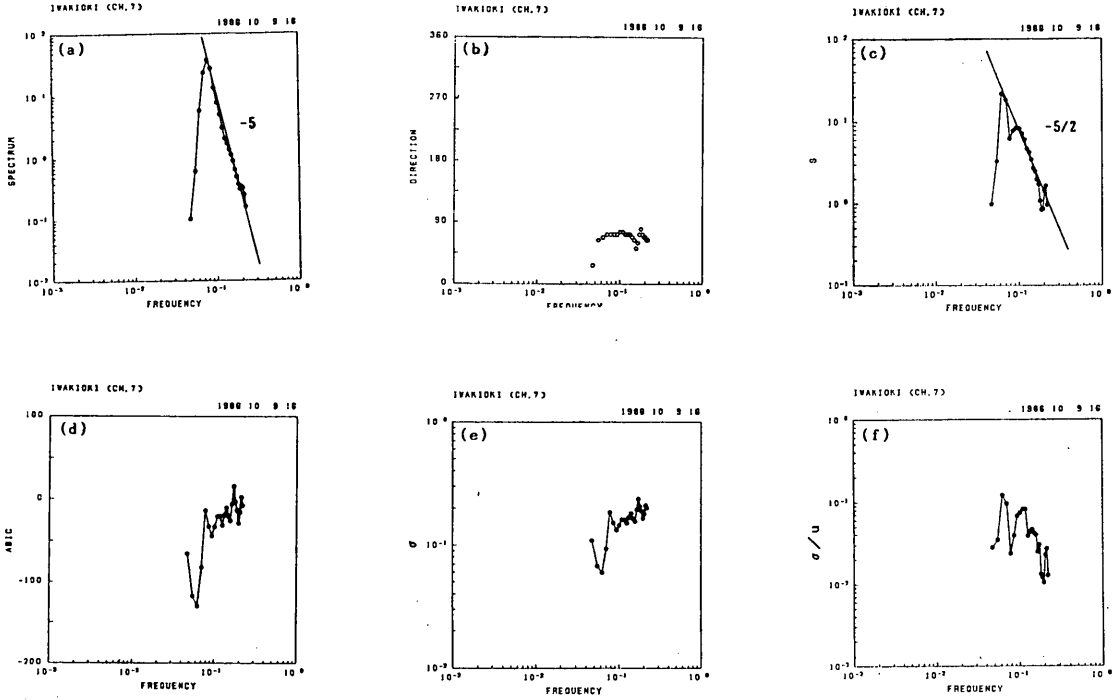


図-14 海洋波浪の方向スペクトル特性 (一方向波浪)

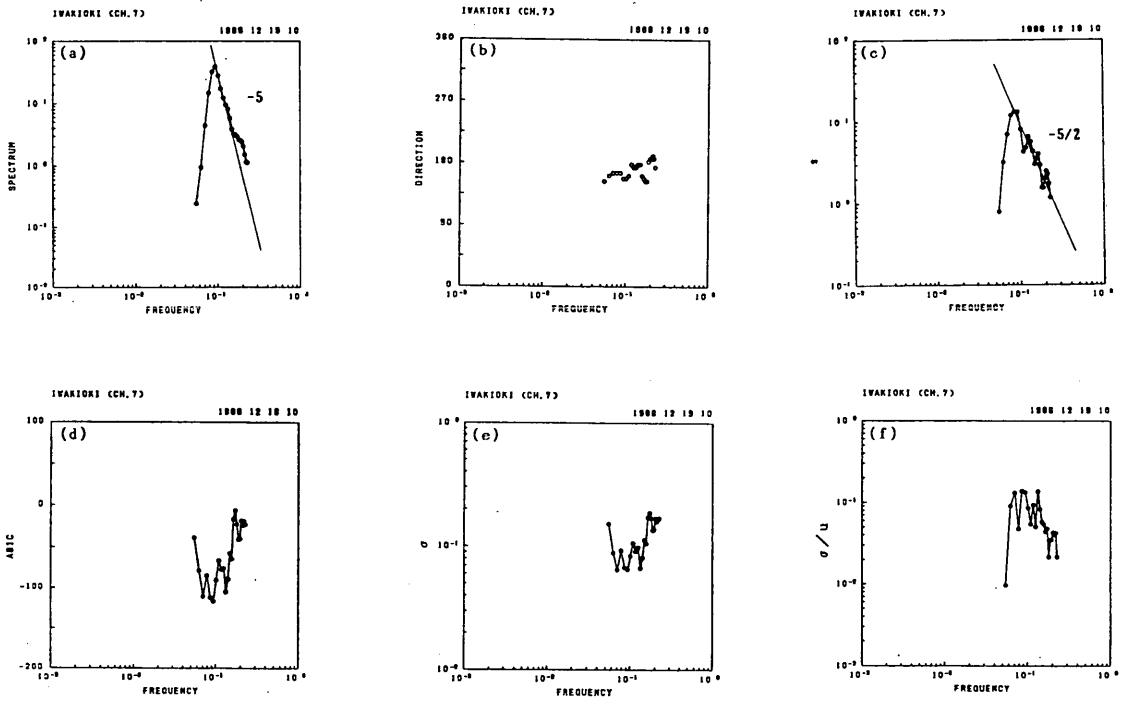


図-15 海洋波浪の方向スペクトル特性 (一方向波浪)

現地観測データを用いた方向スペクトル推定法に関する検討

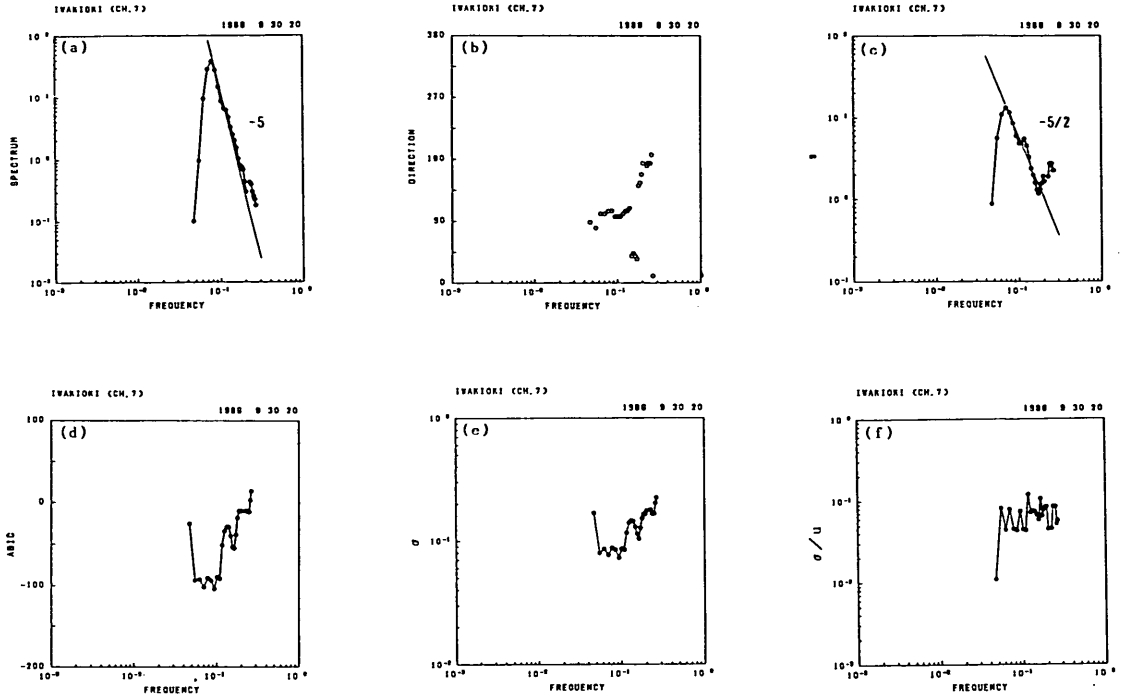


図-16 海洋波浪の方向スペクトル特性（一方向波浪）

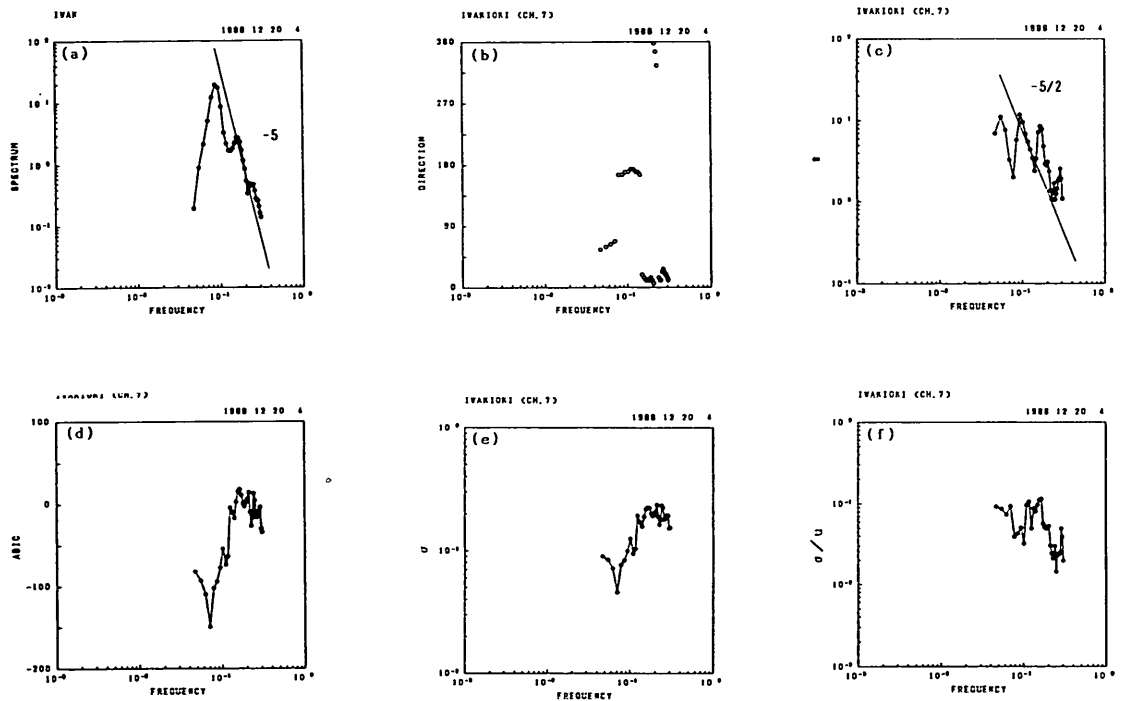


図-17 海洋波浪の方向スペクトル特性（多方向波浪）



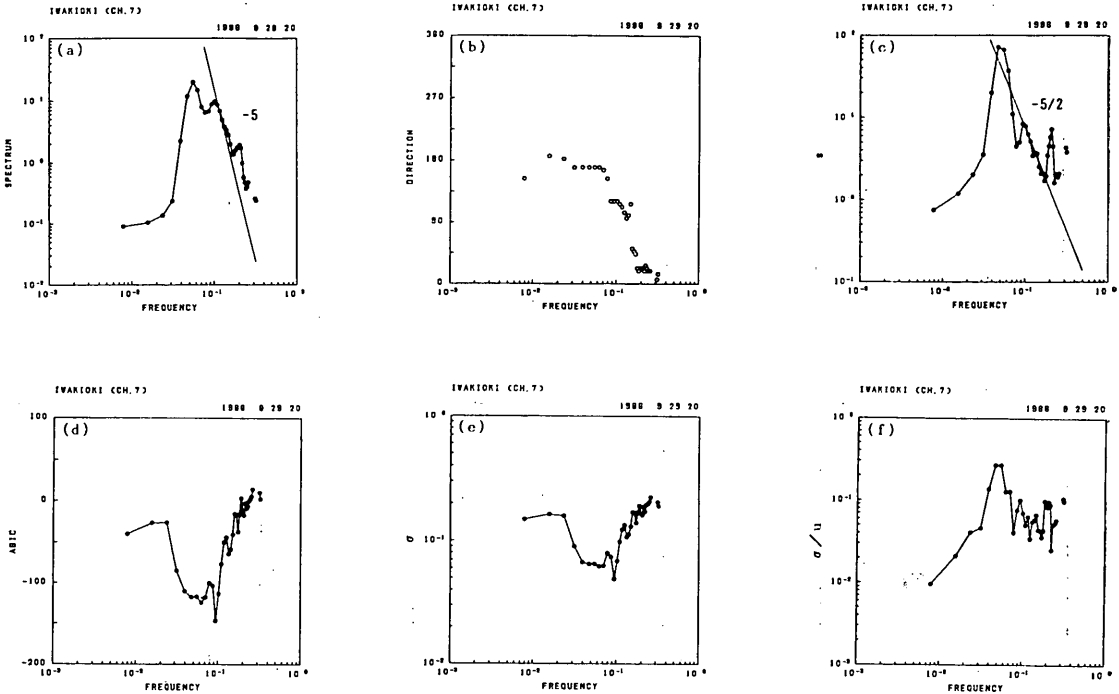


図-18 海洋波浪の方向スペクトル特性 (多方向波浪)

を推定する際に用いた超パラメータ  $u$  で除した値  $\sigma/u$  であり、式(27)で表される  $x_k$  の 2 回差分値の標準偏差である。この値が小さいほど方向分布関数は滑らかな形状をしているものと解釈される。

図-14～図-16は一方向波浪の方向スペクトルと見なされる場合を対象として、種々のパラメータを示したものである。図-14～図-16の(b)に見られるように、周波数スペクトルのエネルギーの卓越した周波数領域では、各周波数ごとのエネルギー・ピークの方法は、ほぼ同一方向にそろっており、一方向波浪であることが分かる。この場合、(c)に見られるように周波数スペクトルのピーク周波数よりも高周波数側では、光易型方向分布関数と同様に<sup>1)</sup>、方向集中度パラメータ  $S$  は平均的にほぼ周波数  $f$  の  $-5/2$  乗で減少するようである。また、(d)、(e)に見られるように、エネルギー・ピーク周波数の近傍では ABIC 値やクロススペクトルの誤差の標準偏差  $\sigma$  は小さな値を示しており、それよりも低周波数側および高周波数側でそれらの値が増大している。これは、方向スペクトルのエネルギー・ピーク周波数の近傍では、クロス・スペクトルの誤差は小さく、推定される方向スペクトルも、より確からしい推定値であることを示して

いるものと期待される。また、図-14(f)および図-15(f)では  $\sigma/u$  はそれぞれの図の(c)に示す  $S$  に似た傾向を示しているが、図-16(f)では図-16(c)と異なった傾向を示している。これは図-16(b)に見られるように、高周波数側の成分波の波向が、エネルギー・ピーク周波数近傍の波向とはかなり異なっており、この影響によるものと思われる。

上記の 2, 3 の例に見られるように、各周波数ごとに、平均的にはほぼ同一方向に進行する風波の方向スペクトルの特性は、光易型方向分布関数で示されている特性、すなわち、「方向集中度パラメータ  $S$  は周波数スペクトルのエネルギー・ピークよりも高周波数側で周波数  $f$  に対して  $-5/2$  乗で減少する」という光易らの観測結果<sup>1)</sup>と一致するようである。しかしながら、BDM で方向スペクトルを推定する際に算出される ABIC,  $\sigma$ ,  $\sigma/u$  等のパラメータについては、各観測ケースごとに周波数  $f$  に関して変動が大きく、一般的な関係は見出せていない。これらについては、今後のデータの蓄積を待って、さらに検討する予定である。

図-17および図-18は各周波数ごとに明確に波向の異なる多方向波浪の方向スペクトルを対象として、その特性

を示したものである。図-17(a)では周波数スペクトルに明確な2つのピークが見られ、これに対応して(b)の各周波数ごとの波向も異なっている。また、(c)の方向集中度パラメータ  $S$  は(b)の波向に対応して明確に3つのピークが見られ、そのピーク値は10前後と、いずれもほぼ同程度の値となっている。図-14~図-16のように単一ピークの周波数スペクトルの場合には、方向集中度パラメータ  $S$  はエネルギー・ピーク周波数から高周波数側へ平均的に周波数  $f$  の  $-5/2$  乗で減少したが、図-17のように周波数スペクトルに複数のピークが見られる場合には、方向集中度パラメータ  $S$  は周波数  $f$  に対して変化が大きく、必ずしも平均的に  $-5/2$  乗で減少しない。図-17(d),(e)に示す ABIC および  $\sigma$  は、他の例と同様に周波数スペクトルのピーク周波数近傍で最小値を示している。また、(f)の  $\sigma/u$  は(c)の方向集中度パラメータ  $S$  と似た傾向が見られるが、その対応関係は、図-14~図-16と同様に、あまり明確ではない。

図-18は明確なうねりと風波が共存する波浪場の方向スペクトルを対象として、その特性を示したものである。(b)に見られるように、うねりは南 ( $180^\circ$ ) 方向か

ら来襲し、風波は主として東 ( $90^\circ$ ) 方向から来襲している。(c)に見られるように、風波の周波数領域の方向集中度パラメータ  $S$  は、そのピーク周波数よりも高周波数側で周波数  $f$  に関してほぼ  $-5/2$  乗で減少しているが、それよりも低周波数側のうねりの周波数領域では、 $S = 70$  程度の大きなピークを持ち、かなり急峻な形状となっている。(d),(e)に示す ABIC および  $\sigma$  は、ともに類似した形状を示しており、それらの最小値は周波数スペクトルのピーク周波数ではなく、風波のエネルギー・ピーク周波数の近傍で生じている。(f)に示す  $\sigma/u$  は(c)に示す方向集中度パラメータ  $S$  に類似した形状となっているが、 $S$  との対応関係は前例と同様にあまり明確ではない。

図-19は図-18と同じ観測データを用いて、式(14)~式(15)のクロススペクトルの正規化変数として、 $D_{mn}(f)=1$ 、すなわち正規化しない場合の方向スペクトルの解析結果の内、方向集中度パラメータ  $S$  と周波数  $f$  の関係を示したものである。図-18(c)と対比して、うねりの周波数領域の  $S$  値が大きく異なっており、正規化しない場合には、方向集中度が大きいはずのうねりがほとんど検知されていない。しかしながら、風波の周波数領域ではほぼ  $-5/2$  乗則が成立しており、周波数に依存して方向スペクトルの推定精度が異なるようである。これは、3.で述べたことと一致する結果となっている。

図-20は波高減衰時の各周波数ごとの成分波の波形勾配  $H/L$  と方向集中度パラメータ  $S$  の関係を示したものである。ただし、波形勾配  $H/L$  の波高値  $H$  としては、周波数スペクトルの各周波数ごとのエネルギーの平方根  $H = \sqrt{S(f) \Delta f}$  を使い、波長  $L$  は周波数  $f$  をもとに分散関係式によって算出された波長を用いている。図-20に見られるように、この例では  $H/L \leq 0.03$  の範囲にすべての成分波が分布し、特に、上限である  $H/L = 0.03$

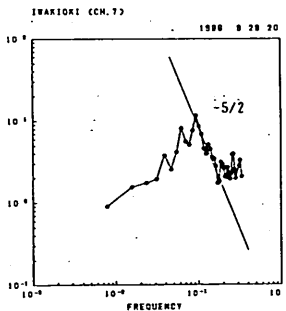


図-19 クロススペクトルの推定誤差を正規化しない場合の方向集中度パラメータ  $S$  と周波数  $f$  の関係

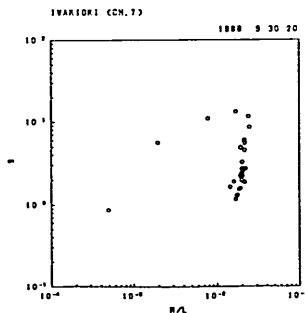


図-20 方向集中度パラメータ  $S$  と成分波の波形勾配  $H/L$  の関係

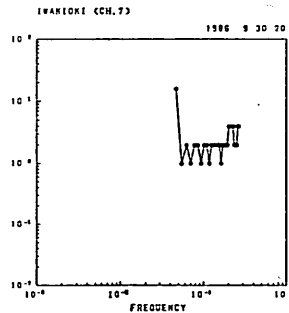


図-21 超パラメータ  $u$  と周波数  $f$  の関係 (一方向波浪)

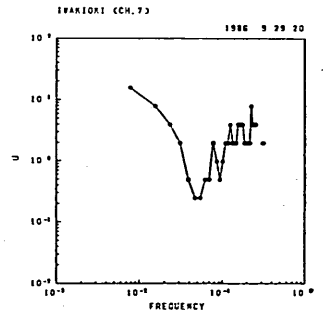


図-22 超パラメータ  $u$  と周波数  $f$  の関係 (多方向波浪)

近傍では、多くの成分波が方向集中度パラメータ  $S$  の広い範囲に分布している。また、 $H/L$  が小さい領域では、 $H/L$  の減少とともに  $S$  は減少しており、全体的にはループを描く形状となっている。他の観測ケースもほぼ同様の傾向が見られたが、観測ケースごとにばらつきが大きく、普遍的な関係は見出せなかった。うねりや風波を含む包括的な  $S$  の特性は波形勾配のみならず、他の諸元にも依存するものと思われるが、これらについては今後とも検討してゆく予定である。

図-21および図-22は BDM で方向スペクトルを推定する際に設定された超パラメータ  $u$  と周波数  $f$  との関係を示したものである。図-21は一方向波浪の場合を、図-22はうねりと風波が重なり合った二方向波浪の場合を示している。超パラメータ  $u$  は、式(4)から明らかなように、方向スペクトルを推定する際に満足すべき方向スペクトルとクロススペクトルの関係を表す基礎式(式(4))と、推定される方向スペクトルの滑らかさのバランスをとるためのパラメータであり、クロススペクトルに含まれる誤差や方向スペクトルの形状あるいは観測系等に依存するパラメータである。このため、観測系の相違や波浪状況の相違によって、種々の異なる値をとる可能性があり、一概に最適な  $u$  の存在範囲を決めることはできない。しかしながら、図-21および図-22に見られるように、超パラメータ  $u$  は周波数  $f$  に対して、ほぼ連続的に変化する傾向が認められる。したがって、この特性を考慮して、3.2(1)に示した BDM の数値計算に際しては、実際には、式(4)に示した格子探索法を用いて広い範囲に渡って、形式的な順に最適な  $u$  を探索するのではなく、最適な  $u$  の範囲を、適当な判定のもとに、ある程度絞り込んで探索し、計算時間の大幅な短縮を図っている。

## 6. あとがき

いわき沖波観測システムで観測された波浪観測データをもとに、種々の方向スペクトル推定法の現地観測データへの適用性に関する検討や、海洋波浪の方向スペクトル特性に関して検討した種々の結果を報告した。

主要な結論として、以下のようにとりまとめられる。

1) 離散有限フーリエ変換を用いたクロススペクトルの変異係数はクロススペクトルのコヒーレンスに逆比例する。このため、ベイズ型モデルを用いた方向スペクトル推定法(BDM)を定式化するに際しては、方向スペクトルとクロススペクトルの関係を表す基礎式(式(4))の両辺を、対応する周波数スペクトルの幾可平均で除して正規化し、正規化されたクロススペクトルの推定誤差に対して誤差理論を適用する必要がある。

- 2) BDM を用いた方向スペクトル推定法は4成分以上の観測波動量に対して適用可能である。特に、一方向波浪や二方向波浪のような比較的単純な方向スペクトルに対しては、通常の場合には、4成分の観測波動量で十分な推定精度が得られる。
- 3) BDM では一般に、観測波動量の増大とともに方向スペクトルの推定精度は向上するが、EMLM では必ずしも推定精度は向上しない。
- 4) EMLM は3~4成分の観測波動量では比較的安定した方向スペクトル推定値が得られるが、5成分以上の観測波動量を用いる場合には、推定値が不安定になる場合があり、推定値が激しく振動する場合や無限大に発散する場合がある。
- 5) 海洋波浪が発達し、減衰する過程において、比較的発達した単峯型の方向スペクトルの平均分散角  $\theta_s$  や波峯長パラメータ  $\gamma$  などの方向スペクトルの積分特性量は、周波数スペクトルとして JONSWAP 型、方向分布関数として光易型方向分布関数を想定した場合の方向スペクトルの積分特性量に近い特性を示す場合が多い。
- 6) いわき沖波観測システムで観測されたデータをもとに方向スペクトル解析を実施する場合、EMLM で得られた方向スペクトルのエネルギー・ピーク値は BDM で得られた方向スペクトルのエネルギー・ピーク値の5~7割程度を示すことが多い。また、BDM で推定される方向スペクトルは、種々の観測波動量の組み合わせに対して、ほぼ不変的に同一の方向スペクトルを推定するが、EMLM では観測波動量の組み合わせによって種々の異なる方向スペクトルが推定される。
- 7) 3成分観測データをもとに方向スペクトル解析を実施する場合、EMLM で得られた方向スペクトルのエネルギー・ピーク値は MEP で得られた方向スペクトルのエネルギー・ピーク値の5~7割程度を示すことが多い。また、EMLM で推定される方向スペクトルよりも、MEPで推定される方向スペクトルの方が BDM で推定される方向スペクトルに近い形状を示す。
- 8) 激しい気象擾乱が観測海域の近傍を通過する場合、気象じょう乱の種類、規模、コースに依存してさまざまな方向スペクトルの出現特性を示す。
- 9) 各周波数ごとのエネルギーの平均的な伝播方向がほぼ同一方向の風波の方向スペクトルの方向分布関数は光易型方向分布関数によく一致した特性を示す。
- 10) うねりの方向分布関数の方向集中度パラメータ  $S$  は周波数  $f$  に対してかなり大きく変化し、 $S$  の最大値はうねりのエネルギー・ピーク周波数の近傍で生じ

る。

- 11) BDM で方向スペクトルを推定する際に設定される超パラメータ  $\mu$  は周波数  $f$  に関して、ほぼ連続的に変化する傾向が認められる。

(1988年3月29日受付)

#### 謝辞

本研究をとりまとめるにあたっては、港湾技術研究所合田良実所長、浅田忠則前水工部長、入江功海洋水理部長、菅原一晃水工部主任研究官、後藤智明水工部主任研究官、および九州大学応用力学研究所光易恒教授には、種々適切な助言、御指導を頂いた。ここに記して深甚の謝意を表します。また、本研究で用いたいわき沖波浪観測システムで観測された波浪観測データの取得に努力して頂いた第二港湾建設局関係各位に謝意を表するとともに、今後さらに御協力をお願いする次第です。

#### 参考文献

- 1) Mitsuyasu, H., F. Tasai, T. Suhara, S. Mizuno, O. Ohkusu, T. Honda and K. Rikiishi: Observation of the directional spectrum of ocean waves using a clover-leaf buoy, *Jour. Physical Oceanography*, Vol. 5, 1975, pp. 750~760.
- 2) 山口正隆・土屋義人・小矢田宏: 一樣風域場における波浪の方向スペクトルの特性について, 第24回海岸工学講演会論文集, 1977年, pp. 96~101.
- 3) 鹿島遼一・丸山康樹・平口博丸・鈴木和三郎・田中典明: 複雑な海底地形上における波浪変形現地観測と解析, 第33回海岸工学講演会論文集, 1986年, pp. 123~127.
- 4) 泉宮尊司・磯部雅彦・清水琢三・大下哲則: 回折領域における波浪場の現地観測, 第33回海岸工学講演会論文集, 1986年, pp. 129~133.
- 5) 磯部雅彦・清水琢三・細貝隆司・青木 徹・泉宮尊司: 方向スペクトルの推定精度に関する現地観測, 第34回海岸工学講演会論文集, 1987年, pp. 116~120.
- 6) 近藤浩右・赤間正幸・金子和幸・奥 武之: 大村湾における反射波観測と護岸反射率の推定, 第32回海岸工学講演会論文集, 1985年, pp. 500~504.
- 7) 大下哲則・近藤浩右・関本恒浩・今井澄雄・中村光宏: 港内における方向スペクトルの観測と反射率の推定, 第34回海岸工学講演会論文集, 1987年, pp. 121~125.
- 8) 合田良実: 港湾構造物の耐波設計, 一波浪工学への序説一, 鹿島出版会, 1977年, 210P.  
または, Goda, Y: Random Seas and Design of Maritime Structure, University of Tokyo Press, 1985, 323P.
- 9) 合田良実: 海岸・港湾調査法, 土木学会編, 新体系土木工学80, 技報堂出版, 1986年, 251P.
- 10) 本間 仁・堀川清司: 海岸環境工学, 東京大学出版会, 1985年, 582P.
- 11) Barber, N. F.: The directional resolving power of an array of wave detectors, *Ocean Wave Spectra*, Prentice Hall, Inc., 1961, pp. 137~150.
- 12) Panicker, N. N. and L. E. Borgman: Enhancement of directional wave spectrum estimate, *Proc. 14th Coastal Engg. Conf., Copenhagen*, 1974, pp. 258~279.
- 13) 山口正隆: 方向スペクトル観測装置の分解能について(1)―3成分流速計による方法―, 愛媛大学紀要, 第三部(工学), 第9巻第3号, 1978年, pp. 225~234.
- 14) Capon, J.: High-resolution frequency-wave-number spectrum analysis, *Proc. IEEE*, Vol. 57, 1969, pp. 1408~1418.
- 15) 磯部雅彦・近藤浩右・堀川清司: 方向スペクトルの推定におけるMLMの拡張, 第31回海岸工学講演会論文集, 1984年, pp. 173~177.
- 16) 橋本典明・小舟浩治: 最大エントロピー原理(MEP)を用いた方向スペクトルの推定, 港湾技術研究所報告, 第24巻, 第3号, 1985年, pp. 123~145.
- 17) 橋本典明: ベイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定, 港湾技術研究所報告, 第26巻, 第2号, 1987年, pp. 97~125.
- 18) 力石國男・光易 恒: スペクトル計算法と有限フーリエ級数, 九州大学応用力学研究所報, 第39号, 1973年, pp. 77~104.
- 19) 赤池弘次・中川東一郎: ダイナミックシステムの統計的解析と制御, サイエンス社, 1972年, 190P.
- 20) 坂元慶行・石黒真木夫・北川源四郎: 情報量統計学, 共立出版株式会社, 1983年, 236P.
- 21) 橋本典明・小舟浩治: 方向スペクトルの推定における多変量自己回帰モデルの適用, 第33回海岸工学講演会論文集, 1986年, pp. 164~168.
- 22) 日野幹雄: スペクトル解析, 朝食書店, 1977年, 300P.
- 23) 得丸英勝・添田 喬・中溝高好・秋月影雄: 計測・測定, 培風館, 1982年, 242P.
- 24) 合田良実: 共分散法を用いた波向推定方式の数値的検討, 港湾技術研究所報告, 第20巻, 第3号, 1981年, pp. 53~92.
- 25) Akaike, H.: Likelihood and Bayes Procedure, *Bayesian Statistics* (Bernardo, J. M., De Groot, M.H., Lindley, D. U. and Smith, A. F. M. eds.) University, Press, Valencia, 1980, pp. 143~166.
- 26) 橋本典明・小舟浩治: ベイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定―入・反射波共存場を対象として―, 港湾技術研究所報告, 第26巻, 第4号, 1987年, pp. 3~33.
- 27) Longuet-Higgins, M. S.: The statistical analysis of a random, moving surface, *Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A* (1966), Vol. 249, 1956, pp. 321~387.
- 28) Hasselmann, K. et al.: Measurement of wind wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project(JONSWAP), *Deutsche Hydr. Zeit, Reihe A* (8°), No. 12, 1973.
- 29) 合田良実・鈴木康正: 光易型方向スペクトルによる不規則波の屈折・回折計算, 港湾技研資料, No. 230,

- 1975年, 45P.  
30) Kobune, K., H. Sasaki and N. Hashimoto: Characteristics of Ocean Waves off Cape Nojima in the Northwestern Pacific, Measured with a Discus Buoy, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, Vol. 24, No. 3, 1985, pp. 3~30.

## 主要記号表

$a$	: 格子探索法のきざみ幅	$p(\cdot)$	: 括弧内の変数の確率密度関数
$a_k, c_k$	: フーリエ cosine 係数	$p(\cdot \cdot)$	: 条件付確率密度関数
ABIC	: 赤池のベイズ型情報量規準	$p(\cdot, \cdot)$	: 同時確率密度関数
$A$	: 説明変数の行列	$Q_k$	: クオドラチャ・スペクトル
$\bar{A}$	: 説明変数の行列の修正値	$S$	: 方向分布関数の方向集中度パラメータ
$\hat{A}$	: 説明変数の行列の収束値	$S_{\max}$	: 方向分布関数の方向集中度パラメータの最大値
$b$	: 格子探索法のきざみ幅	$S(f)$	: 周波数スペクトル
$b_k, d_k$	: フーリエ sine 係数	$S(k, \sigma)$	: 波数・周波数スペクトル
$B$	: 目的変数のベクトル	$S(f, \theta)$	: 方向スペクトル
$\hat{B}$	: 目的変数のベクトルの修正値	$T_{1/3}$	: 有義波周期
$\hat{B}$	: 目的変数のベクトルの収束値	$T_p$	: ピーク周波数 $f_p$ の逆数
$d$	: 水深	$u$	: 超パラメータまたは水粒子速度 ( $x$ 軸方向)
$C_k$	: コ・スペクトル	$v$	: 水粒子速度 ( $y$ 軸方向)
$C_{mn}(f)$	: コ・スペクトル	$V$	: 変異係数
$D_{mn}(f)$	: クロススペクトルを正規化するための基準となる関数	$w(j)$	: ウィンドウ
$E(x)$	: 未知ベクトル $x$ から構成される行列	$x$	: 水平座標の一つ
$f$	: 周波数	$x_m$	: $m$ 番目の波動量を計測している位置ベクトル ( $x_m = (x_m, y_m)$ )
$f_p$	: ピーク周波数	$x_j$	: 説明変数の一つ
$F(x)$	: 未知ベクトル $x$ から構成されるベクトル	$x$	: 説明変数のベクトル
$g$	: 重力加速度	$x_k(f)$	: $K$ 分割された方向分布関数の対数変換値
$G(\theta f)$	: 方向分布関数	$\hat{x}$	: 未知ベクトルの推定値
$\hat{G}(\theta f)$	: 方向分布関数の推定値	$\hat{x}$	: 未知ベクトルの収束値
$h_m(k, \sigma)$	: 水面変動から $m$ 番目の波動量への伝達関数	$\gamma$	: long-crestedness (波峯長) パラメータ
$H$	: エントロピー	$r_{mn}(f)$	: 波動量 $m$ と波動量 $n$ のコヒーレンス関数
$H_{1/3}$	: 有義波高	$\epsilon$	: 誤差
$H_i(f, \theta)$	: 伝達関数	$\eta$	: 水面変動
$H_m(k, \sigma)$	: 水面変動から $m$ 番目の波動量への伝達関数	$\eta_x$	: 水面の $x$ 軸方向の傾斜
$i, j$	: 序数	$\eta_y$	: 水面の $y$ 軸方向の傾斜
$k, l$	: 序数	$\mu$	: 平均値
$k$	: 波数	$\xi_j$	: 任意の波動量
$k$	: 波数ベクトル	$\theta$	: 波の来襲する方向
$K$	: 方向分割数	$\theta_c$	: 平均分散角
$K$	: スペクトルの自由度	$\Delta\theta$	: 二方向波浪系における波向き之差
$L$	: 波長またはラグランジュ関数	$\kappa$	: 比例定数
$L(\cdot)$	: 尤度関数	$\lambda_j$	: ラグランジュの未定乗数
$m, n$	: 序数	$\sigma$	: 角周波数または標準偏差
$p$	: 水圧変動	$\sigma^2$	: 分散
		$\Phi_j(f)$	: $m$ 番目の波動量と $n$ 番目の波動量の正規化されたクロススペクトル
		$\Phi_{mn}(f), \Phi_{mn}(\sigma)$	: $m$ 番目の波動量と $n$ 番目の波動量のクロススペクトル
		$\Phi(\sigma)$	: クロススペクトル $\Phi_{mn}(\sigma)$ から構成される行列