

運輸省港湾技術研究所

# 港湾技術研究所 報告

---

---

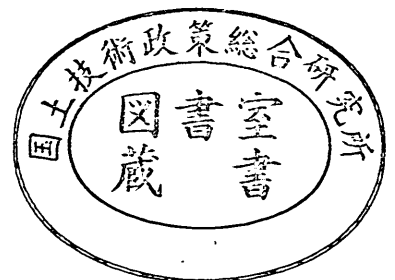
REPORT OF  
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH  
INSTITUTE

MINISTRY OF TRANSPORT

---

VOL. 24      NO. 2      JUNE 1985

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



# 港湾技術研究所報告 (REPORT OF P.H.R.I.)

第24巻 第2号 (Vol. 24, No. 2) 1985年6月 (June 1985)

## 目 次 (CONTENTS)

1. An Effective Stress Analysis of Liquefaction at Ishinomaki Port during 1978 Miyagi-ken-oki Earthquake  
..... Susumu IAI, Hajime TSUCHIDA and W. D. Liam Finn..... 3  
(1978年宮城県沖地震の石巻港における液状化現象の有効応力解析  
..... 井合 進・土田 肇・W. D. Liam Finn)
2. 不規則波に対する消波ブロックの安定性に関する実験的考察  
..... 谷本勝利・原中祐人・山崎一雄.....85  
(Experimental Study on the Stability of Wave Dissipating Concrete  
Blocks against Irregular Waves.....Katsutoshi TANIMOTO,  
Suketo HARANAKA and Kazuo YAMAZAKI)
3. 砂れん上の底質の浮遊過程を考慮した漂砂観測法に関する実験的研究  
..... 入江 功・寺崎賢次・加藤一正... 123  
(Laboratory Study on the Observation Methods of Sediment Transport  
as Focussed on Suspension of Sediment above Sand Ripples  
..... Isao IRIE, Kenji TERASAKI and Kazumasa KATOH)
4. 底質の移流沈降過程を入れた航路・港内埋没の予測  
..... 入江 功・栗山善昭... 157  
(Prediction of the Rate of Sedimentation in Channels and Basins by  
Considering the Deposition Process Due to Convective Move of Bed  
Materials..... Isao IRIE, Yoshiaki KURIYAMA)
5. 波力発電ケーソンに設置されたウェルズタービンの出力計算法  
——波エネルギーに関する研究 第4報——  
..... 高橋重雄・鈴木諭史・明瀬一行... 205  
(Turbine Power of Pneumatic-type Wave Power Extractors Utilizing  
Caisson Breakwaters  
——A Study on Development of Wave Power, 4th Report——  
..... Shigeo TAKAHASHI, Satoshi SUZUMURA and Kazuyuki MYOSE)
6. 淡塩二層密度界面の抵抗と混合特性.....中野 晋・鶴谷広一・一戸秀久... 239  
(Friction and Entrainment at the Interface of Two-Layered Stratified  
Flow ..... Susumu NAKANO, Hiroichi TSURUYA and Hidehisa ICHINOHE)

7. コンクリートかさ上げの付着特性……………林 洋介・佐藤勝久… 275  
(Bond Characteristics of Concrete Overlays  
…………… Yousuke HAYASHI and Katsuhisa SATO)
8. 飽和砂地盤上の盛土の破壊振動実験と円形すべり安定解析  
……………上部達生・北澤壮介・檜垣典弘… 305  
(Shaking Table Tests and Circular Arc Analysis for Large Models  
of Embankment of Saturated Sand Layers……………Tatsuo UWABE,  
Sosuke KITAZAWA and Norihiro HIGAKI)
9. 土砂輸送パイプの摩耗に関する研究 (第2報)  
——大口径ポリウレタンライニング管の耐摩耗性に関する現地実験  
(苫小牧, 岸和田)——……………岡山義邦・浜田賢二・釜場和宏・中村裕二… 361  
(Study on the Wear of Slurry Pipelines (2nd Report)——Field Tests  
on Wear Resistance of Large Polyurethane Lined Pipe——  
……………Yoshikuni OKAYAMA, Kenji HAMADA, Kazuhiro UKEBA  
and Yuji NAKAMURA)

## 6. 淡塩二層密度界面の抵抗と混合特性

中野 晋\*・鶴谷 広一\*\*・戸 秀久\*

### 要 旨

小型の二層流実験水路（幅15cm，高さ30cm，全長3.1m）を用いて下層二層流の実験を行った。密度界面近傍の乱れ特性を詳細に調べた結果，無次元化された乱流特性量が界面の摩擦速度  $u_*$  を用いたクーリガンパラメータ  $K(=u_*^3/\varepsilon g\nu)$  で統一的に表示されることがわかった。また，界面の安定限界が  $K_c=0.1$  であり，これを境界にして乱流特性が変化することが明らかとなった。

流速分布が界面付近で直線分布に従い，界面から少し離れたところで対数分布に従うことが確認され，流速分布の普遍関数表示が得られた。

これらの成果を用いて界面抵抗係数，界面の安定限界及び界面での連行係数の算定を行った。それぞれの計算値は実測値とよく一致し，算定法の妥当性を示したが，計算結果から次のことがわかった。

- (1) 界面抵抗係数  $f_i$  は岩崎数  $\psi$  のみの関数ではなく，レイノルズ数  $R_e$  と内部フルード数  $F_i$  の関数となる。さらに，界面抵抗係数には界面流速が強く影響する。
- (2) 界面の安定限界を表す限界クーリガン数  $\theta_c$  は  $R_e$  の関数であり， $R_e$  が大きくなるにつれ  $\theta_c$  は小さくなる傾向がある。
- (3) 界面での連行係数  $E$  は従来考えられていたような層平均リチャードソン数  $R_{i*}$  のみの関数ではなく， $R_e$  が影響する。

---

\* 海洋水理部 水理研究室

\*\* 海洋水理部 水理研究室長

## 6. Friction and Entrainment at the Interface of Two-Layered Stratified Flow

Susumu NAKANO\*  
Hiroichi TSURUYA\*\*  
Hidehisa ICHINOHE\*

### Synopsis

The characteristics of turbulence near the interface, such as the gradient of velocity and density profiles, turbulent intensities and entrainment velocities, have been investigated experimentally in a lower two-layered stratified flow. It was found that these quantities non-dimensionalised by appropriate parameters are expressed universally by 'Keulegan parameter' which includes the interfacial friction velocity  $u_*$ .

It was confirmed that the non-dimensional velocity profile in which the effective viscosity was used as a representative parameter collapse a single curve which obeys the linear-law near the interface and the log-law in the following region.

Interfacial friction coefficient, the instability criterion of the interface and the entrainment coefficient were estimated as universal functions of mean flow parameters. It was found that the interfacial friction coefficient is not a function of only Iwasaki number  $\psi$ , but a function of both Reynolds number  $R_e$  and internal Froud number  $F_i$  and is strongly affected by the interfacial velocities. Furthermore it was found that the entrainment coefficient is a function of a Reynolds number  $R_e$  as well as a over-all Richardson number  $R_{i*}$ .

---

\* Member of Hydrodynamics Laboratory, Marine Hydrodynamics Division

\*\* Chief of Hydrodynamics Laboratory, Marine Hydrodynamics Division

## 目 次

要 旨 .....	239
1. まえがき .....	243
2. 実験及びデータ解析の概要 .....	244
2.1 実験の概要.....	244
2.2 データ解析のための理論的背景.....	245
3. 界面近傍の乱流特性 .....	249
3.1 界面せん断応力と有効動粘性係数.....	250
3.2 乱れ強度.....	251
3.3 内部波と密度勾配.....	251
3.4 連行速度.....	254
4. 平均流速分布と界面抵抗係数 .....	255
4.1 平均流速分布.....	255
4.2 界面抵抗係数.....	258
5. 界面の混合特性 .....	262
5.1 界面の安定限界.....	262
5.2 連行係数.....	264
6. ま と め .....	266
参考文献 .....	266
主要記号一覧表 .....	268
付 表 .....	269

## 1. まえがき

近年、わが国の沿岸海域の水質の悪化は一時と比べて改善されつつあるものの、まだ多くの問題をかかえているのが現状である。特に東京湾等の閉鎖性の強い内湾域では汚染の進行度が高く、そうした内湾域での水質予測は港湾環境整備の上で重要である。ところで河口の近くで淡水が海水の上を拡がって流れる場合や夏期に温度躍層が形成された場合には、成層効果により鉛直混合が抑制されるため、密度成層がない場合とは流れの状況が異なる。したがってこのような海域についての水質予測は二層あるいは多層問題として検討する必要がある。この場合には各層の境界面での抵抗や鉛直混合特性を正しく知ることが不可欠である。

密度流の問題は沿岸海域での水質予測だけでなく、河口部での塩水くさび、下水処理水や温排水の放流、ダムでの選択取水等広い範囲で重要な問題となっている。そのため密度流についてこれまで数多くの研究がなされてきた。しかし、それらの研究の多くは界面抵抗、界面の安定限界と界面の混合のそれぞれについて別個に議論されてきたようである。これは密度流現象の複雑さのためにあえて焦点を絞り検討されたためであろう。

さて界面抵抗に関しては理論的研究と現地での観測も含めた実証的研究が活発に進められてきた。理論的アプローチとしては現在までのところ2つのグループに大別されよう。つまり、1つは成層二層流の多くは界面が不安定であり界面波が発生していると考えて、界面変動に伴うエネルギー逸散から界面抵抗を求めようとするものである。Keulegan<sup>1)</sup>は空気と接する表面波のエネルギー逸散と同様な取り扱いで界面波のエネルギー逸散が求められると考え、界面の抵抗係数が界面波の波長を用いたレイノルズ数と波形勾配で表されることを示した。Shi-igai<sup>2)</sup>はKeuleganと同様な方法で界面波のエネルギー逸散を求め、さらにKelvin-Helmholtz型の安定限界から得られる最小波長を用いて抵抗係数が岩崎数 $\phi$ に反比例することを導いた。ついで浜田<sup>3)</sup>は界面で速度が連続しており、かつ上下層の粘性係数がほぼ等しい場合の流れについて界面に生ずる微小振幅波のエネルギー逸散を求め、さらに界面波の波速を仮定することにより、抵抗係数が $\phi^{-1/2}$ に比例することを示した。また最近では玉井・浅枝<sup>4)</sup>が界面付近の流れの場を非粘性の主流と界面波成分の両者から成る摂動流との和で表し、摂動法により界面に沿う粘性境界層の流れの場を求め、粘性境界層内でのエネルギー逸散から抵抗係数が $(ReF_i^5)^{-1/2}$ に比例すると提案している。

これらの方法では界面波の波速と波長がわかる必要があるが、界面波の性質はあまりわかっていないため、適宜仮定されて用いられている点が大きな問題と言えよう。

さてもう1つの理論的アプローチのグループは界面付近の流速分布によって界面抵抗を求めようとするものである。流速分布は界面変動や混合をすでに含んだ結果であるため、広い範囲に適用できる流速分布則が得られれば界面抵抗は正確に求められる。また界面抵抗係数は塩水くさびの侵入長や界面勾配から逆算して求められており、長い波長をもつ界面波が存在する場合や潮せき(汐)変動の大きい所ではこの値が正確に求められないのが実情であり、流速分布から界面抵抗係数が求まればかなり有効な手段となろう。

Ippen and Harleman<sup>5)</sup>は斜面上の下層流れに対して層流の場合の流速分布を求め、抵抗係数が下層のレイノルズ数に逆比例する関係を導いた。しかし実際の河口部の流れは乱流であることが多いため、層流型の抵抗則の適用範囲は限られている。最近二層流の密度界面は固定壁と類似の効果をもち、界面付近の流速分布に対数法則が適用できることがCsanady<sup>6)</sup>、芦田・江頭<sup>7)</sup>や日野<sup>8)</sup>により発表されている。CsanadyはLofquist<sup>9)</sup>の下層二層流の実験結果を用いて、界面変動による有効粘性の増加を考慮すると滑面の壁面乱流境界層と類似した流速分布則が得られることを示した。また芦田・江頭は界面での運動量交換の存在を界面での混合距離として考慮し、混合距離理論に則した流速分布則を求めている。ついで、日野は接地大気が安定な場合に用いられるMonin-Obukhov相似理論を淡塩境界面に拡張して適用し流速分布則を提案するとともに抵抗係数の算定を行った。さらに日野ほか<sup>10), 11), 12), 13)</sup>は上層二層流の実験で日野の方法で求めた界面抵抗係数と金子<sup>14)</sup>の提案式とを比較して、その妥当性について検討している。ところで、上記のCsanadyと日野の方法では対数則から得られる $u_*$ に多少差があることから加藤ほか<sup>15)</sup>は両者の方法を検討し、日野の示した対数+直線則はかれらの実験結果を説明できず、Csanadyの方法がよくあてはまることを明らかにしている。またUra *et al.*<sup>16)</sup>の実験でもCsanadyの方法が妥当であることが示されている。

さて実験的アプローチも古くから活発に行われている。ここではその詳細については記述しないが、その多くは $f_i$ が $\phi$ の関数で整理されており、特に金子<sup>14)</sup>によって提案されている、

$$f_i = 0.2 \phi^{-0.5} \quad (1)$$

は実用的な公式としてよく用いられている。

界面の安定問題も古くから研究が行われている。理論的アプローチとしては初期には Kelvin・Helmholtz 型の不安定（たとえば玉井<sup>17)</sup>）が論じられたが、これから計算される増幅率および位相速度は実験とかけはなれた値を示し、界面付近の流速分布や粘性が重要であることがわかってきている。最近では西田・吉田<sup>18),19),20)</sup> が tanh 型の流速分布をもつ流れについて粘性を考慮して線形安定解析を行っている。彼らの理論計算の結果は exchange 型流れの実験結果と Ippen and Harleman<sup>5)</sup> の実験結果に良く一致している。ところで界面の安定限界に対しては明確な定義はなく、研究者により安定限界状態の取り方が異なっていることが推測される。

二層界面の混合に関しては環境問題との関連から最近特に注目されており、多くの実験が行われている。これらの実験は一般に機械的攪乱によるものとせん断流によるものに分類されるが、せん断流による混合については混合特性が層平均リチャードソン数  $Ri_*$  との関連で議論されている。そうした結果から連行係数は  $Ri_*$  のみの関数であることが認められてきた。ところが最近加藤ほか<sup>15)</sup> は連行係数に乱れの大きさが影響することを明らかにし、連行係数が  $Ri_*$  だけでは説明できないことを示した。また加藤ほか<sup>16)</sup> に続いて浦ほか<sup>21)</sup> は乱れと連行係数の関係を調べ界面付近の乱れ強度と乱れの積分スケールを用いた局所的なリチャードソン数を用いれば連行係数が統一的に表されることを示している。このことは混合現象が界面近傍の乱流特性の1つであることを考えれば当然の結果であるが、成層二層流の諸特性を解明するためにはまず界面付近の乱流特性量を調べるということが重要であるということを示している。

以上、塩水くさびに代表されるような弱混合型の成層二層流についての研究の現況について述べたが、現在までに、界面の抵抗、界面の安定限界、界面での混合のそれぞれの性質はかなりわかってきている。しかし、それ

ぞれの相互の関係についてはまだ不明確であると言える。界面が不安定になり内部波が発生し、それが碎波する段階に達すると界面での混合が活発になるが、界面の変動や混合にともなう付加的な応力のため界面抵抗も増大する。このように界面の抵抗、界面の安定限界及び界面での混合は切り離せないものである。また、界面での混合現象は乱れに強く影響されることが明らかになっており、乱流特性量と界面現象の関係を詳細に調べることも重要である。

そこで本研究では、下層二層流の実験を行い、その界面近傍の乱れ特性と内部波の関係を調べるとともに、界面近傍の特性長や速度スケールを用いた統一的表示について検討した。またそれらの結果から界面抵抗、界面の安定限界及び連行係数の定式化を行い、従来の実験結果や今回の下層二層流の実験結果により、それらの妥当性について検討を加えた。

## 2. 実験及びデータ解析の概要

### 2.1 実験の概要

今回の解析では主として下層二層流の実験結果を用いるが、一部吹送流型成層二層流の実験結果も使用している。吹送流型成層二層流の実験については文献(22)で発表しており、実験装置及び方法はそれに詳しいので参照されたい。ここでは下層二層流の実験について述べることにする。

実験に使用した水路は幅 15cm、深さ 30cm、全長約 3.1m のアクリル製でその見取図を図-1 に示す。中央の測定部③は長さが 2.0m でその上層側 20cm が淡水層、下層側 10cm が塩水層で下層だけが流れるようになっている。③の上流端には長さ 20cm のアクリル製導流板が設けられ、流入点での混合は押さえられている。真水と塩水はそれぞれ別の貯水タンクから実験中でも静かに補給できるようにした。なおケース B では真水の補給は A 点

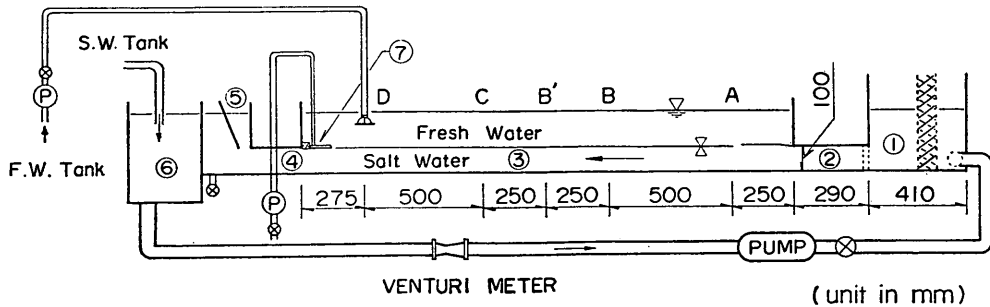


図-1 実験水路



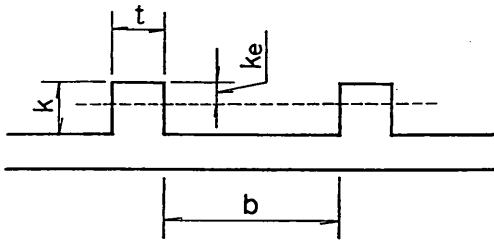


図-2 底面粗度

表-1 底面粗度の寸法

ケース	t	b	k	ke
B-II	4	16	2	0.6
B-III	4	36	5	2.5

(単位mm)

で行ったが、水の補給量により主要測定点 B' の界面変動に影響することがわかったため、ケース B-I, II, III では D 点で行っている。またケース B-I, II, III では⑦の直後に界面波の消波のためにステラシートを取り付けて実験した。

実験ケースはケース B, B-I, B-II, B-III と吹送流型二層流 (ケース D) の 5 ケースである。なおケース B は文献(10)として発表した実験結果を新たに再整理したものである。B, B-I の底面はそのままであるが、B-II, B-III は底面粗度の効果を調べる目的で底面粗度を付けた。人工的な粗度としては従来からよく用いられている二次元枝粗度を用いた。粗度の形状は図-2 及び表-1 に示すとおりでアクリル製である。また粗面の場合には基準底面をどこにとるかが重要であるが、基準底面を何段か変えて流速分布をプロットした結果から底面付近の流速分布が粗面に対する対数則に最も従うようにとり、粗度の頂点から B-II については 0.6mm 下、B-III については 2.5mm 下を基準底面と決めた。なお図-2 では基準底面を破線で示してある。

実験における上層水は水道水を用い、下層水はケース B では比重が 1.02~1.05, B-I, B-II, B-III ではほぼ 1.01 の食塩水を用いている。流量の調節はベンチュリー管の差圧  $\Delta h$  を指標としてバルブ操作により調節した。なお流量  $Q$  と  $\Delta h$  との関係として  $Q = 126.7\sqrt{\Delta h}$  が得られている。

測定項目は①流速分布②密度分布③連行速度④界面波高⑤界面勾配の 5 つで①, ③, ④, ⑤はそれぞれ別々に

測定されており、②は①及び③と④の一部の測定時に測られた。流速の測定には DISA のシングルプローブホットフィルム流速計を使用し、塩分濃度は電気抵抗式導電率計を使用し、自動昇降装置 (0.1mm 精度) で鉛直方向にトラバースして測定した。連行速度は塩水・淡水の補給と中間層の排水を止めたときの界面の上昇速度を導電率計の出力の変化から換算することにより求めた。界面波高は抵抗線式内部波高計を用いて測定し、界面勾配は B 点と C 点の濃度分布を同時に測定し、界面の位置の差を 2 点間の距離 (50cm) で除して求めた。測定は主として B 点で行った。実験の詳細は文献(10)に詳しいのでそれも参照されたい。

## 2.2 データ解析のための理論的背景

### (1) 界面の定義

従来、界面の定義としては、目視界面を用いるもの (一方の流体に染料を入れて色が変化する点をもって界面とする方法もこれとはほぼ同じである。), 上・下層の密度の中間の位置とするもの、実用的な観点から下層密度の 90% の密度の位置とするもの等研究者によって異なっており、明確な定義はない。しかし、界面付近では急激に乱流特性が変化するため、界面での乱流特性を調べる場合には界面の取り方により乱流量の測定値が大きく異なった結果になる。したがって界面近傍の乱流特性を代表できる位置が界面として選択されるべきである。

鉛直方向に密度勾配のある成層流では流体の運動が浮力効果により抑制されるため、乱れ強度や浮力フラッグス等の乱流特性量は一般に局所リチャードソン数

$$R_t = -\frac{g \frac{\partial \rho}{\partial z}}{\rho \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2} \quad (2)$$

の関数となることが知られている。塩水くさびのような弱混合型の成層二層流では密度や流速が急激に変化し、ほぼ密度勾配が最大となる位置で  $R_t$  も最大となる。ここでは鉛直運動が抑制されるため、運動量交換は界面変動以外のものは小さくなっており、固定壁と類似の効果を示す。

このことから界面として  $R_t$  が最大となる密度勾配最大の位置をとることが適切であろう。今回の実験では界面がシャープなことから密度勾配が最大となる位置と上層・下層の密度の中間の位置とはほぼ一致している。そこで界面として上下層の密度の中間の位置を採用した。

### (2) 界面摩擦速度

弱混合型の二層流では界面付近の乱流特性量が界面に

働く摩擦速度  $u_* (= \sqrt{\tau_i/\rho})$ ,  $\tau_i$  は界面せん断応力,  $\rho$  は流体の密度) に強く支配されていると考えられ,  $u_*$  の評価は特に重要である。現在のところ  $u_*$  の評価方法には次のものが考えられている。

- i) 界面勾配からの評価法 成層二層流に対する定常不等流の基礎方程式を用いて界面勾配から  $u_*$  を逆算する方法。
- ii) 対数則からの評価法 乱流領域の平均流速が対数的分布を示すことから, カルマン定数  $\kappa=0.4$  を使って  $u_*$  を求める方法で加藤ほか<sup>10)</sup> によって成層二層流でもこの方法によって求めた  $u_*$  が妥当な値となることが確かめられている。
- iii) 界面でのレイノルズ応力と粘性力の和として評価する方法

$$u_* = \sqrt{-u'w' + \nu \frac{\partial u}{\partial z}} \Big|_i \quad (3)$$

から  $u_*$  が決定される。ここで  $u', w'$  はそれぞれ水平方向及び鉛直方向の流速の変動成分であり,  $\nu$  は流体の動粘性係数, 添字  $i$  は界面の値であることを示す。

- iii) の方法は ii) の方法にくらべ, 応力の直接測定という意味でより適切であるように思われるが界面では単純な固定壁とは異なり, 界面変動にともなう付加的な応力が無視できず,  $u_*$  を (3) 式で表すことには疑問がある。なおこれについては 3.1 で詳しく述べる。このことから iii) による方法は  $u_*$  の評価には適切ではないと考え, i), ii) の方法を用いて評価することにする。

i) の界面勾配からの評価法としては以下のものを用いた。流れを定常 2次元とし, 二層界面の混合は後で別途考慮する。また, 壁面摩擦の影響はエネルギー勾配の中で考慮する。

$$\frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial g} \left( \frac{U_1^2}{2g} \right) + i_1 - i_b = 0 \quad (4)$$

$$(1-\epsilon) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial g} \left( \frac{U_2^2}{2g} \right) + i_2 - i_b = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (U_1 h_1) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} (U_2 h_2) = 0 \quad (6)$$

$$i_1 = \frac{\tau_i - \tau_s}{\rho_1 g h_1} + \frac{2\tau_{w1}}{\rho_1 g B} \quad (7)$$

$$i_2 = \frac{\tau_b - \tau_i}{\rho_2 g h_2} + \frac{2\tau_{w2}}{\rho_2 g B} \quad (8)$$

ここで  $h_j$  は水深,  $U_j$  は平均流速,  $i_j$  はエネルギー勾配,  $\tau_{wj}$  は側面摩擦応力,  $\rho_j$  は平均密度 ( $j=1, 2, 1$  は上層,  $2$  は下層を表す),  $\tau_b$  は路床勾配,  $g$  は重力加速度,  $B$  は水路幅,  $\tau_s$  は水面にかかるせん断力,  $\tau_b$  は

底面せん断力,  $\epsilon$  は  $(\rho_2 - \rho_1)/\rho_1$  である。式(4)~(6)より  $i_b$  を消去すると

$$\epsilon \left( 1 - \frac{U_1^2}{\epsilon g h_1} \right) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \epsilon \frac{U_1^2}{\epsilon g h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x} + i_1 - i_2 = 0 \quad (9)$$

であり, 下層流の実験では  $U_1 \approx 0$ ,  $\tau_s = 0$ ,  $\tau_{w1} = 0$ ,  $\partial h_1/\partial x \approx -\partial h_2/\partial x$  であるので, 界面抵抗係数  $f_i (= 2(u_*/U_2)^2)$  は次式で与えられる。

$$f_i = 2 \frac{-\epsilon(1-F_i^2) \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\tau_b}{\rho_2 g h_2} + \frac{2\tau_{w2}}{\rho_2 g B}}{\epsilon F_i^2 \left( \frac{H}{H-h_2} \right)} \quad (10)$$

ここで  $F_i (= U_2/\sqrt{\epsilon g h_2})$  は下層の内部フルード数,  $H$  は全水深である。この式は混合を無視しているが,  $F_i$  が大きい場合には混合の影響は無視できなくなる。須賀・高橋<sup>23)</sup>によればそうした混合による付加摩擦力は  $2E$  であり,  $F_i$  の大きい場合にはこの付加摩擦力を加える必要があることを明らかにしている。そこで混合の影響は(10)式に  $2E$  だけ割り増すことにより考慮した。

$$f_i = 2 \frac{-\epsilon(1-F_i^2) \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\tau_b}{\rho_2 g h_2} + \frac{2\tau_{w2}}{\rho_2 g B}}{\epsilon F_i^2 \left( \frac{H}{H-h_2} \right)} + 2E \quad (11)$$

ここで  $E (= W_{e1}/U_2)$ ,  $W_{e1}$  は界面の上昇速度) は連行係数である。 $f_i$  が求まれば

$$u_* = \sqrt{f_i/2} U_2 \quad (12)$$

により  $u_*$  が評価できる。なお実際に実験結果から  $u_*$  を求めるときには  $E$  と  $F_i$  の関係を実験的に求めて用いている。それらの関係をケース別に示す。

B	$E = 1.004 \times 10^{-3} F_i^{2.003}$	}	(13)
B-I	$E = 9.747 \times 10^{-4} F_i^{2.155}$		
B-II	$E = 1.645 \times 10^{-3} F_i^{2.374}$		
B-III	$E = 2.250 \times 10^{-3} F_i^{2.457}$		

またこの方法では側面と底面の摩擦を別途評価する必要がある。松永ほか<sup>24)</sup>は上層二層流の実験で(10)式とほぼ同じ方法で  $u_*$  を求めているが, 側面摩擦の影響を Lofquist<sup>9)</sup>と同様の次の Blasius 則を用いて補正している。

$$\frac{\tau_{w1}}{\rho_1} = 0.055 \left( \frac{U_1 B}{2\nu} \right)^{-1/4} \frac{U_1^2}{2} \quad (14)$$

B-II, B-IIIのケースでは底面粗度をつけて実験を行っているためこれは使えないので, Manning 式で Einstein

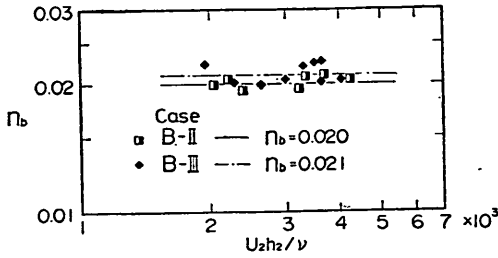


図-3 底面の粗度係数

の方法<sup>25)</sup>を用いて壁面摩擦を評価した。つまり $\tau_b, \tau_{w2}$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$\tau_b = -\rho_2 g (n_b U_2)^{3/2} i_2^{1/4} \quad (15)$$

$$\tau_{w2} = -\rho_2 g (n_w U_2)^{3/2} i_2^{1/4} \quad (16)$$

ここで  $n_b, n_w$  はそれぞれ底面, 側面の Manning の粗度係数である。また  $i_2 = 0$  のときには(5)式より,

$$i_2 = -\epsilon (1 - F_i^2) \frac{\partial h_2}{\partial x} \quad (17)$$

である。 $n_w$  とケース B, B-I の  $n_b$  はアクリル板の Manning の粗度係数の値より 0.01 とし, ケース B-II, B-III の  $n_b$  は底面付近の流速分布に対数則を適用して底面摩擦速度  $u_{*b}$  を評価した結果から次式を用いて  $n_b$  を逆算した。

$$\tau_b = \rho_2 u_{*b}^2 = \rho_2 g R' \left( \frac{n_b U_2}{R'^{1/2/3}} \right)^2 \quad (18)$$

ここに  $R'$  は 2.2(3) で述べる幾何学的径深である。

図-3は実測した  $n_b$  と下層のレイノルズ数  $U_2 h_2 / \nu_2$  との関係である。実験の範囲では  $n_b$  はほぼ一定であり, B-II については  $n_b = 0.020$ , B-III については  $n_b = 0.021$  で代表できる。界面勾配  $\partial h_2 / \partial x$  は流速測定等とは別途に求め, ベンチュリーの差圧  $\Delta h$  との関係を図-4(a), (b) のように調べた。これらの関係は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \text{B} \quad & -\epsilon \frac{\partial h_2}{\partial x} = 1.030 \times 10^{-6} \Delta h \\ \text{B-I} \quad & -\epsilon \frac{\partial h_2}{\partial x} = 1.194 \times 10^{-6} \Delta h \\ \text{B-II} \quad & -\epsilon \frac{\partial h_2}{\partial x} = 1.913 \times 10^{-6} \Delta h \\ \text{B-III} \quad & -\epsilon \frac{\partial h_2}{\partial x} = 2.062 \times 10^{-6} \Delta h \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

この関係は  $\Delta h$  が同じ流れではほぼ一致すると考えて,

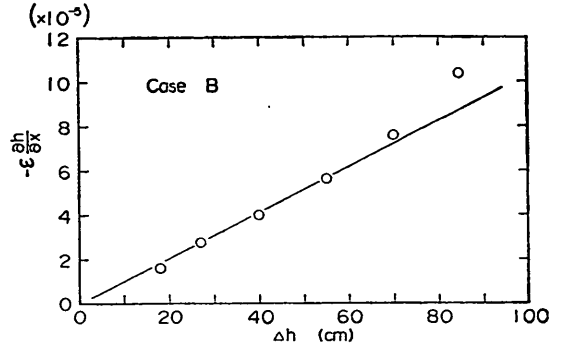


図-4(a) 界面勾配と  $\Delta h$  の関係 (ケース B)

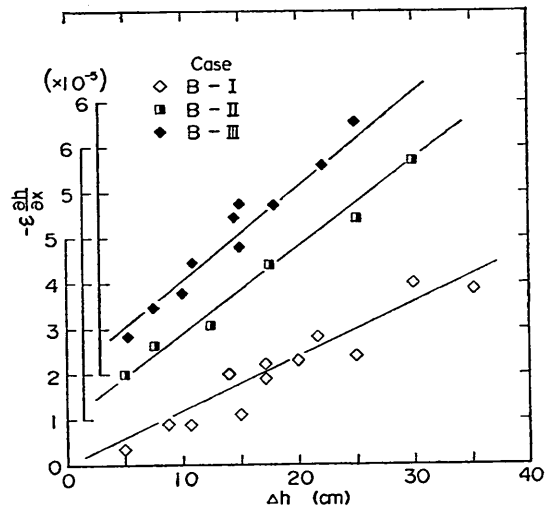


図-4(b) 界面勾配と  $\Delta h$  の関係 (ケース B-I, B-II, B-III)

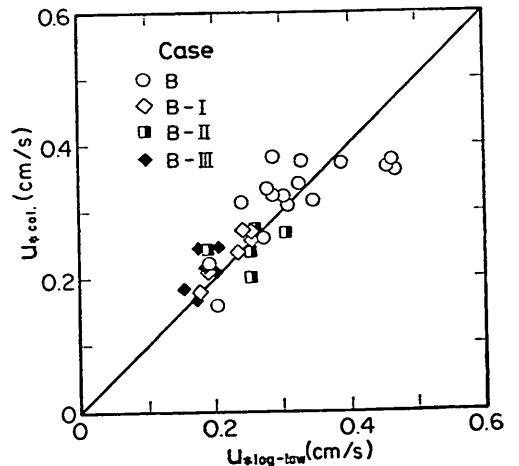


図-5 評価法の異なる  $u_*$  の比較

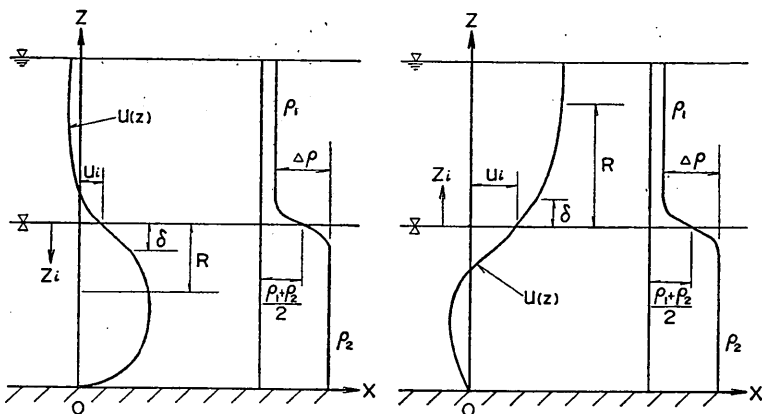


図-6 下層流・上層流の座標系

各実験の  $u_*$  の算定に用いられた。

ii) の対数則からの評価法では、Csanady<sup>6)</sup>が提案している単純対数則で流速分布が表されるとして  $u_*$  を求めた。 $z_i$  を界面からの距離とすると乱流領域の流速分布は

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln z_i + \text{const.} \quad (\kappa = 0.4) \quad (20)$$

で表され、 $u_1, u_2$  を  $z_1 = z_1, z_2$  における流速とすると、

$$u_* = \frac{\kappa(u_1 - u_2)}{\ln(z_1/z_2)} \quad (21)$$

により、 $u_*$  が評価できる。

さて、図-5は i) の方法で評価された  $u_{*cal.}$  と ii) の方法で評価された  $u_{*log-law}$  を比較したものである。両方の評価法で得られた  $u_*$  には大きな違いがないことがわかる。ところで ii) の方法で  $u_*$  を求めるためには流速の鉛直分布を知る必要があるが、i) の方法では界面勾配や水深等がわかればよく、簡便であるため、今回の解析では i) の方法で評価された  $u_*$  を用いた。

### (3) 径深

下層二層流の実験では側面と底面が存在するため、界面での乱流現象を調べる上で壁面の影響は無視できない。これは水路幅の狭い実験水路を用いた上層二層流の場合でも同じである。層平均リチャードソン数やレイノルズ数には層厚  $h$  が含まれているが、成層二層流についての研究では水路幅が異なってもそのまま  $h_1$  あるいは  $h_2$  が用いられることが多いようである。開水路の流砂現象を取り扱った実験等では Einstein の方法<sup>25)</sup>等で径深  $R$  を求めて実験データを整理することがしばしば行われる。近年壁面効果による開水路乱流の三次元特性に関する実験が多く行われており、側壁の存在によって最大流

速が水面下にあられること<sup>26)</sup>や側壁と底面のせん断応力の比が幾何学的な比とは異なること<sup>27)</sup>等がわかってきている。柘津・中川<sup>26)</sup>によると二次元開水路の流速分布則は最大流速の位置を  $z_{max}$  とすると

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_* z}{\nu} + A + \frac{2\Pi}{\kappa} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{z}{z_{max}}\right) \quad (22)$$

で表され、壁面の影響がないときには  $z_{max} = h$  となることを明らかにしている。ここで  $A$  は定数、 $\Pi$  はレイノルズ数の関数で  $0 \sim 0.2$  である。これより流速分布を代表する高さは  $z_{max}$  をとることが最も妥当で、代表的な層厚としては  $z_{max}$  を幅方向に平均したような値をとるべきであろう。しかし、今のところ  $z_{max}$  の幅方向の変化の関数表示等は得られていないため、便宜的な方法ではあるが、Einsteinの方法による次式で表される径深  $R$  を用いることにする。

$$R = \frac{\tau_i}{\rho_2 g i_2} = \frac{u_*^2}{g i_2} \quad (23)$$

なお、こうした長さスケールを代表的な層厚と考えることにより、図-6に示すように径深の範囲内では上層流・下層流の区別なしに議論できるものと考えられる。また  $R$  と Keulegan<sup>1)</sup>が用いている幾何学的径深  $R' (= Bh_2/2(B+h_2))$  の比、 $R/R'$  はケース B, B-I, B-II, B-IIIそれぞれ 0.86, 0.89, 0.79, 0.65 程度であり、底面の粗度の効果が大きいほど  $R/R'$  は小さくなっている。

### (4) 連行速度

連行速度は次式の質量保存則を各層内で鉛直に積分することにより定義される。

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (24)$$

ここで  $D/Dt$  は実質微分,  $\nabla$  は微分ベクトル記号,  $\mathbf{U}$  は流速ベクトルで  $\mathbf{U} = (u, w)$  を意味している。(24)式で流体が非圧縮で密度変動のない流れに対しては次式の体積保存式(連続式)が成り立つ。

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (25)$$

しかし, 密度流では(25)式は厳密には成り立たない。

$u = \bar{u} + u'$ ,  $w = \bar{w} + w'$ ,  $\rho = \bar{\rho} + \rho'$  として平均量と変動量とに分離し, さらに水平方向の渦動拡散項を無視すると(24)式は(26)式となる。

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho} \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{\rho} \bar{w}) = -\frac{\partial}{\partial z}(-\overline{\rho' w'}) \quad (26)$$

これを下層内で底面 ( $z=0$ ) から界面 ( $z=i$ ) まで鉛直に積分する。簡単のため  $\bar{\rho}$  を取り除いて, 平均量を  $\rho$ ,  $u$ ,  $w$  とすると

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^i \rho dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^i \rho u dz + \rho_i W_e = -\overline{\rho' w'}|_{z=i} \quad (27)$$

が得られる。

この際界面及び底面の鉛直流速はそれぞれ

$$w_i = \frac{\partial i}{\partial t} + u_i \frac{\partial i}{\partial x} + W_e \quad (28)$$

$$w_0 = 0 \quad (29)$$

として計算している。また弱混合で密度界面がシャープであり, 鉛直方向に密度の変化している層が下層水深にくらべ十分小さい場合には流速分布及び密度分布による分散項は無視できる<sup>28)</sup>。その場合には(27)式から  $W_e$  が次式のように定義される。

$$W_e = -\frac{\rho_2}{\rho_1} \left\{ \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{\partial(U_2 h_2)}{\partial x} \right\} - \frac{h_2}{\rho_1} \left( \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + U_2 \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \frac{\overline{\rho' w'}|_{z=i}}{h_2} \right) \quad (30)$$

さらに  $\rho_1 = \rho_2$  で(30)式の右辺第2項が0のときのみ, 連行速度が体積保存則から得られるものと一致し

$$W_e = -\left\{ \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{\partial(U_2 h_2)}{\partial x} \right\} \quad (31)$$

で表される。

著者らは文献(18)において式(30)と式(31)を連立させ, さらに  $\partial \rho_2 / \partial t = 0$ ,  $\partial \rho_2 / \partial x = 0$  と仮定して  $W_e$  と  $\overline{\rho' w'}|_{z=i}$  の関係を求めたが, 上述したようにそうした取

り扱いは再検討する必要があることがわかった。

ところで連行速度の測定は主として次のような方法で行われてきたようである<sup>29)</sup>。つまり,

- a. 界面の低下量あるいは上昇量より求める方法
- b. 層内における流量の変化量より求める方法
- c. 層内における濃度の変化量より求める方法

等である。aは(30)式の  $\partial h_2 / \partial t$  を求める方法, bは  $\partial(U_2 h_2) / \partial x$  を求める方法, そしてcは  $\partial \rho_2 / \partial x$  を求める方法で, それぞれ連行速度の一部を測定する方法にほかならない。したがってa, b, cにより得られた値は質量保存則から定義される  $W_e$  とは異なっている。今回の実験では連行速度の測定にはaの方法だけを用いているため, 得られたものは  $W_e$  と異なっている。そこで今回の測定結果は連行速度  $W_{e1}$  として考え, この性質についてのみ検討することにした。

### 3. 界面近傍の乱流特性

成層流体の乱流特性は局所リチャードソン数  $R_i$  でよく表現されることが知られている。しかし弱混合型の成層二層流では密度勾配のある領域が狭く, 密度と流速が急変するため, 乱流特性を  $R_i$  で記述することはかなり難しい。最近, Ura *et al.*<sup>16)</sup> は上層二層流の界面近傍で乱れ強度や界面変動等の乱れ特性が  $R_i$  に強く依存することを示し, 乱れ特性の  $R_i$  による定量化を試みているが, ばらつきが大きいようである。このばらつきの1つの理由としては  $R_i$  の評価が難しいためではないかと思われる。そこで, ここでは  $R_i$  に変わる別のパラメータを検討する。

われわれが扱っている密度界面は大気乱流等の場合にくらべかなり安定な状態である。Kondo *et al.*<sup>29)</sup> は乱れの間欠率を調べた結果,  $R_i$  が1程度になる乱れが急速に減少し, さらに2以上になると乱れがほとんど停止することを示している。今回の実験では密度界面では  $R_i$  は1以上であり, 浮力効果によりレイノルズ応力の生成はほとんど押さえられていたと思われる。このことから考えて, 界面近傍では流れの特性に及ぼす粘性の影響が重要になるであろう。界面近傍の流れが境界層の内部層と類似した性質を持っていると考えると特性長さ及び速度スケールはそれぞれ  $\nu/u_*$  及び  $u_*$  となる。このスケールを用いてリチャードソン数を表すと

$$\bar{R}_i = \frac{\epsilon g \nu}{u_*^3} \quad (32)$$

となる。またこれはCsanadyが用いているクーリガンパラメータ  $K$  の逆数である。つまり

$$K = \bar{R}_i^{-1} = \frac{u_*^3}{\varepsilon g \nu} \quad (33)$$

このパラメータは流体固有の特性の  $\varepsilon$ ,  $\nu$  と界面摩擦速度  $u_*$  だけで表されるため,  $R_i$  よりは扱いやすい。そこで(33)式の  $K$  を用いて界面近傍の特性量を整理することにした。

### 3.1 界面せん断応力と有効動粘性係数

密度変動のある流体的乱流運動にもなるレイノルズ応力は  $E_A$  を統計的平均として次のように記述される。

$$\begin{aligned} \tau_{zx} &= -E_A[(\rho + \rho')(u + u')w'] \\ &\approx -E_A[\rho u'w' + u\rho'w'] \\ &= -\overline{\rho u'w'} - u\overline{\rho'w'} \end{aligned} \quad (34)$$

ところで, 界面せん断応力は一般に次のような成分で表される。

$$\tau_i = \tau_{iv} + \tau_{il} + \tau_{ie} + \tau_{iw} \quad (35)$$

右辺の第1, 2項は粘性応力とせん断流にもなるレイノルズ応力でそれぞれ

$$\tau_{iv} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=i} \quad (36)$$

$$\tau_{il} = -(\overline{\rho u'w'})_{z=i} \quad (37)$$

で表され, 第3項は連行にもなる付加応力で(34)式の右辺第2項の表示を用いて

$$\tau_{ie} = -(\overline{u\rho'w'})_{z=i} \quad (38)$$

で表される。さらに第4項は界面変動にもなる付加応力であり, これは上層と下層の動的相互作用によって生じるものと思われる。表-2はケースDで  $u$ ,  $w$  の2成分の流速と濃度の同時測定の結果から(35)式の各項を評価したものである。なお  $\tau_i$  は界面近くの流速分布に対数則を適用して評価し,  $\tau_{iv}$ ,  $\tau_{il}$ ,  $\tau_{ie}$  は(36), (37), (38)式より評価し,  $\tau_{iw}$  は直接測定できなかったので(35)

表-2 界面せん断応力の各成分の比較 (ケースD)

Run	$\tau_i$	$\tau_{iv}$	$\tau_{il}$	$\tau_{ie}$	$\tau_{iw}$
D-1	0.0328	0.0194	-0.0075	-0.0000	0.0209
D-2	0.0666	0.0263	0.0077	-0.0002	0.0324
D-3	0.107	0.0303	-0.0100	-0.0003	0.0864
D-4	0.0924	0.0345	-0.0128	-0.0002	0.0705
D-5	0.145	0.0269	0.0102	-0.0004	0.108
D-6	0.186	0.0393	-0.0060	-0.0006	0.152

(単位:  $\text{g} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ )

式から逆算したものである。各 Run の界面状態はD-1では界面波はほとんど発生しておらず安定な状態, D-2はときおり界面がみられる中立かやや不安定な状態, その他は界面波が碎波しており不安定な状態である。さて,  $\tau_{ie}$  は  $\tau_{iv}$  や  $\tau_{iw}$  にくらべかなり小さく, これの  $\tau_i$  への寄与は無視できる。また  $\tau_{il}$  は浮力効果によりレイノルズ応力の生成が押さえられているのに加え, 界面変動のため測定値は大きくばらついており, 負の値をとることもあるが, その絶対値は  $\tau_{iv}$  にくらべても小さく, これも重要でないことがわかる。それに対し  $\tau_{iv}$  は界面が安定な場合には特に重要であり, 不安定になって,  $\tau_{iw}$  にくらべ小さくなくても決して無視できないことがわかる。これらのことから  $\tau_i$  はほとんど  $\tau_{iv}$  と  $\tau_{iw}$  で表すことができよう。つまり,

$$\tau_i = \tau_{iv} + \tau_{iw} \quad (39)$$

である。

ところで Casanady<sup>6)</sup> は界面せん断応力と界面付近の速度勾配の関係を有効動粘性係数  $\nu_e$  を用いて次式で表している。

$$\frac{\tau_i}{\rho} = (\nu + \nu') \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=i} = \nu_e \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=i} \quad (40)$$

ここに  $\nu'$  は界面変動より生じる付加的な渦動粘性係数である。これは界面付近で流速分布が直線になることから, 界面付近と壁面境界層の粘性底層の類似性を考えたものである。また(40)式より  $\nu_e = u_*^2 \left( \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=i} \right)^{-1}$  で評価される。さて, 図-7は  $\nu_e/\nu$  を  $K$  に対してプロットしたものである。図にはケースB~Dの5ケースの実験値の他に Lofquist<sup>9)</sup> の下層流の実験, 松永ほか<sup>24)</sup> の上層流の実験, 芦田・江頭<sup>30)</sup> の泥水密度流の実験の結果もプロットしてある。この図より次の関係が得られる。

$$\frac{\nu_e}{\nu} = 1 + 6.5K^{3/4} \quad (41)$$

図には Casanady<sup>6)</sup> が提案している次の関係

$$\frac{\nu_e}{\nu} = 7.3K^{1/2} \quad (42)$$

と Ura *et al.*<sup>15)</sup> が提案している

$$\frac{\nu_e}{\nu} = (1 + 40K)^{1/2} \quad (43)$$

の曲線と同時に示している。これら3つの曲線は広い範囲でかなり一致している。以上のことから,  $\nu_e/\nu$  の  $K$  に対する普遍的特性は明らかである。

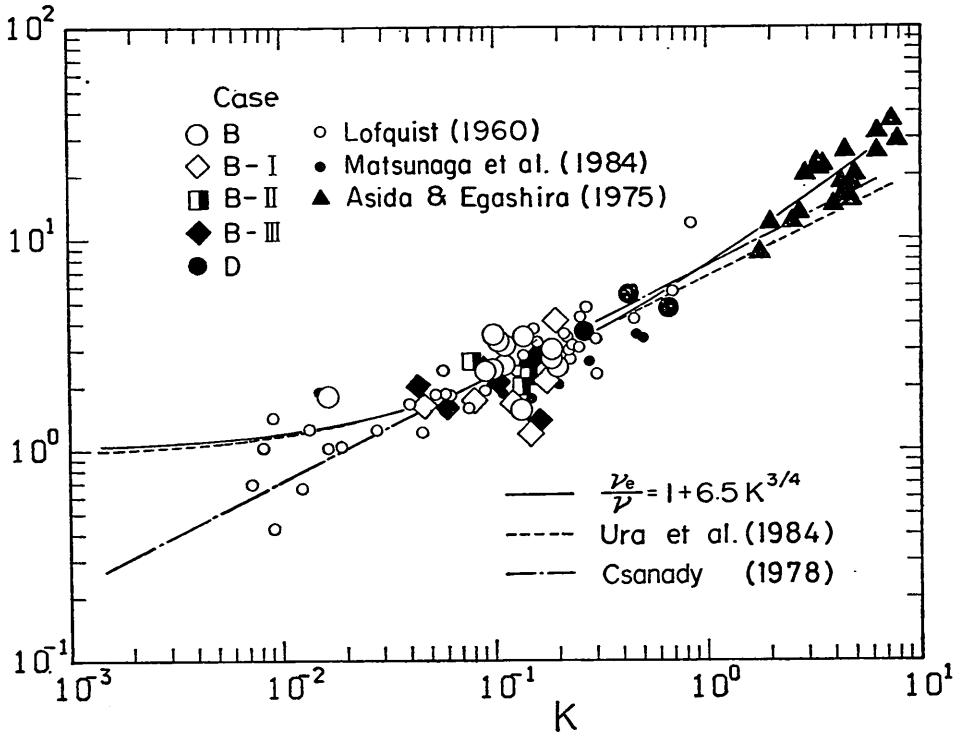


図-7  $\nu_e/\nu$  と  $K$  の関係

### 3.2 乱れ強度

シングルプローブで測定した各ケースの乱れ強度の鉛直分布を図-8(a)~(d)に示す。界面からの距離  $z_i$  は下層水深  $h_2$  で、水平方向の乱れ強度  $(\overline{u'^2})^{1/2}$  は  $u_*$  でそれぞれ無次元化してある。1枚の図に  $K$  の異なるものを3~5 Runずつ同時にプロットしてあるが、その全体的な形は各ケースごとではほとんど一致している。 $(\overline{u'^2})^{1/2}/u_*$  は界面付近と底面付近で大きな値を示すが、界面付近について細かくみると  $K$  の値によって乱れ強度の分布特性が異なっている。つまり  $K$  が小さいときには乱れ強度は界面のすぐ下で大きな値を示し、それより界面に近づくと浮力効果のため急激に小さくなっている。ところが  $K$  が大きい場合には界面付近から  $z_i/h_2 < 0.1$  程度まで乱れ強度は大きくなっており、界面で小さくなっていない。底面付近では滑面の場合と粗面の場合では乱れ強度の大きさは明らかに異なっている。ケースB、B-I の場合には底面から生成される乱れが小さく、乱れの最小値は  $z_i/h_2$  が  $0.5 \sim 0.6$  程度に現れるが、B-II、B-III の場合には  $z_i/h_2$  が  $0.4 \sim 0.5$  と少し上に現れ、それより下では滑面の場合より乱れ強度は大きくなっている。しかし

界面に近づくとケースBが他の3ケースにくらべ少し小さいが B-I~III はそれほど変わらなくなり、界面付近では乱れ強度に粗度の影響は明確には現れていない。これから考えて、せん断流型の二層流の界面付近の乱れ強度についても界面近傍の特性量だけで記述できることが予測される。

さて、図-9は界面での乱れ強度  $(\overline{u'^2})^{1/2}_i$  を  $u_*$  で無次元化したものを  $K$  に対してプロットしたものである。明らかに界面での無次元乱れ強度が  $K$  にもなって変化することがわかる。また  $K < 0.1$  では  $K$  に対する増加は緩やかでおおむね  $(\overline{u'^2})^{1/2}_i/u_*$  は  $K$  の  $2/3$  乗に比例し、 $K > 0.1$  では増加が急激になり、 $K$  の  $3/2$  乗に比例することがわかる。これは内部波の発生と関係しており、増加傾向の変化点  $K = 0.1$  は3.3で述べるように界面の安定限界に対応している。

### 3.3 内部波と密度勾配

図-10は内部波の波高を界面の時間変化  $\eta(t)$  のr.m.s値  $(\overline{\eta^2})^{1/2}$  で代表させ、これを界面近傍の特性長  $\nu/u_*$  で無次元化したものをクーリガンパラメータ  $K$  に対してプロットしたものである。ケースによる大きな違いは見られ

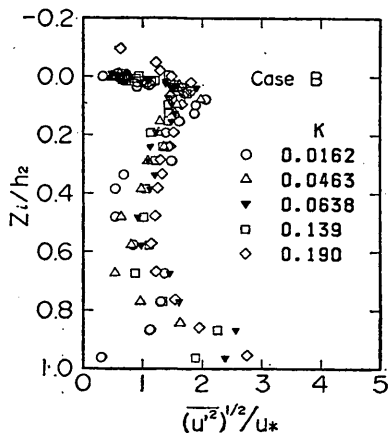


図-8(a)  $(\overline{u^2})^{1/2}$  の鉛直分布 (ケースB)

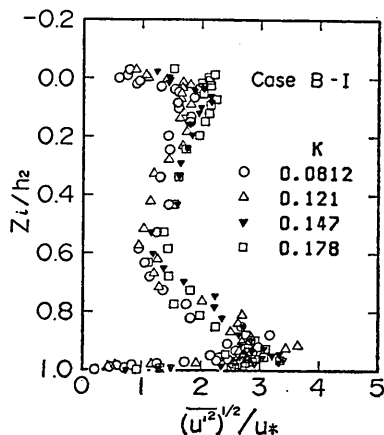


図-8(b)  $(\overline{u^2})^{1/2}$  の鉛直分布 (ケースB-I)

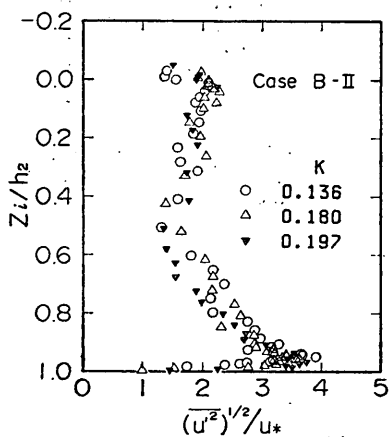


図-8(c)  $(\overline{u^2})^{1/2}$  の鉛直分布 (ケースB-II)

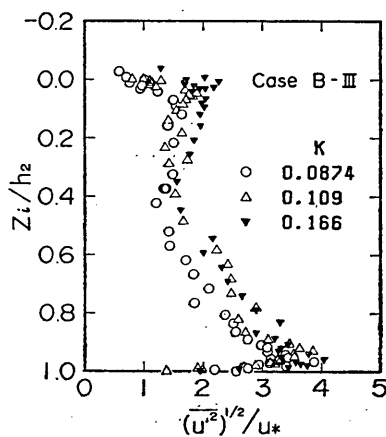


図-8(d)  $(\overline{u^2})^{1/2}$  の鉛直分布 (ケースB-III)

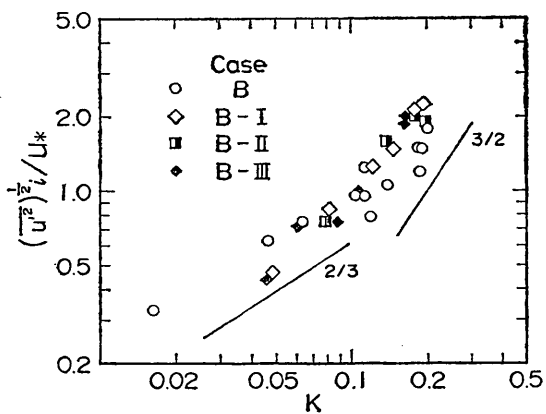


図-9  $(\overline{u^2})^{1/2}_i / u_*$  と  $K$  の関係

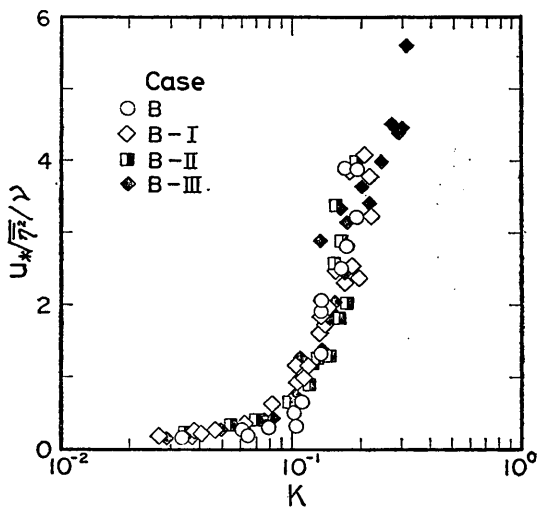


図-10  $u_* \sqrt{\overline{u^2}} / \nu$  と  $K$  の関係



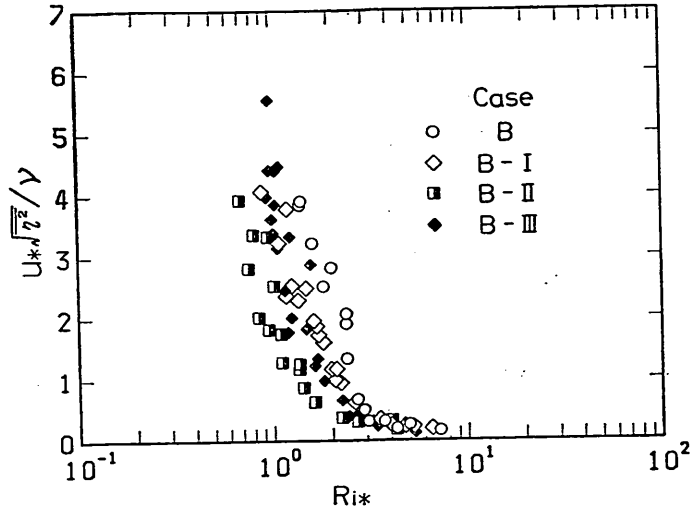


図-11  $u_*\sqrt{\eta^2}/\nu$  と  $Ri_*$  の関係

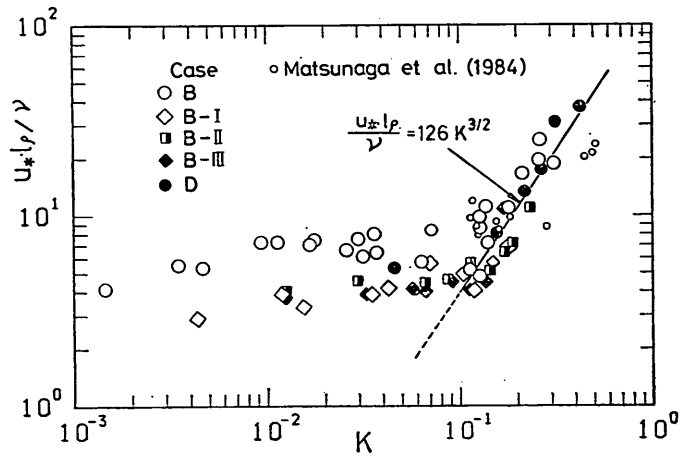


図-12  $u_*l_p/\nu$  と  $K$  の関係

ず、内部波高はこの無次元化によりよくまとまり統一的に表される。このことから底面の粗度が界面の特性に大きくは影響していないことがわかる。また  $K=0.1$  を境に内部波高は急激に増大しており、この付近で界面が安定な状態から不安定な状態へ遷移するものと考えられる。

図-11 は内部波高と層平均リチャードソン数  $Ri_*$  ( $= \epsilon g R / \bar{U}^3$ ) との関係調べたものである。ケースにより内部波高の増大しはじめる  $Ri_*$  の値は異なり、 $B > B-I > B-III > B-II$  の順に小さくなっている。界面付近の乱れ強度  $(\overline{u'^2})^{1/2}/u_*$  がケース B が多少小さいほかはケー

ス B-I ~ B-III ではほとんど変わらないことを考えれば、この違いはレイノルズ数  $Re (= \bar{U}R/\nu_2)$  の影響と考えられる。この実験での各ケースの  $Re$  はケース B が 835 ~ 1650, B-I が 478 ~ 1020, B-II が 366 ~ 639, B-III が 324 ~ 760 であり、 $B > B-I > B-II \approx B-III$  である。B-II と B-III の  $Re$  の値があまり変わらない点を除けば、 $Re$  の大きいほうが大きい  $Ri_*$  で内部波が発生しはじめていると考えてよさそうである。

界面変動の特性は密度勾配の特性長  $l_p$  を調べることによっても明らかになる。Lofquist<sup>9)</sup> にならって  $l_p$  を次式で定義する。

$$l_\rho = - \frac{d\rho}{\left(\frac{d\rho}{dz}\right)_{z=t}} \quad (44)$$

シャープな界面付近では密度分布はほぼ直線で表されるため、 $l_\rho$  は密度変化のある層厚を表すスケールとも言える。内部波高と同様に  $l_\rho$  を  $\nu/u_*$  で無次元化して  $K$  に対してプロットしたものを図-12に示す。なお、図中には松永ほか<sup>24)</sup>の結果も同時にプロットしてある。 $u_* l_\rho / \nu$  は  $K$  に対して  $K < 0.1$  ではほぼ一定か、やや微増傾向を示し、 $K = 0.1$  を過ぎると、内部波高と同様に急激に増加することがわかる。界面付近の浮力効果のある領域では乱れが抑制され流れが層流化するであろうと先にも述べたが、 $l_\rho$  は浮力効果のある層厚を表すスケールであるため、界面が安定なときは壁面境界層の粘性底層との類似性を考慮すると  $u_* l_\rho / \nu$  が一定と考えられる。ところが界面が不安定となり、内部波高が大きくなると界面の混合にもなって密度勾配が減少し、その結果  $u_* l_\rho / \nu$  は急増するものと思われる。さて  $u_* l_\rho / \nu$  の値は  $K > 0.1$  ではケースごとのばらつきは少なく、比較的まとまっているが、 $K < 0.1$  ではケースBで7~8、ケースB-I~IIIで4程度と約2倍の差がある。この原因については明確になっていないが、1つには下流端からの中間層の吸い出し量に系統的な違いがあった可能性がある。ケースBではこの中間層の吸い出し量に特に注意し、過大に吸い出さないよう毎回吸い出し量の計測を行い、10~25 cc/s 程度吸い出しながら実験を行った。これをもとにケースB-I~IIIでは10~25 cc/sの範囲からあまりはずれないように中間層を吸い出したが、ケースBとケースB-I~IIIの間にはレイノルズ数の違いがあり、ケースB-I~IIIでは吸出し量が多少過大になっていたかもしれない。この結果、ケースB-I~IIIでは  $l_\rho$  が小さめになっている可能性がある。また、ケースBの実験では、水道水の供給を測定位置の上流側で行っていたため、水道水の供給量によっては小さな界面変動を誘起することがあった。そのため安定なときの  $l_\rho$  はこの影響を受けていた可能性があり、多少大きめになっている可能性がある。 $K < 0.1$  では実験方法や境界条件が  $u_* l_\rho / \nu$  に強く影響するものと思われる。そこで、ここでは  $K \geq 0.1$  についてのみ  $u_* l_\rho / \nu$  と  $K$  の関係を求めると次式で表される。

$$\frac{u_* l_\rho}{\nu} = 126 K^{3/2} \quad (K \geq 0.1) \quad (45)$$

以上、 $\sqrt{\gamma^2}$  と  $l_\rho$  の変化特性から考えられて、界面の安定限界を表す指標として  $K_c = 0.1$  が妥当であると考えら

れる。

ところで、界面での局所リチャードソン数  $R_t|_{z=t}$  は  $\partial u / \partial z$  の特性量  $\nu_e$  と  $\partial \rho / \partial z$  の特性量  $l_\rho$  を用いると容易に求められる。つまり

$$R_t|_{z=t} = \frac{-g \frac{\partial \rho}{\partial z}}{\rho \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2} \Bigg|_{z=t} = \frac{\varepsilon g \nu_e^2}{l_\rho u_*^4} \\ = K^{-1} \left(\frac{\nu_e}{\nu}\right)^2 \left(\frac{u_* l_\rho}{\nu}\right)^{-1} \quad (46)$$

(43)、(44)式を用いると、 $R_t|_{z=t}$  は次式で与えられる。

$$R_t|_{z=t} = 7.94 \times 10^{-3} (1 + 6.5 K^{3/4})^2 K^{-5/2} \\ (K \geq 0.1) \quad (47)$$

また、 $K = 0.1$  のときは  $R_t|_{z=t} = 11.6$  が得られ、界面波の発生する限界の局所リチャードソン数は12程度であることがわかる。

### 3.4 連行速度

2.2(4)で明らかにしたように、連行速度は界面の上昇速度(上層流では低下速度)や流量の変化率を含む仮想的な界面の移動速度である。したがって界面の上昇速度  $\partial h_2 / \partial t$  は連行速度の一部である。しかしこれは工学的には大変重要な量であり、従来より多くの実験が行われている。そこでここでは  $\partial h_2 / \partial t$  を連行速度  $W_{e1}$  としてこれの特性について検討する。

さて、連行係数  $E (= W_{e1} / U)$  は層平均リチャードソン数  $R_{i*}$  の関数で表されることが一般に認められており、

$$E \sim R_{i*}^n$$

の形で整理されることが多いが、加藤ほか<sup>15)</sup>や浦ほか<sup>21)</sup>の研究により、連行係数が  $R_{i*}$  だけでなく乱れの影響を強く受けていることがわかってきた。ここでは、 $W_{e1}$  が界面近傍の乱流特性量の1つであることを考え、 $W_{e1}$  を界面での速度スケールである  $u_*$  で無次元化し、これと  $K$  との関係を調べた。

この場合の連行係数  $E_*$  は次式で定義される。

$$E_* = \frac{W_{e1}}{u_*} \quad (48)$$

図-13は  $E_*$  を  $K$  に対してプロットしたものである。 $E_*$  についても  $K$  を用いるとよくまとまり、統一的に表すことができる。また  $E_*$  は  $K$  に対して  $K < 0.1$  では比較的ゆるやかな増加傾向を示すのに対して、界面が不安定になる  $K \geq 0.1$  では増加が急激になることがわかる。これより、 $E_*$  と  $K$  の関係は次式で表される。

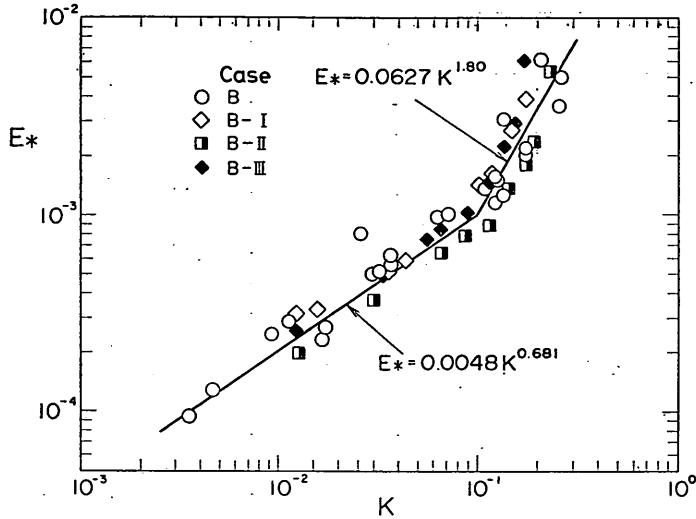


図-13  $E_*$  と  $K$  の関係

$$\left. \begin{aligned} E_* &= 0.0048 K^{0.681} \quad (K < 0.1) \\ &= 0.0627 K^{1.80} \quad (K \geq 0.1) \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

#### 4. 平均流速分布と界面抵抗係数

##### 4.1 平均流速分布

成層二層流の流速分布は界面抵抗や拡散問題を調べる上では重要であり、いくつかの研究がなされており、代表的なものについて1.ですでに述べたとおりである。しかし、この問題は特に重要であるので、乱流場を対象にしたものについてここで詳しく論じることとする。

これまでのところ成層二層流の流速分布則に対する見解は単純対数則とするものと対数+直線則とする2つのグループに分かれている。前者は Csanady<sup>9)</sup>の提案しているものであり、後者は日野<sup>9)</sup>の提案しているものである。また芦田・江頭<sup>7), 31)</sup>の提案している流速分布則は界面付近で直線分布に近づき、界面から離れた所では単純対数則に近づくことから、前者のグループに属するものと考えられる。

Csanady は Lofquist の実験データを再整理した結果界面付近では流速が直線分布となることと界面から離れた所で対数的分布となることから、界面変動にともなう有効粘性の増大を考慮すれば、壁面境界層と同様の取り扱いができることを示し、流速分布が次の関係で表せるとしている。

$$\frac{u-u_t}{u_*} = 5.6 \log \frac{u_* z_t}{\nu_e} + B_s \quad (50)$$

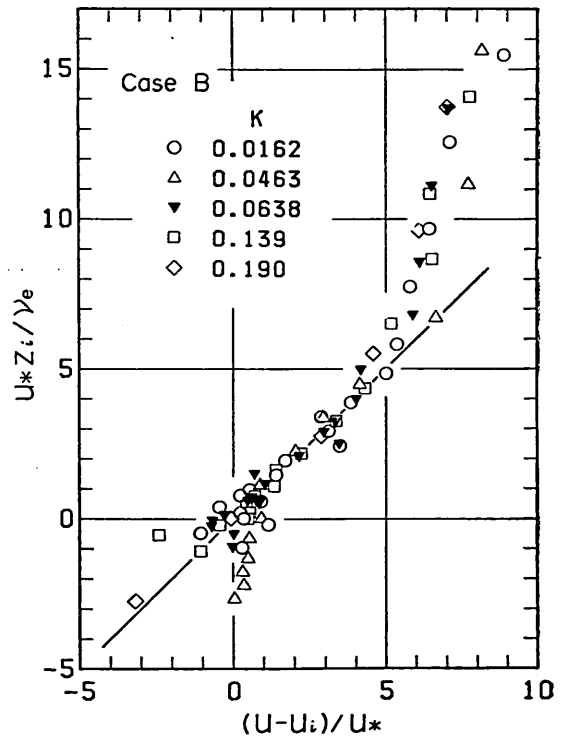


図-14(a) 界面付近の平均流速分布 (ケースB)

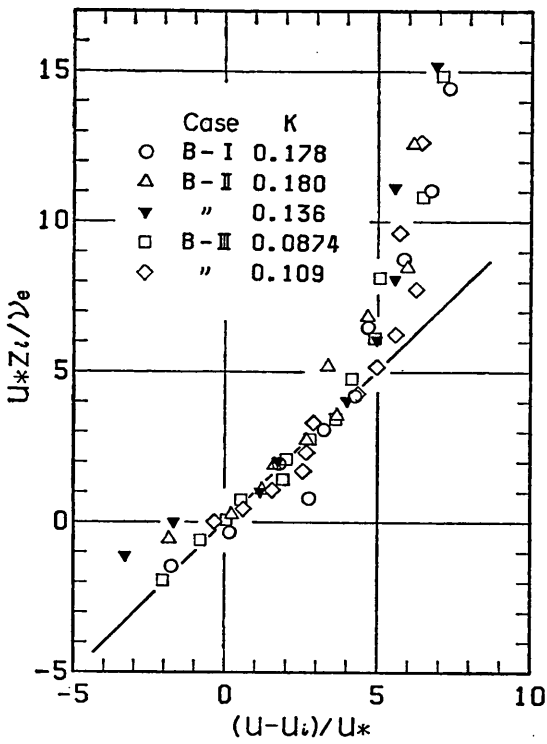


図-14(b) 界面付近の平均流速分布  
(ケースB-I~B-III)

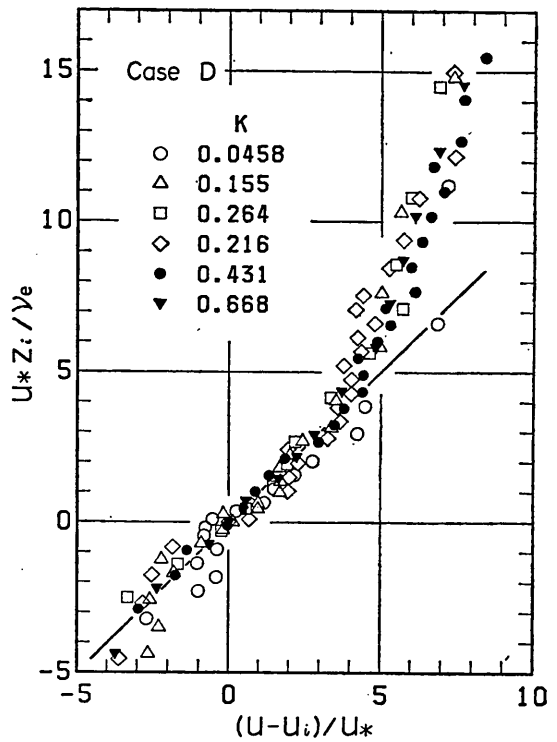


図-14(c) 界面付近の平均流速分布 (ケースD)

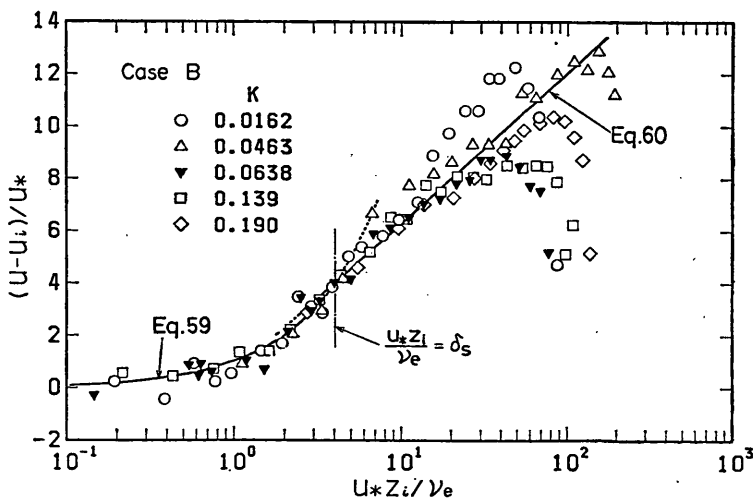


図-15(a) 平均流速分布 (ケースB)

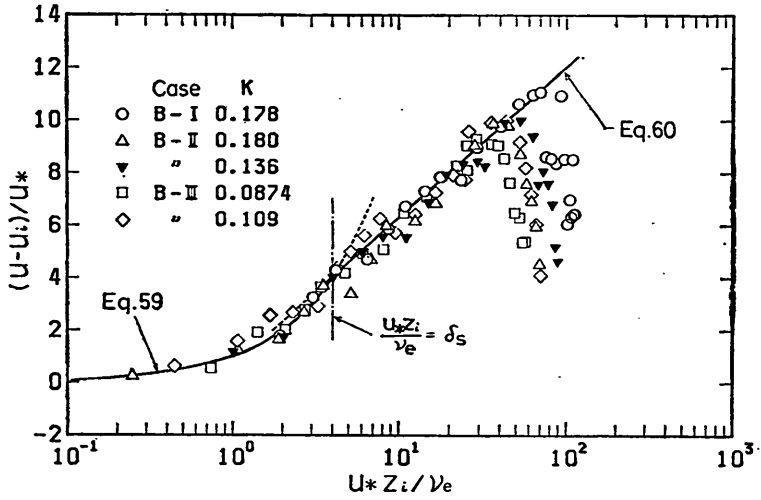


図-15(b) 平均流速分布 (ケース B-I ~ B-III)

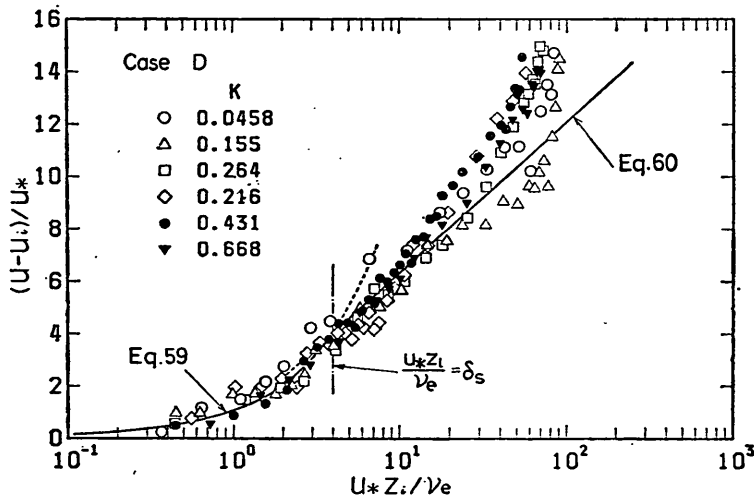


図-15(c) 平均流速分布 (ケース D)

ここで  $\log$  は常用対数,  $B_s$  は  $K$  にともなって変化する値である。また最近では Ura *et al.* は Csanady の方法による上層二層流の流速分布の普遍化を図り, 次の関係を得ている。

$$\frac{u-u_i}{u_*} = \frac{u_* z_i}{\nu_e} \quad (0 \leq z < \delta) \quad (51)$$

$$\frac{u-u_i}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z_i}{\delta} + \frac{u_* \delta}{\nu_e} \quad (\delta \leq z < h_1') \quad (52)$$

$$\frac{u-u_i}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{h_1'}{\delta} + \frac{u_* \delta}{\nu_e} \quad (h_1' \leq z \leq h_1) \quad (53)$$

ここで  $\delta$  は流速分布が直線分布に従う上限高さで  $u_* \delta / \nu_e \approx 4 \sim 6$ ,  $h_1'$  は流速が一定になる高さで実験的に与えられる。

芦田・江頭は界面で運動量交換があることから, 界面での混合距離  $l$  は 0 でないのをこれを  $l_0$  と考え, 混合距離の分布を次式で表した。

$$l = l_0 + \kappa z_i \quad (54)$$

さらに速度勾配が

$$\frac{du}{dz} = \frac{u_*}{l_0 + \kappa z_i} \quad (55)$$

で表されるとして、次式の流速分布則を導いている。

$$\frac{u-u_i}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{l_0 + \kappa z_i}{l_0} \quad (56)$$

また、彼らはカルマン定数  $\kappa$  は普遍定数ではなく、水理量にもなって変化するものと考えている。(55)式より  $\kappa z_i \ll l_0$  のときには  $du/dz$  は一定となり、流速分布が直線に近づく。また  $\kappa z_i \gg l_0$  では流速は対数分布に近くなることがわかる。しかし、彼らの方法ではカルマン定数と  $l_0$  の2つが変数となっており、Csanady の提案しているものにくらべ扱いにくい。

日野は成層二層流に接地大気乱流で成立する Monin-Obukhov 相似理論を適用し、流速分布が対数+直線則に従うとして次式を提案している。

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \left[ \ln \frac{z_i}{z_0} + c(z_i - z_0) \right] \quad (0 < \zeta \leq 1) \quad (57)$$

ここに  $\zeta$  は無次元高さ  $z_i/L$ 、 $L$  は Monin-Obukhov 長さで

$$L = \frac{\rho u_*^3}{\kappa \rho g W_e} \quad (58)$$

$c = \beta/L$  で、 $\beta$  は Monin-Obukhov 係数である。ところで、Monin-Obukhov 理論が成立する安定な接地大気層では  $\zeta$  が大きくなるほど  $R_i$  が増加する流れであるが、成層二層流では界面から離れるほど  $R_i$  は急激に減少し、弱混合の場合にはすぐに  $R_i = 0$  となってしまうなど流れの性質が異なっている。こうしたことを考えると成層二層流の流速分布として Monin-Obukhov 理論をそのまま適用するには疑問がある。

さて、図-14(a)~(c)は界面付近の流速を  $(u-u_i)/u_*$  と無次元化し、 $u_* z_i/\nu_e$  に対してプロットしたもので、(a)はケースB、(b)はケースB-I~III、(c)はケースDについてである。 $K$ が異なっても界面付近では次の直線則に従っていることがわかる。

$$\frac{u-u_i}{u_*} = \frac{u_* z_i}{\nu_e} \quad (0 \leq z \leq \delta) \quad (59)$$

また、直線分布からはなれる高さ  $u_* \delta/\nu_e$  はほぼ一定で4程度である。これは Ura *et al.*<sup>10)</sup>の結果ともほぼ一致している。図-15(a)~(c)は流速を片対数紙上にプロットしたものである。(a)はケースBのデータであるが、 $K = 0.0162$ の流速分布を除いてはよくまとまっている。 $K = 0.0162$ のデータが他と異なっているのは平均流速が2.59 cm/sと小さく、必ずしも乱流状態とはいえないためであると思われる。図中の実線は(59)式と次の(60)式を  $u_* z_i/\nu_e = 4$  で接続したものである。

$$\frac{u-u_i}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z_i}{\delta} + \delta_s \quad (z > \delta) \quad (60)$$

ここに、 $\delta_s = u_* \delta/\nu_e = 4$  とする。図-15(a), (b)は下層二層流に対応するので流速の最大値が存在しているが、(60)式と実験値はほぼこの最大値近くまで一致している。図-15(c)はケースDの吹送流型の二層流の流速分布であるが、この実験では逆流が生じないように流れを循環させているため、界面からある程度離れたところからは吹送流の影響をうけて、(60)式の曲線より速くなっている。しかし、下層二層流と同じく、界面から近い所の流速分布は(59), (60)式で表すことができる。なおカルマン定数は0.4として(60)式を計算して、図中の実線を求めており、この結果からはカルマン定数を一定としても良いように思われる。

#### 4.2 界面抵抗係数

界面抵抗係数は流速分布則を鉛直方向に層内にわたり積分し、平均流速を求めれば簡単に求めることができる。2.2(3)の考察から、最大流速が水面下に現れるのは側壁の影響であり、側壁の影響の無視できる流れでは水面で流速が最大となる。また開水路の外部流れでは(22)式で流速が表示されることが明らかになっている。したがって単純に対数分布を適用しただけでは水面近くで流速が多少小さめになることが予測されるが、ここでは(22)式の第3項を無視し近似的には、水面まで対数則が適用でき、上層二層流の場合にも(60)式が水面まで適用できるものとする。

さて、今回対象とした流れは下層二層流であるが、界面から最大流速点までを考えれば、上層流と同じ取り扱いができる。これは管路流の壁面から管中心までの流れを開水路流れに拡張して適用すると同様である。そこで問題を簡単にするため、ここでは壁面の影響が無視できる場合の上層二層流を想定して界面抵抗係数を算定する。

(59), (60)式を  $\eta_i = z_i/h_1$  を用いて書き換える。

$$\frac{u}{u_*} = \frac{\delta_s}{\delta_*} \eta_i + V_* \quad (0 \leq \eta_i \leq \delta_*) \quad (61)$$

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \frac{\eta_i}{\delta_*} + \delta_s + V_* \quad (\delta_* < \eta_i \leq 1) \quad (62)$$

ここに、 $V_* = u_i/u_*$ 、 $\delta_* = \delta/h_1 = \delta_s R_*^{-1} \frac{\nu_e}{\nu}$ 、 $R_* = \frac{u_* h_1}{\nu}$  である。

断面平均流速  $\bar{U}$  は次式で与えられる。

$$\frac{\bar{U}}{u_*} = \int_0^1 \frac{u}{u_*} d\eta_i = \int_0^{\delta_*} \left( \frac{\delta_s}{\delta_*} \eta_i + V_* \right) d\eta_i$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{\delta_*}^1 \left( \frac{1}{\kappa} \ln \frac{\eta_i}{\delta_s} + \delta_s + V_* \right) d\eta_i \\
 & = \frac{1}{\kappa} (\delta_* - \ln \delta_* - 1) - \frac{1}{2} \delta_s \delta_* + \delta_s + V_*
 \end{aligned} \tag{63}$$

また、界面抵抗係数  $f_i$  は

$$f_i = 2 \left( \frac{u_*}{U} \right)^2 \tag{64}$$

であるので、(63)式より

$$f_i = 2 \left\{ \frac{1}{\kappa} (\delta_* - \ln \delta_* - 1) - \frac{1}{2} \delta_s \delta_* + \delta_s + V_* \right\}^{-2} \tag{65}$$

さらに  $\delta_*$ ,  $V_*$  はそれぞれ次のように平均量に置き換えられる。

$$\delta_* = \delta_s \frac{\nu_e}{\nu} R_*^{-1} = \delta_s \frac{\nu_e}{\nu} R_e^{-1} \left( \frac{f_i}{2} \right)^{-1/2} \tag{66}$$

$$V_* = \frac{u_i}{U} \left( \frac{f_i}{2} \right)^{-1/2} \tag{67}$$

また  $\nu_e/\nu$  は  $K$  の関数であるが、 $K$  は

$$K = \psi \left( \frac{f_i}{2} \right)^{3/2} \tag{68}$$

で平均量と結びつけられる。ここに  $\psi (= R_e F_i^2)$  は岩崎数である。また(64)式で  $\delta_s = 4$ ,  $\kappa = 0.4$  の場合には

$$f_i = 2(0.5\delta_* - 2.5 \ln \delta_* + V_* + 1.5)^{-2} \tag{69}$$

で  $f_i$  が求まる。(65)式あるいは(69)式から  $f_i$  が  $\delta_*$  すなわち流速分布が直線分布から離れる高さで界面流速だけで表されることがわかる。さて、 $\delta_*$  は界面での乱

表-3  $u_i/U_r$  についての従来の研究

研究者	流況	$u_i/U_r$
Keulegan (1966) <sup>32)</sup>	上層流	$u_i/U_{\max} = 0.63$
椿・小松・下田 (1981) <sup>33)</sup>	"	$u_i/\bar{U} = 0.35 \sim 0.6$
日野ほか (1980) <sup>11)</sup>	"	$u_i/U_{\max} = 0.38 \sim 0.62$
松永ほか (1984) <sup>24)</sup>	"	$u_i/u_* = 6.4$
Ippen・Harleman (1951) <sup>5)</sup>	下層流	$u_i/U_{\max} = 0.6$
Georgiev (1972) <sup>34)</sup>	"	$u_i/U_{\max} = 0.6$
本実験	"	$\left( \begin{aligned} u_i/\bar{U} &= 0.5 \sim 0.8 \\ u_i/u_* &= 5.6 \sim 14 \end{aligned} \right.$

流特性により支配される量で外的要因に直接影響は受けて、(66)式のように定量化できるが、 $V_*$  は潮せきや底面粗度等の下層の状況の違いや水面に作用する風による吹送流の影響等の外部の要因に支配されており、流れの状況に応じた取り扱いが必要である。

界面流速に対し、詳細に検討を加えた研究は現在のところあまり見当たらない。また界面の位置の定義にしても研究者によってばらつきがあり、界面流速として調べられていても多少性質の違うものもある。表-3は各研究者が実験で調べた  $u_i/U_r$  ( $U_r$  は代表流速)を示したものである。これらの結果から上層流の場合には  $u_i/\bar{U}$  あるいは  $u_i/U_{\max}$  ( $U_{\max}$  は最大流速)は0.35~0.65であり、下層流ではこれが0.5~0.8であることがわかる。図-16は今回の実験で得られた  $u_i/u_*$  を  $K$  に対してプロットしたものである。今回の実験の範囲では  $u_i/u_*$  は  $K$  にもなって少しずつ増加している。この結果から最小自乗法により次の関係が得られた。

$$\frac{u_i}{u_*} = 15.16 K^{0.1752} \tag{70}$$

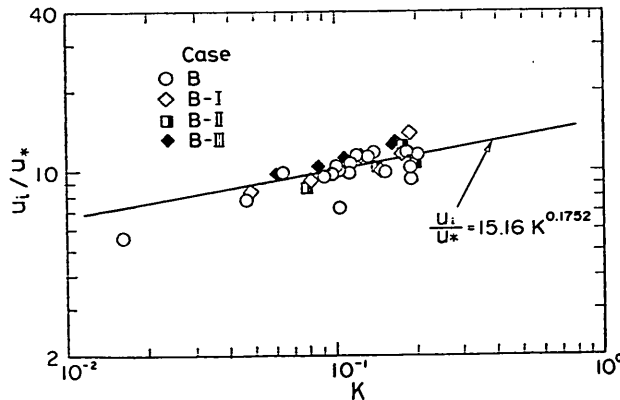


図-16  $u_i/u_*$  と  $K$  の関係

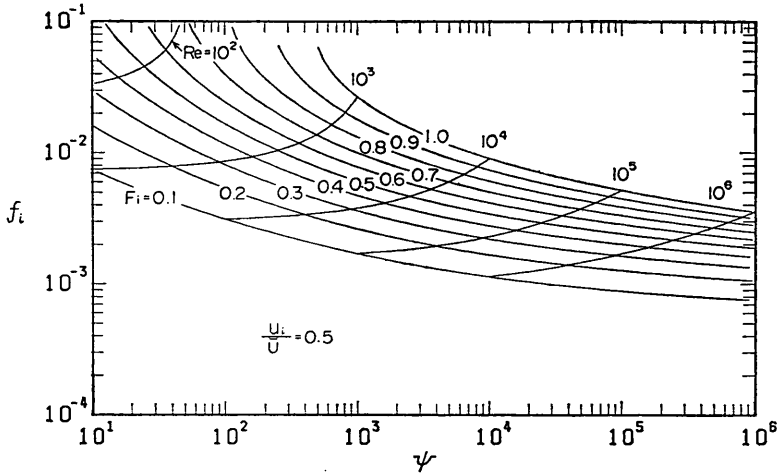


図-17  $f_i$  と  $\psi$  の関係 ( $u_i/\bar{U}=0.5$ )

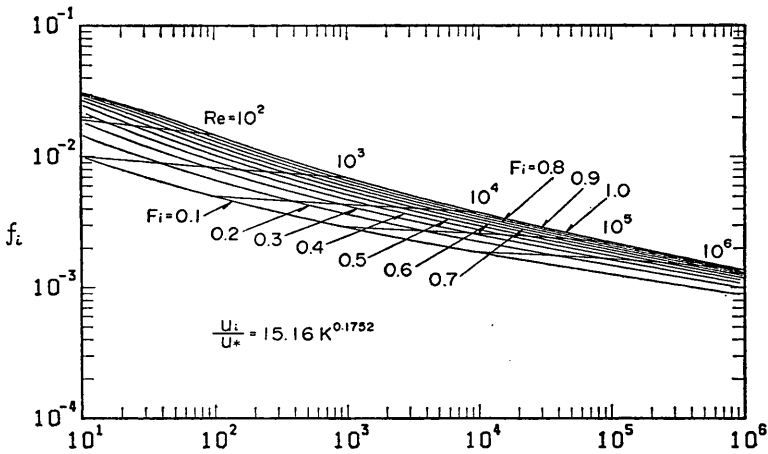


図-18  $f_i$  と  $\psi$  の関係 ( $u_i/u_* = 15.16K^{0.1752}$ )

弱混合から強混合に近づくほど  $u_i/U_{max}$  は 1 に近づくことが予想されるので、 $u_i/\bar{U} = \text{const.}$  と考えるよりは  $u_i/\bar{U}$  が一定とはならないほうが自然であろう。しかし、先にも述べたように下層の水深等によっても  $u_i$  が変わることが予想されるため、ここでは界面流速の与え方によって  $f_i$  がどの程度変わるかを検討するにとどめ、これについては今後の検討課題とする。

表-3の結果から  $u_i/\bar{U}$  は平均的には 0.5 程度と考えられる。そこで界面流速を  $u_i/\bar{U} = 0.5$  の一定とした場合と (70) 式で与えた場合のそれぞれについて (67) 式から  $\psi$  に対する  $f_i$  の変化を計算し、両者を比較することにする。

まず図-17 は  $u_i/\bar{U} = 0.5$  について  $Re$ 、 $F_i$  をパラメー

タとして  $f_i$  を  $\psi$  に対して計算したものである。この図の場合には同じレイノルズ数  $Re$  でも内部フルード数  $F_i$  が大きくなると  $f_i$  もかなり大きくなっており、界面抵抗に混合の効果が強く影響するという結果が得られる。なお、この場合の計算では  $F_i \geq 0.8$  で  $\psi$  が小さくなると解が存在しないという欠点がある。つぎに図-18 は  $u_i/u_*$  を (70) 式で与えた場合の  $f_i$  と  $\psi$  の関係である。図-17にくらべると明らかに  $F_i$  による変化が小さくなっていることがわかる。特に注目すべき点は同じ  $Re$  のときに  $F_i$  が大きくなるほど、わずかではあるが、 $f_i$  が小さくなっており、図-17とは逆の傾向となっている。またこの場合には  $u_i/\bar{U} = 0.5$  とした場合と異なり、 $\psi > 1$  で



淡水二層密度界面の抵抗と混合特性

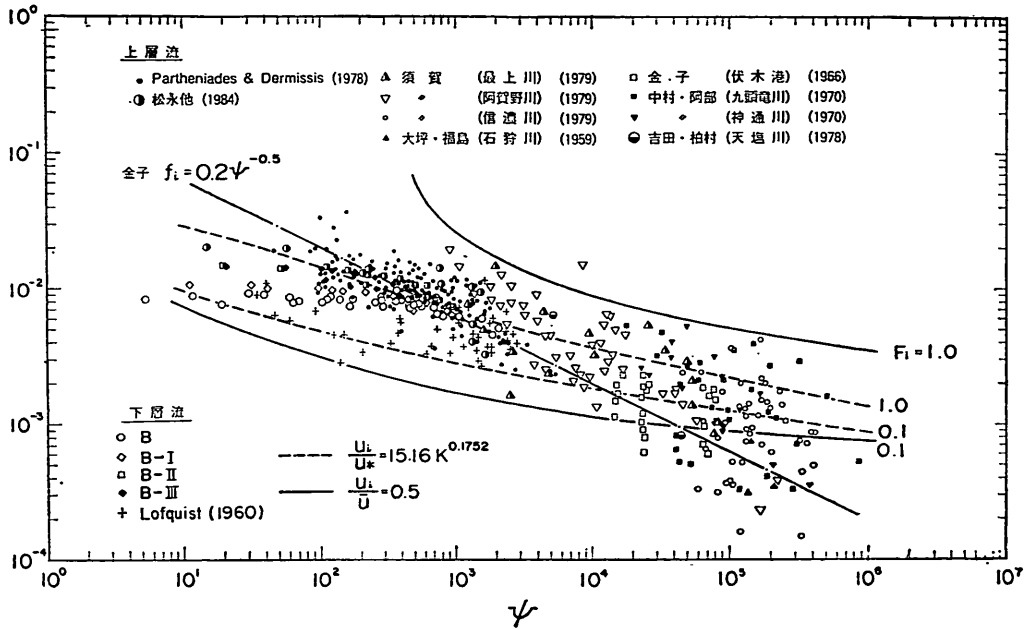


図-19  $f_i$  と  $\psi$  の関係 (実測値との比較)

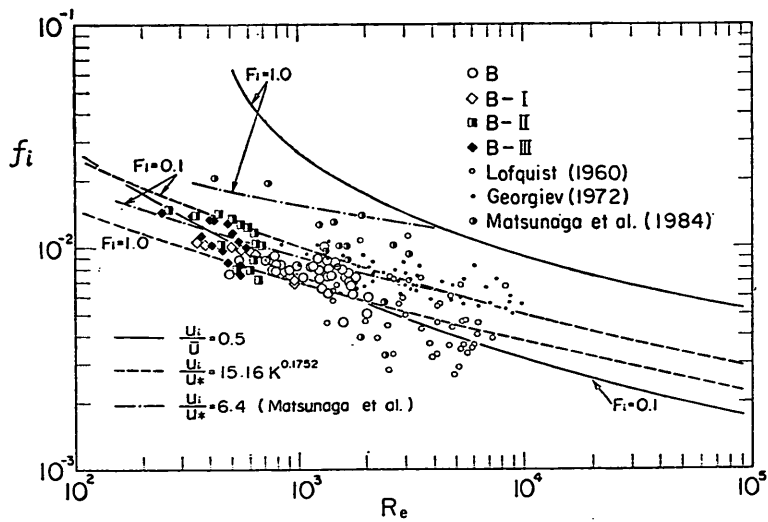


図-20  $f_i$  と  $R_e$  の関係

0.1 ≤ F<sub>i</sub> ≤ 1.0 の範囲には必ず解が存在している。両図からわかることは u<sub>i</sub> の与え方により、界面抵抗係数の φ に対する変化特性及び値はかなり変化することがわかる。したがって界面流速が時間的に変化する場合には、f<sub>i</sub> の測定誤差によるものと実際の f<sub>i</sub> の変化のため測定データは相当散らばることになる。

図-19は数々の実験と現地での観測の結果<sup>9), 24), 35), 36), 37), 38)</sup>と今回の計算曲線とを比較したものである。ここにあげているほかにも多くの研究がなされているが、2.2(2)でも述べたように実験水路では壁面の影響が無視できず、これを考慮していない場合には f<sub>i</sub> の値が大きめに評価される。そこで、壁面の影響を考慮して f<sub>i</sub> を評価している実験データと現地データのみのプロットしている。計算曲線の実線は u<sub>i</sub>/Ū=0.5 とした場合で破線は(70)式を用いた場合である。また一点鎖線は(1)式の金子<sup>14)</sup>の提案式である。今回の計算曲線は金子の提案式より勾配がゆるやかになっている。須賀<sup>36)</sup>は f<sub>i</sub> ∝ φ<sup>-1/2</sup> では φ の大きい所で f<sub>i</sub> が実際より小さくなり過ぎるため、次のように連行にともなう付加抵抗係数 f<sub>im</sub> を加えることを提案している。

$$f_i = 0.35\phi^{-1/2} + f_{im} \quad (71)$$

$$f_{im} = 2E \quad (72)$$

この場合には f<sub>i</sub> の減少は φ の大きいところでは小さくなっており、今回の計算値の傾向と一致している。またこれらの数多くのデータと今回の計算曲線とはおおむね一致しており、この f<sub>i</sub> の算定が妥当であることがわかる。

図-20は f<sub>i</sub> を R<sub>e</sub> に対して計算した結果であり、同時に今回の実験結果と Lofquist<sup>9)</sup>, Georgiev<sup>34)</sup> の下層二層流の結果及び松永ほか<sup>24)</sup>の上層二層流の結果を示した。なお実線の曲線は u<sub>i</sub>/Ū=0.5 の場合の計算値であり、破線は(70)式を用いた場合の計算値である。R<sub>e</sub> は径深 R を用いているが、Lofquist, Georgiev, 松永ほかのデータは幾何学的径深 R' で代用している。幾何学的径深 R' は下層二層流の場合は R' = Bh<sub>2</sub>/2(B+h<sub>2</sub>) であり、上層二層流の場合は R' = Bh<sub>1</sub>/(B+2h<sub>1</sub>) である。Lofquist の f<sub>i</sub> の実験値は式(70)を用いた計算値より小さめであり、Georgiev の実験値は大きめであり、その傾向は計算値と一致しており、下層二層流の実験結果は式を用いた計算値ではほぼ説明できると考えられる。しかし松永ほかの実験値は(70)式を用いた計算値とは一致していない。これは松永ほかの実験では u<sub>i</sub>/u\* が 6.4 の一定値で、(70)式と異なっているためであると思われる。そこで

u<sub>i</sub>/u\* = 6.4 として計算した結果を一点鎖線で表して図中に示した。この曲線は u<sub>i</sub>/u\* = 6.4 の場合の F<sub>i</sub> = 0.1 と 1.0 についての曲線であり、彼らの実験条件はほぼこれの間にある。f<sub>i</sub> がかなり小さい 3 点を除いてはおおむね計算値と一致している。このことから界面流速が正確に与えられるなら、上層流、下層流にかかわらず、(67)式で f<sub>i</sub> が精度良く推定できることがわかる。

## 5. 界面の混合特性

### 5.1 界面の安定限界

界面の安定限界について調べたものとしては Keulegan<sup>1)</sup>の実験が有名である。彼はクーリガン数 θ = (εgν<sub>2</sub>)<sup>1/3</sup>/U<sub>1</sub> が界面の状態を表すパラメータであることを見出し、界面の安定限界について次の関係を得ている。なお彼の実験は管路を用いた上層二層流である。

$$\left. \begin{aligned} \theta_c &= 0.127 & R_e < 450 \\ &= 0.178 & R_e > 450 \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

ここに R<sub>e</sub> (= U<sub>1</sub>h<sub>1</sub>/ν<sub>1</sub>) は上層のレイノルズ数で水深は径深を用いている。ついで、Ippen and Harleman<sup>5)</sup> は下層二層流の実験を行い、層流状態では θ<sub>c</sub> が R<sub>e</sub> の -1/3 乗に従うという結果を得ている。なおパラメータについての彼らの定義は Keulegan とは多少異なっており、θ = (εgν<sub>2</sub>)<sup>1/3</sup>/U<sub>2</sub>, R<sub>e</sub> = U<sub>2</sub>h<sub>2</sub>/ν<sub>2</sub> (ここで h<sub>2</sub> は下層の全厚) を用いている。最近では西田・吉田<sup>19)</sup>が tanh 型の流速分布をもつ流れについて実験を行い、粘性を考慮した線形安定理論による計算結果と比較して彼らの理論の妥当性を明らかにしている。

さて、3.3において今回の実験では底面の粗度が変わっても界面の安定限界が K<sub>c</sub> = 0.1 で表せることがわかった。そこでここでは 4.2 で行った f<sub>i</sub> の算定を用いて、K<sub>c</sub> = 0.1 を層平均量に変換して Keulegan 等の実験結果と比較し、その妥当性について検討する。

界面の安定限界状態を添字 c を用いて表示すると、(67)式は

$$f_{ic} = 2(\delta_{*c} - 2.5 \ln \delta_{*c} + V_{*c} + 1.5)^{-2} \quad (74)$$

であり、δ<sub>\*c</sub> は次式で表される。

$$\delta_{*c} = 4 \left( \frac{\nu_e}{\nu} \right)_c R_e^{-1} \left( \frac{f_{ic}}{2} \right)^{-1/2} \quad (75)$$

また、界面流速に(66)式を用いると V<sub>\*c</sub> = 10.1 であり、さらに(41)式を用いると (ν<sub>e</sub>/ν)<sub>c</sub> = 2.16 である。つまり(74)式は f<sub>ic</sub> と R<sub>e</sub> の関係を表す式であるため、ある R<sub>e</sub> に対する f<sub>ic</sub> は(74)式より簡単に求まる。また(68)式で K が表されるため、限界クーリガン数、限界内部フ

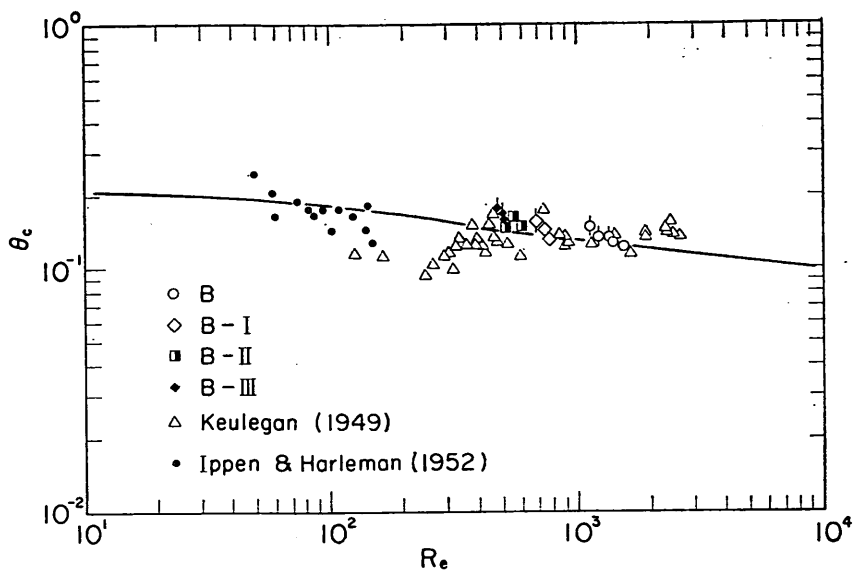


図-21 限界クーリガン数  $\theta_c$  と  $Re$  の関係

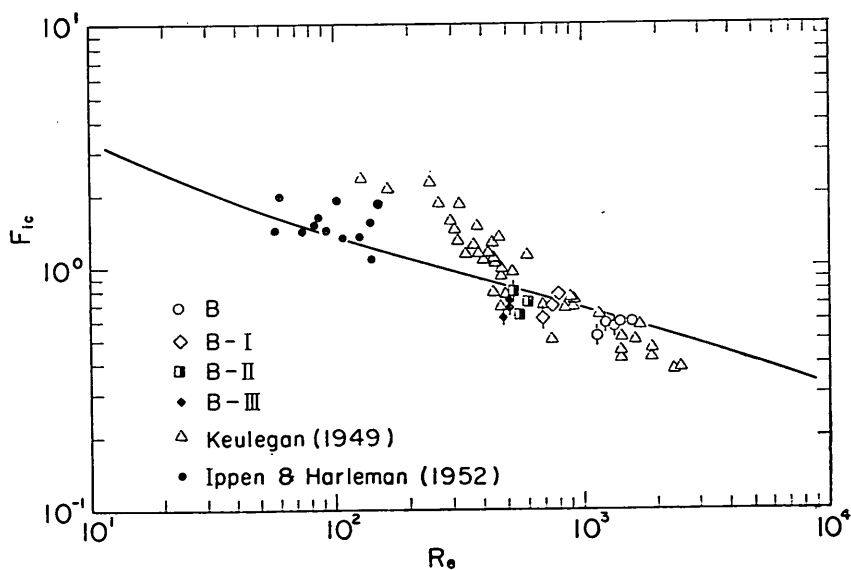


図-22 限界内部フルード数  $F_{ic}$  と  $Re$  の関係

ルード数はそれぞれ(76)式, (77)式で与えられる。

$$\theta_c = \phi_c^{-1/3} = K_c^{-1/3} \left( \frac{f_{tc}}{2} \right)^{1/2} \quad (76)$$

$$F_{tc} = K_c^{1/2} \left( \frac{f_{tc}}{2} \right)^{3/4} R_e^{-1/2} \quad (77)$$

図-21, 22 はそれぞれこのようにして計算された  $R_e$  と  $\theta_c$  の関係及び  $R_e$  と  $F_{tc}$  の関係である。図には今回の実験結果の他に Keulegan<sup>1)</sup> と Ippen and Harleman<sup>2)</sup> の実験結果をプロットしている。なお Keulegan の論文では下層の動粘性係数  $\nu_2$  を用いてクーリガン数を定義しているが、界面での動粘性係数の値が重要であると考へ、上層と下層の平均値  $\bar{\nu}$  を用いて再整理している。彼の実験では下層と上層の動粘性係数的比  $\nu_2/\nu_1$  は 0.99 ~ 22.2 の範囲なので、 $\bar{\nu}/\nu_2$  は 0.52 ~ 1.01 の範囲である。また Ippen and Harleman の論文では壁面の影響を考慮して代表流速を求めているが、水深は下層の層厚  $h_2$  を用いているため、 $R_e$  は径深を用いた表示の約 2 倍になっている。そこで  $R_e$  は原論文の半分にしてプロットし直した。今回の実験結果については  $u_* \sqrt{\eta^2/\nu}$  あるいは  $u_* l_p/\nu$  が急激に増大しはじめる状態の水理量を各ケース 1 ~ 3 データ抽出してプロットした。棒付きの記号は  $\sqrt{\eta^2}$  のデータから得られたものでそれ以外は  $l_p$  のデータから得られたものである。Keulegan や Ippen and Harleman は目視観測により界面の安定限界を決めており、われわれの求めた安定限界状態よりは多少内部波が大きくなった状態について限界状態としている可能性がある。図-21 では計算値の下側が不安定な状態を表しており、図-22 は上側が不安定な状態を表している。彼らの実験値は計算値付近かやや不安定側に多くかたまっており、上述したようなことを考へ合わせれば、かなり良く一致していると言える。また  $R_e$  が大きくなるにつれ、限界クーリガン数、内部フルード数は減少しており、界面の安定限界にレイノルズ数が大きく影響することがわかる。このことは界面の混合に内部フルード数あるいは層平均リチャードソン数だけでなくレイノルズ数が影響することを示している。

### 5.2 連行係数

これまでに連行係数を調べる実験は数多く行われてきた。そのうちせん断流型の実験としては Kato and Phillips<sup>39)</sup> や Kantha *et al.*<sup>40)</sup> の円形タンクでの実験が有名である。彼らは円形タンクの水表面に加えられる摩擦速度  $u_{*s}$  を速度スケールに用いて界面の低下速度を無次元化した連行係数  $E$  と  $u_{*s}$  と層厚  $D$  を用いた層平均リチャードソン数  $R_{i*}$  の関係を求めている。その結

果 Kato and Phillips は  $E$  が  $R_{i*}$  に反比例することを見出しているのに対し、同じタンクを用いて行った Kantha *et al.* は  $E$  が  $R_{i*}$  の増加に伴って急激に減少することを明らかにしている。なお、前者は一定密度勾配の成層で行ったのに対し、後者は上下各層の密度が一定である二層で行っている。また上層二層流を対象にした実験も多く行われており、芦田・江頭<sup>28)</sup> や須賀<sup>36)</sup> 等により連行係数が  $R_{i*}$  のべき乗で表されることが示されている。

ところが最近、加藤ほか<sup>15)</sup> や浦ほか<sup>21)</sup> は連行係数に乱れの大きさが強く影響し、 $R_{i*}$  だけでは記述できないことを明らかにしている。そこでわれわれも混合を支配しているのは界面の乱流特性であるという考へから、界面での特性長  $\nu/u_*$  と速度スケール  $u_*$  により、乱流特性量の統一的表示を試みてきた。その結果、流速勾配、密度勾配等の平均流特性や乱れ強度、界面波高等の乱流特性が粗面、滑面にかかわらず  $\nu/u_*$ ,  $u_*$ , 及び  $K$  を用いて統一的に表されることがわかった。また  $f_i$  の理論的算定から  $f_i$  が  $R_e$  に強く影響を受けることについても明らかになった。さて、 $f_i$  が  $R_e$  に影響を受けているということは  $u_*$  が  $R_e$  に影響を受けていることにはかならない。それならば、界面付近の乱流特性量は間接的に  $R_e$  の影響を受けているはずであり、連行係数にも  $R_e$  の影響が表れていはずである。

そこで、ここでは連行係数に及ぼす  $R_e$  の影響を調べ

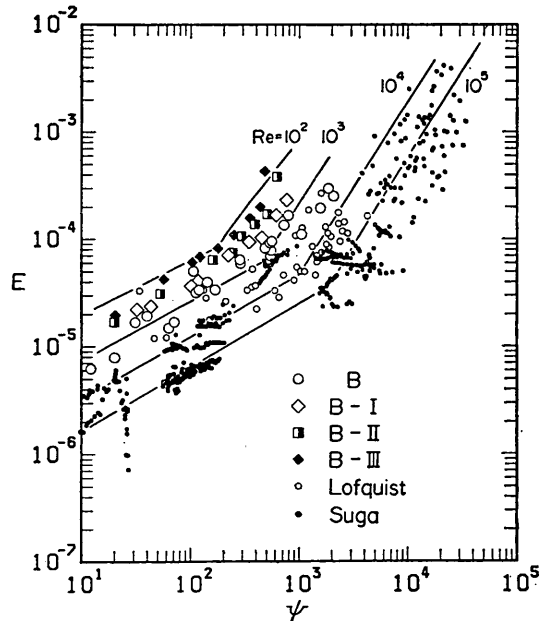


図-23 連行係数  $E$  と  $\phi$  の関係

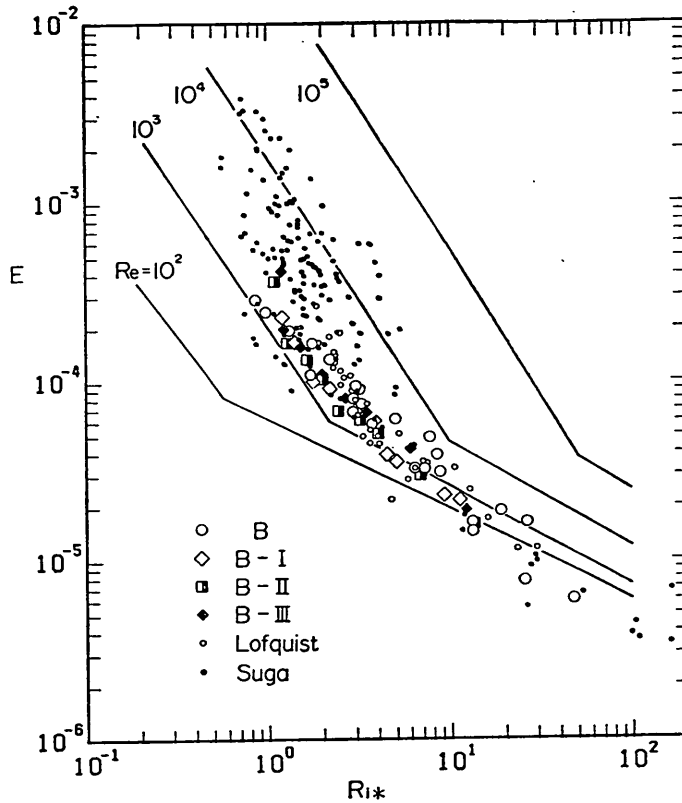


図-24 連行係数  $E$  と  $Ri_*$  の関係

るため、(49)式の  $E_*$  と  $K$  の関係を  $f_t$  についての算定式を用いて層平均量に変換して、従来の実験結果と比較する。 $E_*$  は次のように平均流速を用いた連行係数  $E$  と関係づけられる。

$$E_* = E \left( \frac{f_t}{2} \right)^{-1/2} \quad (78)$$

また  $K = \phi \left( \frac{f_t}{2} \right)^{3/2}$  であるので、(49)式は次のように層平均量に置き換えられる。つまり

$$\left. \begin{aligned} E &= 0.0048 \phi^{0.681} \left( \frac{f_t}{2} \right)^{1.5215} \left( \phi < 0.1 \left( \frac{f_t}{2} \right)^{-3/2} \right) \\ &= 0.0627 \phi^{1.80} \left( \frac{f_t}{2} \right)^{3.20} \left( \phi \geq 0.1 \left( \frac{f_t}{2} \right)^{-3/2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (79)$$

である。さらに(79)式を層平均リチャードソン数  $Ri_*$  で置き換えると、

$$E = 0.0048 Ri_*^{-0.681} R_e^{0.651} \left( \frac{f_t}{2} \right)^{1.5215} \left. \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} & \left( Ri_* > 10 R_e \left( \frac{f_t}{2} \right)^{3/2} \right) \\ & = 0.0627 Ri_*^{-1.80} R_e^{1.80} \left( \frac{f_t}{2} \right)^{3.20} \\ & \left( Ri_* \leq 10 R_e \left( \frac{f_t}{2} \right)^{3/2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

となる。(79)式、(80)式でわかるように連行係数は層平均リチャードソン数のみの関数ではなく、少なからずレイノルズ数の影響を受けていることがわかる。

図-23は  $R_e$  をパラメータとして  $E$  と  $\phi$  の関係を  $u_i/u_*$  を(70)式で与えて計算したものである。同時に今回の実験と Lofquist<sup>6)</sup> 及び須賀<sup>8)</sup> の測定値をプロットしている。各測定値のレイノルズ数の範囲はわれわれの実験が  $R_e = 250 \sim 2000$  であり、Lofquist の実験は水深として幾何学的径深を用いた場合、 $R_e = 1000 \sim 8000$  程度である。また須賀の測定値の  $R_e$  は明示されていないが  $\phi$  の値から推定すると  $R_e$  は  $10^3 \sim 10^5$  の範囲であろう。図から明らかなように計算値と測定値はかなりよく一致し

ており、それぞれの測定値は対応するレイノルズ数の曲線の近くにかたまっている。また曲線の屈折点は界面の安定限界に相当しており、連行係数の増加はこれを境に急激になっているが、実測値もほぼ同じ傾向を示している。また図-24は $E$ と $R_{i*}$ の関係を調べたものである。図には図-23と同様われわれの実験とLofquistと須賀のデータをプロットしている。須賀のデータは文献(36)の付表で詳細な水理量のわかるデータについて幾何学的な径深を求め、新たに $R_{i*}$ を求め直してプロットしている。したがってここで用いたのは須賀が行った膨大な量の実験の一部でこれについてはレイノルズ数が $10^3$ 程度から $3 \times 10^4$ 程度である。さて、レイノルズ数は須賀の実験、Lofquistの実験、われわれの実験の順で小さくなっているが、連行係数の値も同じように小さくなっており、レイノルズ数の影響がみられる。実測値と計算値の適合性はかなりよく、(79)式、あるいは(80)式で連行係数が表されるものと考えられる。また(70)式で界面流速が表される場合、図-18からわかるように $R_e$ が一定のときには $f_i$ があまり変化しないため、連行係数はほぼ $R_{i*}$ のべき乗に比例することになる。つまり、界面が安定なときには $E \propto R_{i*}^{-0.691}$ であり、界面が不安定なときは $E \propto R_{i*}^{-1.60}$ となることがわかる。同一水路の実験の場合、 $R_e$ はあまり大きく変化しないため、これまでは $R_e$ の影響が明確には現れず、 $R_{i*}$ だけで連行係数が記述されてきたものと思われる。ところで、ここで計算に用いた界面流速の値は今回の実験についての値であり、図-23、24に示した計算値は広く一般に適用できるかどうかはさらに検討を加える必要がある。しかし、界面流速がわかれば界面抵抗係数だけでなく、界面の混合特性もかなり正確に知ることができるようした計算法は一般に応用する場合にもかなり有効であると思われる。

## 6. まとめ

本研究では、下層二層流の実験を行い、密度界面近傍の乱れ特性を詳細に調べ、その普遍的性質を検討した。さらにその成果を用いて界面抵抗係数、界面の安定限界及び連行係数を計算するとともに今回の実験結果や既往の実測値と計算結果を比較し、その妥当性を検証した。

今回の研究から得られた成果をまとめると次のとおりである。

- (1) 界面近くの乱れ強度 $(\overline{u'^2})^{1/2}$ は底面の粗度が変化しても顕著な変化はみられないが、界面での値を $u_*$ で無次元化した $(\overline{u'^2})^{1/2}_i/u_*$ は $u_*$ を用いたクーリガンパラメータ $K$ の増加にともなって増大する。
- (2) 界面波高 $\sqrt{\eta^3}$ と密度分布の特性長 $l_p$ を $\nu/u_*$ で

無次元化した $u_*\sqrt{\eta^3}/\nu$ と $u_*l_p/\nu$ は $K$ が0.1より大きくなると急激に増大する。この結果、界面の安定限界が $K_c=0.1$ であることがわかった。

- (3) 界面の上昇速度 $W_{e1}$ を $u_*$ で無次元化した $E_*$ はケースが異なっても $K$ に対してよくまとまり、(49)式の関係が得られた。
- (4) 平均流速はCsanady<sup>6)</sup>やUra *et al.*<sup>10)</sup>が明らかにしているように界面付近では直線分布に従い、それに続く領域では対数分布に従うことが確認された。また有効動粘性係数を導入することにより、流速分布が(59)、(60)式のように普遍関数で表された。
- (5) 平均流速分布を層内で積分することにより、界面抵抗係数を算定した。計算結果は今回の実験値及び既往の実測値とよく一致したが、界面抵抗係数に界面流速が強く影響することがわかった。
- (6) 界面の安定限界 $K_c=0.1$ と界面抵抗係数の算定式を用いて限界クーリガン数 $\theta_c$ とレイノルズ数 $R_e$ の関係を求めた。計算結果はKeuleganとIppen and Harlemanの実験値とよく一致した。また、 $R_e$ が大きくなればなるほど $\theta_c$ は小さくなることがわかった。
- (7)  $E_*$ と $K$ の関係((49)式)と界面抵抗係数の算定式を用いて、連行係数 $E$ を計算した。その結果 $E$ が従来考えられてきたような層平均リチャードソン数のみの関数ではなく、 $R_e$ が大きいほど連行係数 $E$ が大きくなることがわかった。

最後に本研究における実験は当初、いろいろな乱れの条件下での内部波の発生と発達の特性を調べる目的で、各種粗度上での下層二層流の実験を加藤 始茨城大学教授の立案と御指導のもとに行ったものがきっかけとなっている。その後、乱れの特性および連行係数に関するデータを加えたが、本論文とりまとめに際しても加藤教授より有益な御意見を頂いた。また実験及びデータ整理には元水理研究室の池田高則技官(現第四港湾建設局勤務)に多大の協力をして頂いた。ここに記して心より感謝の意を表する。

(1985年3月30日受付)

## 参 考 文 献

- 1) Keulegan, G. H.: Interfacial instability and mixing in stratified flows, *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, Vol. 43, R P 2040, pp. 487-500, 1949.
- 2) Shi-igai, H.: On the resistance coefficient at the interface between salt and fresh water, *Trans. of JSCE*, No. 123, Nov., pp. 27-31, 1965.

- 3) 浜田徳一：密度流の問題(1)，第13回海岸工学講演会講演集，pp. 259-262，1966.
- 4) 玉井信行・浅枝隆：淡塩2層境界面における抵抗係数について，土木学会論文報告集，第271号，pp. 67-81，1978.
- 5) Ippen, A. T. and D. R. F. Harleman: Steady-state characteristics of subsurface flow, Gravity Wave Symposium, Nat. Bureau. Standards., Circulation 521, pp. 79-93, 1951.
- 6) Csanady, G. T.: Turbulent interface layers, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 83, No. C5 pp. 2329-2342, 1978.
- 7) 芦田和男・江頭進治：成層密度流の流速分布則に関する研究，京大防災研究所年報，第21号，B-2，pp. 455-465，1978.
- 8) 日野幹雄：密度流の流速分布および界面抵抗について，第23回水理講演会論文集，pp. 347-353，1979.
- 9) Lofquist, K.: Flow and stress near an interface between stratified liquids, *The Physics of fluids*, Vol. 3, No. 2, pp. 158-175, 1960.
- 10) 日野幹雄・萩原 克：塩水楔の流速分布における Monin-Obukhov 理論の適用性について，第26回海岸工学講演会論文集，pp. 549-553，1979.
- 11) 日野幹雄・グェン ソン フン・中村健一・東江隆夫：塩水楔の流速分布における Monin-Obukhov 理論の適用性について——抵抗および連行係数——，第27回海岸工学講演会論文集，pp. 414-418，1980.
- 12) 日野幹雄・Nguyen Son Hung・中村健一：塩水楔型二層密度流における抵抗係数および流速構造，第28回海岸工学講演会論文集，pp. 515-519，1981.
- 13) Hino, M. and Nguen son Hung: Velocity distribution, interfacial friction and entrainment in two-layered stratified flows, *Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering*, Vol. 1, No. 1, pp. 9-36, 1983.
- 14) 金子安雄：2層流境界面抵抗係数の一例，第13回海岸工学講演集，pp. 263-267，1966.
- 15) 加藤始・中野晋・池田高則：下層2層流についての実験的研究，港湾技術研究所報告，第21巻，第1号，pp. 31-56，1982.
- 16) Ura, M., T. Tsubaki and N. Matsunaga: Characteristics of flow and turbulence near the interfacial waves in upper-layer flow, *Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering*, Vol. 2, No. 1, pp. 27-45, 1984.
- 17) 玉井信行：密度流の水理，260 p.，技報堂出版，1980.
- 18) 西田修三・吉田静男：二層流の安定性解析，第29回海岸工学講演論文集，pp. 550-554，1982.
- 19) 西田修三・吉田静男：二層流の安定限界，第27回水理講演会論文集，pp. 549-553，1983.
- 20) 西田修三・吉田静男：二層流の安定性に関する実験的研究，第28回水理講演会論文集，pp. 339-343，1984.
- 21) 浦 勝・椿東一郎・松永信博・並川正：密度界面における連行に及ぼす乱れの寄与，第29回水理講演会論文集，pp. 401-406，1985.
- 22) 鶴谷広一・中野晋・一戸秀久：吹送流による密度界面の混合と乱れ特性，第31回海岸工学講演会論文集，pp. 655-659，1984.
- 23) 須賀堯三・高橋 晃：感潮河川の水理 II 内部抵抗係数と連行係数の実用式，土木研究所報告，第160号-2，pp. 37-66，1983.
- 24) 松永信博・浦 勝・並川正・椿東一郎：上層流における界面近傍の流れ特性，第28回水理講演会論文集，pp. 345-351，1984.
- 25) たとえば水理公式集，昭和46年改訂版，土木学会.
- 26) 祢津家久・中川博次：直線開水路乱流の三次元流れに関する実験的研究，第29回水理講演会論文集，pp. 769-774，1985.
- 27) 富永晃宏・江崎一博：開水路の三次元乱流構造に及ぼす側壁および境界粗度の効果，第29回水理講演会論文集，pp. 827-832，1985.
- 28) 芦田和男・江頭進治：密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究(1)——躍層における拡散係数を中心として——，京大防災研究所年報，第18号B，pp. 495-512，1975.
- 29) Kondo, J., O. Kanechika, and N. Yasuda: Heat and momentum transfers under strong stability in the atmospheric surface layer, *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol. 35, pp. 1012-1021, 1978.
- 30) 芦田和男・江頭進治：泥水密度流に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第23号，pp. 37-50，1975.
- 31) 江頭進治・芦田和男：成層密度流の流れの構造に関する研究，京大防災研究所年報，第22号，B-2，pp. 355-381，1979.
- 32) Keulegan, G. H.: The mechanism of an arrested saline wedge, in Estuary and Coastline Hydrodynamics, A. T. Ippen ed., McGraw-Hill, New York, pp. 546-504, 1966.
- 33) 椿東一郎・小松利光・下田五郎：2層境界面における内部波と乱れに関する実験的研究，第25回水理講演会論文集，pp. 311-319，1981.
- 34) Georgiev, B.V.: Some experimental investigation on turbulent characteristics of stratified flows, International Symposium on Stratified Flows, pp. 507-515, 1972.
- 35) 水理公式集，昭和46年改訂版，p. 584，土木学会.
- 36) 須賀堯三：感潮河川における塩水くさび水理に関する基礎的研究，土木研究所資料，1537号，pp. 1-229，1979.
- 37) 吉田静男・柏村正和：河口二成層の流れ構造の解析，第25回海岸工学講演会論文集，pp. 460-464，1978.
- 38) Partheniades, E. and V. Dermissis: Interfacial friction coefficients in a two-layered stratified flow, *Proc. 16 th Coastal Engineering Conf. Vol. III*, pp. 2778-2797, 1978.
- 39) Kato, H. and O. M. Phillips: On the penetration

of a turbulent layer into stratified fluid, *J. Fluid Mech.*, **37**, pp. 643-655, 1969.  
 40) Kantha, L. H., O. M. Phillips and R. S. Azad: On turbulent entrainment at a stable density interface, *J. Fluid Mech.*, **79**, pp. 753-768, 1977.

主要記号一覧表

- $B$  : 水路の幅
- $E$  : 連行係数 ( $= W_{e1}/\bar{U}$ )
- $E_*$  : 連行係数 ( $= W_{e1}/u_*$ )
- $F_i$  : 内部フルード数 ( $= \bar{U}^2/\varepsilon gh$ )
- $F_{ic}$  : 限界内部フルード数
- $f_t$  : 界面抵抗係数 ( $= 2(u_*/\bar{U})^2$ )
- $f_{tm}$  : 連行による付加抵抗係数 ( $= 2E$ )
- $g$  : 重力加速度
- $H$  : 全水深
- $h$  : 層の水深
- $h_1, h_2$  : それぞれ上層, 下層の水深
- $i_1, i_2$  : それぞれ上層, 下層のエネルギー勾配
- $i_b$  : 水路勾配
- $K$  : クーリガンパラメータ ( $= u_*^3/\varepsilon g\nu$ )
- $L$  : (51)式の Monin-Obukhov 長さ
- $l$  : 混合距離
- $l_0$  : 界面での混合距離
- $l_\rho$  : 密度分布の特性長 (式(37))
- $n_b$  : 底面の Manning の粗度係数
- $n_w$  : 側面の Manning の粗度係数
- $Q$  : 流量
- $R$  : (18)式の径深
- $R'$  : 幾何学的径深
- $R_*$  : レイノルズ数 ( $= u_* h_1/\nu$ )
- $\bar{R}$  : リチャードソン数 ( $= \varepsilon g\nu/u_*^3$ )
- $R_i$  : 局所リチャードソン数
- $R_{i*}$  : 層平均リチャードソン数
- $R_e$  : レイノルズ数
- $t$  : 時間
- $\bar{U}$  : 断面平均流速
- $U_1, U_2$  : それぞれ上層, 下層の平均流速
- $U_{max}$  : 最大流速
- $U_\tau$  : 代表流速
- $u$  : 水平方向の流速の平均値

- $u'$  : 水平方向の流速の変動成分
- $(\overline{u'^2})^{1/2}$  : 水平方向の流速の乱れ強度
- $u_*$  : 界面の摩擦速度
- $u_i$  : 界面流速
- $V_*$  :  $= u_i/u_*$
- $W_e$  : (25)式の連行速度
- $W_{e1}$  : 界面の上昇速度あるいは低下速度
- $w$  : 鉛直方向の流速の平均値
- $w'$  : 鉛直方向の流速の変動成分
- $w_i, w_0$  : それぞれ界面及び底面での鉛直流速
- $x$  : 水平方向の位置
- $z$  : 底面からの高さ (鉛直上向き)
- $z_i$  : 界面からの距離 (下層流の場合は下向き)
- $\beta$  : Monin-Obukhov 係数
- $\Delta h$  : ベンチュリーの差圧水頭
- $\Delta\rho$  : 上層と下層の密度差
- $\delta$  : 流速が直線分布に従う限界の高さ
- $\delta_s$  :  $= u_*\delta/\nu$
- $\delta_*$  :  $= \delta/h_1$
- $\varepsilon$  :  $= (\rho_1 - \rho_2)/\rho_1$
- $\eta_i$  :  $= z_i/h_1$
- $(\overline{\eta^2})^{1/2}$  : 界面変動の r. m. s 値
- $\theta$  : クーリガン数 ( $= (\varepsilon g\nu)^{1/3}/\bar{U}$ )
- $\theta_c$  : 限界クーリガン数
- $\kappa$  : カルマン定数
- $\mu$  : 分子粘性係数
- $\nu$  : 分子動粘性係数
- $\nu'$  : 界面変動ともなう付加的動粘性係数
- $\nu_e$  : 有効動粘性係数
- $\rho$  : 高さ  $z$  における密度
- $\rho_i$  : 界面の密度 ( $= (\rho_1 + \rho_2)/2$ )
- $\rho_1, \rho_2$  : それぞれ上層, 下層の密度
- $\tau_i$  : 界面のせん断応力
- $\tau_{iv}$  :  $\tau_i$  の粘性応力成分
- $\tau_{iw}$  :  $\tau_i$  の界面変動ともなう付加応力成分
- $\tau_{ie}$  :  $\tau_i$  の連行ともなう付加応力成分
- $\tau_{it}$  :  $\tau_i$  のレイノルズ応力成分
- $\tau_b$  : 底面のせん断応力
- $\tau_s$  : 水面のせん断応力
- $\tau_w$  : 壁面のせん断応力
- $\psi$  : 岩崎数 ( $= R_e F_i^2$ )



付表-1(a) 進行速度の測定結果 (ケースB)

Run	$\Delta h$ (cm)	$H_0$ (cm)	$h_2$ (cm)	$10^2 \varepsilon$	$\nu$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$10^4 W_e$ ( $\text{cm}/\text{s}$ )	$I_p$ (cm)	$\bar{U}$ ( $\text{cm}/\text{s}$ )	$u^*$ ( $\text{cm}/\text{s}$ )	$R$ (cm)	$10^{-2} R_e$	$R_{**}$	$10^{-2} \psi$	$10^2 K$	$10^5 E$	$10^4 E^*$	$u_* I_p / \nu$
1	39.90	23.9	10.45	3.00	0.0084	4.68	0.230	5.11	0.316	2.71	16.5	3.06	5.39	12.8	9.17	14.8	8.65
2	39.90	24.6	10.33	3.00	0.0084	4.86	0.262	5.17	0.314	2.68	16.5	2.96	5.58	12.5	9.41	15.5	9.79
3	39.90	26.0	10.39	3.00	0.0084	3.97	0.290	5.14	0.322	2.82	17.2	3.14	5.48	13.5	7.73	12.3	11.1
4	25.80	24.9	10.37	3.00	0.0084	2.61	0.273	4.14	0.262	2.79	13.8	4.80	2.87	7.29	6.31	9.96	8.52
5	17.95	21.9	10.34	3.00	0.0084	1.14	0.259	3.46	0.210	2.53	10.4	6.20	1.68	3.73	3.29	5.44	6.46
6	60.30	21.3	10.38	2.95	0.0083	6.96	0.258	6.32	0.350	2.32	17.6	1.68	10.5	17.8	11.0	19.9	10.9
7	75.00	24.4	10.28	2.75	0.0084	13.7	0.422	7.12	0.388	2.43	20.6	1.29	15.9	25.7	19.3	35.3	19.5
8	84.00	26.2	10.08	2.58	0.0085	19.0	0.552	7.68	0.384	2.26	20.4	0.968	21.1	26.3	24.7	49.5	24.9
9	10.00	24.4	10.38	3.09	0.0091	0.376	0.392	2.57	0.167	2.81	7.96	12.9	0.618	1.68	1.46	2.25	7.18
10	14.50	24.0	10.39	2.98	0.0088	0.980	0.338	3.10	0.198	2.77	9.75	8.45	1.15	3.03	3.17	4.94	7.61
11	7.10	24.7	10.44	3.00	0.0087	0.407	0.445	2.16	0.143	2.90	7.18	18.3	0.392	1.14	1.89	2.85	7.31
12	4.50	20.6	10.44	3.00	0.0087	0.133	0.447	1.72	0.106	2.48	4.89	24.7	0.198	0.461	0.775	1.26	5.43
13	20.10	23.0	10.36	1.90	0.0090	2.14	0.234	3.66	0.221	2.59	10.5	3.61	2.91	6.46	5.85	9.68	5.75
14	39.95	22.2	10.31	1.96	0.0091	8.54	0.227	5.18	0.289	2.40	13.6	1.72	7.94	13.8	16.5	29.6	7.21
15	65.25	25.6	10.06	1.82	0.0092	19.7	0.466	6.78	0.325	2.16	15.9	0.836	19.0	20.9	29.0	60.6	16.5
16	25.00	23.5	10.42	5.00	0.0096	1.58	0.297	4.05	0.259	2.75	11.6	8.20	1.42	3.70	3.90	6.10	8.02
17	15.30	22.0	10.43	5.01	0.0092	0.524	0.346	3.17	0.199	2.62	9.02	12.8	0.704	1.75	1.65	2.63	7.49
18	8.95	25.9	10.44	5.06	0.0093	0.398	0.414	2.42	0.164	3.00	7.81	25.4	0.307	0.952	1.64	2.43	7.29
19	4.70	24.1	10.44	5.02	0.0092	0.108	0.443	1.75	0.116	2.86	5.45	45.7	0.119	0.345	0.616	0.931	5.59
20	2.80	22.2	10.48	5.01	0.0092	0.00	0.446	1.35	0.087	2.69	3.95	72.7	0.0543	0.146	0.00	0.00	4.22
21	39.90	23.7	10.43	2.86	0.0097	4.17	0.162	5.12	0.312	2.66	14.0	2.85	4.92	11.2	8.15	13.3	5.22
22	39.90	23.7	10.44	2.82	0.0088	3.52	0.135	5.11	0.312	2.66	15.4	2.81	5.49	12.5	6.89	11.3	4.78
23	60.00	26.7	10.48	3.00	0.0113	8.39	0.305	6.24	0.389	2.86	15.8	2.16	7.32	17.7	13.4	21.6	10.5
24	18.35	24.0	10.48	3.00	0.0118	1.13	0.327	3.45	0.224	2.81	8.23	6.94	1.19	3.23	3.27	5.05	6.20
25	10.30	23.8	10.32	1.93	0.0090	1.29	0.363	2.63	0.165	2.71	7.92	7.44	1.06	2.64	4.91	7.82	6.65

付表-1(b) 連行速度の測定結果 (ケース B-I)

Run	$\Delta h$ (cm)	$H_0$ (cm)	$h_2$ (cm)	$10^2 \epsilon$	$\nu$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$10^4 W_e$ ( $\text{cm}/\text{s}$ )	$l_p$ (cm)	$\bar{U}$ ( $\text{cm}/\text{s}$ )	$u_*$ ( $\text{cm}/\text{s}$ )	$R$ (cm)	$10^{-2} R_e$	$R_{t*}$	$10^{-2} \psi$	$10^2 K$	$10^5 E$	$10^4 E^*$	$u_* l_p / \nu$
1	5.05	21.0	10.60	1.04	0.0132	0.414	0.341	1.79	0.128	2.85	3.87	9.07	0.427	1.56	2.31	3.24	3.31
2	10.05	21.0	10.60	1.03	0.0127	1.00	0.300	2.53	0.176	2.81	5.58	4.44	1.26	4.27	3.96	5.68	4.16
3	18.45	21.0	10.59	0.95	0.0124	3.15	0.264	3.43	0.227	2.71	7.50	2.15	3.48	20.2	9.19	13.9	4.84
4	21.50	21.0	10.52	0.94	0.0124	3.74	0.212	3.72	0.238	2.63	7.91	1.75	4.52	11.8	10.0	15.7	4.07
5	26.35	21.0	10.51	0.93	0.0124	6.79	0.273	4.13	0.256	2.59	8.62	1.39	6.21	14.9	16.5	26.5	5.64
6	29.95	21.0	10.54	0.90	0.0124	10.1	0.313	4.39	0.268	2.58	9.12	1.18	7.71	17.5	23.0	37.7	6.76
7	13.10	21.0	10.60	0.90	0.0124	2.00	0.354	2.88	0.197	2.77	6.44	2.93	2.19	6.94	6.93	10.2	5.61
8	7.95	21.0	10.65	0.90	0.0126	0.807	0.305	2.24	0.158	2.84	5.04	5.01	1.01	3.56	3.61	5.10	3.83
9	3.68	21.0	10.65	0.91	0.0124	0.329	0.438	1.52	0.110	2.88	3.54	11.1	0.318	1.21	2.16	2.99	3.89
10	1.85	21.0	10.65	0.92	0.0124	0.00	0.465	1.08	0.079	2.90	2.52	22.4	0.112	0.436	0.00	0.00	2.95

付表-1(c) 連行速度の測定結果 (ケース B-II)

Run	$\Delta h$ (cm)	$H_0$ (cm)	$h_2$ (cm)	$10^2 \epsilon$	$\nu$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$10^4 W_e$ ( $\text{cm}/\text{s}$ )	$l_p$ (cm)	$\bar{U}$ ( $\text{cm}/\text{s}$ )	$u_*$ ( $\text{cm}/\text{s}$ )	$R$ (cm)	$10^{-2} R_e$	$R_{t*}$	$10^{-2} \psi$	$10^2 K$	$10^5 E$	$10^4 E^*$	$u_* l_p / \nu$
1	9.85	22.0	10.77	1.00	0.0135	1.29	0.287	2.46	0.206	2.44	4.45	3.95	1.13	6.63	5.24	6.26	4.38
2	3.00	22.0	10.70	1.01	0.0129	0.225	0.437	1.37	0.117	2.48	2.63	13.1	0.200	1.26	1.65	1.92	3.97
3	5.63	22.0	10.64	1.01	0.0129	0.571	0.374	1.88	0.157	2.41	3.52	6.72	0.523	3.02	3.03	3.64	4.55
4	11.95	22.0	10.71	1.01	0.0127	1.70	0.259	2.73	0.223	2.38	5.10	3.17	1.61	8.77	6.24	7.64	4.54
5	14.95	22.0	10.68	1.00	0.0127	2.13	0.289	3.06	0.243	2.31	5.57	2.42	2.30	11.5	6.97	8.77	5.53
6	17.98	22.0	10.69	1.00	0.0128	3.45	0.248	3.35	0.262	2.28	5.98	1.99	3.00	14.4	10.3	13.2	5.08
7	21.10	22.0	10.66	0.99	0.0126	4.88	0.291	3.64	0.277	2.22	6.41	1.62	3.94	17.3	13.4	17.6	6.39
8	24.40	22.0	10.56	0.97	0.0127	6.55	0.316	3.95	0.283	2.08	6.47	1.27	5.11	18.9	16.6	23.1	7.05
9	27.35	22.0	10.61	0.91	0.0128	15.4	0.462	4.16	0.298	2.12	6.88	1.09	6.32	23.1	37.0	51.7	10.7

付表-I(d) 進行速度の測定結果 (ケース B-III)

Run	$\Delta h$ (cm)	$H_0$ (cm)	$h_s$ (cm)	$10^8 \epsilon$	$\nu$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$10^4 W_e$ ( $\text{cm}/\text{s}$ )	$l_p$ (cm)	$\bar{U}$ ( $\text{cm}/\text{s}$ )	$u^*$ ( $\text{cm}/\text{s}$ )	$R$ (cm)	$10^{-3} R_e$	$R_{i^*}$	$10^{-2} \phi$	$10^{-2} K$	$10^5 E$	$10^4 E^*$	$u^* l_p / \nu$
1	9.98	21.5	10.51	1.02	0.0133	1.70	0.252	2.54	0.206	2.24	4.28	3.47	1.23	6.57	6.70	8.25	3.90
2	3.03	21.5	10.52	1.03	0.0132	0.267	0.407	1.40	0.118	2.33	2.47	12.1	0.205	1.25	1.91	2.25	3.65
3	5.98	21.5	10.52	1.03	0.0132	0.822	0.308	1.96	0.164	2.30	3.42	6.02	0.568	3.29	4.19	5.02	3.82
4	9.00	21.5	10.50	1.03	0.0133	1.45	0.278	2.41	0.197	2.25	4.08	3.90	1.05	5.66	6.01	7.38	4.11
5	12.90	21.5	10.51	1.03	0.0132	2.31	0.254	2.89	0.230	2.20	4.81	2.67	1.81	9.13	8.00	10.0	4.43
6	15.95	21.5	10.43	1.01	0.0133	3.50	0.215	3.23	0.246	2.10	5.10	1.98	2.57	11.4	10.8	14.2	3.98
7	19.23	21.5	10.35	1.00	0.0131	5.60	0.220	3.58	0.260	1.99	5.43	1.52	3.57	13.7	15.6	21.6	4.36
8	22.03	21.5	10.30	0.99	0.0132	7.51	0.387	3.85	0.268	1.90	5.54	1.24	4.45	15.1	19.5	28.0	7.87
9	23.05	21.5	10.31	0.96	0.0132	16.5	0.503	3.93	0.277	1.96	5.85	1.19	4.90	17.1	41.9	59.5	10.6

付表-2(a) 界面波高の測定結果 (ケースB)

Run	$\Delta h$ (cm)	$H_0$ (cm)	$h_2$ (cm)	$10^2 \varepsilon$	$\nu$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$10^2 \sqrt{\eta^2}$ (cm)	$\bar{U}$ (cm/s)	$u_*$ (cm/s)	$R$ (cm)	$10^{-2} R_e$	$R_{i*}$	$10^2 K$	$u_* \sqrt{\eta^2} / \nu$
1	18.35	25.0	10.48	3.00	0.0120	0.836	3.45	0.227	2.90	8.35	7.16	3.33	0.158
2	25.80	25.0	10.44	3.00	0.0105	1.03	4.11	0.265	2.85	11.1	4.96	6.01	0.260
3	39.95	25.0	10.37	3.00	0.0104	1.07	5.15	0.317	2.74	13.5	3.04	10.5	0.327
4	49.85	25.0	10.35	3.00	0.0106	4.11	5.76	0.346	2.68	14.6	2.37	13.3	1.34
5	49.85	25.0	10.35	3.00	0.0106	5.83	5.76	0.346	2.68	14.6	2.37	13.3	1.91
6	49.85	25.0	10.35	3.00	0.0106	6.31	5.76	0.346	2.68	14.6	2.37	13.3	2.06
7	60.10	25.0	10.42	3.00	0.0105	7.85	6.28	0.377	2.68	16.1	2.00	17.3	2.82
8	70.10	25.0	10.19	2.80	0.0102	10.5	6.94	0.376	2.42	16.5	1.38	19.4	3.88
9	59.95	24.9	10.33	2.86	0.0106	7.25	6.33	0.368	2.59	15.5	1.81	16.7	2.52
10	70.15	25.0	10.37	2.94	0.0109	8.92	6.82	0.394	2.59	16.2	1.60	19.4	3.22
11	70.15	24.5	10.19	2.88	0.0110	11.4	6.94	0.376	2.40	15.1	1.40	17.1	3.90
12	30.00	24.5	10.48	3.00	0.0120	0.909	4.41	0.283	2.82	10.4	4.25	6.40	0.214
13	46.10	24.5	10.46	3.00	0.0120	2.36	5.48	0.339	2.74	12.5	2.68	11.0	0.667
14	43.10	24.8	10.46	3.00	0.0120	1.83	5.30	0.331	2.77	12.2	2.90	10.3	0.505
15	34.90	24.8	10.50	3.00	0.0120	1.28	4.75	0.304	2.83	12.2	3.69	7.97	0.324

付表-2(b) 界面波高の測定結果 (ケースB-I)

Run	$\Delta h$ (cm)	$H_0$ (cm)	$h_2$ (cm)	$10^2 \varepsilon$	$\nu$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$10^2 \sqrt{\eta^2}$ (cm)	$\bar{U}$ (cm/s)	$u_*$ (cm/s)	$R$ (cm)	$10^2 R_e$	$R_{i*}$	$10^2 K$	$u_* \sqrt{\eta^2} / \nu$
1	11.05	21.0	10.60	1.02	0.0135	1.96	2.65	0.184	2.80	5.50	3.99	4.61	0.267
2	9.00	21.0	10.65	1.02	0.0131	1.43	2.38	0.168	2.84	5.16	5.02	3.64	0.184
3	7.05	21.0	10.65	1.03	0.0126	1.60	2.11	0.150	2.86	4.78	6.51	2.67	0.191
4	8.95	21.0	10.60	1.03	0.0125	1.91	2.38	0.167	2.82	5.38	5.01	3.71	0.256
5	20.00	21.0	10.60	1.03	0.0124	4.92	3.56	0.237	2.72	7.82	2.16	10.6	0.940
6	21.00	21.0	10.60	1.03	0.0124	5.05	3.65	0.242	2.71	7.99	2.05	11.3	0.984
7	21.95	21.0	10.60	1.03	0.0123	5.82	3.73	0.246	2.70	8.21	1.96	12.0	1.16
8	24.05	21.0	10.60	1.03	0.0123	7.78	3.91	0.254	2.68	8.53	1.77	13.3	1.61
9	25.05	21.0	10.60	1.03	0.0123	8.26	3.99	0.258	2.67	8.67	1.70	13.9	1.73
10	26.10	21.0	10.60	1.02	0.0123	9.14	4.07	0.262	2.66	8.81	1.60	14.6	1.95
11	28.05	21.0	10.60	1.02	0.0123	11.4	4.22	0.269	2.64	9.06	1.48	15.7	2.49
12	30.05	21.0	10.60	1.00	0.0123	10.3	4.37	0.274	2.61	9.28	1.34	17.0	2.29
13	32.05	21.0	10.10	1.00	0.0123	11.1	4.51	0.280	2.59	9.50	1.25	18.1	2.52
14	33.90	21.0	10.65	0.98	0.0123	10.2	4.62	0.285	2.59	9.73	1.17	19.7	2.37
15	37.15	21.0	10.70	0.98	0.0122	13.3	4.81	0.295	2.58	10.2	1.07	21.9	3.22
16	39.50	21.0	10.50	0.96	0.0122	17.2	5.06	0.288	2.42	10.0	0.890	20.8	4.06
17	33.75	21.0	10.85	0.93	0.0122	15.9	4.52	0.290	2.68	9.95	1.20	21.9	3.78
18	22.60	21.0	10.60	0.91	0.0122	9.34	3.79	0.245	2.67	8.29	1.66	13.5	1.87
19	18.20	21.0	10.60	0.91	0.0122	6.32	3.40	0.225	2.72	7.57	2.10	10.5	1.17
20	14.80	21.0	10.60	0.92	0.0122	3.72	3.07	0.207	2.75	6.92	2.64	8.11	0.632
21	11.55	21.0	10.70	0.92	0.0121	2.27	2.68	0.188	2.83	6.28	3.55	6.11	0.353
22	8.70	21.0	10.65	0.93	0.0122	1.64	2.34	0.165	2.84	5.44	4.73	4.05	0.222

淡水二層密度界面の抵抗と混合特性

付表-2(c) 界面波高の測定結果 (ケースB-II)

Run	$\Delta h$ (cm)	$H_0$ (cm)	$h_2$ (cm)	$10^2 \varepsilon$	$\nu$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$10^2 \sqrt{\eta^2}$ (cm)	$\bar{U}$ (cm/s)	$u_*$ (cm/s)	$R$ (cm)	$10^2 R_e$	$R_{t*}$	$10^2 K$	$u_* \sqrt{\eta^2} / \nu$
1	16.10	21.0	10.20	0.99	0.0117	3.37	3.32	0.223	1.85	5.25	1.62	9.71	0.641
2	12.05	21.0	10.20	0.99	0.0118	2.26	2.87	0.199	1.91	4.66	2.24	6.88	0.381
3	19.95	21.0	10.30	1.00	0.0117	5.98	3.66	0.246	1.87	5.86	1.37	13.0	1.26
4	30.00	21.0	10.20	0.99	0.0117	12.3	4.54	0.267	1.60	6.22	0.757	16.8	2.81
5	27.10	21.0	10.20	0.94	0.0117	15.3	4.31	0.258	1.63	6.01	0.809	15.9	3.37
6	24.90	21.0	10.30	0.93	0.0117	15.0	4.09	0.260	1.76	6.15	0.958	16.4	3.33
7	23.15	21.0	10.30	0.91	0.0117	11.7	3.95	0.253	1.78	6.01	1.02	15.6	2.53
8	21.25	21.0	10.30	0.89	0.0117	8.31	3.78	0.246	1.81	5.84	1.10	14.6	1.75
9	18.25	21.0	10.30	0.91	0.0117	5.86	3.50	0.235	1.87	5.60	1.36	12.6	1.18
10	14.25	21.0	10.30	0.93	0.0117	1.72	3.10	0.216	1.94	5.14	3.83	4.54	0.317
11	10.10	21.0	10.30	0.93	0.0117	1.99	2.61	0.188	2.01	4.47	2.69	6.20	0.319
12	6.55	21.0	10.30	0.93	0.0118	1.43	2.10	0.155	2.06	3.66	4.26	3.48	0.188
13	17.90	21.0	10.30	0.93	0.0118	4.39	3.47	0.235	1.88	5.53	1.42	12.0	0.873
14	22.10	21.0	10.30	0.93	0.0118	6.04	3.86	0.251	1.81	5.91	1.11	14.7	1.29
15	24.90	21.0	10.30	0.93	0.0118	8.29	4.09	0.260	1.76	6.10	0.958	16.3	1.82
16	27.25	21.0	10.30	0.93	0.0118	8.96	4.28	0.266	1.72	6.22	0.853	17.4	2.02
17	32.05	21.0	10.30	0.93	0.0118	16.9	4.64	0.274	1.62	6.39	0.686	19.1	3.93

付表-2(d) 界面波高の測定結果 (ケースB-III)

Run	$\Delta h$ (cm)	$H_0$ (cm)	$h_2$ (cm)	$10^2 \varepsilon$	$\nu$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$10^2 \sqrt{\eta^2}$ (cm)	$\bar{U}$ (cm/s)	$u_*$ (cm/s)	$R$ (cm)	$10^{-2} R_e$	$R_{t*}$	$10^2 K$	$u_* \sqrt{\eta^2} / \nu$
1	20.00	21.0	10.26	0.90	0.0120	8.49	3.68	0.251	1.84	5.63	1.19	15.0	1.78
2	11.90	21.0	10.26	1.01	0.0122	2.29	2.84	0.210	1.99	4.63	2.44	7.65	0.394
3	28.00	21.0	10.81	0.81	0.0122	17.5	4.13	0.308	2.10	7.12	0.975	30.3	4.42
4	28.00	21.0	10.81	0.86	0.0122	17.2	4.13	0.312	2.12	7.20	1.05	29.7	4.41
5	31.90	21.0	10.80	0.93	0.0122	20.6	4.42	0.329	2.10	7.59	0.979	32.1	5.56
6	22.90	21.0	10.38	0.86	0.0122	17.6	3.89	0.267	1.87	5.97	1.04	18.6	3.86
7	17.05	21.0	10.38	0.91	0.0122	14.3	3.36	0.245	1.98	5.46	1.57	13.5	2.87
8	21.10	21.0	10.38	0.91	0.0122	15.4	3.74	0.264	1.92	5.88	1.23	16.8	3.33
9	26.30	21.0	10.60	0.82	0.0122	16.7	4.09	0.290	1.97	6.60	0.948	24.9	3.97
10	15.25	21.0	10.23	0.91	0.0122	6.59	3.22	0.227	1.89	5.00	1.62	10.8	1.23
11	10.95	21.0	10.29	0.91	0.0122	2.53	2.72	0.202	2.01	4.47	2.43	7.59	0.419
12	8.05	21.0	10.29	0.92	0.0122	1.69	2.33	0.177	2.05	3.92	3.41	5.07	0.246
13	5.30	21.0	10.29	0.92	0.0122	1.11	1.89	0.147	2.09	3.24	5.28	2.88	0.134
14	10.05	21.3	10.41	1.01	0.0124	1.99	2.57	0.202	2.15	4.46	3.22	6.73	0.324
15	12.00	21.3	10.41	1.01	0.0124	2.39	2.81	0.218	2.13	4.82	2.66	8.46	0.420
16	14.10	21.3	10.41	1.01	0.0124	3.54	3.05	0.233	2.10	5.15	2.24	10.3	0.666
17	16.05	21.1	10.31	1.01	0.0124	5.10	3.28	0.240	1.98	5.23	1.82	11.2	0.985
18	18.10	21.3	10.41	1.00	0.0124	6.51	3.45	0.257	2.04	5.68	1.68	13.9	1.35
19	20.00	21.3	10.40	1.00	0.0124	8.54	3.63	0.266	2.01	5.88	1.49	15.4	1.83
20	21.95	21.1	10.31	0.99	0.0124	9.36	3.84	0.267	1.89	5.84	1.24	15.8	2.02
21	24.65	21.2	10.31	0.97	0.0125	14.2	4.07	0.276	1.84	6.00	1.06	17.8	3.14
22	26.45	21.3	10.41	0.94	0.0125	15.7	4.17	0.288	1.90	6.33	1.00	20.7	3.62
23	27.70	21.7	10.71	0.90	0.0125	17.9	4.15	0.313	2.14	7.10	1.09	27.8	4.48
24	24.90	21.5	10.51	0.84	0.0126	15.0	4.01	0.284	1.97	6.28	1.01	22.2	3.39
25	20.25	21.3	10.41	0.82	0.0126	12.0	3.65	0.259	1.95	5.64	1.17	17.1	2.47