

運輸省港湾技術研究所

港湾技術研究所

報告

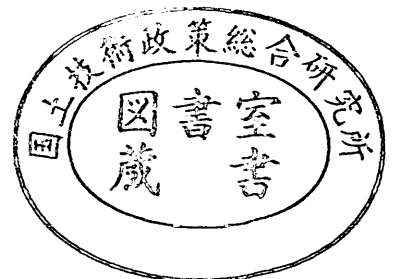
REPORT OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH
INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT

VOL. 20

NO. 3

SEPT. 1981

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



港湾技術研究所報告 (REPORT OF P.H.R.I.)

第20巻第3号 (Vol. 20, No. 3), 1981年9月 (Sept. 1981)

目 次 (CONTENTS)

1. Analysis of Edge Waves by Means of Empirical Eigenfunctions
.....Kazumasa KATO 3
(経験的固有関数によるエッジ波の解析.....加藤一正)
2. 共分散法を用いた波向測定方式の数値的検討合田良実.....53
(Numerical Examination of the Measuring Technique of Wave Direction
with the 'Covariance Method'Yoshimi GODA)
3. 流れの中の風波についての実験的研究 (第3報) 一波の推算法とその検証
実験一 加藤 始, 鶴谷広一, 寺川博也.....93
(Experimental Study of Wind Waves Generated on Water Currents (3rd
Report) —Wave Forecasting Method and its Experimental Confirma-
tion—.....Hajima KATO, Hiroichi TSURUYA, and Hiroya TERAKAWA)
4. 土質定数のバラツキを考慮した不同沈下の推定奥村樹郎, 土田 孝... 131
(Prediction of Differential Settlement with Special Reference to Variability
of Soil Parameters.....Tatsuro OKUMURA and Takeshi TSUCHIDA)
5. 組杭式プラットフォームの地震応答観測と応答計算
..... 上田 茂, 白石 悟... 169
(Observation and Analysis of Earthquake Response of a Coupled Pile
Offshore Platform Shigeru UEDA and Satoru SHIRAISHI)

2. 共分散法を用いた波向推定方式の数値的検討

合 田 良 実*

要 旨

波向の観測は波高・周期の観測に比べて普及が遅れている。これは、一つには標準的なデータ解析方法が確立されていないことに起因する。本報告では、表面ブイによる水面傾斜測定および2方向流速計による水粒子速度測定方式を対象とし、時系列データから計算される共分散の値を用いて波向および方向集中度を算定する方式を検討した。

うねりと風波が同時に異なる方向から来襲するような二方向波浪系の場合、Longuet-Higginsの示した二つの波向の定義のうちの平均波向は二つの波群の中間的な方向を示す。しかし、主波向は二つの波向の差が 90° を超えるときには入射波向の外側にそれた方向を示すので、代表波向としては不適当である。このため、波向観測では水平2方向の成分に加えて鉛直方向の波浪成分を測定して平均波向を求める必要がある。また、方向集中度のパラメーターとしてLonguet-Higginsの提案したlong-crestednessパラメーター γ は二方向波浪系に対して不適切な場合がある。このため、時系列データの共分散値を使って算定可能な指標として新しく「平均分散角」を定義した。

方向スペクトルとしてBretschneider—光易型周波数スペクトルと光易型方向関数の組合せを使用し、不規則波形の数値シミュレーションを行い、共分散法による波向推定方式の適用性を検証した。また、波浪の統計的変動性に起因する平均波向の推定誤差は上述の平均分散角に関係し、風波が $\pm 10^\circ$ 、うねりが $\pm 4^\circ$ 程度と見積られた。さらに、クロススペクトル密度の信頼限界は周波数スペクトル密度の幾何平均を基準値とすることによって、周波数スペクトルと同一の理論式で記述できることが例示された。

* 水工部長

2. Numerical Examination of the Measuring Technique of Wave Direction with the 'Covariance Method'

Yoshimi GODA*

Synopsis

The technique of wave directional observation is less advanced than that of wave height and period observations, partially because of the lack of standardized method of data processing. The present report examines the applicability of the covariance method, which yields the estimates of wave direction and angular spreading parameter on the basis of the covariances between time series data of wave motions. The wave slope measurements with a surface buoy and the orbital velocity measurements with a two-components current meter are dealt with as the possible source of data.

In a bimodal wave system, which is formed when wind waves and swell simultaneously come from different directions, the mean wave direction, one of the two representative directions defined by Longuet-Higgins, indicates an intermediate direction between the two incident wave directions. The principal wave direction however indicates a direction outside the two incident directions when the difference of incident directions exceeds 90 degrees. Thus, the principal wave direction is unsuitable for the representative direction of bimodal wave system. The directional wave observation should be done with the measurements of two horizontal and one vertical components of wave motions so as to yield the mean wave direction.

The long-crestedness parameter γ proposed by Longuet-Higgins is not an appropriate one for the bimodal wave system. A proposal is made for a new parameter of angular spreading called the mean spreading angle, which is obtained with the covariances of time series data.

Numerical simulations of wave profiles and motions are made with the directional spectrum of Bretschneider-Mitsuyasu's frequency spectrum and Mitsuyasu's angular spreading function. The simulation confirms the applicability of the covariance method to unimodal and bimodal wave systems. The standard error of directional estimation due to the statistical variability of sea waves is found to be a function of the mean spreading angle, and is evaluated as ± 5 degrees for the mean direction of wind waves and ± 2 degrees for the mean direction of swell. The analysis is also made to the statistical variability of cross spectral density. Its coefficient of variation is demonstrated to be the same with that of frequency spectrum when the geometric mean of the two frequency spectral densities is employed as the mean value instead of the cross spectral density itself.

* Director of the Hydraulic Engineering Division

目 次

要 旨	53
1. ま え が き	57
2. 代表波向および方向集中度の理論	57
2.1 海面波の波形および運動の記述	57
2.2 Longuet-Higgins による波向および方向集中度の定義	58
2.3 二方向波浪系に対する波向および方向集中度	59
2.4 平均分散角の提案	61
3. 標準スペクトルの波向および方向集中度	62
3.1 一方向波浪系の方向集中度	62
3.2 二方向波浪系の代表波向	63
3.3 二方向波浪系の方向集中度	66
3.4 標準スペクトルに対する平均波数	66
4. 水面傾斜の計測による波向および方向集中度の算定	67
4.1 共分散を用いた波向および方向集中度の算定	67
4.2 周波数帯別の波向および方向集中度の算定	68
4.3 スペクトルの数値積分による検討	70
4.4 数値シミュレーションによる検討	71
4.5 水面傾斜の現地観測における諸問題	76
5. 水粒子速度の計測による波向および方向集中度の算定	76
5.1 共分散を用いた波向および方向集中度の算定	76
5.2 周波数帯別の波向および方向集中度の算定	77
5.3 スペクトルの数値積分による検討	78
5.4 数値シミュレーションによる検討	80
5.5 水粒子速度の現地観測における諸問題	82
6. 波向および方向集中度の推定値の信頼限界	82
6.1 信頼限界の統計理論	82
6.2 代表波向および方向集中度の変動性	83
6.3 周波数帯別パラメーターの変動性	86
7. む す び	90
参考文献	90
主要記号表	91

1. まえがき

海における工事の基本データの一つは波の諸元であり、波を正確かつ確実に観測するための努力が長年にわたって続けられてきている。日本沿岸では運輸省を初めとする各機関の努力によって、波浪の特性がかなりのところまで明らかになってきた。しかしながら、これらの観測資料の大半は波高と周期の代表値に関するものであり、波向の情報を兼備したものは極く少数である。

港湾・海岸施設の計画や設計において波向の情報が不可欠であるにもかかわらず波向観測が普及していないのは、一つには適切な観測機器の開発が波高計よりも遅れたこと、もう一つには波向データの解析方法が確立されていなかったことによる。波高・周期に関しては波形記録の形が不規則であってもゼロアップクロス法などの採択によって個々の波高や周期を定義することができ、それに基づいて $H_{1/3}$ 、 $T_{1/3}$ 、その他の統計的代表値が計算される。しかし、波向については波形記録に相当するような単一の記録が存在しない。

代表波高・周期はある面では波の周波数スペクトルを代表するパラメーターの意味も持っている。波向の概念も、正確には波の方向スペクトルの表示パラメーターとして取り扱うべきものであり、波向を正しく定義するためには波の方向スペクトルを観測しなければならないということになる。今までに開発された波向計の中でも、ストレンゲージ型波向計^{1),2)}や2方向超音波式流速計を用いる方式³⁾は方向スペクトルの観測にもそのまま使えるものである。一方、海洋波の方向スペクトルの研究に多用されているブイ式波浪計^{4),5)}は電源その他を工夫することによって定常観測用の波向計とすることが原理的に可能である。

ところで波向とはどのような方向であろうか。海面では波峯の一つ一つが異なる方向に進んでいる。しかし、これを全体として眺めると中心となる方向が浮び上がることが多い。ミリ波レーダーによる波向観測⁶⁾ではこうした主観的方法が用いられる。レーダー画像のホログラム解析によって波向を定量的に求める方法⁷⁾も試みられたが、観測業務の現場では使われていない。

波の方向スペクトルが観測されていれば、波向は波のエネルギーが最も集中している方向として定義できる。この場合は周波数帯ごとの波向と波群全体としての波向の二つが定義可能である。もっとも、波向が周波数によって異なる場合や波のエネルギーの方向分布が非対称な場合などは、波群全体の波向の決め方に幾つかの方法が考えられる。

波向の定義が混乱するのは、進行方向の異なる波群が重畳した状態、たとえば風波とうねりが同時に来襲したときである。このような波浪状態を本報告では二方向波浪系と呼び、これに対して一つの波群のみの状態を一方方向波浪系と呼ぶことにする。波向の定常観測の実務を考えると、波向の定義は次の要件を満たすことが望ましいと考えられる。

- 1) 定量的に算出できること、
- 2) 計算方法が比較的単純で、マイクロプロセッサなどの活用によりリアルタイムで表示可能なこと、
- 3) 二方向波浪系についても二つの波群のエネルギー平均的な形で単一の波向として定義できること、
- 4) 二方向波浪系の存在が推定できるような方向集中度の指標が同時に計算可能なこと。

このうち第三の要件については、無理に一つの波向で表示せずに二つの波向を併記あるいは方向スペクトルの形で表示する方が良いという反論が出るのが考えられる。しかし、波向観測の成果は波高・周期と併せて波向別波高・周期出現度数表の形にとりまとめられるのが普通であり、またそうすることによって港湾計画等に有効に活用されることになる。したがって方向スペクトルの形のままでは実際業務への利用が面倒であり、何らかの簡略化が必要になる。単一の波向表示はこのための一つの便法と考えられる。

本報告では上記の四つの要件を満たす波向の推定法として、観測データの時系列の共分散を使う方法を紹介し、二方向波浪系を含めた適用性について吟味したものである。検討が数値計算にのみとどまっていた実際への適用事例の検討を欠くうらみがあるけれども、今回の検討によって共分散法による波向推定法の適用性が確認できたと考えられる。今後の波向観測に共分散法が採用され、波向観測の普及・推進に資することができれば幸いである。

2. 代表波向および方向集中度の理論

2.1 海面波の波形および運動の記述

海の波の記述方法としては現在のところ、無数の微小振幅の正弦波が重なり合ったものと見なす考え方が代表的である。この考え方に立つと波の山と谷とが統計的に等しい性質を持つことになる。実際の波浪は山がややとがっているなど細部において不具合な点が生じるけれども、第1近以としては有効であり、数学的取扱も比較的容易である。また、種々の確率統計理論を適用できる利点がある。そこで、本報告においてもこの方式に従って議論を進める。

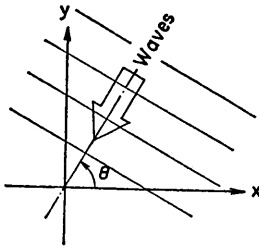


図-1 波向の定義

いま、平均水面からの波面上昇量を $\eta = \eta(x, y, t)$ で表示すると、これは式(1)のように書き表わされる。

$$\eta(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(k_n x \cos \theta_n + k_n y \sin \theta_n + \omega_n t + \epsilon_n). \quad (1)$$

ここに、 x, y は水平座標、 t は時間、 a_n は成分波の振幅、 k_n は波数、 ω_n は角周波数、 θ_n は図-1に示すように成分波の来襲する方向と x 軸のなす角、 ϵ_n は位相遅れ角であって $0 \sim 2\pi$ の間に等密度でかつランダムに分布しているものとする。

微小振幅波の線型重ね合せの仮定により、波数 k_n と角周波数 ω_n の間には次の分散関係が存在する。

$$\omega_n^2 = g k_n \tanh k_n h. \quad (2)$$

ただし、 h は水深、 g は重力の加速度である。

また、微小振幅の各成分波の振幅は波数および方向角に関して次の関数 $S_k(k, \theta)$ で記述されるような分布をなすと想定する。

$$\sum_k^{k+\delta k} \sum_{\theta}^{\theta+\delta\theta} \frac{1}{2} a_n^2 = S_k(k, \theta) \delta k \delta \theta. \quad (3)$$

あるいは式(2)の分散関係を利用し、角周波数または周波数と方向角の関数として

$$\sum_{\omega}^{\omega+\delta\omega} \sum_{\theta}^{\theta+\delta\theta} \frac{1}{2} a_n^2 = S_{\omega}(\omega, \theta) \delta \omega \delta \theta. \quad (4)$$

$$\sum_f^{f+\delta f} \sum_{\theta}^{\theta+\delta\theta} \frac{1}{2} a_n^2 = S(f, \theta) \delta f \delta \theta. \quad (5)$$

これらの関数 $S_k(k, \theta)$ 、 $S_{\omega}(\omega, \theta)$ 、 $S(f, \theta)$ は波の方向スペクトル密度関数または方向スペクトルと呼ばれているものである。

式(1)で表わされる海面波に関して、水面の運動や傾斜、水粒子の運動などは、一般に式(6)の形で表示される。

$$\zeta_i = \sum_{n=1}^{\infty} K_i(\omega_n, \theta_n) a_n \cos(k_n x \cos \theta_n + k_n y \sin \theta_n + \omega_n t + \epsilon_n + \phi_i). \quad (6)$$

ここに、 $K_i(\omega, \theta)$ は振幅の変換率を表わす伝達関数、 ϕ_i は位相変換角である。波向測定に関して使われる可能性のある諸量について K_i および ϕ_i をまとめて示したのが表-1である。なお、表中の K_* および K_P は次式で定義

表-1 波浪諸元の伝達関数と位相変換角

変 数	K_i	ϕ_i
水面上昇量 η	1	0
水面上下速度 η_t	ω	$\pi/2$
水面上下加速度 η_{tt}	ω^2	π
水面 x 方向傾斜 η_x	$k \cos \theta$	$\pi/2$
水面 y 方向傾斜 η_y	$k \sin \theta$	$\pi/2$
水粒子速度 x 成分 u	$K_* k \cos \theta$	π^*
水粒子速度 y 成分 v	$K_* k \sin \theta$	π^*
水粒子加速度 x 成分 \dot{u}	$\omega K_* k \cos \theta$	$-\pi/2$
水粒子加速度 y 成分 \dot{v}	$\omega K_* k \sin \theta$	$-\pi/2$
水圧変動 p	$\rho g K_P$	0

* 位相が η と反転しているのは、波向として波のやってくる方向をとっているためである。

されるものである。

$$K_* = \frac{g \cosh k(h+z)}{\omega \cosh kh}. \quad (7)$$

$$K_P = \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}. \quad (8)$$

ここに、 z は水面から上方正にとった鉛直座標である。また、水圧の項の ρ は海水の密度である。

なお、深海波を対象にすると水面における水粒子加速度と水面傾斜の間には次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} \dot{u}_{z=0} &= -g\eta_x, \\ \dot{v}_{z=0} &= -g\eta_y. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

2.2 Longuet-Higgins による波向および方向集中度の定義

Longuet-Higgins⁹⁾ は1956年に時間とともに移動する不規則波形の統計解析理論を発表しており、この中で不

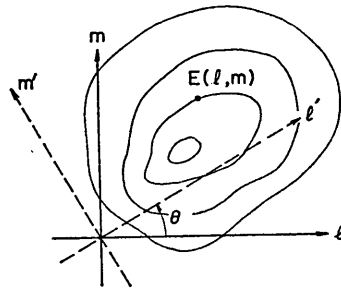


図-2 波数座標系における方向スペクトル

規則波形の代表波向および方向集中度についての提案を行なっている。これによると、まず方向スペクトルとしては波数に関する直交座標系で定義する(図-2参照)。

共分散法を用いた波向推定方式の数値的検討

$$\sum_l^{l_1+l_2} \sum_m^{m_1+m_2} \frac{1}{2} a_n^2 = E(l, m) \delta l \delta m. \quad (10)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} l &= k \cos \theta, & m &= k \sin \theta, \\ k &= \sqrt{l^2 + m^2}, & \theta &= \tan^{-1}(m/l). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

いま座標系を θ だけ回転して (l', m') に変換すると、座標については次の変換式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} l' &= l \cos \theta + m \sin \theta, \\ m' &= -l \sin \theta + m \cos \theta. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

方向スペクトル密度は直交座標系の回転に対して不変であるから、

$$E(l, m) = E(l', m'). \quad (13)$$

ここで、 (l', m') 座標系において $E(l', m')$ を l' 軸上に投影させた 1 次元スペクトルを考える。

$$E_0(l') dl' = \int_{-\infty}^{\infty} E(l', m') dm'. \quad (14)$$

添字の θ は当初の座標系から θ だけ回転した系に対するものであることを表わす。

この $E_0(l')$ についてその座標原点に関する p 次モーメントを考え、これを $M_p(\theta)$ で表わすと、その計算式は

$$\begin{aligned} M_p(\theta) &= \int_{-\infty}^{\infty} E_0(l') l'^p dl' \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(l', m') l'^p dl dm. \end{aligned} \quad (15)$$

または、式(12)、(13)を利用することにより

$$M_p(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(l, m) (l \cos \theta + m \sin \theta)^p dl dm. \quad (16)$$

この式を展開して項別積分を実施すると、

$$M_p(\theta) = \sum_{q=0}^p C_q M_{pq} \cos^{p-q} \theta \sin^q \theta. \quad (17)$$

ここに、 C_q は二項係数であり、 M_{pq} は式(16)で定義される $E(l, m)$ の (p, q) 次モーメントである。

$$M_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(l, m) l^p m^q dl dm. \quad (18)$$

式(17)で求められる p 次モーメント $M_p(\theta)$ のうち、 $p=0$ のものは

$$M_0(\theta) = M_{00} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(l, m) dl dm = \bar{\eta}^2, \quad (19)$$

であって、方向角 θ にかかわらず一定である。しかし、 $p \geq 1$ のものは方向角によって変化する。まず、1 次モーメントについては

$$\begin{aligned} M_1(\theta) &= M_{10} \cos \theta + M_{01} \sin \theta \\ &= \sqrt{M_{10}^2 + M_{01}^2} \cos(\theta - \bar{\theta}) \\ &= \bar{k} M_{c0} \cos(\theta - \bar{\theta}). \end{aligned} \quad (20)$$

ここに、

$$\bar{\theta} = \tan^{-1}(M_{01}/M_{10}). \quad (21)$$

$$\bar{k} = \sqrt{\bar{l}^2 + \bar{m}^2}. \quad (22)$$

$$\bar{l} = M_{10}/M_{00}. \quad (23)$$

$$\bar{m} = M_{01}/M_{00}. \quad (24)$$

すなわち、 $M_1(\theta)$ は $\theta = \bar{\theta}$ のときに最大値 $\bar{k} M_{00}$ をとる。この $\bar{\theta}$ の方向沿いの平均波数は \bar{k} であり、各方向の中で最大である。また、 \bar{l}, \bar{m} は波数空間における方向ベクトルの重心の位置の座標値であり、 $\bar{\theta}$ は座標原点と重心を結ぶ方向でもある。この意味で $\bar{\theta}$ は平均波向 (mean direction) と呼ばれる。

次に 2 次モーメントについては次のようになる。

$$\begin{aligned} M_2(\theta) &= M_{20} \cos^2 \theta + 2M_{11} \cos \theta \sin \theta + M_{02} \sin^2 \theta \\ &= \frac{1}{2} (M_{20} + M_{02}) + \frac{1}{2} \sqrt{(M_{20} - M_{02})^2 + 4M_{11}^2} \\ &\quad \times \cos 2(\theta - \theta_p). \end{aligned} \quad (25)$$

ここに、

$$\theta_p = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2M_{11}}{M_{20} - M_{02}} \right). \quad (26)$$

式(26)により、 $M_2(\theta)$ は $\theta = \theta_p \pm n\pi$ のときに最大値、 $\theta = \theta_p \pm (2n+1)\pi/2$ のときに最小値をとる。この $M_2(\theta)$ が最大となる方向 θ_p を Longuet-Higgins は主方向 (principal direction) と呼んでいる。本報告では主波向と称する。ただし、定義から明らかなように $\pm\pi$ の方向の差、すなわち波の進行・逆行の判別は不能である。

さらに、 $M_2(\theta)$ は波数の自乗に比例する量であるから、 $M_2(\theta)/M_{00}$ は一種の波数の分散値である。したがって、 $\theta = \theta_p$ の方向では自乗平均波数が最大、すなわちその方向での波形切断面において波の峯が最も密に分布し、 $\theta = \theta_p \pm \pi/2$ の方向の波形切断面では波の峯が最も粗に分布している。このことから、Longuet-Higgins は波の方向集中度あるいは波峯の長さ (long-crestedness) の指標として、次のようなパラメーター γ を定義した。

$$\begin{aligned} \gamma &= \left\{ \frac{(M_2)_{\min}}{(M_2)_{\max}} \right\}^{1/2} \\ &= \left\{ \frac{(M_{20} + M_{02}) - \sqrt{(M_{20} - M_{02})^2 + 4M_{11}^2}}{(M_{20} + M_{02}) + \sqrt{(M_{20} - M_{02})^2 + 4M_{11}^2}} \right\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (27)$$

本報告では γ を波峯長パラメーターと呼んでおく。規則波あるいは 1 次元不規則波の場合には $\gamma=0$ 、成分波が全方向に一樣に分布しているときは $\gamma=1$ であり、一般に $0 < \gamma < 1$ である。

2.3 二方向波浪系に対する波向および方向集中度

前節の Longuet-Higgins の定義は波向の観測に対しても永田⁹⁾を初めとしてしばしば用いられる。しかしながら、二方向波浪系に対しては必ずしも適当でない場合がある。ここでは簡単のために二方向の規則波を取り上げ、二方向波浪系の特性について検討する。

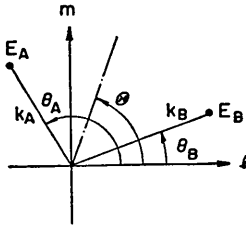


図-3 規則波の二方向波浪系のスペクトル

いま、二つの規則波のエネルギー、波数、および波向を E_A, k_A, θ_A および E_B, k_B, θ_B で表わすと、この波浪系は図-3のような波数空間上の点スペクトルとして表示される。スペクトルのモーメントは簡単に求められて

$$M_{pq} = E_A k_A^{(p+q)} \cos^p \theta_A \sin^q \theta_A + E_B k_B^{(p+q)} \cos^p \theta_B \sin^q \theta_B. \quad (28)$$

まず、平均波向を求めると

$$\tan \bar{\theta} = \frac{E_A k_A \sin \theta_A + E_B k_B \sin \theta_B}{E_A k_A \cos \theta_A + E_B k_B \cos \theta_B} \quad (29)$$

となるが、ここで二つの波向の中央値を θ 、波向の差の1/2を Ω で表わし、前者を中央波向と呼ぶ。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \frac{1}{2}(\theta_A + \theta_B), \\ \Omega &= \frac{1}{2}(\theta_A - \theta_B). \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

この θ と Ω を使うと θ_A と θ_B は次のように書き直される。

$$\left. \begin{aligned} \theta_A &= \theta + \Omega, \\ \theta_B &= \theta - \Omega. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

ただし、説明の便宜上 $\Omega > 0$ とする。

式(29)を式(31)に代入し、若干の演算を行うと次の関係が導かれる。

$$\tan(\bar{\theta} - \theta) = \frac{E_A k_A - E_B k_B}{E_A k_A + E_B k_B} \tan \Omega. \quad (32)$$

波のエネルギー E および波数 k はともに正数であるから、式(32)の右辺の分数式の絶対値が1を超えることはなく、したがって $|\tan(\bar{\theta} - \theta)| \leq \tan \Omega$ である。すなわち、

$$|\bar{\theta} - \theta| \leq \Omega \quad \text{または} \quad \theta_B \leq \bar{\theta} \leq \theta_A, \quad (33)$$

が導かれる。なお、平均波向 $\bar{\theta}$ が中央波向と一致するのは次の条件のときである。

$$\left(\frac{E_B}{E_A + E_B} \right)_{\bar{\theta} = \theta} = \frac{1}{1 + k_B/k_A}. \quad (34)$$

次に主波向については次の結果が得られる。

$$\tan 2(\theta_p - \theta) = \frac{E_A k_A^2 - E_B k_B^2}{E_A k_A^2 + E_B k_B^2} \tan 2\Omega. \quad (35)$$

主波向 θ_p が中央波向 θ と一致する条件は次のようになる。

$$\left(\frac{E_B}{E_A + E_B} \right)_{\theta_p = \theta} = \frac{1}{1 + (k_B/k_A)^2}. \quad (36)$$

式(36)を吟味すると、主波向 θ_p は波向の差 2Ω が 90° よりも大きいときに一見奇妙な振舞をすることが分る。いま、次のような補助角 δ_p および Δ を導入する。

$$\delta_p = \theta_p - \theta - \pi/4, \quad \Delta = \Omega - \pi/4. \quad (37)$$

そして、式(35)にこの補助角を代入すると

$$\tan 2\delta_p = \frac{E_A k_A^2 + E_B k_B^2}{E_A k_A^2 - E_B k_B^2} \tan 2\Delta. \quad (38)$$

この式の右辺の分数式はその絶対値が1を下回ることがないから、次の関係が成立する。

$$|\delta_p| \geq |\Delta|. \quad (39)$$

したがって、 $\Delta \geq 0$ すなわち $2\Omega \geq 90^\circ$ によって θ_p は次の範囲に存在することになる。

$$\left. \begin{aligned} \theta_B - 90^\circ < \theta_p \leq \theta_B \quad \text{又は} \quad \theta_A \leq \theta_p < \theta_A + 90^\circ \\ &: 2\Omega > 90^\circ, \\ \theta_B < \theta_p < \theta_A &: 2\Omega < 90^\circ. \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

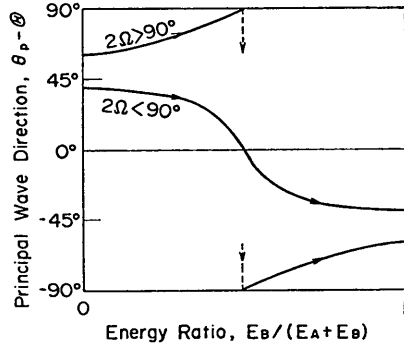


図-4 主波向の変化特性

図-4 はこのような主波向の特性を波のエネルギー比 $E_B/(E_A + E_B)$ の関数として例示したものである。二つの波向の差が 90° 以上あるときは、一方の波のエネルギーが増大するにつれて主波向は中央波向と 90° ずれた方向へ向って次に偏り、式(36)の条件のエネルギー比のところを境界として主波向が 180° 回転する。

この現象は主波向が半平面でしか定義できないことによるものである。いま図-5(a),(b)のように一方の波の進行方向が 180° 異なる二つの場合を考える。中央波向はいずれも I の方向である。波向線に直交する波峯の絞様を考えてみると明らかなように、波の峯が最も密に並んでいるのは(a)の場合には I の方向であるけれども、(b)の場合にはこれと 90° 異なる II の方向である。したがって、主波向は(a)では I の方向で中央波向と一致するけれども、(b)の場合には II の方向となるのである。なお、式(38)から、 $\Omega = \pi/4 + \Delta$ の波向の組合せと $\Omega = \pi/4 - \Delta$ の組

合せとでは、 θ_p の絶対値が等しくてその符号が逆である。すなわち θ_p は $\theta \pm 45^\circ$ に関して対称であることが導かれる。

最後に波峯長パラメータを計算すると

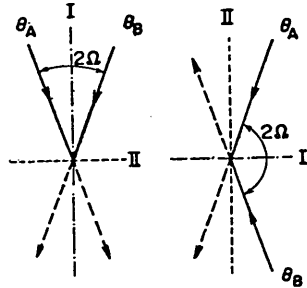
$$r = \left[\frac{A - \sqrt{B}}{A + \sqrt{B}} \right]^{1/2} \quad (41)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに、} \quad A &= E_A k_A^2 + E_B k_B^2, \\ B &= E_A^2 k_A^4 + 2E_A E_B k_A^2 k_B^2 \cos 4\Omega + E_B^2 k_B^4. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

特に、 $2\Omega = 90^\circ$ の場合には $\cos 4\Omega = -1$ であるから

$$r^2 = \begin{cases} \frac{E_B k_B^2}{E_A k_A^2} & : E_A k_A^2 \geq E_B k_B^2, \\ \frac{E_A k_A^2}{E_B k_B^2} & : E_A k_A^2 \leq E_B k_B^2. \end{cases} \quad (43)$$

したがって、 $2\Omega = 90^\circ$ のときは $E_A k_A^2 = E_B k_B^2$ となるエネルギー比、すなわち式(40)の条件において $r=1$ となる。これは前節で述べたように各方向に一樣な分布の場合であるけれども、二方向波浪系においてもこうした見掛け上の無指向性が生じる。



(a) $2\Omega < 90^\circ$ (b) $2\Omega > 90^\circ$
図-5 二方向波浪系における波向の組合せ

なお、 $\Omega = \pi/4 + \Delta$ の波向と $\Omega = \pi/4 - \Delta$ の組合せは同一の r の値を与える。すなわち、 r は $2\Omega = 90^\circ$ を軸として対称である。

2.4 平均分散角の提案

Longuet-Higgins による波峯長パラメータ r は、上述のように二方向波浪系に対して二つの波群の波向の差を表わす指標とはなり得ない。そこで、方向スペクトルの 0~2 次モーメントを用いて定義可能な他の指標を工夫する。いま、図-6 のように波数空間上の方向スペクトルにおいて任意の点 P から平均波向の主軸 OG への距離 \overline{PQ} を計算する。主軸 OG の方程式は、

$$mX - \bar{l}Y = 0. \quad (44)$$

これに直交する直線のうち、 $P(l, m)$ を通るものは

$$\bar{l}(X-l) + m(Y-m) = 0, \quad (45)$$

である。この直線が主軸と交わる点 Q の座標を X_0, Y_0 と

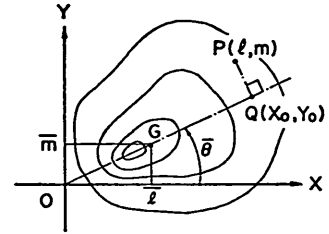


図-6 方向スペクトルの主軸からの距離

すると、これは次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} X_0 &= \frac{\bar{l}^2 l + \bar{l} m m}{\bar{l}^2 + m^2}, \\ Y_0 &= \frac{\bar{l} m l + m^2 m}{\bar{l}^2 + m^2}. \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

したがって、線分 \overline{PQ} の長さは次のようになる。

$$\overline{PQ}^2 = (l - X_0)^2 + (m - Y_0)^2 = \frac{(\bar{m}l - \bar{l}m)^2}{\bar{l}^2 + m^2}. \quad (47)$$

方向スペクトルの各点の値に式(47)の距離の自乗値を乗じて平均し、これを 0 次モーメントで除せば、方向スペクトルの主軸からの分散距離が求められる。すなわち、

$$\begin{aligned} r^2 &= \frac{1}{M_{00}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(l, m) \frac{(\bar{m}l - \bar{l}m)^2}{\bar{l}^2 + m^2} dl dm \\ &= \frac{\bar{m}^2 M_{20} - 2\bar{l}\bar{m}M_{11} + \bar{l}^2 M_{02}}{(\bar{l}^2 + \bar{m}^2)M_{00}}. \end{aligned} \quad (48)$$

ここで、式(48)の関係を代入すると

$$r^2 = \frac{M_{01}^2 M_{20} - 2M_{10} M_{01} M_{11} + M_{10}^2 M_{02}}{(M_{10}^2 + M_{01}^2)M_{00}}. \quad (49)$$

この分散距離 r は波数の次元を持つので、これを平均波数 \bar{k} で除してその逆正接を取ることにより、次のような平均分散角が定義できる。

$$\begin{aligned} \theta_s &= \tan^{-1} \left(\frac{r}{\bar{k}} \right) \\ &= \tan^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{M_{00}} \sqrt{M_{01}^2 M_{20} - 2M_{10} M_{01} M_{11} + M_{10}^2 M_{02}}}{M_{10}^2 + M_{01}^2} \right\}. \end{aligned} \quad (50)$$

前節の図-3 に示した規則波の二方向波浪系についてこの平均分散角を計算すると、次のような結果が得られる。

$$\tan \theta_s = \frac{(E_A + E_B) \sqrt{E_A E_B k_A k_B} \sin 2\Omega}{E_A^2 k_A^2 + 2E_A E_B k_A k_B \cos 2\Omega + E_B^2 k_B^2}. \quad (51)$$

したがって、平均分散角 θ_s は波向の差 2Ω の関数として与えられることになる。特に、 $E_A = E_B$ でかつ $k_A = k_B$ の対称な二方向波浪系の場合には

$$\tan \theta_s = \frac{\sin 2\Omega}{1 + \cos 2\Omega} = \tan \Omega, \quad (52)$$

であり、 θ_x が波向の差の 1/2 に等しくなる。すなわち、平均分散角は二方向波浪系の波向の差の指標として有望であることを示唆する。

3. 標準スペクトルの波向および方向集中度

3.1 一方向波浪系の方向集中度

波群が単一の場合の波向は $\bar{\theta}, \theta_p$ とともに波群の中心の方向を指すので、ここでは方向集中度の指標である γ と θ_x が海の波に対してどの程度の値を取るものかを波浪の標準スペクトルを用いて試算してみる。いま、方向スペクトルの一般形として周波数・方向角表示のものを用い、

$$S(f, \theta) = S(f)G(f, \theta), \quad (53)$$

と表示し、周波数スペクトルとしては Bretschneider-光易型である

$$S(f) = 0.257 H_{1/3}^2 T_{1/3}^{-1} f^{-5} \exp[-1.03(T_{1/3} f)^{-4}], \quad (54)$$

を用いる。

方向関数としてまず $\cos^{2n}\theta$ 型を考える。すなわち、

$$G(f, \theta) \equiv G_1(\theta) = \begin{cases} \alpha_1 \cos^{2n}(\theta - \theta_0) & : |\theta - \theta_0| < \pi/2, \\ 0 & : |\theta - \theta_0| > \pi/2. \end{cases} \quad (55)$$

ここに、

$$\alpha_1 = \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^{2n}\theta d\theta \right]^{-1} = \frac{1}{\pi} \frac{(2n)!!}{(2n-1)!!}. \quad (56)$$

また、 θ_0 は波群の中心の方向である。

方向集中度の指標を算定するためには、方向スペクトルのモーメントを計算しなければならない。式(55)の $E(l, m)$ に関する積分を $S(f, \theta)$ に関するものに変換するには、式(1)の表示における成分波のエネルギーの概念に基づく次の関係を利用すればよい。

$$\begin{aligned} E(l, m) dl dm &= S_x(k, \theta) dk d\theta \\ &= S_\omega(\omega, \theta) d\omega d\theta \\ &= S(f, \theta) df d\theta. \end{aligned} \quad (57)$$

したがって、

$$M_{pq} = \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi S(f, \theta) k^{p+q} \cos^p \theta \sin^q \theta d\theta df. \quad (58)$$

式(58)の方向関数について方向スペクトルの 0 ~ 2 次モーメントを計算すると、次の結果が得られる。ただし、計算を簡単にするため $\theta_0 = 0$ に設定した場合である。

$$\left. \begin{aligned} M_{00} &= m_0^*, \\ M_{10} &= m_1^* \frac{2}{\pi} \left[\frac{(2n)!!}{(2n-1)!!} \right]^2 \frac{1}{2n+1}, \\ M_{01} &= 0, \\ M_{20} &= m_2^* \frac{2n+1}{2n+2}, \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

$$M_{11} = 0,$$

$$M_{02} = m_2^* \frac{1}{2n+2}.$$

ここに、

$$m_r^* = \int_0^\infty S(f) k^r df. \quad (60)$$

以上のモーメントを使うと波峰長パラメーター γ が次のように求められる。

$$\gamma = 1/\sqrt{2n+1}. \quad (61)$$

方向関数が $\cos^{2n}\theta$ 型のときは γ が冪(べき)指数 n によって一義的に定まり、周波数スペクトルの形には依存しない。

一方、平均分散角 θ_x は次のように計算される。

$$\tan \theta_x = \frac{\sqrt{m_0^* m_2^*}}{m_1^*} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{2n+1}{\sqrt{2n+2}} \left[\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \right]^2. \quad (62)$$

この θ_x の場合には冪指数 n だけでなく周波数スペクトルの関数形にも影響される。周波数の全領域にわたって深海波の条件が満足されているときは、式(2)の分散関係が $k = 4\pi^2 f^2/g$ と書き表わされるので、平均分散角 θ_x は次のようにスペクトル幅パラメーター ε を用いて表示される。

$$\tan \theta_x = \frac{\pi}{2\sqrt{1-\varepsilon^2}} \cdot \frac{2n+1}{\sqrt{2n+2}} \left[\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \right]^2. \quad (63)$$

ここに、

$$\varepsilon = \sqrt{1 - m_4^*/(m_0 m_2)}. \quad (64)$$

$$m_r = \int_0^\infty S(f) f^r df. \quad (65)$$

海の波はその周波数スペクトルの高周波数側が式(54)などに見られるように f^{-5} に比例するといわれる。この場合、式(65)の m_4 の積分を実行すると $m_4 \rightarrow \infty$ となり、 $\varepsilon \rightarrow 1$ 、したがって $\theta_x \rightarrow \pi/2$ となる。しかし、一般には波形の読取りが有限時間間隔 Δt ごとに行われ、このため解析される周波数の範囲には上限値 $f_{\max} = 1/2\Delta t$ が存在する。このため、スペクトル幅パラメーター ε ならびに平均分散角 θ_x は、スペクトルのピークの周波数を f_p として f_{\max}/f_p の単調増加関数となる。

式(55)の $\cos^{2n}\theta$ 型の方向関数は表示が簡単などからしばしば用いられるけれども、海の波の方向関数としては光易ほか¹⁰⁾の提案した次の関数形の方が観測値によく適合する。

$$G_2(f, \theta) = \alpha_2 \cos^{2s} \left(\frac{\theta - \theta_0}{2} \right). \quad (66)$$

ここに、

$$\alpha_2 = \left[\int_{-\pi}^\pi \cos^{2s} \left(\frac{\theta - \theta_0}{2} \right) d\theta \right]^{-1}. \quad (67)$$

$$S = \begin{cases} S_{\max} \cdot (f/f_p)^s & : f < f_p, \\ S_{\max} \cdot (f/f_p)^{-2.5} & : f \geq f_p. \end{cases} \quad (68)$$

共分散法を用いた波向推定方式の数値的検討

なお、式54の Bretschneider—光易型の周波数スペクトルにおいては、スペクトルのピーク周波数 f_p と有義波周期 $T_{1/3}$ の間には次の関係がある。

$$f_p = 1 / (1.05 T_{1/3}) \quad (69)$$

この光易型方向関数の場合には γ および θ_e の両者とも解析的に求めることがむずかしい。そこで、式68の方向スペクトルのモーメントを数値積分によって求めた結果を図-7, 8の右側に示す。数値積分は $f_{min} = 0.525 f_p$ から f_{max} までの周波数範囲を等間隔で100分割し、 $-180^\circ \sim 180^\circ$ の方向角を72等分して長方形近似で計算した。本報告におけるスペクトルモーメントの数値積分はすべてこの方式によっている。

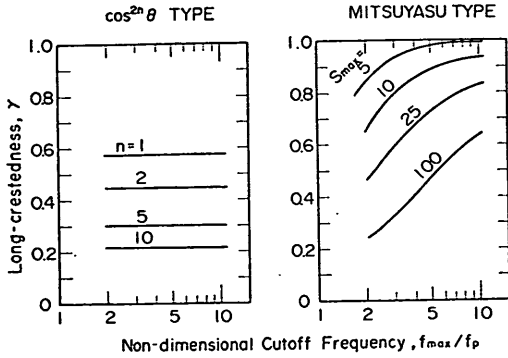


図-7 標準スペクトルの波峯長パラメーター γ

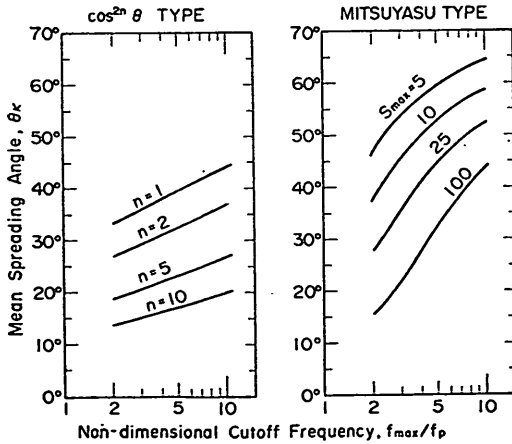


図-8 標準スペクトルの平均分散角 θ_e

図-7, 8の左側は $\cos^{2n}\theta$ 型の場合で、これは解析的に求めた値とスペクトルの数値積分による値が一致することが確認されている。 γ および θ_e の両者とも方向関数の形の影響を強く受け、 $\cos^{2n}\theta$ 型の方が小さくなっている。波の方向スペクトルを方向角について積分したエネルギーの累加曲線では $\cos^{2n}\theta$ 型と $S_{max} = 10$ の光易型が

ほぼ同じ結果を与える¹¹⁾けれども、 γ や θ_e では方向関数による差が著しい。したがって、波群全体としての方向集中度を論ずるときは、方向関数の形を吟味することが重要である。

また、方向集中度の指標としての γ と θ_e を比較すると、現実の海の波を良く表わしていると見られる光易型方向関数の場合、風波を代表すると考えられる $S_{max} = 10$ に対して γ は 0.9 以上の値をとる。これは γ の限界値である 1 に極めて近い。これに対して θ_e は $S_{max} = 10$ に対して $40^\circ \sim 60^\circ$ の値であって限界値である 90° よりもかなり小さい。このことは一方向波浪系と二方向波浪系を方向集中度の指標の値で判別する上で平均分散角 θ_e の方が優れていることを意味するものである。ただし、 θ_e の場合には f_{max}/f_p の値によって θ_e の値が相当に変化することに注意する必要がある。

3.2 二方向波浪系の代表波向

実際の海における二方向波浪系には多様な波の組合せが存在するが、ここでは式54の周波数スペクトルと式68の光易型方向関数で与えられる標準スペクトル（これをここでは簡単のために光易型方向スペクトルと仮称する）を用い、表-2のような3種類の波の組合せについて代表波向を計算してみた。ただし、すべて深海波を対象としている。平均波向 $\bar{\theta}$ の計算結果が図-9、主波向 θ_p の結果が図-10である。図中の記号の θ_i は二つの波群の中央波向から測った各波群の波向、すなわち $\theta_i = \theta_0 - \theta$ である。また図の横軸は二つの波群のエネルギーの和に対する第2の波群のエネルギーの比率である。このエネルギーはすべて有義波高 $H_{1/3}$ の自乗に比例して扱っている。ただし、本報告ではすべて線型理論に依っているため、計算結果は波高の絶対値には関係しない。

表-2 二方向波浪系の組合せ

記号	波群 A		波群 B	
	$T_{1/3}(s)$	S_{max}	$T_{1/3}(s)$	S_{max}
(A)	10.0	100	10.0	100
(B)	8.0	10	12.0	100
(C)	8.0	10	16.0	100

図-9を見ると、波向の差が 60° 程度以下のときはエネルギー比にほぼ比例して平均波向が変化しているけれども、波向の差がそれ以上になると平均波向の変化が非線型的になる。また、同一特性の波群の組合せ(A)のときは二つの波群のエネルギーが等しいときに平均波向が中央波向に一致するけれども、(B)の組合せのときにはエネルギー

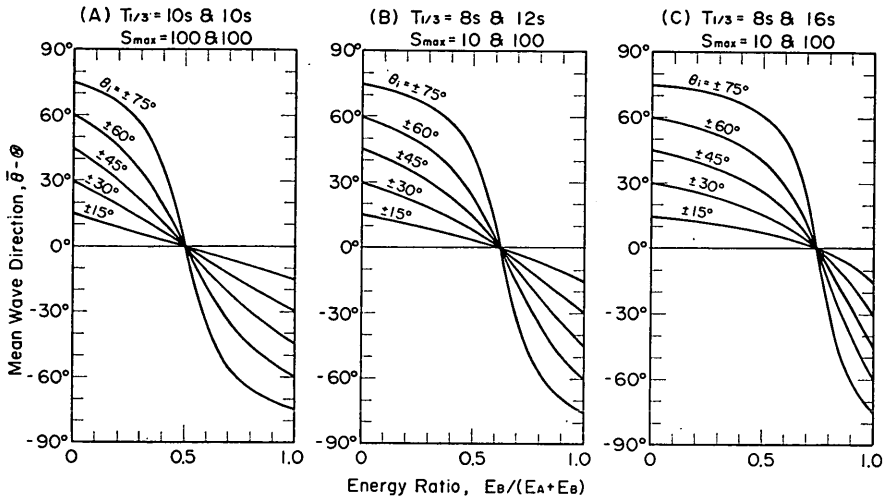


図-9 方向スペクトルによる二方向波浪系の平均波向 $\bar{\theta}$

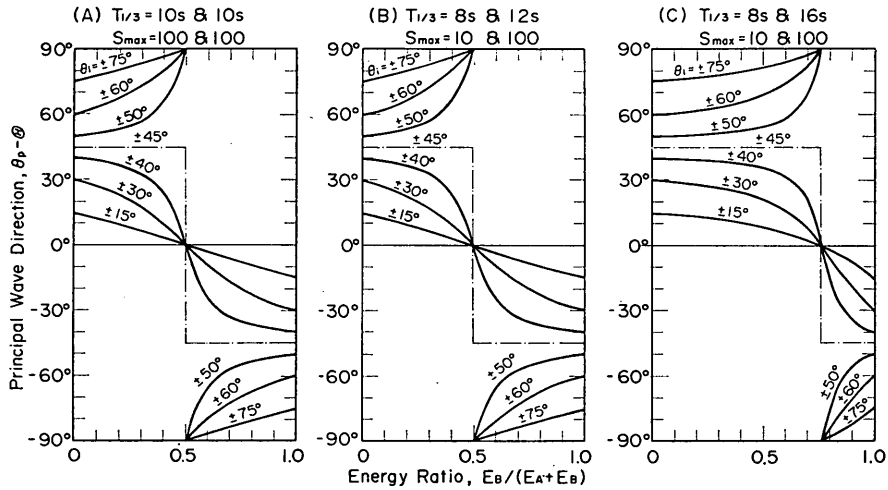


図-10 方向スペクトルによる二方向波浪系の主波向 θ_p

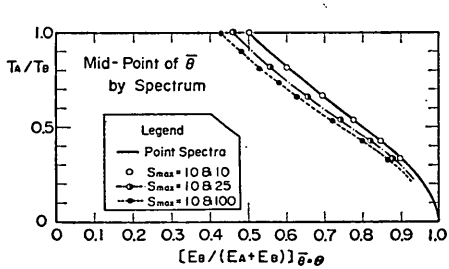


図-11 平均波向が中央波向に一致するエネルギー比 (方向スペクトルによる値)

ギー比が約 0.62 すなわち波群 A と B のエネルギーの割合が約 3:5 のときに平均波向が中央波向に一致し、(C) の組合せではエネルギーの割合が約 1:3 でようやく一致する。それでも、規則波の組合せの場合には式(4)を深海波

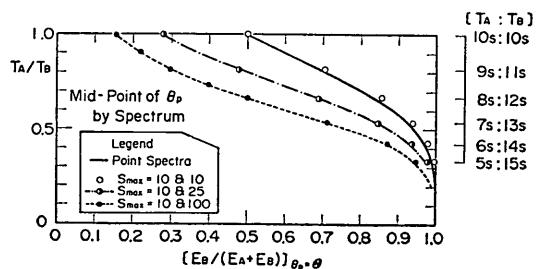


図-12 主波向が中央波向に一致するエネルギー比 (方向スペクトルによる値)

を対象として書き直した

$$\left(\frac{E_B}{E_A+E_B}\right)_{\theta=\bar{\theta}} = \frac{1}{1+(T_A/T_B)^2} \quad (70)$$

が条件であるから、これに比べるとエネルギー比が幾分

共分散法を用いた波向推定方式の数値的検討

なりとも 0.5 の値に近くなっている。

次に図-10を見ると、 $\Omega = (\theta_A - \theta_B)/2$ で定義される偏角が 45° を超えるか否かによって主波向 θ_p の変化の傾向が全く異なる様相が明らかである。これは 2.3 の規則波に対する解析から予想されたとおりであり、また $\Omega = 45^\circ \pm 4^\circ$ の二つの偏角に対する主波向の変化が $\theta_p = \theta = \pm 45^\circ$ の線の上下で対称であることも規則波に対する解のとおりである。ただし、 $\theta_p = \theta$ となるエネルギー比は規則波の場合との差が認められる。規則波の場合に深海波を対象とすれば、式(6)を書き換えた

$$\left(\frac{E_B}{E_A + E_B} \right)_{\theta_p = \theta} = \frac{1}{1 + (T_A/T_B)^4}, \quad (71)$$

が $\theta_p = \theta$ となるエネルギー比の条件式である。しかし、不規則波の場合には $\theta_p = \theta$ となるエネルギー比が式(71)の値よりも 0.5 に近い。特に(B)の $T_{1/3} = 8s, S_{max} = 10$ と $T_{1/3} = 12s, S_{max} = 100$ の組合せの場合には、同一特性の波群の組合せである(A)の場合とほとんど同じである。

そこで、 $\bar{\theta}$ あるいは θ_p が中央波向 θ と一致するエネルギー比を種々の周期および S_{max} の組合せについて調べた結果が図-11, 12 である。図の縦軸は二つの波群の

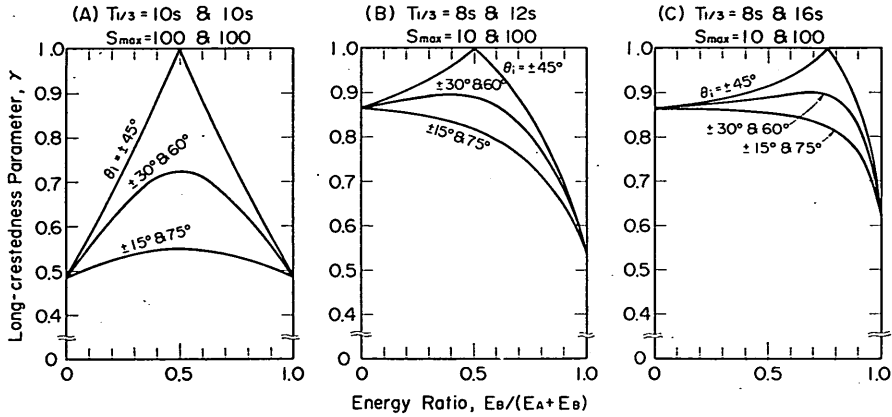


図-13 方向スペクトルによる二方向波浪系の波峰長パラメーター γ

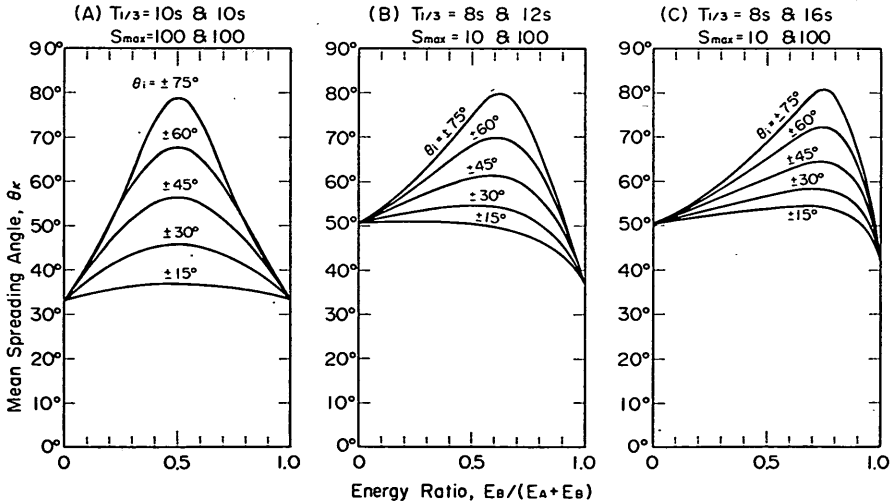


図-14 方向スペクトルによる二方向波浪系の平均分散角 θ_k

周期比で、添字 B の波群の方が周期が長いとしている。図の右側の座標は、二つの波群の周期の組合せを例示したものである。方向集中度の等しい波群の対の場合には周期比の影響が規則波に対するものとはほぼ同一であり、短周期の波群の影響が強く現われる。方向集中度が異なる

影響は、一般に方向集中度の高い波群の方向に代表波向を偏らせる形で現われる。平均波向 $\bar{\theta}$ についてはこの影響が小さいけれども、主波向 θ_p については著しい。図-10 において波群の組合せ(B)が(A)とはほぼ同じ変化を示したのは、周期比の影響と S_{max} の比率の影響が互いに

打ち消し合ったためと考えられる。

3.3 二方向波浪系の方向集中度

前節の表-2の波群の組合せについて方向集中度の指標である γ と θ_x を計算した結果が 図-13, 14 である。波峯長パラメーター γ は 2.3 で論じたように $\Omega=45^\circ$ を軸として対称であり、 $\Omega=45^\circ$ のときは最適エネルギー比において $\gamma=1$ となる。このエネルギー比は、規則波の場合には式(49)で論じたように $\theta_p=\theta$ となるエネルギー比であり、方向スペクトルを持つ不規則波についてもこのことが数値的に確かめられる。

一方、平均分散角 θ_x は $\Omega=(\theta_A-\theta_B)/2$ が 0° から 90° に向って増大するにつれて単調に増加する。また、 Ω が 90° に近いときは $\bar{\theta}=\theta$ となるエネルギー比の付近で θ_x が最大となる。ただし、二方向の波浪の方向集中度および周期が異なるときは、 Ω の値が小さいときなどエネルギー比が 0 から 1 に増加するにつれて θ_x が単調に減少することもある。いずれにしても、 θ_x は常に Ω よりも大きな値をとる。一方向波浪系の場合の θ_x は S_{max} および f_{max}/f_p の値によって変化するけれども、比較的に大きな値となる風波であっても θ_x は 50° 前後であるので、たとえば θ_x が 60° を超えるときは二方向波浪系であることが推論できる。

なお、図-13, 14 ともエネルギー比が 0 または 1 における γ および θ_x の値がケース(A)~(C)に異なっている。これは、この数値計算において周波数の上限値を $f_{max}=0.5\text{Hz}$ に固定したためである。すなわち、有義波周期を $T_{1/3}=8\sim 16\text{s}$ と変えたことにより f_{max}/f_p の値が各ケースによって異なったためである。

3.4 標準スペクトルに対する平均波数

Longuet-Higgins の理論では、波数空間における方向スペクトルの重心の座標値として平均波数が式(22)~(24)によって定義される。いま深海波を対象とし、方向関数として $\cos^{2n}\theta$ 型を考えると、式(58)のモーメント計算式を使うことによって平均波数 \bar{k} が次のように計算される。

$$\bar{k} = \frac{4\pi^2}{g} \cdot \frac{m_2}{m_0} \cdot \frac{2}{\pi} \left[\frac{(2n)!!}{(2n-1)!!} \right]^2 \frac{1}{2n+1} \quad (72)$$

または、 \bar{k} の平均波数に対応する平均周波数を \bar{f} とすると $\bar{f}^2 = g\bar{k}/(4\pi^2)$ であるから、

$$\bar{f} = f_{m_{0,2}} G_0(n) \quad (73)$$

ここに、

$$f_{m_{0,2}} = \sqrt{m_2/m_0} \quad (74)$$

$$G_0(n) = \sqrt{\frac{2}{\pi(2n+1)}} \cdot \frac{(2n)!!}{(2n-1)!!} \quad (75)$$

このうち、 $f_{m_{0,2}}$ は周波数スペクトルから Rice の理論によって導かれるゼロアップクロスの平均周波数であり、

$G_0(n)$ が方向分布の影響による平均周波数の低減率を表わす。試算すると、代表的な n の値に対して次のような値が得られる。

$$\left. \begin{aligned} n=1 : G_0(1) &\approx 0.9213, \\ n=2 : G_0(2) &\approx 0.9515, \\ n=5 : G_0(5) &\approx 0.9776, \\ n=10 : G_0(10) &\approx 0.9882. \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

方向スペクトルのモーメント計算の式(58)では周波数に関する積分の上限値が $f=\infty$ であるけれども、実際には有限の値 f_{max} にとどまり、このため、平均波数 \bar{k} および $f_{m_{0,2}}$ は f_{max}/f_p の単調増加関数となる。しかし、方向関数が $\cos^{2n}\theta$ の型の場合、方向分布の影響は式(75)のとおり f_{max}/f_p に関係しない。

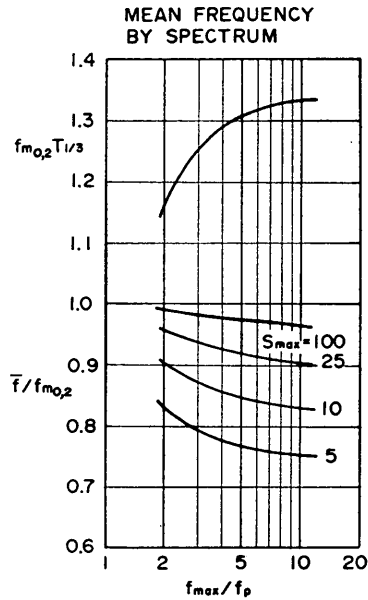


図-15 光易型方向スペクトルの平均周波数

一方、光易型方向関数の場合には、方向分布の影響が S_{max} のみでなく f_{max}/f_p によっても変化する。これを光易型方向スペクトルの数値積分によって調べた結果が 図-15 である。図の上半分はゼロアップクロスの平均周波数 $f_{m_{0,2}}$ が周波数の上限値 f_{max}/f_p によって変る様子を示したものであり、下半分は方向分布の影響を $\bar{f}/f_{m_{0,2}}$ の比として表示したものである。式(76)の $\cos^{2n}\theta$ の値に比べ、光易型方向関数では方向分布の影響が強く現われることが明らかである。

次に二方向波浪系について考える。深海領域の規則波の場合には波向が $\theta_A=\Omega$, $\theta_B=-\Omega$ であるとして、平均周波数が次式で与えられる。

$$\bar{f} = \sqrt{\frac{E_A f_A^2 + E_B f_B^2}{E_A + E_B}} \times \sqrt{\cos \Omega} \quad (77)$$

上式の右辺の E_A, E_B を含む分母項は複合波浪系の平均周期を与える式¹²⁾と同等であり、波向角の影響は $\sqrt{\cos \Omega}$ によって表わされる。光易型方向スペクトルを持つ波浪系について数値計算を行うと、図-16の結果が得られる。この図は $T_A = T_B, E_A = E_B$ の対称形の二方向波浪系について平均周波数 \bar{f} を求め、これをゼロアップクロス平均周波数 $f_{m0.2}$ で除した値を $\Omega = (\theta_A - \theta_B)/2$ に対してプロットしたものである。方向集中度の高い $S_{max} = 100$ の場合には規則波(Point Spectra)とほとんど同じであるが、 $S_{max} = 10$ の場合には方向分布性のために平均周波数の低減が大きくなっている。

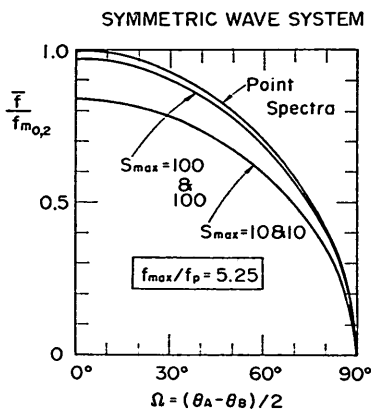


図-16 対称二方向波浪系の平均周波数

4. 水面傾斜の計測による波向および方向集中度の算定

4.1 共分散を用いた波向および方向集中度の算定

前章までの議論はすべて方向スペクトル $E(l, m)$ または $S(f, \theta)$ が既知の場合である。しかし、方向スペクトルの算出にはかなりの数値計算を必要とする。波向観測の実務においてはリアルタイムで波向を算定することが要望されるので、方向スペクトルを計算することなしに波向および方向集中度が求められれば便利である。この一つの方法は、式(6)で一般的に表示される波浪諸元の時系列データの共分散を用いることである。

いま、二つの時系列データを ζ_i, ζ_j とし、遅れ時間 τ に対する共分散関数を $\Psi_{ij}(\tau)$ で表記すると、現象の定常性を仮定することにより

$$\begin{aligned} \Psi_{ij}(\tau) &= \overline{\zeta_i(t)\zeta_j(t+\tau)} \\ &= \lim_{t_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_0} \int_{-t_0}^{t_0} \zeta_i(t)\zeta_j(t+\tau) dt \end{aligned} \quad (78)$$

ここで、式(6)を代入して計算を進めると次の結果が得ら

れる。

$$\Psi_{ij}(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} K_i K_j a_n^2 \cos(\phi_j - \phi_i + \omega_n \tau) \quad (79)$$

あるいは式(4)で定義される方向スペクトルを導入して

$$\Psi_{ij}(\tau) = \int_0^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} K_i K_j S_o(\omega, \theta) \cos(\phi_j - \phi_i + \omega \tau) d\theta d\omega \quad (80)$$

特に、遅れ時間0の共分散をとると

$$\Psi_{ij}(0) = \cos(\phi_j - \phi_i) \int_0^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} K_i K_j S_o(\omega, \theta) d\theta d\omega \quad (81)$$

ここで、表-1の伝達関数と位相変換角を参照し、波向および方向集中度の計算に必要な方向スペクトルの0~2次モーメントの定義式を勘案すると、波向の測定用としては次のような諸量の組合せが考えられる。

- A. 水面上下速度と水面傾斜2成分
- B. 水面上量量と水粒子速度2成分
- C. 水圧変動と水粒子速度2成分

これらはいずれも位相差 $\phi_j - \phi_i$ が0または π の組合せである。たとえば、Aの水面上下速度と水面傾斜の組合せの場合には

$$\left. \begin{aligned} \zeta_1 &= \eta_t, & K_1 &= \omega, & \phi_1 &= \pi/2, \\ \zeta_2 &= \eta_x, & K_2 &= k \cos \theta, & \phi_2 &= \pi/2, \\ \zeta_3 &= \eta_y, & K_3 &= k \sin \theta, & \phi_3 &= \pi/2. \end{aligned} \right\} \quad (82)$$

したがって、共分散は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{11}(0) &= \overline{\eta_t^2} = \int_0^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \omega^2 S_o(\omega, \theta) d\theta d\omega, \\ \Psi_{12}(0) &= \overline{\eta_t \eta_x} = \int_0^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \omega S_o(\omega, \theta) k \cos \theta d\theta d\omega, \\ \Psi_{13}(0) &= \overline{\eta_t \eta_y} = \int_0^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \omega S_o(\omega, \theta) k \sin \theta d\theta d\omega, \\ \Psi_{22}(0) &= \overline{\eta_x^2} = \int_0^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_o(\omega, \theta) k^2 \cos^2 \theta d\theta d\omega, \\ \Psi_{23}(0) &= \overline{\eta_x \eta_y} = \int_0^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_o(\omega, \theta) k^2 \cos \theta \sin \theta d\theta d\omega, \\ \Psi_{33}(0) &= \overline{\eta_y^2} = \int_0^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_o(\omega, \theta) k^2 \sin^2 \theta d\theta d\omega. \end{aligned} \right\} \quad (83)$$

角周波数・方向角表示の方向スペクトル $S_o(\omega, \theta)$ の積分は、式(7)の関係を用いて波数空間での方向スペクトル $E(l, m)$ の積分に変換できる。この結果、

$$\left. \begin{aligned} M_{11}^{\zeta} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 E(l, m) dl dm = \overline{\eta_t^2}, \\ M_{12}^{\zeta} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega E(l, m) l dl dm = \overline{\eta_t \eta_x}, \\ M_{13}^{\zeta} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega E(l, m) m dl dm = \overline{\eta_t \eta_y}, \\ M_{22}^{\zeta} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(l, m) l^2 dl dm = \overline{\eta_x^2}, \\ M_{33}^{\zeta} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(l, m) m^2 dl dm = \overline{\eta_y^2}, \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

$$M_0^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(l, m) m^2 dl dm = \overline{\eta_v^2} \quad \Bigg\}$$

式84の方向スペクトルのモーメントのうち*を付したものは式(8)の本来の定義と ω あるいは ω^2 の項だけ異なっている。しかし、この差はいわば周波数スペクトルの形状の差であって方向関数の形を修正するものではないため、波向の推定に対しては影響が小さいものと推測される。そこで、式(84)のモーメントを式(18)の代用として用い、波向および方向集中度を求めることにする。この結果、平均波向および主波向の算定式を共分散の形で書くと次のようになる。

$$\bar{\theta} = \tan^{-1} \left(\frac{\overline{\eta_x \eta_y}}{\overline{\eta_x^2}} \right) \quad (85)$$

$$\theta_p = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\overline{\eta_x \eta_y}}{\overline{\eta_x^2} - \overline{\eta_y^2}} \right) \quad (86)$$

波長パラメーター γ は式(27)の M_{20}, M_{11}, M_{02} を式(84)で置き換え、平均分散角 θ_x は式(50)のモーメントを同じく式(84)で置き換えて計算する。

なお、方向スペクトルの修正関数のモーメントを使って波向および方向集中度などを求めることは、永田⁹⁾が2方向の水粒子速度測定値の解析に際して使用した方法に準じたものである。

さらに、平均波数については M_{00}^* が ω^2 、 M_{10}^* と M_{01}^* が ω の次元を含むため、 \bar{l}, \bar{m} の定義である式(23), (24)がそのままの形では適用できない。そこで、 η に関する情報も併せて解析するものとして次の平均角周波数を導入する。

$$\bar{\omega} = \sqrt{\overline{\eta_x^2} / \overline{\eta^2}} = \sqrt{M_{00}^* / M_{00}} \quad (87)$$

そして、平均波数をこの $\bar{\omega}$ を用いて次のように修正した形で定義する。

$$\begin{aligned} \bar{k} &= \bar{\omega} \sqrt{M_{10}^* + M_{01}^* / M_{00}^*} \\ &= \bar{\omega} \sqrt{\overline{\eta_x \eta_x^2} + \overline{\eta_x \eta_y^2} / \overline{\eta_x^2}} \end{aligned} \quad (88)$$

4.2 周波数帯別の波向および方向集中度の算定

(1) クロススペクトルの導入

共分散関数 $\Psi_{ij}(\tau)$ に対して、一般に次のようなクロススペクトルを定義することができる。ただし、 $0 < \omega < \infty$ の範囲で定義する。

$$\Phi_{ij}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{ij}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (89)$$

このクロススペクトルは実数部のコスベクトル $C_{ij}(\omega)$ と虚数部のクオドラチャスペクトル $Q_{ij}(\omega)$ に分けられる。すなわち、

$$\Phi_{ij}(\omega) = C_{ij}(\omega) - iQ_{ij}(\omega) \quad (90)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} C_{ij}(\omega) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{ij}(\tau) \cos \omega\tau d\tau, \\ Q_{ij}(\omega) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{ij}(\tau) \sin \omega\tau d\tau. \end{aligned} \right\} \quad (91)$$

以上のクロススペクトルに式(80)の共分散関数と方向スペクトルの関係を代入して計算を進めると、次の関係式を導くことができる。

$$\left. \begin{aligned} C_{ij}(\omega) &= \cos(\phi_j - \phi_i) \int_{-\pi}^{\pi} K_i K_j S_\omega(\omega, \theta) d\theta, \\ Q_{ij}(\omega) &= \sin(\phi_i - \phi_j) \int_{-\pi}^{\pi} K_i K_j S_\omega(\omega, \theta) d\theta. \end{aligned} \right\} \quad (92)$$

表面ブイを用いて方向スペクトルを初めて測定した Longuet-Higgins は⁴⁾は ζ_1 として水面上下加速度を用い、 ζ_2, ζ_3 に x, y 方向の水面傾斜を採用し、その後も多くの研究者によって踏襲されている。ただ、前節では水面の上下速度と水面傾斜2成分間の共分散を用いる方法を示したので、 K_i として η_i を用いる場合のクロススペクトルを示すと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} C_{11}(\omega) &= \int_{-\pi}^{\pi} \omega^2 S_\omega(\omega, \theta) d\theta, \\ C_{12}(\omega) &= \int_{-\pi}^{\pi} \omega S_\omega(\omega, \theta) k \cos \theta d\theta, \\ C_{13}(\omega) &= \int_{-\pi}^{\pi} \omega S_\omega(\omega, \theta) k \sin \theta d\theta, \\ C_{22}(\omega) &= \int_{-\pi}^{\pi} S_\omega(\omega, \theta) k^2 \cos^2 \theta d\theta, \\ C_{23}(\omega) &= \int_{-\pi}^{\pi} S_\omega(\omega, \theta) k^2 \cos \theta \sin \theta d\theta, \\ C_{33}(\omega) &= \int_{-\pi}^{\pi} S_\omega(\omega, \theta) k^2 \sin^2 \theta d\theta. \end{aligned} \right\} \quad (93)$$

$$Q_{ij}(\omega) = 0; \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (94)$$

また、これらのコスベクトル同志の間には次の恒等式が成立する。

$$C_{11}(\omega) = \frac{\omega^2}{k^2} [C_{22}(\omega) + C_{33}(\omega)] \quad (95)$$

(2) 周波数帯別の波向

方向スペクトルとして次の一般形

$$S_\omega(\omega, \theta) = S_\omega(\omega) G(\omega, \theta), \quad (96)$$

を使い、方向関数を次のようにフーリエ級数表示する。

$$\begin{aligned} G(\omega, \theta) &= \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n(\omega) \cos n\theta \right. \\ &\quad \left. + B_n(\omega) \sin n\theta] \right\}. \end{aligned} \quad (97)$$

この式(96), (97)を式(93)に代入して積分を実行すると次の結果が得られる。

$$\left. \begin{aligned} C_{11}(\omega) &= \omega^2 S_\omega(\omega), \\ C_{12}(\omega) &= \omega k S_\omega(\omega) A_1(\omega), \\ C_{13}(\omega) &= \omega k S_\omega(\omega) B_1(\omega), \\ C_{22}(\omega) &= \frac{1}{2} k^2 S_\omega(\omega) [1 + A_2(\omega)], \end{aligned} \right\} \quad (98)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{23}(\omega) &= \frac{1}{2} k^2 S_0(\omega) B_2(\omega), \\ C_{33}(\omega) &= \frac{1}{2} k^2 S_0(\omega) [1 - A_2(\omega)]. \end{aligned} \right\}$$

この結果からフーリエ係数のうち $n=1, 2$ のものが次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} A_1(\omega) &= \frac{\omega}{k} \cdot \frac{C_{12}(\omega)}{C_{11}(\omega)}, \\ B_1(\omega) &= \frac{\omega}{k} \cdot \frac{C_{13}(\omega)}{C_{11}(\omega)}, \\ A_2(\omega) &= \frac{C_{22}(\omega) - C_{33}(\omega)}{C_{22}(\omega) + C_{33}(\omega)}, \\ B_2(\omega) &= \frac{2C_{23}(\omega)}{C_{22}(\omega) + C_{33}(\omega)}. \end{aligned} \right\} \quad (99)$$

すなわち、方向関数として

$$G(\omega, \theta) = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} + A_1(\omega) \cos \theta + B_1(\omega) \sin \theta + A_2(\omega) \cos 2\theta + B_2(\omega) \sin 2\theta + \dots \right\}, \quad (100)$$

の形が定められた。この表示から、周波数帯ごとの波向として次の二つの定義が可能である。

$$\bar{\theta}_1(\omega) = \tan^{-1} \left(\frac{B_1}{A_1} \right) = \tan^{-1} \left[\frac{C_{13}(\omega)}{C_{12}(\omega)} \right]. \quad (101)$$

$$\bar{\theta}_2(\omega) = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{B_2}{A_2} \right) = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{2C_{23}(\omega)}{C_{22}(\omega) - C_{33}(\omega)} \right]. \quad (102)$$

式(102)の $\bar{\theta}_2(\omega)$ は式(26)の主波向 θ_p と同様に半平面でしか定義できない。もっとも、風波を主対象とした現地観測^{10), 13)} では半平面の範囲では $\bar{\theta}_1(\omega)$ と $\bar{\theta}_2(\omega)$ とがほぼ同一の方向を与えるとのことである。なお、式(101)は式(21)の平均波向と、式(102)は式(26)の主波向と同一型式であり、またその意味する内容も同じところから、以下においては $\bar{\theta}_1(\omega)$ を $\bar{\theta}(\omega)$ 、 $\bar{\theta}_2(\omega)$ を $\theta_p(\omega)$ と表記する。

(3) 周波数帯別の方向集中度

波群全体の波容長パラメーターは式(27)のように与えられているが、永田⁹⁾ は2方向電磁流速計による観測値の解析の際にこれを拡大解釈して周波数ごとに計算した。水面傾斜の計測に対して同様の手法を用いると、周波数帯別の波容長パラメーターが次のように表わされる。

$$\gamma(\omega) = \left[\frac{A - \sqrt{B}}{A + \sqrt{B}} \right]^{1/2}. \quad (103)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A &= C_{22}(\omega) + C_{33}(\omega), \\ B &= [C_{22}(\omega) - C_{33}(\omega)]^2 + 4[C_{23}(\omega)]^2. \end{aligned} \right\} \quad (104)$$

一方、方向集中度としては方向関数の形状を仮定し、

その形状パラメーターを観測値へのあてはめによって求める方法も用いられる。方向スペクトルの研究ではこの方法が一般的である。具体的には3.1で導入した式(66)を仮定する^{4), 10), 13)}。正規化条件を満たすための係数 α_2 は式(67)の積分が解析的に求められることによって次のように表わされる。

$$\alpha_2 = \frac{1}{\pi} 2^{2S-1} \frac{\Gamma^2(S+1)}{\Gamma(2S+1)} \quad (105)$$

この式(105)は任意の実数値について成立する。いま、特に S が整数であるとする、

$$\left(\cos \frac{\theta}{2} \right)^{2S} = \frac{1}{2^{2S-1}} \left[\frac{1}{2} {}_{2S}C_S + \sum_{r=0}^{S-1} {}_{2S}C_r \cos(S-r)\theta \right], \quad (106)$$

の公式が適用できるので、式(66)の方向関数が次のように展開できる。

$$G_2(\omega, \theta) = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^S \frac{S(S-1)\dots(S-n+1)}{n!(S+1)(S+2)\dots(S+n)} \cos n(\theta - \theta_0) \right\}. \quad (107)$$

この結果を式(97)と対比することにより、フーリエ係数は方向集中度パラメーター S と次のように関係づけられる。

$$\sqrt{[A_n(\omega)]^2 + [B_n(\omega)]^2} = \frac{S(S-1)\dots(S-n+1)}{(S+1)(S+2)\dots(S+n)}; \quad n=1, 2, \dots \quad (108)$$

このうち、 $n=1$ および 2 に対応して S に関する二つの推定値が得られる。

$$\hat{S}_1 = \frac{C_1(\omega)}{1 - C_1(\omega)}. \quad (109)$$

$$\hat{S}_2 = \frac{1 + 3C_2(\omega) + \sqrt{[1 + 3C_2(\omega)]^2 + 8C_2(\omega)[1 - C_2(\omega)]}}{2[1 - C_2(\omega)]}. \quad (110)$$

ここに、

$$\begin{aligned} C_1(\omega) &= \sqrt{[A_1(\omega)]^2 + [B_1(\omega)]^2} \\ &= \frac{\omega}{k} \cdot \frac{\sqrt{[C_{12}(\omega)]^2 + [C_{13}(\omega)]^2}}{C_{11}(\omega)}. \end{aligned} \quad (111)$$

$$\begin{aligned} C_2(\omega) &= \sqrt{[A_2(\omega)]^2 + [B_2(\omega)]^2} \\ &= \frac{\sqrt{[C_{22}(\omega) - C_{33}(\omega)]^2 + 4[C_{23}(\omega)]^2}}{C_{22}(\omega) + C_{33}(\omega)}. \end{aligned} \quad (112)$$

光易ほか¹⁰⁾によると、クローバー型ブイによる観測データでは \hat{S}_1 と \hat{S}_2 とがほぼ同一の値を示したとのことであり、方向集中度パラメーターの標準化のための解析では $S = (\hat{S}_1 + \hat{S}_2)/2$ をデータとして使用している。なお、波容長パラメーター γ を式(103)のように周波数ごとに定義するとき、式(112)と対比すれば明らかのように

$$\gamma(\omega) = \left[\frac{1 - C_2(\omega)}{1 + C_2(\omega)} \right]^{1/2}, \quad (113)$$

の関係がある。したがって、 S_2 と $\gamma(\omega)$ とは $C_2(\omega)$ を媒介変数として1対1の対応関係が存在する。なお、式(109)、(110)はその誘導から明らかなように、本来は整数値の S に対するものであるが、Longuet-Higgins はか⁴⁾の解析以来、そうした制約なしに S_1, S_2 を求めているようである。

4.3 スペクトルの数値積分による検討

水面の傾斜および上下速度の時系列データの共分散から代表波向等を算定する方式では、式(84)のように方向スペクトルの0次および1次モーメントが本来の値とやや異なる。このため、平均波向 $\bar{\theta}$ 、平均分散角 θ_s 、および平均波数 \bar{k} の3量は3. で述べた波形の方向スペクトルから計算した値と若干異なる値をとる。これに対して、主波向 θ_p と波峰長パラメーター γ は2次モーメントで定義される量であり、これらは変化しない。そこで、水面傾斜測定による $\bar{\theta}, \theta_s$ 、および \bar{k} の値について標準スペクトルを対象として検討してみる。

まず簡単のために方向関数として式(55)の $\cos^{2n}\theta$ 型を使用し、 $\theta_0 = 0$ と設定する。また、対象とする全周波数範囲において深海波条件が満足されており、 $\omega^2 = gk$ の関係が成立するものと仮定する。これにより、スペクトルの修正0次および1次モーメントを式(84)で計算すると次の結果が得られる。

$$\left. \begin{aligned} M_{00}^* &= 4\pi^2 m_2, \\ M_{10}^* &= \frac{(2\pi)^3}{g} m_3 \frac{2}{\pi} \left[\frac{(2n)!!}{(2n-1)!!} \right]^2 \frac{1}{2n+1}, \\ M_{01}^* &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (114)$$

なお、 M_{20}, M_{11} 、および M_{02} は式(59)と同一である。

最初に平均分散角を計算すると次のようになる。

$$\tan \theta_s = \frac{\sqrt{m_2 m_4}}{m_3} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{2n+1}{\sqrt{2n+2}} \left[\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \right]^2. \quad (115)$$

この平均分散角は波形スペクトルから計算される式(62)と比べて方向分布の影響の方は同一であるが、周波数スペクトルの寄与分が異なっている。計算してみると、式(62)によるものよりも周波数の上限値 f_{\max}/f_p の影響が幾分弱まり、全体としてやや低目の値となる。図-17は光易型方向スペクトルの場合を対象として水面傾斜測定による平均分散角を数値計算した結果である。図の横軸は方向集中度パラメーター S_{\max} であり、周波数上限値の影響は $f_{\max} T_{1/3}$ の値をパラメーターとした曲線群で表示されている。波形スペクトルの数値積分で求めた図-8と表示方法が異なるので比較が少し面倒であるけれども、図-17の方が小さな値となっている。なお、図-18は

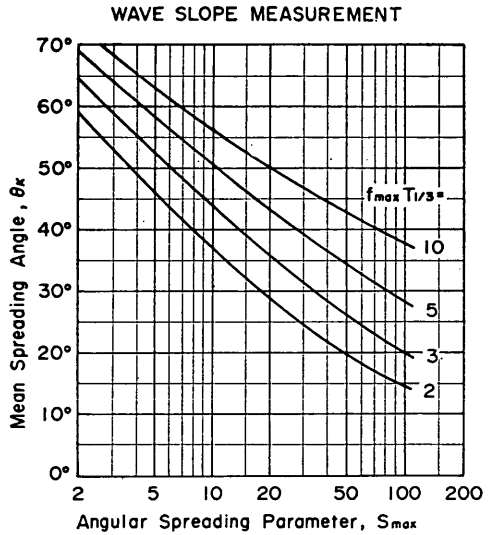


図-17 水面傾斜測定による光易型方向スペクトルの平均分散角 θ_s

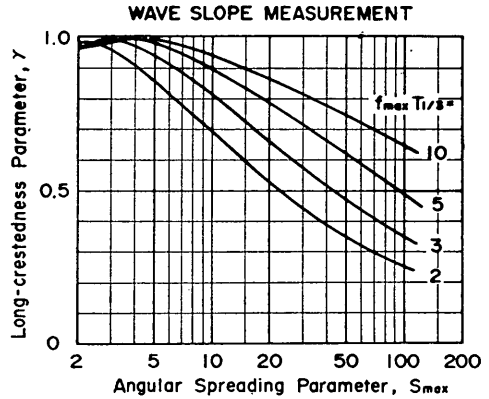


図-18 水面傾斜測定による光易型方向スペクトルの波峰長パラメーター γ

波峰長パラメーター γ について同じ形式で表示したものである。数値としては図-7と同一である。

次に平均波数 \bar{k} については式(88)に基づいて計算すると、 $\cos^{2n}\theta$ 型の場合で次のようになる。

$$\bar{k} = \frac{4\pi^2}{g} \cdot \frac{m_3}{\sqrt{m_0 m_2}} \cdot \frac{2}{\pi} \left[\frac{(2n)!!}{(2n-1)!!} \right]^2 \frac{1}{2n+1}. \quad (116)$$

または、この平均波数に対応する平均周波数 \bar{f} として $\bar{f} = f_{m_2,1} G_0(n)$. (117)

ここに、

$$f_{m_2,1} = \sqrt{m_3} / \sqrt[4]{m_0 m_2}. \quad (118)$$

なお、 $G_0(n)$ は式(75)で与えられるものである。すなわち、平均波数・周波数の場合も方向分布の影響は波形ス

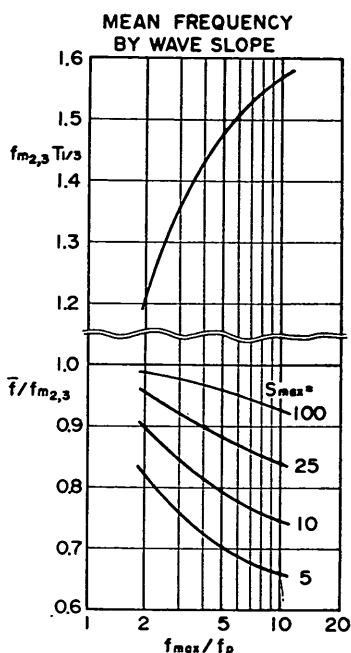


図-19 水面傾斜測定による光易型方向スペクトルの平均周波数

ベクトルから求められる場合と変わらずに、周波数スペクトルの影響の形で差異が見られることになる。現実の波浪を良く代表すると見られる光易型方向スペクトルを対象として水面傾斜測定の場合の平均周波数を計算した結果が図-19である。図の上半分は周波数スペクトルの影響を表わす $f_{m2,3} T_{1/3}$ 、図の下半分は方向分布の影響を表わす $\bar{f}/f_{m2,3}$ をプロットしてある。波形スペクトルから求める場合の図-16に比べ $f_{m2,3} T_{1/3}$ が大きく、 $\bar{f}/f_{m2,3}$ が小さくなっている。ただし、前者の増大率の方が大きいため $\bar{f} T_{1/3}$ の値に直すと波形スペクトルから求めた値よりも大きくなっている。

平均波向 $\bar{\theta}$ に関しては、一方向波浪系であれば水面傾斜測定によっても波群の中心の方向が求められる。二方向波浪系の場合には、二つの波群の周期および方向集中度の影響力の強さの点で波形スペクトルによるものと若干の差異を生じる。まず、二方向の規則波について平均波向 $\bar{\theta}$ が中央波向 θ と一致するエネルギー比を計算すると、深海波を対象として次のようになる。

$$\left(\frac{E_B}{E_A + E_B} \right)_{\bar{\theta}=\theta} = \frac{1}{1 + (T_A/T_B)^3} \quad (119)$$

波形スペクトルの場合の式(70)と比べて右辺の分母の T_A/T_B の項が2乗から3乗に代っており、それだけ短周期波の影響が強くなること分る。

光易型方向スペクトルを持つ波群(深海波)の組合せ

について数値計算を行なって $\bar{\theta}=\theta$ となるエネルギー比を求めた結果が図-20である。波形の方向スペクトルから平均波向を計算した図-11と比べてみると、エネルギー比が右へ移動し、短周期波の影響が強まっていることを示している。たとえば、周期が1:2の比率で S_{max} が10と25の波群の組合せの場合、 $\bar{\theta}=\theta$ となるのは図-11では $E_B/(E_A + E_B)=0.77$ であるのに図-20では0.85のエネルギー比であり、前者の場合は短周期波の影響力が長周期波の約3.3倍であるのに後者では約5.7倍に増加している。また、平均波向は方向集中度の高い波群の方へやや偏る傾向があり、これは図-11と同様である。ただし、いずれにしても方向集中度の影響は周期の影響

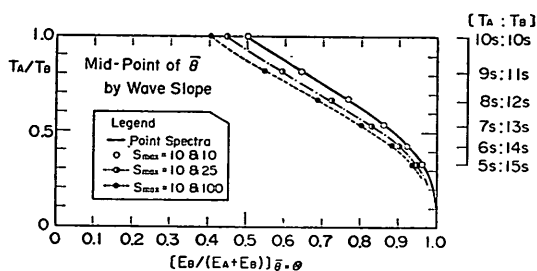


図-20 平均波向が中央波向に一致するエネルギー比(水面傾斜測定の場合)

よりも小さいので、風波とうねりが重畳した場合の平均波向はかなり風波の方向に近い値を示すことになると考えられる。

4.4 数値シミュレーションによる検討

(1) 数値シミュレーションの方法

次に、共分散法による波向推定法の妥当性を検証し、推定精度などを定量的に検討するため、波による水面運動の数値シミュレーションを実施した。基本となるのは式(6)であるが、これは無限級数表示なので数値計算にあたっては周波数および方向角に関する有限二重級数⁽⁴⁾を使い、また座標原点を測定地点にとることにして $x=y=0$ に設定した。この結果、計算式は次のようになる。

$$\zeta_i = \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^K K_i(f_n, \theta_n) a_{n,m} \cos(2\pi f_n t + \epsilon_{n,m} + \phi_i) + z_i(t) \quad (120)$$

なお、上式右辺の最後の項の $z_i(t)$ は計測に付随するノイズを模式的に表わしたもので、計算にあたっては正規確率分布の乱数を用いて与えた。すなわち、白色雑音として扱った。

式(120)の各成分波の振幅 $a_{n,m}$ は方向スペクトルから次式で与える。

$$a_{n,m} = \sqrt{2S(f_n) \Delta f_n} \sqrt{G(f_n, \theta_n) \Delta \theta_n} \quad (121)$$

この振幅 $a_{m,n}$ と位相遅れ角 $\epsilon_{m,n}$ は水面運動の各要素（水面上昇量，上下速速， x および y 方向の傾斜）にすべて共通であり，各要素の差異は表-1の伝達関数 K_i および位相変換角 ϕ_i を介して現われる。

周波数はあらかじめ設定した $f_{min} \sim f_{max}$ の周波数範囲を $M-1$ 等分し，各区間において乱数を用いて中間周波数を設定し，隣り合う中間周波数の2等分値を f_m ，その差を Δf_m とした。この方式は高周波数側の振幅が減少し，波のエネルギーを受け持つ成分波の数が少なくなるため，波形の統計的変動性が大きく出る短所がある。しかし，周期の異なる二つの波群の合成系を取り扱う必要上からこの方式を採用したものである。また，方向角については $-180^\circ \sim 180^\circ$ の範囲を K 等分した。

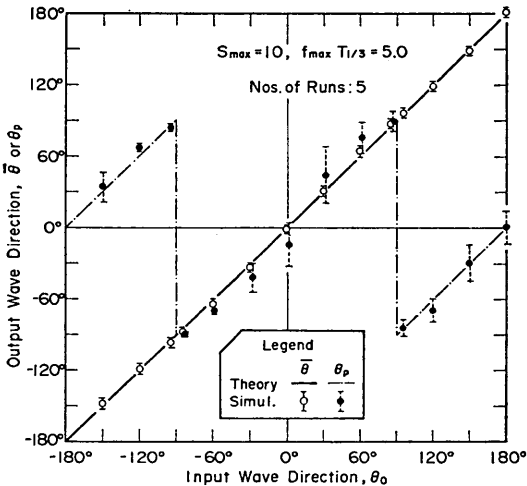


図-21 一方向波浪系の代表波向の変化

数値シミュレーションの計算条件は原則として下記のとおりである。

周波数の個数： $M=101$

方向角の個数： $K=72$

計算時間間隔： $\Delta t=1$ s

データ個数： $N=1,024$

対象水深： $h=100$ m

周波数範囲： $f=0.05 \sim 0.50$ Hz

ノイズの大きさは水面上昇量に対して rms 値で1%，水面上下速度および水面傾斜に対しては1～2%のものを与えた。波高については今回の計算が線型シミュレーションであるため特に関係しないが，数値を理解しやすくするために $H_{1/3}=5$ m に設定した。なお，本章におけるシミュレーションはすべて波形を変えて5～10回繰り返し，計算結果の平均および標準偏差を算出している。

方向スペクトルは式(54)の Bretschneider—光易型周

波数スペクトルと式(66)～(69)の光易型方向関数の組合せである。シミュレーション波形は共分散解析を行なうとともに，必要に応じてFFT法によるクロススペクトル解析を行なって周波数帯ごとの波向，方向集中度を計算した。この解析は $f=0 \sim 0.5$ Hz の範囲を16個の周波数帯に分割して行なったので，各周波数帯には約7個の周波数成分が含まれていた。スペクトル計算では放物線型フィルターを用いたので，不規則波の解析理論を拡張して解釈すればスペクトル解析の自由度は約25である。

(2) 一方向波浪系に対する検討

まず， $T_{1/3}=10$ s， $S_{max}=10$ の風波を対象とし，波群の波向を $-150^\circ \sim 180^\circ$ と変えて平均波向 $\bar{\theta}$ および主波向 θ_p をシミュレーション波形の共分散値から求めた結果が図-21である。計算値は実線および1点鎖線であり，5回繰返しのシミュレーションの結果は平均値を白・黒

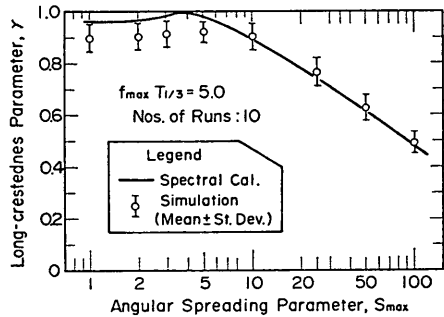


図-22 波峰長パラメーター γ と S_{max} の関係

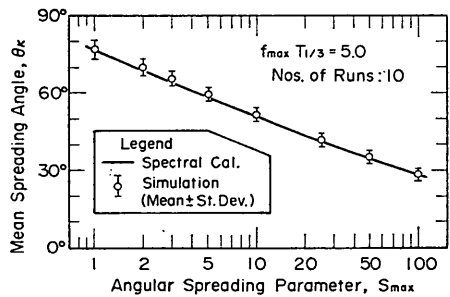


図-23 平均分散角 θ_s と S_{max} の関係

丸，標準偏差を平均値の上下の線分で表わしている。

平均波向 $\bar{\theta}$ は全方向において入射波向と一致する結果を示しているのに対し，主波向 θ_p は $-90^\circ \sim 90^\circ$ の範囲でしか求められないことが如実に示されている。また，平均波向に比べて主波向の標準偏差が大きく，波向の推定精度が劣ることがうかがわれる（精度については6.で詳述する）。波群の方向集中度が $S_{max}=100$ の場合に

共分散法を用いた波向推定方式の数値的検討

についても同じ条件でシミュレーションを行なって同様の結果を得ているが、標準偏差がかなり小さな値になっている。また、周波数帯ごとの平均方向 $\bar{\theta}(f)$ および主方向 $\theta_p(f)$ についても波群の代表波向と同じである。

次に、方向集中度の影響を見るために S_{max} を 1~100 の範囲で変えて計算した結果が図-22, 23である。前者は波峰長パラメーター γ を示し、後者は平均分散角 θ_s の結果である。方向スペクトルの修正モーメントの数値積分による値が実線であり、10回の繰返しシミュレーションの結果は平均値±標準偏差の形で表示してある。波峰長パラメーター γ は方向スペクトルによる計算値が $S_{max} \approx 4$ で上限値 $\gamma=1$ の値をとるのに対し、シミュレーションでは $S_{max}=1\sim 10$ の範囲で $\bar{\gamma} \approx 0.9$ のほぼ一定値を示す。これは $\gamma=1$ が理論的な極限值であるため、シミュレーション波形で再現された方向スペクトルが理論値からややずれて非対称になっただけで γ が 1 よりも小さい値をとる結果になるのではないかと推測される。 $S_{max} \geq 10$ の範囲では、シミュレーション波形から算出した γ の値がほぼ計算どおりとなっている。

一方、平均分散角 θ_s についてはほぼ理論計算の値どおりであり、 S_{max} の値に逆比例して単調に変化している。なお、図-22, 23は $f_{max}T_{1/3}=5.0$ の場合に相当しており、この値が異なると図-17, 18 で述べたように γ および θ_s の異なる値が得られる。

さらに、周波数帯別の方向集中度パラメーターである S_1 と S_2 について検討したところ、 S_1 は周波数帯別の入力値が 20 程度以下の範囲ではほぼ入力値どおりの値を示した。ただし、入力値が 20 程度以上に対してはスペクトル解析の自由度が低いなどあって負の値となったり、また極端に大きな値を示したりして不安定であった。これに対して S_2 の方は比較的安定であるけれども、周波数帯別の平均値は 2 以上であり、これよりも低い方向集中度パラメータを再現することがむずかしいという問題があった。

(3) 二方向波浪系に対する検討

まず、風波とうねりの重畳の一例として、次のような波群の組合せについてエネルギー比を段階的に変えたケースを検討した。

波群 A : $T_{1/3}=8\text{ s}$, $S_{max}=10$, $\theta_0=60^\circ$ 又は 40° ,

波群 B : $T_{1/3}=16\text{ s}$, $S_{max}=100$, $\theta_0=-60^\circ$ 又は -40° 。
これは p. 63 の表-2の(c)ケースに相当する。

シミュレーションは各エネルギー比ごとに 8 回繰返し、その結果から平均波向 $\bar{\theta}$ のエネルギー比 $E_B/(E_A+E_B)$ に対する変化を示したのが図-24 である。シミュレーション波形から共分散法で求めた $\bar{\theta}$ は平均値±標準偏

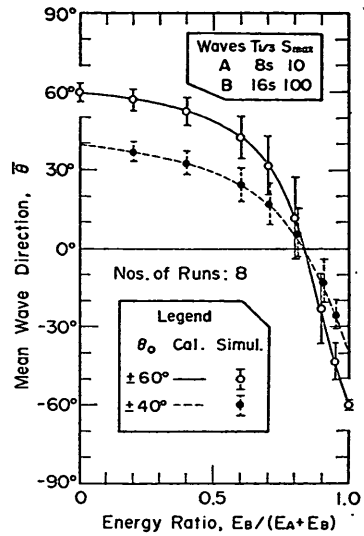


図-24 二方向波浪系における平均波向 $\bar{\theta}$ の変化 (水面傾斜測定の場合)

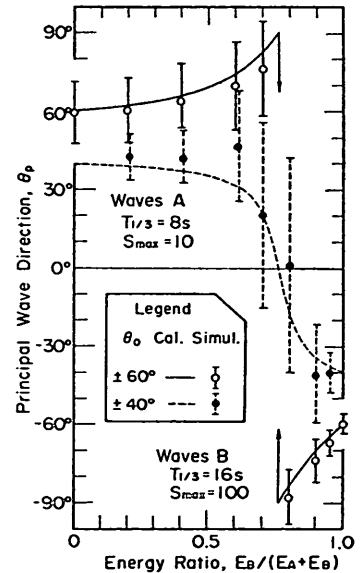


図-25 二方向波浪系における主波向 θ_p の変化 (水面傾斜測定の場合)

差の形で表示してあるが、波向が $\pm 60^\circ$ および $\pm 40^\circ$ のいずれも方向スペクトルの数値積分で計算した値によく一致している。このケースでは、エネルギー比が約 0.83 で平均波向が中央波向に一致する。また、このエネルギー比の近傍ではシミュレーションごとの波向変動が大きく、標準偏差で $10^\circ\sim 15^\circ$ の値を示している。

次に図-25は主波向 θ_p の変化である。理論から予測されたように、波向が $\pm 60^\circ$ の場合には波群Bのエネルギーが0から増大するにつれて主波向は 60° から 90° へ向って次第に増加し、エネルギー比が約0.76を超えたところで主波向が -90° にvari、やがて -60° へ収束する。一方、波向が $\pm 40^\circ$ の場合には主波向が $+40^\circ$ から -40° へ連続的に変化する。しかし、主波向が 0° となる近傍では波向の変動が大きく、標準偏差で 40° 近い。

このように、二つの波群の波向の差が 90° を超えたときには波群全体の主波向が二つの波群の波向の外側へ逸脱することが確認されたわけであるが、さらに周波数帯別の波向について調べた結果が図-26, 27である。いずれも波群の波向が $\pm 60^\circ$ の場合で、前者は式(101)による平均方向 $\bar{\theta}_1(f) \equiv \bar{\theta}(f)$ 、後者は式(102)による主方向 $\bar{\theta}_2(f) \equiv \theta_p(f)$ である。両者とも横軸は各周波数帯におけるスペクトル密度の入力値に対する波群Bのスペクトル密度の比、すなわち $R = S_B(f) / [S_A(f) + S_B(f)]$ である。なお、式(101), (102)は角周波数 ω に関するものであるが、これは $\omega = 2\pi f$ の関係で周波数 f に変換されるので、図-26, 27では周波数 f の関数として表示してある。また、波向の値としては図の混乱を避けるために8回のシミュレーションの平均値のみを示している。こうした周波数帯別の波向では波群の代表周期は異なっても、検討の対象となる周波数は共通である。そこで理論値として周期および S_{max} の等しい二方向波浪系の $\bar{\theta}$ および θ_p を参考のために1点鎖線で記入した。

周波数帯別の平均波向 $\bar{\theta}(f)$ の場合には周波数によって若干の差はあるけれども、1点鎖線にほぼ一致した変化を示す。主波向 $\theta_p(f)$ もほぼ1点鎖線のとおり波群Bのスペクトル密度が相対的に増すにつれて 60° から 90° へ向って増加し、やがて反転して -90° となってから -60° へ向う変化を示す。ただし $\theta_p(f)$ が反転するスペクトル密度比は $0.4 \sim 0.45$ であって、 S_{max} が等しいときの 0.5 の値よりも小さい目である。これは、図-12に示したように波群AとBの S_{max} が異なることの影響によると見られる。いずれにしても、二方向波浪系の場合には周波数帯別の波向としても方向関数の1次のフーリエ係数で定義される平均波向 $\bar{\theta}(f)$ の方が適切であり、2次のフーリエ係数で定義される主波向 $\theta_p(f)$ は波向の組合せによって不適切な値を与えることがあることが明らかである。

次に、波群全体としての方向集中度の指標として波峰長パラメーター γ と平均分散角 θ_s を調べた結果が図-28, 29である。 γ の場合には波向が $\pm 40^\circ$ の方が波向 $\pm 60^\circ$ の場合よりもその値がやや大きく、これは方向スペ

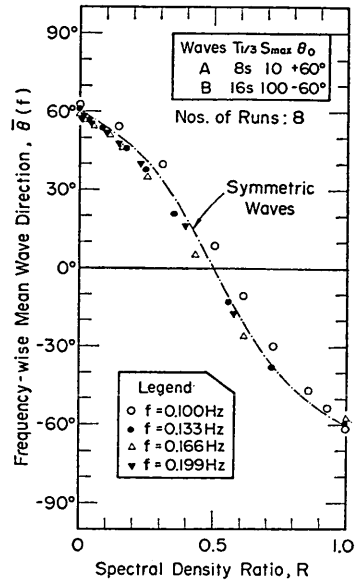


図-26 周波数帯別の平均波向 $\bar{\theta}(f)$ の変化(水面傾斜測定の場合)

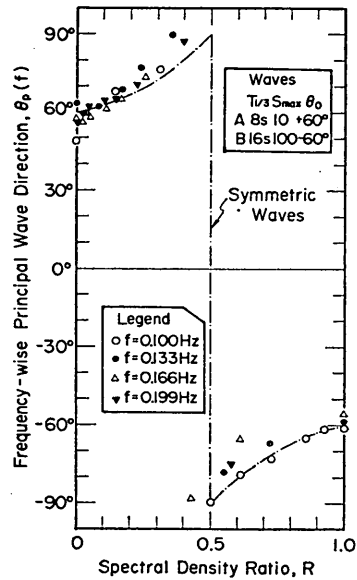


図-27 周波数帯別の主波向 $\theta_p(f)$ の変化(水面傾斜測定の場合)

クトルの数値積分の結果から予想されるとおりである。ただし、絶対値としてはシミュレーションによるものが計算値よりもやや小さい。また、エネルギー比が $0 \sim 0.9$ の範囲では γ の平均値の変化が小さいのに比べて γ の標準偏差がかなり大きいため、 γ の値から一方向波浪系と二方向波浪系を判別することはほとんど不可能である。

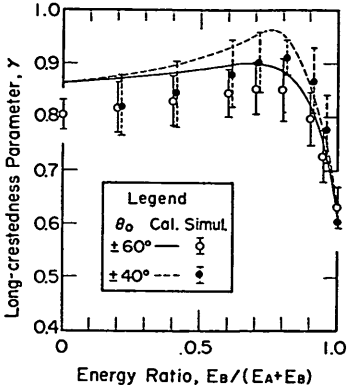


図-28 二方向波浪系における波峯長パラメーター γ の変化(水面傾斜測定の場合)

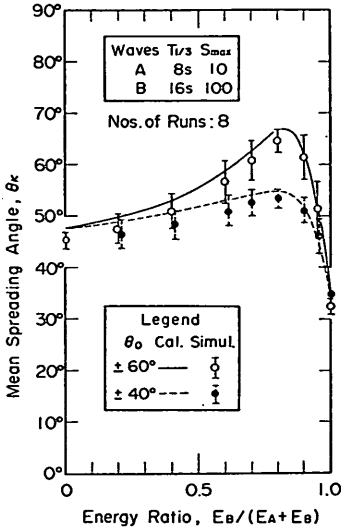


図-29 二方向波浪系における平均分散角 θ_x の変化(水面傾斜測定の場合)

これに対して平均分散角 θ_x の場合には、既に図-14で例示したように、波向の差が大きくなるにつれて θ_x の値が 90° へ向って増大する。このため図-29でも、波向が $\pm 60^\circ$ のときはエネルギー比が0.6~0.9の範囲において二方向波浪系としての θ_x の値が一方方向波浪系の値よりも明らかに大きくなっており、統計的変動性を考慮に入れても二方向波浪系であることが明瞭である。波向が $\pm 40^\circ$ のときは平均分散角の増加があまり著しくないので、二方向波浪系であることの判定がやや困難である。

最後に、一方方向波浪系と二方向波浪系の判別の可能性を探る意味で、 $H_{1/3}$ 、 $T_{1/3}$ 、および S_{max} の等しい二つの

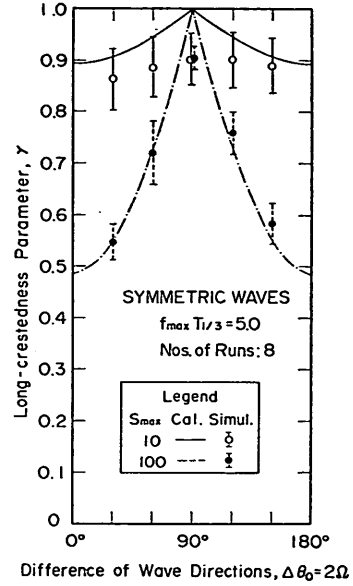


図-30 対称二方向波浪系における波峯長パラメーター γ (水面傾斜測定の場合)

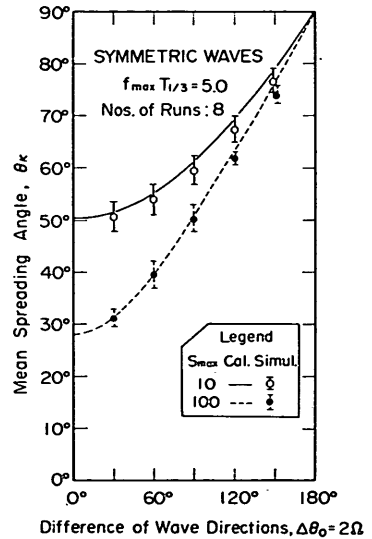


図-31 対称二方向波浪系における平均分散角 θ_x (水面傾斜測定の場合)

波群が重畳した対称二方向波浪系について、波向の差をいろいろ変えて γ および θ_x の変化を調べた結果が図-30, 31である。周期は $(T_{1/3})_A = (T_{1/3})_B = 10$ sなので $f_{max} T_{1/3} = 5.0$ であり、 S_{max} としては10の場合と100の場合と2系統を調べたものである。波峯長パラメーター γ は2.3で論じたように、対称な二方向波浪系では波向

の差が90°のときに $\gamma=1$ となり、かつ90°を軸として左右対称である。このことは図-30の数値シミュレーションの結果でもほぼ認められる。ただし、波向の差が90°の場合の $\gamma=1$ は実現困難であり、平均値では $\gamma=0.91$ がほぼ上限であった。

一方、平均分散角の場合には波向の差が大きくなるにつれて θ_s の値が90°へ向って単調に増大し、シミュレーション結果も計算値どおりである。この図-31および前出の図-14,17などを参照すれば、平均分散角が約60°以上であれば風波・うねりを問わずに波向が90°以上開いた二方向波浪系であると判断してよいと考えられる。また、波高と周期の値などからうねり性の波浪であることが明らかな場合には、平均分散角がもう少し小さくても二方向波浪系と判断できるものと思われる。

4.5 水面傾斜の現地観測における諸問題

実際に波面の傾斜を測定するには、ピッチ・ロール型ブイ⁴⁾やクロバー型ブイ⁵⁾その他の表面浮遊型のブイが利用される。この際には、次のような事項について対応策を立てておく必要がある。

- 1) ブイの上下揺、縦揺、および横揺は必ずしも波面の運動と同一ではない。共振周期の近傍では運動振幅が過大となり、ブイの寸法に比べて短周期の波では運動振幅が過小となる。
- 2) ブイには水平運動に伴う水平加速度が常に働いているので、傾斜計の選択に注意しなければならない。水平加速度は式(9)の関係から水面傾斜の効果を丁度打ち消すように働くため、一般の振子式の計器でブイの傾斜を正しく測ることが困難である。
- 3) ブイは鉛直軸の回りに回転運動もするため、座標軸が変動する。
- 4) ブイは潮流、風などの影響のためにある程度傾いた平均姿勢で動揺し、傾斜角の平均値は0とならないことが多い。
- 5) 測定値には常に雑音が入る。

まず、第1のブイの動揺特性については、共振周波数における増幅率が小さく、できるだけ広い周波数範囲にわたって動揺振幅の伝達関数が1に近い値をとるようなブイの形状を選ぶことが望ましい。縦揺・横揺が強い共振増幅を示す場合には、代表波向が共振周波数の近傍の波の特性の影響を強く受けることになる。また、高周波数側でブイの応答振幅が減少することは、一般に平均分散角を小さく算出する効果がある。ただし、これは上下揺と縦揺・横揺の応答関数の相違によっても変化するので、応答関数を考慮したブイの運動の方向スペクトルを求め、これについてあらかじめ数値計算を行なっておく

ことが必要である。

第2の傾斜計の問題は、海洋波の方向スペクトルの観測ではブイにジャイロを積んで鉛直軸の方向を保持し、ポテンシオメーター型の計器でブイの傾斜を測定する方式がとられている。しかし、波向の定常観測などのように長期間使用する場合には、ジャイロの耐久性および電源容量の点で難点がある。ブイの傾斜の測定は波向観測の基本であり、何よりも解決策を見出さなければならない課題である。

第3のブイの回転に対しては、ブイに磁気コンパス等を取り付けて方位を補正する。光易ほか⁶⁾は測定系の雑音の影響を考慮すれば、この方位補正は瞬時値を使うのではなく、測定時間内の平均方位で補正するのが良いと述べている。

第4の平均値がゼロとならない問題は、共分散の値に対する誤差の発生をひき起す。平均値のずれがあまり大きくないと予想される場合には、ブイの上下速度および2方向の傾斜のそれぞれについて測定時間内の平均値を見掛けの共分散値と同時に求めておき、測定終了後に下記によって補正すればよい。

$$\bar{c}_{ij} = \bar{c}_{ij} - \bar{c}_i \cdot \bar{c}_j \quad (122)$$

ただし、上式右辺の*印付きの変量は平均値を補正していない生データ、すなわち $\bar{c}_i = \bar{c}_i - \bar{c}_j$ である。また、測定開始直前の一定時間を平均値測定用とし、この値を基準としてデータを取得する方式を用いてもよいであろう。

第5の雑音については、シミュレーションによる試算では各信号波形の数%程度以下であれば波群としての波向および方向集中度の指標にあまり影響しないことが明らかにされている。ただし、第1のブイの運動特性の問題を勘案し、振幅応答の低下する高周波数側および波としての情報の少ない0.05Hz程度以下の低周波数帯をカットするようなフィルターを採用しておく方が無難と考えられる。

5. 水粒子速度の計測による波向および方向集中度の算定

5.1 共分散を用いた波向および方向集中度の算定

(1) 水位波形と水粒子速度を用いる場合

波向観測としては2成分流速計を海底あるいは海中の適当な高さに設置して測定する方法も有力である。水位に関する情報としては水面上昇量を直接使う場合と、波による水中圧力の変動を使う場合の二つが考えられる。まず、前者については測定量が η, u, v であるので、伝達関数および位相変換角が表-1によって次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \zeta_1 = \eta: K_1 = 1, \quad \phi_1 = 0, \\ \zeta_2 = u: K_2 = K_* k \cos \theta, \quad \phi_2 = \pi, \\ \zeta_3 = v: K_3 = K_* k \sin \theta, \quad \phi_3 = \pi. \end{aligned} \right\} \quad (123)$$

ただし、 K_* は式(7)で定義した関数である。

この K_i および ϕ_i を式(81)に代入して共分散関数 $\Psi_{i,j}(0)$ を求め、方向スペクトル $S_o(\omega, \theta)$ に関する積分を $E(l, m)$ に関する積分に変換すると、方向スペクトルの修正関数のモーメントと共分散 $\bar{\zeta}_i \bar{\zeta}_j$ との関係が次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} M_{00} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(l, m) dl dm = \overline{\eta^2}, \\ M_{10}^{**} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_* E(l, m) l dl dm = -\overline{\eta u}, \\ M_{01}^{**} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_* E(l, m) m dl dm = -\overline{\eta v}, \\ M_{20}^{**} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_*^2 E(l, m) l^2 dl dm = \overline{u^2}, \\ M_{11}^{**} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_*^2 E(l, m) l m dl dm = \overline{uv}, \\ M_{02}^{**} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_*^2 E(l, m) m^2 dl dm = \overline{v^2}. \end{aligned} \right\} \quad (124)$$

この結果、代表波向は共分散を用いて次のように求めることができる。

$$\bar{\theta} = \tan^{-1} \left(\frac{-\overline{\eta v}}{-\overline{\eta u}} \right). \quad (125)$$

$$\theta_p = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\overline{uv}}{\overline{u^2} - \overline{v^2}} \right). \quad (126)$$

波峰長パラメータ γ は式(27)のモーメントを式(123)で置き換え、平均分散角 θ_* は式(50)のモーメントを同じく式(124)で置き換えて計算する。なお、以上の水粒子速度の共分散による θ_p および γ の計算は永田⁹⁾によるものである。

水粒子速度の測定の場合、修正関数 K_* によるスペクトルの変化が著しい。このため、平均波数については水粒子速度の共分散から求めることが困難である。

(2) 水圧波形と水粒子速度を用いる場合

測定量として水面上昇量の代わりに水圧変動を使うときは、伝達関数等が次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \zeta_1 = \eta_p = p/\rho g: K_1 = K_p, \quad \phi_1 = 0, \\ \zeta_2 = u: K_2 = K_* k \cos \theta, \quad \phi_2 = \pi, \\ \zeta_3 = v: K_3 = K_* k \sin \theta, \quad \phi_3 = \pi. \end{aligned} \right\} \quad (127)$$

ここに、 K_p は式(8)で定義される水圧係数である。

方向スペクトルのモーメントのうち $M_{00}^{**}, M_{11}^{**}, M_{22}^{**}$ に関するものは式(124)のままであるが、0次と1次のモーメントは次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_{00} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_p^2 E(l, m) dl dm = \overline{\eta_p^2}, \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_{10} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_p K_* E(l, m) l dl dm = -\overline{\eta_p u}, \\ \bar{M}_{01} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_p K_* E(l, m) m dl dm = -\overline{\eta_p v}. \end{aligned} \right\} \quad (128)$$

この結果、平均波向の算定式が次のようになる。

$$\bar{\theta} = \tan^{-1} \left(\frac{-\overline{\eta_p v}}{-\overline{\eta_p u}} \right). \quad (129)$$

主波向の算定式は式(125)のままである。

5.2 周波数帯別の波向および方向集中度の算定

(1) 水位波形と水粒子速度を用いる場合

算定理論については既に4.2で述べているので、式(123)の変量間のコスベクトルと方向関数のフーリエ係数の間の関係を求めた結果を示すと次のとおりである。なお、クオドラチャスペクトルはすべて0である。

$$\left. \begin{aligned} C_{11}(\omega) &= S_o(\omega), \\ C_{12}(\omega) &= -S_o(\omega) K_v A_1(\omega), \\ C_{13}(\omega) &= -S_o(\omega) K_v B_1(\omega), \\ C_{22}(\omega) &= \frac{1}{2} S_o(\omega) K_v^2 [1 + A_2(\omega)], \\ C_{23}(\omega) &= \frac{1}{2} S_o(\omega) K_v^2 B_2(\omega), \\ C_{33}(\omega) &= \frac{1}{2} S_o(\omega) K_v^2 [1 - A_2(\omega)]. \end{aligned} \right\} \quad (130)$$

ここに、

$$K_v = k K_* = \frac{gk}{\omega} \frac{\cosh kh}{\cosh k(h+z)}. \quad (131)$$

また、これらのコスベクトルの間には次の恒等式が成立する。

$$C_{11}(\omega) = \frac{1}{K_v^2} [C_{22}(\omega) + C_{33}(\omega)]. \quad (132)$$

式(130)から1次および2次のフーリエ係数が次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} A_1(\omega) &= -\frac{C_{12}(\omega)}{K_v C_{11}(\omega)}, \\ B_1(\omega) &= -\frac{C_{13}(\omega)}{K_v C_{11}(\omega)}, \\ A_2(\omega) &= \frac{C_{22}(\omega) - C_{33}(\omega)}{C_{22}(\omega) + C_{33}(\omega)}, \\ B_2(\omega) &= \frac{2C_{23}(\omega)}{C_{22}(\omega) + C_{33}(\omega)}. \end{aligned} \right\} \quad (133)$$

フーリエ係数が求めれば、周波数帯別の代表波向と方向集中度が4.2で示したような方法で求められる。このうち、 $\bar{\theta}_2(\omega) = \theta_p(f)$ 、 $\gamma(\omega)$ および \hat{S}_2 は形の上ではそれぞれ式(102)、(103)および(110)と同じ算定式になるので省略する。変更になるのは $\bar{\theta}_1(\omega) \equiv \bar{\theta}(f)$ と \hat{S}_1 を計算するための $C_1(\omega)$ であって、それぞれ次のようになる。

$$\bar{\theta}(\omega) = \tan^{-1} \left[\frac{-C_{13}(\omega)}{-C_{12}(\omega)} \right]. \quad (134)$$

$$C_1(\omega) = \frac{\sqrt{[C_{12}(\omega)]^2 + [C_{13}(\omega)]^2}}{K_U C_{11}(\omega)} \quad (135)$$

なお、角周波数 ω を周波数 f に変換すると、コスペクトルの絶対値は $C_{ij}(\omega) = C_{ij}(f)/2\pi$ で変化するけれども、波向や方向集中度は変化しない。

(2) 水圧波形と水粒子速度を用いる場合

波向および方向集中度を算定するにあたって、4.2 および前項と算定式が異なるもののみを記せば次のとおりである。

まず、コスペクトル間の恒等関係は

$$C_{11}(\omega) = \left(\frac{\omega}{gk}\right)^2 [C_{22}(\omega) + C_{33}(\omega)]. \quad (136)$$

波向 $\bar{\theta}(f)$ は式(134)、波向 $\theta_p(f)$ は式(102)、方向集中度指標の $r(\omega)$ は式(103)、 \bar{S}_2 は式(110) のままである。 \bar{S}_1 を計算するための $C_1(\omega)$ については次のようになる。

$$C_1(\omega) = \frac{\omega}{gk} \cdot \frac{\sqrt{[C_{12}(\omega)]^2 + [C_{13}(\omega)]^2}}{C_{11}(\omega)} \quad (137)$$

5.3 スペクトルの数値積分による検討

(1) 代表波向

計測が水粒子速度を対象とすることにより方向スペクトルは修正された形のものゝ導入されるわけであるが、波群の代表波向 $\bar{\theta}$ および θ_p は一方向波浪系であれば波群の中心の方向に一致すると考えられる。二方向波浪系の場合は、水面傾斜測定の場合と同様に二つの波群のエネルギー比、周期比、および S_{max} の値の組合せによって変化する。さらに、水粒子速度の伝達関数を規定する水深および測定深度の条件も代表波向の値に影響する。このため、水粒子速度測定の場合の二方向波浪系の代表波向の変化を一般的に論ずることはむずかしい。

いま、簡単のために規則波の二方向波浪系を考えると、平均波向の変化は式(32)の修正式として次式のように導かれる。ただし、水位波形を用いる場合である。

$$\tan(\bar{\theta} - \theta) = \frac{(EK_U)_A - (EK_U)_B}{(EK_U)_A + (EK_U)_B} \tan \Omega. \quad (138)$$

これから、平均波向が中央波向に一致するエネルギー比が次のように表わされる。

$$\left(\frac{E_B}{E_A + E_B}\right)_{\bar{\theta} = \theta} = \frac{1}{1 + (K_U)_B / (K_U)_A}. \quad (139)$$

水位情報として水圧波形を用いる場合には次のようになる。

$$\left(\frac{E_B}{E_A + E_B}\right)_{\bar{\theta} = \theta} = \frac{1}{1 + (K_U K_P)_B / (K_U K_P)_A}. \quad (140)$$

一方、主波向の変化は式(35)の修正式として次式が導かれる。これは、水位計測、水圧計測の両者に共通である。

$$\tan 2(\theta_p - \theta) = \frac{(EK_U)_A - (EK_U)_B}{(EK_U)_A + (EK_U)_B} \tan 2\Omega. \quad (141)$$

二つの波群の波向の差が 90° を超えるときに主波向が二つの波向の外側へ逸れる現象は、この場合も同じように現われる。主波向が中央波向に一致するエネルギー比は式(141)から次のように求められる。

$$\left(\frac{E_B}{E_A + E_B}\right)_{\theta_p = \theta} = \frac{1}{1 + (K_U)_B / (K_U)_A}. \quad (142)$$

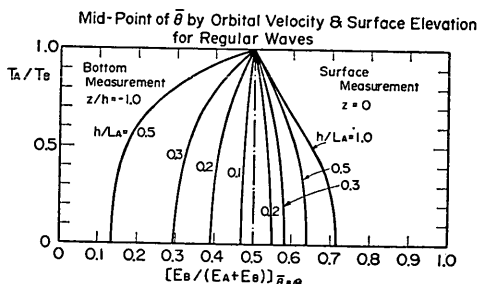


図-32 規則波の二方向波浪系において平均波向が中央波向と一致するエネルギー比 (水面および水底計測)

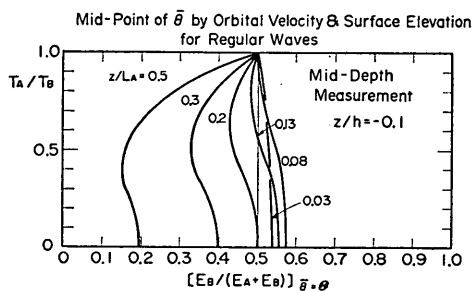


図-33 規則波の二方向波浪系において平均波向が中央波向と一致するエネルギー比 (中間深度 $z = -0.1h$ 計測)

深海領域の波に対して水面 ($z=0$) において水粒子速度が計測できるとすると (たとえば自由漂流に近い表面ブイ速度の測定など)、 $K_U = \omega$, $K_P = 1$ であるので、代表波向が中央波向に一致するのは次のエネルギー比のときとなる。

$$\left(\frac{E_B}{E_A + E_B}\right)_{\bar{\theta} = \theta} = \frac{1}{1 + T_A / T_B}. \quad (143)$$

$$\left(\frac{E_B}{E_A + E_B}\right)_{\theta_p = \theta} = \frac{1}{1 + (T_A / T_B)^2}. \quad (144)$$

これらのエネルギー比は水面傾斜測定の場合の式(119)、(71)よりも中央値である 0.5 に近い。

一方、二つの波群が共に長波領域に属する場合を想定すると、 $K_U = \sqrt{g/h}$, $K_P = 1$ と一定値をとるので、 $\bar{\theta}$, θ_p

共分散法を用いた波向推定方式の数値的検討

共に $E_B/(E_A+E_B)=0.5$ において中央波向と一致する。

一般の浅海表面波の場合には、測定条件に応じた数値計算をする必要がある。いま、測定深度として $z=0, z=-0.1h, z=-h$ の三通りの条件を考え、水位波形を測定するものとして $\bar{\theta}=\theta$ となるエネルギー比を式(138)で計算した結果が図-32,33である。表面計測 ($z=0$) の場合には $E_B/(E_A+E_B)$ が常に 0.5 よりも大きく、水底計測 ($z=-h$) の場合には $E_B/(E_A+E_B)$ が常に 0.5 よりも小さいので、この両者はまとめて図-32に表示し、中間深度計測の場合は単独に図-33に表示してある。いずれも、周期の短い方の波の水深波長比 h/L_A あるいは z/L_A をパラメーターとした曲線群の形である。

表面計測の場合は短周期の波の方が影響が強いけれども、水面傾斜測定の場合よりは周期比の影響が小さい。一方、水底計測の場合には当然のことながら周期の長い方の波の影響が強く現われる。特に、水深に対して波長が比較的小さい波の場合に長周期側の波の影響が顕著となる。中間深度での計測の場合は図-33のように状況が複雑であり、短周期の波の影響の方が大きいこともある。しかし、流速計をあまり平均水面に近づけると波高の大きな波の谷の時に空中に露出する危険がある。波向の定常観測用としては z/h の値に限度があり、一般にはある程度以下の深さで測定されることになる。したがって、水粒子速度測定による波向観測の場合には、周期の長い方の波が支配的になるといえる。

次に、方向スペクトルを持つ二方向波浪系に対する試算例を図-34,35に示す。測定条件として $h=30\text{ m}, z=-5\text{ m}, (T_{1/3})_A=5\text{ s}$ を想定し、水圧波形と水粒子速度の同時測定を行なうものとして平均波向 $\bar{\theta}$ および主波向 θ_p が中央波向 θ と一致するエネルギー比を求めた結果である。方向集中度としては $T_{1/3}=5\text{ s}$ の波群Aの S_{\max} を10に固定し、これよりも長周期の波群Bの方の S_{\max} を10, 25, 100と変えたものである。 S_{\max} の影響は平均波向よりも主波向の方が大きく、これは水面傾斜測定の場合と同様である。しかし、図-34と図-35を比べてみると θ_p よりも $\bar{\theta}$ の方が0.5のエネルギー比から離れているケースが多く、水面傾斜測定の場合の傾向とは逆である。これは、式(140)と式(142)を比較したときの差異である K_U と K_P の係数が、一般に $K_U > K_P$ であることに起因している。水位波形を測定する方式の場合には、式(139)と式(142)の比較から明らかなように、 $\bar{\theta}=\theta$ となるエネルギー比は $\theta_p=\theta$ となるエネルギー比よりも0.5に近い値を必ずとることになる。

1. で述べた二方向波浪系の波向が二つの波群のエネルギー平均的な方向であるという要件は、図-32~35の表

示では代表波向が中央波向と一致するエネルギー比が0.5であることをまず必要とする。水面傾斜測定方式では図-20のように短周期波の影響が強く出る。一方、水底の水粒子速度測定方式では図-32の左側のように長周期波の影響が強く現われる。この意味で、できるだけ水面に近い位置で水粒子速度を測定する方式がエネルギー平均的な波向を与える可能性があるといえる。

(2) 方向集中度の指標

一方向波浪系について波峰長パラメーター γ および平均分散角 θ_e を方向スペクトルの修正関数の数値積分によって計算してみると、水粒子速度計測の場合には周波

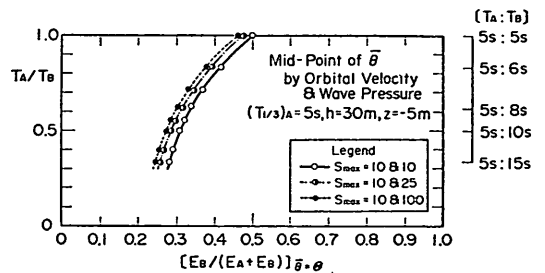


図-34 平均波向が中央波向に一致するエネルギー比 (水粒子速度・水圧計測の場合)

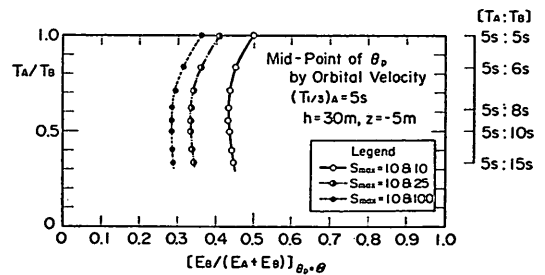


図-35 主波向が中央波向に一致するエネルギー比 (水粒子速度計測の場合)

数の上限値 f_{\max} あるいは有義波周期 $T_{1/3}$ の影響が非常に小さいことが分る。 γ, θ_e の両者とも S_{\max} の値によってほぼその値が定まるといってよい。図-36,37は光易型方向関数について γ と θ_e を計算した結果であり、 $f_{\max}=0.5\text{ Hz}$ とし、一つは表面計測の $h=100\text{ m}, z=-1\text{ m}$ のやや仮想的なケース、もう一つは $h=10\text{ m}, z=-9\text{ m}$ の水底計測 (水圧との組合せ) の場合を示している。いずれの場合でも、 $T_{1/3}=6\sim 15\text{ s}$ の範囲では周期の増加につれて γ, θ_e ともに僅かながら増大するが、その変化は小さい。特に水底計測の場合の変化が微小である。 $T_{1/3}$ が6s以下あるいは15s以上の範囲では、周期の増加につれて γ, θ_e がやや増加の傾向が見られる例もあるが、そ

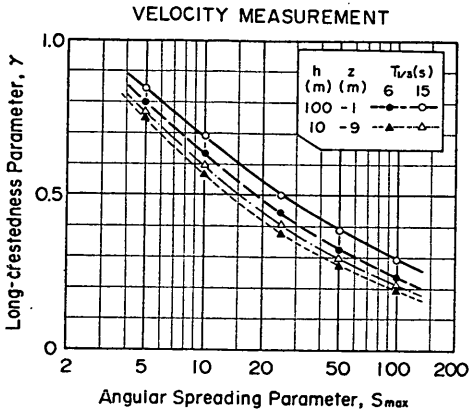


図-36 水粒子速度計測による波峰長パラメーター γ

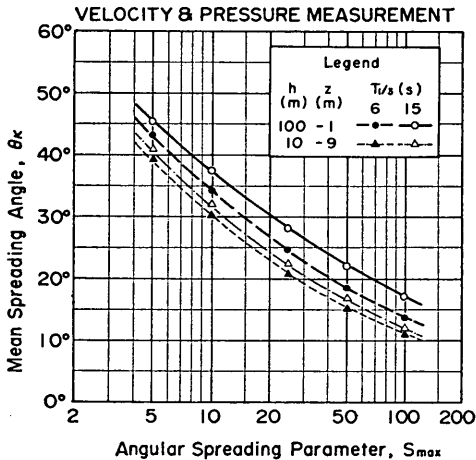


図-37 水粒子速度・水圧計測による平均分散角 θ_k

の変化量も小さいのでこれらの図では省略してある。また、表面計測と水底計測とを比較すると、前者の方が γ 、 θ_k ともに大きな値を示す。しかし、この差は水面傾斜測定の場合の $f_{max} T_{1/3}$ の影響によるもののように大きなものではない。

このように方向集中度の指標の周期による変化が小さいのは、水粒子速度に関する方向スペクトルの修正関数 K_* が式(7)のように $1/\omega$ の項を含むため、方向関数の1次および2次モーメントの計算において高周波数側の影響が抑えられるためと考えられる。いずれにしても、共分散から求められる方向集中度の指標が S_{max} に応じたほぼ一定の値を示すことは、現地観測結果から S_{max} のオーダーを推定することを可能とするものであり、また二方向波浪系にあっては θ_k が波向の差の1/2以上の値をとるところから、一方向波浪系と二方向波浪系を判別する上でも好都合といえる。

5.4 数値シミュレーションによる検討

シミュレーションの方法等は4.4に述べたとおりである。水深および測定深度は次のように設定した。

$$h=10 \text{ m}, z=-9 \text{ m}.$$

対象波浪としては次の二方向波浪系を考え、エネルギー比を段階的に変化させた。

$$\text{波群A: } T_{1/3}=5 \text{ s}, S_{max}=10, \theta_0=45^\circ,$$

$$\text{波群B: } T_{1/3}=7 \text{ s}, S_{max}=25, \theta_0=-45^\circ.$$

実際の海岸では周波数によって屈折効果が異なるので、海岸に斜めに波が来襲するときは低周波数側ほど波向が海岸線に対する垂線に近づく傾向となり、全周波数にわたって共通の波向を持つことは直角入射以外にはあり得ない。しかし、今回のシミュレーションでは周波数ごとの波向の変化は考慮せず、全周波数にわたって一定とした。

シミュレーションは各8回繰り返した。また、ノイズは表面波形に対して rms 値で1%の大きさのものを与えた。

測定方式としては水圧波形と水粒子速度の同時測定を対象としてシミュレーションを行なった。まず、図-38は平均波向 $\bar{\theta}$ のエネルギー比 $E_B/(E_A+E_B)$ に対する変化を示すものである。この計算条件では、 $h/L_A=0.27$ 、 $T_A/T_B=0.71$ であって、エネルギー比が0.26で $\bar{\theta}$ が θ に一致する。シミュレーションの結果は方向スペクトルの数値計算から予測されるとおりの変化を示している。

次に、図-39は主波向 θ_p のエネルギー比 $E_B/(E_A+E_B)$ に対する変化を示す。設定した条件では波向の差が 90° であり、主波向はエネルギーが0から0.23までは 45° の一定値、0.23を超えたところで -45° へ反転し、エネルギー比が1に増えるまで -45° の値を保つ。シミュレーションの結果では、この値をはさむエネルギー比0.20と0.25のケースの標準偏差が非常に大きくなっているものの、 θ_p の平均値だけを見ると方向スペクトルから計算した値とほぼ一致している。図-38,39の結果は、水粒子速度と水圧の同時記録による共分散値から代表波向を算定できることを例証するものである。

さらに、図-40,41は周波数帯ごとの代表波向を算出した結果である。平均波向 $\bar{\theta}(f)$ の場合には周波数が低い場合に $\bar{\theta}(f)=0$ となる相対スペクトル密度比がやや低い傾向があり、これは各周波数における波群AとBの方向集中度パラメーター S の値の差の影響としてほぼ説明できる。主波向 $\theta_p(f)$ の場合には周波数帯ごとの差が顕著であり、 $f=0.219 \text{ Hz}$ は波向の差が 90° 未満、 $f=0.250 \text{ Hz}$ は波向の差が 90° を超える場合のような変化を示している。また、 $f=0.156 \text{ Hz}$ は相対スペクトル密度

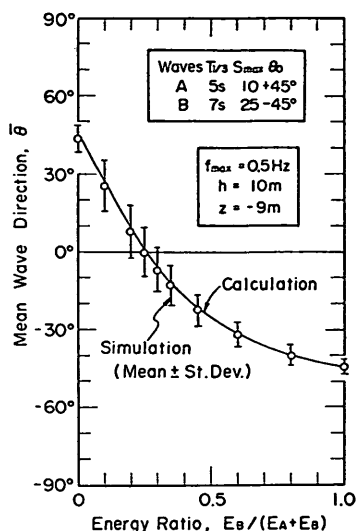


図-38 二方向波浪系における平均波向 $\bar{\theta}$ の変化 (水粒子速度計測の場合)

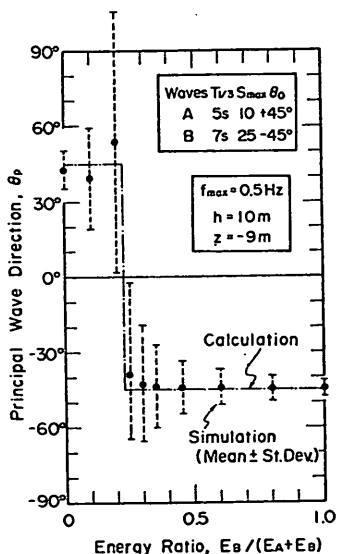


図-39 二方向波浪系における主波向 θ_p の変化 (水粒子速度計測の場合)

比が0.3付近で波向の反転が見られる。これは、この周波数においては波群Aの方向集中度 S の値が約3.7と小さいのに対し、波群Bは約18と大きく開いていることによるものである。なお、 $\bar{\theta}(f)$ の標準偏差は $5^\circ \sim 20^\circ$ であるのに対し、 $\theta_p(f)$ は $10^\circ \sim 45^\circ$ と大きく、特に主波向が正から負へ変る付近での変動が著しい。

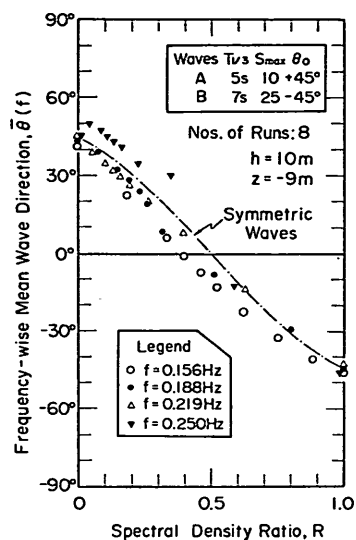


図-40 周波数帯別の主波向 $\bar{\theta}(f)$ の変化 (水粒子速度・水圧計測の場合)

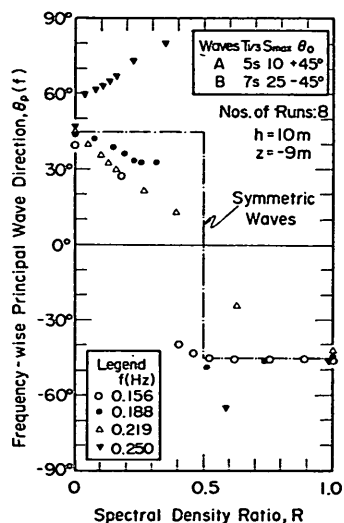


図-41 周波数帯別の主波向 $\theta_p(f)$ の変化 (水粒子速度計測の場合)

一方、波群全体の方向集中度の指標のうち、 γ についての結果は図-42 のようになった。二つの波群の波向の差が 90° なので、主波向が $+45^\circ$ から -45° に反転するエネルギー比0.23において $\gamma=1$ となるはずである。しかし、この付近のシミュレーションによる値は平均値で0.85程度と低目であり、全般にスペクトルによる計算値よりもやや小さい。もっとも、全体としての傾向は計算値に良く追随しているといえる。また、平均分散角 θ_e の

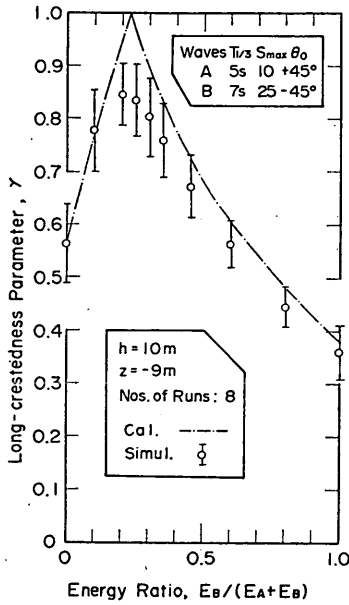


図-42 二方向波浪系における波峰長パラメータ γ の変化(水粒子速度計測の場合)

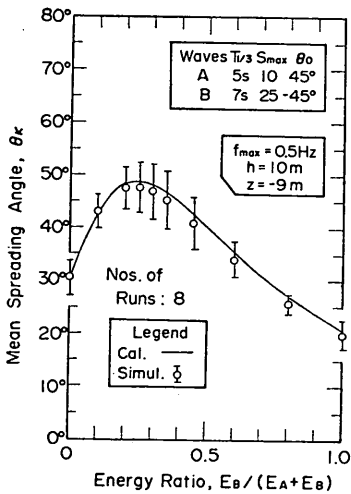


図-43 二方向波浪系における平均分散角 θ_k の変化(水粒子速度・水圧計測の場合)

変化は図-43のとおりであり、シミュレーション波形の共分散値から求めた値は方向スペクトルの修正モーメントの数値積分による値とほとんど一致している。水底での水粒子速度測定の場合、平均分散角は図-37に示したように $S_{max}=10$ で $\theta_k=30^\circ\sim 32^\circ$ であるので、 θ_k が 40° を超えると二方向波浪系の存在が示唆される。

5.5 水粒子速度の現地観測における諸問題

水粒子速度の計測によって代表波向その他を求めるときの第1の問題は、鉛直変位のデータとして表面波形と水圧波形のいずれがより適切であるかということである。これは2方向流速計の設置方法にも関係する。既設のジャケット構造物など固定施設を利用できるときは、表面波形の観測が容易である。流速計を海底に設置する方式では、表面波形を同時に観測するための計器として超音波式波高計が利用できるが、水圧式計器に比べてやや高価である。表面波形と水圧波形の選択は、経費や信頼度を含めた計測器の問題であると同時に、平均波向と平均分散角の推定精度の問題である。

そこで、一例として $h=10\text{ m}$ 、 $z=-9\text{ m}$ の条件で $T_{1/3}=5\text{ s}$ 、 $S_{max}=10$ の風波および $T_{1/3}=10\text{ s}$ 、 $S_{max}=100$ のうねりについて100回繰返しシミュレーションによる比較を行ってみた。この結果では、 $\bar{\theta}$ 、 θ_k および $\bar{\theta}(f)$ の標準偏差に有意な差が見られず、精度の点では同等と考えられる(θ_p 、 γ などは水粒子速度だけから求められるので差が生じない)。ただし、二方向波浪系の代表波向の点からいえば、水粒子速度そのものが周期の長い方を強調する傾向があるのに加えて、水圧波形ではそれが一層強まる。この傾向を薄めて代表波向がエネルギー配分に比例する形に近づくためには、水粒子速度と表面波形を組合せる方が望ましいといえる。

第2の問題は、波による水粒子速度に比べて潮流その他の定常流が無視できない場合が多いことである。平均値の補正は共分散を計算した後でも式(122)によって可能であるけれども、測定誤差等を考えると記録の取得の前に行なっておく方がよい。具体的には4.5で述べたように、観測定時前の5~10分間に予備測定を行なって平均値を計算し、ゼロレベルを自動的に設定する方式などが考えられよう。

第3の問題は雑音の影響である。特に海底での観測の場合には、波による水粒子速度の絶対値が減衰しているので雑音の影響を受けやすい。また、水位情報として水圧変動を用いる場合には波の相互干渉や海岸からの反射波の影響などによって拘束波の圧力変動が出現し、これが雑音に加算されることになる。雑音の影響を一般的に論ずることはむずかしいが、少なくとも水面傾斜測定の場合よりは影響が大きいと思われるので、測定系の構成等に十分配慮することが望まれる。

6. 波向および方向集中度の推定値の信頼限界

6.1 信頼限界の統計理論

観測データは一般に対象とする現象の不変確定値を与

共分散法を用いた波向推定方式の数値的検討

えるものでなく、その回りに不規則に変動する一つの標本値に過ぎない。出現頻度が確率的にしか記述できない変量は確率変量と呼ばれるが、確率変量を何個か観測して求めた平均値、標準偏差などの統計量もまた確率変量としての変動性を示す。このため、こうした統計量の信頼限界についてはいろいろ理論的に調べられている。

たとえば、平均が X 、分散が σ^2 で正規分布をする母集団から N 個抽出したデータの平均値 \bar{x} は平均が X 、分散が σ^2/N の正規分布をする。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} E(\bar{x}) &= X, \\ \text{var } \bar{x} &= \sigma^2/N. \end{aligned} \right\} \quad (145)$$

また、同じデータの標準偏差を σ_x とすると、その自乗平均値および分散が次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} E(\sigma_x^2) &= \sigma^2(N-1)/N, \\ \text{var } \sigma_x &= \sigma^2/2N. \end{aligned} \right\} \quad (146)$$

標準偏差 σ_x の確率分布は明示されていないが、その自乗、すなわち標本値の分散は自由度が $N-1$ のカイ自乗分布をする¹⁵⁾。

さらに、変異係数または変動係数 $V = \sigma_x/\bar{x}$ は母集団が正規分布に従う場合、母集団の変異係数を $V = \sigma/X$ として近似的に次の分散を持つ¹⁶⁾。

$$\text{var } V \approx V^2/2N. \quad (147)$$

数値シミュレーションで得られるデータについては、波形を変えて繰り返す回数が式(145)~(147)におけるデータ個数 N に相当する。正規分布においては、一つのデータが $\pm 1.65\sigma$ の範囲に入る確率が90%であり、 $\pm 2.58\sigma$ の範囲まで広げると99%のデータが入ることになる。したがって、10回の繰返しシミュレーションの結果を平均した値は、99%の確率で真の値の上下 $\pm 0.81\sigma$ の範囲に入っているはずである。逆にいえば、母集団の平均値は観測された平均値の $\pm 0.81\sigma$ の範囲にあるとしか推定できない。

しかも、ここでいう σ は母集団の標準偏差であって実際には未知の量である。10回のシミュレーションで得られた σ_x は99%の確率で $(0.4 \sim 1.5)\sigma$ の範囲にあるとしかいえない(正規分布を近似的に適用)。逆に、母集団の標準偏差は99%の確率で標本値の $(0.7 \sim 2.5)$ 倍の範囲内にあるはずという形で推定されることになる。このため、現象の統計的変動性を標準偏差あるいは変異係数を用いて定量的に論ずるためには、試行データの数が十分に大きいことが必要条件である。

次に、周波数帯別の波向や方向集中度を議論するためには、クロススペクトルの信頼限界を知る必要がある。周波数スペクトル密度に関しては、スペクトル解析の自由度に対応するカイ自乗分布をすることが知られてい

る。このため、カイ自乗分布の計算表に基づいてスペクトル密度の推定値の上下に信頼限界の幅を表示することがしばしば行われる。また、カイ自乗分布の平均値、標準偏差、および変異係数は以下のように自由度 r のみの関数である。

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= r, \\ \sigma_x &= \sqrt{2r}. \end{aligned} \right\} \quad (148)$$

$$V = \sigma_x/\bar{x} = \sqrt{2/r}. \quad (149)$$

数値シミュレーションからスペクトル推定値の変動性を検討する場合には、カイ自乗分布と直接比較するよりも、上式に基づいて変異係数の形で調べる方が簡単である。

クロススペクトルに関して一般的な信頼限界の理論が存在するか否かは十分に調べていないが、著者が先に別の数値シミュレーションデータに基づいて正規化された形のものが自由度 $2r$ のカイ自乗分布をすることを推論¹⁴⁾した程度ではないかと思われる。

6.2 代表波向および方向集中度の変動性

(1) 代表波向の頻度分布の例

数値シミュレーションの時系列データから共分散法で求めた平均波向および主波向の頻度分布を求めてみる

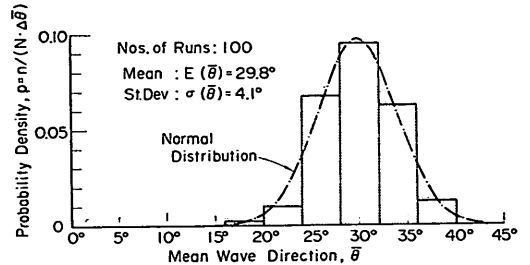


図-44 平均波向 $\bar{\theta}$ の頻度分布

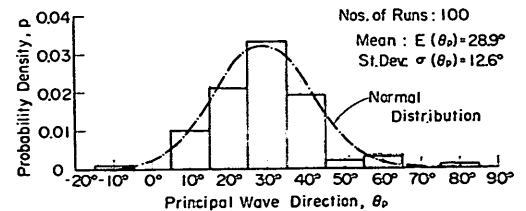


図-45 主波向 θ_p の頻度分布

と、たとえば図-44,45のようになる。これは、 $\theta_0 = 30^\circ$ 、 $S_{max} = 10$ の波の水面傾斜を測定する場合を想定したもので、100回繰返しの結果である。図の縦軸は相対度数を確率密度の形に換算した値で示してある。シミュレーションの周波数帯幅は $f = 0.07 \sim 0.30$ Hz で、ノイズは0

である。 $\bar{\theta}$, θ_p ともに平均値が入力値の 30° から少しずれているが、その差は $\bar{\theta}$ で $0.06\sigma_x$, θ_p で $0.09\sigma_x$ であって、式 (145) で与えられる平均値の変動範囲の中に十分に入っている。

頻度分布の形状は、図中に1点鎖線で示した正規分布とはほぼ一致している。主波向については正規分布よりもややとがっているようにも見えるけれども、これはデータ数が100と少ないことによるばらつきと考えられる。したがって、 $\bar{\theta}$ や θ_p は正規分布に従うと見なすことができよう。なお、100回の繰返しデータから5回、10回、20回ごとの標本を抽出して平均値および標準偏差値のそれぞれの分散を調べたところ、式 (145), (146) の統計理論にはほぼ一致していることが確かめられた。

(2) 統計的変動性の検討ケース

次に、代表波向その他の変動性を吟味するため、表-3に示す13ケースについて各100回のシミュレーションを行なった。前出の図-44, 45はこのうちのケースGの結果である。A~Dは波形記録の長さの影響を調べたケース、EとFはスペクトル解析の自由度を高めたケース、G~Jは周波数範囲を変えてスペクトル解析の自由度を変化させたケース、K~Mは成分波の数の影響を調べたケースである。ケースJ以外はノイズを0とし、ケース

表-3 統計的変動性検討のためのシミュレーション
ケース — $S_{max}=10, T_{1/3}=10s$ —

ケース	f(Hz)	N	M	$M_Q^{(a)}$	等価自由度 ^{b)}	
					r_1	r_2
A	0.08 ~ 0.20	128	101	33	43.8	6.7
B	0.08 ~ 0.20	256	101	33	43.8	13.3
C	0.08 ~ 0.20	512	101	33	43.8	26.7
D	0.08 ~ 0.20	1,024	101	31	43.8	56.9
E	0.078~0.141	1,024	101	33	84.2	53.3
F	0.070~0.130	1,024	101	16	168.3	113.8
G	0.07 ~ 0.3	1,024	101	16	48.8	113.8
H	0.06 ~ 0.4	1,024	101	16	33.0	113.8
I	0.05 ~ 0.5	1,024	101	16	24.9	113.8
J ^{c)}	0.05 ~ 0.5	1,024	101	16	24.9	113.8
K	0.08 ~ 0.2	1,024	70	16	64.8	113.8
L	0.08 ~ 0.2	1,024	40	16	37.0	113.8
M	0.08 ~ 0.2	1,024	20	16	18.5	113.8

注: a) スペクトル推定値の本数
 b) r_1 はスペクトル推定値1本に含まれる成分波の個数を5/3倍した値で、 r_2 は同じくFFTによるピリオドグラムの本数を5/3倍した値である。
 c) ケースIと同じ条件でノイズをrms値1%付加したものの。

JはケースIと同じ条件のままノイズをrms値で1%与えてノイズの影響を見ようとしたものであるが、結果的にこの程度では有意な差が認められなかったため、他のケースと同じ扱った。

なお、スペクトル解析はすべてFFT法によっていて放物線フィルターを用いて推定値の平滑化を行なっている。このため、等価自由度はスペクトル推定値1本ごとに平滑化したピリオドグラムの本数を5/3倍して算出した¹⁷⁾。また、今回のシミュレーションでは有限個数の成分波を使ったので、スペクトル推定値1本の計算周波数範囲に含まれる成分波の数を上述のピリオドグラムと同じように考えて、成分波数に基づく等価自由度を求めた。そして、FFTのピリオドグラムによる等価自由度と、数値シミュレーションの成分波によるものと、いずれか小さい方の値が支配要因であると見なして統計的変動性の解析を行なった。

(3) 記録波数の影響

不規則波の現象では、各種統計量の変動量が記録波数によって支配される。代表波高や代表周期などの多くはその変異係数が波数の $-1/2$ 乗に比例する¹⁷⁾。

図-46は、表-3のシミュレーションの結果のうち、ケースA~Dについて平均波向 $\bar{\theta}$ 、主波向 θ_p および平均分散角 θ_s の標準偏差、ならびに波峯長パラメーター γ の変異係数と波形記録の長さの関係を示したものである。図の横軸は $\Delta t=1s$ ごとのデータ個数である。この検討では $T_{1/3}=10s$ であるので、前回の波形シミュレーションの結果¹⁸⁾を参照して $\bar{T}=8.2s$ と見なしたときの波数を図の上に表示してある。なお、 $\bar{\theta}$ と θ_p の標準偏差はシミュレーション結果の平均値が入力値と若干ずれている分も自乗和の形で含めている。また、 γ の平均値は0.68、 θ_s の平均値は 36.2° である。

図-46の結果では $N=1,024$ のケースが全体の傾向から見てやや上方にずれている。これはシミュレーションが $M=101$ と限定された数の成分波を使い、しかも周波数を等分割の周波数帯の中から選んだことによって成分波のエネルギーが不揃いになっていたために、シミュレーション結果が比較的少数の成分波に支配される傾向があったためではないかと考えられる。たとえば、水位波形のrms値の変異係数は、等エネルギーの成分波の場合で $1/2\sqrt{M}$ で与えられる¹⁸⁾。ここでは示していないが、水位波形のrms値についてその変異係数とデータ個数の関係を調べると $N=1,024$ で $\sigma_x/\bar{x}=6.2\%$ であり、有効成分波数を $M=65$ とすると上述の関係に一致する。また、ケースK~Mで成分波数を $M=70\sim 20$ と変えた結果でも、波数の減少につれて波形のrms値、

共分散法を用いた波向推定方式の数値的検討

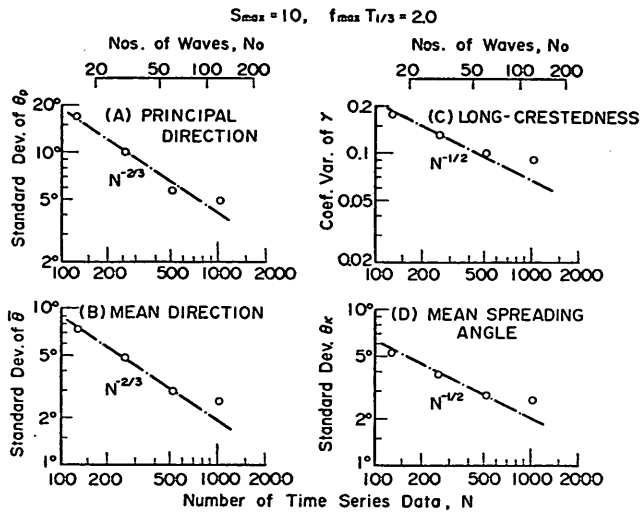


図-46 代表波向および方向集中度の統計的変動性と波形記録の長さの関係

代表波向，方向集中度等の変動性が增大することが明瞭に出ている。したがって， $N=1,024$ のデータを無視して全体の傾向を示す線を視察によって定めると，次のような関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \eta_{rms}: \sigma_x/\bar{x} &\approx \sqrt{2.5/N} = 0.55N_0^{-1/2}, \\ \bar{\theta}: \sigma_x &= 95^\circ N^{-2/3} = 48^\circ N_0^{-2/3}, \\ \theta_p: \sigma_x &= 460^\circ N^{-2/3} = 101^\circ N_0^{-2/3}, \\ \theta_x: \sigma_x &= 62^\circ N^{-1/2} = 22^\circ N_0^{-1/2}, \\ \gamma: \sigma_x/\bar{x} &= 2.1N^{-1/2} = 0.73N_0^{-1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (150)$$

なお， N_0 は波数である。

以上において平均波向 $\bar{\theta}$ および主波向 θ_p の標準偏差が波数の $-2/3$ 乗に比例し，他の統計量と傾向が異なるが，その理由は不明である。

(4) 波向推定値の信頼限界

代表波向の標準偏差は記録波数のみでなく，波浪の方向分散特性によっても影響される。図-47は表-3の検討ケースならびに4.4で述べた一方向・二方向波浪系の水面傾斜測定を対象としたシミュレーション結果から， $\bar{\theta}$ と θ_p の標準偏差を平均分散角 θ_x に対してプロットしたものである。いずれも波形記録が $N=1,024$ 個で $\Delta t=1$ sの場合である。ただし，前項で述べた成分波数が $M=101$ に限定されていることの影響は補正していない。4.4で述べたケースはいずれも8回または10回の繰返し計算であって，式(145)で計算されるように $\sigma(\bar{\theta})$ ， $\sigma(\theta_p)$ 自体が22~25%の標準分布を持っており，データのばらつきも大きく現われている。

図-47の結果では θ_p の一部に全体から外れて小さなデータがあることを除くと，一方向・二方向波浪系の区別

なしに代表波向の標準偏差が平均分散角 θ_x ではほぼ規定されることが分る。波峰長パラメーター γ を使ったのでは，これほど明かな関係を見出すことができない。また，平均波向 $\bar{\theta}$ に比べて主波向 θ_p は標準偏差の値が2倍あるいはそれ以上あり，変動性が大きいことが明らかである。

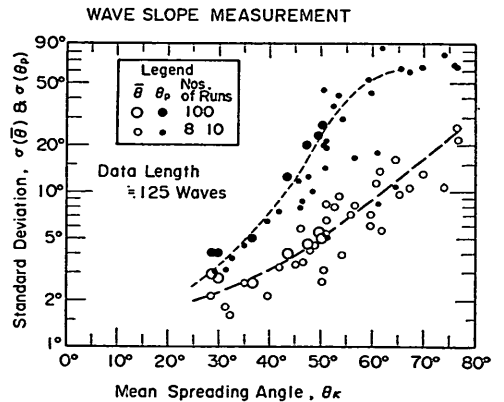


図-47 平均波向および主波向の標準偏差と平均分散角の関係（水面傾斜測定の場合）

次に，図-48は水粒子速度計の場合の例であり，小さい記号は5.4で紹介した二方向波浪系，大きな記号は5.5で水位波形と水圧波形の比較を行なったときの $T_{1/3}=5$ s， $S_{max}=10$ および $T_{1/3}=10$ s， $S_{max}=100$ のそれぞれ一方向波浪系の100回繰返しシミュレーションのデータである。波形のデータ個数は $N=1,024$ であるが，周期の短いデータも含むため波数としては $N_0 \approx 125 \sim 250$

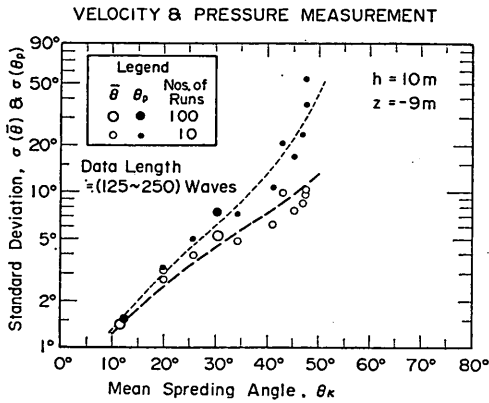


図-48 平均波向および主波向の標準偏差と平均分散角の関係（水粒子速度・水圧計測の場合）

となっている。計算はすべて水深 $h=10\text{ m}$ 、測器高 $z=-9\text{ m}$ を想定したものである。図-48の場合には平均波向と主波向の標準偏差の差が比較的小さい。また、平均分散角の値を基準にとると水面傾斜側の場合よりも大きな標準偏差となっている。もっとも、水粒子速度計測の場合には平均分散角が小さく出るので、同一の波浪条件で比べると水面傾斜測定の場合よりもむしろ小さ目である。

表-4 一方向波浪系の波向推定値の誤差範囲 (2σ 基準)

計測方式	波	平均波向	主波向
水面傾斜	風波 ($S_{\max}=10$)	$\pm 10^\circ$	$\pm 40^\circ$
	うねり ($S_{\max}=100$)	$\pm 4^\circ$	$\pm 6^\circ$
水粒子速度	風波 ($S_{\max}=10$)	$\pm 10^\circ$	$\pm 20^\circ$
	風波 ($S_{\max}=100$)	$\pm 4^\circ$	$\pm 5^\circ$

注) 本表は波浪の統計的変動性に起因する誤差のみを対象とするものである。

代表波向の推定値の信頼限界として、いま仮に95%基準の $\pm 2\sigma_x$ を採用すると、風波およびうねりについて大略表-4のような誤差を考えれば良いと思われる。この中では、水面傾斜計測時の風波に対する主波向の誤差が特に大きい。これを減少させるには、方向スペクトルの高周波数側をフィルターなどで人為的に減衰させ、平均分散角の値を低減させるのが効果的と思われる。もっとも、水面傾斜の測定は実際には表面ブイを使うことになり、ブイの運動特性から高周波数の波面運動には追従できないので、主波向の推定値の誤差は表-4の値よりも小さくなる可能性が大きい。

いずれにしても、代表波向としては二方向波浪系の場合の値ならびに波向推定値の信頼限界の両者から見て、主波向よりも平均波向を用いるべきであり、そのために

は水平2方向の情報に鉛直方向の情報を加えた3成分測定を行うことが要望される。

(5) 方向集中度パラメーター推定値の信頼限界

図-49, 50はそれぞれ平均分散角 θ_κ および波峯長パラメーター γ の標準偏差を示したものである。いずれも水面傾斜測定を対象としたものであり、記録波数は125波前後である。

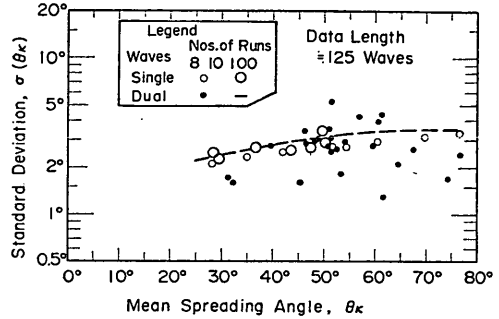


図-49 平均分散角 θ_κ の標準偏差（水面傾斜測定の場合）

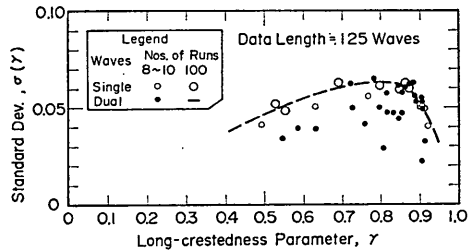


図-50 波峯長パラメーター γ の標準偏差（水面傾斜測定の場合）

平均分散角の場合は θ_κ の増加につれてその標準偏差が 2.5° から 3.5° 程度に増大する傾向が見られる。信頼限界として $2\sigma_x$ をとると、誤差範囲は $\pm 6^\circ$ 程度といえよう。波峯長パラメーターの場合は、 $\gamma=0.7\sim 0.85$ あたりで標準偏差が最も大きくて約0.06であり、 γ の値がそれから外れるにつれて $\sigma(\gamma)$ が減少するようである。誤差範囲としては、平均的に ± 0.10 程度を見る必要があるのではないかとと思われる。

6.3 周波数帯別パラメーターの変動性

(1) 周波数スペクトル密度の変動性

周波数帯別の波向や方向集中度等の変動性は、スペクトル解析の自由度によって規定される。まず、周波数スペクトル密度については式(149)でその変異係数が与えられるので、表-3に掲げたシミュレーションデータについて調べてみると図-51のようになる。ここでは、ス

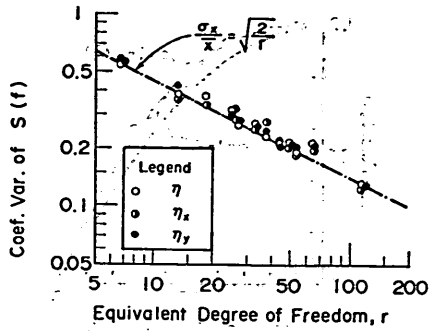


図-51 周波数スペクトル密度の変異係数

ベクトルのピーク ($f_p=0.095$ Hz) を含む 3 本のスペクトル推定値で示してある。ただし、ケース F の $r=113.8$ のデータはスペクトル推定値 1 本についての値である。この結果では、水面上昇量 η 、水面傾斜 η_x, η_y のいずれも式 (148) の関係をほぼ満足している。ただし、全体としてシミュレーションデータの変異係数がやや大き目なことの理由は不明である。

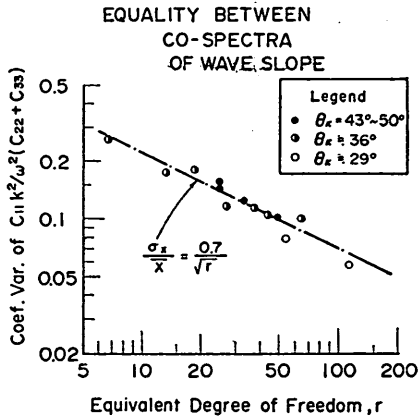


図-52 コスペクトル間の恒等性の統計的変動性

次に、水面傾斜測定の場合には η_x と η_y のスペクトル密度の間に式 (95) の恒等式が成立するはずである。この関係が平均的に成立することは今回の数値シミュレーションでも確認された。しかし、恒等式といえども不規則波の現象である以上、統計的変動性を免れない。そこで、 $C_{11}k^2/\omega^2(C_{22}+C_{33})$ の比についてその変異係数を表-3のケースで調べた結果が図-52である。この場合も、スペクトルのピークを挟む 3 本の推定値の変異係数の平均で示してある。図-52のデータはほぼ次のように表わすことができる。

$$C_{11}k^2/\omega^2(C_{22}+C_{33}) : \sigma_x/\bar{x} = 0.7/\sqrt{r} \quad (151)$$

このコスペクトル間の恒等性は波浪の方向分散性にも

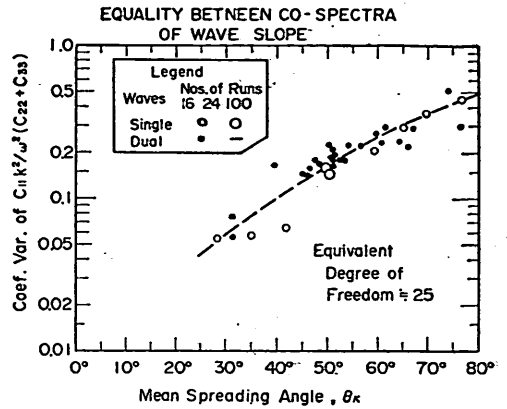


図-53 コスペクトル間の恒等性に及ぼす平均分散角の影響

関係するようである。図-52 は $\theta_s=29^\circ\sim 50^\circ$ のデータであるが、平均分散角のさらに広い範囲について調べた結果が図-53である。データは 4.4 で述べた一方向・二方向波浪系の水面傾斜測定に対するシミュレーションであり、等価自由度は約 25 である。また、周波数帯 2~3 本の変異係数の平均であるので、繰返し回数は 16~24 回に相当する。100 回繰返しデータは表-3 のケース I, J である。図から明らかのように、平均分散角の値が増大するにつれてコベクトル間の恒等性も変動が大きくなるといえる。

(2) クロススペクトル密度の変動性

クロススペクトル密度の統計的変動性は、スペクトル解析の自由度ならびに 2 変量間のコヒーレンスに関係するようである。図-54 は表-3 のケースのシミュレーションデータを解析した結果の一部であり、 η_x, η_y および η_z の間のコスペクトル密度の変異係数を下記で定義される正規化コスペクトル C^* をパラメーターとして表示

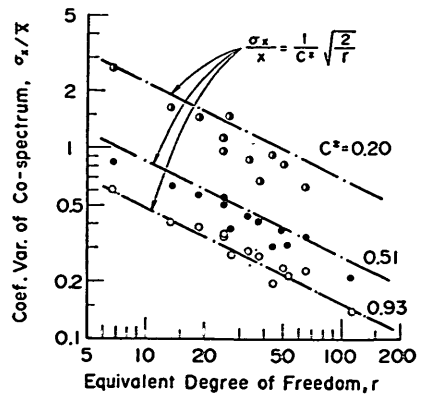


図-54 コスペクトルの変異係数

したものである。

$$C^* = C_{ij}(f) / \sqrt{C_{ii}(f)C_{jj}(f)} \\ = C_{ij}(f) / \sqrt{S_i(f)S_j(f)} \quad (152)$$

なお、 η_i, η_j, η_k は水位波形に対する位相変換角がいずれも $\phi_i = \pi/2$ であるため、クロススペクトルは 0 である。したがって、式 (151) の C^* はコヒーレンスと見なされるものである。クロススペクトルは実際には波形の変動性のために僅かながら有限の値を示すけれども、これは誤差と見なして解析には取り入れていない。

図-54 中の直線は、各データの上限に近い線であって次式で与えられるものである。

$$C_{ij}(f) : \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = \frac{1}{C^*} \sqrt{\frac{2}{r}} \quad (153)$$

この式は次のように書き直すことができる。

$$\frac{\sigma[C_{ij}(f)]}{\sqrt{S_i(f)S_j(f)}} = \sqrt{\frac{2}{r}} \quad (154)$$

すなわち、基準値としてコスベクトルの代りに周波数スペクトル密度の幾何平均を使うことにより、コスベクトルの変異係数は周波数スペクトルと同一の式 (148) が適用されることになる。

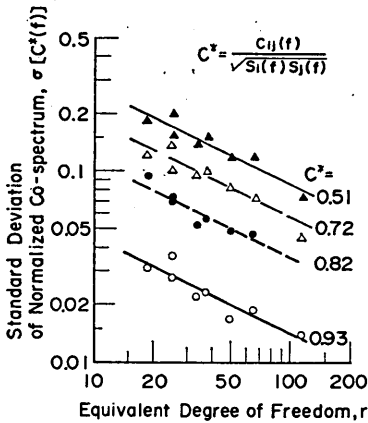


図-55 正規化コスベクトルの標準偏差

さらに、正規化コスベクトル C^* についてその標準偏差も調べてみると、図-55 のように等価自由度の $-1/2$ 乗に比例するとともに、 C^* が 1 に近いほど標準偏差が小さくなる。そこで、 $\sigma(C^*) = \alpha / \sqrt{r}$ と置いてその比例係数 α と C^* の関係を調べると図-56 のようになる。この結果、正規化コスベクトルの標準偏差はほぼ次のような関係にあると見られる。

$$C^* : \sigma_x = (1 - C^{*2.5}) / \sqrt{r} \quad (155)$$

正規化コスベクトルの標準偏差が最大となるのは $C^* = 0$ のときであるが、その場合でも $\sigma(C^*) = 1 / \sqrt{r}$ である。式 (149) と単純に比較すれば、見掛け上、等価自由

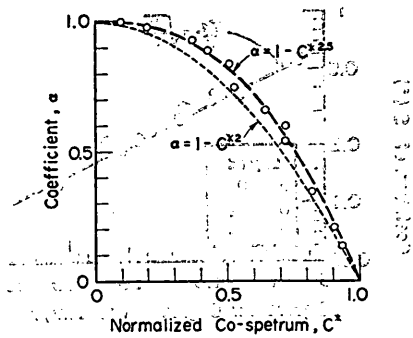


図-56 コスベクトルの変異係数の比例係数と正規化コスベクトルの関係

度が 2 倍になったと見る事ができる。もちろん、式 (147) は変異係数であり、式 (154) は標準偏差に関するものなので適切な比較ではないけれども、正規化コスベクトル密度は周波数スペクトル密度よりも統計的変動性が小さいということはいえる。

なお、正規分布に従うデータ N 組の間の相関係数 ρ の標準偏差は次のように与えられる¹⁹⁾。

$$\sigma(\rho) = (1 - \rho^2) / \sqrt{N} \quad (156)$$

すなわち、式 (154) と式 (155) の間には形式的な相似性が認められる。この相似性が本質的なものであるか否かの検討は今後の課題であろう。

(3) 波向および方向集中度の変動性

クロススペクトルの統計的変動性は、当然に周波数帯別の波向や方向集中度にも影響を及ぼす。図-57 は表-3 のケースの数値シミュレーション結果に基づいて、平均波向 $\bar{\theta}(f)$ と主波向 $\theta_p(f)$ の標準偏差、ならびに方向集中度パラメータ $\gamma(f)$ および S_2 の変異係数をスペクトル解析の等価自由度に対して表示したものである。いずれもスペクトルのピークを挟む 3 個の周波数帯についての平均である。また、 $\bar{\theta}(f)$ と $\theta_p(f)$ は入射波群の波向を基準とした標準偏差で示してある。 $\gamma(f)$ の平均値は 0.4~0.7、 S_2 の平均値は 3~10 の範囲の値である。

前述のように、表-3 は $S_{max} = 10$ の一方向波浪系について水面傾斜測定を行う場合を対象としたものである。波浪条件等が異なるこれらの統計的変動性もまた変化するとと思われるが、図-57 のデータに対して視察によって最適直線を求めると、次のような関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\theta}(f) : \sigma_x &= 44^\circ r^{-0.55}, \\ \theta_p(f) : \sigma_x &= 103^\circ r^{-0.67}, \\ \gamma(f) : \sigma_x / \bar{x} &= 1.1 r^{-1/2}, \\ S_2 : \sigma_x / \bar{x} &= 2.4 r^{-1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (157)$$

共分散法を用いた波向推定方式の数値的検討

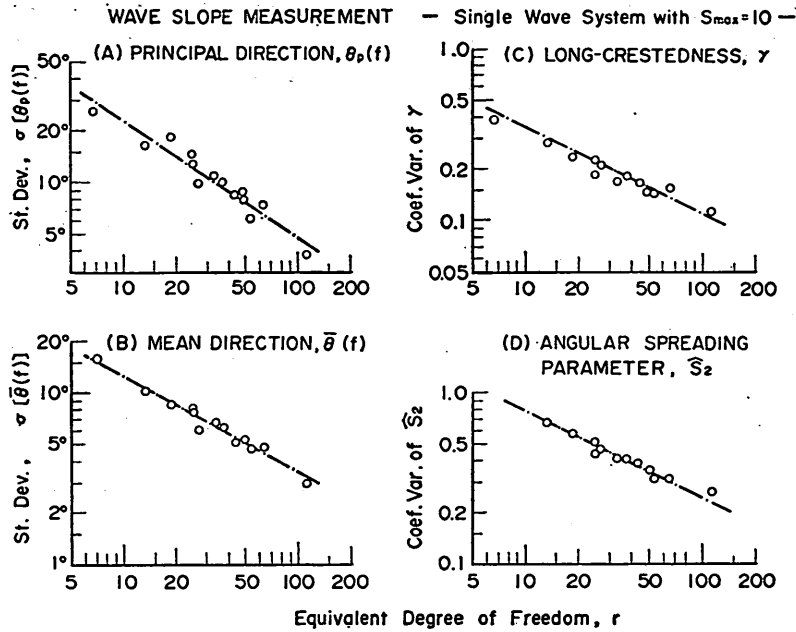


図-57 周波数帯別波向および方向集中度とスペクトル解析の自由度との関係

$\bar{\theta}(f)$ と $\theta_p(f)$ が r の -0.55 乗あるいは -0.67 乗に比例する理由は不明であるが、式(149)に示した波群全体の代表波向 $\bar{\theta}$ および θ_p の変動性と関連があるものと思われる。

なお、方向集中度パラメーターのうち \hat{S}_1 は100回の試行のうち数回程度異常に大きな値を出したり、時には負値となったりする例が多かった。特に、スペクトルのピーク周波数の付近で顕著であった。このため、変異係数としても100%を超える例が珍しくなく、図-57の形にはまとめることができなかつた。光易ほか¹⁰⁾や Hasselmann ほか¹³⁾の現地観測では \hat{S}_1 と \hat{S}_2 の間に良い相関が認められているのに対し、数値シミュレーションで \hat{S}_1 が数値的に不安定となった理由は不明である。有限個数の成分波の重ね合せによってシミュレーション波形を計算しているためかとも思われるが、今後の検討課題としたい。

また、 $\gamma(f)$ に比べて \hat{S}_2 の変異係数が約2倍も大きいのは、両者の関係が線型でないためである。4.2(3)で述べたように、 $\gamma(f)$ と \hat{S}_2 は $C_2 = \sqrt{A_2^2 + B_2^2}$ を媒介変数として1対1の対応関係があるが、これは図-58に示すようなものである。 $\gamma(f)$ の値が比較的1に近いところでは \hat{S}_2 の変動幅が $\gamma(f)$ の変動幅にほぼ比例するけれども、 $\gamma(f)$ が小さくなると \hat{S}_2 が急速に増大するために \hat{S}_2 の変動が大きく現われるのである。 \hat{S}_2 の最小値は $\gamma =$

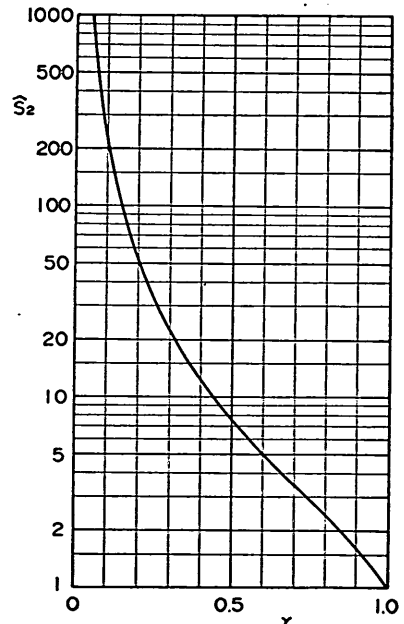


図-58 方向集中度パラメーター $\hat{S}_2(f)$ と $\gamma(f)$ の関係

1に対する $\hat{S}_2=1$ である。しかし、実際には $\gamma(f)$ 自体の統計的変動性のために平均値としては1よりも小さい値しか取り得ず、このため \hat{S}_2 も平均値としては約2以

上の値をとることによる。なお、Hasselmannほか²³⁾の論文では S_2 が1未満のデータも載せられているが、これは観測データに対して最ゆう(尤)法的な手法を用いて方向関数をあてはめるなど、計算方法が異なることによると思われる。

7. む す び

本報告で検討した事項の中から主要な成果を列記すると次のとおりである。

- 1) 波群全体としての波向および方向集中度の指標は、波による水面の鉛直運動に関する要素および水平2方向の運動に関する2要素の3成分のデータの共分散の計算によって直接的に求めることができる。
- 2) 代表波向の二つの定義のうち、主波向は半平面でしか求められず、また二方向波浪系に対しては二つの入射波群の波向の外側へ逸れる場合が生じるなどの短所があるので、代表波向としては平均波向を用いるのが適当である。このため、測定は波運動の2成分ではなく3成分を対象とすべきである。
- 3) 波向の推定誤差は、観測記録に含まれる波数の $-2/3$ 乗に比例し、かつ方向集中度が高まるにつれて減少する傾向にある。記録波数125波程度で平均波向を求める場合、風波では $\pm 10^\circ$ 、うねりでは $\pm 4^\circ$ 程度の誤差範囲を少なくとも見込む必要がある。主波向の推定誤差はこれよりも大きい。
- 4) Longuet-Higginsの提案した long-crestedness パラメーターは、特性が等しい二つの波群が 90° 異なる方向から来襲して重畳している海面において常に1の値をとる性質を持つなど、二方向波浪系を含めた一般的な方向集中度の指標としては不具合である。
- 5) 共分散法で定義可能な新しい方向集中度の指標として平均分散角を提案した。これは方向スペクトルのパラメーターの一つである S_{max} との対応が優れているばかりでなく、波向の推定誤差やクロススペクトル密度間の恒等性の変動誤差を支配するパラメーターと考えられる。
- 6) 平均分散角および long-crestedness パラメーターの推定誤差は、観測記録に含まれる波数の $-1/2$ 乗に比例する。波数125波程度の場合、平均分散角は $\pm 6^\circ$ 、long-crestedness パラメーターは ± 0.10 程度の誤差範囲を見込む必要がある。
- 7) 波向の測定方式のうち、水面傾斜計測と水粒子速度計測とを比較すると、前者は短周期波成分を強調

し、後者は長周期波成分を強調する傾向が強い。二方向波浪系における代表波向が入射波の波向のエネルギー平均値を指示するような計測方法は実現困難であるが、比較的この要件を満たしやすいのは、水面近くでの水粒子速度計測方式である。

- 8) 水粒子速度計測方式における水位情報としての水位波形と水圧波形の優劣を比較すると、二方向波浪系における平均波向の点では水位波形の方が好ましいが、一方向波浪系では両者の間に有意な差はないと考えられる。
- 9) クロススペクトル密度の変異係数は、二変量のそれぞれの周波数スペクトル密度の幾何平均を基準にすることにより、周波数スペクトル密度の変異係数と同一の式が適用できる。また、周波数スペクトル密度の幾何平均で正規化したクロススペクトル密度は、周波数スペクトル密度よりも統計的変動性が小さい。
- 10) 周波数帯別波向および方向集中度の指標の推定誤差は、スペクトル解析の自由度によって規定される。数値シミュレーションの結果、統計的変動性に関する実験式が導かれた。なお、方向関数のフーリエ級数から求められる方向集中度パラメーターは統計的変動性がかかなり大きく、特に1次の係数から求められるものは数値シミュレーションにおいて数値的に不安定となる例が見られる。

いうまでもなく、以上の結論は線型数値シミュレーションの制約条件の枠内でのものである。実際の波浪では波形の非線型性や成分波間の相互干渉などが無視できないし、また観測の実際面では測定系の応答の問題も重要である。このため、本報告で示した波向等の推定誤差はいわば理論的な最小値であり、実際には上述の要因等のためこれよりも大きな誤差を伴うものと考えられる。現地では真の波向が明らかでないため観測誤差の推定がむずかしいが、連続観測における波向変動の解析などを利用して検討を進めることが望まれる。

また、本報告では取り扱わなかったが、複数の波高計群の同時観測方式も波向観測法として有力であり、これについても共分散法によるリアルタイム解析が可能と思われる。今後、検討を進めるべき課題の一つであろう。

(1981年6月30日受付)

参 考 文 献

- 1) 高橋智晴・鈴木禧実・佐々木 弘・菅原一見：定置式波向計(抵抗ひずみ線型)について、第17回海岸工学講演会講演集、1970年、pp. 395-401。

- 2) Suzuki, Y.: Determination of approximate directional spectra for coastal waves, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, Vol. 8, No. 4, 1967, pp. 43-101.
- 3) 高橋智晴・副島 毅・棚橋輝彦・土子良治: 波向観測等の一例について, 第23回海岸工学講演会論文集, 1976年, pp. 334-339.
- 4) Longuet-Higgins, M.S., Cartwright, D.E., and Smith, N.D.: Observations of the directional spectrum of sea waves using the motions of a floating buoy, *Ocean Wave Spectra*, Prentice-Hall, Inc., 1963, pp. 111-136.
- 5) 光易 恒ほか: 海洋波の計測法の開発研究(1), 九州大学応用力学研究所所報, 第39号, 1973年, pp. 105-181.
- 6) 井島武士・高橋智晴・佐々木 弘: 波向観測におけるレーダーの応用について, 第11回海岸工学講演会講演集, 1964年, pp. 81-88.
- 7) 板尾純一・木戸 武・井島武士・松尾隆彦・石川敏雄: 日本海沿岸の波について(第2報)——金沢海岸のレーダー観測による波向分布, 第14回海岸工学講演会講演集, 1967年, pp. 60-67.
- 8) Longuet-Higgins, M.S.: The statistical analysis of a random, moving surface, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, Ser. A (1966), Vol. 249, 1956, pp. 321-387.
- 9) Nagata, Y.: The statistical properties of orbital wave motions and their application for the measurement of directional wave spectra, *J. Oceanogr. Soc. Japan*, Vol. 19, No. 4, 1964, pp. 69-181.
- 10) Mitsuyasu, H. et al.: Observation of the directional spectrum of ocean waves using a cloverleaf buoy, *J. Phys. Oceanography*, Vol. 5, No. 4, 1975, pp. 750-760.
- 11) 合田良実・鈴木康正: 光易型方向スペクトルによる不規則波の屈折・回折計算, 港湾技研資料, No. 230, 1975年, 45p.
- 12) Goda, Y.: Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, Vol. 9, No. 3, 1970, pp. 3-57.
- 13) Hasselmann, D.E., Duncel, M., and Ewing, J.A.: Directional wave spectra observed during JONSWAP 1973, *J. Phys. Oceanography*, Vol. 10, No. 8, 1980, pp. 1264-1280.
- 14) 合田良実: 波高計群による方向スペクトルを用いた反射波推定法の検討, 港湾技術研究所報告, 第19巻第3号, 1980年, pp. 37-70.
- 15) 久保亮五: 解析的確率論, 日本応用力学会誌「応用統計学」第3章, 克誠堂出版, 1949年, pp. 3-22-3-26.
- 16) Kendall, M.G. and Stuart, A.: *The Advanced Theory of Statistics*, Vol. 1(3rd Ed.), Griffin, 1969, p. 233.
- 17) たとえば, 合田良実: 港湾構造物の耐波設計——波浪工学への序説——, 鹿島出版会, 1977年, p. 210.
- 18) Goda, Y.: Numerical experiments on statistical variability of ocean waves, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, Vol. 16, No. 2, 1977, pp. 3-26.
- 19) 前出16) p. 236.

主要記号表

- $a_n, a_{m,n}$: 不規則波の成分波の振幅
 $A_n(\omega)$: 方向関数のフーリエ級数展開の余弦係数
 $B_n(\omega)$: 方向関数のフーリエ級数展開の正弦係数
 C^* : 正規化コスペクトル(式. 152)
 $C_{ij}(\omega), C_{ij}(f)$: 変数 ζ_i と ζ_j の間のコスペクトル
 $C_n(\omega)$: 方向関数のフーリエ級数展開における振幅
 $(= \sqrt{[A_n(\omega)]^2 + [B_n(\omega)]^2})$
 E_A, E_B : 二方向波浪系における各波群のエネルギ
 $E(l, m)$: 波数空間表示の波の方向スペクトル
 f : 周波数
 \bar{f} : 方向スペクトルの平均波数 \bar{k} に対応する平均周波数
 f_{max} : スペクトル解析または成分波の上限周波数
 $f_{m0,2}$: 周波数スペクトルの0次・2次モーメントで定義される平均周波数(式. 74)
 $f_{m2,4}$: 周波数スペクトルの2次・3次モーメントで定義される平均周波数(式. 118)
 f_p : 周波数スペクトルのピークの周波数
 g : 重力加速度
 $G(f, \theta)$: 方向関数
 $G_0(n)$: 余弦型方向関数の場合の平均周波数に対する方向分布影響関数(式. 75)
 h : 水深
 $H_{1/3}$: 有義波高
 i, j : 序数
 k : 波数
 \bar{k} : 平均波数
 k_A, k_B : 二方向波浪系における各波群の波数
 k_m, k_n : 不規則波の成分波の波数
 K : 数値シミュレーションにおける方向角成分の個数
 $K_i(\omega, \theta)$: 水位波形に対する振幅の伝達関数(表-1)
 K_p : 圧力係数(式. 8)
 K_U : 水粒子速度係数(式. 131)
 K_{**} : 水粒子速度に係わるスペクトルの修正係数(式. 7)
 l : 波数空間における直交座標(式. 11)
 \bar{l}, \bar{m} : 波数空間における方向スペクトルの重心の位置座標
 m : 序数, または波数空間における直交座標(式. 11)
 m_r : 周波数スペクトルの r 次モーメント(式. 65)
 M : 数値シミュレーションにおける周波数成分の個数
 M_{pq} : 波数空間における方向スペクトルの (p, q)

次モーメント (式. 18)

n : 序数, または余弦型方向関数の冪指数

N : 波形データの個数, または標本個数

N_0 : 波形記録に含まれる波の数

p : 序数, または波による水中変動圧力

q : 序数

$Q_{ij}(\omega)$: 変数 ζ_i と ζ_j の間のクォドラチャスペクトル

r : スペクトル解析の自由度, または序数

R : 二方向波浪系におけるスペクトル密度比

S : 光易型方向関数における方向集中度パラメーター

S_{max} : 方向集中度パラメーターの最大値

\hat{S}_1, \hat{S}_2 : 方向集中度パラメーターの推定値 (式. 109 および式. 110)

$S(f)$: 周波数スペクトル

$S(f, \theta)$: 周波数・方向角表示の方向スペクトル

$S_\theta(\omega, \theta)$: 角周波数・方向角表示の方向スペクトル

$S_k(k, \theta)$: 波数・方向角表示の方向スペクトル

t : 時間

T_A, T_B : 二方向波浪系における各波群の周期

$T_{1/3}$: 有義波周期

u : 波による水粒子速度の x 方向の成分

v : 波による水粒子速度の y 方向の成分

V : 変異係数 ($=\sigma_x/\bar{x}$)

x : 水平座標の一つ

\bar{x} : 変量の平均値の一般的表示

y : 水平座標の一つ

z : 静水面から上向きに正にとった鉛直座標

α : 比例係数

γ : long-crestedness (波峯長) パラメーター (式. 27)

$\gamma(\omega), \gamma(f)$: 周波数帯別の long-crestedness パラメーター (式. 103)

Δt : 波形データの時間間隔

ϵ : スペクトル幅のパラメーター (式. 64)

$\epsilon_n, \epsilon_m, \epsilon_n$: 不規則波の成分波の位相遅れ角

ζ_i : 海面波の運動の一般的表示

$\eta(x, y, t)$: 平均水位からの水面上昇量

η_p : 波による圧力変動水頭

η_{rms} : 水面上昇量の rms 値

η_z : 水面の上下速度

η_x : 水面の x 方向の傾斜

η_y : 水面の y 方向の傾斜

θ : 方向角

$\bar{\theta}$: 波群全体の平均波向 (式. 21)

$\theta(\omega), \bar{\theta}(f)$: 周波数帯別の平均波向 (式. 101)

θ_0 : 一方向波浪系としての波群の入射方向

θ_A, θ_B : 二方向波浪系における各波群の波向

θ_n : 不規則波の成分波の方向角

θ_p : 波群全体の主波向 (式. 26)

$\theta_p(\omega), \theta_p(f)$: 周波数帯別の主波向 (式. 102)

θ_s : 平均分散角 (式. 50)

Θ : 二方向波浪系の中央波向 (式. 30)

ρ : 水の密度, または相関係数

σ : 母集団の標準偏差

σ_s : 標本についての標準偏差の一般的表示

$\sigma(\)$: 括弧内の変数の標準偏差

ϕ_i : 水位波形に対する位相変換角 (表-1)

$\Phi_{ij}(\omega)$: クロススペクトル (式. 89)

$\Psi_{ij}(\tau)$: 共分散関数

ω : 角周波数 ($=2\pi f$)

Ω : 二方向波浪系における波向の差の 1/2 (式. 30)