

運輸省港湾技術研究所

港湾技術研究所 報告

REPORT OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH
INSTITUTE

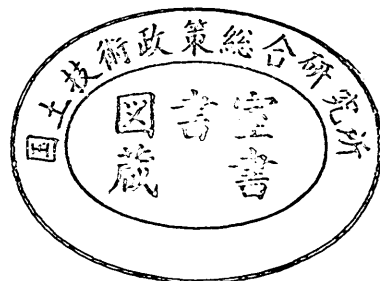
MINISTRY OF TRANSPORT

VOL. 24

NO. 4

DEC. 1985

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



港湾技術研究所報告 (REPORT OF P.H.R.I)

第24巻 第4号 (Vol. 24, No.4) 1985年12月 (Dec. 1985)

目 次 (CONTENTS)

1. Field Observation of Local Sand Movements in the Surf Zone using
Fluorescent Sand Tracer (Second Report)
..... Kazumasa KATOH, Norio TANAKA, Takamichi KONDOH,
Masahiro AKAISHI and Kenji TERASAKI..... 3
(蛍光砂を用いた碎波帯内における局所的砂移動の観測 (第2報)
.....加藤一正・田中則男・近藤隆道・赤石正廣・寺崎賢次)

2. 波浪の統計的性質に関する二, 三の数値的検討
.....合 田 良 実.....65
(Numerical Examination of Several Statistical Parameters of Sea
Waves.....Yoshimi GODA)

2. 波浪の統計的性質に関する二、三の数値的検討

合 田 良 実*

要 旨

波形記録を解析して得られる波高、周期その他の統計量に関して、①統計的変動性とスペクトル形状の関係、②ゼロアップクロス法とゼロダウンクロス法との差異、③波高の連長と支配パラメーター等について数値的に検討した。線型シミュレーション法による擬似不規則波形データに加え、現地観測データおよび室内実験データを補足して使用した。

代表波高、周期等の統計量の変異係数は、最高波の諸元を除き、波形記録中の波数の $-1/2$ 乗に比例する。周波数スペクトルのピークが鋭くなるにつれて波高の変異係数は増加し、周期の変異係数は減少する。代表的なスペクトルに対し、各種統計量の変異係数が定量的に求められた。なお、数値シミュレーションでは、その際に使用する方法によって統計的変動性の絶対値が規定されることがある。

ゼロアップクロス法とはゼロダウンクロス法とは、母集団平均としては同一の波高・周期を与える。個々の波形記録に対する二つの定義法による波高、周期の差異は統計的変動範囲内にとどまる。ただし、碎波帯近傍の波のように波形が前傾する場合にはゼロダウンクロス法による周期の代表値のほうが短く出る。この傾向は、新しく提案した前傾度パラメーターによって表示可能である。

波高の連の平均長は、周波数スペクトルから計算される包絡波形の相関パラメーターと密接な関係にある。ただし、このパラメーターを直接用いて計算した連の平均長は、実測値よりも短い傾向にある。

* 次長

2. Numerical Examination of Several Statistical Parameters of Sea Waves

Yoshimi GODA*

Synopsis

Analyses are made on several statistical parameters including wave heights and periods, derived from wave registrations. The analyses are aimed at the effect of spectral shape on statistical variability of wave parameters, the difference between the parameters defined by the zero-upcrossing and the zero-downcrossing methods, and a spectral parameter governing the wave grouping. Numerically-simulated wave profiles constitute the main source of data, but field and laboratory data are also used in the analyses.

The coefficients of variations of characteristic wave heights, periods, and other parameters are confirmed to be proportional to the $-1/2$ power of the number of waves in a record except for the maximum wave height and period. As the spectral peak becomes sharp, the coefficients of variations of characteristic wave heights increase while those of wave periods decrease. The coefficients of variations of these parameters have been evaluated for four typical wave spectra. In numerical simulations of wave profiles, caution should be taken for the method of simulation because it may affect the magnitude of statistical variability.

It is confirmed that the zero-upcrossing and the zero-downcrossing methods yield the same ensemble means of the characteristic wave heights and periods. The difference between the characteristic values of wave heights and periods for individual wave records remain within a range of statistical variations, which has been evaluated for four typical spectra. However, waves which exhibit forward asymmetry (atiltness), such as those observed near or within the surf zone, produce shorter periods by the zero-downcrossing method than by the zero-upcrossing method. This difference in wave periods becomes large as the value of newly-defined wave atiltness parameter increases.

The mean run length of wave height is closely related to the correlation parameter of wave envelope, which can be calculated from the wave spectrum. The run length directly estimated with this envelope correlation parameter, however, is generally shorter than the actually observed run length.

* Deputy Director General

目 次

要 旨	65
1. ま え が き	69
2. 不規則波形の数値シミュレーション手法の再検討	69
2.1 数値シミュレーション手法の概要	69
2.2 擬似乱数の発生法の検討	72
2.3 不規則波形の分散値の変動性	73
2.4 波浪統計量の変動性に対する成分波数の影響	75
3. 波浪統計量に対する周波数スペクトル形状の影響	77
3.1 周波数スペクトルによる波高・周期分布の変化	77
3.2 波浪統計量の変動性と周波数スペクトル形状の関係	82
4. ゼロアップクロス法とゼロダウンクロス法の比較	86
4.1 定義法による波高・周期の変動範囲の検討	86
4.2 波形の前傾度のパラメータの提案	89
4.3 現地観測および室内実験データによる検討	90
5. 波群相関パラメータと波高の連長との関係	94
5.1 波群相関パラメータの定義	94
5.2 擬似不規則波および現地観測データによる検討	96
6. む す び	99
参 考 文 献	100
主要記号一覧表	101

1. ま え が き

海の波の不規則性については既にいろいろな研究成果が発表され、実用的観点からはかなり十分なところまで明らかになってきた¹⁾。しかし、さらにもう一步を進めて波浪の統計的性質を吟味しようとする、未解明の数多くの問題にぶつかる。波浪統計は、対象とする時間スケールによって短期統計、波候統計、および長期統計の三つに大別することができ、それぞれが独自の課題を抱えている。本報告は、波形記録中の個々の波の統計量に関する短期波浪統計の諸問題について論じるものである。

一般の不規則変動現象では、その周波数スペクトルの構造を解明することによって問題が解決されることが多い。しかし、海の波の場合には1波の周期が数秒ないし十数秒と長く、また碎波の現象のように1波の波高の絶対値が支配パラメーターとなる場合が少なくないため、個別の波の統計的解析を欠かすことができない。このため、良く知られているように、波浪記録の解析では波形が平均水位を横切る点をもって個々の波の山・谷の始点および終点とする方法（ゼロクロス法）が標準的に用いられている。ところが、ゼロクロス法で定義された波高・周期の数学的取り扱いは非常にむずかしく、特に周波数スペクトルが広い周波数帯に拡がっている場合の厳密な理論はいまだ確立されていない。このため、波高や周期の統計量の解析にあたっては、著者²⁾が最初に1970年に行ったように、不規則波形の数値シミュレーション手法がしばしば活用される。本報告では、まずこうした数値シミュレーション手法を使用する際の問題点について検討する。

波浪の統計的性質に関する一つの課題は、統計的変動性の解明である。著者は先に、標準スペクトルで規定される波浪の統計量について変異係数*を算定した³⁾が、その後、遠距離を伝播したうねりの統計量を吟味したところ、前回とやや異なる変異係数の値が得られた⁴⁾。この差は周波数スペクトルの形状の違いによると考えられるため、統計的変動性に及ぼす周波数スペクトルの形状の影響について検討する。なお、この影響のことは早くも1957年に Tucker⁵⁾ が示唆していたのであるが、あまり注目されずにいたものである。

また、ゼロクロス法の定義にしても、1波の始まりを波形がゼロ線を上向きに横切る時刻とする（ゼロアップ

クロス法）か、あるいは下向きに横切る時刻とする（ゼロダウンクロス法）かの議論が残されている。日本では慣習的に前者を採用しているが、ヨーロッパ諸国では後者が多いようである。一般には、両者の差異は統計的変動性によるもののみであり、本報告では数値シミュレーション波形をデータとして、両者の差異の統計的変動範囲を明らかにする。しかし、波浪が碎波帯に近づき、非線型効果によって波形が前傾するようになると、ゼロアップクロス法とゼロダウンクロス法とで異なる波高・周期の代表値を与えるようになる。そこで、波形の前傾の度合を表示する新しいパラメーター *atiltness* を提案し、このパラメーターの値が大きくなると、ゼロアップクロス法で定義した代表周期の値がダウンクロス法による値よりも大きくなることを若干の現地観測データおよび室内実験データを用いて例示する。

さらに最近、波群包絡線波形の相関パラメーターが波高の連の長さを支配するパラメーターではないかということが Battjes⁶⁾ や Longuet-Higgins⁷⁾ によって提唱されている。波高の連の長さについては、連続する2波の波高間の相関係数をパラメーターとする理論を木村⁸⁾ が発表しており、それが現地データを良く説明することは著者⁴⁾ も明らかにしている。しかし、周波数スペクトルと波高の連長との理論的關係は未解明であり、上記の波群相関パラメーターはこのギャップを埋めるのではないかと期待される。そこで、波群相関パラメーターの性質および波高の連長との関係について数値シミュレーション波形および現地データを用いて検討した結果を報告する。

本報告で取り上げた諸問題は、いずれも波浪に関する研究手法あるいはデータ処理法に係わるものであり、成果が直ちに実用に供される性質のものではないけれども、本報告が波浪に関する調査・研究の進展に役立つことができれば著者の何よりの喜びとするところである。

2. 不規則波形の数値シミュレーション手法の再検討

2.1 数値シミュレーション手法の概要

(1) 基本式

波浪スペクトルが与えられたとき、それを満足するような不規則変動波形を電子計算機でシミュレートするための基本的方法は、多数の成分波の線型重ね合せである。今、簡単のために表面波形の水位変動量 η を対象とすると、これは次式で計算される。

$$\eta(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^K a_{m,n} \cos(k_m x \cos \theta_n + k_m y \sin \theta_n + 2\pi f_m t + \varepsilon_{m,n}) \quad (1)$$

* 統計学で標準偏差と平均値との比として定義される。工学の分野では変動係数と呼ばれることも多い。

ここに、

$a_{m,n}$: 周波数 f_m , 方向角 θ_n の成分波の振幅

f_m : m 番目の周波数

k_m : 周波数 f_m に対応する波数 (線型理論に従い, $4\pi^2 f_m^2 = g k_m \tanh k_m h$ の関係式から求める。ただし, h は水深)

θ_n : n 番目の方向角 (x 軸から反時計回りに測った, 波のやってくる方向)

$\varepsilon_{m,n}$: $0 \sim 2\pi$ の範囲に一樣にかつランダムに分布する位相角

M : 周波数成分の個数

K : 方向角成分の個数

なお, 本報告で使用する記号のうちの主要なものは一括して付録に記載してある。

式(1)は, 位相角 $\varepsilon_{m,n}$ が一樣かつランダムに分布していることを前提とする線型重ね合せ方式を表している。最近では, 成分波の非線型干渉効果も取り入れた非線型シミュレーション手法^{9),10)} も用いられる。しかし, 計算時間が大幅に増加するため特別な場合にしか利用されていない。また, 表面波形だけでなく水面傾斜, 水粒子運動その他の波浪運動量をシミュレートするときは, 式(1)を修正した次式を用いればよい。

$$\zeta_i(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^K K_i(f_m, \theta_n) a_{m,n} \cos(k_m x \cos \theta_n + k_m y \sin \theta_n + 2\pi f_m t + \varepsilon_{m,n} + \phi_i) \quad (2)$$

ここに, $K_i(f_m, \theta_n)$ は振幅の変換率を表す伝達関数, ϕ_i は位相変換角であり, 主要な波浪運動量についての値はたとえば文献12)に記載されている。

式(1), (2)は時間的変動あるいは空間的変動のいずれにも利用される。今, 議論を表面波形の時間的変動に限定すると, 式(1)は次のように1次元問題に帰着できる³⁾。

$$\eta(t|x, y) = \sum_{m=1}^M a_m \cos(2\pi f_m t + \Phi_m) \quad (3)$$

ここに、

$$a_m = \sqrt{C_m^2 + S_m^2} \quad (4)$$

$$\Phi_m = \tan^{-1}(S_m/C_m) \quad (5)$$

$$C_m = \sum_{n=1}^K a_{m,n} \cos(k_m x \cos \theta_n + k_m y \sin \theta_n + \varepsilon_{m,n}) \quad (6)$$

$$S_m = \sum_{n=1}^K a_{m,n} \sin(k_m x \cos \theta_n + k_m y \sin \theta_n + \varepsilon_{m,n}) \quad (7)$$

波浪スペクトルとして周波数スペクトルのみが指定されているときは, 式(3)が数値シミュレーションの基本式

となる。なお, 数値計算のアルゴリズムとしては, f_m が等間隔の場合には有限フーリエ級数に対する逆FFT法を使い, f_m が不等間隔の場合には式(3)の余弦関数を直接計算せずに, 三角関数の和の公式あるいは階差公式を使うことによって演算時間を節約することができる^{3),13)}。

具体的に数値シミュレーションを実施する方法としては, 振幅 $a_{m,n}$ の与え方, 周波数 f_m および方向角 θ_n の決め方, 成分波の個数 M , K の選定方法などによって幾つかの方式に分けられる。特に, 周波数の分割方式としては次のようなものが使われている。

A. 等分割方式

B. 不均一分割方式

B-1. 等分割の小区間内で一樣乱数を用いて選定

B-2. 等比級数分割の小区間内で一樣乱数を用いて選定

B-3. 成分波のエネルギーがほぼ等しくなるように分割した小区間内で選定

このうち, Aの等分割方式は周波数スペクトルのみが指定された1次元不規則波形のシミュレーションに使用され, Tucker et al.¹⁴⁾は特に波浪統計量の変動性を吟味する場合にはこの方法によるべきであると論じている。この方法によるシミュレーション波形は, Borgman¹⁵⁾が早く指摘したように, 有限フーリエ級数の性質から $2M$ 個の周期で繰り返される。したがって, 長い不規則波形が必要なときは, その長さに比例して成分波の個数 M を増さなければならない。なお, 方向スペクトルが指定されたときの2次元不規則波形のシミュレーションにこの方法を用いるのは, 成分波数がぼう大になるので実行困難ではないかと思われる。

Bの不均一分割方式は, 比較的少ない個数の成分波で長時間にわたる不規則波形を作成するためのもので, 各周波数が互いに整数比を構成しないようにくふうしておくことが必要である。著者が最初に行った1次元不規則波形のシミュレーション²⁾では, 周波数スペクトルの形状を変えて検討を行ったこともあってB-2の「等比級数+乱数選択」方式を用い, その次の統計的変動性検討のための波形シミュレーション³⁾では周波数スペクトルをBretschneider・光易型に限定したこともあってB-3の等エネルギー分割を用いた。

このBretschneider・光易型スペクトルは, 有義波高を $H_{1/3}$, 有義波周期を $T_{1/3}$ として次式で与えられる。

$$S(f) = 0.257 H_{1/3}^2 T_{1/3}^{-4} f^{-5} \times \exp[-1.03 (T_{1/3} f)^{-4}] \quad (8)$$

ただし、 $S(f)$ は周波数スペクトル密度関数である。この関数は不定積分が求められ、スペクトルが周波数軸と囲む面積を等分割することが容易である。既に永井¹⁶⁾は不規則波の屈折・回折計算において、スペクトルの2次元モーメントから計算される平均周期の推定誤差を少なくするための周波数の選定法として次式を提示している。

$$f_m = \frac{1}{0.9T_{1/3}} \left\{ 2.912M \left[\Phi \left(\sqrt{2 \ln \frac{M}{m-1}} \right) - \Phi \left(\sqrt{2 \ln \frac{M}{m}} \right) \right] \right\}^{1/2} \quad (9)$$

ここに、 Φ は次式で定義される誤差関数である。

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \int_0^t e^{-x^2/2} dx \quad (10)$$

また、簡易計算用としては等分割された各区間の面積を2等分する周波数³⁾として

$$f_m = \frac{1.007}{T_{1/3}} \left[\ln \left(\frac{2M}{2m-1} \right) \right]^{-1/4} \quad (11)$$

を使用してもよい。

式(9)、(11)の周波数選定法は、成分波の数を相対的に少なくできる利点があるけれども、周波数スペクトルが式(8)以外の形のものには適用できない難点がある。本報告では、スペクトルの形状をいろいろ変化させて検討を進める都合上、B-1の〔等分割+乱数選択〕方式によるシミュレーションプログラムを使用している。

成分波の振幅 $a_{m,n}$ は、一般には次式で与えられる。

$$a_{m,n} = \frac{\sqrt{2S(f_m, \theta_n)} \Delta f_m \Delta \theta_n}{\sqrt{2S(f_m) \Delta f_m} \sqrt{G(f_m, \theta_n) \Delta \theta_n}} \quad (12)$$

ここに、 $S(f, \theta)$ は方向スペクトル密度関数、 $G(f, \theta)$ は方向分布関数である。指定された方向スペクトルに対する2次元不規則波のシミュレーションの場合には、方向角 θ_n を波の主方向から $\pm 90^\circ$ の範囲で等分割するのが普通である。これは、波形の時間的変動をシミュレートするのであれば、方向角を等分割しても波形の繰り返しのおそれがないと考えられるためである。

1次元波形のシミュレーションの場合であっても、方向スペクトルを与えて振幅 $a_{m,n}$ を式(12)で計算するのであれば、各周波数ごとの成分波の自乗 a_m^2 は著者³⁾が先に論じたように式(13)のような2自由度の χ^2 分布をなす。

$$a_m^2 = S(f_m) \chi^2_2 \Delta f_m \quad (13)$$

これは、方向成分の数 K が十分に大きければ、式(6)、(7)で計算される C_m 、 S_m が大数の法則によって正規分

布に従うためである。前回の検討結果³⁾によれば、方向関数が $\cos^8 \theta$ 型のようにかなり分布幅が狭い場合でも、 $K=100$ であれば C_m 、 S_m の正規分布性は棄却されない。ただし、 $\cos^8 \theta$ 型で $K=30$ の場合は正規分布からのずれが検出されている。

1970年に著者が行った不規則波形の数値シミュレーションでは、式(13)のカイ自乗分布をその期待値である $E[\chi^2_2] = 2$ で置き換えて使用したため、波高、周期等の変動性は十分に再現されていなかった。Tucker et al.¹⁴⁾はこの点を問題にして周波数の等分割方式を主張した。一方、式(13)に従って a_m^2 を χ^2_2 分布させる場合には、個数 M が少ないときに統計的変動性が過大に現われるおそれがある。前回の著者の検討³⁾ではエネルギー等分割方式で成分波の周波数を選定したこともあって、統計的変動性が過大に現われたような傾向は認められなかったけれども、成分波の個数については将来の検討課題として残されていた。本報告は、この点の探究を一つの目的としている。

(2) 数値シミュレーション用プログラムの特徴

今回のシミュレーションで使用したプログラムは、かなり広範囲な応用が可能ないように汎用性を持たせたもので、次のような特徴がある。

- 1) 波浪運動としては、水位、水面上下速度、同加速度、水面 $x \cdot y$ 方向傾斜、水粒子速度 $x \cdot y$ 成分、水粒子加速度 $x \cdot y$ 成分、水圧変動の10種類ものを計算できる。
- 2) 同時に平面・鉛直座標の異なる10地点の時間変動波形を計算できる。
- 3) 波としては、3種類の進行波の波群およびそれらの反射波の重畳状態を取り扱うことができる。各波群の有義波高、有義波周期、スペクトル形状パラメーター、波向、方向分布パラメーター、その他は独立に指定できる。
- 4) 全体の波浪エネルギーを分布させる周波数範囲 ($f_{\min} \sim f_{\max}$)、周波数の分割数 M 、全体としての方向角の上下限、および方向角の分割数 K を任意に設定できる。方向角は所定の範囲を等分割して定める。周波数はまず所定の範囲を $M-1$ 等分し、各区内で一様乱数を用いて中間周波数を設定し、隣り合う中間周波数の差を Δf_m 、その2等分値を f_m とする。
- 5) 周波数スペクトルとしては次式の5パラメーター型を採用している。

$$S(f) = \alpha_1 H_{1/3}^2 T_p (f/f_p)^{-a} \exp \left[-\frac{m}{n} (f/f_p)^{-a} \right]$$

$$\times \gamma \exp(-(f/f_p - 1)^2 / 2\sigma^2) \quad (14)$$

ここに、

$$f_p = 1 / (1.05 T_{1/3}) \quad (15)$$

$$\sigma = \begin{cases} 0.07 & : 0.7 f_p < f < f_p \\ 0.09 & : f_p \leq f < 1.4 f_p \end{cases} \quad (16)$$

また、 α_1 は $H_{1/3} = 4.004 \sqrt{m_0}$ (ただし、 m_0 はスペクトルの0次モーメント)の関係を満足させるための比例定数である。式(14)の関数は、 $m=5$ 、 $n=4$ 、 $\gamma=1$ とすればBretschneider・光易型、 m を可変にして $n=4$ 、 $\gamma=1$ に固定するとWallops型¹⁷⁾、 γ を可変にして $m=5$ 、 $n=4$ に固定するとJONSWAP型¹⁸⁾に一致する。なお、式(15)は風波に対する経験式であって、シミュレートされた波形に対してゼロクロス法で $T_{1/3}$ を算定すると入力値と数%程度ずれることが多い。

- 6) 方向分布関数としては、光易型および $\cos^{2\theta}$ 型を選択し、方向分布パラメーターを指定する。
- 7) 現地観測記録にほとんど必ず混入しているノイズの模式的表示として、任意の大きさの正規確率分布乱数を加えることができる。これは、方向スペクトルの分解能の解析等のためのもので、今回は使用していない。

(3) 数値シミュレーションの条件

本報告では1次元不規則波形の統計的性質について吟味しているので、このような場合に方向スペクトルを導入した汎用プログラムを使用するのは電子計算機の使い方としてやや不経済なきらいがあったが、前回の検討³⁾との整合性を保持する意味もあって、この汎用プログラムをそのまま利用した。シミュレーションの条件等は次のとおりである。

- i) 周波数成分の個数 : $M=200$
- ii) 方向成分の個数 : $K=36$
- iii) 方向分布関数 : $\cos^{2\theta}$ 型
- iv) 周波数スペクトル : Wallops 型
(m : 可変, $n=4$, $\gamma=1$)
- v) 波浪運動 : 表面波
- vi) 波浪条件 : 単一波群
($H_{1/3}=1.0$ m, $T_{1/3}=11.43$ s)
- vii) 入力スペクトルの周波数範囲 : $f=0.05 \sim 0.25$ Hz
($f/f_p=0.6 \sim 3.0$)
- viii) サンプリング時間間隔 : $\Delta t=1$ s
- ix) 波形点数 : $N=250 \sim 3000$
- x) シミュレーション回数 : $n=1000$ 回

ただし、5.の波群相関パラメーターに係わるシミュレーションではこれとやや異なる条件を用いている。なお、波形の長さを変えるときはそのつどシミュレーションをやり直すのではなく、あらかじめ最大長(後出の表-1の備考欄参照)の波形を1000回シミュレートしてファイル(磁気ディスク上)に記録しておき、各波形の先頭から所要の長さの波形を呼び出して統計解析する方法によっている。

波形の統計解析は標準的なゼロアップクロス法によっているが、4.ではゼロダウンクロス法でも同時に解析し、両者の結果を比較している。なお、ゼロクロス点の時刻は比例案分で定め、波形の極大・極小点の高さは周辺3点に放物線をあてはめて推定している。

2.2 擬似乱数の発生法の検討

不規則波形のシミュレーションでは、一様乱数が必ず使用される。まず、式(1)に現れる位相角 $\epsilon_{m,n}$ の設定の際であり、これは0~1の範囲に一様分布する乱数を 2π 倍して与えるのが普通である。また、成分波の周波数をB-1およびB-2の不均一分割法によって選定する場合にも一様乱数が利用される。

電子計算機で一様乱数を発生させるには、一般に乗算合同法が用いられる。これは、 i 番目の乱数(整数)を X_i とすると、 $(i+1)$ 番目の乱数 X_{i+1} を次のように求める方法である。

$$\left. \begin{aligned} Y &= aX_i \\ X_{i+1} &= \text{mod}(Y, b) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ここに、 $\text{mod}(Y, b)$ は Y を b で除した余りの数である。得られた整数乱数は、次式で区間(0, 1)内の一様乱数に変換される。

$$R_{i+1} = X_{i+1} / q \quad (18)$$

a 、 b 、 q はプログラム内であらかじめ設定しておく。

この乗算合同法で得られる乱数は、厳密な意味では完全な一様乱数ではなく、ある回数繰り返すと同一の X_i に戻る周期性を免れることができない。この意味で、電子計算機で発生させるのは擬似乱数と呼ばれており、乱数発生プログラムを使用するときは乱数のランダム性について検定しておくことが必要とされている。

今回の検討作業では、当初に以下のパラメーター値を有するプログラムを使用した。

$$a=329, b=10^8+1, q=10^8 \quad (19)$$

このプログラムで初期値として5桁の正の奇数を用いたところ、

$$R_p = 5,882,352 = 2^4 \times 3 \times 7^2 \times 41 \times 61$$

の周期で数列の完全な繰返しが認められ、この周期は初期値を変えても同一であった。さらに、統計的検定として次の3種類のランダム性の検討を行った。

i) 1次元の一様性の検定

区間(0, 1)を100等分し、各小区間に落ちる乱数の個数に対して χ^2 検定を行う。

ii) 2次元の一様性の検定

連続した二つの乱数を1組として、 (R_1, R_2) 、 (R_2, R_3) 、……の2次元乱数のデータを考える。そして、 R_n 軸および R_{n+1} 軸のそれぞれの区間(0, 1)を25等分し、 25×25 のセルに落ちる乱数の組の個数に対して χ^2 検定を行う。

iii) 乱数列の並び方の無規則性の検定

$R_n > 0.5$ のときは1、 $R_n < 0.5$ のときは0と置いて作られる0と1からなる数列に対して、1の続く個数(連長)および0から1に変わったあと0が何個か続いてから再び1が出現するまでの個数(繰返しの連長)の度数分布を作り、理論分布と比較する。これらの連長の理論的な平均値と標準偏差値は、連続の連が2と $\sqrt{2}$ 、繰返しの連では4と2であることは容易に導かれる。(たとえば、波高の連の理論¹⁹⁾を参照のこと。)

乱数の個数を122,549から5,882,352まで変えてこの3種の検定を行ったところ、2次元の一様性の検定が最も厳しく、個数122,549では一様性の仮定が棄却できない確率が約1%残っているが、個数367,647個ではその確率が 10^{-9} 以下であり、一様性の仮定は完全に棄却される。これは、2次元乱数の配列にある種の規則的なパターンが現われることによる。これに対して、1次元の一様性の検定および乱数列の並び方の検定は検定力が弱く、乱数の個数が5,882,352に達してもランダム性を棄却するのに十分な結論が得られなかった。

本報告では、1回の波形シミュレーションで $M \times K = 200 \times 36 = 7,200$ 個のランダム位相角 $\epsilon_{m,n}$ を必要とし、一つの周波数スペクトルに対して1000回のシミュレーションを繰返しているため、全体では720万個の $\epsilon_{m,n}$ を使用した。したがって、擬似乱数として連続した1000万個以上の数列についてのランダム性の保証が必要であった。しかし、式(19)のパラメーター値では今回の目的に不適格であることが上記の検定によって明らかになったので、次に以下のパラメーター値を有するプログラムについて検討した。

$$a = 7909, \quad b = 2^{26}, \quad q = 2^{35} - 1 \quad (20)$$

ただし、式(18)で $X_{i+1} < 2^{35}$ のときはそのままの値を使うが、 $X_{i+1} > 2^{35}$ のときは $(2^{36} - X_{i+1})$ の値を新しく X_{i+1} とする方式を用いている。

この第2のプログラムの場合には、 10^8 個までの乱数列において周期性は検出されず、また前述の3種類の検定法を使って乱数の性質を調べてみたところ、少なくとも 2×10^7 個までの乱数列についてはランダム性を棄却するに足る結論が得られなかった。そこで、本報告における不規則波形のシミュレーションでは、式(20)のパラメーター値を組み込んだ乗算合同方式の1様乱数発生プログラムを使用することとした。

2.3 不規則波形の分散値の変動性

式(1)を使って求められる擬似不規則波形の分散値 η_{rms}^2 は、定義によって次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \eta_{rms}^2 &= \lim_{T_R \rightarrow \infty} \frac{1}{T_R} \int_0^{T_R} \eta^2 dt \\ &= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^K a_{m,n}^2 = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M a_m^2 \end{aligned} \quad (21)$$

実際の計算では波形の長さ T_R は有限であるが、 T_R が十分に大きいと想定して η_{rms}^2 を算定する。

1次元不規則波形のシミュレーションで振幅 a_m を算定するとき、式(13)の右辺で $\chi^2 = 2$ と置くと a_m は確定値となり、式(21)の波形の分散値はシミュレーション波形を変えても同一の値をとる。この値は次式のようになる。

$$\eta_{rms}^2 = m_0 = \sum_{m=1}^M S(f_m) \Delta f_m \doteq \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} S(f) df \quad (22)$$

実際に観測される波浪の波形記録は、同一の統計的性質を持つ波浪の母集団から抽出された一つの標本(サンプル)と考えられ、波浪条件が完全に同一であっても観測ごとに異なる波形記録が得られることになる。したがって、一つの波形記録から得られる周波数スペクトルは必ず統計的誤差を伴う。スペクトルの推定誤差については理論的に明らかにされており、成書にも記述されている²⁰⁾ので、ここでは立ち入らない。

同一の波浪条件に対して多数の異なる波形記録が存在することは、式(21)で定義される波形の分散値もある幅で変動することを意味する。この変動性は既にTucker⁵⁾によって検討されており、波形の分散値 $\eta_{rms}^2 = m_0$ の変異係数として次式が提示されている。

$$C.V. [m_0] = \frac{\sigma [m_0]}{E [m_0]} = \frac{\left[\frac{1}{T_R} \int_0^\infty S^2(f) df \right]^{1/2}}{\int_0^\infty S(f) df} \quad (23)$$

ここに、C.V.[]、 $\sigma[]$ 、および $E[]$ はそれぞれ [] 内の変数の変異係数、標準偏差、および期待値を表す。また、 T_R は波形記録の継続時間である。その後、1979年に Cavanié²¹⁾ は式(23)と同等の結果をやや異なる導き方で提示している。

式(23)は記録長 T_R を含むが、これを平均周波数 $\bar{f} = 1/\bar{T}$ および記録中の波数 N_0 を用いて $T_R = N_0 \bar{T} = N_0/\bar{f}$ と書き直すことによって、式(23)が次のように書き改められる。

$$C.V.[m_0] = \alpha(m_0) / \sqrt{N_0} \quad (24)$$

$$\alpha(m_0) = \frac{\left[\int_0^\infty \bar{f} S^2(f) df \right]^{1/2}}{\int_0^\infty S(f) df} \quad (25)$$

式(25)の右辺の分子と分母は共に長さの2乗の次元を持つので、 $\alpha(m_0)$ は無次元量であり、 m_0 の変異係数は波数 N_0 の $-1/2$ 乗に比例することになる。また、 η_{rms} の変異係数は、その絶対値があまり大きくないことを前提として、 η_{rms}^2 の変異係数の $1/2$ と見積られる。すなわち、

$$C.V.[\eta_{rms}] = \alpha(\eta_{rms}) / \sqrt{N_0} \quad (26)$$

$$\alpha(\eta_{rms}) \doteq \frac{1}{2} \frac{\left[\int_0^\infty \bar{f} S^2(f) df \right]^{1/2}}{\int_0^\infty S(f) df} \quad (27)$$

比例係数 $\alpha(m_0)$ 、 $\alpha(\eta_{rms})$ の値は、周波数スペクトルによって一義的に与えられる。Tucker⁵⁾ は式(23)に基づき、スペクトルの幅が狭いほど変異係数が大きくなることを指摘している。なお、周波数スペクトルが Wallops 型(式. 14で $n=4$ 、 $\gamma=1$ の場合) のときは、 m_0 の変異係数が次のように解析的に求められる。

$$C.V.[m_0] = \frac{2}{\sqrt{N_p}} \cdot \frac{\left[\left(\frac{2}{m} \right)^{(2m-1)/4} \Gamma\left(\frac{2m-1}{4} \right) \right]^{1/2}}{\left(\frac{4}{m} \right)^{(m-1)/4} \Gamma\left(\frac{m-1}{4} \right)} \quad (28)$$

ただし、 Γ はガンマ関数、 $N_p = T_R f_p$ はピーク周波数 f_p を基準として換算した波数である。

なお、Cavanié はスペクトルの0次と2次のモーメントで定義される平均周期 $T_{0,2}$ の変異係数に関する理論式を示しており、それを波数表示で書き直すと次のようになる。

$$C.V.[T_{0,2}] = \frac{1}{2\sqrt{N_0}} \left[\bar{f} \int_0^\infty S^2(f) \left(\frac{f^4}{m_2^2} - \frac{2f^2}{m_0 m_2} + \frac{1}{m_0^2} \right) df \right]^{1/2} \quad (29)$$

ここに、

$$T_{0,2} = \sqrt{m_0/m_2} \quad (30)$$

$$m_n = \int_0^\infty f^n S(f) df \quad (31)$$

Tucker⁵⁾ および Cavanié²¹⁾ の理論は成分波の数が十分に大きいときのものである。本報告で扱うような数値シミュレーションにおいて成分波の数が比較的少ないときの η_{rms} の変異係数については、以下のように考えることができる。まず、式(21)で定義される η_{rms}^2 に対してその期待値および分散を計算すると、 a_m^2 が式(13)によって χ^2 分布することを利用することにより、次の結果が得られる。

$$E[\eta_{rms}^2] = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M E[a_m^2] = \sum_{m=1}^M S(f_m) \Delta f_m \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[\eta_{rms}^2] &= E \left[\left\{ \sum_{m=1}^M \frac{1}{2} a_m^2 - E \left[\sum_{m=1}^M \frac{1}{2} a_m^2 \right] \right\}^2 \right] \\ &= \sum_{m=1}^M S^2(f_m) (\Delta f_m)^2 \end{aligned} \quad (33)$$

したがって、成分波の個数によって規定される η_{rms}^2 の変異係数は次のように与えられることになる。

$$C.V.[\eta_{rms}^2] = \frac{\left[\sum_{m=1}^M S^2(f_m) (\Delta f_m)^2 \right]^{1/2}}{\sum_{m=1}^M S(f_m) \Delta f_m} \equiv \beta_M \quad (34)$$

この式(34)は、シミュレーションの目標スペクトルの形状と周波数成分の個数 M によって一義的に定まる変異係数を表す。今回のシミュレーションでは、2.2(3)で述べたように $f_{min} = 0.6 f_p$ 、 $f_{max} = 3.0 f_p$ の周波数を M 分割し、所定の目標スペクトルに対してシミュレーション1回ごとに1次元振幅 a_m を式(4)～(7)および(12)で計算している。したがって、各回ごとの a_m から式(21)によって η_{rms}^2 を推定することができるので、同一の目標スペクトルに対する1000回の繰り返しシミュレーションについて η_{rms}^2 の変異係数を算出した。表-1はスペクトルから算出した値と、シミュレーションにおける各振幅から算出した値とを比較したものである。両者の一致は良好であり、式(34)によって η_{rms}^2 の変異係数を推定できることが明らかである。また、スペクトルのピークが鋭くなる (m が大) につれて変異係数が増大する傾向も明示されている。さらに、ケース2とケース3とを比較すると、成分波個数 M の増加につれて変異係数が減少している。これは、式(34)で $S(f) \Delta f = m_0/M$ の等エネルギー分割の場合を考えてみると明らかなる

表-1 波形の分散値の変異係数

Case No.	スペクトル形状 m	成分波数 n	成分波数 M	スペクトルによる推定値	成分波振幅による推定値	備考
1	3.0	4.0	200	0.0887	0.0939	$N=1000$
2	5.0	4.0	100	0.1501	0.1429	$N=2000$
3	5.0	4.0	200	0.1059	{0.1075} {0.1102}	$N=1000$ $N=3000$
4	10.0	4.0	200	0.1357	{0.1331} {0.1360}	$N=1000$ $N=2000$
5	20.0	4.0	200	0.1681	{0.1579} {0.1615}	$N=1000$ $N=2000$

注：(1) 成分波振幅による推定値が2通りあるのは、1000回ずつ行った2組のシミュレーションによる値である。

(2) 備考欄はシミュレートした波形のデータ点数を示す。

に、 η_{rms}^2 の変異係数は成分波の個数 M の $-1/2$ 乗に比例するのである。

なお、式(6)、(7)で計算される C_m 、 S_m は正規分布し、 C_m^2 、 S_m^2 は χ_1^2 のカイ自乗分布に従うはずである。また、前述のように a_m^2 は χ_2^2 分布に従う。したがって、 χ^2 分布の性質により、各周波数成分ごとの C_m^2 と S_m^2 の変異係数は $\sqrt{2}$ 、 a_m^2 の変異係数は1になることが期待される。ただし、本報告で使用したシミュレーションプログラムでは、周波数分割としてB-1の〔等分割+乱数選択〕方式を用いているため、成分波間の周波数の差 Δf_m が平均的には $\overline{\Delta f} = (f_{max} - f_{min})/M$ に一致するものの、個々には $(0 \sim 2) \overline{\Delta f}$ の範囲で変動する。このため、 C_m^2 、 S_m^2 、および a_m^2 の変異係数は Δf_m の変動の影響も加算されて、理論値よりも10~20%大き目の値になっていた。

2.4 波浪統計量の変動性に対する成分波数の影響

前節に述べたように、波形の分散値 η_{rms}^2 の変異係数は、一般には式(24)のように波形記録の長さ T_R または波数 N_0 の $-1/2$ 乗に比例するけれども、数値シミュレーションの場合には式(34)で表されるように、成分波の個数 M にも支配される。この統計的変動性の問題は η_{rms}^2 に限らず、 $H_{1/3}$ 、 $T_{1/3}$ その他の波浪統計量に共通する問題である。

ここで、波浪統計量の変動性の現象を図-1を例として説明する。この図は、1983年5月21日から22日にかけて中米コスタリカ国の太平洋岸のニコヤ湾内に位置するカルデラ港で観測されたうねりの波高、周期、および相関係数の時間変化を示している⁴⁾。このうねりは、南西太平洋のニュージーランド東方海域の暴風圏で発生した波浪が伝播したもので、伝播距離が約9000kmという典型的

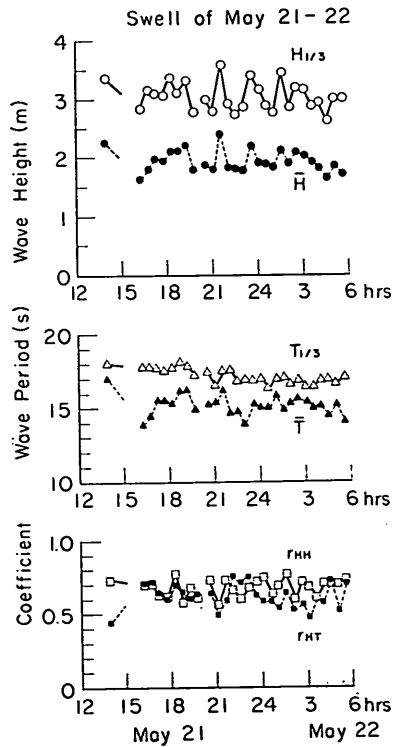


図-1 カルデラ港におけるうねりの波高、周期、および相関係数の時間的変化

なうねりである。この記録のうち、5月21日14時のものは20分間の定時観測値であるが、21日16時03分から22日05時51分までは14時間近くの連続記録を30分ごとに整理したものである。(ただし、記録の不備で21日20時過ぎ

に短い不連続部がある。) 波高, 周期がゆっくりと減衰しているのはうねりの性質からいって当然のことであるが, それだけでなく隣接する30分間ごとの波高や周期の値がかなり大きく変化している。この変化は, 波浪状況がそのような短時間で変化していたというよりも, 波形記録のランダム性に起因する統計的変動性によるものと解釈すべきである。なお, 図の最下段の r_{HT} は波高と周期の相関係数, r_{HH} は連続する2波の波高間の相関係数を示す。

こうした波浪統計量の変動性の問題を実測値で吟味することは, 現実の波浪状況が長時間にわたって定常状態にあることが稀であるために仲々困難である。このため, 数値シミュレーション手法による擬似不規則波形のデータが有力な検討資料を提供する。前回の検討³⁾では, Bretschneider・光易型周波数スペクトルを対象とし, 波形記録長を約15~120波に変化させて波浪統計量の変異係数を求めた。この結果, 主要な波高, 周期等の統計量の変異係数は波数の $-1/2$ 乗に比例することが明らかにされた。この検討では成分波の個数を $M=200$ にとったが, 周波数を等エネルギー分割方式で選定したと, 波形として比較的短いものを用いたことの二つの

理由から, 変異係数が成分波数によって影響されているようすは認められなかった。

図-2は今回のシミュレーションによる結果の一部であり, η_{rms} と \bar{H} の波高統計量, および $H_{1/10}/\eta_{rms}$ と $H_{1/3}/\bar{H}$ の波高比の変異係数が波数 N_0 によって変る状況を示している。また, 周波数成分の個数が100の場合と200の場合(表-1のケース2と3)とを対比できるようにしてある。この図によると, 波数が少ない間は η_{rms} , \bar{H} の両者とも $N_0^{-1/2}$ に比例して変異係数が減少するけれども, $M=100$ の場合には $N_0=50$, $M=200$ の場合には $N_0=100$ を超える付近から減少率が急に小さくなり, 変異係数がほぼ一定値を示すようになる。表-1によれば, 成分波の個数に起因する η_{rms}^2 の変異係数は $M=100$ の場合に0.14, $M=200$ の場合に0.11であるから, 図-2で η_{rms} の変異係数が0.072および0.055に収束するのは, 明らかに成分波の個数の制約に基づくものである。 \bar{H} の場合は変異係数が一定値に収束する度合が η_{rms} よりもややゆるやかであるけれども, 成分波の個数が支配要因となっていることは明らかである。この図には示していないが, $H_{1/10}$ および $H_{1/3}$ についても同様の結果が出ており, さらに表-1に示した他のスペクトル

SPECTRAL PARAMETERS: $m=5, n=4$

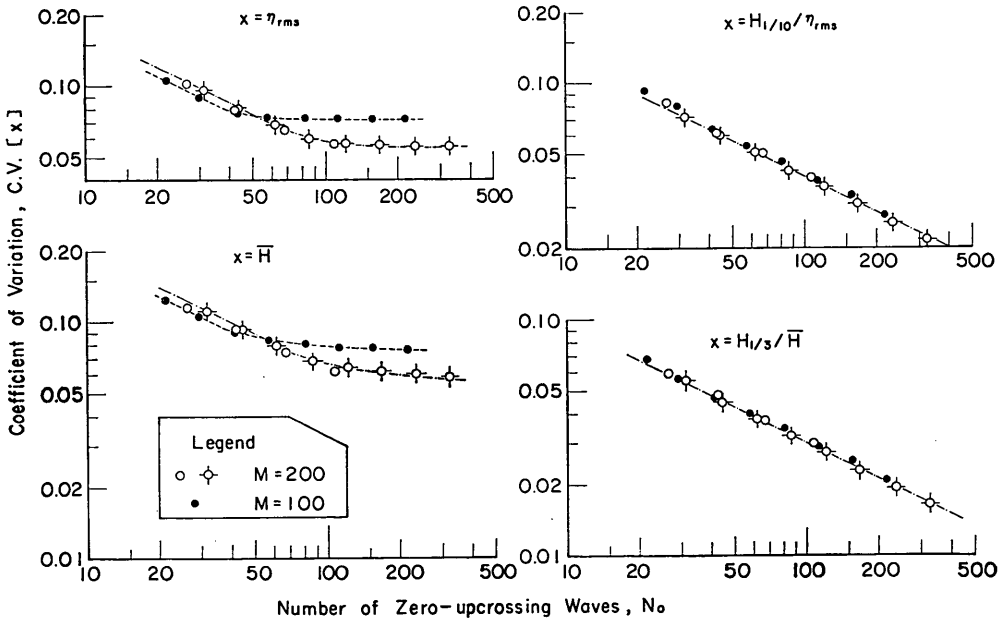


図-2 波高の代表値および波高比の変異係数と波数との関係

SPECTRAL PARAMETERS : $m = 5, n = 4$

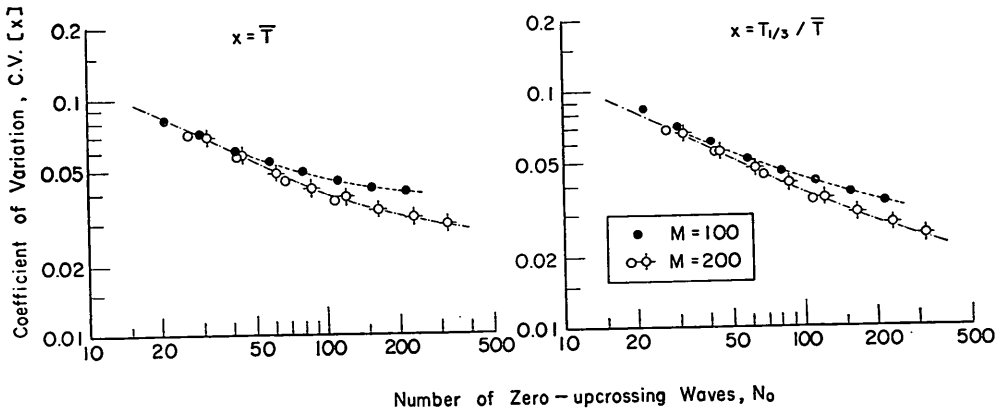


図-3 周期の代表値および周期比の変異係数と波数との関係

形状のケースでも同じ結論が得られている。

一方、図-2の右側に示す波高比の場合には成分波の個数の影響は認められない。ここに示した以外の波高比および他の周波数スペクトル形状についても同様である。波高に係わる統計量は絶対値が対象であるので、成分波の振幅の変動の影響を直接に受けるのに対し、波高比の場合には同一の振幅変動の影響下にある波高統計量の相互の関係を対象にするので、成分波の個数の影響が現れにくいと考えられる。

図-3は周期の統計量の変異係数の一例である。周期の場合に成分波の個数の影響が現われる波数の最小値は波高の場合とほぼ同じである。しかし、波数が増したときの成分波の個数の影響はゆっくりと現れ、 N_0 の増加に伴う変異係数の度合が徐々に小さくなる形で現れる。また、成分波の個数の影響は周期比にも現れる。

以上に示したように、波浪統計量の変異係数は波浪に固有なものに加えて、数値シミュレーションの成分波の個数の影響を考えなければならない。後者の影響をほぼ無視できるのは、式(34)による変異係数の値 β_M が式(24)による値を下回る条件のときである。すなわち、

$$\alpha(m_0) / \sqrt{N_0} \geq \beta_M \quad (35)$$

または

$$N_0 \leq [\alpha(m_0) / \beta_M]^2 = [2\alpha(\eta_{r.m.s}) / \beta_M]^2 \quad (36)$$

この条件は本来は $\eta_{r.m.s}$ に対するものであるが、今回の検討結果では $H_{1/3}$ 等の代表波高、 $T_{1/3}$ 等の代表周期についてもほぼ同じように適用可能であった。 $T_{1/3} / \bar{T}$ 等

の周期比、波高と周期の相関係数 r_{HT} 、連続する二つの波高間の相関係数 r_{HH} などはこれよりももう少し大きな波数のところまで成分波の影響を無視することができ、 $H_{1/3} / \bar{H}$ 等の波高比については式(36)の限界値の3倍の波数であっても影響が認められなかった。また、波形のひずみ度等の統計量や波高の連長に関する統計量についても成分波の個数の影響は認められなかった。

式(35)、(36)における比例係数 $\alpha(m_0)$ または $\alpha(\eta_{r.m.s})$ は周波数スペクトルの形状によって定まる量であるから、波高と周期に関する統計量の変動性について調査するときには式(34)の β_M の値をできるだけ小さくし、不規則波形の長さを式(36)の条件を満足する波数内に抑えることが必要である。しかしながら、構造物に対する波浪の作用を検討するための室内実験のように、波高や周期の確率分布あるいは波高の連長などの再現性に重点がある場合には、式(36)の条件を課す必要はないと考えられる。

3. 波浪統計量に対する周波数スペクトル形状の影響

3.1 周波数スペクトルによる波高・周期分布の変化

(1) 既往の研究成果

波群中の個々の波高の分布については、周知のように1952年にLonguet-Higginsが不規則雑音に関するRiceの理論を応用してレーリー分布が適用できることを明らかにし、以来、これが波浪理論の工学的応用の基礎として用いられてきている。このレーリー分布は、スペクトル成分が周波数帯の狭い範囲に集中している狭帯域スペ

クトルの波浪を対象として導かれたものであるが、広帯域スペクトルを有する現実の波浪に対してもゼロクロス法で個々の波を定義する限り、レーリー分布が近似的に成立することが認められている。しかし、世界各地で波浪観測記録が蓄積され、詳細な検討が進められてくると、僅小ではあるがレーリー分布からのずれがあることが認識されるようになった。たとえば、Forristall²²⁾は洋上で観測値に基づく波高の分布関数の経験式として1978年に次式を提示している。

$$P(\xi) = 1 - \exp[-\xi^{2.126}/8.42] \quad (37)$$

ここに、

$$\xi = H/\sqrt{m_0} = H/\eta_{rms}$$

また、有義波高 $H_{1/3}$ と $\sqrt{m_0} = \eta_{rms}$ との比率もレーリー分布によれば4.004であるのに対し、観測値は平均的に3.8の値を示す。

こうした理論分布と観測値との差異は、広帯域スペクトルを持つ一般の不規則波形に対するゼロクロス波高の厳密理論が生れるまでは解消しない。Tayfun²³⁾はレーリー分布の前提条件等を再吟味し、波高と周期の結合分布に関する1975年のLonguet-Higginsの理論²⁴⁾に修正を加えた上で、スペクトル形状の影響を取り込んだ波高分布の理論を発表している。ただし、次項で述べるようにこれもまだ完全なものではない。

周期分布については上述のLonguet-Higginsの理論²⁴⁾がある。これによると、無次元周期 $\tau = T/\bar{T}$ の確率密度関数 $p(\tau)$ は次式で与えられる。

$$p(\tau) = \frac{\nu^2}{2[\nu^2 + (\tau - 1)^2]^{3/2}} \quad ; \quad \tau = T/\bar{T} \quad (38)$$

ここに、 ν はスペクトル幅パラメーターであって次式で定義される。

$$\nu = [m_0 m_2 / m_1^2 - 1]^{1/2} \quad (39)$$

上式中の m_0, m_1, m_2 は前出の式(31)で定義されるスペクトルモーメントである。

式(38)の確率密度関数は $\tau < 0$ の領域にまで広がっている。これは物理的にありえないことであるが、式の誘導の前提として $\nu \ll 1$ を仮定しているため、Longuet-Higginsは $\tau < 0$ の領域での出現確率は無視できる程度の微小量であるとして議論を進めている。前述のTayfunの解析²³⁾では、周期比の出現範囲を $0 \leq \tau \leq 2$ に限定し、その代りに式(38)に $(1 + \nu^2)^{1/2}$ を乗じた確率密度関数を使用している。実際の波浪では必ずしも $\nu \ll 1$ とは

言えず、さらにスペクトル成分間の非線型干渉効果によって ν の値が見掛け上増大する現象もある。そのため、Longuet-Higginsは式(38)の積分によって周期の分布関数が解析的に求められることを利用し、実測の周期比分布の4分位範囲を使って ν を次のように推定することを推奨した。

$$\nu = \frac{\sqrt{3}}{2} [Q_3(\tau) - Q_1(\tau)] \quad (40)$$

ただし、 $Q_1(\tau)$ および $Q_3(\tau)$ は τ の累積度数分布において未超過確率が1/4および3/4の τ の値を表す。

Longuet-Higginsの理論はさらに波高と周期の結合分布の理論も包含しており、結合分布は周期に関して $\tau = 1$ を軸として対称形であることが特徴になっている。著者²⁵⁾は先に数値シミュレーション波形および波浪観測記録の解析結果を用いて、このLonguet-Higginsの理論の適合性を検討した。その結果では、 ν をスペクトルに基づいて算定する場合には $\nu \doteq 0.1$ が適用限界であること、実測の周期比分布から ν を推定する場合には $\nu = 0.3$ 程度までは観測値をかなり良く説明すること、しかし波高と周期の結合分布は周期に関しては対称形でなく、波高の小さな領域で周期との相関が強いことなどを明らかにした。Longuet-Higginsはこうした波高と周期の相関性を取り込んだ修正理論²⁶⁾を1983年に提案しているけれども、基本的には狭帯域スペクトルに対する理論であり、1975年の理論よりも進歩しているとはいいがたい。

(2) 擬似不規則波形における波高・周期分布

今回の検討では、表-1に示した $m = 3, 5, 10$ 、および20の4種類の周波数スペクトル形状を対象とし、周波数範囲を $f = (0.6 \sim 3.0)f_b$ として擬似不規則波形を作成した。これらのスペクトルについてあらかじめ各種のパラメーターを計算した結果を表-2に示す。この計算においてスペクトルモーメントの積分は $0.01f_b$ の刻みを用いている。また、参考のために積分範囲を $(0.5 \sim 10.0)f_b$ としたときの値も括弧内に併示してある。表中の記号のうち、 ε はCartwrightとLonguet-Higgins²⁷⁾が波形の極大値の統計理論で導入したスペクトル幅を表示するもう一つのパラメーターであって、次式で算定される。

$$\varepsilon = [1 - m_2^2 / (m_0 m_4)]^{1/2} \quad (41)$$

また、 Q_b は著者がスペクトルのピークの尖鋭度を表示する目的で導入したもの²⁾で以下の定義による。

$$Q_b = \frac{2}{m_0} \int_{f_{min}}^{f_{max}} f S^2(f) df \quad (42)$$

波浪の統計的性質に関する二、三の数値的検討

表-2 周波数スペクトルのパラメーター値

種 別	スペクトル形状パラメーター (n=4, γ=1)			
	m=3	m=5	m=10	m=20
ε	0.621 (0.895)	0.588 (0.797)	0.413 (0.421)	0.254 (0.254)
ν	0.376 (0.692)	0.320 (0.410)	0.202 (0.203)	0.125 (0.125)
Q_p	1.573 (1.298)	2.062 (2.001)	3.205 (3.204)	4.791 (4.791)
$\kappa(T_p)$	0.171 (0.156)	0.281 (0.278)	0.508 (0.508)	0.731 (0.731)
$\kappa(T_{0,1})$	0.300 (0.324)	0.381 (0.389)	0.563 (0.563)	0.751 (0.751)
$T_{0,1}/T_p$	0.711 (0.580)	0.798 (0.773)	0.901 (0.901)	0.954 (0.954)
$T_{0,2}/T_p$	0.666 (0.477)	0.760 (0.715)	0.884 (0.883)	0.946 (0.946)

注：周波数範囲は (0.6~3.0) f_p ，ただし括弧内は (0.5~10.0) f_p のときの値。

さらに、 $\kappa(T_p)$ 、 $\kappa(T_{0,1})$ は波群の包絡波形の相関パラメーターであり、これについては5.1で述べる。 $T_{0,1}$ 、 $T_{0,2}$ はスペクトルモーメントから求められる平均周期であり、 $T_{0,2}$ は前出の式(30)、 $T_{0,1}$ は次式で定義される。

$$T_{0,1} = m_0/m_1 \quad (43)$$

まず、擬似不規則波形からゼロアップクロス法で求めた個々の波高の分布のうち、 $m=5$ と $m=20$ のものを示

すと図-4のようになる。両者ともレーリー分布からややずれているが、 $m=5$ と $m=20$ の差は小さい。Tayfun²³⁾の数値計算結果と比べると、 $m=20$ の場合はやや似ているけれども、Tayfunの示した $m=6$ のデータはレーリー分布と大きくずれており、今回の $m=5$ の結果と合致しない。これは、Tayfunの理論が基本的には狭帯域スペクトルを前提とし、波群の包絡波形を用いてゼロクロス波の山・谷の振幅を算定しているために、スペクトルの帯域幅が広くなるにつれてこの算定方式の誤差が無視できない大きさになるためと考えられる。

図-4は確率密度の形で表示したものであるが、これを累積分布の形で表したのが図-5である。図はワイブル確率紙の表示を用いており、波高分布は明らかにワイブル分布に従っている。データに直線をあてはめて分布関数を推定すると、次の結果が得られる。

$$\left. \begin{aligned} m=3 : P(x) &= 1 - \exp[-0.78x^{2.17}] \\ m=5 : P(x) &= 1 - \exp[-0.79x^{2.17}] \\ m=10 : P(x) &= 1 - \exp[-0.78x^{2.16}] \\ m=20 : P(x) &= 1 - \exp[-0.75x^{2.16}] \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

$$: x = H/\bar{H}$$

また、この結果を擬似不規則波形の解析から得られる \bar{H} と η_{rms} の関係を用いて $\xi = H/\eta_{rms}$ の変数表示に変換すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} m=3 : P(\xi) &= 1 - \exp[-\xi^{2.17}/8.9] \\ m=5 : P(\xi) &= 1 - \exp[-\xi^{2.17}/9.0] \\ m=10 : P(\xi) &= 1 - \exp[-\xi^{2.16}/9.3] \\ m=20 : P(\xi) &= 1 - \exp[-\xi^{2.16}/9.7] \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

$$: \xi = H/\eta_{rms}$$

一方、レーリー分布によれば、波高の分布関数は次のようになる。

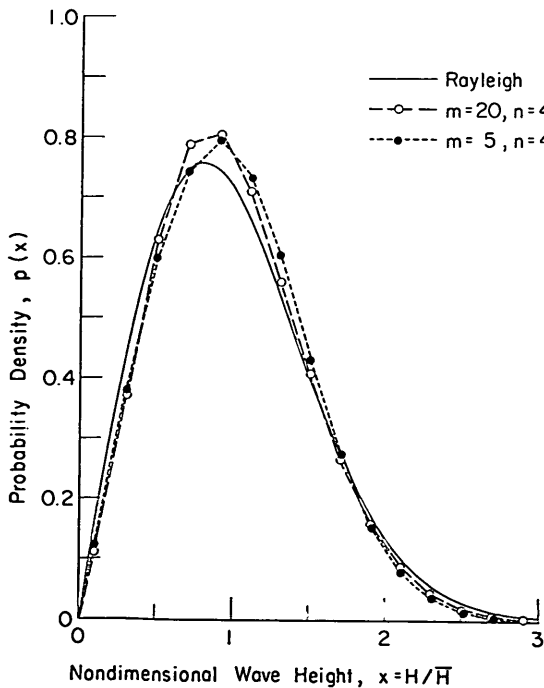


図-4 擬似不規則波形における波高の確率密度分布

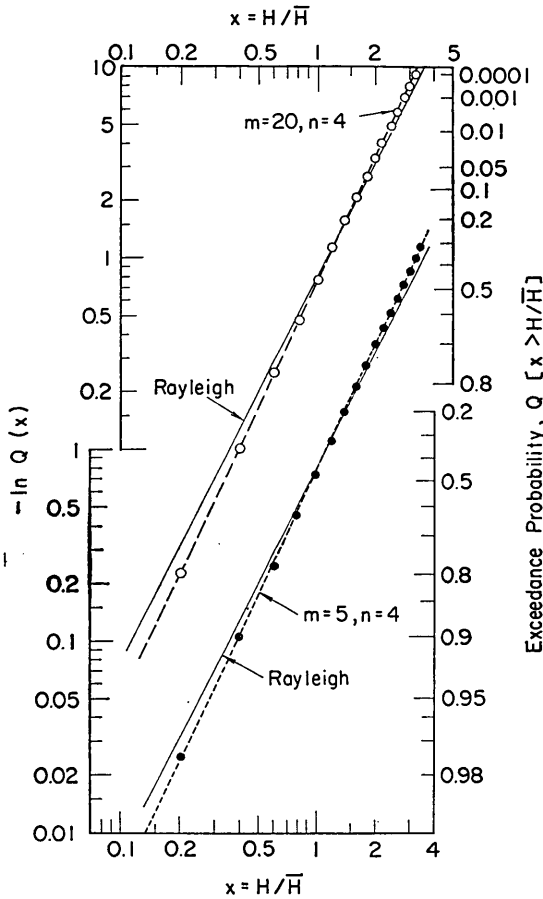


図-5 擬似不規則波形における波高の累積分布

$$\left. \begin{aligned} P(x) &= 1 - \exp\left[-\frac{\pi}{4}x^2\right] & : x = H/\bar{H} \\ P(\xi) &= 1 - \exp[-\xi^2/8] & : \xi = H/\eta_{rms} \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

このレーリー分布の理論値は、図-5の中で実線で示したように、波高の小さいところでやや過大、波高の高いところでやや過小の値を与える。今回の数値シミュレーションの結果は、Forristall²²⁾による式(37)の分布式よりもレーリー分布からの差がもう少し大きく現れている。これは、Forristallのデータが高波を対象としているので、波の非線型効果によって波高の大きな部分の出現率がやや増大しているため²⁸⁾ではないかと推測される。

周期分布については $m=5$ と $m=20$ の場合の結果を図-6に示す。図中の理論値は、観測された周期比分布にあてはめて推定したスペクトル幅パラメータ ν を使って計

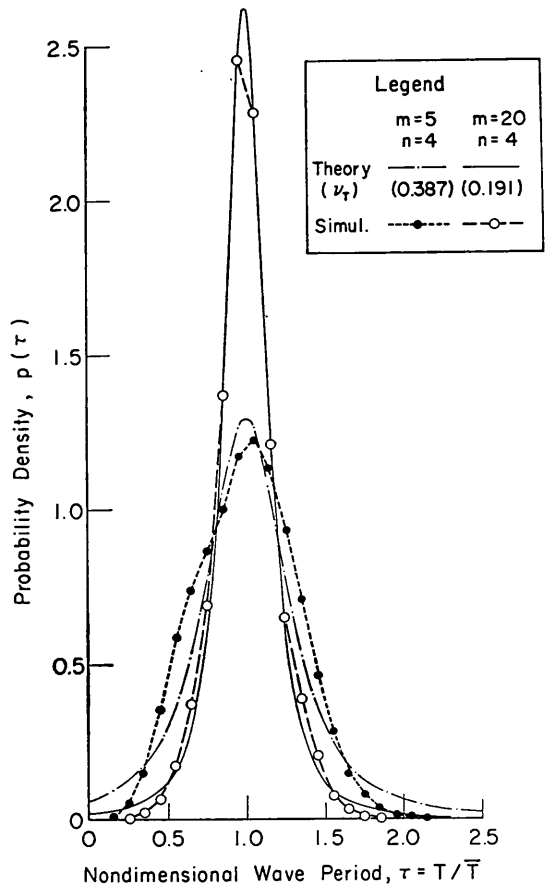


図-6 擬似不規則波形における周期の確率密度分布

算したものである。 $m=5$ のスペクトルの場合、ピーク付近は理論値とシミュレーション結果がほぼ一致しているが、 $\tau=0.4\sim 0.8$ および $\tau=1.2\sim 1.6$ の部分はシミュレーション結果が理論値よりも大きくふくらんだ形を示し、その外側では理論値が過大な値を示している。 $\tau=0$ で理論値が0.06の確率密度を保持しているのは、 $\nu < 1$ の仮定が満足されていないための誤差である。 $m=20$ のスペクトルの場合は理論値とシミュレーション結果との一致が良好であるけれども、 $\tau=0.5\sim 0.8$ および $\tau=1.2\sim 1.5$ の領域でシミュレーション結果が大き目であってその外側で理論値がやや大きな値を示す傾向は、 $m=5$ のスペクトルの場合と同様である。

なお、周期比分布に基づいて式(40)で推定した ν の値(図-6の凡例中表示)は、表-2の値とを比べてみると明らかなように、スペクトルモーメントに基づいて式

表-3 波高比・周期比の平均値
($f=0.6f_p \sim 3.0f_p$)

種 別	スペクトル形状パラメーター ($n=4, \gamma=1$)				備 考 (レーリ ー分布)
	$m=3$	$m=5$	$m=10$	$m=20$	
η_{\max}/H_{\max}	0.556	0.543	0.527	0.517	0.500
$H_{1/10}/\eta_{rms}$	4.67	4.75	4.86	4.92	5.09
$H_{1/3}/\eta_{rms}$	3.77	3.81	3.87	3.91	4.00
\bar{H}/η_{rms}	2.44	2.47	2.50	2.51	2.51
$H_{1/10}/H_{1/3}$	1.239	1.244	1.255	1.259	1.271
$H_{1/3}/\bar{H}$	1.544	1.546	1.551	1.560	1.597
$T_{1/10}/T_p$	0.841	0.888	0.928	0.961	—
$T_{1/3}/T_p$	0.822	0.888	0.938	0.966	—
\bar{T}/T_p	0.676	0.767	0.883	0.941	—
$T_{1/10}/T_{1/3}$	1.023	1.001	0.990	0.994	—
$T_{1/3}/\bar{T}$	1.216	1.158	1.064	1.027	—
r_{HT}	0.565	0.521	0.345	0.222	—
r_{HH}	0.147	0.222	0.348	0.459	—

(39)で求めた値より大きい。これは $m=3$ および10のスペクトルについても同様であり、また著者の先の検討結果²⁵⁾でも同じであった。

(3) 擬似不規則波形における波高比および周期比

表-3は、表-2に示した4種類のスペクトルに対する各1000回のシミュレーション結果から得られた各種の波高比、周期比の平均値である。波形の長さとしては波数100波以上を対象にしている。波形のデータ個数が少ないときは、ここに示した値と若干の差を生じる場合がある。

表-3の最上段の η_{\max} は波形記録中の最高水位であって、同じ記録中の最高波高 H_{\max} と同一の波に属するとは限らない。 η_{\max}/H_{\max} の比の平均値が0.5に一致しない理由として考えられることは次の二つである。

- 1) η_{\max} が H_{\max} と同一の波に属するが、その波の谷の絶対値 $|\eta_c|$ が η_{\max} よりも小さい。
- 2) η_{\max} が H_{\max} と別の波に所属する。

今回のシミュレーションは線型計算であるから、 η の正の領域と η の負の領域とは出現確率が同一である。今、 H_{\max} を示す波についてその山の高さを η_c 、谷の深さを η_r で表すと、 $|\eta_c| > |\eta_r|$ の確率と $|\eta_c| < |\eta_r|$ の確率は共に0.5である。 H_{\max} の波において $|\eta_c| > |\eta_r|$ のときは $\eta_{\max} \geq \eta_c$ であるから、 $\eta_{\max}/H_{\max} > 0.5$ となる。 H_{\max} の波において $|\eta_c| < |\eta_r|$ のときは $\eta_c/H_{\max} < 0.5$ であるけれども、 η_{\max} が H_{\max} とは別の波に所属してい

て $\eta_{\max} > \eta_c$ である可能性がある。したがって、 $\eta_{\max}/H_{\max} < 0.5$ である確率は $\eta_{\max}/H_{\max} > 0.5$ である確率よりも小さく、 η_{\max}/H_{\max} の平均値は0.5を上回ることになる。スペクトルが狭帯域の場合には波高の変化がゆるやかで各波の山と谷の振幅はほぼ等しいから、 η_{\max} はほとんど常に H_{\max} と同一の波に属し、したがって η_{\max}/H_{\max} の平均値はほぼ0.5となる。しかし、スペクトルの帯域幅が広くなるにつれて波高の変化が不規則になり、山と谷の振幅が異なる場合が増えるため η_{\max}/H_{\max} の平均値が0.5よりも大きくなると考えられる。図-7は、波形記録の長さが100波程度の場合について、 η_{\max}/H_{\max} の平均値をスペクトル形状パラメーター m に対してプロットしたもので、標準偏差の大きさも平均値の上下の線分の形で併示してある。

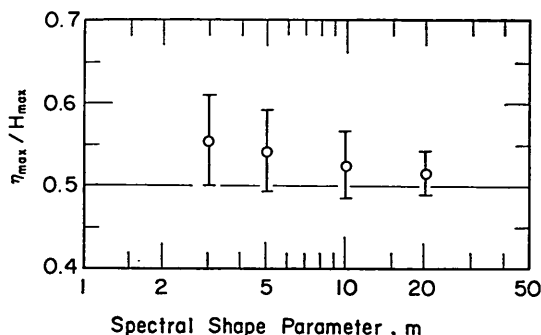


図-7 η_{\max}/H_{\max} とスペクトルの形状パラメーター m との関係

表-3の各種の波高比の平均値は、スペクトル形状パラメーター m が増加するにつれてレーリー分布の理論値に近づく。しかし、 $m=20$ であってもレーリー分布との差は依然として残っている。なお、図-1にデータの一部を示したカルデラ港の波形記録は、周波数スペクトルとしては非常に鋭いピークを持ち、Wallops型をあてはめるとすると $m=10 \sim 20$ に相当していた。もっとも、高周波数側に顕著な非線型干渉成分を持ち、また別の発生源からのうねりや風波が重なっていた可能性もあって、今回検討したような奇麗なスペクトル形状をしていたわけではない。このカルデラ港のデータでは $H_{1/10}/H_{1/3}$ の平均値が1.223、 $H_{1/3}/\bar{H}$ が1.575であり、特に $H_{1/10}$ と $H_{1/3}$ の差が少なかった。その一方で、周期比は $T_{1/3}/\bar{T}=1.152$ とかなり大きな値を示していた。また、図-1の下部に示されているように、スペクトルのピークが鋭いにもかかわらず、 r_{HT} も0.6前後の値を保持するなど、単純なスペクトル形状に対する線型シミュレーションの結果と食

い違う点も見られた。

なお、表-3の周期比のうちの \bar{T}/T_p の平均値は表-2の $T_{0.2}/T_p$ の値とほぼ一致する。実際の波浪ではスペクトル成分の非線型干渉効果による高周波数成分の見掛けの増大などのため、 $T_{0.2}$ は \bar{T} よりもかなり短いことが多い²⁸⁾。しかし、周波数範囲を限定した線型シミュレーションではそうした不整合はあまり見られない。

3.2 波浪統計量の 変動性と 周波数スペクトル形状の 関係

(1) 波高・周期等に関する変動性

既に式(24)、(26)で示したように、 m_0 、 η_{rms} の変異係数は波形記録中の波数 N_0 の $-1/2$ 乗に比例する。他の波高、周期の統計量についても $N_0^{-1/2}$ 則が成立することは、図-2、3で例示される。そこで、波形の度数分布に係わるひずみ度(skewness)、尖鋭度(kurtosis)、および4.2で新しく提案する前傾度(atiltness)については、それぞれの標準偏差が式(47)のように表されるとしてその比例係数を求めた。

$$\sigma[x] = \alpha(x) / \sqrt{N_0} \quad (47)$$

また、波高、周期、波高比、および周期比については、それぞれの変異係数が式(48)のように表されるとしてその比例係数を求めた。

$$C.V.[x] = \sigma[x] / \bar{x} = \alpha(x) / \sqrt{N_0} \quad (48)$$

作業としては、同一条件で波形の長さを変えた各1000組のデータに対して式(47)、(48)を適用して比例係数をまず求め、その中から成分波の個数の制約によって変異係数が見掛け上増大しているケースを除外し、残りを算術平均して最終的な値を求めた。表-4はその結果である。なお、波形の尖鋭度 β_2 に関しては、前回の検討の際に $N_0^{-1/3}$ にほぼ比例する結果が得られ、今回も波数が少ない領域ではそのような傾向が認められた。しかし、波数が50~60波を超える領域においては $N_0^{-1/2}$ 則を適用しても比例係数としてほぼ一定の値が得られたので、他と同様に式(47)を用いて整理した。

表-4の結果のうち、 $m=5$ のスペクトルの場合を前回の検討結果と比べると、 $\sqrt{\beta_1}$ および波高に関する比例係数はほとんど変わらず、周期では $T_{1/10}$ と $T_{1/3}$ に対する値がやや増え、 \bar{T} に対する値がやや減少している。これは、前回のシミュレーションが等エネルギー分割方式で成分波の周波数を選定したため、高周波数側の成分のエネルギー変動が相対的に大きかったことによるのではないかと思われる。波高比・周期比については、前回はシミュレーションの繰り返し回数がやや不足していたこと

表-4 波浪統計量の標準偏差・変異係数の比例係数 α の値 (C.V.[x]= $\sigma[x]/\bar{x}=\alpha/\sqrt{N_0}$)

統計量 x	スペクトル形状パラメーター ($n=4, \gamma=1$)				備考 (カルデラ港)
	$m=3$	$m=5$	$m=10$	$m=20$	
*ひずみ度 $\sqrt{\beta_1}$	0.89	0.72	0.40	0.15	0.95
*尖鋭度 β_2	2.15	2.30	2.66	3.04	3.52
*前傾度 β_3	0.77	0.76	0.44	0.15	1.16
η_{rms}	0.49	0.54	0.61	0.67	0.75
$H_{1/10}$	0.68	0.70	0.78	0.84	0.79
$H_{1/3}$	0.56	0.59	0.66	0.71	0.82
\bar{H}	0.57	0.62	0.67	0.72	0.97
$H_{1/10}/\eta_{rms}$	0.40	0.40	0.44	0.48	0.49
$H_{1/3}/\eta_{rms}$	0.20	0.18	0.18	0.20	0.18
\bar{H}/η_{rms}	0.27	0.27	0.24	0.23	0.42
$H_{1/10}/H_{1/3}$	0.34	0.35	0.38	0.40	0.41
$H_{1/3}/\bar{H}$	0.29	0.30	0.31	0.35	0.50
$T_{1/10}$	0.68	0.54	0.38	0.28	0.21
$T_{1/3}$	0.47	0.37	0.28	0.22	0.19
\bar{T}	0.42	0.38	0.28	0.24	0.44
$T_{1/10}/T_{1/3}$	0.60	0.46	0.33	0.25	0.18
$T_{1/3}/\bar{T}$	0.39	0.36	0.30	0.26	0.51

注：*印を付したものは標準偏差に対する比例係数であり、他は変異係数に対するものである。

もあって $N_0^{-1/2}$ 則を確立することができなかったが、オーダー的には今回と同じような値が得られている。

また、表-4の備考欄にはカルデラ港の連続27記録について標準偏差および変異係数を算出し、 $N_0^{-1/2}$ で除して求めた比例係数の値も示してある。ただし、うねりの性質により、時間の経過につれて波高・周期の絶対値が減少しているため、最小自乗法による回帰直線をあてはめて各記録に対する平均値を補正してある。波形の統計パラメーター、波高比、および周期比についてはこのトレンド補正は行っていない。波数としてはこの27記録では $N_0=110\sim 129$ 波であったので、その平均値118.6波を用いて整理している。擬似不規則波のデータによる比例係数と比較すると、波高の絶対値に関しては $m=20$ のスペクトルの場合よりもさらに大き目であり、また平均周期 \bar{T} に関連する統計量についてはかなり大きな値を示しているが、全体としては $m=20$ のスペクトルに対するシミュレーション結果に近いといえよう。なお、波形のひずみ度および前傾度の変動性が数値シミュレーションによる値よりも極めて大きく出ているのは、波の非線型効

果²⁸⁾によると考えられる。

以上の検討では H_{max} と T_{max} を除外している。これらの極値の統計量は独自の確率分布に従うため、変異係数も式(48)の形に表すことができない。 T_{max} については理論分布がまだ求められていないけれども、 H_{max} については個々の波高がレーリー分布に従うことを前提とした確率密度関数が求められている。その関数を使い、 H_{max} の期待値および標準偏差を計算すると次のようになる²⁹⁾。

$$E[x_{max}] \doteq \frac{1}{\sqrt{a}} \sqrt{\ln N_0} \left[1 + \frac{\gamma}{2 \ln N_0} \right] \quad (49)$$

$$\sigma[x_{max}] \doteq \frac{\pi}{2 \sqrt{6a \ln N_0}} \quad (50)$$

ここに、 x_{max} はある基準波高 H_* で無次元化した最高波高 ($x_{max} = H_{max}/H_*$)、 a は H_* によって定まるレーリー分布の定数、 γ はオイラーの定数 (0.5772.....) である。

式(49)、(50)から H_{max} の変異係数が次のように与えられる。

$$C.V.[H_{max}] \doteq \frac{\pi}{2 \sqrt{6 \ln N_0}} \left/ \left(1 + \frac{\gamma}{2 \ln N_0} \right) \right. \quad (51)$$

擬似不規則波形について H_{max} の変異係数を求めた結果は図-8のようになり、式(51)の理論値にはほぼ一致する。もっとも子細に検討すると、スペクトルの帯域幅が広がるにつれて理論値から少しずつずれる傾向があり、これは基となる波高分布がレーリー型からずれることの影響と思われる。 H_{max} に関する波高比、たとえば H_{max}/η_{rms} や $H_{max}/H_{1/3}$ の変異係数は H_{max} 自体の変異係数よりも10~40%程度小さい。

一方、 T_{max} の変異係数を擬似不規則波のデータのみから求めた結果が図-9である。図-6でも表されているように、周期に関してはスペクトルの帯域幅が狭くなるにつれて周期の分布幅も狭くなり、したがって T_{max} の変異係数も小さくなる傾向にある。なお、 N_0 が大きいところで $C.V.[T_{max}]$ があまり減少しなくなるのは、2.4で述べた成分波の個数の影響を受けているためかも知れない。周期比 $T_{max}/T_{1/3}$ の変異係数は、 T_{max} 自体の変異係数よりも1~5%程度小さいだけであり、ほとんど同一と見なすことができる。

表-4および図-8、9から、波浪統計量の変動性に対する周波数スペクトルの形状の影響をまとめて述べると次のようになる。

- 1) 波形のひずみ度および前傾度の標準偏差は、スペクトルの幅が狭くなるほど減少する。これは、波形

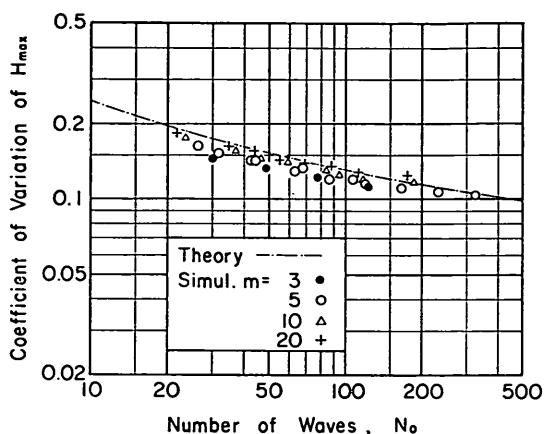


図-8 最高波高 H_{max} の変異係数と波数 N_0 との関係

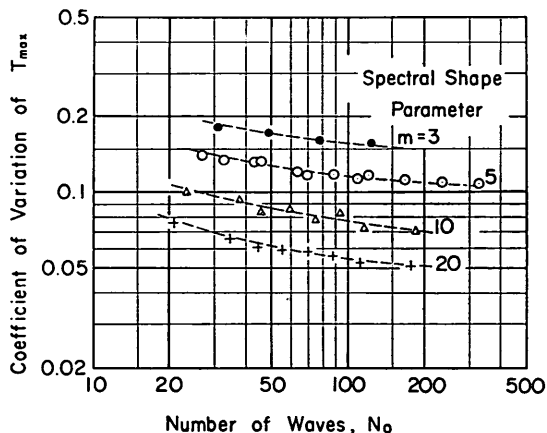


図-9 最高波の周期 T_{max} の変異係数と波数 N_0 との関係

が滑らかに変化するようになるためと思われる。

- 2) 波形の尖鋭度の標準偏差は、スペクトルの幅が狭くなるにつれてしだいに増加する。
- 3) 波高の絶対値に関する変異係数は、スペクトルの幅が狭くなるにつれて増加する。これは式(27)で予測される場所である。ただし、式(27)で実際に計算してみると、 $m=20$ のスペクトルの場合には10%以上大きな値を算出するなど、定量的には若干の差がある。
- 4) 波高の中でも H_{max} の変異係数はスペクトルの形状の影響をほとんど受けず、式(51)の理論値ではほぼ表される。

- 5) 波高比に関する変異係数はスペクトル形状による変化が比較的小さい。
- 6) 周期の絶対値ならびに周期比に関する変異係数は、スペクトルの幅が狭くなるにつれて減少する。Cavanié の提示した $T_{0,1}$ の変異係数に関する式(29)はこの変化を適切に表示するけれども、定量的には平均周期 \bar{T} の変異係数の約60%と過小な値を与える。

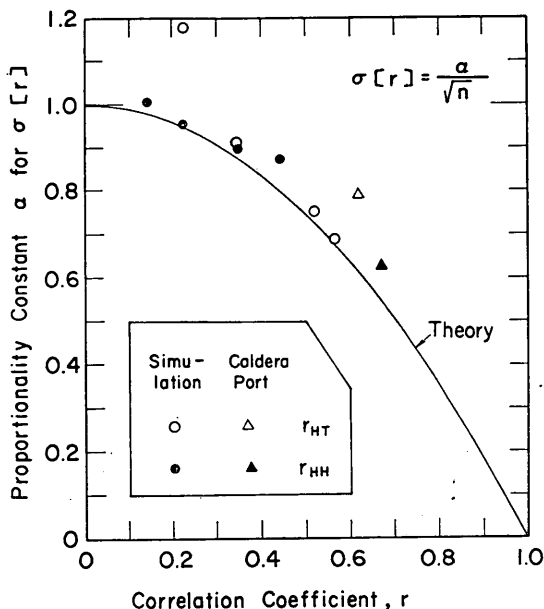


図-10 相関係数の変異係数の比例係数の理論値とシミュレーションおよび現地データとの比較

(2) 相関係数に関する変動性

次に、二つの確率変数の間の相関係数の変動性に関しては次の理論式がある³⁰⁾。

$$\text{Var}[r] = (1-r^2)^2/n \quad (52)$$

ここに、 n はサンプリングした組数、 r は母集団の相関係数である。波高と周期の間の相関係数を求める場合には $n = N_0$ であるから、 r_{HT} の標準偏差は次のようになる。

$$\sigma[r_{HT}] = \alpha(r_{HT})/\sqrt{N_0} \quad (53)$$

$$\alpha(r_{HT}) = 1-r_{HT}^2 \quad (54)$$

また、連続する2波の波高間の相関係数については $n = N_0 - 1$ であるから、その標準偏差は次式で与えられる。

$$\sigma[r_{HH}] = \alpha(r_{HH})/\sqrt{N_0-1} \quad (55)$$

$$\alpha(r_{HH}) = 1-r_{HH}^2 \quad (56)$$

数値シミュレーションの結果から得られた r_{HT} と r_{HH} の標準偏差に対して式(53)、(55)を適用して比例係数を求め、式(54)、(56)の理論値と比較したのが図-10である。 $r_{HT} = 0.23$ ($m = 20$ のスペクトル)の比例係数が大きくずれているのを除けば、ほぼ理論どおりである。 $m = 20$ のデータが理論値よりも20%以上大きい理由は明らかでない。なお、図-10にはカルデラ港の連続27記録から求めた相関係数 r_{HT} と r_{HH} の標準偏差の比例係数もプロットしてある。理論値よりもやや大き目であるが、データ個数が少ないことを勘案するとほぼ理論どおりといえることができる。

(3) 波高の連長に関する変動性

さらに、波高の連の平均長の変動性について検討する。波高としてある設定値 H_c を超える波が連続して出現する現象を波高の連と呼び、その連の長さを波数で測って $j_1(H_c)$ で表す。また、ゼロアップクロス周期と同様の考え方をを用い、波高がある設定値を超えてから一度そのレベルを下回り、次に設定値を超えるまでの波の部分を高波の繰返し連と呼び、その連の長さを $j_2(H_c)$ で表す。連長 j_1 、 j_2 はそれぞれ確率変数であり、各長さごとの出現確率が計算されている。連続する波高間に相関がない場合の確率は比較的簡単に求められ²⁾、連続する波高間に相関がある場合の確率は木村の理論³⁾ によって計算される。この理論はカルデラ港のうねりの記録によってその妥当性が検証されており⁴⁾、これによると、 j_1 、 j_2 の平均値はそれぞれ次のように計算される。

$$\bar{j}_1 = \frac{1}{1-p_{22}} \quad (57)$$

$$\bar{j}_2 = \frac{1}{1-p_{11}} + \frac{1}{1-p_{22}} \quad (58)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} p_{11} &= \int_0^{H_c} \int_0^{H_c} p(H_1, H_2) dH_1 dH_2 / P(H_c) \\ p_{22} &= \int_{H_c}^{\infty} \int_{H_c}^{\infty} p(H_1, H_2) dH_1 dH_2 / [1 - P(H_c)] \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

$$p(H_1, H_2) = \frac{4H_1 H_2}{(1-\kappa^2)H_{rms}^4} \exp\left[-\frac{H_1^2 + H_2^2}{(1-4\kappa^2)H_{rms}^2}\right] \times I_0\left[\frac{2H_1 H_2 \kappa}{(1-\kappa^2)H_{rms}^2}\right] \quad (60)$$

上式中の $P(H_c)$ は波高の分布関数であってレーリー分布の理論式を仮定する。 I_0 は0次のベッセル関数、 H_{rms} は波高の自乗平均平方根値(root-mean-square)である。

また、 κ はパラメーターであって、その値は所与の相関係数 r_{HH} に対して次式を解いて求める。

$$r_{HH} = \frac{E(\kappa) - (1 - \kappa^2)K(\kappa)/2 - \pi/4}{1 - \pi/4} \quad (61)$$

ここに、 K および E は第 1 種および第 2 種の完全楕円積分である。

この理論を用いると、高波の連長 $j_1(H_c)$ および繰り返し連長の連長 $j_2(H_c)$ の標準偏差を次のように計算することができる。

$$\sigma[j_1] = \frac{\sqrt{p_{22}}}{1 - p_{22}} \quad (62)$$

$$\sigma[j_2] = \left[\frac{1}{(1 - p_{11})^2} + \frac{1}{(1 - p_{22})^2} - \frac{1}{(1 - p_{11})} - \frac{1}{(1 - p_{22})} \right]^{1/2} \quad (63)$$

一般に、確率変数 x の母集団から任意に抽出された n 個の標本の平均値は、母集団の分布関数にかかわらずなく、次の分散を持つことが知られている³¹⁾。

$$\text{Var}[\bar{x}] = \sigma^2/n \quad (64)$$

ただし、 σ は母集団の標準偏差である。したがって、平均値に対する変異係数は直ちに次のように導かれる。

$$\text{C.V.}[\bar{x}] = \sigma/(\bar{x}\sqrt{n}) \quad (65)$$

以上の諸式を使うことにより、一つの波形記録に含まれる連の数 N_R を基準値として、波高の連長の変異係数を次のように記述することができる。

$$\text{C.V.}[\bar{j}] = \alpha(\bar{j})/\sqrt{N_R} \quad (66)$$

ここに、

$$\alpha(\bar{j}_1) = \sqrt{p_{22}} \quad (67)$$

$$\alpha(\bar{j}_2) = \frac{[(1 - p_{11})^2 + (1 - p_{22})^2 - (1 - p_{11})(1 - p_{22})(2 - p_{11} - p_{22})]^{1/2}}{(1 - p_{11}) + (1 - p_{22})} \quad (68)$$

木村の理論によれば、連続する 2 波の波高間の相関係数 r_{HH} が与えられれば相関パラメーター κ が一義的に定まり、これによって p_{11} 、 p_{22} が計算されて \bar{j}_1 、 \bar{j}_2 が求められる。一方、 $\alpha(\bar{j}_1)$ 、 $\alpha(\bar{j}_2)$ は p_{11} 、 p_{22} の関数であるから、 \bar{j}_1 、 \bar{j}_2 と関係づけられるはずである。式 (67) の \bar{j}_1 に関する比例係数は式 (57) と組み合わせることによつて

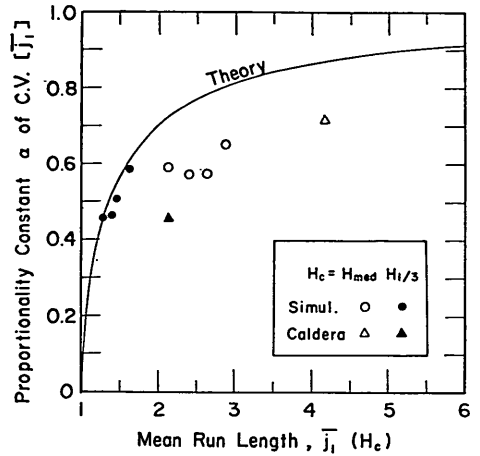


図-11 波高の平均連長の変異係数の比例係数に関する理論値とシミュレーションおよび現地データとの比較

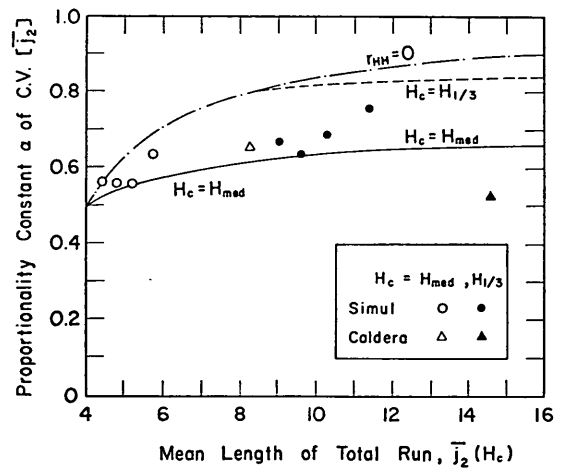


図-12 高波の繰り返しの平均連長の変異係数の比例係数に関する理論値とシミュレーションおよび現地データとの比較

$$\alpha(\bar{j}_1) = \sqrt{1 - 1/\bar{j}_1} \quad (69)$$

の関係が導かれる。式 (68) の \bar{j}_2 に関する比例係数についてはこうした直接的な関係を求めることはできず、数値計算によらなければならない。

図-11、12 は、擬似不規則波形に対して算出した波高の連の平均長についてその変異係数の比例係数を求め、

それを平均連長に対してプロットしたものである。図-11は高波の連の平均長 \bar{j}_1 、図-12は高波の繰り返しの連の平均長 \bar{j}_2 について示してあり、波高の設定値 H_c としては中央波高 H_{med} および1/3最大波高 $H_{1/3}$ を用いている。また、両図にはカルデラ港の連続27記録から求めた平均連長の変異係数の比例係数も表示してある。カルデラ港の一つの記録に含まれる波高の連の数は $H_c=H_{med}$ の場合9~19連、 $H_c=H_{1/3}$ の場合で5~11連であって、平均値はそれぞれ13.6連および7.4連であり、比例係数の算出にはこの連数の平均値を用いている。

理論的に予測される比例係数は、図-11の波高の連の場合は1本の曲線で表されるけれども、図-12の高波の繰り返しの連の場合には設定波高ごとに異なる曲線で表される。この理論値と比べると、数値シミュレーション結果およびカルデラ港のデータは全体的に低目であり、平均連長の大きいところで差が目立つ。また、カルデラ港のデータのうち、 $H_{1/3}$ を超える高波の繰り返しの平均連長は特に差が大きい。個々の連の長さの確率分布は理論値とほぼ一致している⁴⁾ので、式(62)、(63)の連長の標準偏差そのものは妥当な予測値を与えると思われる。問題があるとすれば、平均値の分散を求める式(64)における連の数 n が少ないこと、あるいは個々の連の出現がランダムではなくて何らかの制約条件下にあるかも知れないことである。しかし、現在のところ平均連長の変異係数に関する理論と観測値・シミュレーション結果との差異の原因は不明である。

データに基づく経験的な値としては、 \bar{j}_1 、 \bar{j}_2 とも $\alpha \approx 0.5 \sim 0.7$ の範囲にあり、平均連長が長くなるにつれてやや増大する傾向にあるといえる。通常の波浪観測記録において連の平均長を計算する場合は、記録中の連の数を $N_R=10$ と想定して変異係数が20%前後になるはずであり、統計量として変動性が非常に大きいことに留意する必要がある。

4. ゼロアップクロス法とゼロダウンクロス法の比較

4.1 定義法による波高・周期の変動範囲の検討

海の波の統計解析にあたり、我が国では伝統的にゼロアップクロス法が用いられてきた。この方法を明記した初期の文献としては、Pierson³²⁾や Bretschneider³³⁾のものなどがある。しかし、1981年に国際水理学会(IAHR)が設けた「造波・解析法作業部会(Working Group on Wave Generation and Analysis)」で検討中の波浪パラメーター一覧表(案)³⁴⁾によると、ヨーロッパの大半の水理研究所ではゼロダウンクロス法を標準としているとい

われる。また、砕波帯内の波の解析に関しては、二つの方法によって波高・周期の代表値に系統的な差が生じる場合があるという報告が二、三ある^{35)~37)}が、必ずしも明確に結論づけられているわけではない。

ここで、念のために二つの方法による波の定義を図-13に示す。ゼロアップクロス法では、波形が平均水位の線(ゼロ線)を上向きに横切る点(図中の白丸)を1波の始・終点とするのに対し、ゼロダウンクロス法ではゼロ線を下向きに横切る点(図中の黒丸)を1波の始・終点とする。このため、波高の定義もアップクロス法では山・谷の水位差であるのに対し、ダウンクロス法では谷・山の水位差となる。波高・周期の代表波のうち、平均波高・周期はどちらの定義を用いても同じ値である(記録の前・後端部の処理による半波以下の差は無視)。しかし、それ以外の H_{max} 、 $H_{1/10}$ 、 $H_{1/3}$ 等については二つの定義法に応じて波形記録ごとにやや異なる値が得られる。こうした差異が統計的に有意であるか否かについては、非常に数多くの波浪記録に対する比較解析によって検討することが必要である。

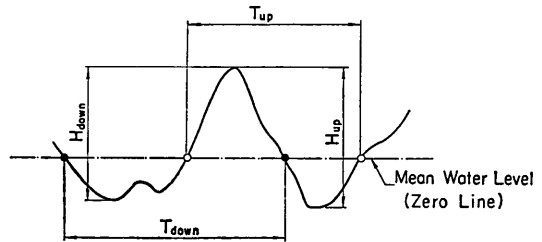


図-13 ゼロアップクロス法とゼロダウンクロス法の定義

本章ではまず、3.で使用した擬似不規則波形のデータを対象とし、ゼロアップクロス法とゼロダウンクロス法とによる波高・周期の代表値の変動範囲を調査した。方法としては、一つの波形記録ごとに各代表値についてアップクロス法とダウンクロス法による値との比率を求め、擬似不規則波形1000個のデータから平均値および標準偏差を計算した。そして、平均値の1.0への収束状況および標準偏差が波形記録長に応じて変化する状況について調べた。

平均値については、 H_{max} 、 $H_{1/10}$ 、 $H_{1/3}$ 、 T_{max} 、 $T_{1/10}$ 、 $T_{1/3}$ のいずれについても1.0からの有意な差は検出されず、ゼロアップクロス法とゼロダウンクロス法は平均的には同一の値を与えると結論してよいことが示された。標準偏差はいずれも波形記録中の波数の増加につれて減

少するが、 H_{max} と T_{max} に関しては減少率が非常にゆるやかである。

まず、図-14はアップクロス法による最高波高 $H_{max,u}$ とダウンクロス法による値 $H_{max,d}$ の比の標準偏差を示したものである*。(この比の平均値は1.0であるから、この場合は標準偏差と変異係数が同一の値である。) 図-14を H_{max} 自体の変異係数を表示した図-8と比べてみると、波高比 $H_{max,u}/H_{max,d}$ の標準偏差は全般的に図-8の値よりも小さく、特にスペクトルの帯域幅が狭い $m=20$ の場合は50%以下に減少している。スペクトルの帯域幅が狭くなると、図-7に関連して述べたように隣り合う山・谷・山・谷の振幅の変化が小さくなるため、図-13で定義した H_{up} と H_{down} の差があまり開かなくなると考えられる。これに対してスペクトルの帯域幅が広い $m=3$ の場合は、一つの山を共通にしても、前後の谷の深さの差によって H_{up} と H_{down} とがかなり異なる場合が多く、さらにアップクロス法の $H_{max,u}$ とダウンクロス法の $H_{max,d}$ とが全く異なる波の山を対象にしていることも考えられる。推測ではあるが、 $m=3$ や $m=5$ のスペクトルにおいて N_0 による変化が非常に少ないのは、 N_0 の小さいときは波の山の両側の谷の深さの差が支配的で、 N_0 の大きいときは対象とする波の山自体が異なる場合が多いことによるのではないと思われる。

次に周期について $T_{max,u}/T_{max,d}$ の比の標準偏差を示したのが図-15である。周期比の場合は、図-9に示した T_{max} の絶対値の変異係数よりも大きな変動性を示している。特に $m=3$ や $m=5$ のスペクトルで N_0 の大きな領域では30%以上大きな値になっている。これは、ゼロアップクロス法とゼロダウンクロス法で異なる波を最高波としてとらえていることが多いと考えたと説明がつく。すなわち、ある確率分布に従う母集団から二つの独立な標本 x_1, x_2 を抽出し、二つの標本値の差を第3の確率変数 ($x_3 = x_1 - x_2$) とすると、 x_3 は母集団の $\sqrt{2}$ 倍の標準偏差を持つ³⁾。さらに、二つの標本値の比を第4の確率変数 ($x_4 = x_2/x_1$) とすると、 $x_4 = 1 - x_3/x_1$ と表示できる。したがって、母集団の変異係数が小さいときは x_4 の標準偏差が $\sigma[x_3]/E[x]$ で近似でき、結局 $\sigma(x_4)$ は母集団の変異係数の $\sqrt{2}$ 倍の値を持つ。最高波の周期 T_{max} は平均的に $T_{1/3}$ の周りに変動し、絶対値に関する拘束条件がほとんどない。このため、 $T_{max,u}$ と $T_{max,d}$ が異なる波を対象としているときは $T_{max,u}/T_{max,d}$ が上記の第

* なお、本章ではゼロアップクロス法による値とゼロダウンクロス法による値とを識別するため、それぞれ添字 u, d を付している。

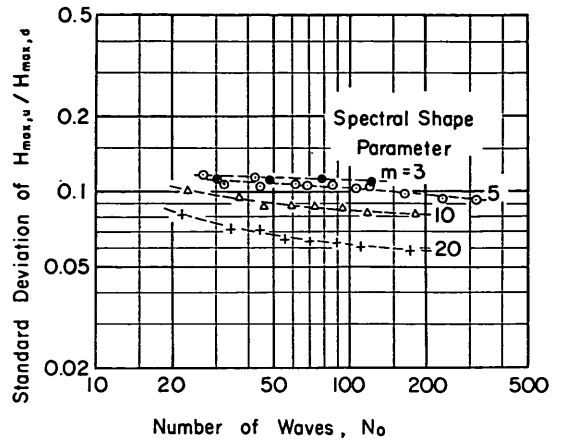


図-14 最高波高 H_{max} に関する二つの定義法による値の比率の標準偏差

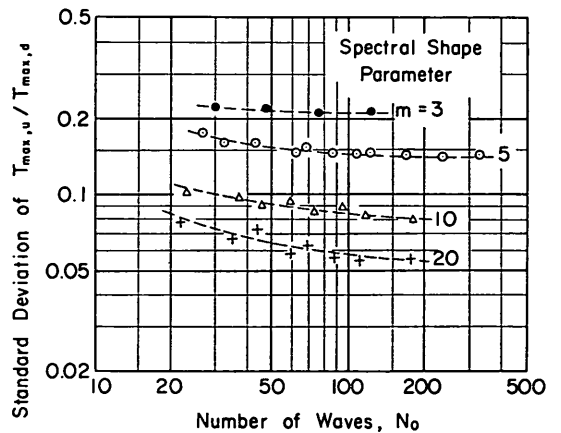


図-15 最高波の周期 T_{max} に関する二つの定義法による値の比率の標準偏差

4の確率変数となり、標準偏差が増加する。これに対して H_{max} の場合には、波高分布の中で最大値という拘束条件があるために $H_{max,u}/H_{max,d}$ の比の標準偏差は減少するのである。

1/10最大波および1/3最大波の波高・周期に関するゼロアップクロス法とゼロダウンクロス法の比較は図-16のようになる。ここでは、スペクトル形状パラメーターが $m=5$ の場合と $m=10$ の場合について、 $H_{1/10,u}/H_{1/10,d}$ および $T_{1/10,u}/T_{1/10,d}$ の標準偏差を示してある。波数 N_0 の効果は必ずしも $-1/2$ 乗則に合っていないけれどもその差は小さく、また他の統計量の変動性との比較を容

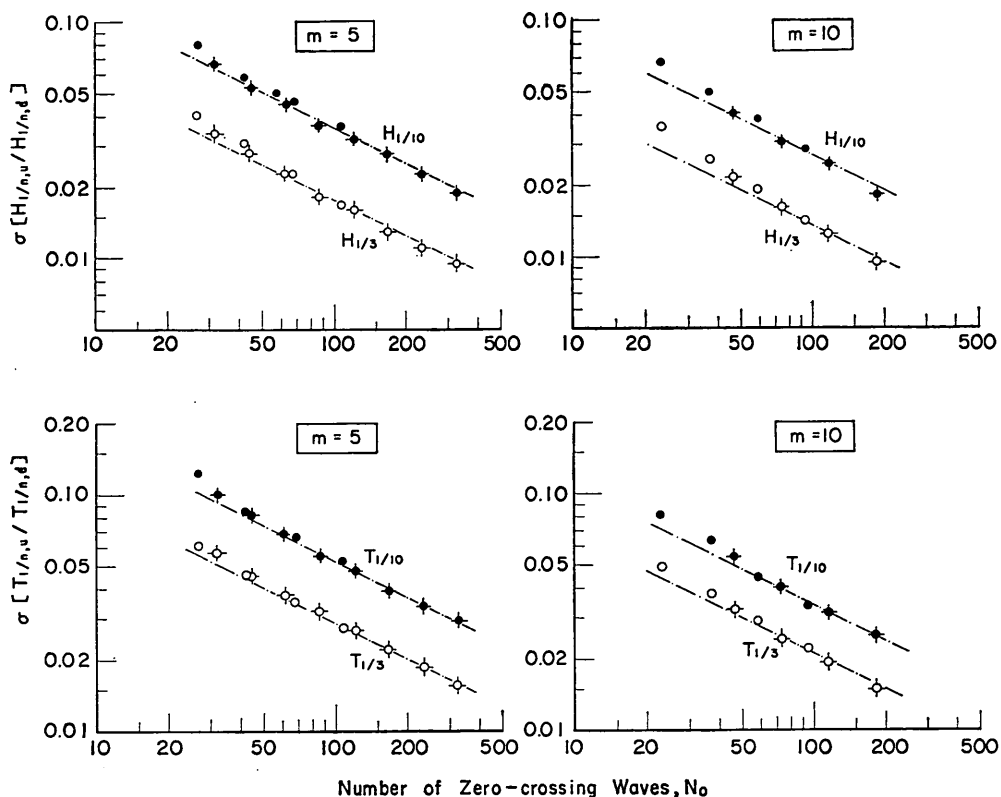


図-16 1/10最大波および有義波の波高・周期に関する二つの定義法による値の比率の標準偏差

易にするためもある、 $N_0 \geq 50$ の領域を対象にして-1/2乗則による直線式をあてはめた。図中の1点鎖線はこの結果である。また、これから比例係数を算出した結果を $m=3$ および20のスペクトルの場合と併せて表-5に示してある。この表によると、形状パラメーター m が増加し、スペクトルの帯域幅が狭くなるにつれて、波高比・周期比の標準偏差がしだいに減少することが分る。表-4に示した波高の絶対値の場合には、スペクトルの帯域幅の減少につれて変異係数が増大するので、この点は傾向が逆である。また、周期についても表-5の方が減少の度合が大きくなってきている。

なお、表-5を使うと、たとえば $m=5$ の標準的なスペクトルを持つ波数 100 波の波形記録を 1 例だけ解析する場合、ゼロアップクロス法による結果とゼロダウンクロス法による結果を比較すると、標準偏差の値として $H_{1/10}$ については3.5%、 $T_{1/10}$ については 5.3% の差が生じ得ることが分る。したがって、2シグマ限界を用いると、

表-5 ゼロアップクロス法とゼロダウンクロス法による波高・周期比の標準偏差の比例係数 α の値

波高・周期比	スペクトル形状パラメーター ($n=4, \gamma=1$)			
	$m=3$	$m=5$	$m=10$	$m=20$
$H_{1/10,u}/H_{1/10,d}$	0.39	0.35	0.27	0.19
$H_{1/3,u}/H_{1/3,d}$	0.22	0.18	0.13	0.11
$T_{1/10,u}/T_{1/10,d}$	0.67	0.53	0.34	0.21
$T_{1/3,u}/T_{1/3,d}$	0.34	0.29	0.21	0.15

$H_{1/10}$ の比率が93~107%、 $T_{1/10}$ の比率が89~111%の範囲にある限り、ゼロクロス波の定義法によって有意な差が生じると結論づけることはできない。定義法による差を検出するためには十分な数の波形記録を用い、統計的な検定を行うことが必要である。

4.2 波形の前傾度のパラメーターの提案

前節で推定したゼロアップクロス法による波高・周期とゼロダウンクロス法による波高・周期の比率の変動範囲は、線型シミュレーション法による擬似不規則波形を対象としたものである。実際の海の波は状況によって相当に非線型な挙動を示すことがあり、数値シミュレーションの結果だけでゼロクロス法の定義法の差の影響を論じるのは不十分である。次節で述べるように、現地波浪の波形記録をアップクロス法とダウンクロス法の両方で解析して比較してみたところ、波高に比べて水深が十分にある水域では両者が統計的に同一の結果を与えるのに対し、波高と水深が同程度であって砕波帯の外縁ないし砕波帯内と見なされるデータでは、二つの定義法による解析結果に有意な差があることが見出された。

浅海域での波浪変形で特徴的なことは、波が汀線に近づくにつれて波の前面がしだいに急傾斜となり、遂には垂直に切り立って巻き込むように砕波することである。ゼロクロス法の定義法による波高・周期の代表値の差に影響を与えるのは、こうした波形の前傾現象であると推測される。樫木ほか³⁶⁾はゼロダウンクロス法による周期の代表値が短くなる傾向を指摘し、その原因の一つとして前傾波形を挙げているが、それ以上追究はしていない。

水深がしだいに浅くなる水域を進行する規則波の前傾現象は早くから注目されており、1951年に Biesel³⁸⁾は波の変形を数値計算によって追跡する理論式を提示した。波形の前傾の度合の指標は1968年に Adeyemo³⁹⁾が実験データとして示し、さらに岩垣・酒井⁴⁰⁾は1971年に2次近似解を用いて波形が前傾するメカニズムを説明している。

不規則波については Kjeldsen と Myrhaug⁴¹⁾(文献⁴²⁾による)が波形の前傾度を表すパラメーター λ を導入した。これは図-17に示すように、ゼロアップクロス点から水位のピーク点までの時間 T' とピーク点からゼロダウンクロス点までの時間 T'' をとり、 $\lambda=T''/T'$ なる量を定義してこれを vertical asymmetry factor と名付けた*。そして、 λ の rms 値が平均的に 1.5 の値をとるところから、深海域の風浪は波の山の前面の継続時間が短く、波の山の後面の継続時間が長いと結論している。しかしながら、これはパラメーターの設定が不適切であっ

たための見掛けの現象である。すなわち、 $T''=T'$ であれば $\lambda=1$ となるが、 $T''<T'$ のデータは $0<\lambda<1$ の領域に圧縮されるのに対し、 $T''>T'$ のデータは $1<\lambda<\infty$ の領域に拡大されるためである。たとえば、パラメーターとして $\zeta=T''/(T'+T'')=1/(1+\lambda)$ のように $\zeta=0.5$ を軸として $0<\zeta<1$ の範囲で対称形な変数を導入して確率変数の変換を行うと、Myrhaug と Kjeldsen⁴²⁾の提示したデータは $\zeta \approx 0.6$ にモードを持つ、すなわちむしろ後傾気味であることを導くことができる。

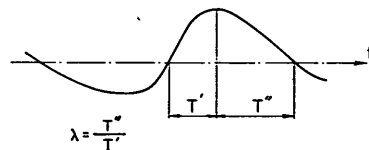


図-17 Kjeldsen・Myrhaug⁴¹⁾による前傾度のパラメーターの定義

しかしながら、 ζ のパラメーターは個別の波の判定を行った上でなければ計算できず、アルゴリズムが複雑になる。波形の前傾の度合を見るには、むしろ水面傾斜の度数分布を数え、その分布のひずみ度をパラメーターとするのが最も直接的であり、かつ簡明である。そこで、これを前傾度 (atiltness) と呼び、 β_3 で表すことにする。すなわち、

$$\beta_3 = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} (\dot{\eta}_i - \bar{\eta})^3}{\left[\sum_{i=1}^{N-1} (\dot{\eta}_i - \bar{\eta})^2 \right]^{3/2}} \quad (70)$$

波形解析のアルゴリズムとしては

$$\dot{\eta}_i = (\eta_{i+1} - \eta_i) / \Delta t \quad (71)$$

を用いるのが簡単である。この場合、 $\bar{\eta}$ は個別に計算しなくとも $(\eta_N - \eta_1) / (N-1) \Delta t$ として求められる。

線型シミュレーションによる擬似不規則波では、当然に $\beta_3=0$ である。ただし、個々の不規則波形ではある幅の中で有限な値を取る。 β_3 の標準偏差は式(47)のように波数の $-1/2$ 乗に比例することが今回のシミュレーションで確認されており、その比例係数 $\alpha(\beta_3)$ は表-4に記載済みである。前傾度 β_3 が正の大きな値をとるときは波の山が急上昇し、その後ゆるやかに降下するような波形になる。図-18はこうした波形の例を示すもので、(A)は宮崎海岸の水深約 1.2m での観測波形、(B)は当所波浪研究室の提供による1次元不規則波の実験波形であり、水深 20 cm の地点のものである。前傾度のパラメーターは(A)が0.98、(B)が4.58である。ただし、波形

* 定義そのものは Adeyemo³⁹⁾のもの逆である。なお、名称は鉛直軸に関する非対称性の意味で付けたと思われるが、Adeyemo は horizontal asymmetry と呼んでおり、特異な用語法である。

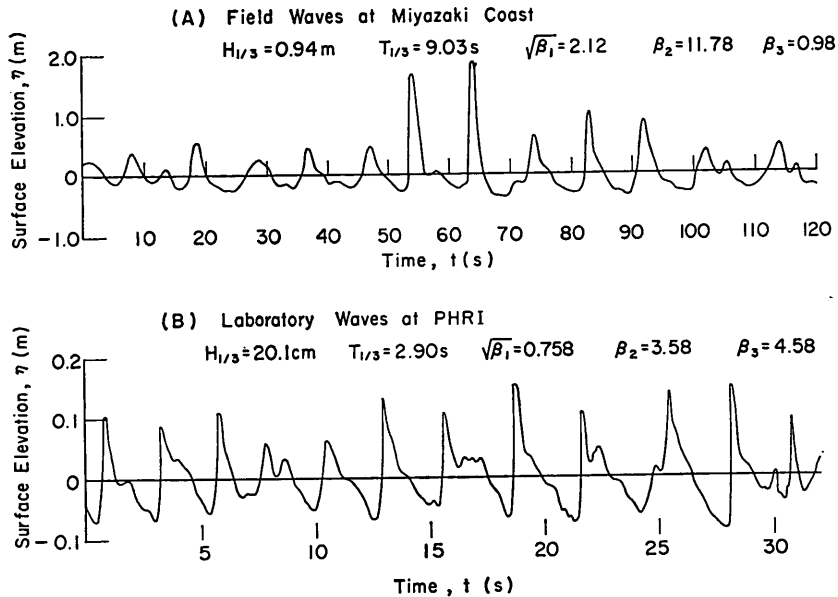


図-18 砕波帯内外の水位波形の例

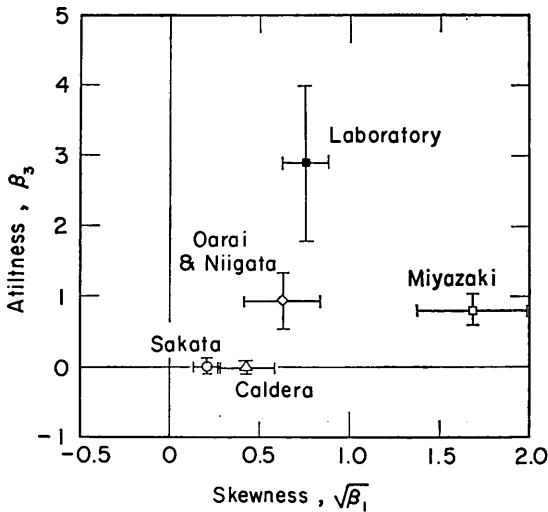


図-19 波形のひずみ度 $\sqrt{\beta_1}$ と前傾度パラメーター β_3 との相関図

の読取時間間隔は後者が $\Delta t = 1/15 \text{ s}$ ($T_{1/3}/\Delta t \doteq 43$) であるのに対し、前者は $\Delta t = 1 \text{ s}$ ($T_{1/3}/\Delta t \doteq 9$) とかなり粗いため、 β_3 の値が過小に評価されているきらいがある。風洞水路内の発達途上の風波の実験データ（当所水理研

究室提供）について $T_{1/3}/\Delta t$ を 28.6 から 14.3 に変更したところ、 β_3 が 0.451 から 0.345 に低下した事例があり、 β_3 を正しく評価するためには Δt をかなり短くとる必要があるようである。

なお、波形のひずみ度 $\sqrt{\beta_1}$ と前傾度 β_3 との間の相関は極めて弱い。たとえば、カルデラ港のデータは $\sqrt{\beta_1}$ の平均値が 0.42 で非線型性がかなり強いけれども、 β_3 は平均値が -0.02 である。図-19 は次節で紹介するデータについてひずみ度 $\sqrt{\beta_1}$ と前傾度 β_3 の相関関係を平均値 \pm 標準偏差値の形で表示したものである。

4.3 現地観測および室内実験データによる検討

以上、4.1 および 4.2 に述べた考察の妥当性を調べるため、表-6 に概要を記述した現地観測および室内実験データについてゼロアップクロス法による値とゼロダウンクロス法による値との差を検討した。このうち、酒田港のデータは第一港湾建設局が取得し、当所海象観測研究室が整理した 1985 年 2 月の 2 時間ごとの 20 分間定時観測記録のうち、有義波高が 3.0 m 以上のものを抽出した結果である。カルデラ港のデータは著者が先に解析・発表したもの⁴⁾ であるが、今回は波形読み取りの際の処理不十分のため廃棄したデータ等についても再処理を行い、総数としては 51 記録を対象としている。

大洗・新潟・宮崎海岸のデータは、著者が以前に浅海域の砕波変形の解析に使用したもの⁴³⁾ で、元の波形デー

波浪の統計的性質に関する二、三の数値的検討

表-6 現地観測および室内実験データの概要

観測地点	データ個数	波高計種別	水深 (m)	Δt (s)	T_R (min)	\bar{N}_0	$\bar{H}_{1/3}$ (m)	$\bar{T}_{1/3}$ (s)
カルデラ港	51	超音波式	約17	0.5	20~30	108.0	2.60	16.7
酒田港	68	超音波式	約50	0.5	20	177.7	3.38	8.42
大洗海岸	3	8ミリカメラ	0.7~1.0	1.0	30	185.7	0.67	14.8
新潟海岸	6	8ミリカメラ	1.3~1.6	1.0	30	298.8	1.10	7.34
宮崎海岸	8	8ミリカメラ	1.2~1.8	1.0	30	260.3	0.84	8.64
波浪研究室	18	抵抗線式	0.175~0.225	1/15	3.4	119.1	0.156	2.26

データを再処理した結果である。ただし、前回使用した新潟海岸の1973年12月20日のデータは波高・周期の値が小さいため、今回は除外した。また、新潟および宮崎海岸のデータは、今回は30分ずつ2回の平均値として表示している場合があるが、今回はそうした平均化処理は行っていない。砕波帯内の位置でいうと、宮崎海岸のデータは砕波帯の外縁、新潟海岸はやや内側、大洗海岸は一度沿岸砂州で砕波したあとの汀線近くの波である。

室内実験データは、リーフ上の不規則波の変形実験（最終的には護岸の越波量の測定が目的）の際に取得したもので、一様水深部から1/10勾配斜面が6.50mにわたって続く途中の高さ0.475mの地点で測定した記録である。水深、周期、波高を各3通りに変えた9種類の波浪条件のおおのについて波形パターンを変えた2種類の不規則波を使用しているため、全体として18データとなる。なお、表-6に記載したデータの統計量を図示する場合、大洗海岸のデータは個数が少ないので新潟海岸のデータと併せて処理している。

これらのデータについては、最高波、1/10最大波、1/3最大波の波高・周期の諸元のゼロアップクロス法とゼロダウンクロス法による値の比率を計算し、その平均値と標準偏差を算出した。このうち、まず前傾度が $\bar{\beta}_3 \neq 0$ であるカルデラ港と酒田港のデータについて数値シミュレーションの結果から予測した値と比較したものを表-7に示す。予測にあたっては、スペクトル形状としてカルデラ港は $m=20$ 、酒田港は $m=5$ の結果を適用し、それぞれ平均波数を考慮して図-14、15および表-5から推定した。観測値と予測値は非常に良く一致しているといえる。このことは線型シミュレーション結果の適用性を裏付けるとともに、前傾度 β_3 が平均的に0である場合には、ゼロクロス法の定義法によって生じる波高・周期の差異は統計的変動性に基づくものであり、物理現象の差によるものではないことを示唆している。

次に、波高比および周期比を前傾度のパラメーター β_3

表-7 ゼロクロス法の二つの定義による波高比・周期比の標準偏差の観測値とシミュレーション予測値との比較

統計量	カルデラ港 ($\bar{N}_0=108$)		酒田港 ($\bar{N}_0=178$)	
	観測値	$m=20$	観測値	$m=5$
$H_{max,u}/H_{max,d}$	0.053	0.061	0.086	0.098
$H_{1/10,u}/H_{1/10,d}$	0.017	0.018	0.030	0.026
$H_{1/3,u}/H_{1/3,d}$	0.008	0.010	0.014	0.013
$T_{max,u}/T_{max,d}$	0.062	0.056	0.203	0.14
$T_{1/10,u}/T_{1/10,d}$	0.022	0.020	0.039	0.040
$T_{1/3,u}/T_{1/3,d}$	0.015	0.014	0.022	0.022

に対してプロットしたのが図-20、21であり、各データは縦・横軸とも平均値±標準偏差値の形で示してある。図中の記号は図-19と同じである。図-20は波高比のデータである。堀田・水口³⁵⁾は、砕波帯内ではゼロダウンクロス法による波高の方が大きいというデータを提示しているが、表-6のデータに関する限り、いずれの定義法がより大きな値を与えると結論づけることはむずかしい。

一方、周期比と β_3 の関係を示した図-21を見ると、 β_3 の増加につれて周期比が増大する傾向、すなわちゼロダウンクロス法による周期の代表値が短い傾向が明瞭である。 T_{max} の場合の変動性が異常に大きいのは、大洗・新潟・宮崎海岸の観測波形が顕著なサーフビートを随伴していたため、 T_{max} として $T_{1/3}$ の数倍もの大きな値がしばしば検出されていたことによるものである。

ゼロクロス法の定義の差によって波高の代表値が変わらないにもかかわらず、周期の代表値が異なることは、波高と周期の間の相関係数の値にも有意な差が存在することを意味する。図-22は r_{HT} と β_3 の関係を示したものであり、標準偏差が大きいものの β_3 の増大につれてゼロアップクロス法による相関係数がゼロダウンクロス法

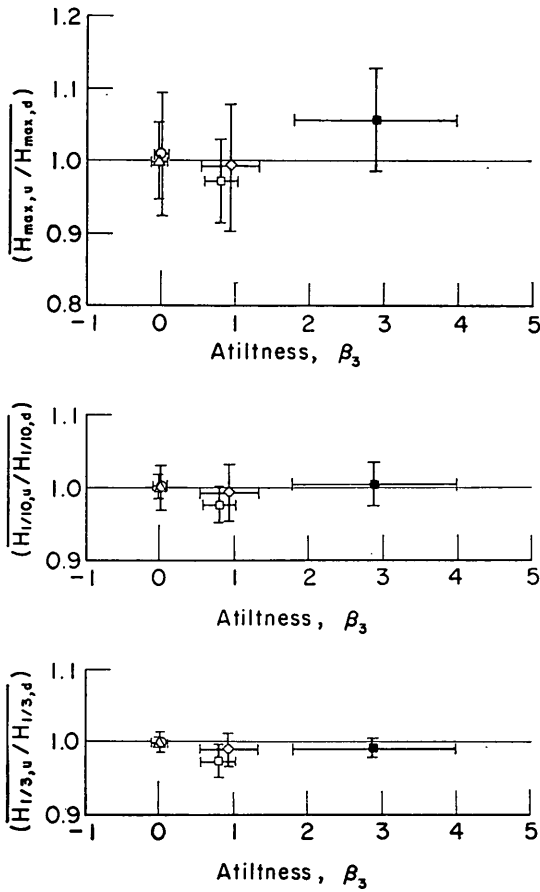


図-20 ゼロクロス法の二つの定義による波高比と前傾度パラメーターとの関係

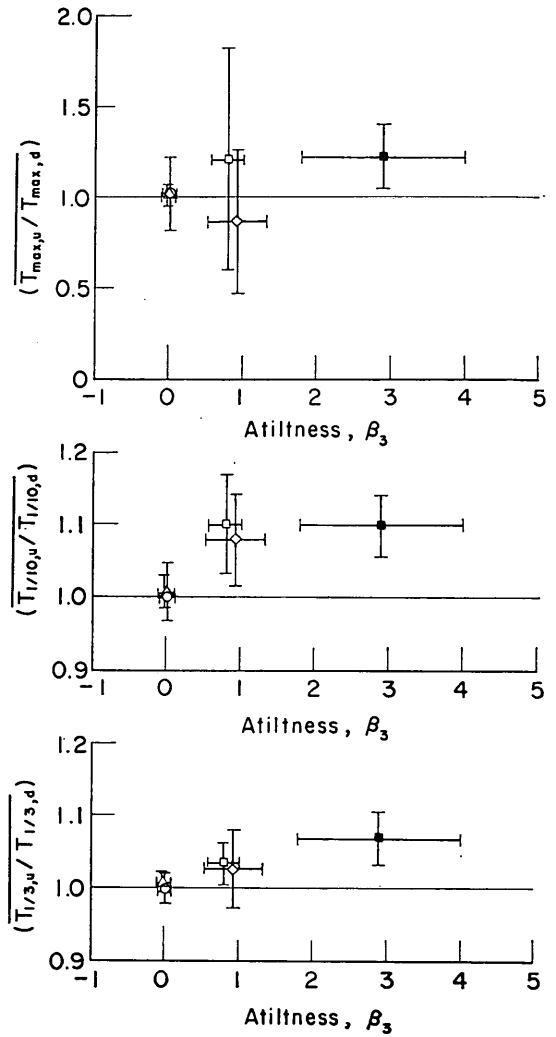


図-21 ゼロクロス法の二つの定義による周期比と前傾度パラメーターとの関係

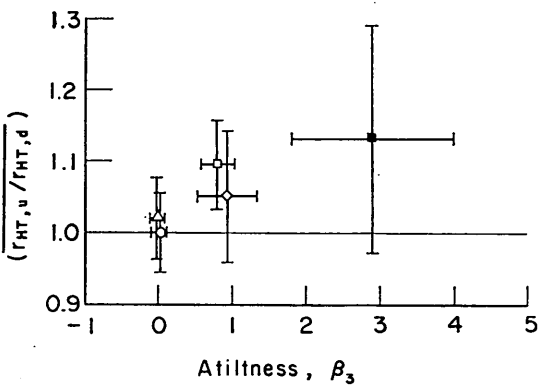


図-22 波高と周期の相関係数に関する二つのゼロクロス定義法による値の比率と前傾度パラメーターとの関係

による値よりも大きくなる傾向が明らかである。

さらに、波高と周期の結合分布の差異を調べた結果が図-23、24である。前者は現地海岸の波、後者は実験室内の波である。両図とも、波高と周期の結合分布、波高階級ごとの平均周期、および周期分布の3種類のデータについてゼロアップクロス法(実線)およびゼロダウンクロス法(破線)による値を示している。結合分布は、それぞれ平均値で無次元化した波高と周期の相関度数表を結合確率密度の形に換算し、その等値線を滑らかな曲線で表示してある。実験室内の波に比べて、現地海岸の波は波高の大きな領域でも周期との相関がやや残ってお

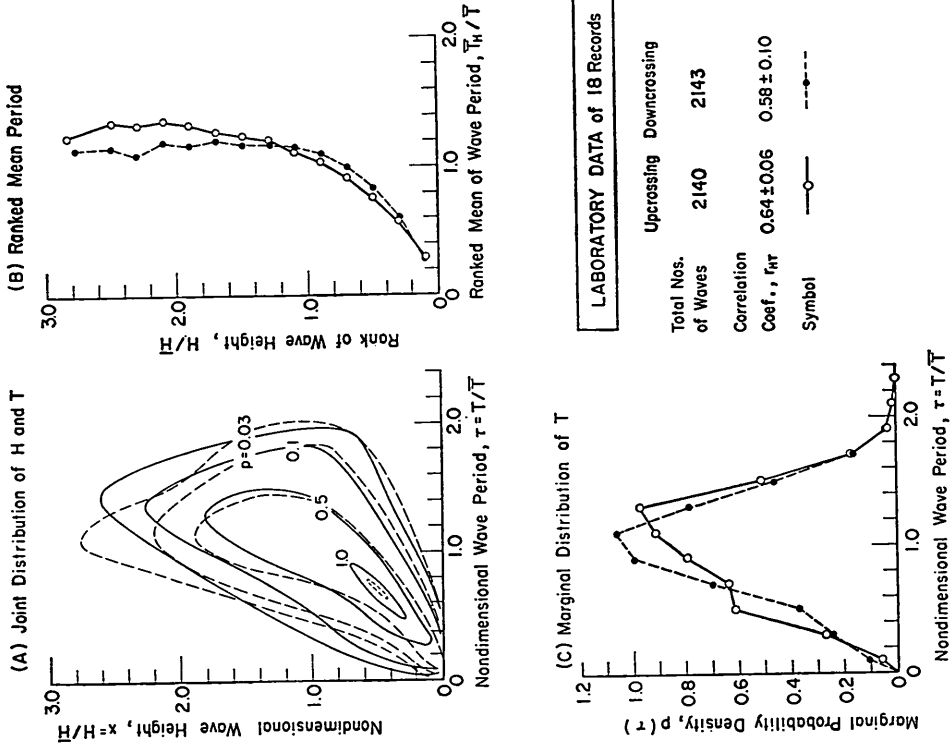


図-24 波高と周期の結合分布に関する二つのゼロクロス定義法の比較

(室内実験データ)

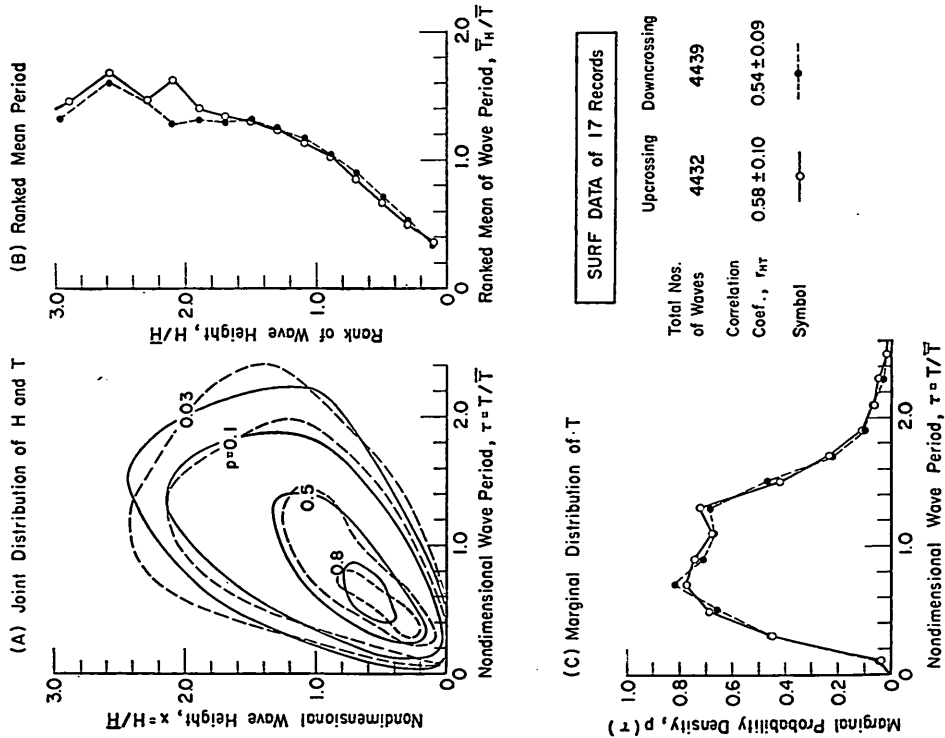


図-23 波高と周期の結合分布に関する二つのゼロクロス定義法の比較

(現地観測データ)

り、このため波高階級が高くなるにつれて周期も伸びる傾向にある。これはサーフビートの影響と考えられる。

図-23, 24によると、ゼロアップクロス法で定義した砕波帯近傍の波は、ゼロダウンクロス法の定義に比べ、波高の大きな波の周期がやや長く、波高の小さい波の周期がやや短い傾向にあることが認められる。このような差異を生み出す波形としては、たとえば図-25のようなものが考えられる。すなわち、比較的短い谷に続いて大きな波の山が急激に立ち上り、それがゆっくりと裾を引きながら長く続く谷に連なり、そのあと小さく短い波が現れるような波形である。谷の深さがあまり変らなければ、波高はアップクロス法でもダウンクロス法でもほぼ同じである。しかし、周期は図示のように大波高の波ではアップクロス法によるものが長く ($T_{u,1} > T_{d,1}$)、一方、小波高の波ではアップクロス法の方が短くなる ($T_{u,2} < T_{d,2}$)。これに似た波形は、図-18に例示した宮崎海岸の最高波(中央部分)に見ることができる。

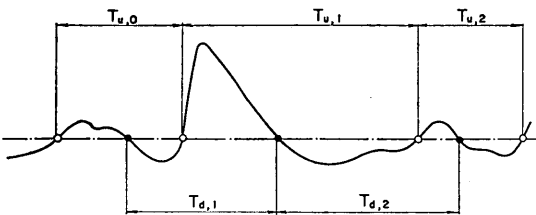


図-25 著しい前傾を示す不規則波形の模式図

浅海域で不規則波が砕波するときは、波高の大きな波が先行する小波高の波よりも大きな速度で前進しつつ前傾し、一度大きく砕けたあとはしばらく次の波が来ないというのが良く見かけるパターンである。したがって、図-25のような波形は現実にはしばしば起ると考えられる。

以上に述べたように、ゼロクロス波の二つの定義法によって波高・周期の統計量が左右されるのは、砕波帯内およびその近傍の波のように波形が前傾している場合に限られ、その場合も波高の統計量は影響を受けずにもっぱら周期の統計量が変化するということができる。本報告で取り扱ったデータは資料数として必ずしも十分でないので、これをもって結論とすることはできないけれども、通常の波浪観測記録の場合にはゼロアップクロス法、ゼロダウンクロス法のいずれを用いても統計的に有意な差は生じないと考えられる。砕波帯内における観測記録の整理については、沖波と砕波帯内の波とで代表周期が変化しないものの方が工学的に混乱が少ない。先に著者が行った浅海域の砕波変形の検討⁴³⁾では、汀線に向

って周期がゆるやかに増大する傾向がうかがわれた。このときはすべてゼロアップクロス法で波形記録を整理していたので、今回の図-21などの傾向と併せ考えると、ゼロダウンクロス法の定義を用いることによって沖から岸に至る過程での周期の変化を表面的には押えられるように思われる。もっとも、いずれが現象をより正しく表現しているかは別の問題である。いずれにしても、さらに多数のデータについての実証的検討が必要である。

5. 波群相関パラメーターと波高の連長との関係

5.1 波群相関パラメーターの定義

不規則な波形の中で波高の大きな波が連なって出現する傾向はしばしば認められるところであり、特に遠方から伝播してくるうねりの場合に顕著に見られる。こうした高波の連なりを定量的に評価する方法として、著者は永井と共に波高の連の概念を導入し、一つの連に含まれる波数で連長を定義した⁴⁴⁾。その後、多くの研究者によって現地波浪の連長の性質が明らかにされてきたけれども、連長を支配するパラメーターについてはいまだ定説がない。3.2(3)で紹介した木村の理論⁸⁾では、連続する2波の波高間の相関係数 r_{HH} をパラメーターとして連長の確率分布が与えられる。この r_{HH} が優れたパラメーターであることは、カルデラ港のうねりのデータによって確認されている⁴⁾。しかし、 r_{HH} は波形記録が与えられて初めて計算できる量であり、波のスペクトルから直接に算出される形では提示されていない。連長に関するスペクトルパラメーターとしては、著者が以前に提案した尖鋭度パラメーター Q_b (式.42)があり、連長と強い相関を示すことが認められている。といっても、この関係は経験的なものにとどまっている。

こうした情勢にあって、最近 Battjes⁶⁾ は波群の包絡波形の相関パラメーターである次式の κ を使うことを提案した。

$$\kappa(\tau_0) = \left\{ \left[\int_0^\infty S(f) \cos 2\pi f \tau_0 df \right]^2 + \left[\int_0^\infty S(f) \sin 2\pi f \tau_0 df \right]^2 \right\}^{1/2} / m_0 \quad (72)$$

このパラメーターは、波群包絡波形をもとの波形の Hilbert 変換として導く過程で定義されるもので、周波数スペクトルの関数形と時間差 τ_0 によって一義的に定められる。なお、Longuet-Higgins⁷⁾ も同じパラメーターを使っており、定義式はやや異なっているが、同等な表式であることは容易に確かめられる。

包絡波形の理論⁴⁵⁾によると、包絡波形上で時間差 τ_0 だけ離れた2点の振幅の間の相関係数は、前出の式(61)

によって与えられる。ゼロクロス法で定義された波高が包絡波形振幅の2倍に等しいと仮定すると、振幅間の相関係数はそのまま波高間の相関係数になり、したがって木村の理論に接続できる。もっとも、木村は r_{HH} を与条件として κ を数値的に解く方法を用いていて、スペクトルと直接には結びつけていない。

最近ではゼロクロス法で定義された波の統計量をこうした包絡波形と関係づけて解析する方法がいろいろ試みられている。Tayfun⁴⁶⁾の研究はその一例であり、その応用が3.1(3)に紹介した波高分布に及ぼすスペクトル形状の影響の解析²³⁾である。また、ShumとMelville⁴⁷⁾はゼロクロス波の概念から離れ、包絡波形の時々刻々の振幅と見掛け周期の結合分布について解析している。もっとも、その工学的意味については疑問が残る。一方、Longuet-Higgins⁷⁾は木村の連長の理論を κ のパラメータを用いて説明し直している。

本報告では、式(72)で定義される κ を波群相関パラメータ(envelope correlation parameter)と呼んでおく。実際に κ の値を求めるときは、式(72)における積分の上限を有限な周波数 f_{max} で打ち切れなければならないが、 κ は f_{max} がある程度大きければほぼ一定値に収束する。図-26はWallops型スペクトルについて f_{max} を f_p を基準として変化させたときの κ の変化を示したものである。時間差 τ_0 としては、スペクトルのピークに対応する周期 T_p を用いてある。スペクトル形状パラメータ m が小さな値のときは κ の値に小さな振動が現われるけれども、 $f_{max}=(2\sim 3)f_p$ であれば κ としてはほぼ安定した値が得られる。

一方、時間差 τ_0 の選択の影響を調べたのが図-27である。スペクトルは同じくWallops型であり、 τ_0 としてはピーク周期 T_p 、1次モーメントで定義される $T_{0,1}$ (式.43)、および2次モーメントで定義される $T_{0,2}$ (式.30)の3種について比較したものである。これらの周期は $T_p > T_{0,1} > T_{0,2}$ の関係にあり、 $\kappa(\tau_0)$ は τ_0 が短くなるにつれて大き目の値をとる。極限值である $\tau_0=0$ の場合は、式(72)の定義式から明らかなように $\kappa(0)=1$ となる。一般に κ は τ_0 の減少関数であるが、 τ_0 の大きなところでは κ の値が波打つ現象も見られる。図-27で $\kappa(T_{0,2})$ の値が $m=2\sim 4$ でふくらんでいるのはこの影響である。

実際の波形記録からスペクトルを推定して κ を求める場合には、スペクトルの分解能にも注意する必要がある。Battjesは1984年10月30日に当所を訪れた際、 κ は Q_p と比べてスペクトルの分解能の影響を受けることが少ないと個人的に述べたが、その点を検討したのが図-28である。データとしては、カルデラ港のうねりの記録

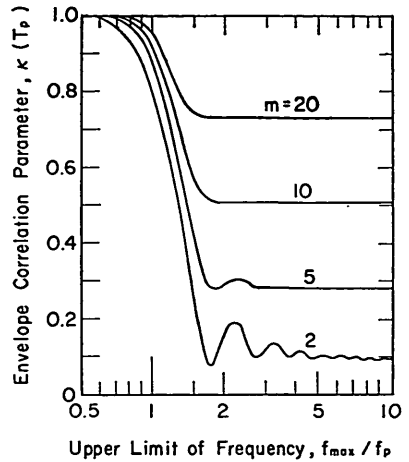


図-26 波群相関パラメータに及ぼす周波数上限値の影響

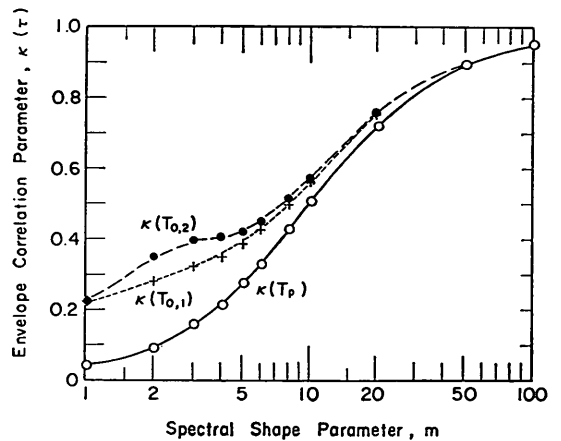


図-27 波群相関パラメータに及ぼすスペクトルの形状パラメータの影響

うちの30分間観測の32例を用い、スペクトルの推定本数を33本から257本に変化させ、 κ の平均値と標準偏差値の変わり方を調べている。時間差 τ_0 としては、ここでは T_p を用いた。図-28によると、スペクトル解析の等価自由度が30以下であれば、 κ はほぼ一定値をとる。スペクトルの尖鋭度パラメータ Q_p の場合には、等価自由度の減少につれて Q_p が増加する傾向が強くなり、カルデラ港のデータでは等価自由度を10以下にしても一定値に収束しなかったため、これに比べると波群相関パラメータは安定したパラメータであるということができ

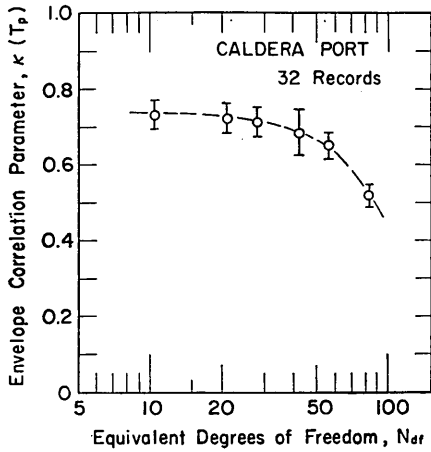


図-28 波群相関パラメータに及ぼすスペクトル解析の自由度の影響

る。なお、カルデラ港のうねりはスペクトルのピークが非常に鋭い場合の例なので、通常観測される風波の場合には等価自由度がさらに大きくとも κ として安定した値が得られるのではないかと思われる。

なお、 $\kappa(\tau_0)$ の計算においては、現地観測データに相伴している周波数スペクトルの非線型成分を除去することが望ましい。これは、包絡波理論がもともと線型理論であるためである。Longuet-Higgings⁷⁾ は κ の算定の際に用いる周波数範囲として $(0.5 \sim 1.5) f_p$ を推奨しているけれども、図-27 の数値計算例で見られるように、それでは $\kappa(\tau_0)$ としてやや過大な値を与えることになる。また、非線型成分を除去する目的であるならば、カルデラ港のスペクトル解析⁴⁾ で示されたように $1.8 f_p$ 以上の高周波数成分を除去するだけで十分である。本報告では、カルデラ港のデータについては $f = (0.5 \sim 1.8) f_p$ の範囲で式(72)の計算を行った。全周波数範囲について計算した場合は、カルデラ港51記録についての平均が $\kappa(\bar{T}) = 0.731 \pm 0.045$ であったのに対し、周波数範囲を制限した場合には 0.794 ± 0.044 に増加した。後出の図-29~34 ではこうした非線型成分を除去して求められた $\kappa(\bar{T})$ の値を用いている。なお、酒田港のデータの場合は水深が大きく、非線型性の度合いが小さくてスペクトルの非線型成分が微小であると判断されたので、式(72)の計算は全周波数範囲について行った。

5.2 擬似不規則波および現地観測データによる検討

前節に紹介した波群相関パラメータの波高の連長に対する影響を検討するため、表-6に記載したデータのう

ち、前傾度 β_3 がほぼ0であるカルデラ港と酒田港のデータについて種々解析した。また、同時に数値シミュレーションを下記の条件で行い、追加資料とした。

- i) 周波数スペクトル：Wallops型、JONSWAP型、および2波群の重畳による2山型
- ii) 波浪条件： $H_{1/3} = 2.6\text{m}$, $T_{1/3} = 16.6\text{s}$
(第2波群については $T_{1/3} = 8.3\text{s}$)
- iii) 波形の長さ： $T_R = 1800\text{s}$ ($\Delta t = 1\text{s}$)
- iv) シミュレーションの繰り返し回数： $n = 100$ 回

周波数成分の個数は $M = 200$ であり、方向分布関数および周波数範囲はスペクトルの形状パラメータ m の値によって変化させた。この数値シミュレーションの諸条件は、カルデラ港の波浪条件を主対象にしたものである。波浪統計量の変動性の検討用としては記録長が長過ぎる等の問題はあるけれども、統計量の平均値について議論する目的には支障がないと考えられる。なお、スペクトル形状は波群相関パラメータとしてできるだけ広範囲の値が得られるように変化させたもので、11ケースは単一波群であるが、4ケースは $\kappa(\bar{T})$ としてできるだけ小さな値が得られるように二つの波群の合成波を用いた。この結果、一つの波形記録に含まれる平均波数は $104.5 \sim 234.5$ 波 ($\bar{T} = 7.7 \sim 17.2\text{s}$) の範囲にあった。

図-29は、これらの数値シミュレーションの結果および現地観測データから $\kappa(\bar{T})$ と r_{HH} の関係を表示したものである。シミュレーションおよび現地観測のデータはほぼ同一の曲線(破線)に乗っているけれども、包絡波理論から導かれる式(61)の関係(実線)よりもやや上方に位置している。この差異の原因は、包絡波理論をゼロクロス波高間の相関係数に結びつける際に、包絡波形の2倍を波高と仮定したことにあると考えられる。包絡波形そのものは、Tayfun⁴⁶⁾ や Shum と Melville⁴⁷⁾ の論文中に例示されているように、必ずしもゼロクロス波高の山—山、谷—谷を滑らかに結んだような形はとらず、多数の極大・極小点を含むかなり複雑な波形をしている。このため、ある時刻から τ_0 だけ離れた時刻における包絡波形の振幅は、その周辺のゼロクロス波の山の振幅よりも小さいことが少なくない。その結果、包絡波形の振幅間の相関係数がゼロクロス波の山の振幅間の相関係数よりも小さくなると考えられる。

図-29の結果は、周波数スペクトルから式(72)によって計算される波群相関パラメータ $\kappa(\bar{T})$ を直接使用するよりも、木村⁸⁾ が行ったように実測波形から計算した波高間の相関係数 r_{HH} から κ の値を推定する方式の方が観測値に適合するであろうことを示唆している。

実際に、中央波高 H_{med} を上回る波高の連長の平均値

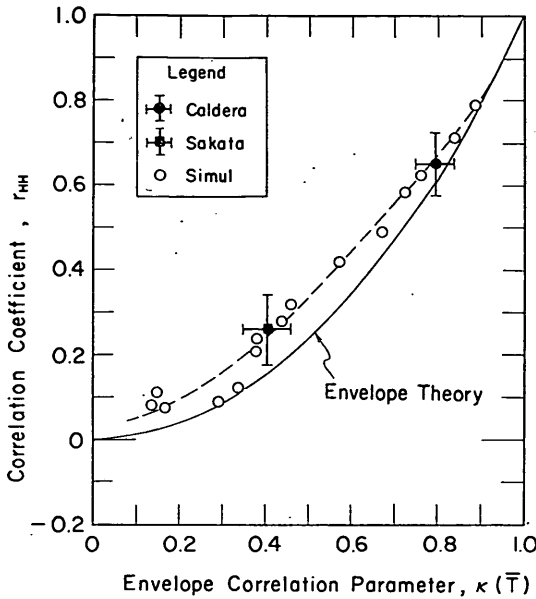
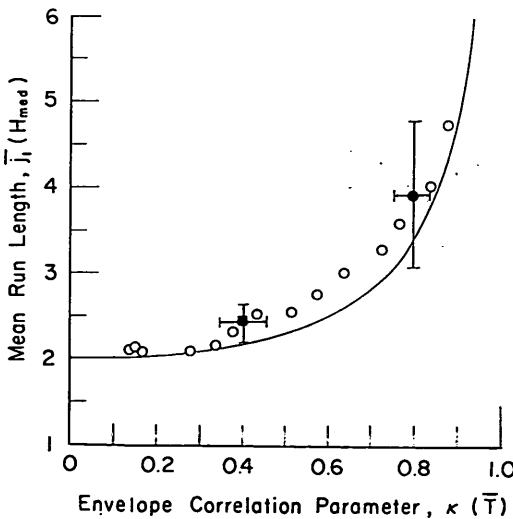


図-29 波群相関パラメーターと連続2波の波高間の相関係数との関係

について数値シミュレーションおよび現地観測の結果を理論値と比較したのが図-30である。図の左側は波群相関パラメーター $\kappa(\bar{T})$ を変数とした場合、図の右側は連続する波高間の相関係数 r_{HH} を変数とした場合である。



明らかに、前者では理論値が過小であり、 $\kappa(\bar{T})$ を直接に使用して連長を推定することは推奨できない。

図-31は有義波高 $H_{1/3}$ を上回る波高の連長の平均値を示している。この場合は $\kappa(\bar{T})$ を用いた場合と r_{HH} を用いた場合の差があまり見られない。 $\kappa(\bar{T})$ を用いた理論値はやや過小、 r_{HH} から推定した理論値はやや過大な傾向にある。

さらに、図-32は高波の繰り返しの平均連長であり、波高の設定値として H_{med} を用いた場合の連長を示している。この場合は明らかに $\kappa(\bar{T})$ を直接に使用して求めた理論値が過小な結果を与えている。

最後の図-33は、 $H_{1/3}$ を設定値とする高波の繰り返しの平均連長を示している。この場合には、今までは逆に r_{HH} から推定した理論値が過小であり、 $\kappa(\bar{T})$ から求めた理論値の方が数値シミュレーション結果および現地観測データに合致している。このような傾向は、カルデラ港のデータのうち連続波形記録について連長の出現確率を調べたときにも見られており、 $H_{1/3}$ を超える繰り返しの連として極めて短かい連長の出現率が高くなっていった⁴⁾。

図-33の結果は、包絡波形の理論がこの場合には成立すると解釈することもできる。しかし、一方では図-4、5に見られるような波高分布が仮定しているようなレーリー分布からずれていることによる影響と、図-29に見られる r_{HH} と $\kappa(\bar{T})$ の関係の理論値からのずれの効果とがたまたま打ち消し合い、結果として一致するようにな

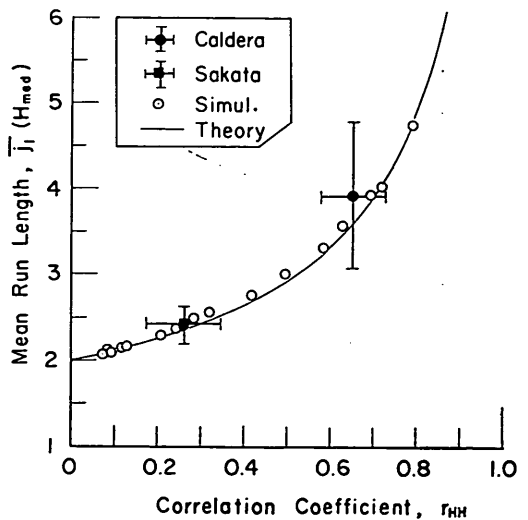


図-30 中央波高 H_{med} を上回る波高の連の平均長

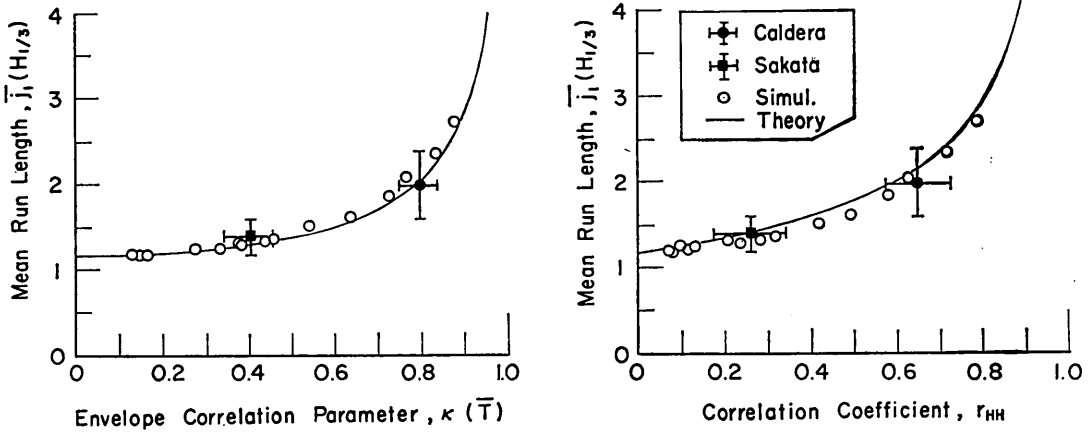


図-31 有義波高 $H_{1/3}$ を上回る波高の連の平均長

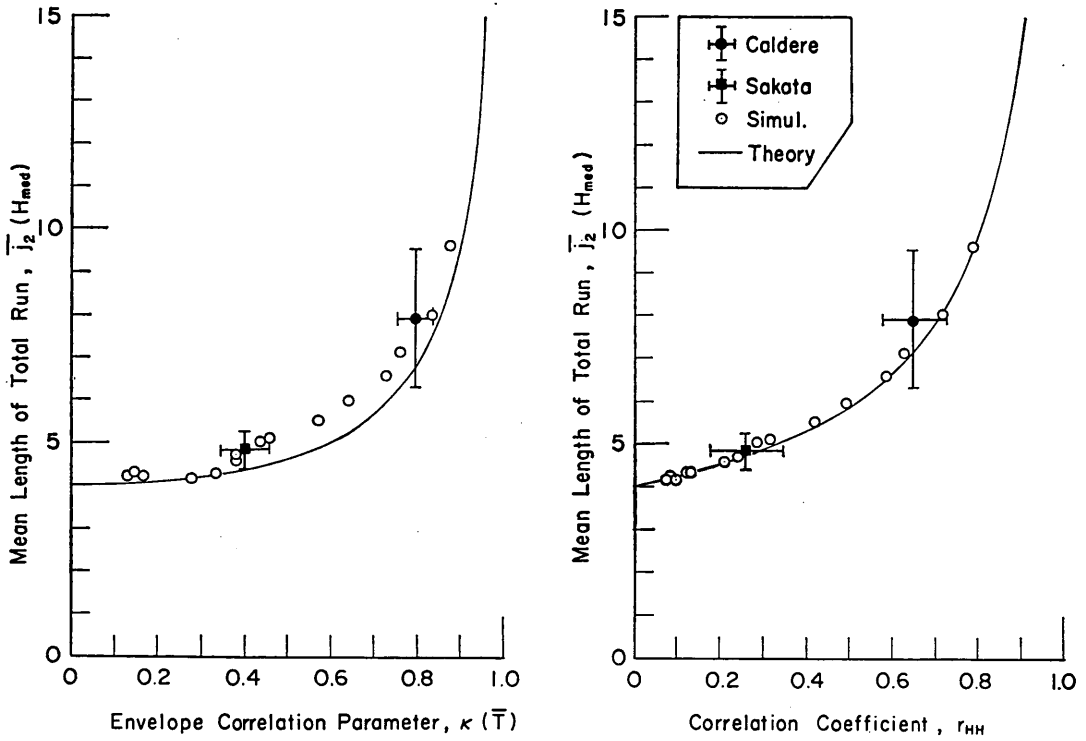


図-32 中央波高 H_{med} を設定値とする高波の繰り返しの連の平均長

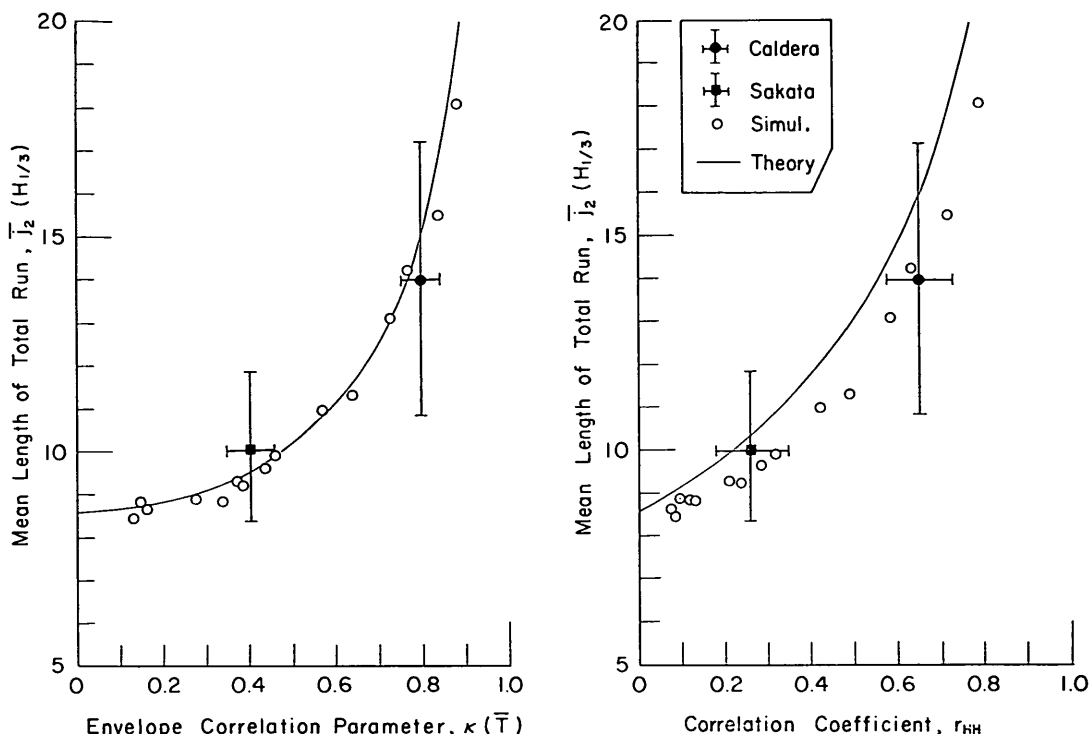


図-33 有義波高 $H_{1/3}$ を設定値とする高波の繰り返しの連の平均長

ったと考えることもできる。後者の解釈に立てば、図-30、32のように中央波高を対象とする場合には、レーリー分布からの波高分布のずれが確率 p_{11} 、 p_{22} にあまり影響を与えず、連の平均長の推定値は r_{HH} と $\kappa(\bar{T})$ の関係のずれの影響だけを受けて観測値よりも小さ目の結果になったと考えられる。二つの説明のいずれが妥当であるかは、波高分布がレーリー分布からずれている場合の理論的検討を含め、今後の検討にゆだねるべき課題の一つであろう。

6. むすび

本報告では、短時間の波浪観測記録から解析される統計的性質のうち二、三の問題について、数値シミュレーションによって作成した擬似不規則波形および現地観測データを用いて検討を行った。この結果明らかになった事項のうち主要なものを列挙すると次のとおりである。

- 1) 擬似不規則波形から導かれる統計量の変動性は、波浪のスペクトル特性に支配されるだけでなく、波形記録がある長さを超えると周波数成分の設定方法

および個数によっても影響されるようになる。影響を受ける限界の長さは統計量の種類によって異なるが、本報告では一応の目安が与えられた。

- 2) 擬似不規則波の波高分布は、わずかではあるがレーリー分布からずれている。ずれの度合は洋上波浪のデータと同程度であり、スペクトル形状による差異は比較的小さい。
- 3) 線型理論の枠内でも、不規則波形中の最高波頂高は最高波高の50%を超えることが多く、周波数スペクトルの帯域幅が広いほどこの傾向が強まる。
- 4) 最高波の諸元以外の波浪統計量の標準偏差あるいは変異係数は、波形記録中の波数がある程度大きいことを前提としてその $-1/2$ 乗に比例し、さらにその比例係数はスペクトル形状の影響を受ける。
- 5) 周波数スペクトルのピークが鋭くなるにつれて変動性が強まる統計量は、波形の尖鋭度および波高の代表値であり、代表波高相互の比率の変動性はスペクトル形状の影響をあまり受けない。周波数スペクトルのピークが鋭くなるほど変動性が弱まる統計量は、波形のひずみ度、前傾度、周期の代表値および

その相互比率である。

- 6) 波高の連の平均長の変異係数は、平均連長の増大につれて増加するが、その割合は理論から予測される値よりも小さい。
- 7) ゼロアップクロス法で定義された波高・周期の代表値と、ゼロダウンクロス法で求められた代表値とは、波形が前傾の傾向を示さない限り、統計的に同一である。
- 8) 個々の波形記録についてはゼロアップクロス法とゼロダウンクロス法とで異なる代表波高・周期の値が得られるが、その差異の統計的変動範囲が明示された。
- 9) 不規則波形の前傾の度合を示す新しいパラメーターが提案された。このパラメーターが正の大きな値をとるときは、ゼロダウンクロス法による周期の代表値および波高と周期の相関係数がゼロアップクロス法による値よりも小さく出る傾向にあることが明示された。波高の代表値については、二つのゼロクロス法の定義による有意な差は認められない。
- 10) 包絡波形の相関パラメーターの性質が吟味され、それが連続する2波の波高間の相関係数と密接な関係にあることが確認された。しかし、実測の波高相関係数は包絡波形の理論から予測されるものよりもいくぶん大きく、この差はゼロクロス波の波高を包絡波形振幅の2倍と仮定することの誤差に起因する。
- 11) 波高の連の長さは包絡波形の相関パラメーターを使って理論的に予測することができるが、有義波高を超える高波の繰り返しを除くと、理論値は実測値よりも低く目の結果を与える。

なお、本報告をとりまとめるにあたり、現地観測データを提供して頂いた当所水工部海象観測研究室、室内実験データを提供して頂いた海洋水理部波浪研究室、風洞水路内の風波のデータを提供して頂いた同部水理研究室の各位の御協力に深く感謝する所である。また、擬似不規則波形のシミュレーションプログラムおよび波形の統計解析プログラムの汎用化、ならびに擬似乱数発生法の検討にあたっては、当所計算センター計算室の佐々木芳寛研究官から種々御助力ならびに教示して頂いたことを記し、謝意を表する所である。

(1985年9月30日受付)

参 考 文 献

- 1) たとえば、合田良実：波浪の統計的性質について、土木学会論文集，第357号／II-3，1985，pp.1-12.
- 2) Goda, Y. : Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, Vol.9, No.3, 1970, pp.3-57.
- 3) Goda, Y. : Numerical experiments on statistical variability of ocean waves, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, Vol.16, No.2, 1977, pp.3-26.
- 4) Goda, Y. : Analysis of wave grouping and spectra of long-travelled swell, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, Vol.22, No.1, 1983, pp.3-41.
- 5) Tucker, M. J. : The analysis of finite-length records of fluctuating signals, *British Jour. Applied Physics*, Vol. 8, April 1957, pp.137-142.
- 6) Van Vledder, G. Ph and Battjes, J. A. : An empirical check of Kimura's theory for wave group statistics, *Abstr. 19th Int. Conf. Coastal Engg.*, 1984, pp.368-369.
- 7) Longuet-Higgins, M. S. : Statistical properties of wave groups in a random sea state, *Phil. Trans. Roy. Soc. London, A*, Vol.312, 1984, pp.219-250.
- 8) Kimura, A. : Statistical properties of random wave groups, *Proc. 17th Int. Conf. Coastal Engg.*, 1980, pp.2955-2973.
- 9) Hudspeth, R. T. : Prediction of wave forces from nonlinear random sea simulations, *Ph. D. Disst. to Univ. Florida*, 1974, 168p.
- 10) Sharma, J.N. : Development and evaluation of a procedure for simulation of a random directional second order sea surface and associated wave forces, *Ph. D. Disst. to Univ. Delaware*, 1979, 136p.
- 11) Sand, S. S. : Long wave problems in laboratory models, *J. Waterways, Port, Coastal and Ocean Div.*, ASCE, Vol.108, No.WW4, 1982, pp.492-503.
- 12) 合田良実：共分散法による波向測定方式の数値的検討，港湾技術研究所報告，第20巻 第3号，1981，pp.53-92.
- 13) 高山知司・永井紀彦・合田良実：サーペント式造波装置の制御方式と造波特性，港湾技研資料，No.509，1984，30p.
- 14) Tucker, M. J., Challenor, P. G., and Carter, D. J. T. : Numerical simulation of a random sea: a common error and its effect upon wave group statistics, *Applied Ocean Res.*, Vol.6, No.2, 1984, pp.118-122.
- 15) Borgman, L. E. : Ocean wave simulation for engineering design, *J. Waterways and Harbors Div.*, ASCE, Vol.95, No.WW4, 1969, pp.557-583.
- 16) 永井康平：不規則な海の波の屈折および回折の計算，港湾技術研究所報告，第11巻 第2号，1972，pp.47-119.
- 17) Huang, N. E. and Long, S. R. : An experimental

- study of the surface elevation probability distribution and statistics of wind-generated waves, *J. Fluid Mech.*, Vol.101, 1980, pp.179-200.
- 18) Hasselmann, K. et al.: Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP), *Deutsche Hydr. Zeit.*, Reihe A (8°), No.12, 1973.
- 19) 合田良実: 港湾構造物の耐波設計—波浪工学への序説, 鹿島出版会, 1977, pp.172-174.
- 20) たとえば, 同上, pp.202-206.
- 21) Cavanié, A. G.: Evaluation of the standard error in the estimation of mean and significant wave heights as well as mean period from records of finite length, *Proc. Int. Conf. Sea Climatology*, Édition Technip, Paris, 1979, pp.73-88.
- 22) Forristall, G. Z.: On the statistical distribution of wave heights in a storm, *J. Geophys. Res.*, Vol.83, No.C5, 1978, pp.2353-2358.
- 23) Tayfun, M. A.: Effects of spectrum band width on the distribution of wave heights and periods, *Ocean Engg.*, Vol.10, No.2, 1983, pp.107-118.
- 24) Longuet-Higgins, M. S.: On the joint distribution of the periods and amplitudes of sea waves, *J. Geophys. Res.*, Vol.80, No.18, 1975, pp.2688-2694.
- 25) 合田良実: 波浪観測記録における波高と周期の結合分布について, 港湾技研資料, No.272, 1977, 19p.
- 26) Longuet-Higgins, M. S.: On the joint distribution of wave periods and amplitudes in a random wave field, *Proc. Roy. Soc. London, A*, Vol.389, 1983, pp.241-258.
- 27) Cartwright, D. E. and Longuet-Higgins, M. S.: The statistical distribution of the maxima of a random function, *Proc. Roy. Soc. London, A*, Vol.237, 1956, pp.212-232.
- 28) Goda, Y.: A unified nonlinearity parameter of water waves, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, Vol.22, No.3, 1983, pp.3-30.
- 29) 前掲19), pp.170-172.
- 30) Kendall, M. G. and Stuart, A.: *The Advanced Theory of Statistics*, Vol.1,(3rd Ed.), Griffin, London, 1969, p.236.
- 31) 同上, p.243.
- 32) Pierson, W. J., Jr.: An interpretation of the observable properties of "sea" waves in terms of the energy spectrum of the Gaussian records, *Trans. A. G. U.*, Vol.35, 1954, pp.747-757.
- 33) Bretschneider, C. L.: Wave variability and wave spectra for wind-generated gravity waves, *U.S. Army Corps of Engrs., Beach Erosion Board, Tech. Memo.*, No.113, 1959, 192p.
- 34) IAHR Working Group on Wave Generation and Analysis: *IAHR List of Sea State Parameters* (final draft), July 1985.
- 35) 堀田新一郎・水口 俊: 砕波帯内の波の現地観測, 第26回海岸工学講演会論文集, 1979, pp.152-156.
- 36) 樫木 亨・岩田好一郎・石井敏之: 不規則波の砕波変形に関する実験的研究, 第27回海岸工学講演会論文集, 1980, pp.143-147.
- 37) Burcharth, H. F.: A comparison of nature waves and model waves with special reference to wave grouping, *Proc. 17th Int. Conf. Coastal Engg.*, 1980, pp.2992-3009.
- 38) Biesel, F.: Study of wave propagation in water of gradually varying depth, *Gravity Waves*, Circular No.521, Nat. Bureau Stand., Washington D. C., 1951, pp.243-253.
- 39) Adeyemo, M. D.: Effect of beach slope and shoaling on wave asymmetry, *Proc. 11th Conf. Coastal Engg.*, 1968, pp.145-172.
- 40) 岩垣雄一・酒井哲郎: 一様勾配斜面上の有限振幅長波について, 土木学会論文報告集, 第196号, 1971, pp.65-74.
- 41) Kjeldsen, J. P. and Myrhaug, D.: Formation of wave groups and distributions of parameters for wave asymmetry, *Norwegian Hydr. Lab. Rept.* No. STF60, A79044, Trondheim, Norway, 1979.
- 42) Myrhaug, D. and Kjeldsen, J. P.: Parametric modelling of joint probability density distributions for steepness and asymmetry in deep water waves, *Applied Ocean Res.*, Vol.6, No.4, 1984, pp.207-220.
- 43) 合田良実: 浅海域における波浪の砕波変形, 港湾技術研究所報告, 第14巻 第3号, 1975, pp.59-106.
- 44) 合田良実・永井康平: 造波板の変速運動による発生不規則波のスペクトルについて, 港湾技術研究所報告, 第8巻 第3号, 1969, pp.47-75.
- 45) e. g., Middleton, D.: *An Introduction to Statistical Communication Theory*, McGraw-Hill, 1960, pp.401-403.
- 46) Tayfun, M. A.: Frequency analysis of wave heights based on wave envelope, *J. Geophys. Res.*, Vol.88, No.C12, 1983, pp.7573-7587.
- 47) Shum, K. T. and Melville, W. K.: Estimates of the joint statistics of amplitudes and periods of ocean waves using an integral transform technique, *J. Geophys. Res.*, Vol.89, No. C.4, 1984, pp.6467-6476.

主要記号一覧表

- a_m : 周波数 f_m の成分波の総合振幅 (式.14)
- $a_{m,n}$: 周波数 f_m , 方向角 θ_n の成分波の振幅 (式.12)
- C_m : 周波数 f_m の成分波の総合振幅の余弦成分 (式.6)
- C.V.[]: 括弧内の変数の変異係数
- E[]: 括弧内の変数の期待値
- f : 周波数
- f_m : m 番目の成分波の周波数

- f_{\min} : 周波数の最小値
 f_{\max} : 周波数の最大値
 f_p : 周波数スペクトルのピークの周波数
 H_{\max} : 一つの波形記録中の最高波高
 $H_{1/10}$: 1/10最大波高
 $H_{1/3}$: 1/3最大波高または有義波高
 $H_{1/n,u}$: ゼロアップクロス法で定義された 1/n 最大波高
 $H_{1/n,d}$: ゼロダウンクロス法で定義された 1/n 最大波高
 \bar{H} : 平均波高
 \bar{j}_1 : 波高の連の平均長
 \bar{j}_2 : 高波の繰り返しの連の平均長
 k_m : 周波数 f_m の成分波の波数
 K : 方向角成分の個数
 m : 序数, あるいは周波数スペクトル (式.14) の形状パラメーターの一つ
 m_0 : 周波数スペクトルの 0 次モーメント
 m_n : 周波数スペクトルの n 次モーメント
 M : 周波数成分の個数
 n : 序数, サンプル数またはシミュレーション回数, あるいは周波数スペクトル (式.14) の形状パラメーターの一つ
 N_0 : 一つの波形記録中の波の数
 p_{11}, p_{22} : 式 (59) で定義される波高に係わる確率
 $p(\)$: 括弧内の変数の確率密度関数
 $P(\)$: 括弧内の変数の分布関数
 $Q(\)$: 括弧内の変数の超過確率 ($=1-P$)
 Q_p : 周波数スペクトルの尖鋭度 (式.42)
 r_{HH} : 連続する 2 波の波高間の相関係数
 r_{HT} : 波高と周期の間の相関係数
 $r_{HT,u}$: ゼロアップクロス法で定義された相関係数
 $r_{HT,d}$: ゼロダウンクロス法で定義された相関係数
 $S(f)$: 周波数スペクトル
 $S(f, \theta)$: 方向スペクトル
 S_m : 周波数 f_m の成分波の総合振幅の正弦成分 (式.7)
 t : 時間
 T_{\max} : 一つの波形記録中の波高最大の波の周期
 T_p : スペクトルのピークに対応する周期 ($=1/f_p$)
 T_R : 波形記録の継続時間
 $T_{1/10}$: 1/10最大波周期
 $T_{1/3}$: 1/3最大波周期
 $T_{1/n,u}$: ゼロアップクロス法で定義された 1/n 最大波周期
 $T_{1/n,d}$: ゼロダウンクロス法で定義された 1/n 最大波周期
 $T_{0,1}$: 周波数スペクトルの 0 次および 1 次モーメントで定義される平均周期 (式.43)
 $T_{0,2}$: 周波数スペクトルの 0 次および 2 次モーメントで定義される平均周期 (式.30)
 \bar{T} : ゼロクロス法で求めた平均周期
 $\text{Var} [\]$: 括弧内の変数の分散
 x : 水平座標, あるいは無次元波高 H/\bar{H}
- y : 水平座標
 $\alpha(\)$: 括弧内の変数の変異係数 (または標準偏差) の比例係数
 β_M : 擬似不規則波において成分波の個数によって規定される η_{rms}^2 の変異係数の下限値 (式.34)
 $\sqrt{\beta_1}$: 波形のひずみ度 (skewness)
 β_2 : 波形の尖鋭度 (kurtosis)
 β_3 : 式(70)で定義される波形の前傾度 (atiltness)
 γ : 周波数スペクトル (式.14) の形状パラメーターの一つ, あるいはオイラーの定数
 ε : スペクトル幅パラメーター (式.41)
 $\varepsilon_{m,n}$: 周波数 f_m , 方向角 θ_n の成分波の位相角
 η : 波形すなわち平均水面からの水位上昇量
 η_{\max} : 一つの波形記録中の最高水位
 η_{rms} : 波形の rms 値 ($=\sqrt{m_0}$)
 θ_n : n 番目の方向角
 $\kappa(\tau_0)$: 式 (72) で定義される波群相関パラメーター (τ_0 は \bar{T}, T_p その他の値を与える)
 ν : スペクトル幅パラメーター (式.39)
 ξ : 無次元波高 ($=H/\eta_{rms}$)
 $\sigma[\]$: 括弧内の変数の標準偏差
 τ : 無次元周期 ($=T/\bar{T}$)
 τ_0 : 波群相関パラメーターを定義するときの時間差

港湾技術研究所報告 第24巻 索引

論文名・著者名

巻号 頁

水工部

不規則波に対する波力発電ケーソンの空気出力 ——波エネルギーに関する研究 第3報——高橋重雄・小島朗史・鈴木諭司	24. 1.	3~ 41
不規則波に対する消波ブロックの安定性に関する実験的考察谷本勝利・原中祐人・山寄一雄	24. 2.	85~121
砂れん上の底質の浮遊過程を考慮した漂砂観測法に関する実験的研究入江 功・寺崎賢次・加藤一正	24. 2.	123~156
底質の移流沈降過程を入れた航路・港内埋没の予測.....入江 功・栗山善昭	24. 2.	157~204
波力発電ケーソンに設置されたウェルズタービンの出力計算法 ——波エネルギーに関する研究 第4報——高橋重雄・鈴木諭史・明瀬一行	24. 2.	205~238
ディスクス・ブイで観測された野島崎沖海域の波浪特性小舟浩治・佐々木弘・橋本典明	24. 3.	3~ 30
最大エントロピー原理 (MEP) を用いた方向スペクトルの推定橋本典明・小舟浩治	24. 3.	123~145
螢光砂を用いた砕波帯内における局所的砂移動の観測 (第2報)加藤一正・田中則男・近藤隆道・赤石正廣・寺崎賢次	24. 4.	3~ 63
波浪の統計的性質に関する二、三の数値的検討.....合田良実	24. 4.	65~102

海洋水理部

リン溶出予測の数値モデルについて.....堀江 毅・細川恭史	24. 1.	43~ 68
淡塩二層密度界面の抵抗と混合特性.....中野 晋・鶴谷広一・一戸秀久	24. 2.	239~273
逆風による波の減衰に関する実験的研究.....鶴谷広一・柳嶋慎一・松延嘉國	24. 3.	31~ 71
底質CODの測定における前処理と加熱処理.....堀江 毅・関根好幸	24. 3.	147~182

土質部

捨石マウンドの支持力に関する実験的研究.....高橋邦夫・冨田幸晴	24. 1.	133~181
コンクリートかさ上げの付着特性.....林 洋介・佐藤勝久	24. 2.	275~304
遠心力载荷装置の開発とその適用.....寺師昌明	24. 3.	73~122

構造部

曲面部材の非線形挙動の解析.....清宮 理・横田 弘	24. 1.	69~131
1978年宮城県沖地震の石巻港における液状化現象の有効応力解析井合 進・土田 肇・W. D. Liam Finn	24. 2.	3~ 84
飽和砂地盤上の盛土の破壊振動実験と円形すべり安定解析上部達生・北澤壮介・檜垣典弘	24. 2.	305~359

コンクリート中の鉄筋の腐食に及ぼす塩素の影響に関する研究……………大即信明	24. 3.	183～283
設計基準部		
土運船運航計画手法の開発……………奥山育英	24. 3.	285～324
機材部		
土砂輸送パイプの摩耗に関する研究（第2報）		
——大口径ポリウレタンライニング管の耐摩耗性に関する現地実験		
（苫小牧，岸和田）——……………岡山義邦・浜田賢二・笠場和宏・中村裕二	24. 3.	361～414

Friction and Entrainment at the Interface of Two-Layered Stratified Flow.....Susumu NAKANO, Hiroichi TSURUYA and Hidehisa ICHINOHE	24. 2.	239~273
Decay of Mechanically Generated Waves in an Opposing WindHiroichi TSURUYA, Shin-ichi YANAGISHIMA and Yoshikuni MATSUNOBU	24. 3.	31~ 71
Pre-treatment and Heat Processing on Sediment COD MeasurementTakeshi HORIE and Yoshiyuki SEKINE	24. 3.	147~182
Soils Division		
Experimental Study on the Bearing Capacity of Rubble MoundKunio TAKAHASHI and Yukiharu TOMITA	24. 1.	133~181
Bond Characteristics of Concrete OverlaysYousuke HAYASHI and Katsuhisa SATO	24. 2.	275~304
Development of PHRI Geotechnical Centrifuge and its Application Masaaki TERASHI	24. 3.	73~122
Structures Division		
Nonlinear Properties of Arc-Shaped Concrete Members Osamu KIYOMIYA and Hiroshi YOKOTA	24. 1.	69~131
An Effective Stress Analysis of Liquefaction at Ishinomaki Port during 1978 Miyagi-ken-oki EarthquakeSusumu IAI, Hajime TSUCHIDA and W.D.Liam Finn	24. 2.	3~ 84
Shaking Table Tests and Circular Arc Analysis for Large Models of Embankment of Saturated Sand LayersTatsuo UWABE, Sosuke KITAZAWA and Norihiro HIGAKI	24. 2.	305~359
Research on the Influence of Chloride on Corrosion of the Embedded Steel Bars in Concrete..... Nobuaki OTSUKI	24. 3.	183~283
Design Standard Division		
Barge Traffic Systems Planning in a Large-Scale Reclamation Yasuhide OKUYAMA	24. 3.	285~324
Machinery Division		
Study on the Wear of Slurry Pipelines (2 nd Report)— Field Tests on Wear Resistance of Large Polyurethane Lined Pipe—Yoshikuni OKAYAMA, Kenji HAMADA, Kazuhiro UKEBA and Yuji NAKAMURA	24. 3.	361~414