

運輸省港湾技術研究所

港湾技術研究所 報告

REPORT OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH
INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT

VOL. 25 NO. 3 SEPT. 1986

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



港湾技術研究所報告 (REPORT OF P.H.R.I.)

第25卷 第3号 (Vol. 25, No. 3), 1986年9月 (Sept. 1986)

目 次 (CONTENTS)

1. Strength and Deformation of Beam-to-Column Joints for Offshore Concrete Structures.....Osamu KIYOMIYA, Hiroshi YOKOTA and Toshiyuki YOKOI..... 3
(海洋構造物におけるコンクリート柱・はり接合部の耐力・変形性状
.....清宮 理・横田 弘・横井聰之)
2. 根入れのある剛体構造物の地震時安定性に関する解析的研究.....風間基樹・稻富隆昌..... 71
(Analytical Study on Seismic Stability of Embedded Rigid Structures
.....Motoki KAZAMA and Takamasa INATOMI)
3. 粒度とN値による新しい液状化予測法.....井合 進・小泉勝彦・土田 肇..... 125
(A New Criterion for Assessing Liquefaction Potential Using Grain
Size Accumulation Curve and N-value
.....Susumu IAI, Katsuhiko KOIZUMI and Hajime TSUCHIDA)

2. 根入れのある剛体構造物の地震時安定性に関する解析的研究

風間基樹*・稻富隆昌**

要　　旨

近年、地下タンク、橋脚・橋台のケーソン基礎、深層混合処理方法による改良地盤、根入れ鋼板セルのように周辺地盤から大きな外力（土圧）を受ける根入れのある剛体構造物が増えてきた。これら構造物のうち、地下タンクなどの見掛けの単位体積重量が比較的小さい構造物のく体の耐震設計には、応答変位法あるいは偏土圧法といった土圧を重視した設計法が適用されるのに対して、massiveな剛体構造物には慣性力を重視した震度法が適用されることが多い。しかしながら、根入れのあるmassiveな剛体構造物の地震時安定性に関して、地震時に慣性力が支配的なのか、あるいは動的な土圧が支配的なのかは不明な点が多い。

本報告は、新たに地盤ばねを介して、重複反射理論で得られる自由地盤の変位を構造物に作用させる周波数領域の地震応答解析法を提案し、この手法を用いて根入れのある剛体構造物に作用する外力の特性を検討したものである。また、本手法の結果とFEM（等価線形2次元有限要素プログラム）および地震観測の結果と比較し、本手法の適用性を検討した。本研究のおもな結果を取りまとめると以下のとおりである。

- (1) 地震動の深さ方向の位相差を考慮した地震入力による構造物の応答は、同位相入力による応答に比べて並進水平成分では“損失効果”となり、回転成分に関しては“励起効果”となる。また、地中にある剛体構造物の地震応答に対する質量効果は、共振振動数付近にのみ顕著に現れる。
- (2) 構造物の側面に作用する動土圧の分布は、常に三角形分布をしているわけではなく、特に周辺地盤の振動形に大きく影響される。
- (3) 根入れのある剛体構造物の地震時安定性に関しては、低い振動数領域ほど動土圧が支配的である。そして、側方の地盤ばね係数が大きいほど高い振動数領域まで、動土圧が支配的となる。
- (4) 構造物に作用する動土圧合力と慣性力の間には位相差があり、震度法で考えているように、最大慣性力作用時に最大の動土圧合力は作用していない。
- (5) FEMおよび、地震観測の結果と本手法の結果は良い対応を示した。

* 構造部 振動研究室

** 構造部 振動研究室長

2. Analytical Study on Seismic Stability of Embedded Rigid Structures

Motoki KAZAMA*

Takamasa INATOMI**

Synopsis

Recently, large embedded rigid structures such as an underground tank, a caisson foundation of bridge, improved ground by the deep mixing method and a steel plate cellular bulkhead are constructed, and their seismic designs are one of important engineering research subjects. Generally, relatively light embedded structures are designed by the seismic deformation method in which the inertia force of structure is not taken into consideration. On the other hand, massive embedded structures are often designed by the seismic coefficient method in which inertia force of structures are taken into consideration as well as the earth pressure, dynamic water pressure, etc. However, it remains question which effect is dominant on seismic stability of the massive embedded structures, the inertia force or the dynamic earth pressure. Using new analytical model, we studied what was dominating factor on the seismic stability of those structures. The model we used this study was a simple analytical model in which the massive structure and the surrounding ground were idealized into a rigid body supported by springs and free field displacements are applied through ground springs. The free field displacements were calculated independently by the multiple reflection theory. Results of response analysis by this model were compared with those by FEM analysis and observation. The results of this study are summarized as follows:

- (1) The phase effect of ground motion at the different depth to response of the embedded rigid structure is the loss effect in regard to translation, but the amplification effect in regard to rotation. A resonant curve of structures to input with phase difference has sharper peaks than structures to input without phase difference.
- (2) The dynamic earth pressure distributions obtained from the present model were not always triangle shapes.
- (3) The lower the frequency is, the more dominant the dynamic earth pressure is on seismic stability of the embedded rigid structures.
- (4) A phase difference exists between the inertia force of structure and the resultant force of dynamic earth pressure.
- (5) Results obtain from the present model were consistent with those of FEM analysis and observation.

* Member of Vibration Laboratory, Structures Division,

** Chief of Vibration Laboratory, Structures Division.

目 次

要 旨	71
1. まえがき	75
2. 震度法に基づく地震時安定計算手法の現況	75
2.1 壁体に作用する地震力（震度）について	76
2.2 壁体に作用する地震時土圧について	78
3. 全体系解析による根入れのある剛体構造物の地震応答特性	81
4. 解析モデル	89
4.1 地震応答解析の考え方	89
4.2 解析モデル	90
4.3 解析モデルの定式化	91
5. 解析結果	95
5.1 有効入力地震動の検討	95
5.2 質量効果の検討	99
5.3 動土圧合力の検討	100
5.4 慣性力と動土圧合力の位相差の検討	103
5.5 動土圧の分布形の検討	110
6. 解析モデルの適用性	111
6.1 全体系解析手法（FLUSH）との比較	111
6.2 地震観測結果との比較	117
7. 結 論	119
8. あとがき	120
参考文献	120
付 記	122
記号一覧表	124

1. まえがき

近年、地下タンク、橋脚・橋台のケーソン基礎、深層混合処理工法による改良地盤、根入れ鋼板セルのように、周辺地盤から大きな外力（土圧）を受ける根入れのある剛体構造物が増えてきた。これら構造物のうち、地下タンクなどの比較的軽い構造物のく体の耐震設計には、応答変位法あるいは偏土圧法といった土圧を重視した設計法が適用されるのに対して、massiveな剛体構造物には慣性力を重視した震度法が適用されることが多い。しかしながら、根入れのある massiveな剛体構造物の地震時安定性に関して、地震時に慣性力が支配的なのか、あるいは動的な土圧が支配的なのかは不明な点が多い。

根入れのある剛体構造物の特徴は、構造物周面に地盤が存在することである。地震時に周辺の地盤は構造物に地震力を伝えると同時に、構造物の振動を拘束する役割がある。すなわち、根入れのある剛体構造物の地震時挙動を検討する際には、地盤と構造物の動的相互作用が重要な課題である。

根入れのある剛体構造物の地震応答は、周辺地盤の振動特性の影響を強く受け、構造物自身のみが周辺地盤と無関係に振動することは少なく、また構造物の応答は周辺地盤の応答よりも小さく、短周期成分が少ないと言われている。これらの現象は、地盤と構造物の動的相互作用の結果であり、主に FEM 等の動的解析で説明されている。しかしながら、数多くの研究の成果にもかかわらず、設計という立場から見ると、動的相互作用を考慮して設計されるのは、特別な大型構造物や新しい形式の構造物に限られている。つまり、特定の構造物一地盤系に対する動的相互作用の議論はできても、より一般的な構造物一地盤系に対する動的相互作用は、設計に考慮されていないのが現状である。これは、FEM 等の解析では、複雑な動的相互作用が陰な形で表現され、構造物の地震時安定性に係わる外力として、何が支配的なのか明らかにされていないことによると思われる。

また、一般的の動的解析においては、静的な釣合位置からの動的な変動分を問題とし、静的な釣合関係は考慮されないが、構造物の内部応力や地震時安定性を検討する際には、初期値として静的な応力や釣合位置が問題となる。地震時安定性の検討の際に、動的相互作用を考慮にくいのは、構造物が地震力を受けていない状態（静止状態）で、どのような土圧を受けて安定を保っているかが良くわかっていないところにも原因がある。

筆者らは、深層混合処理工法によって改良された改良地盤の耐震性を、現地地震観測、模型振動実験、数値計

算で検討してきた^{1)~5)}。その結果、深層混合処理工法による改良地盤のように、根入れの深い大規模構造物に対しては、現行の震度法に基づく耐震設計法をそのまま適用することができないことが明らかにされた。その根本的な原因是、震度法の考え方方が地盤と構造物の間の動的相互作用を考慮していない点にあると考えられる。特に、大規模な剛体構造物と地盤の動的相互作用の問題では、周辺地盤の場所的な位相差のある動きを剛体構造物が拘束する幾何学的動的相互作用と、構造物一地盤系の慣性力及び復元力特性によって決まる動的相互作用の特性を明らかにする必要がある。

本報告においては、まず、現行の massiveな剛体構造物の地震時安定計算手法である震度法の現況について検討した。つぎに、根入れのある剛体構造物の地震応答解析の考え方を明らかにし、新たに地盤ばねを介して自由地盤の変位分布の時刻歴を剛体に作用させる解析モデルの定式化を行った。このモデルは、重複反射理論で得られる自由地盤の変位を用いる周波数領域の地震応答解析法で、剛体に作用する動土圧合力、底面の摩擦力、動土圧の分布形などが陽な形で表現されている。このモデルを用いて、深さ方向に位相差のある地動が構造物の応答に及ぼす影響、構造物の質量効果、構造物の寸法効果、動土圧分布、慣性力と動土圧合力の位相関係などを検討し、剛体の地震時安定性を定性的に考察した。最後に、本解析モデルの結果と FEM（等価線形 2 次元有限要素プログラム）および地震観測の結果と比較し、本解析モデルの適用性を検討した。

2. 震度法に基づく地震時安定計算手法の現況

重力式岸壁や一般の混成式防波堤のように、比較的剛で地震動に対して構造物にあまり振動の増幅が発生しな

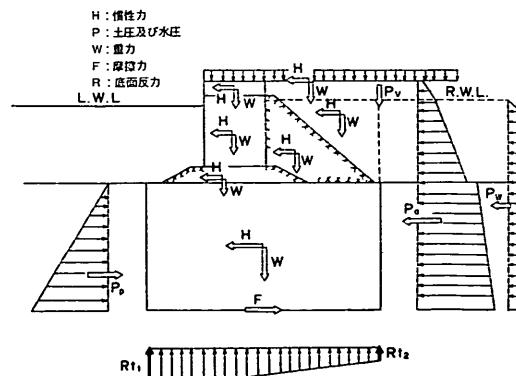


図-1 重力式構造物の設計外力の概念図

いとみなせる構造物に対しては、震度法に基づきその耐震性を検討することになっている^⑨。その中で、地震時に重力式係船岸が安定を保つかどうかの検討は、一般的に図-1に示す荷重の力の釣合によって行われ、壁体に作用する外力及び荷重としては、

- 1) 載荷重
- 2) 壁体自重
- 3) 土圧及び残留水圧
- 4) 浮力
- 5) 地震力
- 6) 船舶のけん引力

を考慮している。この中で地震時の安定の検討の際に支配的に関与するものは、壁体自重、土圧及び地震力である。また、安定計算は壁体の滑動、転倒、支持地盤の支持力について検討することになっている（基礎が軟弱な場合は円弧すべり、基礎地盤の沈下についても検討する）。以下、現行の震度法に基づく考え方の問題点とそれに関連する既往の研究について述べる。

2.1 壁体に作用する地震力（震度）について

震度法においては、壁体の重量に設計震度を乗じたものを壁体の重心に水平力として静的に作用させている。設計震度とは、一般に構造物を建設する地点の地震活動度（地域別震度）、建設する地点のローカルな地盤の工学的な性質（地盤種別係数）及び、構造物の重要性（重要度係数）を加味して決定され、0.1～0.2程度の値をとることが多い。設計震度の決定には工学的な判断が要求され経験的な色彩が強い。また、設計震度を決定する場合には、地盤に発生すると予想される最大加速度が一つの目安となる。しかし、設計震度は構造物に作用させるのであるから、地盤の最大加速度の重力加速度に対する比をそのまま設計震度と見なすことはできない。野田らは、震度法で使用する設計震度と地盤の最大加速度との関係を示している^⑩。これは、重力式岸壁の地震被災例を現行設計法で解析し、地震時に発生した地震動の強さに対応する震度を求めると同時に、地震学、地震工学の成果を応用して被災港湾に発生したと予想される地盤最大加速度を求め、両者の関係を推定したものである。したがって、構造物に作用させる地震力を適切に評価するためには、構造物周辺の地盤の地震応答特性を把握することが重要となる。

図-2、3に一次元の等価線形地震応答解析プログラムSHAKE^⑪を用いた地盤の地震応答解析例を示す。図-2は、横浜港大黒ふ頭における軟弱地盤について実施した解析例である。一方、図-3は同地盤-30m/sec以浅の軟弱地盤のせん断波速度 V_s を、一様に 150m/secとした

場合のもので比較的硬い地盤に相当する。解析は、十勝沖地震の際、八戸港で取得された加速度記録を入射波入力したものである。比較的硬い地盤においては、地震動の増幅は小さく、最大加速度の分布は深さ方向にほぼ一様であるのに対して、軟弱地盤においては、表層付近での増幅が大きく、最大加速度の分布も深さ方向に一様ではない。一口に最大加速度と言っても地震動には深さ方向の分布があり、根入れのある構造物に作用させる地震力として、どの位置のものを採用するか明確な答えは出せない。また、同図右側に地表面で最大加速度の生じる時刻の加速度分布と各深さの時刻歴を示す。各深さの最大加速度は同時に発生しているのではなく、刻々と変化していることがわかる。近年、電子計算機の発達により、水平成層構造をもつ地盤の地震応答特性は、土の材料特性を線形として取り扱うものから非線形として取り扱うものまで、容易に評価できるようになってきた^⑫。その中で、最も一般的なものは重複反射理論を用いたもの^⑬である。上記のSHAKE プログラムは、重複反射理論に基づき、土の材料非線形特性を等価線形化手法で考慮したものである。

平面的な広がり、あるいは深い根入れを持つ剛体構造物は、空間的に位相差を有する地震動を拘束する性質があることが指摘されている。このように、剛な構造物が空間的に位相差を有する地震動を拘束する結果、構造物を加振するのに有効な地震動は、構造物周辺地盤の地震動とは異なるものとなる。構造物を加振するのに有効な地震動は質量 0 の構造物の応答を意味し“有効入力地震動”と呼ばれている（なお、この特性は構造物周辺地盤の地震動が、剛な構造物周面で損失されるので“損失効果”と呼ぶ場合もある。しかし、用語はまだ一般的に決まっていないようである。本報告では、質量のない構造物の地震応答の総称として“有効入力地震動”という言葉を用いることとした。）

有効入力地震動に関する研究は、大きく 2 つに分けて考えることができる。一つは、平面的な広がりを持つ構造物、他方は深い根入れを持つ構造物に対するものである。前者は建物などの底面、後者は地下タンクなどの側面がそれぞれ空間的に位相差を有する地震動を拘束する現象に関するものである。その性格から、前者の効果は表面波や実体波の斜め入射に対して卓越するのに対して、後者の効果は鉛直下方から伝播してくる地震に対して卓越する。前者の研究には、平面的な広がりを持つ建物基礎に対する研究^{⑭,⑮}、種々の形状を持った基礎-構造物系に対する解析的研究などがある^{⑯,⑰,⑮,⑯,⑰}。後者の研究には地下タンクに対するもの^{⑱,⑲}、有効入力

根入れのある剛体構造物の地震時安定性に関する解析的研究

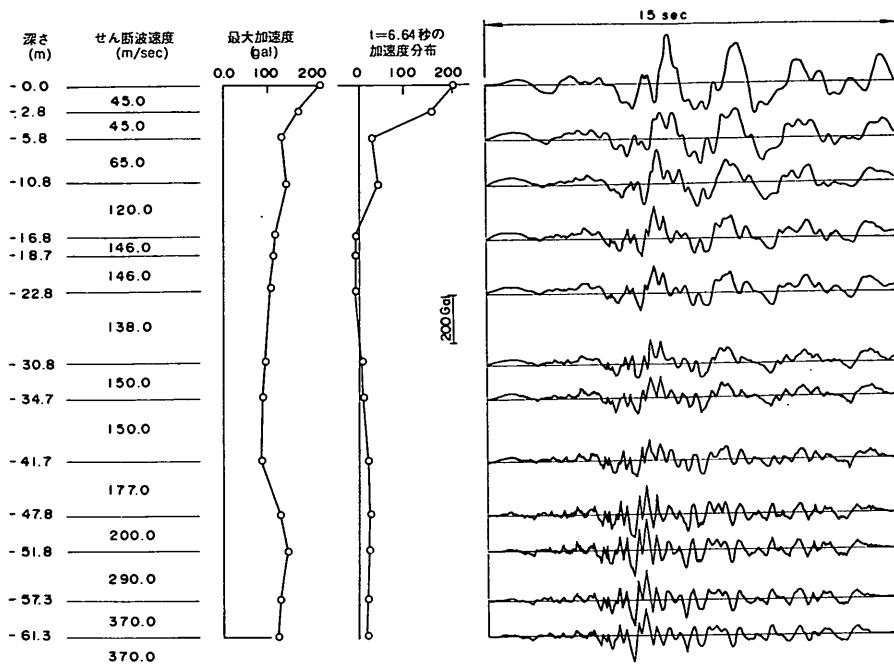


図-2 一次元の地盤の地震応答解析（軟弱地盤の場合）

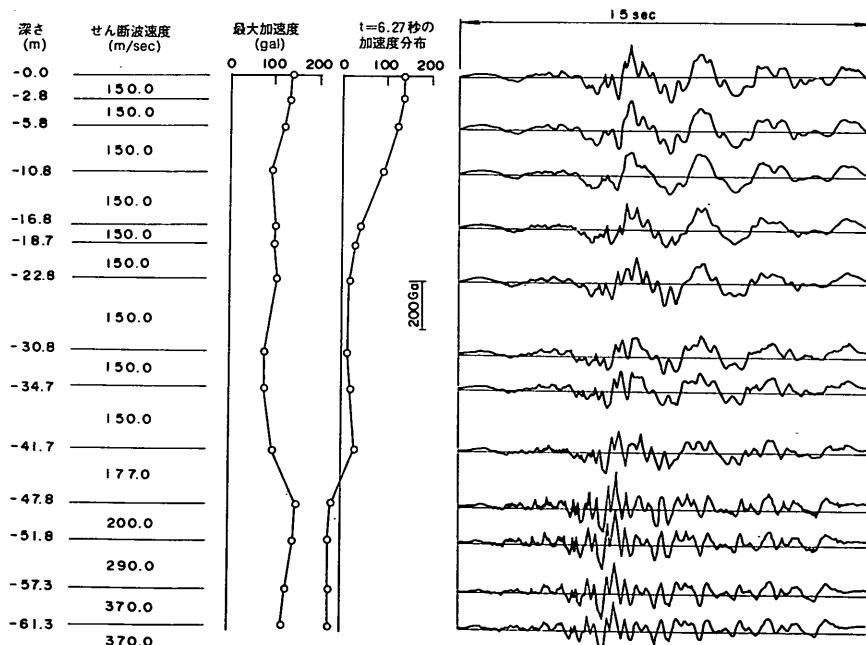


図-3 一次元の地震応答解析（比較的硬い地盤の場合）

地震動に対する FEM を用いたパラメータスタディ²⁰⁾がある。また、これらの考え方を取り入れた応答スペクトルの考え方を示したものなど^{21), 22)}がある。しかし、有効入力地震動に関する研究は比較的新しく、しかも従来の研究の多くは、前者の平面的な広がりを持つ建物基礎に対するもので、後者のように構造物側面に作用する地震動の位相差を考慮したものは少ない。本報告は、後者の現象を考慮したものである。なお、有効入力地震動の考え方は 4.1 において述べる。

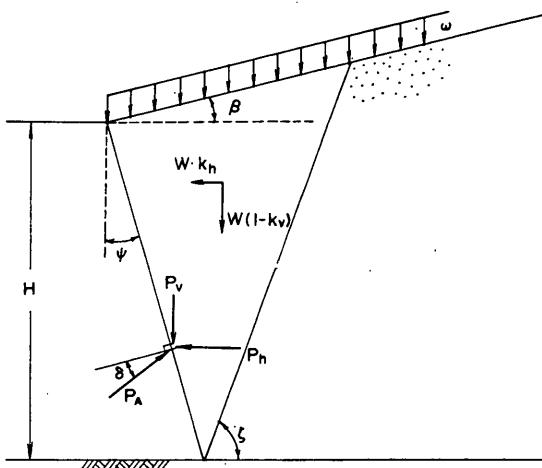
2.2 壁体に作用する地震時土圧について

地震時土圧に対する問題点には、粘着力の影響、水中

震度と間隙水による動水圧との関係や壁に作用する土圧と慣性力の位相差の問題などがある。

現行における地震時土圧の公式は、1924年に物部・岡部両博士が提案したものである^{24), 25)}。この土圧式は、クーロンの土圧に震度法の考え方を導入し、裏込め背面または前面の限界応力状態を考慮して導かれたものである。物部・岡部式は粘着力を無視した形であることや、震度が大きくなると適用できないなどの問題点があるものの、現在最も広く用いられている地震時土圧公式である。物部・岡部式は、次のように表される（図-4 参照）

ここで、物部・岡部式から得られる常時の土圧に対する



(1) 地震時主働土圧

$$P_a = K_a \left[\gamma H + \frac{w \cos \phi}{\cos(\phi - \beta)} \right] \cos \phi$$

$$K_a = \frac{\cos^2(\phi - \psi - \theta)}{\cos \theta \cos^2 \psi \cos(\delta + \psi + \theta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \beta - \theta)}{\cos(\delta + \psi + \theta) \cos(\phi - \beta)}} \right]^2}$$

$$\cot(\zeta - \beta) = -\tan(\phi + \delta + \psi - \theta) + \sec(\phi + \delta + \psi - \theta) \sqrt{\frac{\cos(\phi + \delta + \theta) \sin(\phi + \delta)}{\cos(\phi - \beta) \sin(\phi - \beta - \theta)}}$$

(2) 地震時受働土圧

$$P_p = K_p \left[\gamma H + \frac{w \cos \phi}{\cos(\phi - \beta)} \right] \cos \phi$$

$$K_p = \frac{\cos^2(\phi + \psi - \theta)}{\cos \theta \cos^2 \psi \cos(\delta + \psi - \theta) \left[1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi - \delta) \sin(\phi + \beta - \theta)}{\cos(\delta + \psi - \theta) \cos(\phi - \beta)}} \right]^2}$$

$$\cot(\zeta - \beta) = \tan(\phi - \delta - \psi + \theta) + \sec(\phi - \delta - \psi + \theta) \sqrt{\frac{\cos(\phi + \delta - \theta) \sin(\phi - \delta)}{\cos(\phi - \beta) \sin(\phi + \beta - \theta)}}$$

$$\text{土圧合力 } P = P_a \frac{H}{2 \cos \phi}$$

土圧の水平及び垂直成分

$$P_h = P \cos(\phi + \delta), \quad P_v = P \sin(\phi + \delta)$$

図-4 物部・岡部の地震時土圧の概念図

る地震時の動土圧の一般的傾向を述べると次のようになる。図-5は、壁高40mの直立壁に作用する物部・岡部式による地震時主働土圧、受働土圧の分布形を $\phi=35^\circ$, $\gamma=1.6 \text{ t/m}^3$, $\delta=\pm 15^\circ$, $\beta=0^\circ$ の場合について示したものである。土圧分布は地震時、常時ともに三角形分布となる。また、地震時の受働土圧の減少分は常時の受働土圧に比較して著しく小さい。図-6に地震時の設計震度に応じた主働土圧合力の増加分と受働土圧合力の減少分を示す。常時の土圧に対する地震時の主働土圧の増加分は受働土圧の減少分の約1/6～1/10である。

地震時土圧に関する実験的研究は、旧土木試験所の松尾による模型実験²⁶⁾に端を発している。また、運輸省港湾技術研究所でも1960年代に一連の勢力的な研究^{27), 28)}が実施されている。この研究は振動箱に乾燥砂を満たし、振動実験（約3Hzの正弦波加振）を行い、種々の条件の壁及び壁体に作用する土圧を検討したものである。この実験によると、

- 1) 地震時土圧は残留土圧部分と動的振幅を持つ動的土圧部分に分けられる。残留土圧とは振動の際に増加した量が、そのまま静土圧の増加となって振動後も残留する土圧部分で、地震時土圧において支配的であり、特に低い加速度レベルにおいて著しい。
 - 2) 高加速度レベルと低加速度レベルでは、地震時土圧の特性が全く異なる。
 - 3) 地震時土圧は、壁体の運動や壁体の剛性、支持条件によって異なる特性を示す。
 - 4) 壁体の運動と地震時土圧には位相差がある。
- などの、地震時土圧現象に関する基礎的な知見が得られている。

市原らは、地震時に壁体に働く慣性力を相殺しうるような可動壁を持つ砂層を用いて、地震時の土圧を調べている²⁹⁾。これによると、地震時の主働土圧公式として物部・岡部式を用いるが、土圧分布は振動台による実験から三角形分布ではないため、土圧合力の作用点として実験式を提案している。模型実験による地震時土圧の研究には、以上の他に粘着力の影響^{30), 31)}や水面下の土圧に着目したもの³²⁾などもある。

模型実験から得られる土圧合力は、物部・岡部式と比較的良い対応をしめしていると言われている。これは、模型実験そのものが物部・岡部が考案した条件（壁体及び地盤の固有振動数に対して、実験に使用した振動の周波数が十分低いこと、振動中に壁体が移動し塑性平衡状態に近い状態になったことなど）と合致しているためであり、必ずしも実際の地震時に物部・岡部式で与えられる土圧が作用していると言えるかは疑問である。また、模

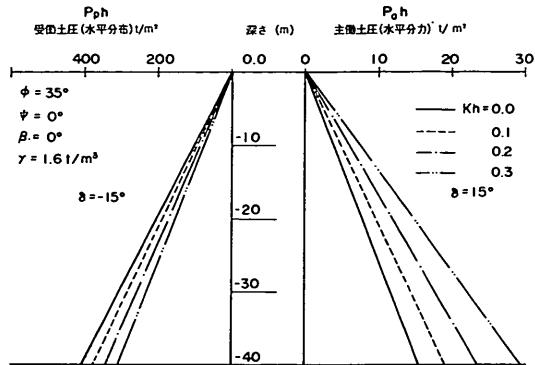


図-5 物部・岡部式による地震時土圧の分布形

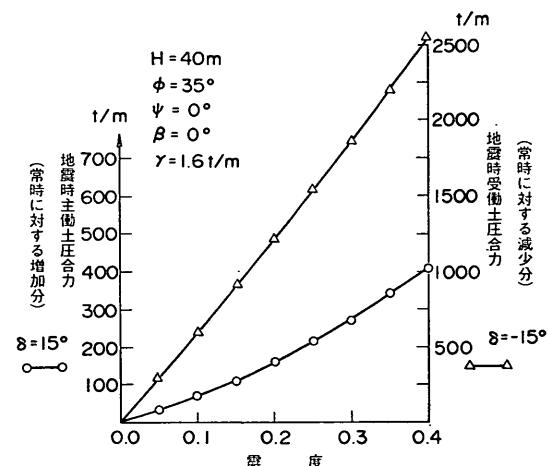


図-6 物部・岡部式による地震時土圧合力と震度の関係

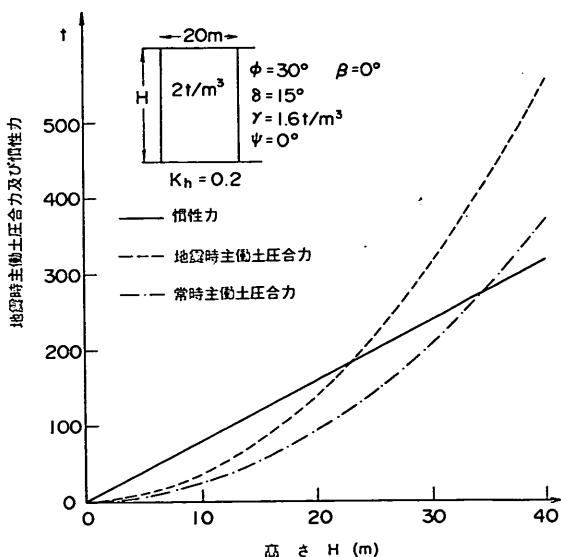


図-7 壁高と地震時主働土圧合力及び慣性力の関係

型振動実験から得られる地震時土圧の分布形については物部・岡部式から得られるように三角形分布とはならないようである。

模型実験の結果を解釈する上で、重要なことの一つに相似則の問題がある³³⁾。これは、地震時土圧の実験ばかりにあてはまる問題ではないが、土圧計測の難しさとともに模型実験による地震時土圧研究を複雑にしている原因の一つである。これは、土が受ける拘束圧力によって土の工学的性質が著しく変化することによるものであり、これを回避するためには遠心力載荷装置を用いるなどの工夫が必要である³⁴⁾。遠心力載荷装置を用いた地震時土圧の研究には、Ortiz らのもの³⁵⁾がある。遠心力場における動的実験は研究の歴史が浅く、これから分野と言えるが、解析手法の妥当性を証明するための実測データを得るという意味でその成果が期待される。

近年、時代の要請に伴って土圧を受ける構造物の様式として、地中の剛体構造物がみられるようになってきた。地中に構築される大規模な地下タンク、橋脚・橋台のケーソン基礎、深層混合処理工法による改良地盤、原子力建屋などがその代表的な例である。このような地中の剛体構造物の特徴は、従来の地上の擁壁などに比較すると鉛直高さが高いことと前面にも地盤があることである。構造物の幅を一定にしたまま、構造物の高さを増して行くと、震度法で計算される地震時主働土圧と慣性力は図-7 のように変化する。慣性力は高さの 1 乗に比例するのに対して、地震時の土圧は深さの 2 乗に比例するので、高さが増すと地震時の土圧が相対的に重要になってくる。また、前面に地盤を有するので、構造物の地震時安定性を検討する場合の土圧は、前面の受働状態と背面の主働状態を同時に考慮することになる。しかし、このような平衡状態が地震時にありえるかどうか疑問である。更に、前面に地盤を有しない壁体などの地震時の滑り現象は、周面に地盤を有する場合と異なり、著しく非可逆的であることを考えると、両者を同一の立場で考えることができない可能性がある。

地中に埋設された剛体に作用する地震時土圧に対する実験的研究には電力中央研究所のものがある³⁶⁾。これは、く形の剛体モデルを模型地盤中に埋設し、正弦波および地震波で高い加速度レベルまで振動実験したものである。

これによると

- 1) 剛体底面が岩着したものとしないもので、動土圧の分布形状が異なる。
- 2) 入力加速度が 400 Gal 程度までは周辺地盤は物部・岡部式が前提するような極限状態に至っておらず、動

土圧の値は同式による値よりもかなり小さい。また、入力加速度が 400 Gal 以上にならても地盤全体が滑るような現象は見られなかった。

3) 実験結果 (400 Gal 地盤ひずみ 10^{-3} 以下) は、2 次元 FEM (FLUSH) により説明できる。
とし、地中埋設剛体構造物の耐震設計法として、地震時の土圧を重視した震度法よりも、周辺地盤の変形を重視した応答変位法および動的解析法のほうが適用性が高いと報告している。

地震時土圧の理論的な研究の中に、波動論によるものがある。田治見は、地下壁に作用する地震時土圧を弾性論を用いて検討している³⁷⁾。これは、地下壁が地震時に水平及び回転振動することによって地盤を押し引きするときの振動土圧を考えたものであるので、実際の地震時土圧とは趣を異にするものである。

実際に、地震時に土圧の計測を行ったものは数例ある^{38), 39)}。しかし観測結果はいずれも物部・岡部式を支持するものとなっていない。地震時土圧の実測データの不足は、地震時土圧の研究にとって大きなマイナスである。しかし、実際の現場計測には技術的な問題が多い。

以上のように、地震時土圧の研究結果は、物部・岡部式を支持するものとなっていないにもかかわらず、設計にはあまり反映されていないよう感じる。これは、地震時土圧というものが地盤の振動性状のみによるのではなく、構造物との間の動的相互作用の結果発生するもので、地盤の工学的性質はもとより、土圧を受ける構造物の剛性や寸法形状によって複雑に変化するからである。なお、ここでの動的相互作用とは広い意味での動的相互作用であり、先に述べた幾何学的動的相互作用も含まれる。

震度法では壁体慣性力と地震時土圧は、それぞれ別々のプロセスをもって決定され、実際に地盤と構造物が動的相互作用を行った結果として求められた慣性力や地震時土圧になっていない。特に、地盤の固有振動数付近の現象においては、動的相互作用が重要な役割を果たすと考えられ、震度法で考えている現象と実際の現象の最も異なる点と思われる。また、震度法では地震力を静的な力に置き換えているために、本来時間に依存するはずの現象が時間に無関係に評価されている。壁体に作用する慣性力と地震時土圧には位相差があると考えられ、最も危険な慣性力が作用しているときに、同時に最も危険な地震時土圧が作用していると考える震度法は、過大設計になっているかもしれない。特に、大規模な構造物においては外力の設定によっては経済性が大きく異なってくる。今後、これらの問題点が解明され、合理的な設計法

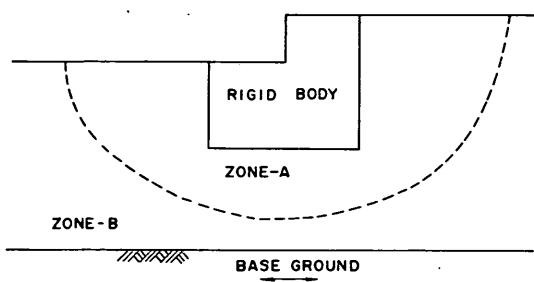


図-8 構造物一地盤系概念図

が確立されることが望まれる。

3. 全体系解析による根入れのある剛体構造物の地震応答特性

前章までに述べたように構造物の地震時安定性を検討するためには、構造物と地盤との間の動的相互作用が重要な問題である。一般に、構造物の存在する地盤においては図-8 のように地震時に構造物の振動の影響を強く受ける領域Aと、相対的に影響の少ない領域Bを考えることができる。構造物と地盤の動的相互作用を考慮するためには、図のような領域全体を一度にモデル化し、動的解析を実施すればよい。本報告では、このような動的相

互作用のある地盤一構造物系を地盤の分布質量も考慮した形で、全体をモデル化し解析する方法を“全体系解析”と呼ぶこととする。しかし、ここで全体系解析と一口で言っても種々のものがある。解析方法の分類では有限要素法、境界要素法、質点一ばねモデル等があり、また、土の材料特性別に、線形、等価線形、非線形のものがある。更に、対象とする構造物や減衰の取扱などの組み合せを考えると、実に、多くのものがある。その中で、最も一般的な土と構造物の動的相互作用解析プログラムとして等価線形2次元有限要素プログラム FLUSH^⑩がある。本章では、全体系解析の代表としてこの FLUSH プログラムを用いて、剛体構造物の地震応答特性を把握する。

図-9 は、プログラム FLUSH による埋設剛体構造物振動解析用メッシュ図である。深さ 40 m、幅 40 m の剛構造物（せん断波速度 $V_s = 2000 \text{m/sec}$ ）が一様な地盤中（せん断波速度 $V_s = 100 \text{m/sec}$ ）に存在している系を、左側半分だけモデル化したものである。入力地震波は、横浜港大黒ふ頭における地震観測で得られた1983年8月8日の山梨・神奈川県境を震源とする地震の地中-75.6 m における加速度記録である。なお、FLUSH は、土の材料非線形性を考慮できる等価線形解析プログラムであるが、ここでは後述の解析モデルの計算結果と比較するた

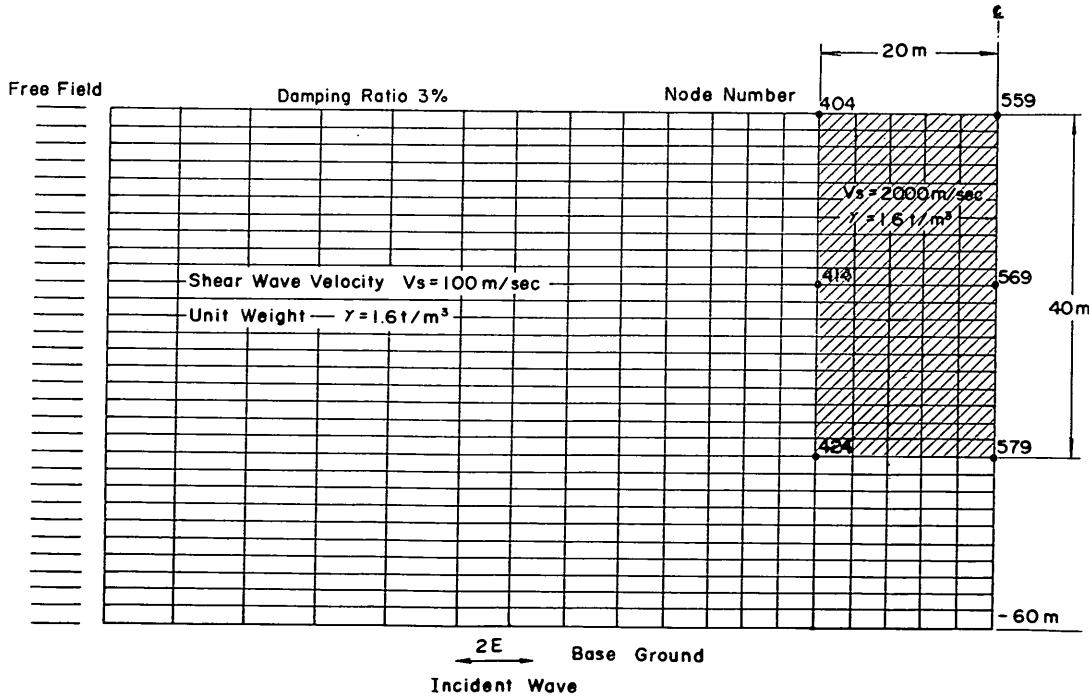


図-9 FLUSH 解析メッシュ（対称な地盤-構造物系）

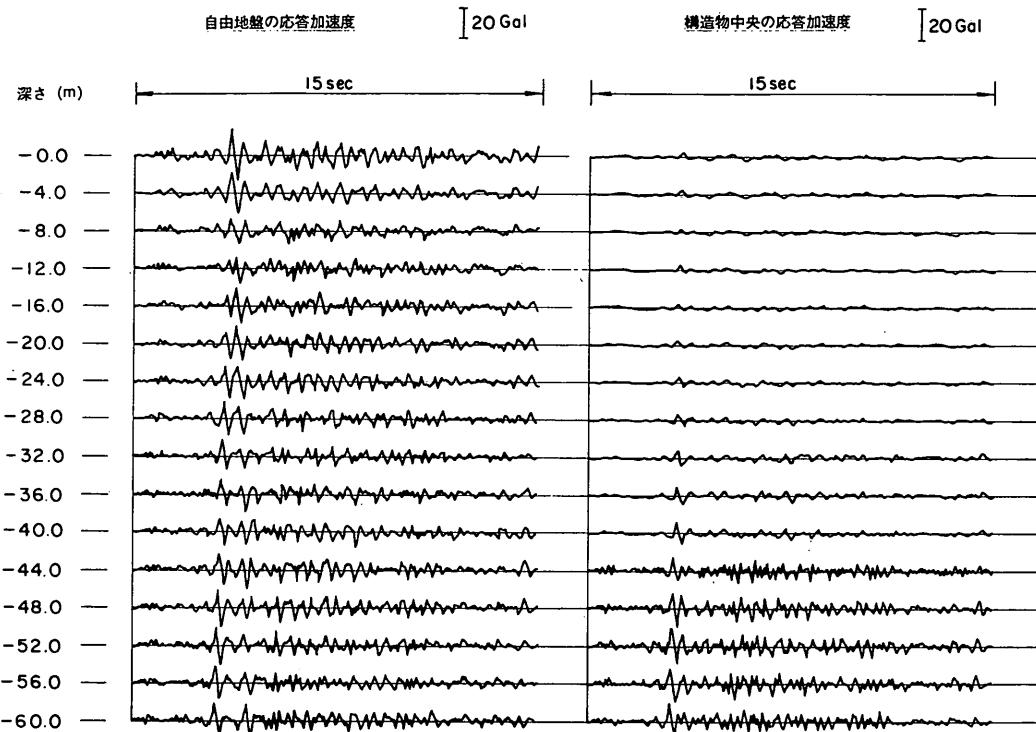


図-10 自由地盤及び構造物中央部の深さごとの加速度時刻歴

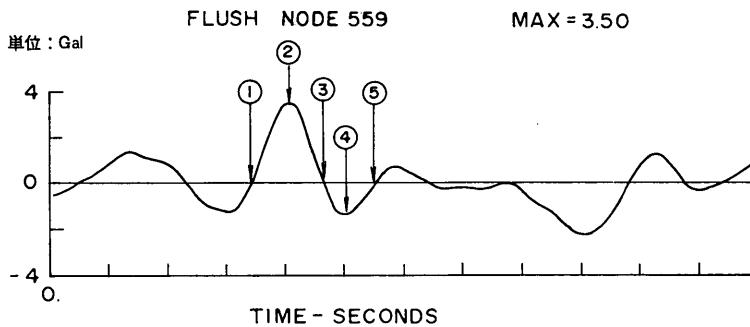


図-11 節点 559 の加速度時刻歴 (2.6~5 秒)

めに線形解析とした。図-10 は、自由地盤及び剛体構造物中央部の深さ方向の加速度時刻歴を示している。両者を比較すると、明らかに構造物は周辺の地盤よりも応答が小さく、しかも剛体的な運動をしている。図-11 は、構造物中央天端の加速度波形のうち 2.6 秒～5.0 秒の区間を抜き出したものである。図-12～16 は、図-11 に示した各時刻ごとのおもな節点の加速度分布を示している。深さ方向の加速度分布は、構造物に近くなるほど自由地盤の応答加速度と異なるものになっている。しかし、加

速度の自由地盤から構造物への変化は連続的であり、位相差もほとんどない。また、同図には、同時刻の構造物の左側面、底面と接する地盤要素の動的な応力分布も示してある。側面の地盤要素の応力分布は、周辺地盤の応答と構造物の応答の相対的な関係に依存すると考えられるが、解析結果では特に、自由地盤の加速度分布と対応した分布となっている。また、底面の地盤要素の応力分布は、構造物の回転運動に対応したものとなっていることがわかる。なお、応力の符号は引張り側を正とした。

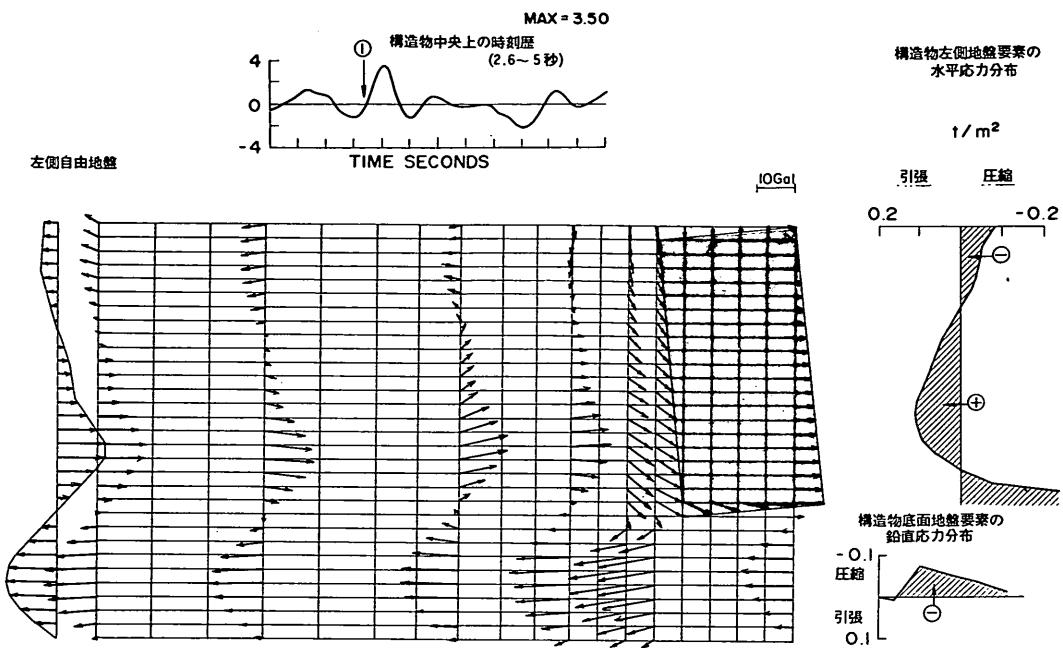


図-12 加速度分布及び応力分布（3.29秒）

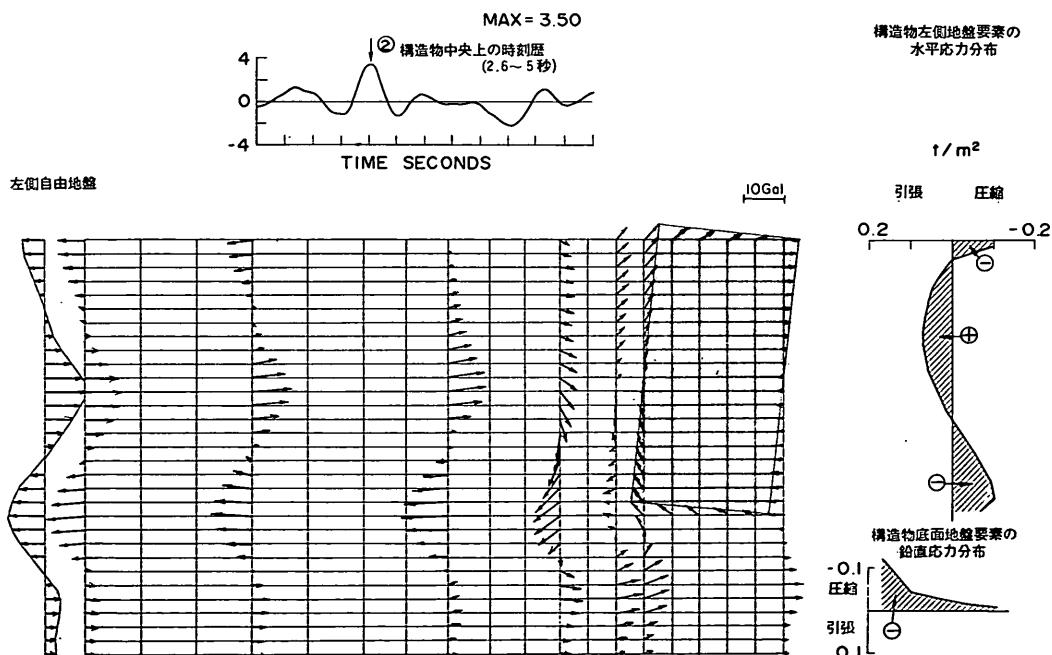


図-13 加速度分布及び応力分布（3.41秒）

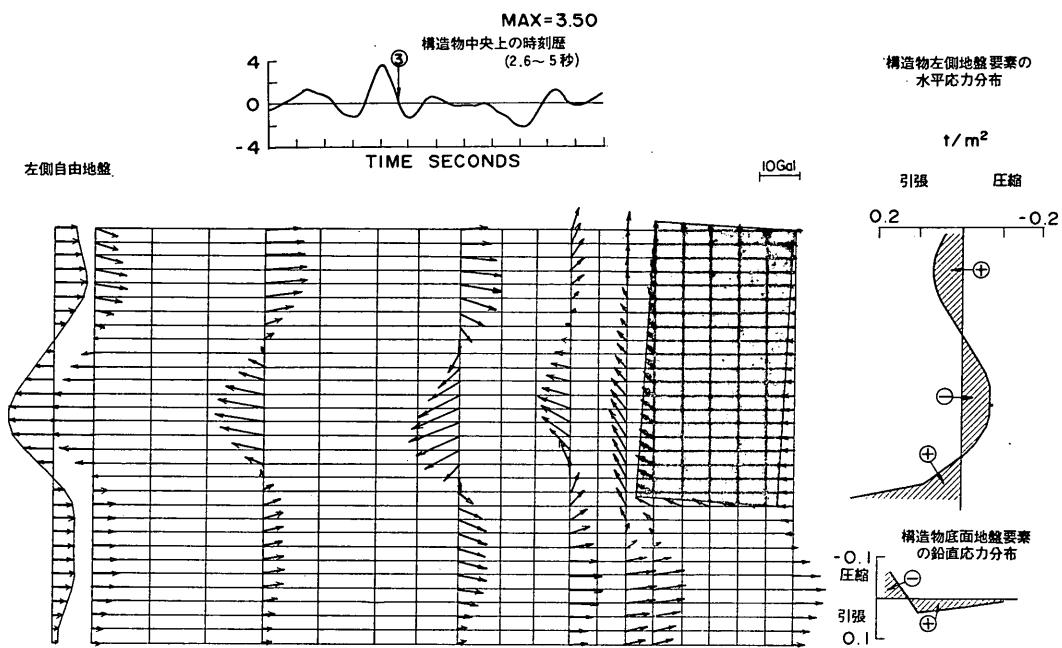


図-14 加速度分布及び応力分布（3.53秒）

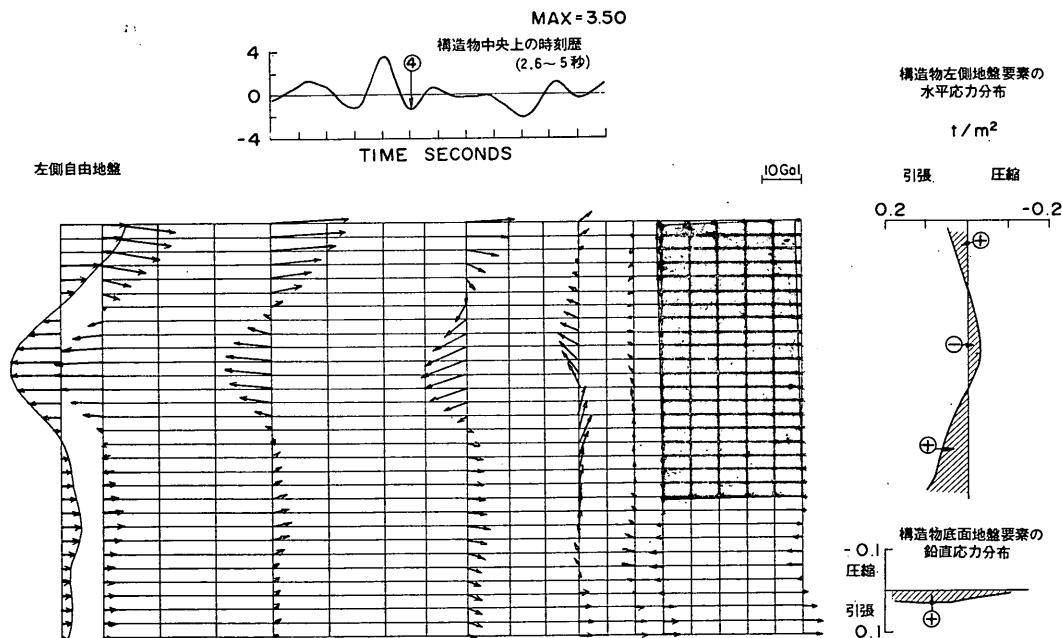


図-15 加速度分布及び応力分布（3.60秒）

根入れのある剛体構造物の地震時安定性に関する解析的研究

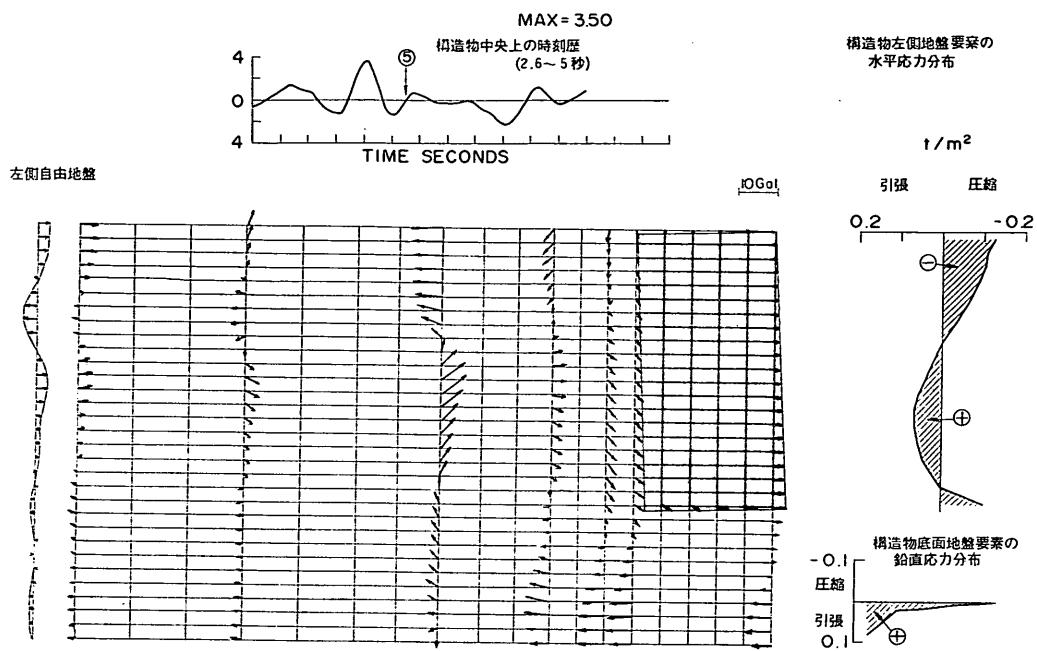


図-16 加速度分布及び応力分布（3.70秒）

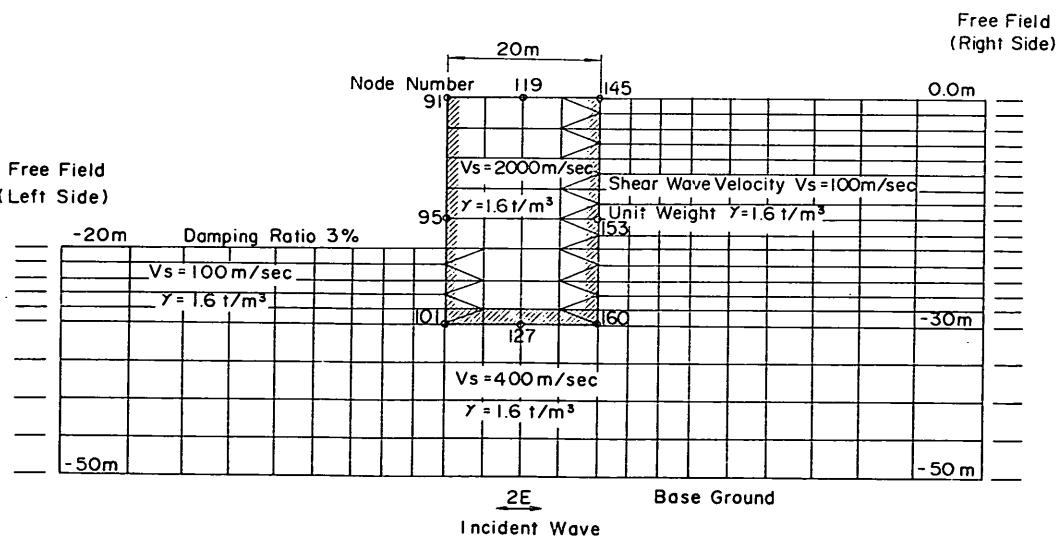


図-17 FLUSH 解析メッシュ（非対称な地盤一構造物系）

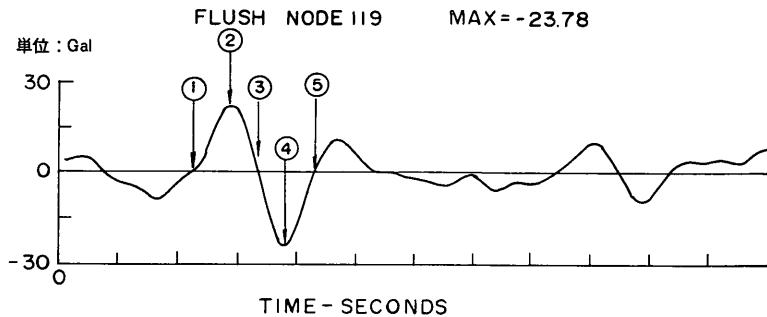


図-18 節点 119 の加速度時刻歴 (2.6~5 秒)
図-18 節点 119 の加速度時刻歴 (2.6~5 秒)

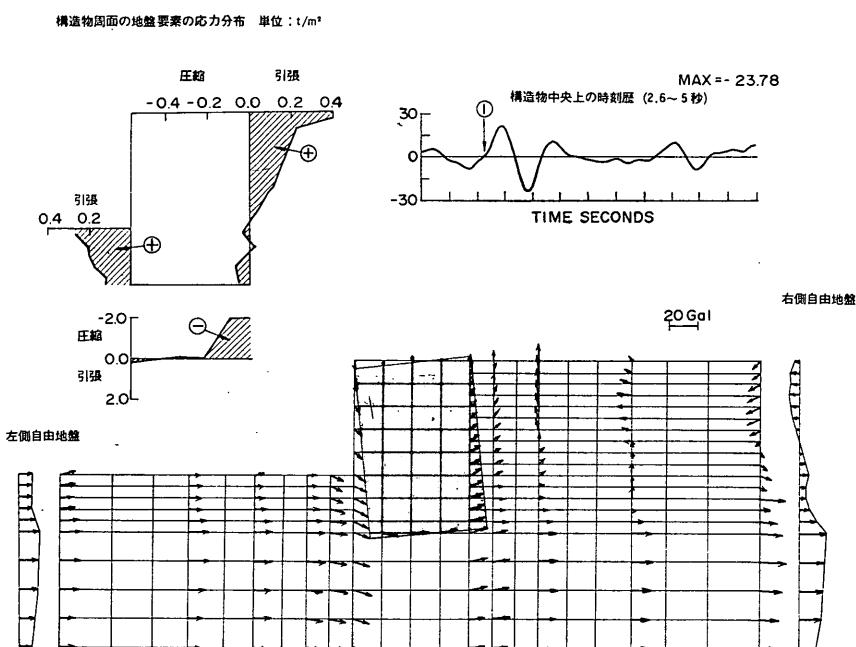


図-19 加速度分布及び応力分布 (3.05秒)

図-17 は同様に、非対称な構造物一地盤系の FLUSH 解析用メッシュ図である。構造物は十分に剛で比較的硬い地盤上に ($V_s = 400 \text{ m/sec}$) 着底しており、構造物側面に接している地盤は緩い地盤 ($V_s = 100 \text{ m/sec}$) の構成になっている。図-18 は構造物中央天端の加速度波形のうち 2.6 秒～5.0 秒の区間を抜き出したものである。図-19～図-23 は先と同様に各時刻ごとの加速度及び、構造物側面及び底面に接する地盤要素の応力の分布を示している。この場合においても、定性的には対称な構造物一地盤系と同様なことが言える。しかし、構造物の応答加速度は基盤への入力加速度が同一にもかかわらず、対称な構造物一地盤系の例よりも大きく増幅されている。

これは、周辺地盤の振動が大きく増幅されているからである。また、右側と左側の自由地盤の応答は全く異なるものになっている。

以上の結果をまとめると、

- 1) 剛体構造物は周辺地盤の応答に大きく影響を受ける。
- 2) 剛体構造物と自由地盤の間の地盤の応答は連続的に変化している。
- 3) 剛体構造物に作用する動土圧の分布形状は、剛体構造物と自由地盤の相対的な動きに依存している。

ということができる。

根入れのある剛体構造物の地震時安定性に関する解析的研究

構造物周面の地盤要素の応力分布 単位 : t/m²

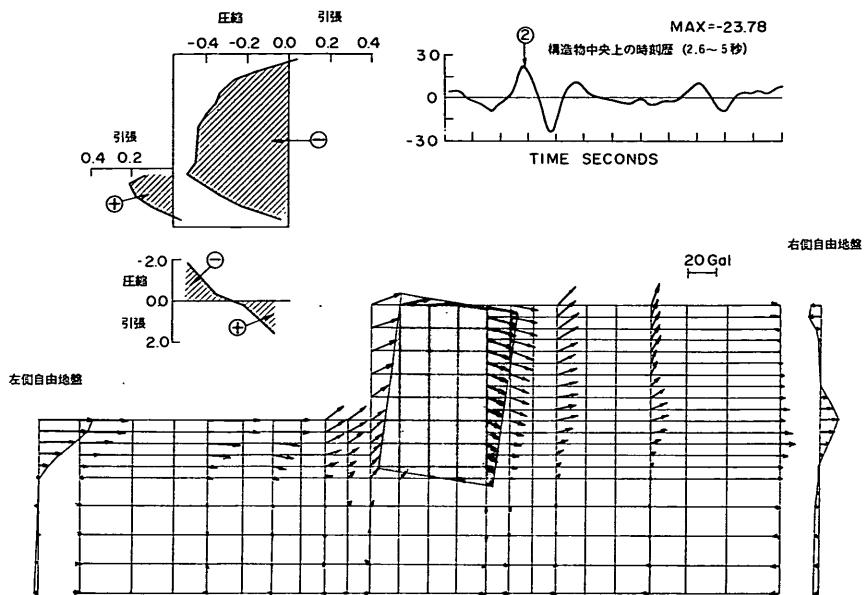


図-20 加速度分布及び応力分布 (3.17秒)

構造物周面の地盤要素の応力分布 単位 : t/m²

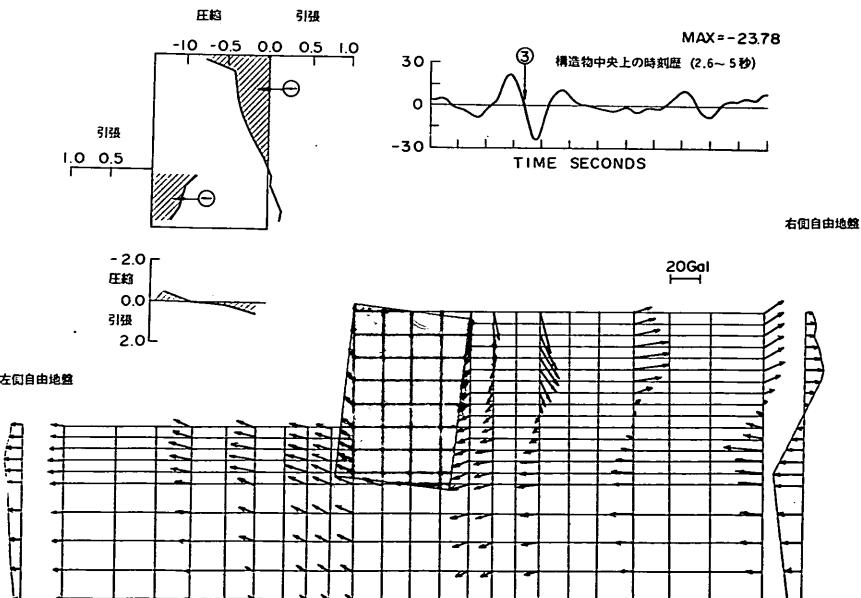


図-21 加速度分布及び応力分布 (3.27秒)

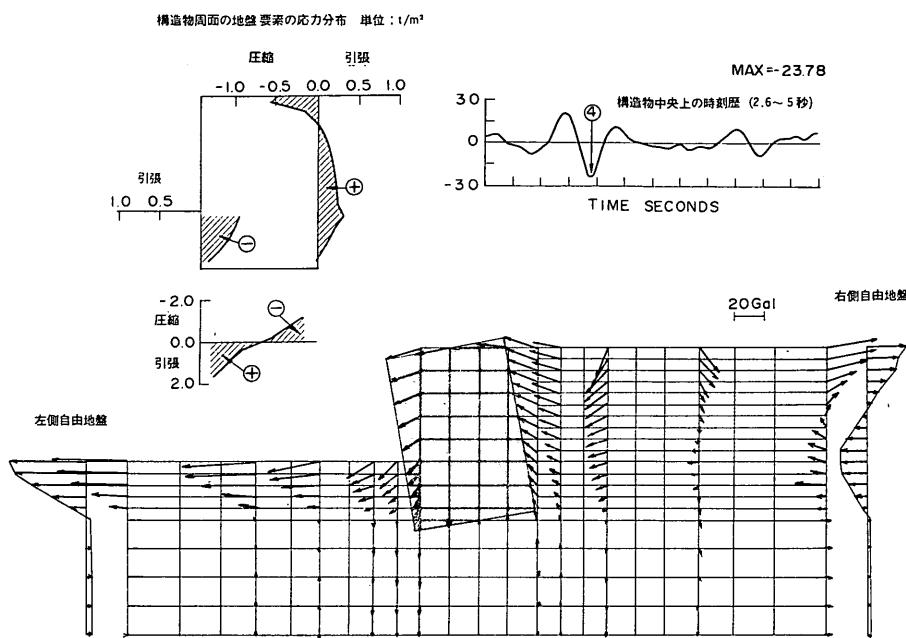


図-22 加速度分布及び応力分布 (3.36秒)

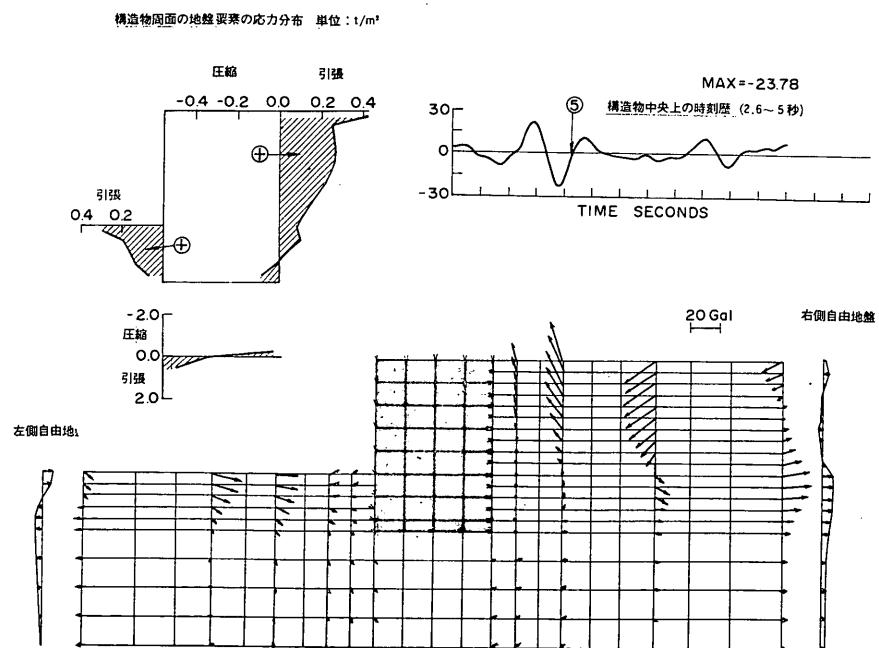


図-23 加速度分布及び応力分布 (3.46秒)

4. 解析モデル

4.1 地震応答解析の考え方

解析モデルを説明する前に、まず有効入力地震動の考え方を取り入れた地震応答解析の考え方について触れておく必要がある。剛体構造物の周面に地盤の存在するような地盤一構造物系の有効入力地震動を考慮した地震応答解析の考え方は、kausei⁴¹⁾、原田ら⁴²⁾、石井ら⁴³⁾によって示されている。ここでは、有効入力地震動の考え方を多点異入力系の運動方程式の考え方を用いて簡単に説明しておく。

一般に、地盤一構造物系の多点異入力系の運動方程式は地盤の分布質量も考慮して

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = [S]\{Y\} \quad (1)$$

と表現される⁴⁴⁾。ここで、 $[M]$ 、 $[K]$ は系の質量及び複素剛性マトリックスであり、 $\{X\}$ は地盤及び構造物の絶対変位である。また、系に作用する外力は地動 $\{Y\}$ とその地動が発生する地点の地盤ばねのマトリックス $[S]$ の積で表現される。今、場所的に異なる地動が慣性力を無視した系に作用したとき、すなわち質量マトリックスを0としたときの系の変位を $\{x_D\}$ とすると(1)式から

$$[K]\{x_D\} = [S]\{Y\} \quad (2)$$

となり、(1)式は

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = [K]\{x_D\} \quad (3)$$

と書ける。(2)式で定義される $\{x_D\}$ は、系に地盤ばねを介して働く外力変位であり、有効入力地震動と呼ばれる。

次に、地盤ばねを線形と考えると(2)式で定義される $\{x_D\}$ を用いて、系の絶対変位 $\{X\}$ は、

$$\{X\} = \{x_D\} + \{x\} \quad (4)$$

と表される。(4)式を(1)式に代入し(2)式の関係を用いると

$$[M]\{\ddot{x}_D\} + [M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (5)$$

一方、(2)式から

$$\{x_D\} = [K]^{-1}[S]\{Y\} \quad (6)$$

なので、(5)式は

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = -[M][K]^{-1}[S]\{\dot{Y}\} \quad (7)$$

と表現される。(7)式を用いることにより、各入力地点の加速度時刻歴から、系の地震応答を計算することができる。

すべての入力地点が同一の地動 $\{Y_0\}$ であるときは

$$\{x_D\} = [1]\{Y_0\}$$

であるから(1)式は

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = -[M]\{\dot{Y}_0\} \quad (8)$$

となり、この式は入力地動に位相差がないときの運動方程式となる。

以上のような式の展開から、運動方程式を解く過程は2つのステップから成ることに気づく。すなわち、構造物の慣性力の影響の入らない構造物の応答（有効入力地震動）を求める部分と、その結果を用いて慣性力の効果の入った形の応答を求める部分である。後者の効果は、質量の影響が入るという意味で“質量効果”と呼ぶことにする。このように系の絶対変位 X をわけて考えること

$$(M)\{\ddot{x}\} + (K)\{x\} = (S)\{y\}$$

$$\{x_D\} = (K)^{-1}(S)\{y\}$$

$$(M)\{\ddot{x}\} + (K)\{x\} = (K)\{x_D\}$$

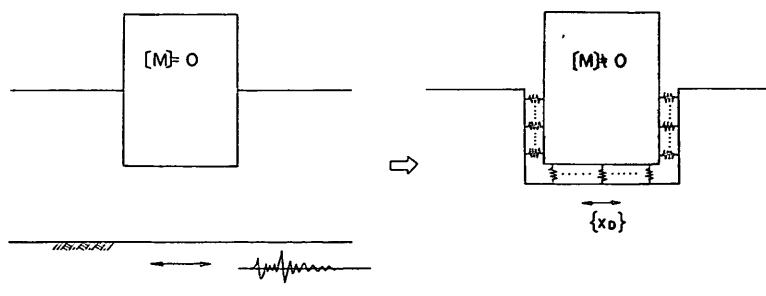


図-24 有効入力地震動の考え方

により、慣性力の影響と位相差入力の影響を調べることができる。考え方の概念を図-24に示す。なお、地盤ばねの非線形性を考慮する場合には、 $\{x_D\}$, $\{x\}$ そのものがひずみに依存するので(4)式のように解の重ね合わせはできない。

4.2 解析モデル

設計を意識すると、解析モデルは数多くの断面について容易に比較検討ができるものでなくてはならない。全体系解析モデルでは、数多くの構造に対してパラメトリックにケーススタディを実施することが難しい。特に、土の材料特性を非線形として取り扱うものについては、計算機にかかる時間と費用の点でほとんど不可能となる。モデルが複雑になればなるほど、モデルに使用する定数をどのようにするかが問題となり、設計レベルと言うよりもむしろ、まだ研究段階と言える。また、有限要素のメッシュの切り方や材料定数の設定値が、解にどの

ようにも影響するかも事前に明らかにされていなければならない。また、複雑な動的相互作用の効果が陰な形で入っている全体系解析では、現象の定性的な把握には向かない。以上、全体系解析モデルが一般的な設計に適用しにくいことを述べたが、全体系解析モデルが全く必要ないというのではない。事実、複雑な構造様式を持つ系の解析や重要構造物の安全性の評査にはその威力を発揮している。本節では、この全体系解析モデルにかえて本報告で用いた簡易な地震応答解析モデルを説明する。

さて、全体系解析ではなくて他のもっと簡易なモデルを考える場合にも、地震動の場所的な分布の違いや地盤の振動特性を考慮したものでなくてはならない。3. の全体系解析による結果を考えると、巨視的に見て剛体構造物と自由地盤の間の地盤が、自由地盤の地震力を構造物に伝達する働きをしていると考えてもよさそうである。風間・稻富は、自由地盤の応答変位を剛体と地盤の

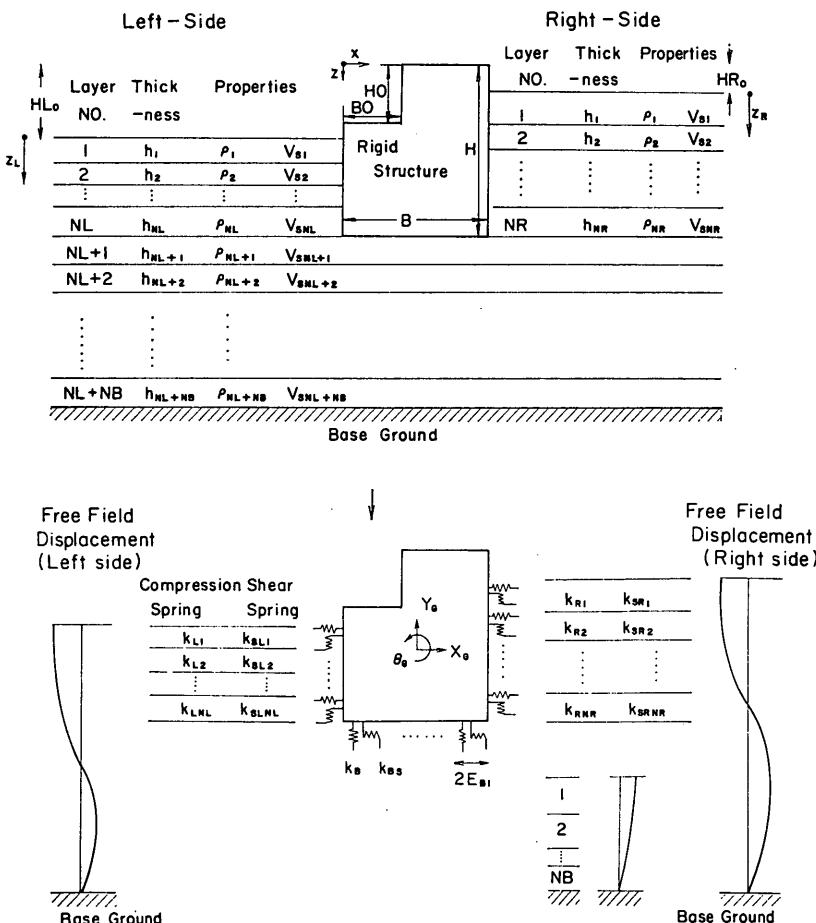


図-25 解析モデル

間の地盤ばねを介して作用させる簡易なモデルが、地中に埋設された剛体構造物の地震応答を評価できる可能性を示している⁴⁵⁾。本報告では、そのモデルに地盤の非対称性を考慮するとともに、底面に入射する地震動に修正を加えた図-25のようなモデルを考え、剛体構造物の地震応答特性を検討する。本モデルにおいては、まず、自由地盤が水平成層構造を持つ地盤と考えて、重複反射理論に基づき自由地盤の応答を解析的な形で表現する。次に、求められた自由地盤の応答変位の時刻歴を、構造物周面の地盤ばねに強制変位として与える。また、底面の地盤ばねに与える強制変位は、底面を地表面と見なした場合の地動を考える。先の全体系解析モデルとの違いは、構造物周面の地盤を質量のない地盤ばねに置き換えたものと考えられ、周辺地盤の分布質量を考慮していない点が異なる。すなわち、厳密な意味での動的相互作用は考慮していないことになる。しかし、地盤ばねに周辺地盤へ消散する波動エネルギーを表す減衰を導入することで、実用上は問題のないモデルとすることができる。

本手法の長所を考えてみると次の3点があげられる。

- 1) 解析は、一次元の地盤の応答解析の部分と3自由度の剛体の振動解析の部分に分かれているので、モデル化が簡単で計算には時間を要しない。また、モデル化に必要な土質データの量も大きく緩和される。
- 2) 構造物の滑動等の非線形性を考慮する場合には、地盤ばねに非線形性を導入することで容易に対応できる。
- 3) 後述のように、定式化する際には剛体に対する力の釣合を考えるので、剛体に働く慣性力、土圧合力、土圧分布などが陽な形で表現される。その結果、現行の震度法との比較対応が容易で、地震動の空間的分布が構造物の応答にどのように影響するか等の把握がしやすい。

4.3 解析モデルの定式化

(1) 運動方程式の作成

図-25に示すモデルの変数を用いて運動方程式を作成する。なお、図や式中に用いた記号の一覧表を巻末に示す。

構造物は剛体と見なすので、運動は重心の並進運動と回転運動で表現される。静的な釣合位置にあった剛体が、 $t = 0$ 秒から地震を受けたと考えると、 t 秒後の剛体の運動は重心点の並進運動 $X_G(t)$, $Y_G(t)$ と、重心回りの回転運動 $\theta_G(t)$ によって表され、その運動エネルギー K は

$$K = \frac{1}{2}(M\dot{X}_G^2 + M\dot{Y}_G^2 + I\dot{\theta}_G^2) \quad (9)$$

となる。ここで、 M : 剛体質量

I : 剛体の重心回りの慣性モーメント
また、地盤ばねひずみエネルギー V は

$$V = V_{NL} + V_{SL} + V_{NR} + V_{SR} \\ + V_{NB} + V_{SB} \quad (10)$$

となる。ここで、 V の最初の添字は N が鉛直ばね、 S がせん断ばねを表し、二番めの添字は対象とする地盤ばねが剛体のどの面についているか表している。単位長さあたりの地盤ばね係数の値を考えると、個々のばねのエネルギーは次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} V_{NL} &= \frac{1}{2} \int_{HL_0}^H k_L(z) \{X_G - z^* \theta_G \\ &\quad - u_L(z)\}^2 dz \\ V_{SL} &= \frac{1}{2} \int_{HL_0}^H k_{SL}(z) \{Y_G - G_X \theta_G \\ &\quad - v_L(z)\}^2 dz \\ V_{NR} &= \frac{1}{2} \int_{HR_0}^H k_R(z) \{X_G - z^* \theta_G \\ &\quad - u_R(z)\}^2 dz \\ V_{SR} &= \frac{1}{2} \int_{HR_0}^H k_{SR}(z) \{Y_G \\ &\quad + (B - G_X) \theta_G - v_R(z)\}^2 dz \\ V_{NB} &= \frac{1}{2} \int_0^B k_B \{Y_G + x^* \theta_G - v_B\}^2 dx \\ V_{SB} &= \frac{1}{2} \int_0^B k_{SB} \{X_G + (H - G_Z) \theta_G \\ &\quad - u_B\}^2 dx \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここで、 (G_X, G_Z) は剛体の重心位置、 $u(z), v(z)$ は自由地盤の水平及び鉛直応答変位、 x^*, z^* は重心から考へている位置までの水平及び鉛直の腕の長さであり、次の式を満たす。

$$x = G_X + x^*, \quad z = G_Z - z^* \quad (12)$$

また、 z 座標をそれぞれ左右の地盤の天端を原点とする座標にするためには、次の変数変換をすればよい。

$$z_L = z - HL_0, \quad z_R = z - HR_0 \quad (13)$$

(12), (13)式を用いて (11) 式は書き直されて、

$$\left. \begin{aligned} V_{NL} &= \frac{1}{2} \int_0^{H-HL_0} k_L(z_L) \{X_G - (G_Z \\ &\quad - HL_0 - z_L) \theta_G - u_L(z_L)\}^2 dz_L \\ V_{SL} &= \frac{1}{2} \int_0^{H-HL_0} k_{SL}(z_L) \{Y_G \\ &\quad - G_X \theta_G - v_L(z_L)\}^2 dz_L \\ V_{NR} &= \frac{1}{2} \int_0^{H-HR_0} k_R(z_R) \{X_G - (G_Z \\ &\quad - HR_0 - z_R) \theta_G - u_R(z_R)\}^2 dz_R \\ V_{SR} &= \frac{1}{2} \int_0^{H-HR_0} k_{SR}(z_R) \{Y_G \\ &\quad + (B - G_X) \theta_G - v_R(z_R)\}^2 dz_R \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} V_{NB} &= \frac{1}{2} \int_0^B k_B \{Y_G + (x - G_x) \theta_G \\ &\quad - v_B\}^2 dx \\ V_{SB} &= \frac{1}{2} \int_0^B k_{SB} \{X_G + (H - G_z) \theta_G \\ &\quad - u_B\}^2 dx \end{aligned}$$

となる。

こうして求められた運動エネルギー K とばねの位置エネルギー V をラグランジュの運動方程式

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial q_S} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_S} \right) + \frac{\partial F}{\partial q_S} = Q_S, \quad L = K - V \quad (15)$$

に代入する。ここで、外力 Q_S はすでにばねのひずみエネルギーのなかに考慮されているので 0 である。また、散逸関数 F は複素剛性を考えることにより、ひずみエネルギーの中に考慮されているので、同様に 0 である。こうして、運動方程式は

$$[M] \{ \ddot{x}_G \} + [K] \{ x_G \} = \{ Y \} \quad (16)$$

と表現される。

剛体の応答は (16) 式を解くことにより求められるが、以下に示す解析結果は運動方程式の定常解のみを考えたものである。地震動に対する応答計算では、地震動の前後に十分な 0 区間を設けることによって、非定常解の影響を少なくすることができます。なお、運動方程式を導く過程は巻末の付記に示す。

(2) 動土圧の分布形と合力

(1) 運動方程式の作成においては、剛体の運動エネルギー

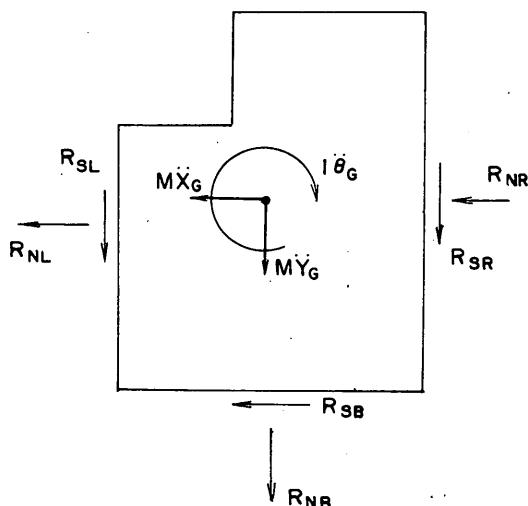


図-26 地震時に剛体に作用する力の概念図

及び地盤ばねのひずみエネルギーを求め、ラグランジュの運動方程式を用いて剛体の運動方程式を求めた。しかし、地震時の剛体の運動を検討する上では、運動方程式を我々が普段考えている慣性力や土圧の力の釣合から求めるほうが、理解しやすい。

今、地震時に剛体に作用する力を考えると、図-26 のようになる。図中の記号は以下のとおりである。

R_{NL} ：左側鉛直ばねによる力（動土圧合力）

R_{SL} ：左側せん断ばねによる力（摩擦力）

R_{NR} ：右側鉛直ばねによる力（動土圧合力）

R_{SR} ：右側せん断ばねによる力（摩擦力）

R_{NB} ：底面鉛直ばねによる力（動土圧合力）

R_{SB} ：底面せん断ばねによる力（摩擦力）

$$R_{NL} = \int_0^{H-HL_0} k_L(z_L) \{X_G - (G_z - z_L) \\ - HL_0\} \theta_G - u_L(z_L)\} dz_L$$

$$R_{SL} = \int_0^{H-HL_0} k_{SL}(z_L) \{Y_G - G_x \theta_G \\ - v_L(z_L)\} dz_L$$

$$R_{NR} = \int_0^{H-HR_0} k_R(z_R) \{X_G - (G_z - z_R) \\ - HR_0\} \theta_G - u_R(z_R)\} dz_R$$

$$R_{SR} = \int_0^{H-HR_0} k_{SR}(z_R) \{Y_G + (B \\ - G_x)\} \theta_G - v(z_R)\} dz_R$$

$$R_{NB} = \int_0^B k_B \{Y_G + (x - G_x) \theta_G - v_B\} dx$$

$$R_{SB} = \int_0^B k_{SB} \{X_G + (H - G_z) \theta_G \\ - u_B\} dx$$

ここで、積分の中味は土圧及び摩擦力の分布形を表している。地震時においてはこれらの外力と、剛体の慣性力が釣り合っているので、運動方程式は剛体の並進水平成分ならびに、鉛直成分及び、重心回りのモーメントの釣合を考えればよい。

水平成分の力の釣合

$$M \ddot{X}_G + R_{NL} + R_{NR} + R_{SB} = 0 \quad (18)$$

鉛直成分の力の釣合

$$M \ddot{Y}_G + R_{SL} + R_{SR} + R_{NB} = 0 \quad (19)$$

重心回りのモーメントの釣合

$$I \ddot{\theta}_G - R_{SL} G_x + (B - G_x) R_{SR} + (H \\ - G_z) R_{NB} + M_L + M_R + M_B = 0 \quad (20)$$

ここで、 M_L, M_R, M_B は剛体各面に働く鉛直ばねによるモーメントである。

根入れのある剛体構造物の地震時安定性に関する解析的研究

$$\left. \begin{aligned} M_L &= - \int_0^{H-HL_0} k_L(z_L) \{ X_G - (G_Z - z_L \\ &\quad - HL_0) \theta_G - u_L(z_L) \} \\ &\quad \times (G_Z - z_L - HL_0) dz_L \\ M_R &= - \int_0^{H-HR_0} k_R(z_R) \{ X_G - (G_Z \\ &\quad - z_R - HR_0) \theta_G - u_R(z_R) \} \\ &\quad \times (G_Z - z_R - HR_0) dz_R \\ M_B &= \int_0^B k_B \{ Y_G + (x - G_X) \theta_G \\ &\quad - v_B \} (x - G_X) dx \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

である。また、それぞれの面に働く動土圧合力の作用位置 d_L, d_R, d_B は

$$\begin{aligned} M_L &= d_L R_{NL} \\ M_R &= d_R R_{NR} \\ M_B &= d_B R_{NB} \end{aligned} \quad (22)$$

より、求められる。ここで、

d_L : 剛体重心から左側鉛直動土圧合力の作用位置までの鉛直距離（下向きが正）

d_R : 剛体重心から右側鉛直動土圧合力の作用位置までの鉛直距離（下向きが正）

d_B : 剛体重心から底面鉛直動土圧合力の作用位置までの水平距離（右向きが正）

こうして得られる運動方程式は 4.3(1) で求めたものと全く同じものであるが、剛体に働く力の釣合関係は我々が震度法で考えている力の釣合と対応させて考えることができる。すなわち、運動方程式を解いて得られる X_G, Y_G, θ_G の時刻歴を式(17)に代入すれば、動土圧合力と分布形の時刻歴が求められることになる。

(3) 自由地盤の応答変位

自由地盤の応答変位を求める方法は、深さ方向の時刻歴が求められるものであれば、基本的にどのような方法を用いてもよい。しかし、本報告では応答特性の定性的把握に重点を置いているので、重複反射理論を用いる。また、自由地盤の応答変位は左右 2 断面および構造物直下の合計 3 断面を考えることとした。

左右の自由地盤に角振動数 ω の正弦的波動が入射する第 N 層の応答変位は、第 N 層の上面を原点とし下向きの座標 z_n を用いて、

$$u(z, t) = E_n e^{i(k^* z_n + \omega t)} + F_n e^{-i(k^* z_n - \omega t)} \quad (23)$$

ここで、 E_n : 第 n 層における入射波の振幅

F_n : 第 n 層における反射波の振幅

k^* : 複素波数

$$k^{*2} = \frac{\rho \omega^2}{G^*}, \quad G^* : \text{複素せん断弾性係数}$$

と表現される。また、底面における応答変位 u_B は、剛体のない場合、すなわち剛体底面を地表面と見なした場合の応答を考えるので、

$$u_B(t) = 2E_B e^{i\omega t} \quad (24)$$

E_B : 剛体底面を地表面と見なしたときの底面における入射波の振幅

と表現される。(23), (24) 式を用いることにより運動方程式は解析的に解けることになる。

なお、以下の解析では自由地盤の上下動は考慮しないこととする。

(4) 地盤ばね係数及び減衰係数

本解析では、地盤ばね係数及び減衰係数は、複素剛性として定式化した。

一般に、動的解析に用いる地盤ばね係数の値は静的な地盤ばね係数とは異なる値をとる。なぜならば、動的地盤ばね係数は、土の性質の他にひずみレベル、載荷速度、振動の繰り返し回数、構造物の寸法形状などに依存するからである。更に、複素剛性の定義が“質量の 0 の構造物が単位の変位（この場合は単位の動的変位、例えば単位振幅の正弦的運動）をしたとき、構造物が地盤から受ける抵抗力”であることを考えると、複素剛性は地盤の振動特性の影響を受けると予想される。

基礎構造物一地盤系の動的解析で利用する地盤の剛性に関する研究には、Beredugo, Novak⁴⁶⁾の研究や円筒基礎を対象とした田治見⁴⁷⁾の研究がある。Beredugo らの研究では、地盤の複素剛性が周波数に依存しない形で表されている。一方、田治見の研究は、弹性波動理論を応用して、表層が構造物の地震応答に及ぼす影響について理論的考察を行ったもので、基礎に対する地盤の複素剛性は、表層地盤の固有振動数の関数として表現されている。また、土岐ら⁴⁸⁾は、井筒基礎の起震実験から得られた複素剛性と弹性波動理論から得られる複素剛性を比較し、定性的傾向が一致することを示している。また、原田ら⁴⁹⁾は、地中円筒基礎の動的ばね係数と減衰係数を提案している。

本解析モデルで用いる複素剛性も、構造物と自由地盤を結びつけるものであるから、構造物の周辺地盤を構成する土の復元力特性や減衰特性をなるべく実際の現象に近い形で考慮する必要がある。しかし、本報告が、地震動の場所的な位相差が構造物の地震応答に及ぼす影響を定性的に調べることを主目的としていることを考えて、簡単に次のように設定した。なお、複素剛性の値は定量的な現象の検討には、重要な意味を持つと考えられるので、本報告の結果を踏まえて別の機会に検討することと

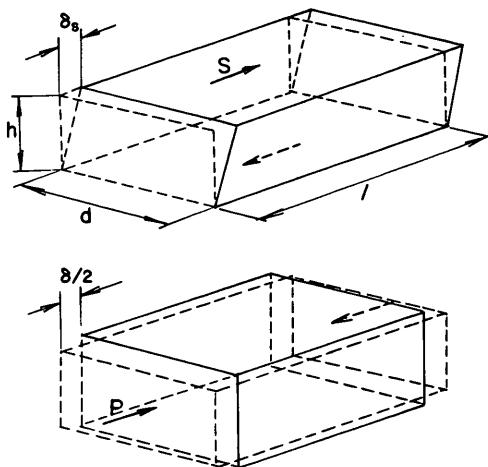


図-27 地盤ばね係数の考え方

した。

1) 復元力特性

単位長さ当たりの鉛直地盤ばね係数の値は、既往の理論的、実験的な結果を考慮して、地盤のせん断波速度 $V_s = 100\text{m/sec}$ に対応する値として 3000t/m^3 を設定した。

せん断地盤ばね係数と鉛直地盤ばね係数の値の比を、道路橋示方書・同解説⁵⁰⁾と本四連絡橋公団の耐震設計基準・同解説⁵¹⁾を参考にして $1/3$ とした。また、地盤構成が 100m/sec 以外のときは、次のように考えた。

単位奥行を持つ構造物の周辺地盤要素にせん断力や鉛直力が加わると、要素は図-27に示すように変形する。要素が線形の材料特性を持つとすると、応力とひずみの関係は

$$\begin{aligned}\tau &= G \cdot \gamma \\ \sigma &= E \cdot \epsilon\end{aligned}\quad \left.\right\} \quad (25)$$

と表される。ここで、

$$\begin{aligned}\tau &: \text{せん断応力} \\ \sigma &: \text{鉛直応力} \\ G &: \text{せん断弾性係数} \\ E &: \text{ヤング率} \\ \gamma &: \text{せん断ひずみ} \\ \epsilon &: \text{鉛直ひずみ}\end{aligned}$$

である。一方、荷重と地盤ばね係数との関係及び、荷重と応力の関係は、

$$\begin{aligned}S &= K_s \cdot \delta_s = \tau \cdot A_s \\ P &= K \cdot \delta = \sigma \cdot A\end{aligned}\quad \left.\right\} \quad (26)$$

である。

S : せん断力

P : 鉛直力

K_s : せん断地盤ばね係数

K : 鉛直地盤ばね係数

A_s : 面積 ($A_s = d \cdot l$)

A : 面積 ($A = d \cdot h$)

δ_s : せん断変位

δ : 鉛直変位

また、変形が微小な場合、変形とひずみには次の関係がある。

$$\begin{aligned}\delta_s &= \gamma \cdot h \\ \delta &= \epsilon \cdot l\end{aligned}\quad \left.\right\} \quad (27)$$

(25)～(27)式から、地盤ばね係数は

$$\begin{aligned}K_s &= G \cdot \frac{A_s}{h} \\ K &= E \cdot \frac{A}{l}\end{aligned}\quad \left.\right\} \quad (28)$$

と表現される。すなわち、せん断地盤ばね係数と鉛直地盤ばね係数は、それぞれ G と E に比例する。ところで、せん断弾性係数とせん断波速度の関係は、弾性論から

$$G = \rho V_s^2 \quad (29)$$

ρ : 質量密度

であるから、せん断地盤ばね係数は ρV_s^2 に比例することになる。以上から、質量密度が同一なときせん断波速度 V_s に対応する地盤ばね係数 K は、

$$K = 3000 \cdot \left(\frac{V_s}{100}\right)^2 \quad \text{単位 t/m}^3 \quad (30)$$

とした。このようにして決定された地盤ばね係数は、複素剛性の実部に対応する。

2) 減衰特性

減衰特性は、地盤材料の内部減衰や、波動が構造物から周辺地盤へ散逸することによる逸散減衰などを考慮する必要がある。逸散減衰は、弾性波動理論から周辺地盤の固有振動数に依存し高振動数領域で大きくなることが知られている。また、土の内部減衰は、動的な土質試験から大ひずみ領域で大きくなることが知られている。しかし、減衰の機構は複雑で未解決の部分が多く、減衰の取扱によっては解析モデルの計算結果に大きな影響ができる場合も考えられる。そこで、本報告においては、深さ方向に位相差のある地動が構造物の地震応答に及ぼす影響について調べることを主目的としているので、地盤ばねの減衰は考慮しないこととした。すなわち、複素剛性的虚数部は 0 とした。

なお、本解析モデルにおいて減衰を考慮する場合に

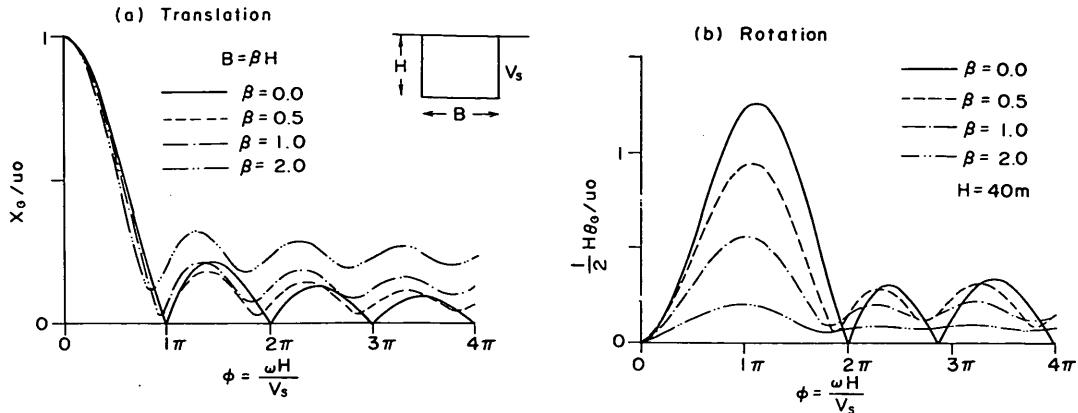


図-28 有効入力地震動に及ぼす剛体の寸法比の影響

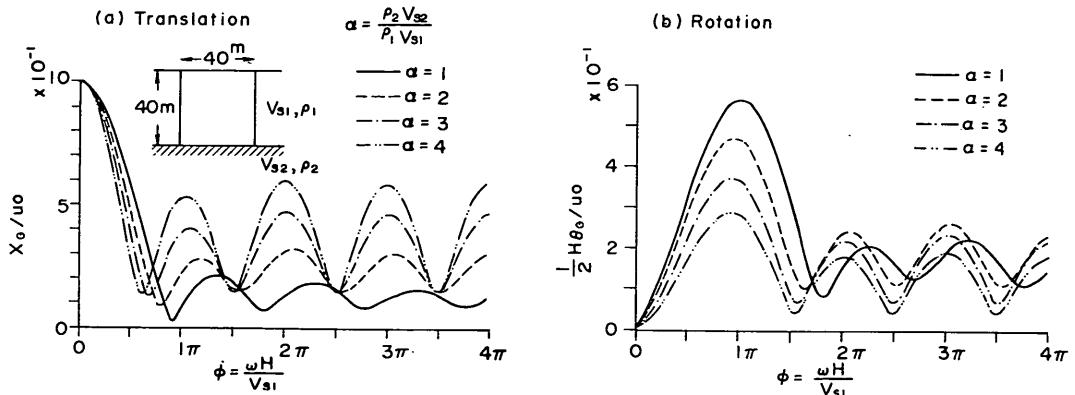


図-29 有効入力地震動に及ぼす底面地盤ばね係数の影響

は、自由地盤の応答については内部減衰が、また地盤ばねについては、逸散減衰が支配的であると考えられる。

5. 解析結果

本章においては、4.で説明した解析モデルを用いて剛体構造物の地震時挙動を定性的に検討する。

5.1 有効入力地震動の検討

有効入力地震動とは、(2)式からわかるように剛体の慣性力の影響の入らない場合の剛体の応答であり、地盤ばね係数の値によらず、剛体の寸法形状や自由地盤の変位分布、地盤ばね係数の分布形に依存する。

(1) 剛体の寸法形状の効果

剛体の幅 B と高さ H の比 $\beta = B/H$ をパラメーターにして、有効入力地震動の位相差 ϕ に対する依存性を示したのが図-28である。位相差 ϕ とは、地震外力を受ける剛体の天端と下端の深さの位置における地盤の地震動の位相差であり、

$$\phi = \frac{\omega H}{V_s} \quad \text{と定義する。}$$

なお、多層地盤の場合は、地盤各層における上端と下端の位相差の和と定義する。

図-28は、高さ H 幅 B のく形の剛体が、左右対称の V_s 一様な地盤中に存在している場合のものであり、図中の(a), (b)はそれぞれ、剛体重心の水平並進変位 X_G 、回転に伴う構造物上端の水平変位 $\frac{1}{2}H\theta_G$ (以下簡単に水平並進成分及び回転成分と記す) の自由地盤表層の応答変位に対する応答倍率を示している。剛体の運動は、位相差が $0 \sim 2\pi$ の領域で顕著な変化がみられ、その後一様な変動を示している。剛体の幅が高さに比べて大きくなると、位相差 π 以降のピークは、並進成分は大きくなり、回転成分は逆に小さくなっている。このような有効入力地震動の変化のようすは、同位相で入力する底面からの地震力と深さ方向に位相差を持つ構造物側面からの地震力のバランスとして説明される。すなわち、幅が大きくなると同位相で入力する底面からの地震力が側面からの

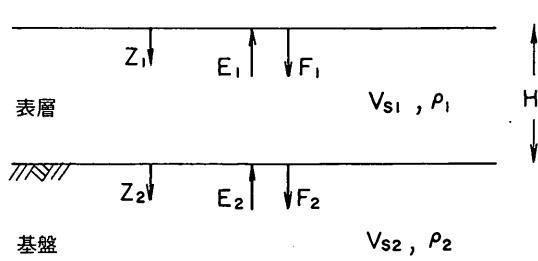


図-30 地盤モデル

地震力よりも大きな影響を持ち、その結果 $\pi < \phi$ の領域で並進成分の応答は大きくなり、回転成分は逆に小さくなるのである。この結果から、根入れが深くて軟弱地盤にある構造物ほど、側面からの波動の影響は構造物側面で相殺され、自由地盤表層に対する水平並進成分の応答倍率は低い振動数から小さくなると考えられる。

(2) 着底地盤の剛性の効果

軟弱地盤中に構造物を建造するとき、支持力の十分にある地盤をその基礎にすることが多い。図-29(a), (b) は、底面のせん断波速度を、側面のせん断波速度の α 倍にしたとき、有効入力地震動の自由地盤表層に対する応答倍率がどのように変化するかを調べたものである。図は、剛体の高さと幅が等しいプロポーションを持つ構造物の場合である。底面のばねを強くする効果は、幅を広げる効果とほぼ等しいことがわかる。底面の地盤ばねが強くなることによって、底面から同位相で入力される地震力の効果が顕著になる。また、回転成分については第1ピークは小さくなるが、第2ピーク以降は逆に大きくなっている。

地盤の剛性が異なると、剛性の異なる地層の境界面で地震波は反射・屈折を繰り返し增幅特性が変化することが知られている。今、図-30 に示すように、基盤上に軟弱層が堆積しているような地盤を考えると、基盤における入射波が地表層でどのように増幅されるかは、次のように表される。

地盤を弾性体とすれば、重複反射理論から、表層の水平変位、せん断応力は、

$$u_1(z_1, t) = E_1 e^{i\omega(t + \frac{z_1}{V_{S1}})} + F_1 e^{i\omega(t - \frac{z_1}{V_{S1}})} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \tau_1(z_1, t) &= G_1 \frac{\partial u_1}{\partial z_1} \\ &= i\omega \rho_1 V_{S1} \{ E_1 e^{i\omega(t + \frac{z_1}{V_{S1}})} - F_1 e^{i\omega(t - \frac{z_1}{V_{S1}})} \} \end{aligned} \quad (32)$$

と表される。基盤層の変位とせん断応力も同様に、

$$u_2(z_2, t) = E_2 e^{i\omega(t + \frac{z_2}{V_{S2}})} + F_2 e^{i\omega(t - \frac{z_2}{V_{S2}})} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \tau_2(z_2, t) &= G_2 \frac{\partial u_2}{\partial z_2} \\ &= i\omega \rho_2 V_{S2} \left\{ E_2 e^{i\omega(t + \frac{z_2}{V_{S2}})} - F_2 e^{i\omega(t - \frac{z_2}{V_{S2}})} \right\} \end{aligned} \quad (34)$$

と表現される。

上式に、次の境界条件を代入する。

- (1) 地表面でのせん断応力が 0

$$\begin{aligned} \tau_1(0, t) &= 0 \text{ より} \\ E_1 &= F_1 \end{aligned} \quad (35)$$

- (2) 境界面での変位が連続

$$\begin{aligned} u_1(H, t) &= u_2(0, t) \text{ より} \\ E_2 + F_2 &= 2E_2 \cdot \cos \phi_1 \end{aligned} \quad (36)$$

$$\phi_1 = \frac{\omega H}{V_{S1}}$$

- (3) 境界面でのせん断応力が連続

$$\begin{aligned} \tau_1(H, t) &= \tau_2(0, t) \text{ より} \\ E_2 - F_2 &= i \cdot \frac{\rho_1 V_{S1}}{\rho_2 V_{S2}} \cdot 2E_1 \cdot \sin \phi_1 \end{aligned} \quad (37)$$

よって、基盤の入射波の振幅に対する地表面の応答倍率は、(35)～(37)式から

$$\left| \frac{2E_1}{2E_2} \right| = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \phi_1 + \left(\frac{\sin \phi_1}{\alpha} \right)^2}} \quad (38)$$

$$\text{ここで, } \alpha = \frac{\rho_2 V_{S2}}{\rho_1 V_{S1}}$$

であり、 $\phi_1 = (2n-1)\pi/2$ のとき、(38) 式は最大値 α をとる。図-31 に、地盤の增幅特性を示す。図-32 は、有効入力地震動の底面に入射する波の振幅に対する応答倍率を示している。有効入力地震動の底面に入射する波

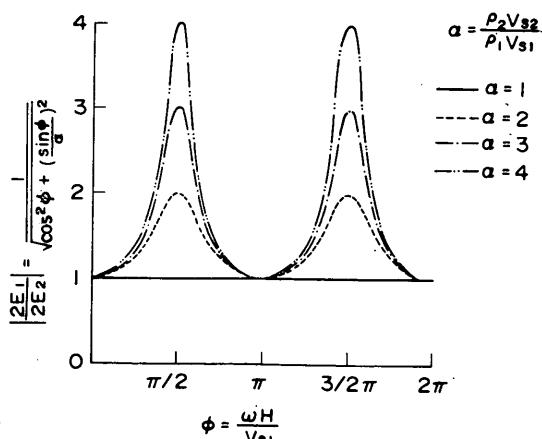


図-31 表層地盤の増幅特性

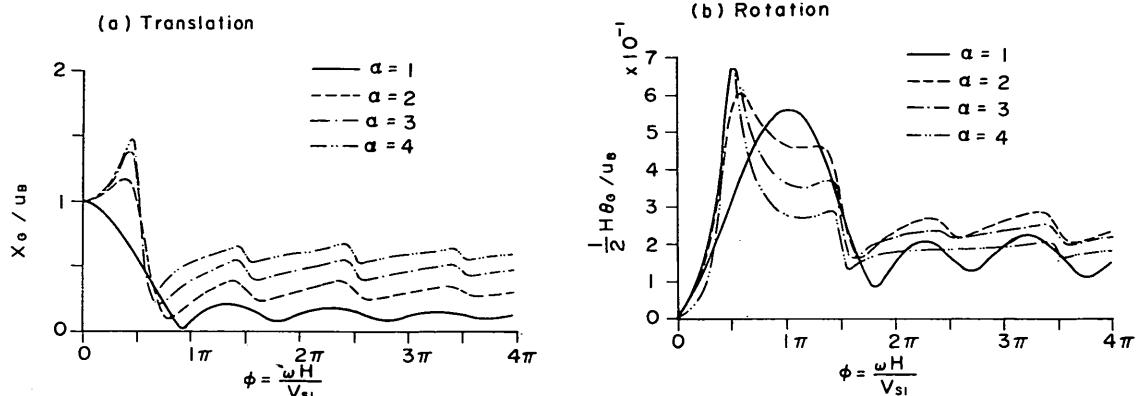


図-32 有効入力地震動に及ぼす表層地盤の増幅特性の影響

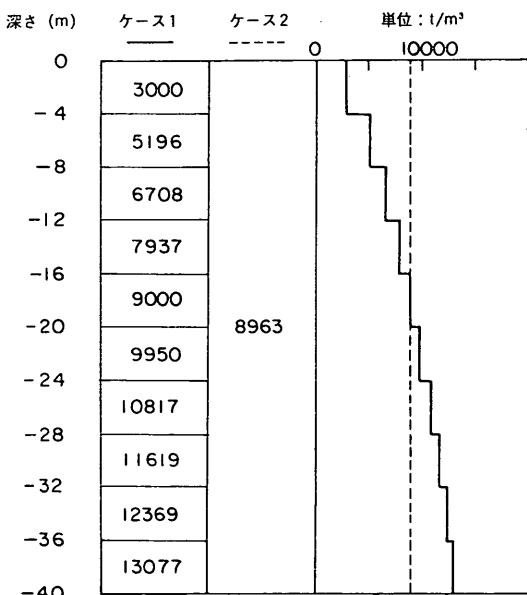


図-33 計算に使用した地盤ばねの分布形

の振幅に対する応答倍率は、図-29と図-31の積で表されている。すなわち、剛体の応答は、 $\pi/2$, $3\pi/2$ ……の所でピークを示す地盤の振動特性の影響を受けている。特に、並進水平成分では地盤の一次の、また、回転成分については地盤の一次及び二次のモードの影響が大きいと言える。このことから、剛性の高い地盤上に着底した埋設剛体構造物の基礎地盤への入射波に対する地震応答は、構造物自身の固有振動数とは別に、表層地盤の一次及び二次の固有振動数付近で大きく増幅されることが予想される。この結果は、土岐らが実施した埋設井筒基礎の模型振動実験結果⁵²⁾とも、定性的に一致する。

(3) 側方の地盤ばね係数の分布形の効果

普通の地盤においては、深度が増すにつれて土の受け拘束圧力が増すので、深い所にある地盤ほど硬い地盤になると考えられる。つまり、構造物側方の地盤ばね係数は深いところほど大きいと考えられる。そこで、地盤ばね係数を深さ方向に大きくさせて、側方の地盤ばね係

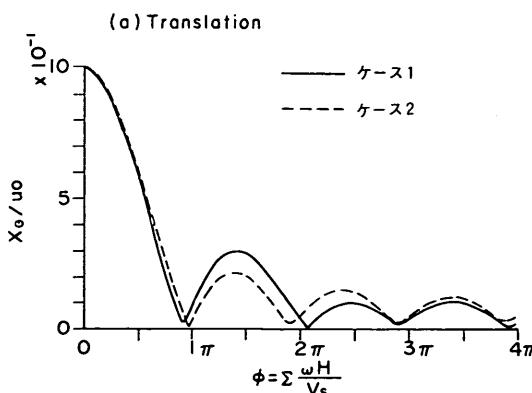


図-34 有効入力地震動に及ぼす地盤ばね係数の分布形の影響

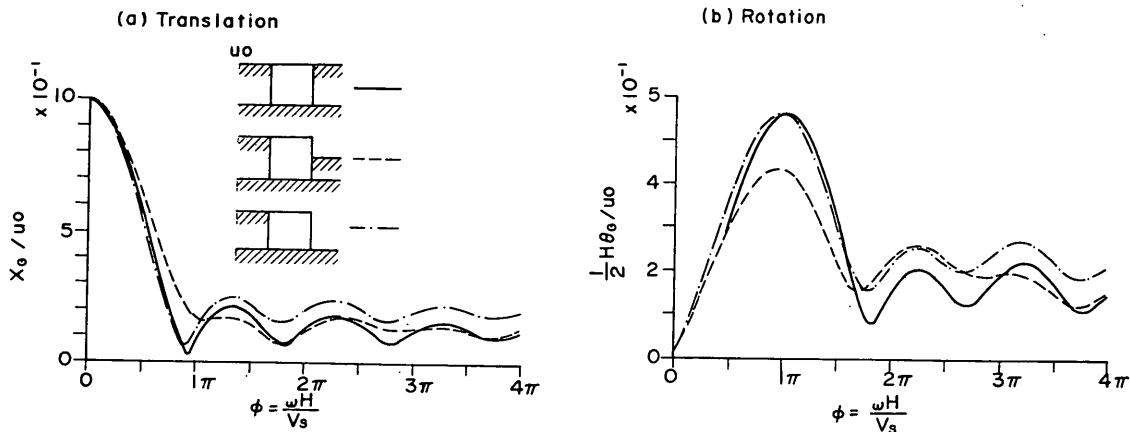
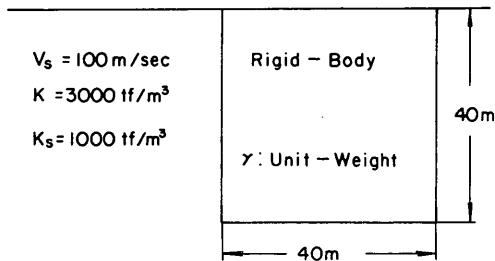


図-35 有効入力地震動に及ぼす系の非対称性の影響



Example Problem

図-36 解析例

数の分布形の効果を検討した。計算に用いた地盤ばねの分布形を 図-33 に示す。ケース 1 は、地盤を 10 層に分割し、各層の地盤ばね係数が深さの 0.5 乗に比例すると考えたものである。具体的には、地表面下 2 m の位置に地盤ばね係数を 3000 tf/m^3 と仮定し、次式によって設定した。

$$k = 3000 \cdot \left(\frac{z}{2}\right)^{0.5} \quad \text{単位: } \text{tf/m}^3$$

z : 分割した各層の中間における深さ (m)

また、ケース 2 はケース 1 の地盤ばね係数を平均し、一様にしたものである。図-34(a)(b) は、それぞれのケースの有効入力地震動の自由地盤表層に対する応答倍率を示している。

ケース 1 とケース 2 を比較すると、並進水平成分の応答はほとんど同じであるが、回転成分の応答は異なる特性を示す。ケース 1 の回転成分の第 1 ピークは、ケース 2 のそれより小さいが、第 2 ピークは逆にケース 1 のほ

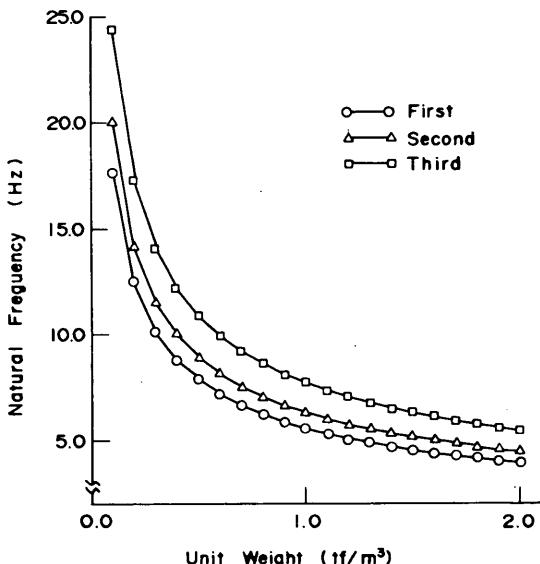


図-37 単位体積重量と固有振動数の関係

うが大きい。これは、周辺地盤から剛体に作用する力が(地盤ばね係数) × (地盤と構造物の相対変形量)で決まる結果であり、側方の地盤ばね係数が深さ方向に増すことによって、回転に寄与するモーメントが地盤ばね係数の分布形が、一様なケースのそれと異なるものになったからである。以上から、側方の地盤ばね係数が深さ方向に増すことは、転倒に対する安全性を増すことになると考えられる。

(4) 地盤-構造物系の非対称性の効果

岸壁などの護岸構造物においては、今まで取り扱って

きたように対称な地盤一構造物系ではなく、片側のみに地盤を有するような左右非対称な地盤一構造物系となる。図-35は構造物左側の地盤が全部埋まり、右側地盤が全部埋まっている場合、半分の場合、全部ない場合の有効入力地震動の左側自由地盤地表面に対する応答倍率を示している。まず、右側が全部埋まった場合（実線）と全部ない場合（一点鎖線）を比較すると、 $\pi < \phi$ の領域で並進成分、回転成分とともに一点鎖線のほうが実線よりも一様に応答倍率が大きくなっている。これは、全部ない場合のほうが底面から入力される同位相の地動の影響が相対的に強くなるためである。次に、右側が全部埋まった場合（実線）と半分だけ埋まった場合（破線）を比較すると、破線のほうが滑らかな変化になっている。これは、有効入力地震動が右側と左側で異なる地動の影響を受けているためである。すなわち、角振動数 ω の地動が入射したとき、左側の地盤の位相差は $\phi_L = \omega H / V_S$ であるのに対し右側の地盤の位相差は $\phi_R = \omega H / 2V_S = \phi_L / 2$ となり、左右の地動の位相差の影響が重なって、応答曲線が滑らかになったと考えられる。

5.2 質量効果の検討

質量効果を調べるために、(16)式の運動方程式を $[M] \neq 0$ のまま解いてやればよい。ここでは、例題として図-36の断面を考え、質量効果を検討する。

まず第一に、剛体の寸法形状はそのままで、剛体の単位体積重量を減らしていくことを考える。図-37は、剛体の単位体積重量の変化に伴う固有振動数の変化を示している。質量の低下に伴って固有振動数は高くなる。つまり、 $[M] = 0$ とした状態は、剛体の固有振動数が無限に大きくなった状態であり、外力が静的に入力されたものと等価である。よって、質量効果を検討するためには、固有振動数付近の応答がどのように有効入力地振動と異なるか調べれば良いことになる。

図-38(a)(b)は、剛体の単位体積重量を 1.6 t/m^3 としたとき並進水平成分、及び回転成分の自由地盤表層に対する応答倍率を示している。なお、このとき並進と回転の連成の固有振動数は 5 Hz と 6.1 Hz である。また、図中には入力する地震波に深さ方向の位相差を考慮せずに同位相とした場合の剛体の応答曲線（一点鎖線）、および

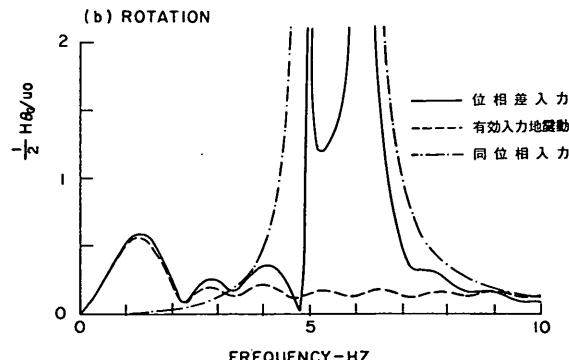
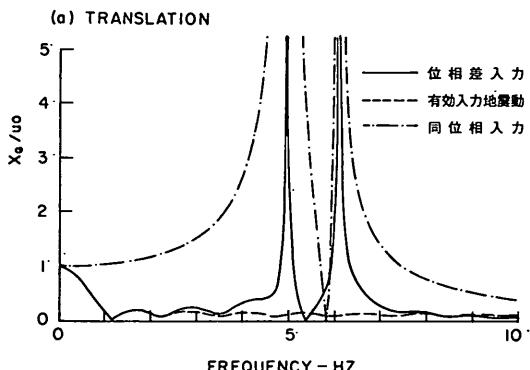


図-38 質量効果

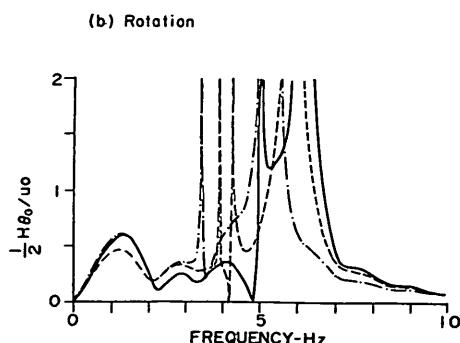
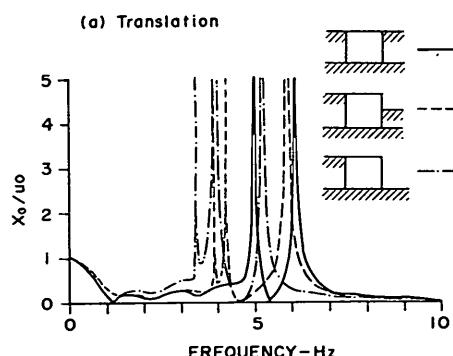


図-39 質量効果に及ぼす系の非対称性の影響

剛体の質量が 0 である有効入力地振動（破線）の結果も示した。剛体の側方各点で位相差をもって入力する地動に対する応答は、並進水平成分、回転成分ともに固有振動数から外れた領域では有効入力地振動と等しく、質量効果が小さいことがわかる。質量効果が顕著に現れるのは、共振振動数付近のみである。また、同位相入力と比較すると、並進水平成分では応答の損失が大きいのに対して、回転成分は固有振動数と外れた低い振動数領域で、同位相入力の応答よりも大きくなっている。並進水平成分では、側方からの地動が相殺され、結果として応答が小さくなり、回転成分においては、側方からの地動に位相差があるために、回転に寄与する項が大きくなり、応答が励起されたためである。先に、有効入力地振動の呼び方として“損失効果”という呼び方を採用しなかったのは、このように回転成分については、必ずしも損失効果とならないからである。また、位相差入力と同位相入力の共振振動数付近を比較すると、位相差入力の共振曲線は、その共振振動数付近のみに卓越が集中していることがわかる。

図-39(a)(b) は、非対称な地盤一構造物系が応答にどのように影響を与えるか調べたものである。図中に示すように、構造物の左側地盤は構造物の天端と同じ高さまでの地盤となっており、右側の地盤の状態は左側と同じく全部埋まっている場合、半分の場合、全くない場合を想定している。右側の地盤の厚さを小さくしていくと、地盤からの反力が小さくなるので固有振動数は低下して行く。前面に地盤を有する地中埋設構造物では、その固有振動数は前面に地盤を有しない構造物の固有振動数よりも大きいといえる。なお、非対称になると、固有振動数が 3 つになるが、これは剛体の上下動と回転動が連成するためである。

5.3 動土圧合力の検討

ここでは、図-36 の構造物一地盤系で剛体の単位体積

重量を 1.6 t/m^3 とした場合を例に、各振動数ごとに 1 cm の振幅を持つ正弦波を入射した場合について検討する。なお、ここで言うところの動土圧とは、静的な釣合位置からの土圧の増減を意味している。

(1) 動土圧合力について

図-40 は動土圧合力の周波数依存性を示している。(a) が剛体側面に作用する動土圧合力、(b) が剛体底面に働く摩擦力である。図中の実線は剛体の慣性力を考慮した場合、点線は慣性力を考慮しない場合（有効入力地震動）に対応するものであり、記号は図-26 に示したとおりである。なお、横軸は振動数 f になっているが剛体側面の地震動の位相差 ϕ とは、次の関係がある。

$$\phi = \frac{\omega H}{V_s} = \frac{2\pi f \cdot H}{V_s}$$

例えば、 $V_s = 100 \text{ m/sec}$, $H = 40 \text{ m}$ とすれば、 $\phi = 0.8\pi f$ となる。

図-40 を見ると剛体に作用する動土圧合力及び摩擦力の振幅は、剛体の固有振動数（5.0 Hz, および 6.1 Hz）付近で大きくなっていることがわかる。これは、剛体の慣性力と地盤反力（動土圧合力及び摩擦力）が釣り合っていることを考えれば、当然のことである。また、固有振動数を外れた領域では、質量がある剛体一地盤系の動土圧合力および摩擦力は、質量のない剛体一地盤系のそれらとほとんど差がない。このことは、剛体自身の固有振動数を外れると、剛体の慣性力の動土圧合力に及ぼす影響がほとんどないことを示している。また、その変化のようすは $\phi = \pi (f = 1.25 \text{ Hz})$ ごとに波をうっている。このことから、有効入力地震動に対応する動土圧合力及び摩擦力の大きさは、固有振動数を外れた領域では、剛体の運動よりも、むしろ地盤の変位モードに依存していることがわかる。

剛体構造物の地震時安定性を検討するとき、その破壊モードとして滑動 および 転倒 を考える。滑動に対して

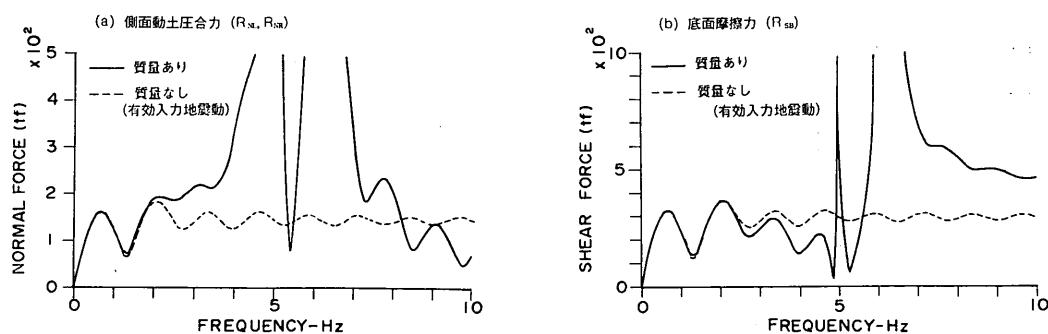


図-40 構造物に作用する動土圧合力及び摩擦力の振動数依存性

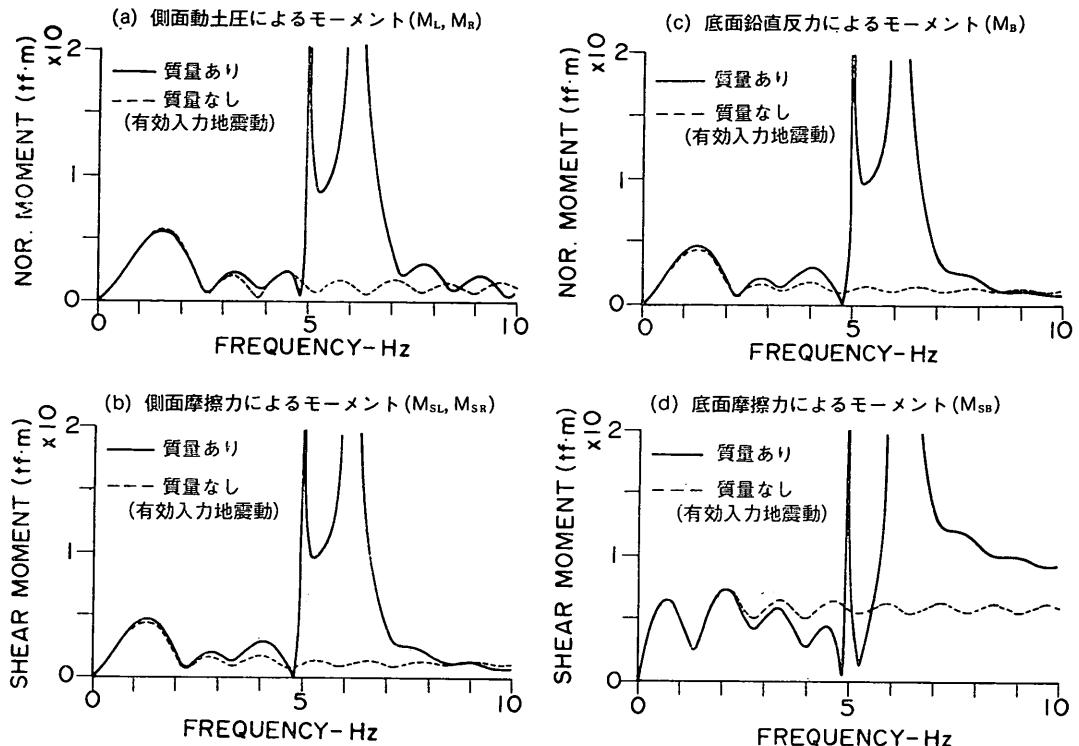


図-41 構造物に作用する外力モーメントの振動数依存性

は、前述のように構造物に作用する水平方向の力が問題となる。一方、転倒に関しては、構造物に作用するモーメントが問題になる。図-41 は、構造物に作用する動土圧及び周面の摩擦力による重心回りのモーメントの周波数依存特性を示したものである。基本的に、動土圧合力及び摩擦力の周波数依存特性と同じことが言える。また、高い振動数領域を比較すると (d) の底面摩擦力によるモーメントの値が他のモーメントの値に比較して大きく、剛体のモーメントの釣合に支配的であることがわかる。

なお、図-40において、側方の動土圧合力の 2 倍（左右地盤の動土圧合力の和）と摩擦力の大きさを比較すると、前者のはうが大きい振動数領域がある。この動土圧合力と摩擦力の差が慣性力になるとを考えると、慣性力と動土圧の間に位相差があることを意味している。すなわち、最大慣性力作用時に最大の動土圧が作用しているという震度法の考え方と明らかに異なっている。構造物の慣性力と動土圧合力の位相差については、次節 5.4 において検討する。

(2) 動土圧合力の最大値と慣性力の最大値の関係

ここでは震度法で考えているように、動土圧合力およ

び慣性力の最大値を外力と考えた場合に、両者がどのような割合であるかを検討する。すなわち、動土圧合力の外力としての百分率は次式によって算定する。

$$\frac{|R_{NL}|_{\max} + |R_{NR}|_{\max}}{|M\ddot{X}_G|_{\max} + |R_{NL}|_{\max} + |R_{NR}|_{\max}} \times 100 (\%)$$

式中の記号は、図-26 に示したとおりである。図-42 (a) は、図-36 に示した例題に対して、動土圧合力と慣性力の割合を示したものである。5 Hz 以下の低い振動数領域においては、動土圧合力が支配的であるのに対して、5 Hz 以上の高い振動数領域においては、慣性力が支配的となってくる。このように動土圧の最大値と慣性力の最大値の占める割合が、振動数によって異なるのは、動土圧が周辺地盤と構造物の相対変位に依存するのに対して、慣性力が構造物の絶対加速度に比例するためと思われる。また、その変化のようすは周辺地盤の地動の分布形に影響されているが、低い振動数ほど動土圧合力の割合が大きいという傾向を大きく変えるものではない。また、共振振動数付近で特に慣性力の割合が大きくなるということもない。

しかしながら、これらの特性は地盤ばねの大きさや、

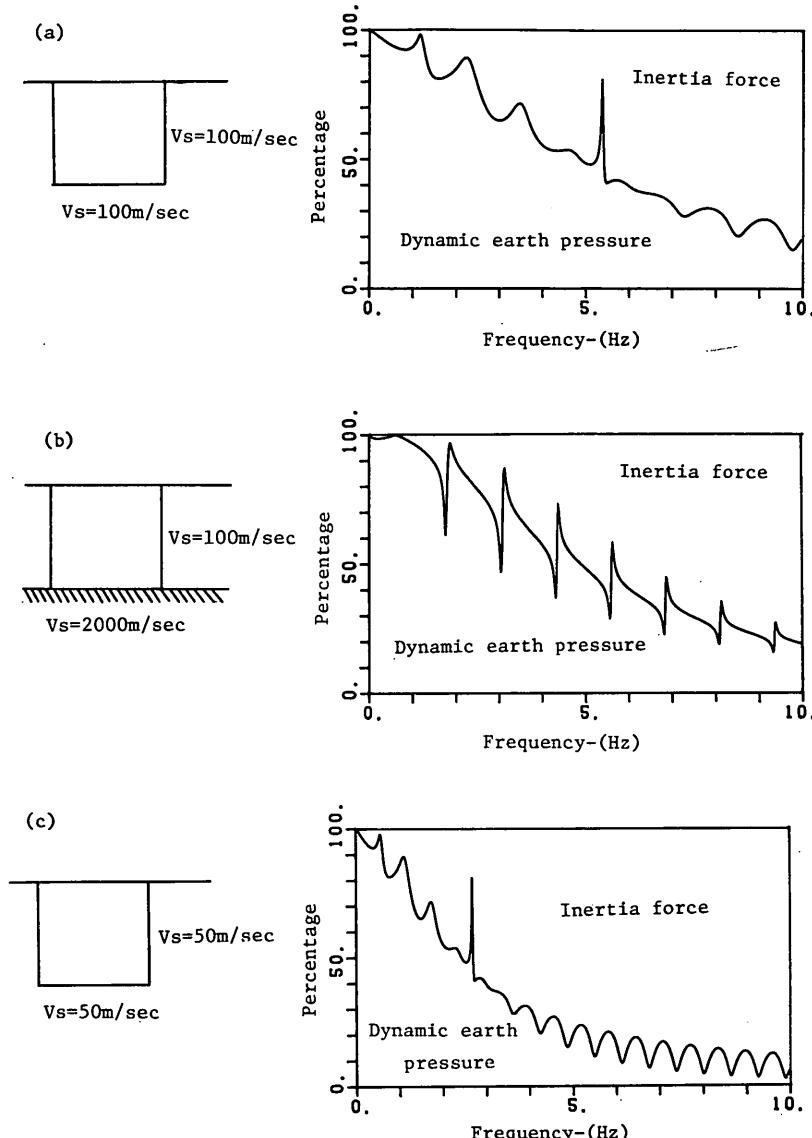


図-42 動土圧合力の最大値と慣性力の最大値の関係

底面の地盤ばねと側面の地盤ばねの強さの相対的関係によって、異なると考えられる。そこで、側方地盤のせん断波速度を 100 m/sec にしたままで着底地盤のせん断波速度を 2000 m/sec とした場合(図-42(b))と、側面および底面ともにせん断波速度を 50 m/sec とした場合(図-42(c))の計算を実施した。地盤ばね係数の算定は(30)式に示したとおりなので、(b)の場合は底面の地盤ばねの係数の値は側面の 400 倍となる。一方、(c)の場合には図-36 の例題に比較して、地盤ばね係数の値が側面及び底面と

もに $1/4$ になっている。

図-42(b)を見ると、動土圧合力の割合が高い振動数領域ほど小さくなっていくようすは、(a)の場合とほとんど変わらない。しかし、図-42(c)においては、動土圧合力の占める割合は(a)の場合よりも低い振動数領域から小さくなっている。すなわち、動土圧合力と慣性力の最大値の占める割合の関係は、側面の地盤ばねの大きさに依存し、地盤ばね係数の値が大きいほど、高い振動数領域まで動土圧が支配的になると考えられる。逆に言えば、側

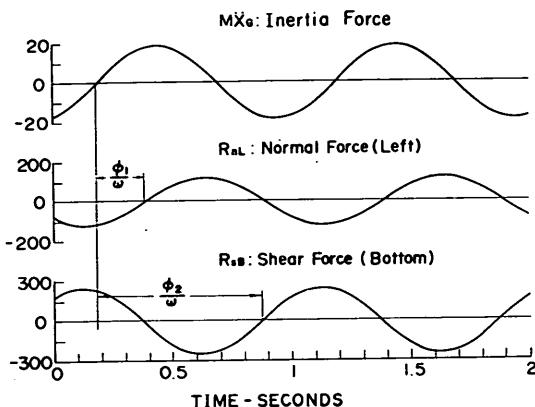


図-43 構造物に作用する慣性力、動土圧合力、底面摩擦力の時刻歴（1 Hz の正弦的外力が作用したとき）

面の地盤ばねが弱いほど慣性力が支配的となる。

例えば、地震動の卓越振動数領域が1～3 Hz程度の領域であると考えると、構造物の地震時安定性に関しては動土圧の影響が大きいと言える。

以上の関係は、慣性力と動土圧合力の位相差を考慮していないことに注意する必要がある。

5.4 慣性力と動土圧合力の位相差の検討

本節においても、図-36 の地盤一構造物系を例にして剛体の慣性力と動土圧合力の位相差について検討する。

(1) 並進運動について

図-43は、1 cm の振幅を持つ1.0 Hz の波が地盤に入射した場合の剛体側面に働く慣性力及び、動土圧合力、摩擦力の時刻歴を示している。各時刻において、先の釣合方程式(18)を満たしていることは言うまでもない。剛体の慣性力に対する動土圧合力、摩擦力の位相差を図中に示しておく。この剛体の慣性力に対する動土圧合力、摩擦力の位相差は、各周波数について求めることができる。図-44は、剛体側面の動土圧合力および底面

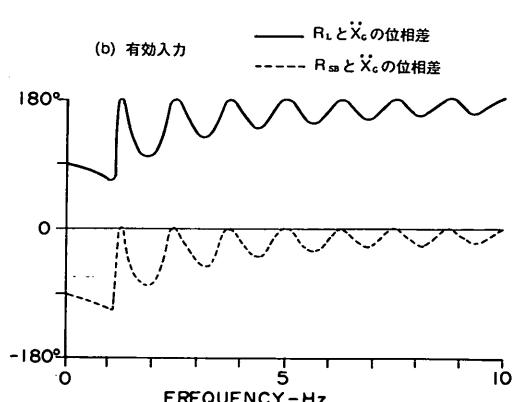
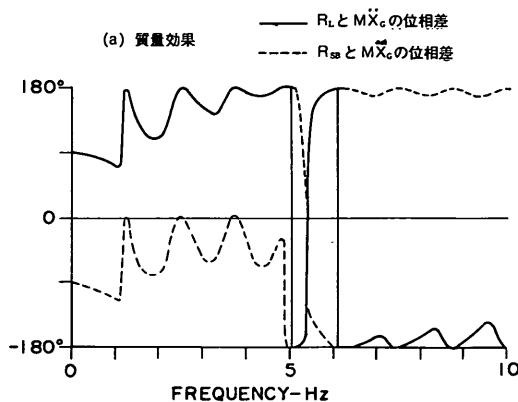


図-44 水平慣性力と動土圧合力及び底面摩擦力の位相差

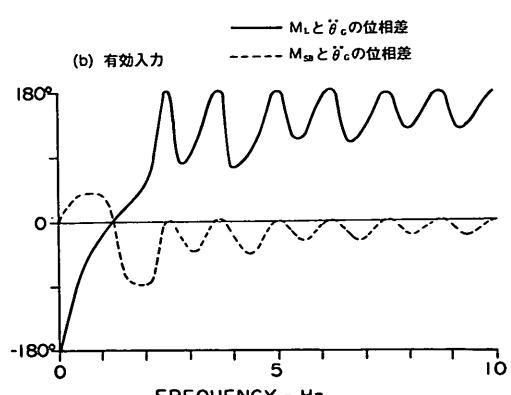
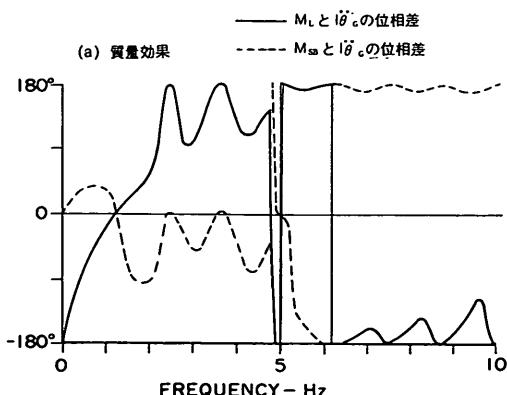


図-45 回転慣性力と動土圧及び底面摩擦力によるモーメントの位相差

摩擦力の、剛体慣性力および、質量のない剛体の応答加速度に対する位相差を周波数ごとに示したものである。(a)が剛体の質量を考慮したもの、(b)が質量を考慮しない有効入力地震動に対応するものである。図から次のことがわかる。

- 1) 有効入力地震動において(図-44(b)), 動土圧合力と底面摩擦力は逆位相である。これは、運動方程式からも自明である。
- 2) 有効入力地震動において(図-44(a))), 剛体側面に作用する地盤の位相差が $n\pi$ ($f = 1.25 \cdot n \text{ Hz}$, $n = 1, 2, \dots$) になると動土圧合力は剛体の加速度応答に対して逆位相になる。また、摩擦力は加速度応答に対して同位相になる。これは、 $\phi = n\pi$ のとき外力の虚数部分が 0 となるために並進運動と回転運動が同位相になることに起因する。
- 3) 有効入力地震動において(図-44(b)), 地盤の位相差が π より小さい領域では剛体の加速度応答と動土圧合力は 90° の位相差がある。
- 4) 図-44(a), (b) からわかるように、固有振動数を外れた低い振動数領域の動土圧合力と底面摩擦力は、質量がある場合とない場合とで、ほとんど差が見られない。すなわち、この領域では慣性力の位相差に及ぼす影響は少ない。

5) 剛体質量がある場合(図-44(a)), 剛体の固有振動数より小さい振動数領域では、慣性力と動土圧合力は、逆位相、慣性力と底面摩擦力は同位相である。また、剛体の固有振動数より高い振動数領域では、底面摩擦力と動土圧合力はともに慣性力と逆位相に近くなる。

- 6) 固有振動数付近では、慣性力と動土圧合力は逆位相になる(図-44(a))。

このように解析モデルから得られる慣性力と動土圧合力の位相関係は、震度法の考え方と著しく異なる結果となつた。実際の現象においても震度法で考えているように、構造物に作用する慣性力と、側面に働く動土圧は、同位相ではないと同時に、底面の摩擦力も慣性力と逆位相ではなく、地盤の振動特性と構造物自身の固有振動数に大きく依存すると思われる。

(2) 回転運動について

図-45 は、図-44 と同様に剛体側面に働く動土圧による重心回りのモーメント、及び底面の摩擦力による重心回りのモーメントの回転慣性力に対する位相差を示したものである。図-44 と同様に、構造物に作用する回転慣性力と、側面に働く動土圧によるモーメントは、同位相ではない。なお、側面に働く摩擦力及び底面反力は、地盤の上下動を考慮していないので回転慣性力と逆位相である。

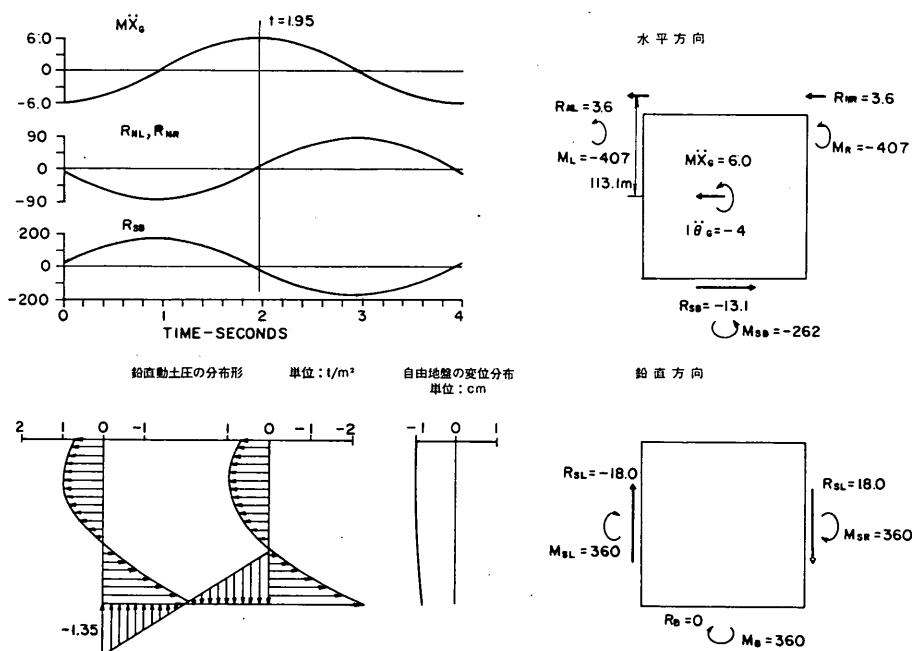


図-46 剛体慣性力最大時の力の釣合と動土圧分布 (0.25 Hz)

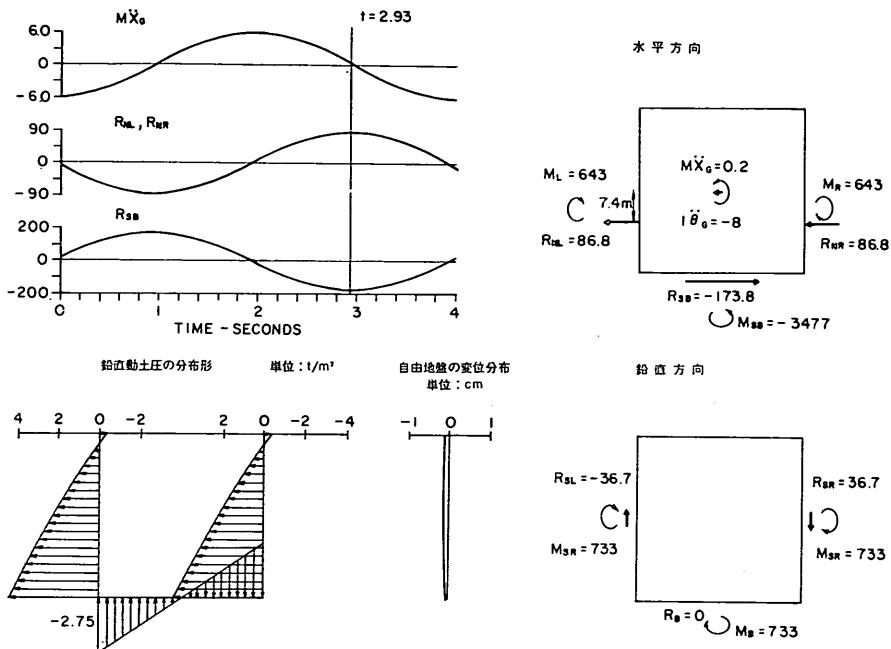


図-47 側方動土圧合力最大時の力の釣合と動土圧分布 (0.25 Hz)

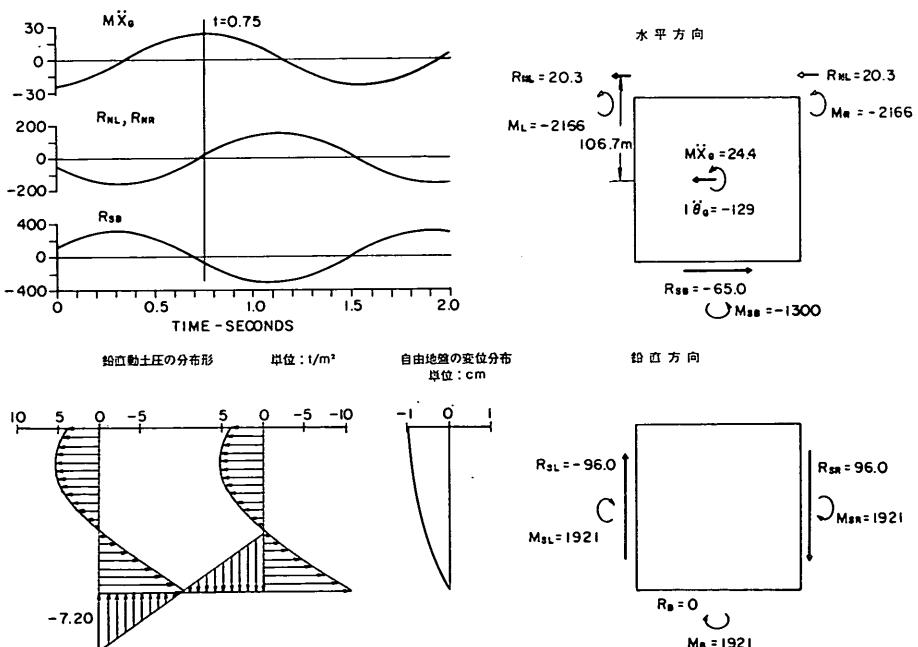


図-48 剛体慣性力最大時の力の釣合と動土圧分布 (0.625 Hz, $\phi = \pi/2$)

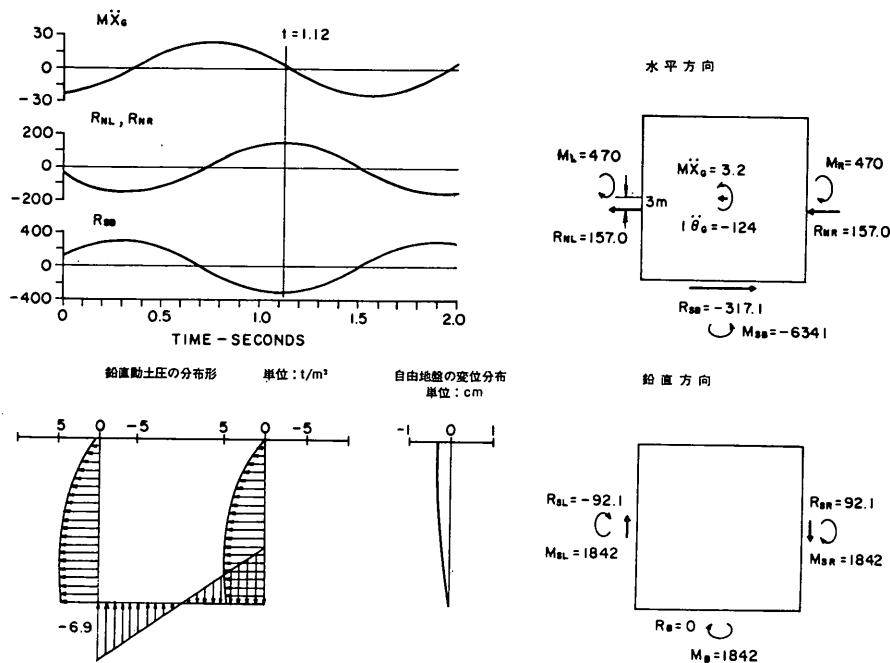


図-49 側方動土圧合力最大時の力の釣合と動土圧分布 (0.625 Hz , $\phi = \pi/2$)

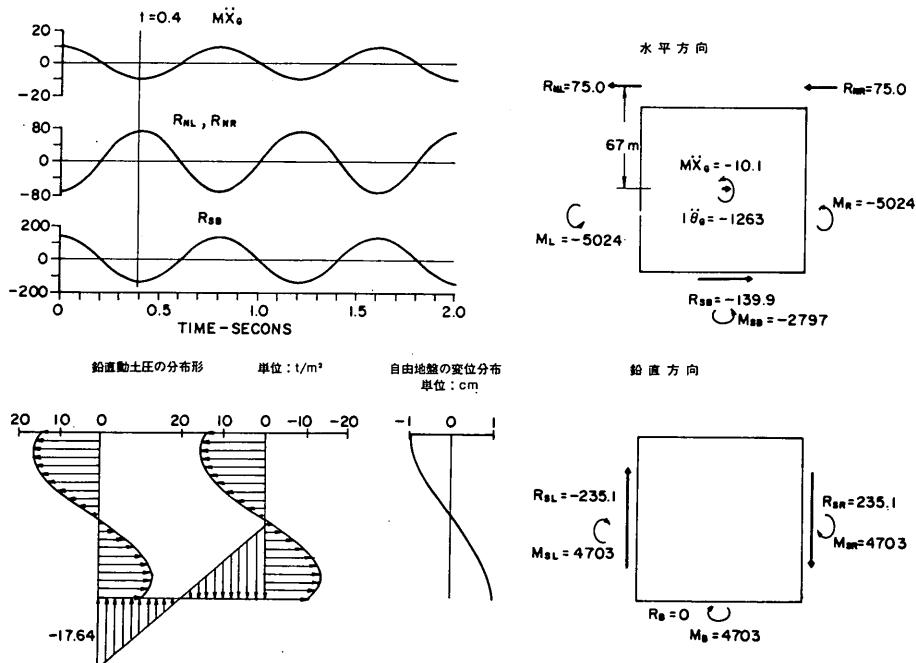


図-50 側方動土圧合力最大時の力の釣合と動土圧分布 (1.25 Hz , $\phi = \pi$)
(剛体慣性力最小时)

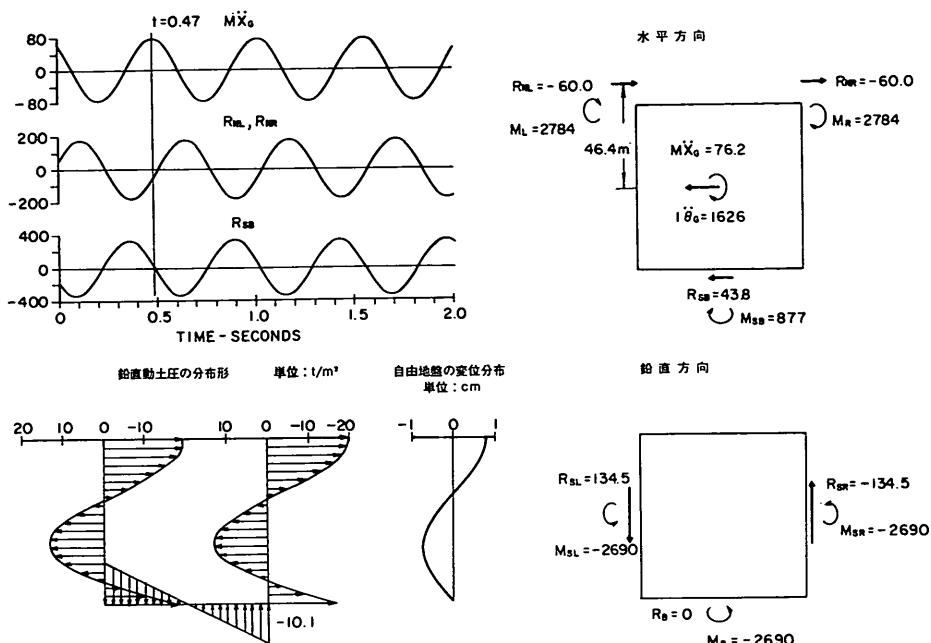


図-51 剛体慣性力最大時の力の釣合と動土圧分布 (1.875 Hz , $\phi = 3\pi/2$)

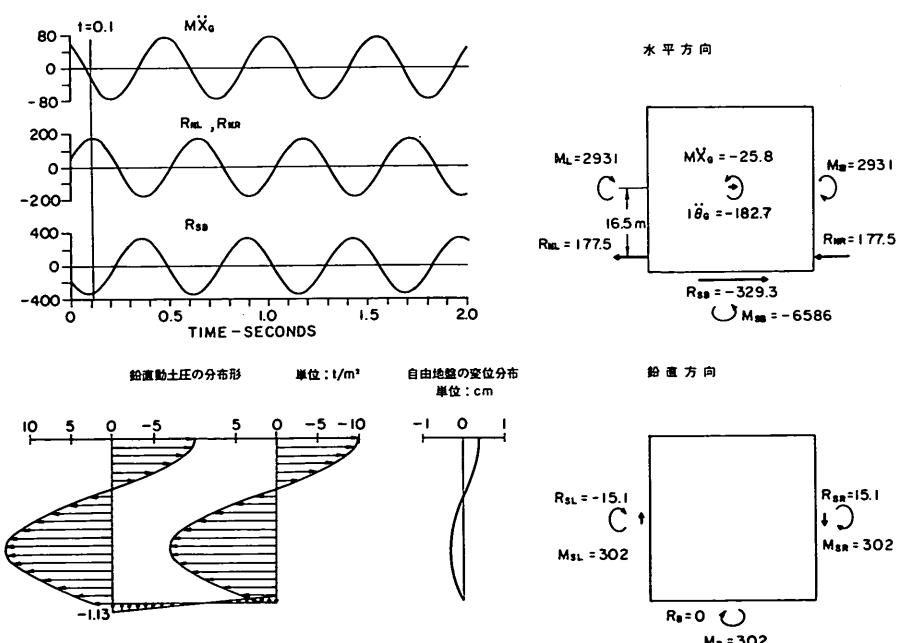


図-52 側方動土圧合力最大時の力の釣合と動土圧分布 (1.875 Hz , $\phi = 3\pi/2$)

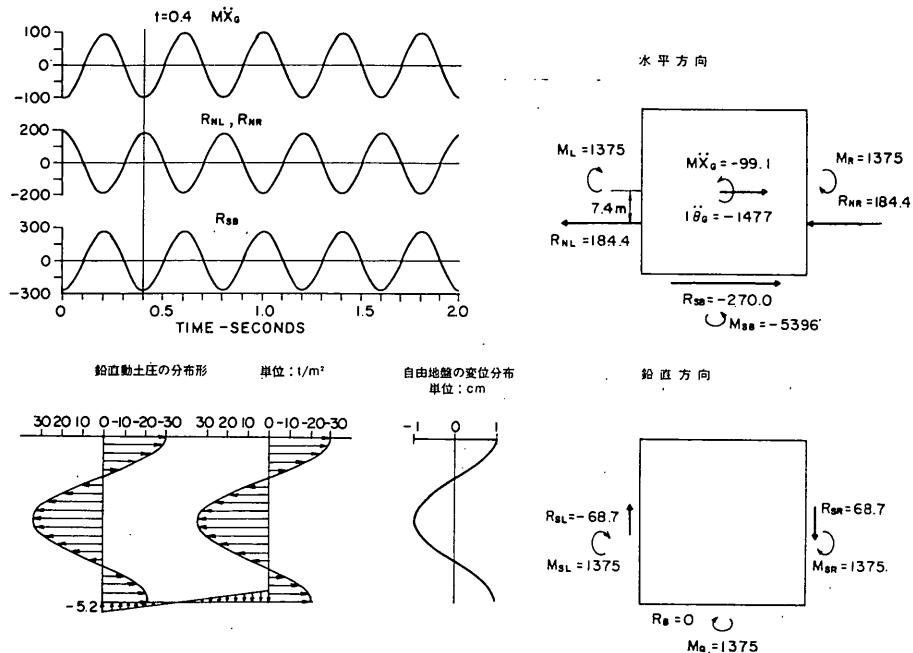


図-53 側方動土圧合力最大時の力の釣合と動土圧分布 (2.5 Hz , $\phi = 2\pi$)
(剛体慣性力最小時)

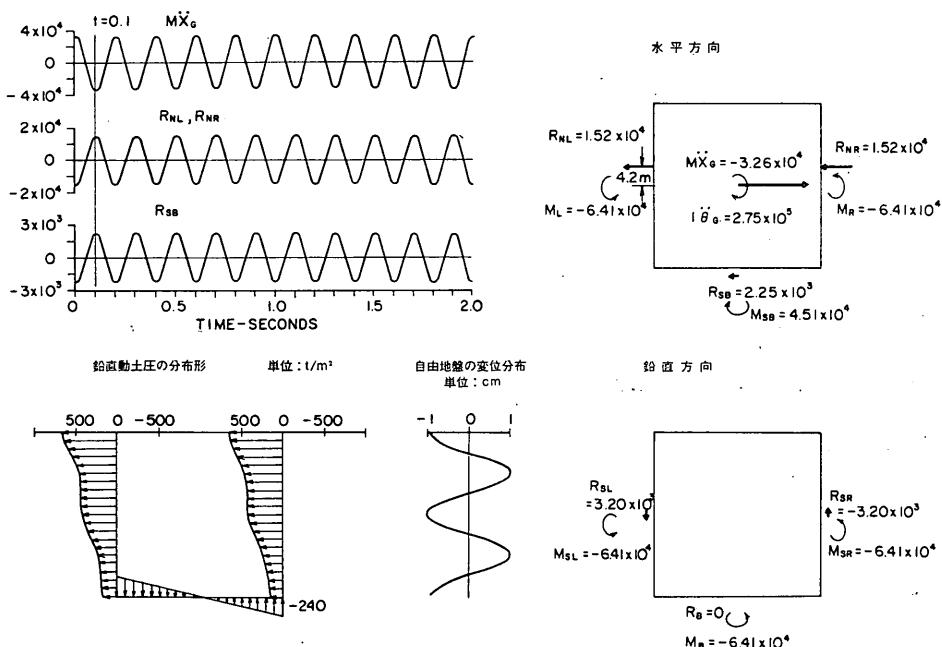


図-54 側方動土圧合力最大時の力の釣合と動土圧分布 (5 Hz)
(剛体慣性力最小時)

根入れのある剛体構造物の地震時安定性に関する解析的研究

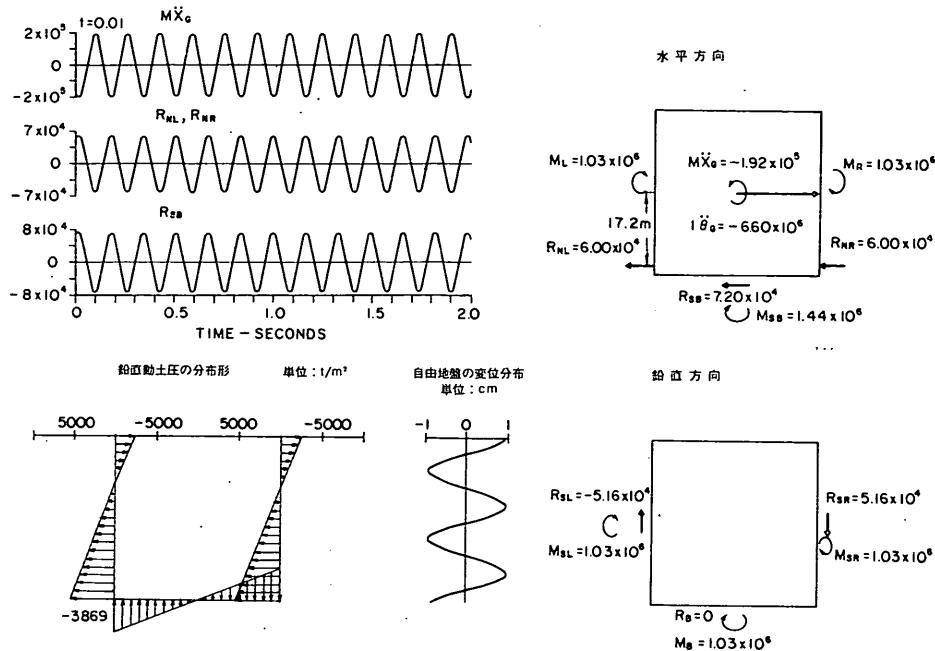


図-55 側方動土圧合力最大時の力の釣合と動土圧分布 (6.1 Hz)

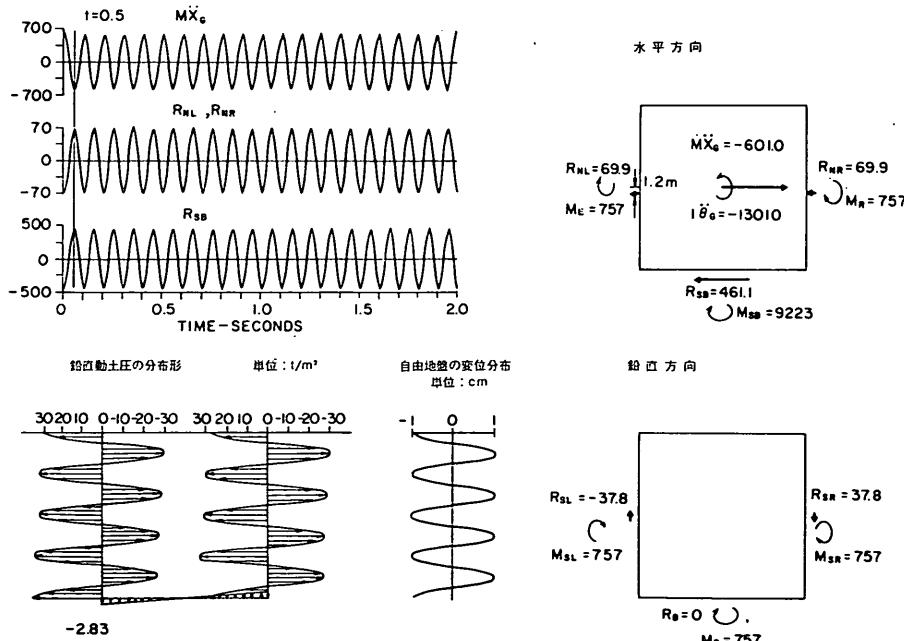


図-56 側方動土圧合力最大時の力の釣合と動土圧分布 (10 Hz)
(剛体慣性力最小时)

5.5 動土圧の分布形の検討

これまでの解析結果を総合すると、剛体の運動は剛体自身の固有振動数と周辺地盤の地動の位相差によって決まるとして考えてよい。こう考えると、いくつかの振動数領域について剛体の運動性状を理解すれば、一般的な現象を説明できると思われる。そのいくつかの振動数領域とは、

- 1) 剛体の固有振動数付近から十分に低い振動数領域
(例題では 4.0 Hz 以下)
- 2) 1)の特別な場合として、側方地盤の位相差が $(2n - 1)\pi/2, n\pi (n=1, 2, \dots)$ のとき。特に、剛体が硬い地盤上に着底している場合には、 $\pi/2$ および $3\pi/2$ のときが重要である。(例題では 0.625 Hz, 1.875 Hz の場合)
- 3) 剛体の固有振動数付近
(例題では 5.0 Hz, 6.1 Hz 付近の場合)
- 4) 剛体の固有振動数付近から十分に高い振動数領域
(例題では 8.0 Hz 以上)

である。設計を意識すれば、1)~4)のそれぞれの場合について、剛体に作用する力が最大になるときの、力の釣合関係を調べればよい。ここでは、震度法と対応させるために、慣性力が最大のとき及び側方の動土圧合力が最大のときを考えることにする。

図-46~56 は、例題において上記のそれぞれの場合に対応する振動数の波が入射したときの剛体側面に作用する動土圧及び底面反力の分布形、自由地盤の変位分布を示している。図中には、剛体に作用する力の釣合関係も

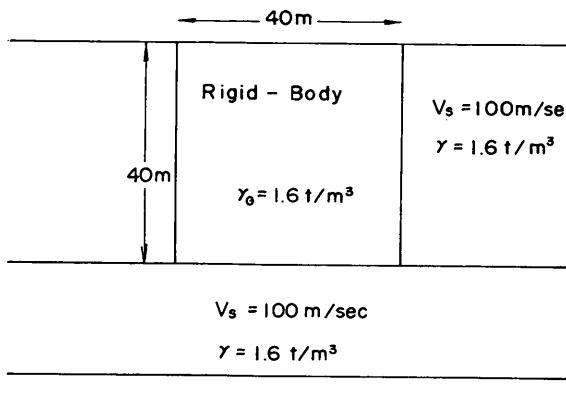
同時に示す。図中の力は、時刻歴中に示した各時刻に対応したものである。

まず、図-46, 47 に見られるように、0.25 Hz の場合には、慣性力が最大になるとき(図-46)と動土圧合力が最大になるとき(図-47)で、動土圧の分布形は異なる特性を示している。このときの動土圧の分布形は、自由地盤の変位分布だけ、あるいは剛体の運動だけでは説明できない。すなわち、モデルの定式化の際に考えたようにまさに自由地盤の変位分布と剛体の運動の相対的な関係によって、その形状が決定されている。また、動土圧合力が最大となるときの動土圧の分布は、三角形に近い形を示している。この傾向は、図-49 の 0.625 Hz ($\phi = \pi/2$) の場合にもあてはまる傾向である。次に、0.625 Hz で慣性力が最大になるとき(図-48), 1.25 Hz(図-50, $\phi = \pi$), 1.875 Hz(図-51, 52, $\phi = 3\pi/2$), 2.5 Hz(図-53, $\phi = 2\pi$), 10 Hz の場合(図-56)を見ると、剛体側面に作用する動土圧の分布形は、自由地盤の変位分布に依存し、剛体の運動の影響は少ない。一方、剛体の共振振動数付近(5.0 Hz, 6.1 Hz, 図-54, 55)では、必ずしも地盤の変位分布と対応せず、剛体自身の運動の影響が大きい。5 Hz の場合には、剛体の下方を中心とする回転運動が、6.1 Hz の場合には、剛体中央上を中心とする回転運動が、それぞれ卓越していると思われる。

以上の結果をまとめると、

- i) 動土圧の分布は、周辺地盤の深さ方向の位相差が π より小さい振動数領域では、自由地盤と構造物の相対変位に依存する。そして、動土圧合力が最大と

(1) 対称な地盤一構造物系



(2) 非対称な地盤一構造物系

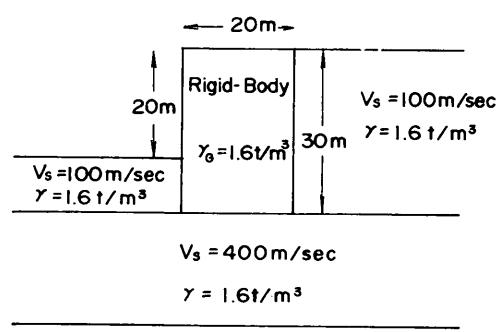


図-57 計算に使用したモデル

なるときの動土圧の分布は三角形分布に近くなる。

- ii) 周辺地盤の深さ方向の位相差が $n\pi$, および $(2n - 1)\pi/2$, ($n=1, 2, \dots$) のときは, 自由地盤の変位分布に大きく依存し, 構造物の運動の影響は少ない。
- iii) 構造物自身の共振振動数付近の動土圧の分布は, 構造物の運動に大きく依存する。

といえる。なお, 高振動数になるほど慣性力が大きくなるのは, 変位の振幅を一定にして計算をしているためである。

図-46～56 及び前出の FLUSH の結果から得られる動土圧の分布形は, 設計で考える三角形分布とは異なるものである。そして, その合力の着力点も三角形分布から得られる剛体底面から $1/3 \cdot H$ のところではない。

6. 解析モデルの適用性

本章では, 解析モデルによる結果と全体系解析及び地震観測結果と比較検討し, 解析モデルの適用性を調べる。

6.1 全体系解析手法 (FLUSH) との比較

先に 3. で示した, 左右対称及び左右非対称の地盤一構造物系の FLUSH 解析結果と, 本解析 モデルによる解析結果を比較する。解析モデルは FLUSH 解析モデル (図-9, 図-17) と対応するように図-57 に示すように設定し, 自由地盤の応答変位を求める部分では減衰定数 $h = 3\%$ とした。また, 地盤ばね係数の値は, 4.3(4) で示したように地盤のせん断波速度 V_s の 2 乗に比例する形で,

$$K = 3000 \cdot \left(\frac{V_s}{100} \right)^2 \quad \text{単位: t/m}^3 \quad (31)$$

とし, せん断ばね係数の値は鉛直ばね係数の $1/3$ とした。図-57 のモデルの基盤面に, FLUSH の解析と同一の地震波を入射し, 両者の結果を比較した。なお, FLUSH の計算結果においては, 構造物自身の固有振動数と思われる顕著な卓越が現れなかったので, 解析モ

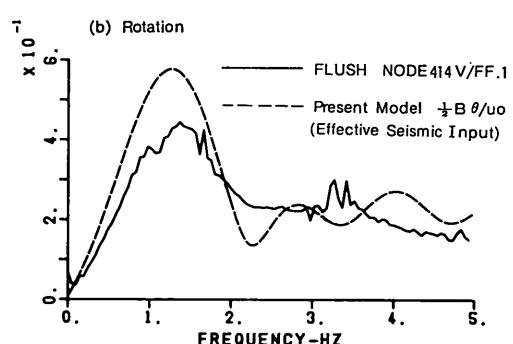
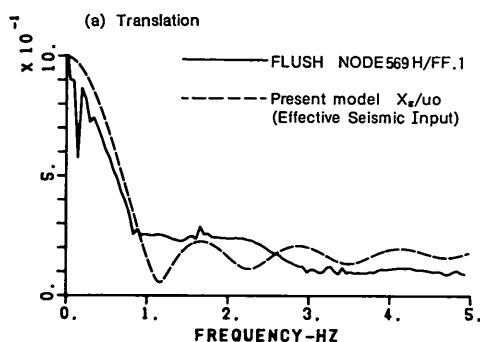


図-58 解析モデルと FLUSH との比較（左右対称な場合）
自由地盤表層に対する剛体の応答倍率

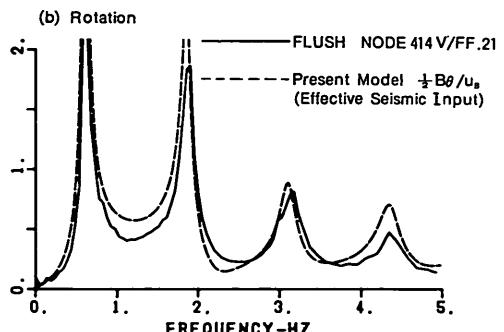
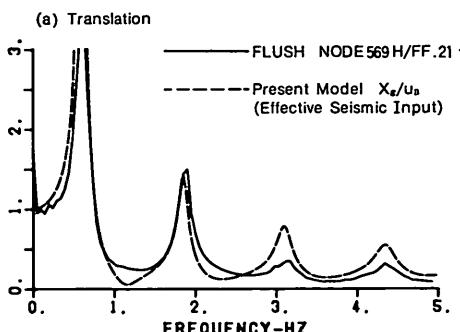


図-59 解析モデルと FLUSH との比較（左右対称な場合）
剛体底面深さの自由地盤に対する剛体の応答倍率

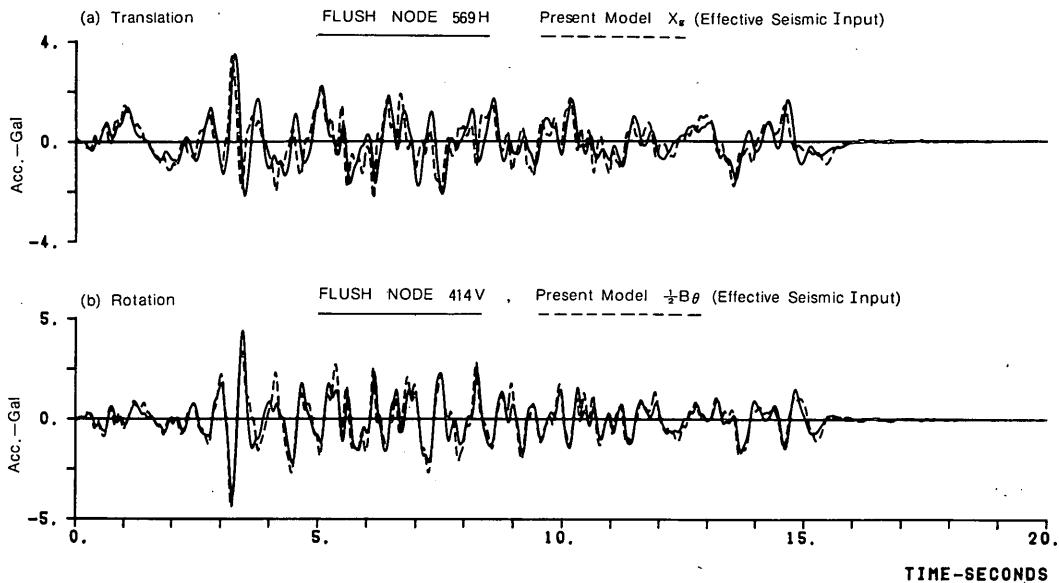


図-60 解析モデルと FLUSH との比較（左右対称な場合）

ルの有効入力地震動と比較することとした。なぜならば、前章までの結果から構造物自身の固有振動数が検討の対象とする振動数領域よりも、十分高いところにあるならば、検討の対象とする振動数領域では、有効入力地震動と質量効果の入った剛体の応答は、ほとんど等しいと考えられるからである。

(1) 左右対称な地盤一構造物系の場合

図-58 は、自由地盤表層の応答に対する剛体の応答倍率を示したものである。図は、本解析モデルから得られる有効入力地震動（破線）と FLUSH の結果（実線）を水平並進成分と回転成分について重ねがきしたものであ

る。FLUSH の結果から得られた周波数応答関数と、本解析モデルから得られた有効入力地震動は、よい一致を示している。並進水平成分において 1 Hz までの応答曲線の変化パターンと、回転成分のピークの現れる振動数が一致しているということは、深さ方向に位相差のある地動が構造物側面で拘束されることを示していると考えられる。

図-59 は、構造物の基礎面と同一深さの自由地盤の応答に対する剛体の応答倍率を示したものである。地盤の固有振動数付近で剛体の振動振幅も大きく増幅するのがよくわかる。なお、地盤の固有振動数付近のピークの値

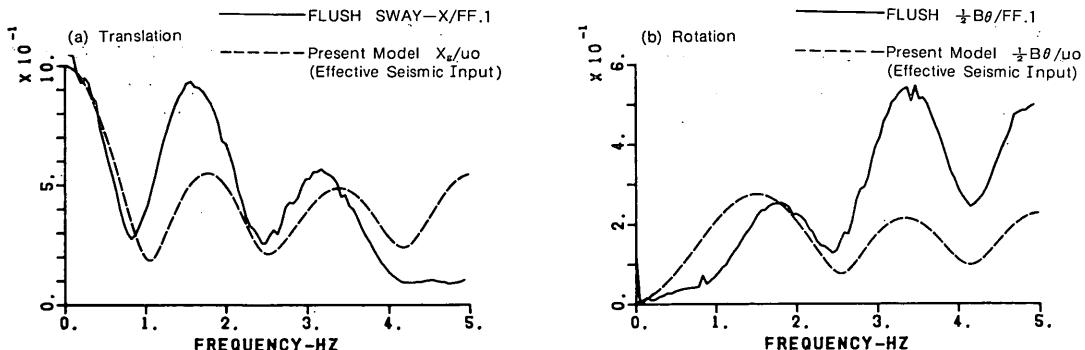


図-61 解析モデルと FLUSH との比較（左右非対称な場合）

自由地盤表層に対する剛体の応答倍率

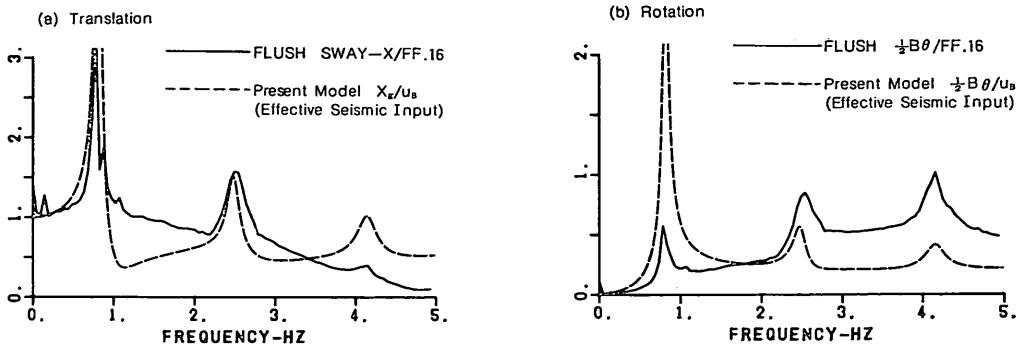


図-62 解析モデルと FLUSH との比較（左右非対称な場合）
剛体底面深さの自由地盤に対する剛体の応答倍率

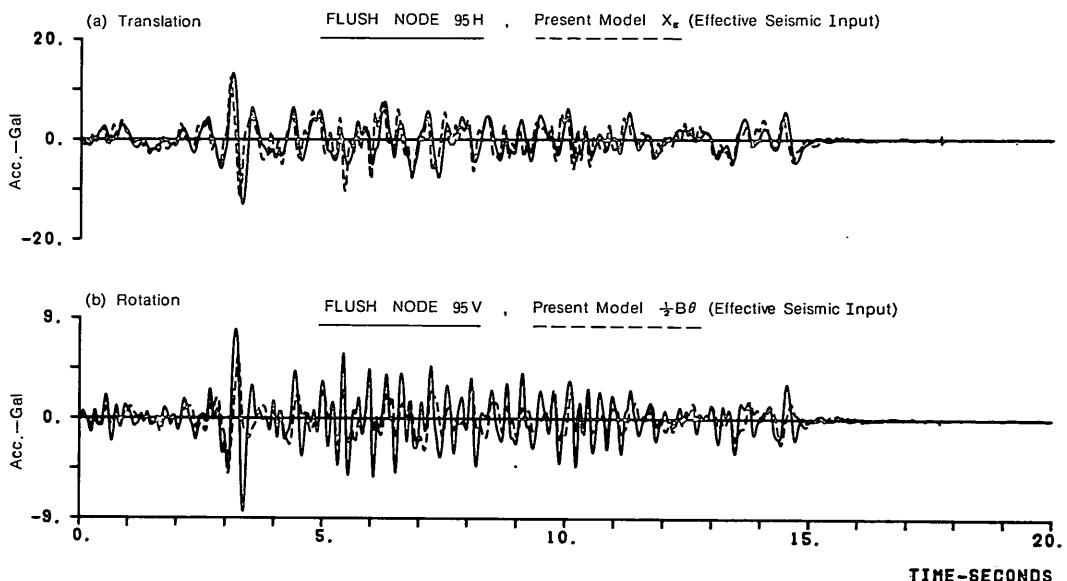


図-63 解析モデルと FLUSH との比較（左右非対称な場合）

が FLUSH の結果と本解析モデルの結果と一致しないのは、本解析モデルでは自由地盤の応答変位を求める部分のみに減衰を考慮しているのに対して、FLUSH では要素ごとに 3 % の減衰をとっているためと思われる。

図-60 は、解析モデルから得られる有効入力地震動（破線）の水平並進成分と回転成分の時刻歴を FLUSH の計算結果の時刻歴と比較したものである。解析モデルから得られる時刻歴は、FLUSH の計算で得られた自由地盤表層の地震波形に図-59 に示されたフィルターをかけることに対応している。図-60 をみると、両者は振幅レベル及び位相特性ともに良く一致している。

有効入力地震動と FLUSH の結果が対応するというこ

とは、次の理由が考えられる。

- 1) 周辺に地盤を有し、上部工の質量が大きくない地盤一構造物系においては、構造物自身の固有振動数が解析振動数の範囲より高い所にある。
 - 2) 構造物側面の地盤の運動に位相差があるために、構造物の応答に関する慣性力の影響は構造物自身の固有振動数付近のみに限定されている。
- (2) 左右非対称な地盤一構造物系の場合
- 図-61～63 は、(1)の場合と同様に左右非対称な地盤一構造物系の場合の比較結果である。なお、左右非対称な場合には、回転動が上下動と連成するので図-17 に示す 8 つの節点の時刻歴から、構造物重心まわりの回転成分

と並進水平分に分離を行った。分離の方法は参考文献53によった。(しかし、分離の結果、並進上下成分はほとんど検出されなかつたので、時刻歴の比較においては、節点95の水平動と上下動をそれぞれ剛体の重心の並進水平成分と回転成分として代用することとした)。図-61, 62を見ると左右対称な場合と同様に、本解析モデルから得られる有効入力地震動の傾向は、FLUSH から得られる結果とより対応をしめしている。左右対称な場合と異なるのは、自由地盤表層に対する剛体の応答倍率において、並進水平成分および回転成分ともに、2番め以降のピーク形が一致しないことである。また、時刻歴の比較(図-63)においては並進水平成分の対応はよいが、回転成分の振幅レベルは解析モデルのほうが一様に小さ

い。この差は、

1) 地盤ばねの設定方法、すなわち本解析モデルにおけるせん断ばねと鉛直ばねの比や底面と側面の復元力特性の違い。

あるいは、

2) 周辺地盤の分布質量と構造物の連成振動の効果
(狭義の地盤一構造物系の動的相互作用)

に起因すると思われる。なお、左右対称な場合と同一の地震波入力にもかかわらず、構造物の応答が大きかったのは、表層地盤の振動特性に影響されたためであるといえる。

以上のように、例題程度の地中埋設剛体構造物や重力式護岸構造物においては、構造物の応答は構造物自身の

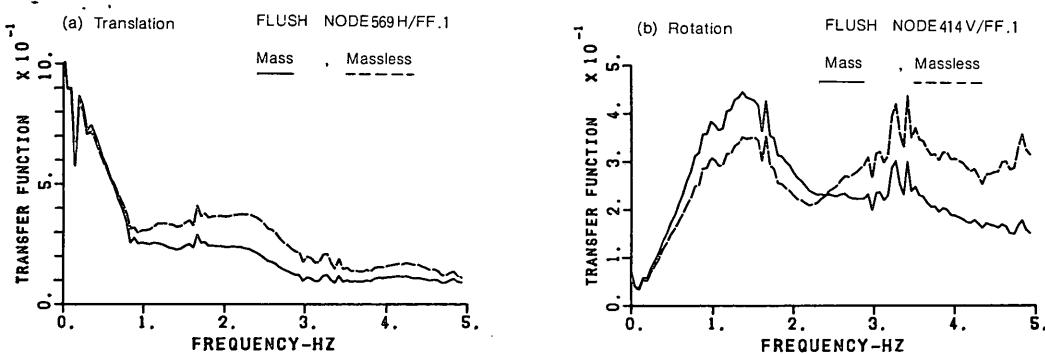


図-64 FLUSH による質量効果の検討（左右対称な場合）

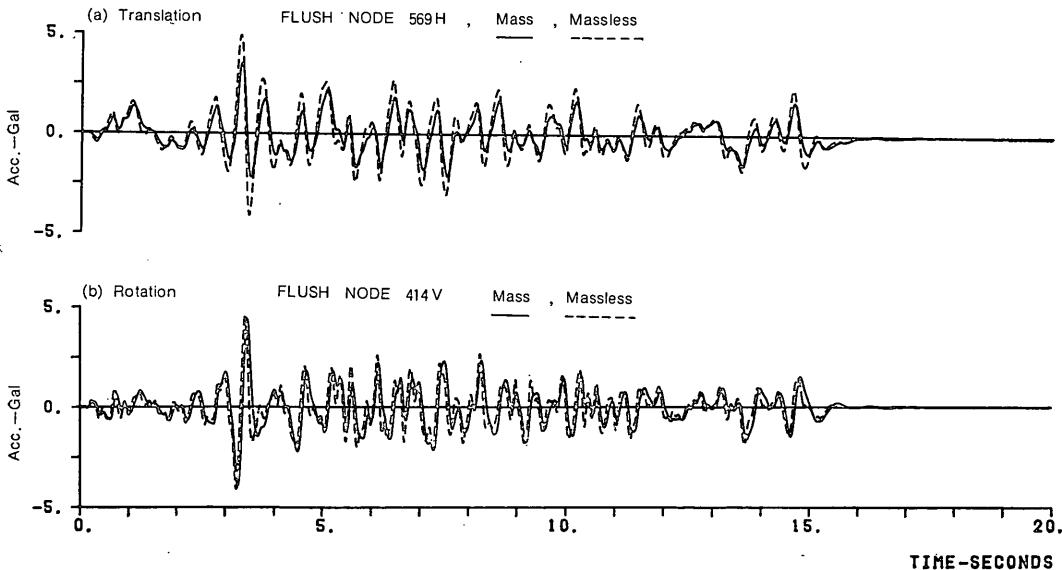


図-65 FLUSH による質量効果の検討（左右対称な場合の時刻歴）

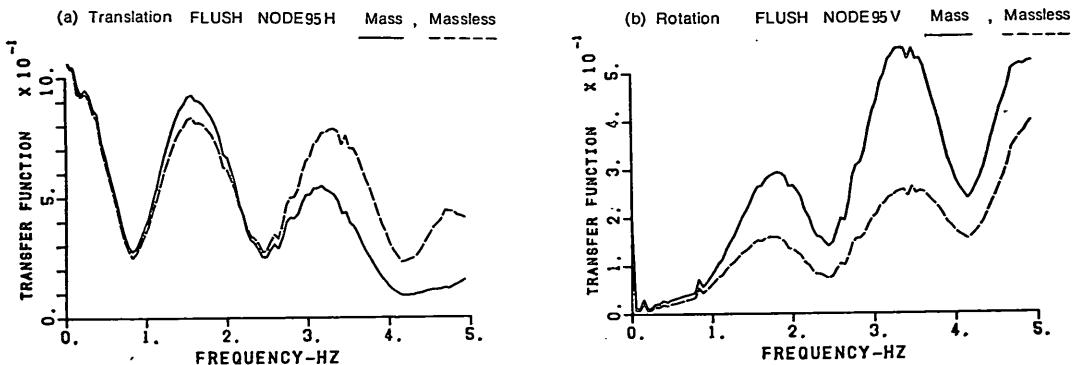


図-66 FLUSH による質量効果の検討（左右非対称な場合）

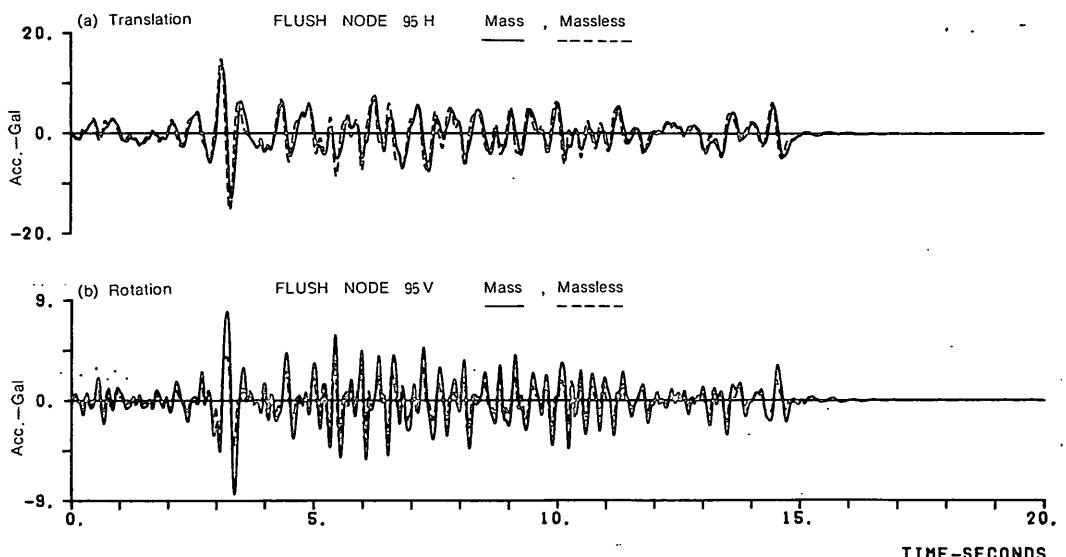


図-67 FLUSH による質量効果の検討（左右非対称な場合の時刻歴）

固有振動数付近の共振現象よりも、周辺地盤の振動性状に支配される。そして、このような構造物では本報告で示した手法が十分に適用性があることがわかる。

(3) FLUSH による質量効果の検討

ここまででの本解析モデルによる解析結果を振り返ると、構造物自身の固有振動数を外れた振動数領域では有効入力地震動と質量のある構造物の応答は、ほとんど等しかった。しかし、全体系解析のように周辺地盤を分布質量として考慮した場合には、構造物近傍の地盤の分布質量と構造物の連成振動の効果があるはずである。すなわち、本解析モデルでは、構造物近傍の地盤の分布質量と構造物の波動エネルギーのやりとりを考慮していな

いので、FLUSH プログラムから得られる質量効果の結果とは異なる可能性がある。そこで、先の左右対称な場合と左右非対称な場合の例題を用いて、構造物の質量を 0 とした有効入力地震動と、質量のある構造物の応答を比較し、周辺地盤を分布質量として考慮することによる影響を検討することとした。

図-64 は、左右対称な場合の並進水平成分および回転成分の自由地盤表層に対する応答倍率を有効入力地震動（破線）と質量のある構造物の応答（実線）について比較したものである。1 Hz 以下の低い振動数領域では、両者はほとんど一致している。しかし、1 Hz 以降の領域では差が見られる。並進水平成分では有効入力地震動

のほうが大きくなっているが、回転成分では 1 Hz～2.5 Hz の領域で質量のある構造物の応答のほうが大きい。しかし、全体的な傾向には差がないと見てよいと思われる。また、図-65 は、有効入力地震動（破線）と質量のある構造物の応答（実線）を時刻歴で比較したものである。並進水平成分では、有効入力地震動のほうが一様に大きくなっているが、位相差はない。回転成分については、振幅レベルおよび位相ともに大きな差がないと言える。

図-66 は、左右非対称な場合の並進水平成分および回転成分の右側自由地盤表層に対する応答倍率を有効入力地震動（破線）と質量のある構造物の応答（実線）について比較したものである。左右対称な場合と同様に、1 Hz までの振動数領域においてはほとんど差がない。しかし、並進水平成分の 2.5 Hz 以降および回転成分の 1 Hz 以降では、有効入力地震動と質量のある構造物の応答の差は、左右対称な場合の差よりも大きい。また、並進水平成分で有効入力地震動が質量のある構造物の応答

よりも一様に大きい傾向は、左右対称な場合と一致するが、回転成分では、質量のある構造物の応答は有効入力地震動よりも全振動数領域で大きく、左右対称な場合の傾向と異なっている。また、図-66 の結果から、図-61において 2 番目以降のピークの形が一致しなかったのは、構造物近傍の地盤の分布質量と構造物の動的相互作用の結果であったことがわかる。図-67 は、左右非対称な地盤一構造物系の有効入力地震動（破線）と質量のある構造物の応答（実線）を時刻歴で比較したものである。並進水平成分では、振幅レベルおよび位相ともに両者は良く一致しているが、回転成分においては位相差はないが有効入力地震動の振幅レベルは質量のある構造物の応答のそれの約半分である。

以上のことから、構造物近傍の地盤の分布質量と構造物の連成振動による影響は、左右非対称な地盤一構造物系ほど大きいと言える。また、並進水平成分の有効入力地震動は質量のある構造物の応答と等しいか、またはそれ以上と言えそうである。

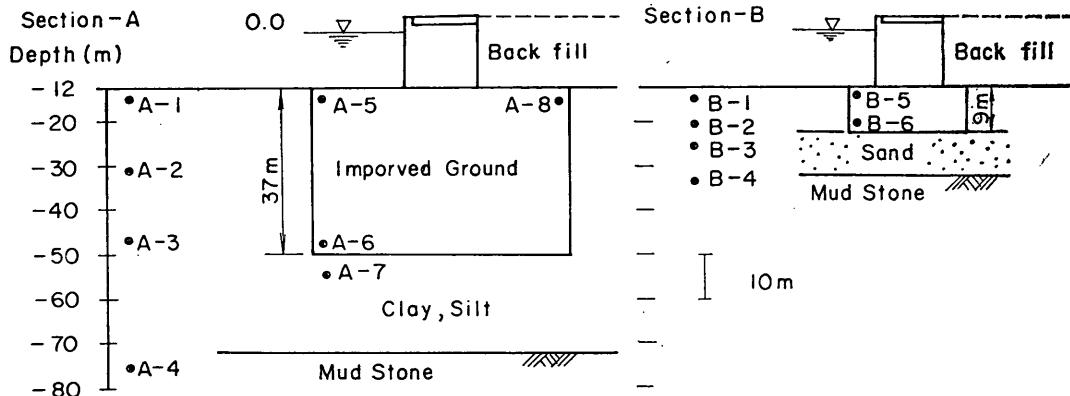


図-68 地震観測の概要

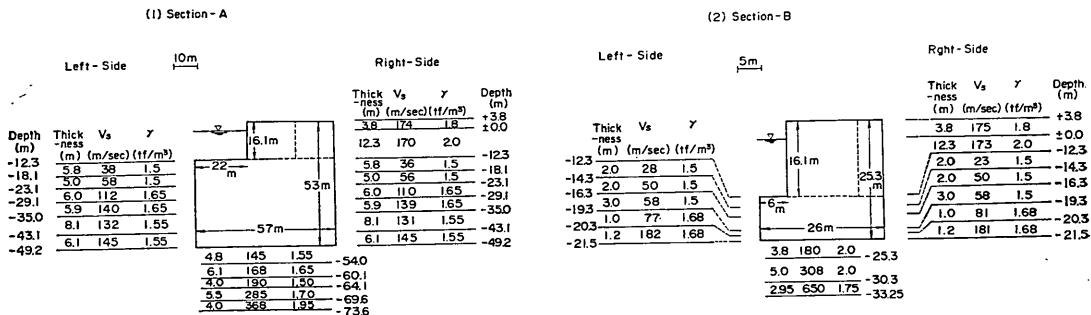


図-69 計算に使用したモデル

6.2 地震観測結果との比較

横浜港大黒ふ頭では、深層混合処理工法で改良された地盤の耐震性を検討するために、地震観測が実施されている⁵⁴⁾。図-68に、地震観測の概要を示す。地震観測は、改良範囲、改良深さ、着底地盤の剛性の異なる2つの断面について行われている。深層混合処理工法によって改良された地盤は、周辺の粘性土地盤と比較して著しく剛な地盤となり、地中の剛体構造物と見なすことができる。A断面は、改良地盤の下にも軟弱な粘性土を残しているタイプで浮き型改良地盤と称されている。一方、B断面は、比較的硬い砂地盤上に着底しているので、着底型改良地盤と称されている。既往の観測では、着底型改良地盤が直下の砂地盤と同一の挙動をしているのに対して、浮き型改良地盤では、重心回りの回転運動が見られることが報告されている⁵⁴⁾。この両者の挙動を比較することで、解析モデルから得られる定性的な結論が、実際の構造物の挙動にあてはまるかを検討することができ

る。

ここでは、観測加速度記録から得られる周波数応答関数を用いて、解析モデルの適用性を検討する。検討に使用する加速度記録は、1983年8月8日の神奈川、山梨県境を震源とする地震の際に得られた加速度記録である。図-69に解析モデルとモデルに使用した物性定数を示す。モデルでは、改良地盤及び改良地盤上のケーソンと裏込め砂を一体の剛体と見なしたものと改良地盤上のケーソンと裏込め砂を無視したものと、考えることとした。また、計算に用いた地盤各層のせん断波速度 V_s は、一次元等価線形振動解析プログラム (SHAKE) を用いて、別途地震応答計算を実施し、収束したせん断変形係数 G から求めたものである。なお、地盤ばね係数は、現地におけるデータ（起震実験等による）がないので、4.3(4)で示した方法を用いた。また、前章までの結果を考慮して解析モデルから計算される有効入力地震動と実測値を比較することとした。

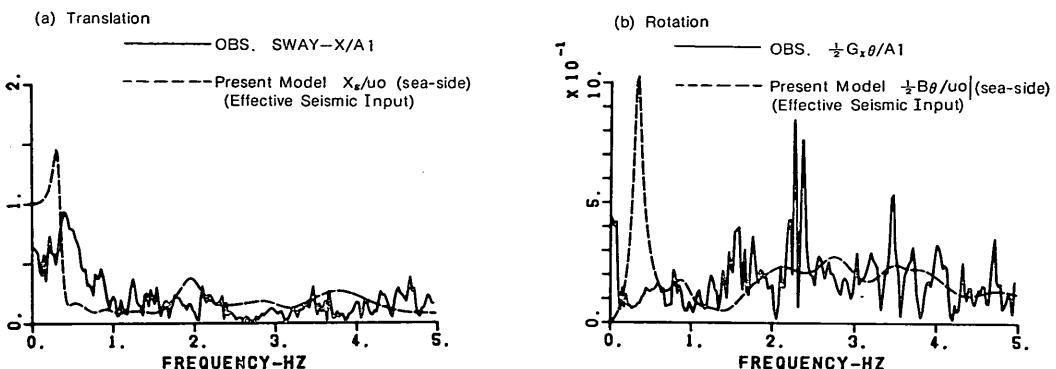


図-70 解析モデルと地震観測結果との比較（A断面）

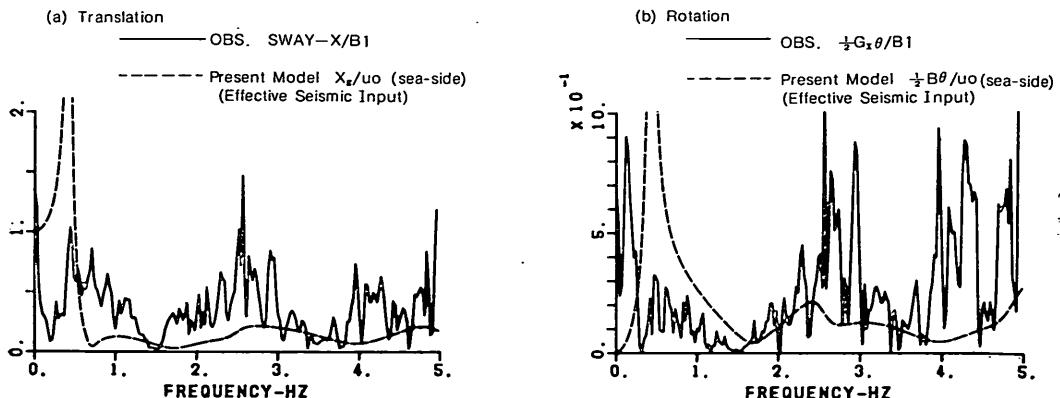


図-71 解析モデルと地震観測結果との比較（B断面）

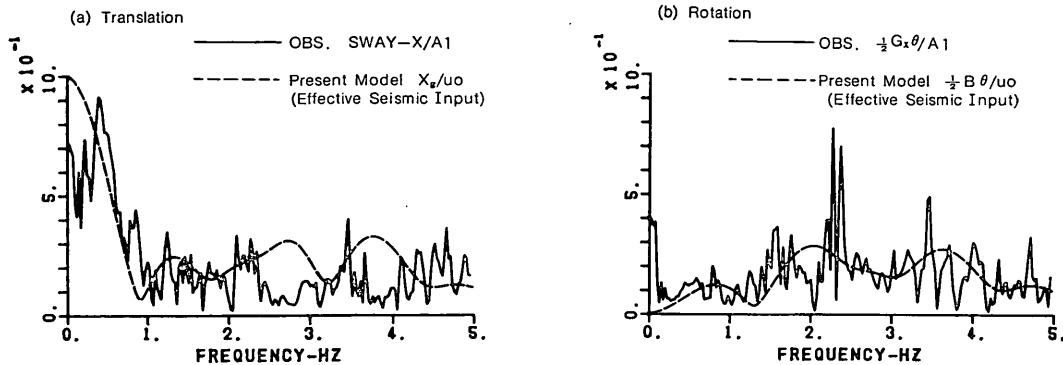


図-72 解析モデルと地震観測結果との比較（A断面）
(ケーソンと裏込め砂を無視した場合)

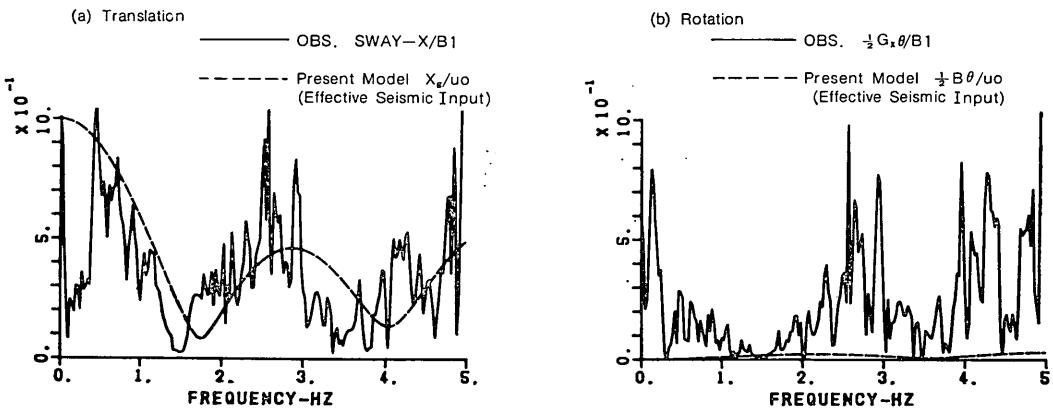


図-73 解析モデルと地震観測結果との比較（B断面）
(ケーソンと裏込め砂を無視した場合)

図-70 は、A断面における自由地盤表層（海側粘土層）の応答に対する剛体の応答倍率（実線）を、本解析モデルから得られる有効入力地震動（破線）と比較したものである。(a)が並進水平成分、(b)が回転成分を示している。なお、構造物の重心における観測加速度波形は、構造物中の3点の加速度時刻歴から求めたものである。また、観測記録中には地震動の上下成分も関係していると考えられるが、解析モデルでは上下成分は考慮していない。

図-71 は、図-70 と同様にB断面における自由地盤表層（海側粘土層）の応答に対する剛体の応答倍率（破線）と比較したものである。観測による剛体の重心の並進水平成分および回転成分の加速度波形は、構造物中の2点の加速度時刻歴から求めたものである。観測波形を

重心の並進成分と回転成分に分離する方法は、最小二乗法に基づくものであるので、B断面はA断面よりも精度が悪いと考えられる。

図-70, 71 をみると、解析モデルから得られる応答倍率は観測結果と比較的よい対応を示している。しかし、本解析モデルの結果には、0.3 Hz 附近にピークが存在する。本報告には示していないが、FLUSH プログラムによる同断面の解析を実施したところ、この0.3 Hz 附近的ピークが現れ、このピークが裏込め砂の応答特性に起因するものであることがわかった。この実測値と解析モデルの結果の違いは、解析モデルにおける裏込め砂の減衰特性の評価に原因があると思われる。また、このこととは別に、改良地盤上のケーソンおよび裏込め砂が改良地盤と一体の動きをしていないことも考えられるの

で、改良地盤上のケーソンおよび裏込め砂を無視したモデルで計算を実施した。図-72, 73 は、それぞれ A 断面と B 断面の結果である。図を見ると、0.3 Hz 付近のピークは消えて、実測値との対応も改善されている。しかし、B 断面の回転成分は、うまく説明されているとは言えない。これは、B 断面の回転成分の実測値の中に上下動の影響が大きく入っているためと思われる。

以上のように、解析モデルと実測値の対応は完全に満足するものとはなっていないが、現場の土質条件のばらつきやモデル化の条件の違いを考慮すれば、十分によい対応と言ってよいであろう。

また、A 断面と B 断面の比較をすると、5. で述べた定性的結論と一致するものが得られている。すなわち、並進水平成分において

- 1) A 断面のほうが低い振動数領域から、自由地盤に対する応答が小さくなっている。これは A 断面のほうが B 断面よりも深い基礎を持つので、同じ振動数でも基礎上端と下端に作用する地動の位相差 ϕ が大きくなるためである。
- 2) B 断面のほうが第 2 ピーク以降のピーカ値が大きい。これは、B 断面の改良地盤が剛性の大きな地盤上に着底しているからである。

7. 結 論

本報告においては、土圧を受ける剛体構造物の地震時安定性を評価する簡易な手法を提案し、その解析手法を用いて剛体構造物の振動特性を検討した。その結果、次のことが明らかになった。

- (a) 有効入力地震動について
 - (1) 有効入力地震動は、構造物側方の地震動の位相差の関数となる。
 - (2) 構造物の高さに比較し、底面の幅が大きいほど、底面から同位相で入力される地震動の影響が強くなる。(図-28)
 - (3) 構造物底面と接する地盤の剛性が大きいほど、底面から同位相で入力される地震動の影響が強くなる。(図-29)
 - (4) 剛性の高い地盤上に着底し、側方に軟弱地盤を有するような地盤一構造物系の有効入力地震動は、表層地盤の振動特性の影響を受け、地盤の共振振動数付近で増幅される。特に、並進水平成分に対しては一次のモードが、また回転成分については一次と二次のモードが強く影響する。(図-32)
 - (5) 構造物側面の地盤ばね係数の分布を、深さ方向に増すことは回転成分の有効入力地震動を小さくす

る。(図-34)

- (6) 地盤一構造物系が非対称になっても、有効入力地震動に大差はないが、左右で異なる位相差を持つ地動の影響で、応答曲線は滑らかになる。(図-35)
- (7) 位相差を考慮した地震入力による構造物の応答は、同位相入力による応答に対して並進水平成分では損失効果となる。一方、回転成分に対しては励起効果となる。(図-38)
- (b) 質量効果について
- (8) 地中にある剛体構造物の地震応答に対する質量効果は、共振振動数付近のみに顕著に現れる。共振振動数付近以外の振動数領域の構造物の応答は、周辺地盤の位相差の影響がほとんどで、構造物の慣性力の影響は小さい。したがって、構造物自身の固有振動数が地震動の主要な振動数領域よりも十分に高いところにある地盤一構造物系の構造物の応答は、質量ゼロの有効入力地震動で表される。(図-38)
- (9) 根入れのある構造物ほど構造物自身の固有振動数は高くなる。(図-39)
- (c) 動土圧合力について
- (10) 構造物自身の固有振動数が、地震動の卓越振動数よりも十分に高い場合には、動土圧合力に及ぼす構造物の慣性力の影響は小さい。(図-40, 41)
- (11) 根入れのある剛体構造物の地震時安定性に関しては、低い振動数領域ほど動土圧が支配的である。そして側方の地盤ばね係数の値が大きいほど、高い振動数領域まで動土圧が支配的となる。(図-42)
- (d) 慣性力と動土圧の位相差について
- (12) 構造物に作用する慣性力と動土圧合力には位相差があり、震度法で考えている釣合状態とは異なる。
- (13) 動土圧合力および底面摩擦力と慣性力の位相差は、固有振動数を外れた低い振動数領域では、構造物の質量がある場合とない場合とではほとんど差が見られない。すなわち、この領域では慣性力が位相差に及ぼす影響は少ない。(図-44)
- (14) 固有振動数付近では、慣性力と動土圧合力は逆位相になる。(図-44)
- (15) 固有振動数より高い振動数領域では、底面摩擦力と動土圧合力はともに慣性力と逆位相に近くなる。また、地盤の位相差 ϕ が π より小さい領域では剛体の応答と動土圧合力は約 90° の位相差がある。(図-44)
- (16) 刚体の回転慣性力と各面に作用するモーメントにも位相差がある。(図-45)
- (e) 動土圧分布について

- (17) 本報告の解析モデルと全体系解析モデルから得られる構造物の側面に作用する動土圧の分布は、常に三角形分布となるわけではない。動土圧の分布は、周辺地盤の深さ方向の位相差が π より小さい振動数領域では、自由地盤と構造物の相対変位に依存する。そして、動土圧合力が最大となるときの動土圧の分布は三角形分布に近くなる。また、周辺地盤の深さ方向の位相差が $n\pi$ 、および $(2n-1)\pi/2$ 、($n=1, 2, \dots$) のときは、自由地盤の変位分布に大きく依存し、構造物の運動の影響は少ない。一方、構造物自身の共振振動数付近の動土圧の分布は、構造物の運動の影響が大きい。(図-46～56)
- (18) 本解析モデルと FLUSH の計算結果から得られる構造物の底面の地盤反力は、構造物の回転運動に対応するものとなる。(図-46～56)
- (f) 解析モデルの適用性について
- (19) ばね一マスモデルの本解析モデルと FLUSH の結果は、良い対応を示した。したがって、地盤一構造物系の動的相互作用は、FEM などのように周辺地盤を分布質量として取り扱わずに検討できる可能性がある。(図-58～63)
- (20) 構造物近傍の地盤の分布質量と構造物の連成振動の影響は、地盤一構造物系が複雑になるほど大きい。しかし、有効入力地震動の傾向を大きく変えるものではない。(図-64～67)
- (21) FLUSH 及び、地震観測の結果と本解析モデルから得られる質量のない構造物の応答はよい対応を示した。(図-58～63, 70～73)
- (22) 断面形状の異なる剛体構造物の地震観測結果を比較したところ、解析モデルから予測される特性と調和した。(図-70～73)

8. あとがき

本報告では、根入れのある剛体構造物の地震時安定性を評価する手法として、自由地盤の変位の時刻歴を構造物と地盤の間のばねを介して与える方法が、構造物の地震応答を十分に評価できることを示した。その結果、根入れのある剛体構造物の地震時安定性に関しては、低い振動数領域ほど動的な土圧が支配的であることがわかった。このことは、根入れのある massive な剛体構造物においても、場合によっては応答変位法的な設計法を適用しうることを示している。

今後の課題としては次のものが上げられる。

- (1) 本報告で示した解析手法の考え方を設計に適用するためには、地盤ばね係数の値をどのように設定す

- るかが重要なポイントとなる。起振実験等で、実際のデータが蓄積されることが望まれる。
- (2) 根入れのある構造物一地盤系の地震観測においては、構造物の応答と同時に構造物に作用する動土圧のデータを取得することが望まれる。
- (3) 地震時の構造物の安定を議論するためには、地震を受ける前に構造物がどのような釣合状態にあるかを知る必要がある。そのためには、常時の安定を検討する場合の極限平衡状態と静止状態の関係を明らかにする必要がある。
- (4) 前方に地盤を有しない護岸構造物などの滑動現象は、周間に地盤がある場合と異なり、著しく不可逆的である。地震時の安定を考えるとき、構造物が滑動することによる土圧の変化を考慮する必要があると思われる。滑動は、典型的な非線形現象であるが、護岸構造物などの地震時の安定には支配的要因であると考えられる。
- なお、この報告においては、土圧や慣性力に対する定量的な検討ができなかった。今後、模型振動実験を通して今回の報告の定性的結論を確認し、定量的な検討を実施していく予定である。
(1986年6月30日受付)

参考文献

- 稻富隆昌・風間基樹・今村俊博：深層混合処理工法による改良地盤の地震時挙動、港湾技術研究所報告 Vol. 21, No. 4, 1982年12月, pp. 83～129.
- 稻富隆昌・風間基樹・今村俊博：深層混合処理工法による壁状改良地盤の耐震性に関する実験的研究、港湾技術研究所報告 Vol. 22, No. 3, 1983年9月, pp. 207～251.
- 風間基樹・稻富隆昌・今村俊博：深層混合処理工法による格子式改良地盤の地震時挙動、港湾技術研究所報告 Vol. 22, No. 4, 1983年12月, pp. 141～179.
- 風間基樹・稻富隆昌・今村俊博：深層混合処理工法による改良地盤の地震観測—横浜港大黒埠頭における浮型改良地盤について—、第39回土木学会年次学術講演会、1984年10月, pp. 931～932.
- 稻富隆昌：深層混合処理工法による改良地盤の耐震設計について、昭和59年度港湾技術研究所講演会、1984年12月, pp. 135～196.
- 運輸省港湾局監修：港湾の施設の技術上の基準同解説、日本港湾協会。
- 野田節男・上部達生・千葉忠樹：重力式岸壁の震度と地盤加速度、港湾技術研究所報告 Vol. 14, No. 4, 1975年12月, pp. 67～111.
- Schnabel, P. B., Seed, H. B., and Lysmer, J.: SHAKE, A Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Site, Report No. EERC 72-12, Univ. of Calif.

Bekerey, December 1972.

- 9) 例えれば 稲富隆昌・横山育起・風間基樹：地盤の一
次元非線形地震応答解析，港湾技研資料 No. 561.
- 10) 金井 清・田中貞二・吉沢静代：地下における地震
動の研究（重複反射の問題），地震研究所彙報，
Vol. 37, 1959年。
- 11) 山原 浩：地震時の地動と地震波の入力損失（第一
報），日本建築学会論文報告集第165号，1969年11月，
pp. 61～66.
- 12) 山原 浩：地震時の地動と地震波の入力損失（第二
報），日本建築学会論文報告集第 167 号，1970 年 1
月，pp. 25～30.
- 13) Newmark, N. M.: Torsion in Symmetrical Bui
ldings, *Proc. of 4th. W.C.E.E.* 1969. 1, pp. 19
～32.
- 14) Tani, S., Sakurai, J. and Iguchi, M.: The Effect
of Plane Shape and Size of Buildings on the
Input Earthquake Motions, *Proc. of 5th. W.C.
E.E.* 1973, pp. 1927～1936.
- 15) Luco, J. E.: Torsional Response of Structuse to
Obliquely Incident Seismic Waves, *E.E.S.D.* Vol.
4, 1976. pp. 207～219.
- 16) Wong, H. L. and Luco J. E.: Dynamic Response
of Rectangular Foundations to Obliquely Incident
Seismic Waves, *E.E.S.D.* Vol. 6, 1978, pp. 3～
16.
- 17) Lee, V. W. and Trifunac, M. D.: Body Wave Ex
citation of Embedded Hemisphere, *Proc. ASCE.*
Vol. 108, No. EM3, June 1982, pp. 546～563.
- 18) 石井清・山原浩：大型地下タンクの実測記録による
地震波の入力損失の検討，日本建築学会論文報告
集，第312号，57年2月，pp. 54～61。
- 19) 石井清・小山和夫：地下タンクの常時微動測定によ
る入力損失効果の検討，土木学会論文報告集，第
339号，1983年11月，pp. 51～57。
- 20) 田中宏志・吉田一・山原浩・平島新一・石井清：
FEM を用いたバラメータスタディによる入力損失
の定量的評価，第6回日本地震工学シンポジウム，
1982年12月，pp. 1585～1593.
- 21) 加島延行・川島一彦・原田隆典・磯山龍二：地盤と
基礎の動的相互作用を取り入れた応答スペクトルの
考え方と計算例，第18回地震工学研究発表会，1985
年7月，pp. 309～312.
- 22) Rutenberg, A. and Heidebrecht, A.: Response
Spectra for Torsion, Rocking and Rigid Founda
tions. *E.E.S.D.* Vol. 13, 1985, pp. 543～557.
- 23) 大原資生：地震時土圧研究の現況と課題，土木学会
誌，1979年5月，pp. 2～8.
- 24) 物部長穂：地震上下動に関する考察並びに振動雜
論，土木学会誌，10卷5号，1924年，pp. 1063～
1094.
- 25) Okabe, S.: Geneal Theory on Earth Pressure
and Seismic Stability of Retainig Wall and Dam,
土木学会誌，10卷6号，1924年，pp. 1277～1323.
- 26) 松尾春雄：擁壁に作用する地震時土圧の分布状態に
関する実験的研究，土木学会誌，Vol. 27, No. 2,
1941年, pp. 83～106.
- 27) 石井靖丸・林聰・荒井秀夫・土田肇：振動中におけ
る乾燥砂の運動性状に関する研究（第三報～第五
報），港湾技術研究所報告，10卷11号，1960年。
- 28) 石井靖丸・荒井秀夫：振動中における乾燥砂の運動
性状に関する研究（第六報），港湾技術研究所報告，
Vol. 12, No. 2, 1960年, pp. 11～29.
- 29) Ichihara, M. and Matsuizawa, H.: Earth pressure
durilng Earthquake, *Soil and Foundations* Vol.
13, No. 4, J. S. S. M. F. E., 1973年, pp. 75～86.
- 30) 大原資生・山本哲朗：粘着力を持つ土の地震時主働
土圧に関する実験的研究，土と基礎，Vol.30, No.4,
1982年4月, pp. 33～37.
- 31) 松並仁茂：壁面付着力を考慮した簡便な地震時土圧
式とその実験的考察，土木学会論文報告集，第324
号，1982年8月，pp. 127～139.
- 32) 大原資生：岸壁裏込め間隙水による動水圧につ
いて，土木学会論文報告集，第87号，1960年, pp. 1～7.
- 33) 江守一郎・D. J. シューリング：模型実験の理論と
応用，1973年，技報堂 255 p.
- 34) 寺師昌明：遠心力載荷試験手法について，港湾技術
研究所参考資料，No.33, 1983年11月。
- 35) Oritiz, L. A., Scott, R. F. and Lee, J.: Dynamic
Centrifuge Testing of a Cantilever Retaining
Wall, *E.E.S.D.*, Vol. 1, 1983, pp. 251～268.
- 36) 岩橋敏広・当麻純一・国生剛治・栗原千鶴子・大友
敬三：地震時土圧に関する実験的研究，電力中央研
究所報告，No. 384010, 1985年12月。
- 37) Tajimi, H.: Dynamic Earth Pressure on Base
ment Wall, *Proc. of 5th W.C.E.E.*, 1973, pp.
1560～1569.
- 38) 例えば福岡正巳：擁壁の動土圧と耐震設計，土と
基礎，Vol. 28, No. 8, 1980年8月, pp. 17～24.
- 39) Ikuta, Y., Maruoka, M., Mitoma, T. and Naga
nou, M.: Record of Lateral Prssure Taken dur
ing Earthquake, *Soil and Foundations*, Vol. 19,
No. 4, J. S. S. M. F. E., 1979, pp. 85～92.
- 40) Lysmer, J., Ueda, T., Tsai, C-F. and Seed,
H.B.: FLUSH A Computer Program of Approx
imate 3-D Analysis of Soil-Structure Interaction
Porblems, Report No. EERC 75-30, Univ. of
Calif. Berkeley, 1975.
- 41) Kausel, E., Whitman, R. V., Elasabee, F. and
Murray, J. P.: Dynamic Analysis of Embedded
Structures, *Proc. of 4th Structural Mechanics of
Reactor Technology k 2/6*, 1977.
- 42) 原田隆典・久保慶三郎・片山恒雄：地震波の有効入
力の考え方とその実測例による検討，第15回地震工
学研究発表会，1979年7月，pp. 149～152.
- 43) 前掲17)
- 44) 土岐憲三：新体系土木工学11構造物の耐震解析，技
報堂出版，1981年, pp. 171～174.
- 45) 風間基樹・稻富隆昌：地中埋設剛体構造物の地震応
答特性に関する一考察，第18回地震工学研究発表

会, 1985年7月, pp. 429~432.

- 46) Beredugo, Y. O. and Novok, M.: Coupled Horizontal and Rocking Vibration of Embedded Footings, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 9, Nov. 1972, pp. 477~497.
- 47) 田治見 宏:深い基礎を有する構造物の地震応答について, 日本地震工学シンポジウム, 1966年, pp. 255~297.
- 48) 土岐憲三・小松昭雄:井筒基礎の地震応答解析に関する研究, 土木学会論文報告集, 第281号, 1979年1月, pp. 29~40.
- 49) 原田隆典・久保慶三郎・片山恒雄・広瀬利光:地中円筒基礎の動的ばね係数と減衰定数, 土木学会論文報告集, 第339号, 1983年, 11月, pp. 79~88.
- 50) 日本道路協会道路橋示方書・同解説(Ⅰ共通編IV下部構造編), 昭和55年5月, pp. 193~196.
- 51) 本州四国連絡橋公団 耐震設計基準・同解説, 昭和52年3月, pp. 23~31.
- 52) 土岐憲三・佐藤忠信・三浦房紀:井筒基礎の震動特性に関する実験的研究, 京都大学防災研究所年報, 第21号B-2, 1978年4月, pp. 69~91.
- 53) 風間基樹・今村俊博・稻富隆昌:地震時の地中埋設剛体構造物の回転運動に関する一考察, 第40回土木学会年次学術講演会, 1985年9月, pp. 677~678.
- 54) 前掲5)

付 記

1. 運動方程式の作成

本文の式(18)~(20)を再掲すると,

$$M\ddot{X}_G + R_{NL} + R_{NR} + R_{SB} = 0 \quad (\text{付. 1})$$

$$M\ddot{Y}_G + R_{SL} + R_{SR} + R_{NB} = 0 \quad (\text{付. 2})$$

$$I\ddot{\theta}_G - R_{SL}G_X + (B - G_X)R_{SR} + (H - G_Z)R_{SB} + M_L + M_R + M_B = 0 \quad (\text{付. 3})$$

また, 動土圧による反力 R とモーメント M は本文(17), (21)式より,

$$\begin{aligned} R_{NL} &= \int_0^{H-HL_0} k_L(z_L) \{ X_G - (G_Z - z_L) \\ &\quad - HL_0 \theta_G - u_L(z_L) \} dz_L \\ R_{SL} &= \int_0^{H-HL_0} k_{SL}(z_L) \{ Y_G - G_X \theta_G \\ &\quad - v_L(z_L) \} dz_L \\ R_{NR} &= \int_0^{H-HR_0} k_R(z_R) \{ X_G - (G_Z - z_R) \\ &\quad - HR_0 \theta_G - u_R(z_R) \} dz_R \\ R_{SR} &= \int_0^{H-HR_0} k_{SR}(z_R) \{ Y_G + (B - G_X) \theta_G \\ &\quad - v_R(z_R) \} dz_R \\ R_{NB} &= \int_0^B k_B \{ Y_G + (x - G_X) \theta_G - v_B \} dx \\ R_{SB} &= \int_0^B k_{SB} \{ X_G + (H - G_Z) \theta_G - u_B \} dx \end{aligned} \quad (\text{付. 4})$$

$$\left. \begin{aligned} M_L &= - \int_0^{H-HL_0} k_L(z_L) \{ X_G - (G_Z - z_L) \\ &\quad - HL_0 \theta_G - u_L(z_L) \} \times (G_Z - z_L \\ &\quad - HL_0) dz_L \\ M_R &= - \int_0^{H-HR_0} k_R(z_R) \{ X_G - (G_Z - z_R) \\ &\quad - HR_0 \theta_G - u_R(z_R) \} \times (G_Z - z_R \\ &\quad - HR_0) dz_R \\ M_B &= \int_0^B k_B \{ Y_G + (x - G_X) \theta_G - v_B \} \\ &\quad \times (x - G_X) dx \end{aligned} \right\} \quad (\text{付. 5})$$

と表現される。ここで、それぞれの積分を次のようにおくと

$$\begin{aligned} P_L &= \int_0^{H-HL_0} k_L(z_L) dz_L \\ ZP_L &= \int_0^{H-HL_0} k_L(z_L) z_L dz_L \\ Z^2 P_L &= \int_0^{H-HL_0} k_L(z_L) z_L^2 dz_L \\ S_L &= \int_0^{H-HL_0} k_{SL}(z_L) dz_L \\ P_R &= \int_0^{H-HR_0} k_R(z_R) dz_R \\ ZP_R &= \int_0^{H-HR_0} k_R(z_R) z_R dz_R \\ Z^2 P_R &= \int_0^{H-HR_0} k_R(z_R) z_R^2 dz_R \\ S_R &= \int_0^{H-HR_0} k_{SR}(z_R) dz_R \\ uk_L &= \int_0^{H-HL_0} k_L(z_L) u_L(z_L) dz_L \\ Zuk_L &= \int_0^{H-HL_0} k_L(z_L) u_L(z_L) z_L dz_L \\ vk_L &= \int_0^{H-HL_0} k_{SL}(z_L) v_L(z_L) dz_L \\ uk_R &= \int_0^{H-HR_0} k_R(z_R) u_R(z_R) dz_R \\ Zuk_R &= \int_0^{H-HR_0} k_R(z_R) u_R(z_R) z_R dz_R \\ vk_R &= \int_0^{H-HR_0} k_{SR}(z_R) v_R(z_R) dz_R \end{aligned} \quad (\text{付. 6})$$

反力とモーメントは簡単に,

$$R_{NL} = X_G \cdot P_L + \theta_G \cdot \{(HL_0 - G_Z) \cdot P_L + ZP_L\} - uk_L$$

$$R_{SL} = Y_G \cdot S_L - \theta_G \cdot G_X \cdot S_L - vk_L$$

$$R_{NR} = X_G \cdot P_R + \theta_G \cdot \{(HR_0 - G_Z) \cdot P_R + ZP_R\} - uk_R$$

$$R_{SR} = Y_G \cdot S_R + \theta_G \cdot (B - G_X) \cdot S_R - vk_R$$

$$R_{NB} = Y_G (k_B \cdot B) + \theta_G \cdot k_B \left(\frac{B^2}{2} - B \cdot G_X \right) - v_B \cdot k_B \cdot B$$

$$\begin{aligned}
 R_{SB} &= X_G(k_{SB} \cdot B) + k_{SB} \cdot B(H - G_Z) \cdot \theta_G \\
 M_L &= X_G \cdot \{(HL_0 - G_Z) \cdot P_L + ZP_L\} \\
 M_R &= X_G \cdot \{(HR_0 - G_Z) \cdot P_R + ZP_R\} \\
 M_B &= Y_G \cdot k_B \left(\frac{B^2}{2} - B \cdot G_X \right) + \theta_G \frac{k_B}{3} \{(B - G_X)^3 + G_X^3\}
 \end{aligned}
 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{(付. 7)}$$

と表される。こうして求められた(付.7)式を、式(付.1)～(付.3)に代入すると、

$$\begin{aligned}
 M\ddot{X}_G + X_G \cdot P_L + \theta_G \cdot \{(HL_0 - G_Z) \cdot P_L + ZP_L\} - uk_L \\
 + X_G \cdot P_R + \theta_G \cdot \{(HR_0 - G_Z) \cdot P_R + ZP_R\} - uk_R \\
 + X_G(k_{SB} \cdot B) + \theta_G \cdot \{k_{BS} \cdot B(H - G_Z)\} \\
 - u_B \cdot k_{SB} \cdot B = 0
 \end{aligned}
 \quad \text{(付.8)}$$

$$\begin{aligned}
 M\ddot{Y}_G + Y_G \cdot S_L - \theta_G \cdot G_X \cdot S_L - vk_L \\
 + Y_G \cdot S_R + \theta_G \cdot (B - G_X) \cdot S_R - vk_R \\
 + Y_G(k_B \cdot B) + \theta_G \cdot k_B \left(\frac{B^2}{2} - B \cdot G_X \right) \\
 - v_B \cdot k_B \cdot B = 0
 \end{aligned}
 \quad \text{(付.9)}$$

$$\begin{aligned}
 I\ddot{\theta}_G - (Y_G \cdot S_L - \theta_G \cdot G_X \cdot S_L - vk_L) G_X \\
 + \{Y_G \cdot S_R + \theta_G \cdot (B - G_X) \cdot S_R - vk_R\} (B - G_X) \\
 + (X_G(k_{SB} \cdot B) + \theta_G \cdot k_{SB} \cdot B(H - G_Z) \\
 - u_B \cdot k_{SB} \cdot B)(H - G_Z) \\
 + X_G \cdot \{(HL_0 - G_Z) \cdot P_L + ZP_L\} \\
 + \theta_G \cdot \{(G_Z - HL_0)^2 P_L \\
 + 2(HL_0 - G_Z) ZP_L + Z^2 P_L\} + (G_Z - HL_0) uk_L \\
 - Zuk_L \\
 + X_G \cdot \{(HR_0 - G_Z) \cdot P_R + ZP_R\} \\
 + \theta_G \cdot \{(G_Z - HR_0)^2 P_R \\
 + 2(HR_0 - G_Z) ZP_R + Z^2 P_R\} \\
 + (G_Z - HR_0) uk_R - Zuk_R \\
 + Y_G \cdot k_B \left(\frac{B^2}{2} - B \cdot G_X \right) + \theta_G \frac{k_B}{3} \{(B - G_X)^3 + G_X^3\} \\
 - \left(\frac{B^2}{2} - B \cdot G_X \right) k_B v_B = 0
 \end{aligned}
 \quad \text{(付.10)}$$

となる。(付.8)～(付.10)式をマトリックス表示すると、本文(16)式になり、剛性マトリックスと外力列ベクトルの各要素は

$$\begin{aligned}
 K_{11} &= P_L + P_R + k_{BS} \cdot B \\
 K_{12} &= K_{21} = 0.0 \\
 K_{13} &= K_{31} = (HL_0 - G_Z) \cdot P_L \\
 &\quad + ZP_L + (HR_0 - G_Z) \cdot P_R \\
 &\quad + ZP_R + k_{BS} \cdot B(H - G_Z) \\
 K_{22} &= S_L + S_R + k_B \cdot B \\
 K_{23} &= K_{32} = -G_X \cdot S_L + (B - G_X) \cdot S_R \\
 &\quad + k_B \left(\frac{B^2}{2} - B \cdot G_X \right) \\
 K_{33} &= G_X^2 \cdot S_L + (B - G_X)^2 \cdot S_R \\
 &\quad + k_{BS} \cdot B(H - G_Z)^2 \\
 &\quad + 2(HL_0 - G_Z) ZP_L + Z^2 P_L \\
 &\quad + (G_Z - HL_0)^2 P_L \\
 &\quad + 2(HR_0 - G_Z) ZP_R + Z^2 P_R \\
 &\quad + (G_Z - HR_0)^2 P_R \\
 &\quad + \frac{k_B}{3} \{(B - G_X)^3 + G_X^3\}
 \end{aligned}
 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{(付.11)}$$

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= uk_L + uk_R + u_B \cdot k_{BS} \cdot B \\
 Y_2 &= vk_L + vk_R + v_B \cdot k_B \cdot B \\
 Y_3 &= -vk_L \cdot G_X + uk_R (B - G_X) \\
 &\quad + u_B \cdot k_{BS} \cdot B(H - G_Z) \\
 &\quad + (HL_0 - G_Z) uk_L + (HR_0 - G_Z) uk_R \\
 &\quad + \left(\frac{B^2}{2} - B \cdot G_X \right) k_B v_B + Zk v_L + Zuk_R
 \end{aligned}
 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{(付.12)}$$

と表現される。

自由地盤各層におけるばね定数 k が、同一層内で一定と考えると、先の積分(付.6)式のうち左側の地盤に関する積分は、それぞれ次のように表される。

$$ZP_L = \sum_{n=1}^{NL} k_{Ln} \frac{d_n^2 - d_{n-1}^2}{2}$$

ここで、 $dn = \sum_{i=1}^n h_{Li}$ である。

$$Z^2 P_L = \sum_{n=1}^{NL} k_{Ln} \frac{d_n^3 - d_{n-1}^3}{3}$$

$$S_L = \sum_{n=1}^{NL} k_{SLn} \cdot h_{Ln}$$

$$uk_L = \sum_{n=1}^{NL} \int_{dn-1}^{dn} k_{Ln} \left(E_n e^{i\omega \frac{z_n}{Vs_n}} + F_n e^{-i\omega \frac{z_n}{Vs_n}} \right) dz_L$$

ここで、 $z_n + d_{n-1} = z_L$, $\frac{dz_n}{dz_L} = 1$,

$z_L = d_n$ のとき $z_n = h_{Ln}$

$z_L = d_{n-1}$ のとき $z_n = 0$

$$= \sum_{n=1}^{NL} \int_0^{h_{Ln}} k_{Ln} \left(E_n e^{i\omega \frac{z_n}{Vs_n}} + F_n e^{-i\omega \frac{z_n}{Vs_n}} \right) dz_n$$

$$\phi_{Ln} = \frac{\omega h_{Ln}}{Vs_n} \text{ とおけば,}$$

$$uk_L = \sum_{n=1}^{NL} k_{Ln} \frac{h_{Ln}}{i\phi_{Ln}} \{E_n(e^{i\phi_{Ln}} - 1) - F_n(e^{-i\phi_{Ln}} - 1)\}$$

$$Zuk_L = \sum_{n=1}^{NL} k_{Ln} \cdot d_{n-1} \cdot \frac{h_{Ln}}{i\phi_{Ln}} \{E(e^{i\phi_{Ln}} - 1)$$

$$- F_n(e^{-i\phi_{Ln}} - 1)\}$$

$$+ \sum_{n=1}^{NL} k_{Ln} \left(\frac{h_{Ln}}{i\phi_{Ln}} \right)^2 [E_n \{e^{i\phi_{Ln}} (i\phi_{Ln} - 1) + 1\}$$

$$- F_n \{e^{-i\phi_{Ln}} (i\phi_{Ln} + 1) - 1\}]$$

右側の地盤に関する積分についても同様に表現できて、式の添字を、 $L \rightarrow R$ とすればよい。

記号一覧表

H	: 剛体の高さ
B	: 剛体の幅
H_0	: 剛体の切り欠き部の高さ
B_0	: 剛体の切り欠き部の幅
HL_0	: 剛体天端から左側地盤天端までの鉛直距離
HR_0	: 剛体天端から右側地盤天端までの鉛直距離
NL	: 左側地盤モデルの層数
NR	: 右側地盤モデルの層数
NB	: 剛体底面から地震動入力基盤までの地盤モデルの層数
ρ_g, V_{SG}	: 剛体の質量密度及びせん断波速度
h_n, ρ_n, V_{Sn}	: 地盤第 n 層の層厚、密度、せん断波速度
z_L	: 左側地盤天端を原点とする鉛直下向き座標
z_R	: 右側地盤天端を原点とする鉛直下向き座標
z	: 剛体天端を原点とする鉛直下向き座標
z^*	: 剛体重心点からの上向き鉛直距離
x^*	: 剛体重心点からの右向き水平距離
K	: 剛体の運動エネルギー
V	: 地盤ばねのひずみエネルギー
M	: 剛体の質量
I	: 剛体の重心回りの慣性モーメント
X_G	: 剛体重心の並進水平成分
Y_G	: 剛体重心の並進鉛直成分
θ_G	: 剛体重心回りの回転角(ラジアン)

G_X, G_Z	: 剛体左肩を原点としたときの剛体の重心座標
V_{NL}	: 剛体左側の鉛直地盤ばねのひずみエネルギー
V_{SL}	: 剛体左側のせん断地盤ばねのひずみエネルギー
V_{NR}	: 剛体右側の鉛直地盤ばねのひずみエネルギー
V_{SR}	: 剛体右側のせん断地盤ばねのひずみエネルギー
V_{NB}	: 剛体底面の鉛直地盤ばねのひずみエネルギー
V_{SB}	: 剛体底面のせん断地盤ばねのひずみエネルギー
$k_L(z), k_{SL}(z)$: 左側地盤の深さ z における単位長さ当たりの鉛直及び、せん断ばね定数
$k_R(z), k_{SR}(z)$: 右側地盤の深さ z における単位長さ当たりの鉛直及び、せん断ばね定数
k_B, k_{SB}	: 剛体底面の単位長さ当たりの鉛直及び、せん断ばね定数
$u_L(z)$: 剛体左側自由地盤の深さ z における水平地震応答変位
$v_L(z)$: 剛体左側自由地盤の深さ z における鉛直地震応答変位
$u_R(z)$: 剛体右側自由地盤の深さ z における水平地震応答変位
$v_R(z)$: 剛体右側自由地盤の深さ z における鉛直地震応答変位
u_B	: 剛体底面における地盤の水平地震応答変位
v_B	: 剛体底面における地盤の鉛直地震応答変位
$[M]$: 質量マトリックス
$[K]$: 複素剛性マトリックス
$\{Y\}$: 外力列ベクトル
R_{NL}	: 左側鉛直ばねによる力(動土圧合力)
R_{SL}	: 左側せん断ばねによる力(摩擦力)
R_{NR}	: 右側鉛直ばねによる力(動土圧合力)
R_{SR}	: 右側せん断ばねによる力(摩擦力)
R_{NB}	: 底面鉛直ばねによる力(動土圧合力)
R_{SB}	: 底面せん断ばねによる力(摩擦力)
M_L	: 左側鉛直ばねによるモーメント
M_R	: 右側鉛直ばねによるモーメント
M_B	: 底面鉛直ばねによるモーメント