

運輸省港湾技術研究所

# 港湾技術研究所 報告

---

---

REPORT OF  
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH  
INSTITUTE  
MINISTRY OF TRANSPORT

---

VOL. 17      NO. 4      DEC. 1978

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



# 港湾技術研究所報告 (REPORT OF P. H. R. I.)

第17巻 第4号 (Vol. 17, No. 4), 1978年12月 (Dec. 1978)

## 目 次 (CONTENTS)

1. Random Wave Velocity Field From Periodic Wave Theory  
.....Koji KOBUNE..... 3  
(規則波理論による不規則波中の水粒子の算定.....小舟浩治)
2. 浮体係留における粘性抵抗力および拘束条件の影響について  
.....小舟浩治..... 59  
(On the Effect of Viscous resistance and Non-linear Mooring System on the Mooring  
Force of a Floating Body.....Koji KOBUNE)
3. 直立式円筒浮体の波浪中の動揺振幅に関する研究  
.....合田良実・鈴木康正・蜂須賀和吉..... 89  
(Prediction of the Oscillation Amplitude of a Bottom-hinged, Vertical Buoyant Cylinder  
in Sea Waves.....Yoshimi GODA, Yasumasa SUZUKI, and Kazuyoshi HACHISUKA)
4. 地盤の圧密沈下による斜杭の曲げに関する実験的研究  
.....高橋邦夫・沢口正俊..... 121  
(Experimental Study on the Bending of Battered Piles due to Ground Settlement  
.....Kunio TAKAHASHI, Masatoshi SAWAGUCHI)
5. ダイナフレクトによる空港アスファルト舗装評価とかさ上げ厚設計  
.....佐藤勝久・福手 勤・佐藤峰夫・山崎英男..... 169  
(The Evaluation and Overlay Thickness Design of Airport Asphalt Pavements by Dynaflect  
Deflections.....Katsuhisa SATO, Tsutomu FUKUTE Mineo SATO and Hideo YAMAZAKI)
6. 繰り返し曲げを受ける PC パイルの力学的性質  
.....大 即 信 明..... 193  
(Strength and Deformation Characteristics of Prestressed Concrete Piles Subjected to  
Repeated Loading .....Nobuaki OTSUKI)
7. 船舶の主要寸法に関する解析  
.....寺 内 潔・吉田行秀・奥山育英..... 265  
(Analysis on the Interrelations among the Several Dimensions of Ships  
.....Kiyoshi TERAUCHI, Yukihide YOSHIDA and Yasuhide OKUYAMA)

8. 差圧式含泥率測定法の実用性について

.....浜田賢二・八木得次・斉藤 勝・是石昭夫... 329

(On Practical Characteristics of Solid Concentration Measurement by Differential  
Pressure in Pipes.....Kenji HAMADA, Tokuji YAGI, Masaru SAITO and Akio KOREISHI)

### 3. 直立式円筒浮体の波浪中の動揺振幅に関する研究

合田良実\*・鈴木康正\*\*・蜂須賀和吉\*\*\*

#### 要 旨

現在までに建設されてきた海洋構造物の一つに航路標識がある。それらは燈標などの固定式と、ブイなどの浮遊式の2種類のものがほとんどであり、それぞれに長所と短所を持っている。現在、これらの中間的な構造形式として、直立した円筒状の浮体をユニバーサルジョイントで海底に接続するような形式が考えられている。本報告は、直立式円筒形浮体の波浪中における動揺振幅について、理論解析、水理模型実験および現地海洋実験を行なって検討したものである。

波浪条件としては、規則波および2次元的不規則波を対象とした。また、円筒に作用する流体力は、線型理論から導びかれる力だけではなく、浮体表面と水粒子との間の相対速度の2乗に比例する非線型力も考慮した。このようにして得られる非線型運動方程式は、非線型項を近似的に線型化する方法および数値積分を用いたシミュレーションによる方法の2種類の方法によって解いた。ただし、不規則波中の動揺解析では、後者の解法だけを用いている。

理論計算結果と水理模型実験結果および現地海洋実験結果とを比較したところ、次のような結論が得られた。

- (1) 浮体に作用する非線型減衰力を考慮した理論計算結果は、水理模型実験結果および現地海洋実験結果と良く一致する。
- (2) 不規則波中における燈標の動揺特性は、規則波中のものと異なる場合がある。
- (3) 数値積分を用いたシミュレーション法は、非線型項を含む運動方程式の解法として極めて有効である。

---

\* 海洋水理部長

\*\* 海洋水理部 波力解析主任研究官

\*\*\* 海洋水理部 波浪研究室

### 3. Prediction of the Oscillation Amplitude of a Bottom-hinged, Vertical Bouyant Cylinder in Sea Waves

Yoshimi GODA\*,  
Yasumasa SUZUKI\*\*,  
Kazuyoshi HACHISUKA\*\*\*

#### Synopsis

The aids to navigation form a category of maritime structures with long history of construction and endurance in severe environmental conditions. There have been two types of structures: that is, the fixed type represented by a light house, and the floating type represented by a light buoy. Now a new type of semi-floating structure for navigation aids is under development. It is made of a vertical, bouyant circular cylinder, which is connected to an anchor with a universal joint. In this report, its response to sea waves are studied by the theoretical analysis, by hydraulic model tests at the laboratory, and by field tests in the sea.

The analysis is made for the oscillation of the cylinder in regular waves as well as in uni-directional irregular waves. The equation of motion involves not only the forces calculated from the linear potential theory but also the nonlinear damping forces which are supposed to be proportional to the square of relative velocity between the surface of the cylinder and the surrounding water. Two methods are used to solve the nonlinear equation of motion; the one is the approximate linearization of the nonlinear term and the other is a numerical simulation to calculate the displacement at each time step. For the analysis of the oscillation in irregular waves, however, only the latter method is used.

The study has yielded the following conclusions:

- 1) The oscillation of the cylinder in regular and irregular waves is calculated quite accurately by the theory which takes into account both the linear forces and nonlinear damping terms.
- 2) The calculated amplitude of the cylinder oscillation generally increases as the estimated value of drag coefficient is decreased.
- 3) The characteristics of the cylinder oscillation in irregular waves differ from those in regular waves.
- 4) The numerical simulation is found very useful to solve the equation of motion involving nonlinear terms.

The present analysis will be easily extended to a single point mooring system with a single vertical cylinder.

---

\* Director, Marine Hydrodynamics Division

\*\* Senior Research Engineer, Marine Hydrodynamics Division

\*\*\* Member, Wave Laboratory, Marine Hydrodynamics Division

## 目 次

要 旨 .....	89
1. まえがき .....	93
2. 規則波中の応答特性 .....	93
2.1 運動方程式 .....	93
2.2 ポテンシャル理論による計算法 .....	94
2.3 非線型力を考慮した計算法 .....	98
2.4 アンカーに作用する力 .....	99
2.5 実験方法 .....	100
2.6 計算および実験結果と考察 .....	101
3. 不規則波中の応答特性 .....	105
3.1 理論計算法 .....	105
3.2 水理模型実験結果と考察 .....	107
3.3 現地実験結果と考察 .....	111
4. 浮体式灯標の波浪動揺特性について .....	116
5. むすび .....	118
参考文献 .....	118
記号一覧表 .....	119

## 1. まえがき

海洋構造物は、波浪、潮流および風などから力を受けるが、それらの力に対してどれくらいの変位を許すかによって、いくつかの構造様式に分けることができる。両極端に位置するのが、固定式と浮遊式である。これらの中間のものは一般に、半固定式あるいは半浮遊式と呼ばれるが、何らかの方法によって海底または他の固定構造物に係留あるいは接続される。

最近では、施設利用上の要請および設計・製作技術の発達とともに構造物の設置水深が深くなる傾向にあり、浮遊式あるいは半浮遊式の構造物が建設されることが多くなっている。これは、大水深海域に固定式の構造物を構築することが困難であること、また外海では非常に厳しい海象・気象条件にさらされることになるため、外力にまともに対抗する固定式では経済的に不利になる場合が多いことなどの原因によるものである。一方、浮遊式の構造物は外力の大部分を受け流してしまうため、力学的には有利な構造様式であると言える。しかし逆に、浮遊式構造物は外力を受けると大きく変位するため、利用上不都合が生じる場合もある。このときには、構造物の変位を許容の範囲内におさめるために、構造物に係留するなどの方策がとられるわけである。

現在までに建設されてきた海洋構造物の一つに航路標識があるが、それらは燈標に代表されるような固定式と、ブイなどの緩く係留された半浮遊式の2種類がほとんどであった。燈標は当然のことながら常にある地点にあり、しかも変位を起こさないということから、航路標識としては最も理想的なものである。しかし、建設費が高いこと、水深の深い地点には設置しにくいことなどの問題点があることも事実である。一方ブイなどの半浮遊式のもの、これらの燈標における問題点を補なうことができるものの、その振れまわり運動のために航路幅を事実的に狭めてしまうこと、変位を生ずるためにその位置が定まらないこと、また波などの外力により傾斜角が過大となる場合があることなどの欠点も持っている。そこで、これらの中間的な構造形式として、いわば固定式燈標の下部を切断し、ユニバーサルジョイントで海底のアンカーに接続するような形式が考えられる。海上保安庁燈台部では、これを“浮体式燈標”と呼んでいる。

浮体式燈標は、外力を受けたときにある程度の変位を許すかわりに受ける力をなるべく小さくし、また変位に対しては、浮体式燈標自体の持つ浮力による復元力によって直立を保たせようとするものである。構造的には、図-1に示したものをはじめとしてさまざまな形式が考え

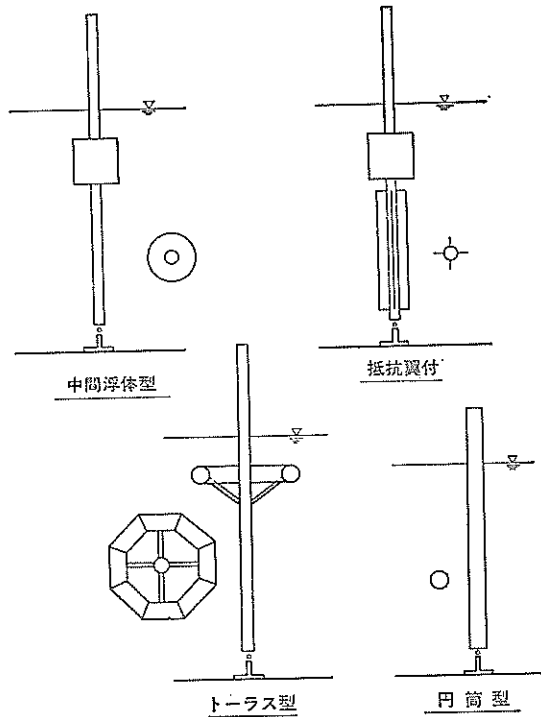


図-1 浮体式燈標

られる。海上保安庁燈台部では、波浪中における浮体式燈標の挙動について検討するため、1974年度に当所の協力の下、図-1の模型を用いて水理模型実験を行なった<sup>1)</sup>。その結果、実用性および施工性を考慮すると、単純な形状の円筒形が適当であろうという結論が得られた。それを基に、1977年9月から1か年間の予定で神奈川県横須賀市鴨居の鳥ヶ崎において円筒形の浮体式燈標を用いた現地実験も行なわれており、近い将来実用化される予定である。

本報告は、海上保安庁燈台部の依頼により、鳥ヶ崎で実施した海洋実験のデータ解析および現地実験に対応する水理模型実験を行ない、円筒形の浮体式燈標の波浪中の動揺を実験的および理論的に検討したものである。なお、鳥ヶ崎現地実験機は海上保安庁によって製作・設置され、海上保安試験研究センターの管理の下にデータの取得および波形の読取りが行なわれた。

## 2. 規則波中の応答特性

### 2.1 運動方程式

図-2に示すような座標系をとり、 $x$ 軸の負方向に進む規則波中の動揺についてまず考える。規則波は2次元の

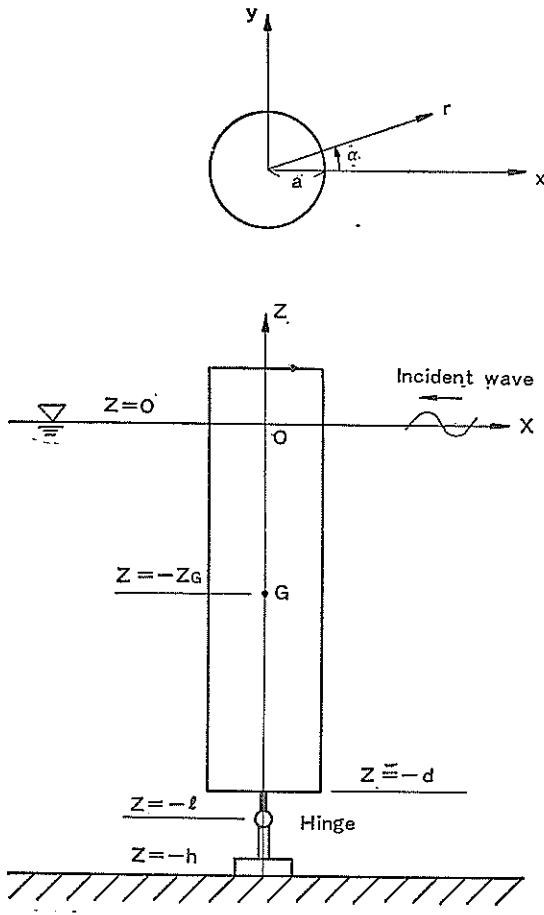


図-2 座標系

な波であり、流体力の合力は  $x$  軸の方向にのみ作用することになるので、ここでは燈標の動揺も  $x$  軸方向すなわち波の進行方向だけを考えることにする\*。すると、燈標はヒンジを中心として一方向に回転運動だけをする事になり、運動の自由度は 1 となる。

いま、燈標のヒンジまわりの慣性モーメントを  $I$ 、変位角を  $\theta$  とすると、燈標の回転に関する運動方程式は次式のようになる。

$$I\ddot{\theta} = M_F + M_R + M_D + M_S \quad (1)$$

ここで、 $M_F$ : 固定燈標に作用する波力モーメント (慣性力によるモーメント  $M_{FM}$  と

抗力によるモーメント  $M_{FD}$  の和として表わされる)

$M_R$ : 線型減衰モーメント

$M_D$ : 非線型減衰モーメント

$M_S$ : 静水圧的復元モーメント

$M_F$  は燈標を水中に固定したと仮定したとき、入射波から受ける波力である。 $M_R$  は、静水中で燈標を強制的に動揺させると周囲の流体に波を生じさせるが、その反作用として流体から受ける抵抗モーメントのうち、燈標の運動速度および加速度に比例する項である。一方  $M_D$  は、通常、燈標の没水表面と水粒子との相対速度の 2 乗に比例する抵抗モーメントとして計算される。最後に、 $M_S$  は静水中で燈標を傾けたとき、燈標を元の直立の状態に戻そうとする浮力によるモーメントである。なお、符号は水平および鉛直方向の力はそれぞれ  $x$  軸、 $z$  軸の正方向に作用するものを正とし、またモーメントは反時計方向を正とする。

## 2.2 ポテンシャル理論による計算法

ここでは、まず次のような仮定の下に式(1)の運動方程式を解く。

- i) 非粘性・非圧縮性完全流体
- ii) 微小振幅波
- iii) 運動振幅は微小
- iv) 水深は一定

したがって、式(1)の右辺の流体力のうち、固定燈標に作用する抗力による波力モーメント  $M_{FD}$  および非線型減衰モーメント  $M_D$  は小さいものとして無視する。

仮定 i) により速度ポテンシャル  $\phi(r, \alpha, z; t)$  が存在し、しかも次の Laplace の方程式を満足する。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

また境界条件として、水面条件、

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad : z=0 \quad (3)$$

および水底条件、

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad : z=-h \quad (4)$$

が満足されなければならない。ここで、 $g$  は重力加速度、 $t$  は時間である。

条件(3), (4)を満足する方程式(2)の解のうち、後述の燈標の没水表面における境界条件を考慮して、次式で表示されるもの<sup>2)</sup>を取り上げる。

$$\begin{aligned} \phi(r, \alpha, z; t) = & \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \left( A_{n0} \frac{J_n(kr)}{J_n(ka)} + B_{n0} \frac{H_n^{(2)}(kr)}{H_n^{(2)}(ka)} \right) \right. \\ & \times \left. \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{m=1}^{\infty} C_{nm} \frac{K_m(k_n r)}{K_m(k_n a)} \right] \end{aligned}$$

\* 実際には、燈標の周囲に発生する渦などの影響によって、波の進行方向と直角な方向にも動揺する場合があることは 2.5 節で述べるとおりであるが、理論計算においては考慮していない。



$$\times \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \Big] \cos m\alpha \cdot e^{i\sigma t} \quad (5)$$

$$\text{ここで, } \sigma^2 h/g = kh \tanh kh = -k_n h \tan k_n h \quad (6)$$

$\sigma$ : 円周波数 ( $\sigma = 2\pi f = 2\pi/T$ )

$f$ : 周波数

$T$ : 周期

$k$ : 波数 ( $k = 2\pi/L$ )

$L$ : 波長

$\pi$ : 円周率

$J_m$ :  $m$  次の第 1 種ベッセル関数

$H_m^{(2)}$ :  $m$  次の第 3 種ベッセル関数

$K_m$ :  $m$  次の変形ベッセル関数

また,  $A_{m0}, B_{m0}, C_{mn}$  は任意定数で, それぞれ入射波, 燈標による進行散乱波および停止散乱波に対応する項の係数である。なお,  $m, n$  は整数を表わしている。

いま入射波を,

$$\zeta = \zeta_0 e^{i(kz + \sigma t)} \quad (7)$$

とおくと,  $e^{ikz}$  をベッセル関数を用いて級数に展開することにより, 入射波に対する定数  $A_{m0}$  が次式のように定まる。

$$A_{m0} = i^{m+1} \varepsilon_m J_m(ka) \zeta_0 g/\sigma \quad (8)$$

ここで,  $\varepsilon_0 = 1, \varepsilon_m = 2 (m \neq 0)$

$\zeta_0$ : 入射波の半振幅 (実数)

また,  $B_{m0}, C_{mn}$  は, 後述するように燈標の没水表面における運動学的な境界条件を満足するように決定される。すなわち, 異なる運動状態に対しては, それぞれの運動状態に対応した運動学的境界条件を満足するように  $B_{m0}, C_{mn}$  が定められる。

速度ポテンシャルが求められると, それを用いて燈標に作用する流体圧力  $p$  が次式によって計算することができる。

$$p = -\rho \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) - \rho g z \quad : r = a \quad (9)$$

ここで,  $\rho$  は流体の密度である。さらに, 燈標に作用する流体力の, ヒンジまわりの波力モーメントは次のようになる。

$$M = \int_{-d}^0 \int_0^{2\pi} (z+l) p a \cos \alpha \cdot d\alpha dz \quad (10)$$

ただし, 上式の右辺は燈標の外側の流体域から受ける波力モーメントであり, 厳密には, 燈標の下端の  $z = -d$  の面に働く波力によるモーメントを考慮する必要がある。そのためには, 流体域を燈標の外側および下部の領域に分割し, 各領域における速度ポテンシャルを, 流体域の分割面 ( $r = a$ ) における流速および圧力の連続条件が満足されるように決定しなければならない<sup>3)</sup>。この場合には, 速度ポテンシャルの係数を定めるために多元の連立

方程式を解かなければならず, かなり煩雑なものとなる。

しかし, いま解析の対象としている浮体式燈標のように, その直径が水深に比べて小さく, また底面から海底までの間隔も水深に比べて非常に小さい場合には, 燈標の下部の流体が燈標に作用する力は小さいものと予想される。実際に, 固定燈標に作用する波力モーメントを, 式(10)による近似値と燈標の下部の流体力も考慮した厳密解とで比較したところ, 現地波の周期で 1~20 秒の範囲ではほとんど差がなかった。そこで, 本文では波力モーメントはすべて式(10)を用いて計算することとする。

さて, 式(5)を式(9)に代入すると,

$$p = -i\rho\sigma \sum_{n=0}^{\infty} \left[ (A_{m0} + B_{m0}) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right] \cos m\alpha \cdot e^{i\sigma t} - \rho g z \quad (11)$$

となる。これをさらに式(10)へ代入すれば, 簡単な計算のうち, 波力モーメントは次のようになる。

$$M = -i\rho\sigma\pi a d^2 \left\{ \frac{A_{10} + B_{10}}{(\delta_0)^2 \cosh \lambda_0} [v_0 \sinh \lambda_0 - (v_0 - \delta_0) \sinh(\lambda_0 - \delta_0) - \cosh \lambda_0 + \cosh(\lambda_0 - \delta_0)] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_{m0}}{(\delta_n)^2 \cos \lambda_n} [v_n \sin \lambda_n - (v_n - \delta_n) \sin(v_n - \delta_n) + \cos \lambda_n - \cos(\lambda_n - \delta_n)] \right\} e^{i\sigma t} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに, } \lambda_0 &= kh, \lambda_n = k_n h \\ v_0 &= hl, v_n = k_n l \\ \delta_0 &= kd, \delta_n = k_n d \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

これを次のようにおく。

$$M = -i\rho\sigma\pi a d^2 \left\{ (A_{10} + B_{10}) \bar{g}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_{m0} \bar{g}_n \right\} e^{i\sigma t} \quad (14)$$

ここで,

$$\bar{g}_0 = \frac{1}{(\delta_0)^2 \cosh \lambda_0} [v_0 \sinh \lambda_0 - (v_0 - \delta_0) \sinh(\lambda_0 - \delta_0) - \cosh \lambda_0 + \cosh(\lambda_0 - \delta_0)]$$

$$\bar{g}_n = \frac{1}{(\delta_n)^2 \cos \lambda_n} [v_n \sin \lambda_n - (v_n - \delta_n) \sin(v_n - \delta_n) + \cos \lambda_n - \cos(\lambda_n - \delta_n)] \quad (15)$$

以上のような準備の下に, 次に各波力モーメントの具体的な計算法について述べることにする。

(1) 固定燈標に作用する慣性力による波力モーメント  $M_{FM}$

燈標が水中に固定されている場合には, 当然のことながら没水表面の速度は 0 である。したがって, このときの運動学的境界条件は, 燈標の没水表面において, それに直角な方向の水粒子速度が 0 ということになる。すなわち, 速度ポテンシャルの係数は, 次式を満足するように定めなければならない。

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_{r=a} = 0 \quad : 0 > z > -d \quad (16)$$

これに式(5)を代入すれば、次のようになる。

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left[ k \left( A_{m0} \frac{J_m'(ka)}{J_m(ka)} + B_{m0} \frac{H_m^{(2)'}(ka)}{H_m^{(2)}(ka)} \right) \times \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh \lambda_0} + \sum_{n=1}^{\infty} k_n C_{mn} \frac{K_n'(k_n a)}{K_n(ka)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos \lambda_n} \right] \times \cos m\alpha \cdot e^{i\sigma t} = 0 \quad (17)$$

式(17)は燈標の没水表面すなわち  $0 > z > -d$  で満足されるべき境界条件である。しかし、上に述べたように、燈標の下部の流体が及ぼす影響はほとんど無視できると仮定することができるので、式(17)は  $0 > z > -h$  で成立するものと考えてよいであろう。このようにすると、 $\cosh k(z+h)$  と  $\cos k_n(z+h)$  の  $0 > z > -h$  における直交性から、次のようにして未知係数  $B_{m0}$ 、 $C_{mn}$  を定めることができる。

まず、式(17)の両辺に  $\cosh k(z+h)$  を掛けて  $0 > z > -h$  で積分すると、

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left( A_{m0} \frac{J_m'(ka)}{J_m(ka)} + B_{m0} \frac{H_m^{(2)'}(ka)}{H_m^{(2)}(ka)} \right) \cos m\alpha = 0$$

となるので、 $B_{m0}$  は次式のようになる。

$$B_{m0} = -A_{m0} \frac{J_m'(ka)}{J_m(ka)} \frac{H_m^{(2)}(ka)}{H_m^{(2)'}(ka)} \quad (18)$$

また、式(17)の両辺に  $\cos k_n(z+h)$  を掛けて  $0 > z > -h$  で積分すると、

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_{mn} \frac{K_n'(k_n a)}{K_n(k_n a)} \frac{\sin 2\lambda_n}{2 \cos \lambda_n} N_n \cos m\alpha = 0 \quad (19)$$

( $n=1, 2, \dots$ )

$$\text{ここに、} N_n = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2\lambda_n}{\sin 2\lambda_n} \right) \quad (20)$$

となる。よって、

$$C_{mn} = 0 \quad (m=0, 1, 2, \dots; n=1, 2, \dots) \quad (21)$$

である。

式(18)、(21)を式(14)に代入すれば、固定燈標に作用する慣性力によるモーメント  $M_{FM}$  は次のように求まる。

$$M_{FM} = -i \rho \sigma \pi a d^2 A_{10} \times \left[ 1 - \frac{J_1'(ka)}{J_1(ka)} \times \frac{H_1^{(2)}(ka)}{H_1^{(2)'}(ka)} \right] \overline{g_0} \cdot e^{i\sigma t} \quad (22)$$

ただし、実際に作用するモーメントは上式の実部であり、虚部は位相に関する。いま  $M_{FM}$  の水位変動に対する位相遅れを  $\varepsilon_{FM}$  とすると、式(7)より次式が成り立つ。

$$Re\{M_{FM}\} = \overline{M}_{FM} \cos(\sigma t - \varepsilon_{FM}) \quad (23)$$

ここで、 $Re\{ \}$  は実部を表わし、また  $\overline{M}_{FM}$  は  $M_{FM}$  の振幅である。さらに、式(23)を、

$$M_{FM} = \{(M_{FM})_R + i(M_{FM})_I\} e^{i\sigma t} \quad (24)$$

とおけば、 $\overline{M}_{FM}$  および  $\varepsilon_{FM}$  は次のように求まる。

$$\overline{M}_{FM} = [\{(M_{FM})_R\}^2 + \{(M_{FM})_I\}^2]^{1/2} \quad (25)$$

$$\varepsilon_{FM} = \tan^{-1} \left\{ -\frac{(M_{FM})_I}{(M_{FM})_R} \right\} \quad (26)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} (M_{FM})_R &= -\rho \sigma \pi a d^2 A_{10} \\ &\times \left\{ \frac{J_0(ka)}{J_1(ka)} - \frac{1}{ka} \right\} h_{1R}^{(0)} \overline{g_0} \\ (M_{FM})_I &= -\rho \sigma \pi a d^2 A_{10} \\ &\times \left[ 1 - \left\{ \frac{J_0(ka)}{J_1(ka)} - \frac{1}{ka} \right\} h_{1R}^{(0)} \right] \overline{g_0} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

であり、また、

$$\frac{H_1^{(2)}(ka)}{H_1^{(2)'}(ka)} = h_{1R}^{(0)} + i h_{1I}^{(0)} \quad (28)$$

とおいている。

なお、海岸工学の分野では、固定円柱に作用する波力を次のようにして求めることが多い。

$$dF = C_D \rho a |u| u dz + C_M \rho \pi a^2 \dot{u} dz \quad (29)$$

ここで、 $dF$ : 高さ  $dz$  の微小部分に作用する水平力

$C_D$ : 抗力係数

$C_M$ : 慣性力係数

$u$ : 水平水粒子速度

$\dot{u}$ : 水平水粒子加速度

式(29)の右辺第1項が抗力項、第2項が慣性力項である。ただし、簡単のため位相項は省いてある。また、 $u$  および  $\dot{u}$  としては、燈標が存在しないとしたときの燈標の中心 ( $r=0$ ) における入射波のものを用いるのが普通である。すなわち、

$$\left\{ \begin{aligned} u &= -\zeta_0 \sigma \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh \lambda_0} \cos \sigma t \\ \dot{u} &= \zeta_0 \sigma^2 \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh \lambda_0} \sin \sigma t \end{aligned} \right. \quad (30)$$

となる。燈標の下端が海底まで達している場合について、燈標に作用する抗力および慣性力の合力を求め、慣性力が抗力よりも卓越する領域を求めてみると、入射波の振幅と燈標の半径との比  $\zeta_0/a$  が次式のように表わされる<sup>4)</sup>。ただし、 $C_D=1.0$ 、 $C_M=2.0$  として計算している。

$$\zeta_0/a < 35.9 h/L \quad \text{かつ} \quad \zeta_0/a \leq 5 \quad (31)$$

ポテンシャル理論では式(29)の抗力項を無視しているわけで、式(31)の条件が満足される領域で有効な理論であると言える。なお、抗力項も考慮した計算法については次節で述べることにする。

さて、式(29)の慣性力によるヒンジまわりのモーメントを求めてみると次式のようになる。

$$M_{FM}' = -\int_{-d}^0 C_M \rho \pi a^2 \dot{u}(z+l) dz = i C_M \rho g \zeta_0 \pi a^2 k d^2 \overline{g_0} e^{i\sigma t} \quad (32)$$

慣性力係数  $C_M$  が判っているときには、この式を用いて固定燈標に作用する波力モーメントを求めることができる。逆に、式(2)の  $M_{FM}$  と式(3)の  $M_{FM}'$  を等しいとおけば、ポテンシャル理論による慣性力係数が次のように求まる。

$$C_M = -\frac{\sigma A_0}{\zeta_0 g k a} \left\{ 1 - \frac{J_1'(ka)}{J_1(ka)} \frac{H_1^{(2)}(ka)}{H_1^{(2)'}(ka)} \right\} \quad (33)$$

ただし上式の右辺は複素数であり、その絶対値をとって  $C_M$  とする。このように  $C_M$  が複素数として求まるということは、固定燈標に作用する波力モーメントが、水粒子の水平加速度とある位相差を持っていることを表わしている。したがって、慣性力項を式(4)の右辺第2項のように表わすことは厳密には正しくなく、位相項も入れておく必要がある。

## (2) 線型減衰モーメント $M_R$

次に、ポテンシャル理論によって線型減衰モーメントを求める。燈標をヒンジのまわりに、

$$\theta = \theta e^{i\sigma t} \quad (34)$$

で表わされる回転運動を静水中で強制的にさせるものとする。 $\theta$  は複素振幅である。

このときの燈標の没水表面における境界条件は、

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_{r=a} = -i\sigma(z+l)\theta \cos \alpha \cdot e^{i\sigma t} \quad (35)$$

である。いまの場合入射波は考えていないので、式(5)の  $A_{m0}$  の項を除いて式(3)に代入すると次のようになる。

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \left[ k D_{m0} \frac{H_m^{(2)'}(ka)}{H_m^{(2)}(ka)} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh \lambda_0} \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} k_n E_{mn} \frac{K_n'(ka)}{K_n(k_n a)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos \lambda_n} \right] \cos m\alpha \cdot e^{i\sigma t} \\ & = -i\sigma(z+l)\theta \cos \alpha \cdot e^{i\sigma t} \quad (36) \end{aligned}$$

ただし、固定燈標の場合の速度ポテンシャルと区別するために、 $B_{m0} \rightarrow D_{m0}$ 、 $C_{mn} \rightarrow E_{mn}$  と置き換えている。

式(36)から明らかに、 $m=0$  および  $m \geq 2$  に対して、

$$D_{m0} = E_{mn} = 0 \quad (n=1, 2, \dots) \quad (37)$$

である。 $m=1$  に対しては、両辺に  $\cosh k(z+h)$  を掛けて  $0 > z > -h$  で積分すると、

$$\begin{aligned} D_{10} \frac{H_1^{(2)'}(ka)}{H_1^{(2)}(ka)} \frac{N_0 \sinh 2\lambda_0}{2 \cosh \lambda_0} \\ = -i\sigma \theta \frac{1}{k^2} (v_0 \sinh \lambda_0 - \cosh \lambda_0 + 1) \quad (38) \end{aligned}$$

$$\text{ただし、} N_0 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2\lambda_0}{\sinh 2\lambda_0} \right) \quad (39)$$

となる。よって、 $D_{10}$  は次式のように定められる。

$$D_{10} = -i \frac{\bar{f}_0}{N_0} \frac{H_1^{(2)}(ka)}{H_1^{(2)'}(ka)} \theta \sigma d^2 \quad (40)$$

$$\text{ここで、} \bar{f}_0 = \frac{v_0 \sinh \lambda_0 - \cosh \lambda_0 + 1}{(\partial_n)^2 \sinh \lambda_0} \quad (41)$$

また、式(3)の両辺に  $\cos k_n(z+h)$  を掛けて  $0 > z > -h$

で積分すれば、

$$\begin{aligned} E_{1n} \frac{K_1'(k_n a)}{K_1(k_n a)} \cdot \frac{N_n \sin 2\lambda_n}{2 \cos \lambda_n} = -i\sigma \theta \frac{1}{k_n^2} \\ \times (v_n \sin \lambda_n + \cos \lambda_n - 1) \quad (n=1, 2, \dots) \quad (42) \end{aligned}$$

であるから、

$$E_{1n} = -i \frac{\bar{f}_n}{N_n} \frac{K_1(k_n a)}{K_1'(k_n a)} \theta \sigma d^2 \quad (n=1, 2, \dots) \quad (43)$$

$$\text{ここに、} \bar{f}_n = \frac{v_n \sin \lambda_n + \cos \lambda_n - 1}{(\partial_n)^2 \sin \lambda_n} \quad (44)$$

となる。したがって、 $M_R$  は式(4)より次のように求まる。

$$\begin{aligned} M_R &= -i\rho\sigma\pi a d^2 \left( D_{10} \bar{g}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} E_{1n} \bar{g}_n \right) e^{i\sigma t} \\ &= -\rho\sigma\pi a d^2 \left\{ \frac{\bar{f}_0 \bar{g}_0}{N_0} \frac{H_1^{(2)}(ka)}{H_1^{(2)'}(ka)} \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{f}_n \bar{g}_n}{N_n} \frac{K_1(k_n a)}{K_1'(k_n a)} \right\} \theta \sigma d^2 e^{i\sigma t} \quad (45) \end{aligned}$$

なお、 $n$  についての無限級数はその収束性を検討したところ、10項程度までとれば充分であった。

上式の線型減衰モーメントのうち、燈標の角加速度と同位相のものが付加慣性モーメントによる抵抗、角速度と同位相のものが減衰力モーメントである。式(45)より、

$$\dot{\theta} = i\sigma \theta e^{i\sigma t}, \quad \ddot{\theta} = -\sigma^2 \theta e^{i\sigma t} \quad (46)$$

であるので、式(45)の { } 内の実部が付加慣性モーメント、虚部が減衰力モーメントに関係していることがわかる。いま、付加慣性モーメントを  $I_a$ 、減衰力モーメントの係数を  $B$  とすれば、線型減衰モーメントは、

$$M_R = -I_a \ddot{\theta} - B \dot{\theta} \quad (47)$$

と表わされる。これに式(46)を代入し、式(45)と等置すれば、 $I_a$  および  $B$  は次式のように求められる。

$$I_a = -\rho\pi a d^4 \left\{ \frac{\bar{f}_0 \bar{g}_0 h_{1R}^{(0)}}{N_0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{f}_n \bar{g}_n}{N_n} \frac{K_1(k_n a)}{K_1'(k_n a)} \right\} \quad (48)$$

$$B = \rho\sigma\pi a d^4 \frac{\bar{f}_0 \bar{g}_0 h_{1I}^{(0)}}{N_0} \quad (49)$$

ただし、 $h_{1R}^{(0)}$  および  $h_{1I}^{(0)}$  は式(2)による。

また、燈標の水面下の部分を流体で置き換えたときの慣性モーメントを  $I_0$  とすると、

$$I_0 = \rho\pi a^2 d \left\{ \frac{a^2}{4} + \frac{1}{3} (3l^2 - 3ld + d^2) \right\} \quad (50)$$

であり、 $I_a$  と  $I_0$  との比が付加慣性モーメントの係数、すなわち質量係数  $C_M'$  である。したがって、

$$I_a = C_M' I_0 \quad (51)$$

と表わすこともできる。

## (3) 静水圧的復元モーメント $M_S$

浮体式燈標が傾くと、燈標には重力による回転モー

ントと浮力によるモーメントの差が復元モーメントとして作用する。燈標の回転角が小さいときには、 $M_S$ は回転角に比例するものとみなすことができ、しかもその比例定数は燈標の形状および重量の分布だけによって決まる。したがって、比例定数を  $C$  とおけば、静水圧的復元モーメント  $M_S$  は次式で表わすことができる。

$$M_S = -C\theta \quad (52)$$

(4) 運動方程式の解

ポテンシャル理論では、固定燈標に作用する抗力および非線型減衰モーメントが無視できるほど小さいと仮定しており、浮体式燈標に作用する流体力は上の(1)~(3)項に示したものがすべてである。そこで、式(47)、(52)を式(1)に代入して整理すると、運動方程式は次のようになる。

$$(I+I_a)\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + C\theta = M_{FM} \quad (53)$$

これは簡単に解けて、動揺の振幅  $\bar{\theta}$  と水位変動に対する位相遅れ  $\varepsilon_\theta$  は次のように求まる。

$$\bar{\theta} = \frac{\bar{M}_{FM}}{[ \{ -(I+I_a)\sigma^2 + C \}^2 + (B\sigma)^2 ]^{1/2}} \quad (54)$$

$$\varepsilon_\theta = \tan^{-1} \left[ \frac{B\sigma(M_{FM})_R - \{ -(I+I_a)\sigma^2 + C \} (M_{FM})_I}{\{ -(I+I_a)\sigma^2 + C \} (M_{FM})_R + B\sigma(M_{FM})_I} \right] \quad (55)$$

ここで、

$$\sigma_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{C}{I+I_a}} \quad (56)$$

とおけば、線型減衰項  $B\sigma\dot{\theta}$  が小さいとき  $T_0$  はほぼ共振周期となる。ただし、式(54)の右辺の分母の第1項が0となっても  $B\sigma$  が存在するため、 $\bar{\theta}$  は非常に大きくはなるものの無限大とはならない。また、共振周期付近では運動の振幅が微小であるという仮定が成り立たなくなり、その結果、実際の現象においては非線型減衰力の影響が大きくなるので、線型ポテンシャル理論による応答の計算結果は実際の値よりも一般に過大となる。

2.3 非線型力を考慮した計算法

浮体式燈標に作用する非線型力には、前に述べたように、固定燈標に作用する抗力と非線型減衰モーメントが考えられる。本節では、それらの非線型力の計算法およびそれらを考慮したときの運動方程式の解法について述べる。

まず、式(4)の右辺第1項を用いて、抗力によるヒンジまわりのモーメント  $M_{FD}$  を求めると次のようになる。

$$M_{FD} = -\rho a \int_{-a}^0 C_D(z+l)u|u|dz \quad (57)$$

ここで、 $C_D$  は燈標の全長にわたっての平均的な値を考えるものとして積分記号の外側に出す。式(57)の第1式の  $u$  を代入して計算を行なうと、

$$M_{FD} = \frac{1}{8} C_D \rho a \zeta_0^2 \sigma^2 d^2 \bar{f}_D \cos \sigma t |\cos \sigma t| \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし、} \bar{f}_D &= \frac{1}{(\delta_0)^2 \sinh^2 \lambda_0} [2\nu_0 \sinh 2\lambda_0 \\ &\quad - 2(\nu_0 - \delta_0) \{ \sinh 2(\lambda_0 - \delta_0) \\ &\quad - 2\delta_0 \} - \cosh 2\lambda_0 + \cosh 2(\lambda_0 - \delta_0) + \\ &\quad \quad \quad 2(\delta_0)^2] \quad (59) \end{aligned}$$

となる。

一方、非線型減衰モーメント  $M_D$  は、水粒子と燈標との相対速度の2乗に比例する流体力によるものと考えれば、次のようにして求められる。

$$\begin{aligned} M_D &= -\rho a \int_{-a}^0 C_D(z+l) \{ u - (z+l)\dot{\theta} \} \\ &\quad \times |u - (z+l)\dot{\theta}| dz \quad (60) \end{aligned}$$

ここで、非線型減衰モーメントが問題となるのは共振点付近であり、しかも共振点付近では燈標の運動速度が水粒子速度に比べて大きいため、水粒子速度が  $M_D$  に占める部分は相対的に小さいと考えると、

$$M_D = -\frac{1}{4} C_D \rho a \{ l^4 - (l-d)^4 \} \dot{\theta} |\dot{\theta}| \quad (61)$$

となる。これを次のように置く。

$$M_D = -D \dot{\theta} |\dot{\theta}| \quad (62)$$

ここに、

$$D = \frac{1}{4} C_D \rho a \{ l^4 - (l-d)^4 \} \quad (63)$$

いま、非線型力を考慮したときの振幅を  $\bar{\theta}_D$ 、水位変動に対する位相遅れを  $\varepsilon_{\theta D}$  とすれば、

$$\theta = \bar{\theta}_D \cos(\sigma t - \varepsilon_{\theta D}) \quad (64)$$

であるから、これを式(62)に代入すれば、

$$M_D = \bar{\theta}_D^2 \sigma^2 D \sin(\sigma t - \varepsilon_{\theta D}) |\sin(\sigma t - \varepsilon_{\theta D})| \quad (65)$$

となる。

式(59)および式(60)のような非線型項を持つ運動方程式を解析的に解くのは困難であるので、ここでは、

(i) 非線形項を線形化して解く方法

(ii) 数値計算による方法

の二つの方法を示す。

(1) 非線型項を線形化して解く方法

いま、非線型力  $A\dot{X}|\dot{X}|$  が、線型力  $A'\dot{X}$  によって近似的に置き換え得ると仮定する。その際、 $A'$  は非線型力および線型力が  $1/4$  サイクル当りに行なう仕事量が等しいという仮定のもとに定められる<sup>5)</sup>。すなわち、

$$X = \bar{X} \cos(\sigma t - \varepsilon) \quad (66)$$

で表わされる振動を考えれば

$$\int_0^X A\dot{X}|\dot{X}|dX = \int_0^X A'\dot{X}dX \quad (67)$$

あるいは、

$$\int_{(-\frac{\pi}{2})^0}^{t^0} A\dot{X}|\dot{X}| \{-\sigma \dot{X} \sin(\sigma t - \varepsilon)\} dt$$

$$= \int_{(-\frac{\pi}{2})^0}^{t^0} A' \dot{X} \{-\sigma \dot{X} \sin(\sigma t - \varepsilon)\} dt \quad (68)$$

これから  $A'$  を求めると、

$$A' = \frac{8}{3\pi} A \sigma \dot{X} \quad (69)$$

となる。

この方法を用いて  $M_{FD}$ ,  $M_D$  を線型化すると、

$$M_{FD} = \frac{1}{3\pi} C_D \rho a \zeta_0^2 \sigma^2 d^2 \bar{f}_D \cos \sigma t \quad (70)$$

$$= \bar{M}_{FD} \cos \sigma t \quad (71)$$

$$\text{ここで、} \quad \bar{M}_{FD} = \frac{1}{3\pi} C_D \rho a \zeta_0^2 \sigma^2 d^2 \bar{f}_D \quad (72)$$

また、

$$M_D = \frac{8}{3\pi} D \sigma^2 \bar{\theta}_D^2 \sin(\sigma t - \varepsilon_{\theta D}) \quad (73)$$

となる。

非線型力を考慮したときの運動方程式は、

$$(I + I_a)\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + D\theta|\dot{\theta}| + C\theta = M_{FM} + M_{FD} \quad (74)$$

であるので、これに式(23), (64), (71)および(73)を代入すれば、次のようになる。

$$-(I + I_a)\sigma^2 \bar{\theta}_D \cos(\sigma t - \varepsilon_{\theta D}) - B\sigma \bar{\theta}_D \sin(\sigma t - \varepsilon_{\theta D})$$

$$- \frac{8}{3\pi} D \sigma^2 \bar{\theta}_D^2 \sin(\sigma t - \varepsilon_{\theta D}) + C \bar{\theta}_D \cos(\sigma t - \varepsilon_{\theta D})$$

$$= \bar{M}_{FM} \cos(\sigma t - \varepsilon_{FM}) + \bar{M}_{FD} \cos(\sigma t - \varepsilon_{FD}) \quad (75)$$

$\varepsilon_{\theta D}$  を消去すると、振幅  $\bar{\theta}_D$  に対する次の方程式が得られる。

$$\left( B \sigma \bar{\theta}_D + \frac{8}{3\pi} D \sigma^2 \bar{\theta}_D^2 \right)^2 + \{ -(I + I_a)\sigma^2 + C \}^2 \bar{\theta}_D^2$$

$$- \{ (\bar{M}_{FM} \cos \varepsilon_{FM} + \bar{M}_{FD})^2 + (\bar{M}_{FM} \sin \varepsilon_{FM})^2 \} = 0 \quad (76)$$

線型減衰力が非線型減衰力に比べて小さい場合には、上式は簡単に解けて次のようになる。

$$\bar{\theta}_D^2 = 2 \bar{M}_F^2 / \left[ \{ -(I + I_a)\sigma^2 + C \}^2 \right.$$

$$\left. + \sqrt{ \{ -(I + I_a)\sigma^2 + C \}^4 + 4 \left( \frac{8}{3\pi} D \sigma^2 \right)^2 \bar{M}_F^2 } \right] \quad (77)$$

ここで、 $\bar{M}_F$  は固定燈標に作用する波力モーメントの振幅で、次式で与えられる。

$$\bar{M}_F^2 = (\bar{M}_{FM} \cos \varepsilon_{FM} + \bar{M}_{FD})^2 + (\bar{M}_{FM} \sin \varepsilon_{FM})^2 \quad (78)$$

また、水位変動に対する位相遅れは、

$$\varepsilon_{\theta D} = \tan^{-1} \left\{ \left[ (\bar{M}_{FM} \cos \varepsilon_{FM} + \bar{M}_{FD}) \frac{8}{3\pi} D \sigma^2 \bar{\theta}_D \right. \right.$$

$$\left. + \bar{M}_{FM} \sin \varepsilon_{FM} \{ -(I + I_a)\sigma^2 + C \} \right]$$

$$/ \left[ (\bar{M}_{FM} \cos \varepsilon_{FM} + \bar{M}_{FD}) \{ -(I + I_a)\sigma^2 + C \} \right.$$

$$\left. - \bar{M}_{FM} \sin \varepsilon_{FM} \frac{8}{3\pi} D \sigma^2 \bar{\theta}_D \right] \quad (79)$$

となる。

## (2)数値計算による方法

非線型微分方程式を解く方法の一つに、微分方程式をそのまま数値積分するという方法がある。数値積分法にはさまざまな手法が考案されているが、ここではルンゲ・クッタ・ジル法<sup>6)</sup>を用いて計算した。この方法は、一階の微分方程式を、ある初期条件のもとに逐次計算を行なって解くものである。今解こうとしているのは式(74)に示した二階の微分方程式であるので、これを次のような連立の一階微分方程式に置き直して計算する。

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = \frac{1}{I + I_a} \{ -B y_2 - D y_2 |y_2| - C y_1 + M_{FM} + M_{FD} \} \end{cases} \quad (80)$$

ただし、 $y_1 = \theta$ ,  $y_2 = \dot{\theta}$

上式の係数のうち、燈標の慣性モーメント  $I$  および静水圧的復元モーメントの係数  $C$  は、燈標の形状および重量の分布からのみ定まる値で、当然運動周期には無関係である。また  $M_{FM}$  と  $M_{FD}$  は入射波の諸元が決まれば計算することができる。ところが、波が来襲しはじめてからしばらくの間は燈標の運動は過渡状態にあり、そのとき動揺周期は必ずしも入射波の周期とは一致しないため(後出の図-8参照)、燈標の動揺周期に依存する流体力の係数  $I_a$ ,  $B$ ,  $D$  の値を定めることができない。これでは式(80)を解くことができないが、2.6節第1項で述べるように、今回対象とした燈標については、各流体力係数を次のような周期によらない定数としても、それほど大きな誤差は生じないものと考えられる(後出の図-3参照)。

- i) 慣性力係数:  $C_M = 2.0$
- ii) 質量係数:  $C_M' = 1.0$
- iii) 抗力係数:  $C_D = 1.0$
- iv) 線型減衰モーメントの係数:  $B = 0$

なお、初期条件のとり方にもいろいろ考えられるが、ここではすべて、 $t=0$  において  $y_1 = y_2 = 0$  とした。

## 2.4 アンカーに作用する力

燈標の軸方向すなわち法線方向の力のつり合い式は次のようになる。

$$M_0 \frac{v^2}{l_G} + \rho g V \cos \theta - M_0 g \cos \theta - T = 0 \quad (81)$$

ここで、

$M_0$ : 燈標の質量

$v$ : ヒンジを中心とする燈標の重心の回転運動の接線速度

$l_G$ : ヒンジから燈標の重心までの高さ

$V$ : 燈標の水面下の体積

$T$ : ヒンジに作用する燈標の軸方向の力

重心の接線速度は次式によって求められる。

$$v = l_G \dot{\theta} = -l_G \sigma \bar{\theta}_D \sin(\sigma t - \varepsilon_{\theta D}) \quad (82)$$

また、燈標が  $\theta$  だけ回転したときの水面下の体積は、

$$V = \pi a^2 \left\{ l \left( \frac{1}{\cos \theta} - 1 \right) + d \right\} \quad (83)$$

で表わされる。これらを式(8)に代入して、ヒンジに加わる力  $T$  を求めると、次式ようになる。

$$T = M_0 l_G \sigma^2 \bar{\theta}_D^2 \sin^2(\sigma t - \varepsilon_{\theta D}) + \rho g \pi a^2 \{ l - (l-d) \cos[\bar{\theta}_D \cos(\sigma t - \varepsilon_{\theta D})] \} - M_0 g \cos[\bar{\theta}_D \cos(\sigma t - \varepsilon_{\theta D})] \quad (84)$$

また、鉛直および水平方向の分力は、

$$T_V = T \cos \theta, \quad T_H = T \sin \theta \quad (85)$$

から求められる。鉛直方向の力の最大値は、明らかに

$\theta = 0$  すなわち  $\sigma t - \varepsilon_{\theta D} = n\pi + \frac{\pi}{2}$  のときであるので、

$$(T_V)_{\max} = M_0 l_G \sigma^2 \bar{\theta}_D^2 + \rho g \pi a^2 d - M_0 g \quad (86)$$

となる。右辺の第2項と第3項の差は、浮力と重力の差であり、これに第1項の遠心力が加わっている。またこのとき、水平力  $T_H$  は最小値0をとる。

一方、 $(T_V)_{\min}$  および  $(T_H)_{\max}$  はほぼ  $\sigma t - \varepsilon_{\theta D} = 0$  のときに生ずるものと考えられるので、

$$(T_V)_{\min} \doteq [\rho g \pi a^2 \{ l - (l-d) \cos \theta_D \} - M_0 g \cos \bar{\theta}_D] \cos \bar{\theta}_D \quad (87)$$

$$(T_H)_{\max} \doteq [\rho g \pi a^2 \{ l - (l-d) \cos \bar{\theta}_D \} - M_0 g \cos \bar{\theta}_D] \sin \bar{\theta}_D \quad (88)$$

となる。

## 2.5 実験方法

### (1) 模型

計算および実験の対象としたのは、図-2に示したような円筒形をした浮体式燈標であり、各部の寸法を変えた3種類のものを用いた。それらの諸元を示すと表-1の

表-1 燈 標 の 諸 元

灯 標 区 分	No. 4.5-800		No. 20-1710		No. 20-1200	
	実 物	模 型	実 物	模 型	実 物	模 型
水 深 ( $h$ )	6.100 m	101.9 cm	21.100 m	98.7 cm	21.100 m	105.5 cm
全 長 ( $s$ )	6.150 m	102.7 cm	20.580 m	96.3 cm	20.580 m	102.9 cm
半 径 ( $a$ )	0.400 m	6.68 cm	0.855 m	4.0 cm	0.600 m	3.0 cm
吃 水 ( $d$ )	4.545 m	85.9 cm	18.380 m	86.0 cm	18.380 m	91.9 cm
ヒンジ深さ ( $l$ )	5.272 m	88.05 cm	18.703 m	87.5 cm	18.700 m	93.5 cm
重 心 深 さ ( $z_G$ )	1.622 m	27.09 cm	7.697 m	36.01 cm	7.700 m	38.5 cm
全 重 量 ( $W_0$ )	0.815 t	3.777 kg	12.781 t	1.271 kg	6.294 t	0.764 kg
慣性モーメント ( $I$ )	1.338 t·m·s <sup>2</sup>	17.38 kg·m·s <sup>2</sup>	182.9 t·m·s <sup>2</sup>	4.099 kg·cm·s <sup>2</sup>	91.3 t·m·s <sup>2</sup>	2.853 kg·m·s <sup>2</sup>
復元モーメント係数 ( $C$ )	4.145 t·m	322.4 kg·cm	271.8 t·m	130.2 kg·cm	134.3 t·m	83.95 kg·cm
固有周期 ( $T_0$ )	6.059 s	2.476 s	10.046 s	2.173 s	10.040 s	2.245 s
縮 尺	1/1	1/5.988	1/1	1/21.375	1/1	1/20.000

ようになる。このうち、No. 4.5-800は鳥ヶ崎に設置された実験機の模型、No. 20-1710 および No. 20-1200は将来水深 20 m 程度の海域に設置されることが予想される実用機の模型であり、燈標の径と動揺との関係を知るために径の異なる2種類の模型を用いた。なお、燈標名の最初の2桁の数字は現地における平均水深、後の数字は mm 単位で燈標の径を示してある。

模型は外側を塩化ビニール樹脂管で作り、中に適当な重量を持つ重錘を入れて重心の高さ、全重量、慣性モーメントおよび静水圧的復元モーメントなどを調整している。また模型の頂部には、動揺を測定するために豆電球を取付けた。

### (2) 実験水路および実験装置

実験に用いた水路は、運輸省港湾技術研究所内にある大型水工実験場の2次元水路である。高さおよび幅は1.5 m、長さは40 mでピストン型造波機が設置されており、水路床は水平となっている。水路壁の一部は強化ガラスでできていて内部を見通すことができる。燈標模型は、造波板からおおよそ25 mの位置においた。

水位変動の測定には容量式波高計を用い、燈標よりも約2.2 m造波板側の地点に設置した。また、燈標の動揺の測定は、X-Yアナライザーと呼ばれる装置によって行なった。これは、カメラの視野内の最明点の位置を検出することができる装置であり、燈標の周囲を暗くして燈

標の頂部に豆電球をともし、それによって燈標の運動を検出した。

記録器としては、ペン書オシログラフを用いた。

(3) 測定方法

水路内が静水状態になってから波を起し、最初の波が模型に到達すると同時に記録をとり始めた。その後記録をとり続け、動揺が定常状態になってから5~6波が通り過ぎた後、測定を終了した。このような測定をある1種類の規則波について2回ずつ行ないそれらの平均値を測定値とした。

実験に用いた規則波は、現地の波の周期で燈標 No. 4.5-800 では 2.0~7.9 s, No. 20-1710 および No. 20-1200 では 3.8~10.9 s の範囲とし、その範囲内で20種類程度の周期を選び出し、燈標の動揺の周波数応答特性を調べた。この際には、ある周期に対して波高は1種類だけとした。実験波高を現地に換算すると No. 4.5-800 では 13~45 cm, 平均 25 cm, No. 20-1710 では 84~131 cm, 平均 111cm, また、No. 20-1200 では 83~131 cm, 平均 104 cm となる。

なお、このほかに燈標 No. 4.5-800 では2種類の周期を選び、周期は一定として波高と動揺振幅との関係も調べた。

2.6 計算および実験結果と考察

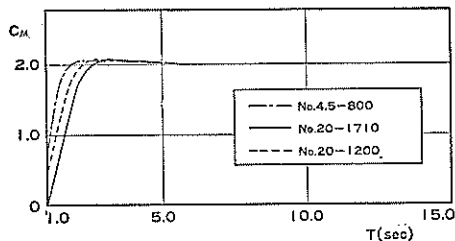
(1) 流体力係数

慣性力係数  $C_M$ , 質量係数  $C_M'$  および減衰力モーメントの係数  $B$  の計算結果を示すと、図-3(1)~(3) のようになる。

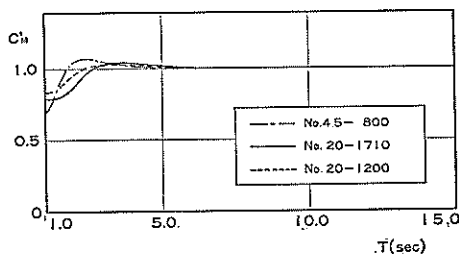
慣性力係数  $C_M$  は、入射波の周期が長くなるにしたがって初めは単調に増加し、2.06 前後の最大値をとったのち、今度は単調に減少しながら 2.0 に漸近する。一般に  $C_M$  として近似的に 2.0 が用いられることが多いが、今回対象とした燈標においても、周期が 2.0~2.5 s より長い波に対してはほぼ妥当な値であると言える。

一方、質量係数  $C_M'$  は周期の短いところで極小値を持ち、それよりやや長い周期で極大となった後 1.0 に漸近する。 $C_M'$  として用いられる 1.0 も、3.0 s より長い波では問題ないものと考えられる。

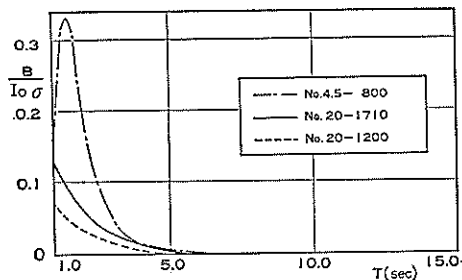
線型減衰力モーメントの係数は、図-3(3) からわかるように周期が長くなるにしたがって急激に減少する。線型減衰力モーメントが燈標の運動に及ぼす影響がどの程度であるかは、他の流体力との兼ね合いで一概には言えないが、この力を考慮した場合と無視した場合とで、燈標の動揺振幅の計算結果にはほとんど差がなかった。一方、非線型減衰モーメントを線型化したときの係数を式(8)から求めると  $\frac{8}{3\pi} D\sigma\bar{\sigma}_D$  となる。これは燈標の振幅



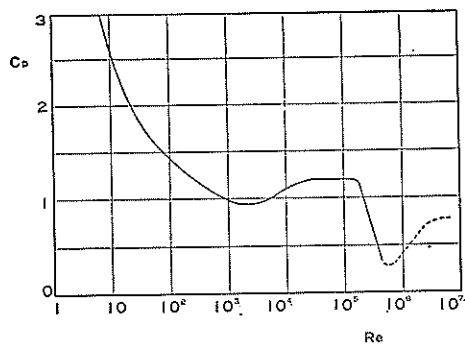
(1) 慣性力係数  $C_M$



(2) 質量係数  $C_M'$



(3) 線型減衰力モーメントの係数  $B$



(4) 抗力係数  $C_D$

図-3 流体力係数

$\bar{\theta}_D$  を含んでいるため入射波高が大きいほど大きくなり、線型減衰モーメントの係数  $B$  とそのまま比較することはできない。しかし一般に、 $\frac{8}{3\pi} D \bar{\theta}_D$  の値は周期の短いところでは  $B$  の値よりも小さいのに対し、たとえば燈標 No. 20-1710 の波高 1m の波の中における動揺においては、3.6s より長い周期では  $B$  よりも大きな値を持ち、非線型減衰モーメントが重要な役割を果たす。

最後に、抗力係数  $C_D$  は浮体の形状とレイノルズ数  $e=2ua/\nu$  ( $\nu$ : 動粘性係数, 20°C では  $\nu=10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$ ) によって定まる。ここで、水平水粒子速度  $u$  としては、水面における最大水粒子速度が用いられることが多い。円柱の場合には、現在までのさまざまな実験結果などから、抗力係数として図-3(4) のような結果が得られている<sup>7)</sup>。

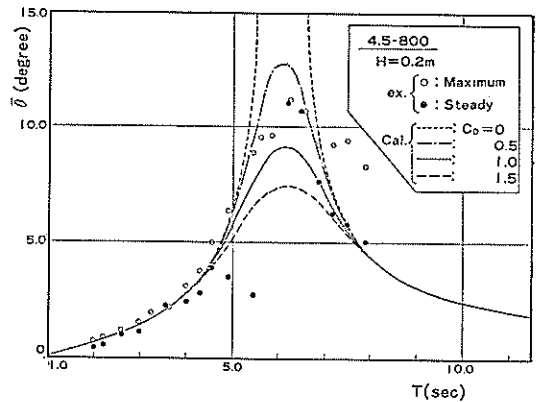
いま、燈標の動揺の共振点における実験時のレイノルズ数を求めてみると、燈標 No. 4.5-800 で  $Re=7.4 \times 10^3$ , No. 20-1710 で  $6.8 \times 10^3$  また No. 20-1200 では  $4.2 \times 10^3$  であった。したがって、図-3(4) から各模型の  $C_D$  を求めてみると、いずれも 1.0 前後の値であることがわかる。実験時のレイノルズ数を現地に変換すると、それぞれ  $1.09 \times 10^5$ ,  $6.72 \times 10^5$  および  $3.76 \times 10^5$  となる。図-3(4) によれば、抗力係数  $C_D$  の値は  $Re=2 \times 10^5$  付近で急激に減少する。ここがいわゆる臨界状態であり、 $C_D$  が減少すると減衰モーメントが小さくなって燈標の振幅が増大するのである。また、筆者の一人が以前行なった実験によれば、抗力係数は  $Re=5 \times 10^4$  付近からすでに 1.0 以下となる場合がみられ、測定値の平均的な値は  $Re=10^5$  で  $C_D=0.7$  程度にまで減少する<sup>8)</sup>。このほかにも、抗力係数はさまざまな研究者によって測定されているが、その測定結果にはばらつきが非常に大きく、図-3(4) はそれらの平均的な値にすぎない。しかし、抗力係数をいくらにとるか、浮体式燈標の動揺の計算においては重要な要因であり、慎重に定めなければならない。

(2) 規則波中の動揺特性

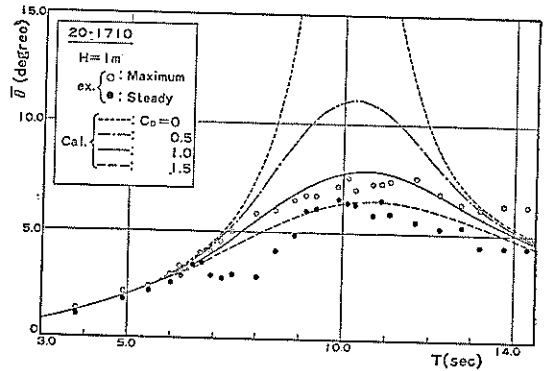
(a) 周波数応答特性

規則波中における周波数応答特性の計算および実験結果を示すと図-4(1)~(3) のようになる。計算には解析解を用い、式(4)および(7)によって、振幅を求めた。

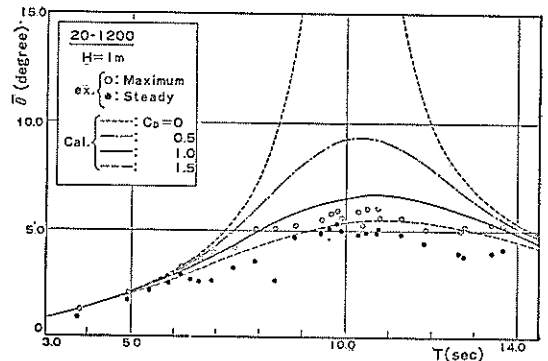
図中の点線 ( $C_D=0$ ) がポテンシャル理論による計算値、一点鎖線、実線および破線が抗力係数の値をそれぞれ 0.5, 1.0 および 1.5 として計算した結果である。前にも述べたように、実験波高は各周期に対して限らずとも一定ではない。また、あとで述べるように、非線型減衰モーメントの影響によって動揺の振幅は波高に比例せず、波高の増加分に対する動揺振幅の増加の割合は、波高が



(1) 模型 No. 4.5-800



(2) 模型 No. 20-1710



(3) 模型 No. 20-1200

図-4 規則波中の周波数応答特性

大きくなるほど小さくなる。したがって、厳密には各周期の実験波の波高を用いて計算を行ない実験値と比較する必要があるが、それでは煩雑に過ぎて全体としての傾向を見るには不適當である。また、動揺振幅の波高に対



する非線型性は共振点付近で最も大きく、それ以外の周期帯ではほとんど線型であるとみなすこともできる（後出の図-6(2)参照）。そこで、波高としては実験において燈標の共振点付近で用いた波高に統一することとし、それと異なる波高を持つ波による測定値は、動揺の振幅が波高に比例するものとして補正した。

また、実験においては水路軸方向の動揺とともに、それと直角方向のいわゆる横揺れがみられた。燈標が横揺れをすると、水路の側壁方向から測定した見掛けの振幅は小さくなる。横揺れが激しい場合には、造波板からの波が燈標に到達し一度水路軸方向に動揺したのち、2波目からは大きく横揺れを始めるほどであった。そこで、測定記録から、最初の部分に現われる最大の揺れ角と、その後の定常状態の揺れ角とを両方読み取ることとした。図中の○印が前者、●印が後者である。

さて、図-4のポテンシャル理論による計算結果（点線）を見ると、いずれの模型に対しても共振点付近では計算値が実験値に比べて過大となっている。これは、ポテンシャル理論が非線型減衰モーメントを無視しているためであり、共振周期の近辺ではこの減衰力が大きな役割を果たしていることがわかる。一方、非線型減衰モーメントも含めた計算結果では、抗力係数  $C_D$  の値を大きくするほど共振点付近の揺れ角は減少する。燈標 No. 4.5-800 では  $C_D \approx 0.8$ 、No. 20-1710 および No. 20-1200 では  $C_D \approx 1.0$  とすると実験結果と良く一致するようである。この値は、レイノルズ数を基にして図-3(4)から推定される値とほぼ等しい。

なお、式(9)を用いて固定燈標に作用する慣性力が抗力よりも卓越する周期帯を求めてみると、燈標 No. 4.5-800 では波高 20 cm で 113 s 以下、No. 20-1710 および No. 20-1200 では波高 1 m としてそれぞれ 90 および 64 s 以下となり、固定燈標に作用する抗力は小さいことがわかる。図-4に示した計算結果はいずれも、抗力を考慮に入れてあるが、抗力を無視した計算結果もこれとほとんど差がなく、抗力の影響は燈標の運動には現われてなかった。

上に述べたのは、波の進行方向の運動であるが、2次元的な規則波中における浮体式燈標の横揺れも、物理学的に見て興味ある現象である。固定円柱に作用する、規則波の進行方向に直角な力すなわち揚力については、楕木ほかによる一連の研究がある<sup>10)~12)</sup>。それによれば、揚力は円柱の周囲に発生する渦と密接な関係にあり、また波動場における円柱後流の渦パターンは、Kuelegan および Carpenter によって提唱された  $K-C$  数によって分類できる。揚力は左右交互に渦が発生するとき大きくな

り、その最大値は  $K-C$  数が15程度のときで波の進行方向に作用する力の60%にも達することが述べられている。今回の波浪中の燈標の動揺においても、横揺れの振幅が水路軸方向の振幅の約70%になる場合も見られたため、横揺れが最も激しいと思われる周期における  $K-C$  数を求めてみると次のようになる。

まず、 $K-C$  数の定義式は、

$$K-C \text{ 数} = \frac{UT}{2a} \quad (89)$$

である。固定円柱の場合には、 $U$  は流体表面における水粒子速度の最大値が使われるが、いまの場合燈標が動揺するので、水粒子と燈標の表面との相対速度、

$$U = u - l\dot{\theta} \quad (90)$$

の最大値を用いることとする。式(8)および式(9)を代入すれば、

$$U = -\frac{\zeta_0 g T}{L} \cos \sigma t - l \sigma \bar{\theta}_D \sin(\sigma t - \epsilon_{\theta D}) \quad (91)$$

となり、この最大値は、

$$U_{\max} = \sqrt{\left(-\frac{\zeta_0 g T}{L} + l \sigma \bar{\theta}_D \sin \epsilon_{\theta D}\right)^2 + (l \sigma \bar{\theta}_D \cos \epsilon_{\theta D})^2} \quad (92)$$

である。図-4から、各燈標で横揺れが激しい周期が燈標 No. 4.5-800、No. 20-1710 および No. 20-1200 に対して、それぞれ  $T=6.0$ 、 $8.0$  および  $7.0$  s と推定されるので、このときの  $K-C$  数を計算すると表-2のようになる。

表-2 横揺れと  $K-C$  数

灯 標	No. 4.5-800	No. 20-1710	No. 20-1200
$l$ (m)	5.272	18.703	18.700
$\zeta_0$ (m)	0.096	0.532	0.498
$T$ (s)	6.0	8.0	7.0
$L$ (m)	40.9	89.8	72.6
$\bar{\theta}_D$ (rad)	0.157	0.0785	0.0663
$\epsilon_{\theta D}$ (rad)	0.0	0.817	1.005
$U_{\max}$ (m/s)	0.878	1.238	1.201
$K-C$ 数	6.59	5.78	7.01

\*  $\epsilon_{\theta D}$  は、式(79)による計算値を用いた。

注： $K-C$  数はフルード相似模型では、模型と実物とで同一の値をとる。

この表から、いずれの燈標においても  $K-C$  数が6.5前後の値となっていることがわかる。このように、横揺れが最大となるとき  $K-C$  数が各燈標で等しくなったことから、燈標の規則波中の横揺れも、燈標の周囲に発生する渦のパターンと何らかの関係があるものと予想される。しかし、今回の実験では渦についての詳しい測定を行なうことができなかったため、これ以上の考察はむず

かしい。

燈標の波の進行方向への動揺振幅を小さくするということからすれば、横揺れは必ずしも不都合なものではなく、また、現地ではユニバーサルジョイントでアンカーに接続されるので、ヒンジ部に無理な力が加わることはないものと考えられる。しかし、横揺れの周期が非常に短いような場合には、たとえば燈標に内蔵されている光源などの水平を保つためのジナルの機能がそこなわれたり、またヒンジ部に複雑な力が作用するなどの影響が出ることも心配される。実験においては横揺れの周期は入射波の周期とほぼ同じであり、周期の短い振動を起こすようなことはなかった。しかし、流水中におかれた燈標に周期の短い横揺れが発生した例もあるようなので、やはり今後解明しなければならない重要な問題の一つであろうと考えられる。

(b) 位相

燈標 No. 4.5-800 について、燈標の動揺および固定燈標に作用する波力モーメントの、水位変動に対する位相遅れを計算によって求めたのが図-5である。ポテンシ

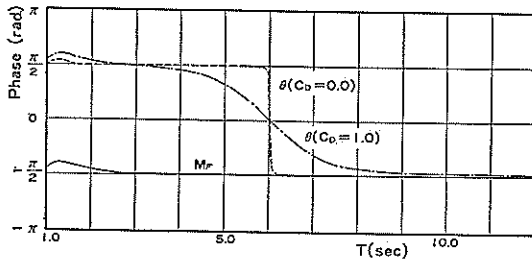
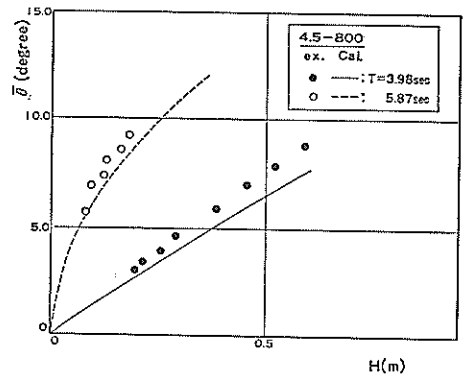


図-5 位相差 (模型 No. 4.5-800)

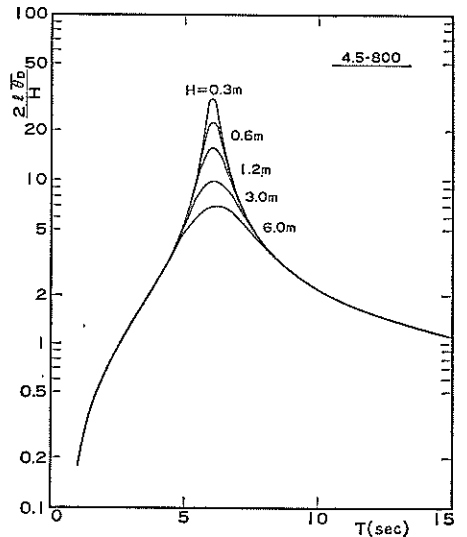
ル理論による動揺の位相差は、共振周期において  $\pi/2$  から  $-\pi/2$  へと急激に  $-\pi$  だけ変化するのに対し、非線型減衰モーメントも考慮して求めた動揺の位相はゆるやかに変化していることがわかる。一方、固定燈標に作用する波力モーメントの位相は  $-\pi/2$  でほぼ一定である。波力の位相はほぼ  $\pi/2$  であるが、波力が正のときに燈標に負のモーメントが作用するような座標をとっているものでこのような結果となる。

(c) 波高と振幅

次に、燈標 No. 4.5-800 に対して波高と燈標の動揺角との関係を調べたのが図-6(1), (2)である。(1)は計算値と実験値を比較したもので、○印が共振周期近くの波、●印がそれより離れた周期を持つ波に対する結果である。この図から、共振周期より離れた周期を持つ波では波高と動揺の振幅がほぼ比例しているのに対し、共振周期付



(1) 計算値と実験値



(2) 無次元振幅の計算値

図-6 波高と動揺振幅

近の波では波高が大きくなると、波高が増加しても振幅はそれほど増加しなくなることがわかる。また、非線型力も考慮した計算値はこの傾向を良く表わしていることもわかる。

図-6 (2)は、波高と動揺振幅との非線型性を検討するために、入射波高を変えて燈標の動揺を計算してみたものである。ただし、縦軸は燈標の水面における水平変位を波高で割って無次元化してある。これを見ると、波高と動揺振幅との間の非線型性は共振周期付近で大きいですが、その影響が顕著なのは燈標 No. 4.5-800 では5～8秒の範囲内だけであり、それ以外の周期帯においては、波高と振幅はほぼ比例するとみなすことができることがわかる。

(d) ヒンジに作用する力

さて、浮体式燈標のような構造物ではヒンジの耐久性およびアンカーの安定性が重要なポイントであり、したがってそれらに作用する力についても検討しておく必要がある。そこで2.4で述べた方法でヒンジすなわちアンカーに作用する変動力を計算したのが図-7(1)~(3)である。波高は(1)が0.2m, (2),(3)が1.0mと一定である。図中の  $(T_v)_{const.}$  とは浮力と重力の差であり、燈標の運動の有無にかかわらず常に作用している鉛直上向きの力である。これに対して  $T_v$  が遠心力による変動力であり、両者を比較してみると変動力は定常力に比べて非常に小さいことがわかる。一方、水平方向には燈標 No. 20-1710 で約4.2t, No. 20-1200 では約1.7tの力が作用している。したがって、ヒンジおよびアンカーは、これらの力に充分対抗できる強度あるいは安定性を持っていないなければならない。

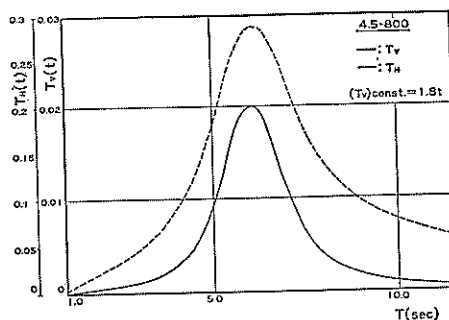
(e) 数値積分法による計算結果

以上述べてきたのはいずれも解析解による計算結果であるが、次に数値積分法を用いた計算結果を示す。予備計算の結果から、各計算ステップごとの時間間隔  $\Delta t$  は入射波の周期の1/10とすれば充分であることがわかった。図-8(1)は、燈標 No. 4.5-800 の共振点付近  $T=6s$  の波に対する結果であり、一方(2)は  $T=3s$  の波の中における動揺である。6sの波では減衰力が大きいためにはほぼ3波目で定常状態に達しているのに対し、周期3sの波では減衰が小さいためなかなか定常状態にはなっていない。しかし、いずれにしろやがて定常となっているので、そのときの振幅を読み取って解析解と比較したのが図-9である。実線が解析解、○印が数値積分法による結果を表わしているが、両者は非常に良く一致している。このことから、数値積分法は非線型な運動方程式の解法としてたいへん有用な方法であると言える。

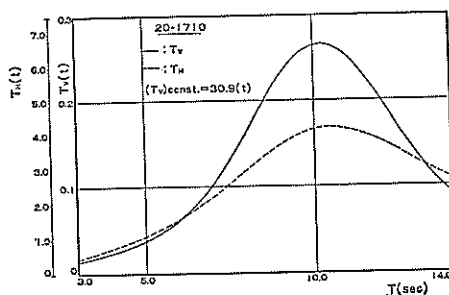
3. 不規則波中の応答特性

3.1 理論計算法

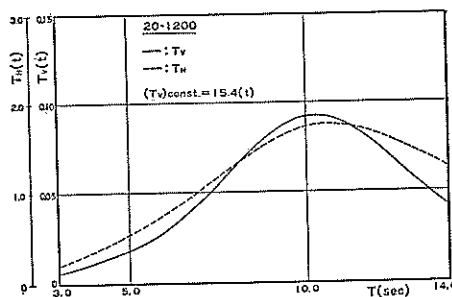
第2章では、規則波中における浮体式燈標の動揺について述べた。波としては、2次元的な規則波が最も単純な形をしており、その中における燈標の応答を調べることは、現象の本質的な要因について見極めるという意味で重要なことである。しかし、実際の海の波は波向、波高および周期が複雑に変化する不規則波であり、単純な規則波とは性質を異にする。したがって、不規則波中の燈標の応答も、不規則波中特有の性質を持つことになると予想されるので、より現地の波に近い不規則波中の応答についても検討しておく必要があるものと考えられ



(1) 模型 No. 4.5-800



(2) 模型 No. 20-1710



(3) 模型 No. 20-1200

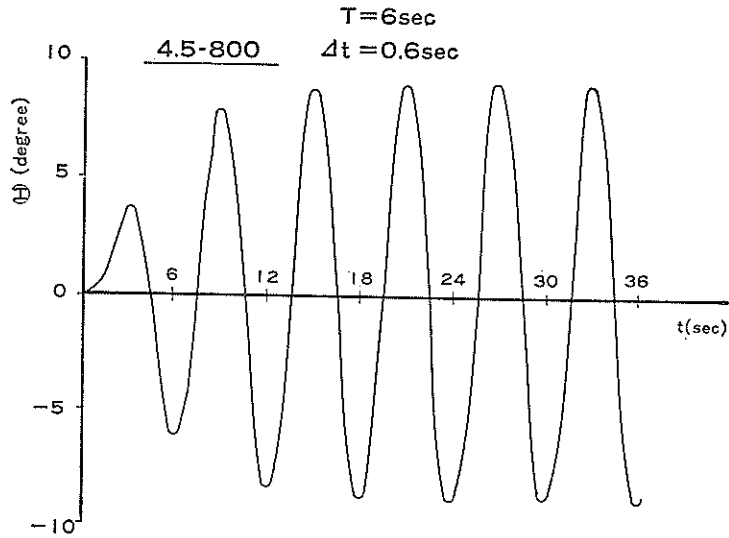
図-7 アンカーに作用する力

る。

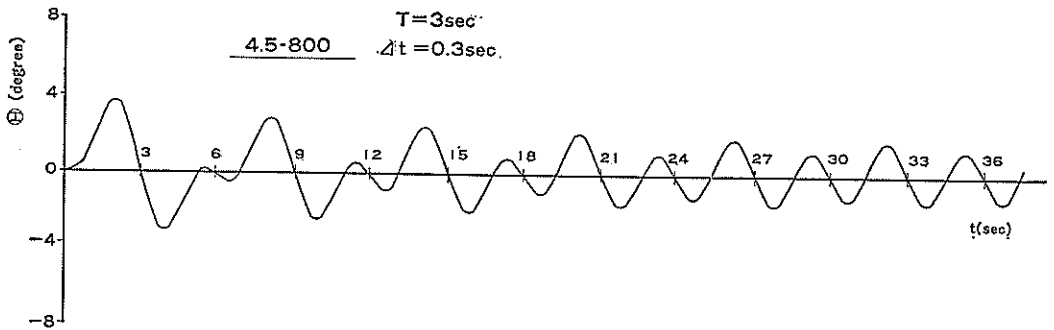
いま、燈標の動揺と水位変動とが線型関係にあるものとすれば、応答のスペクトル  $S_\theta(f)$  は、水位変動のスペクトル  $S_\zeta(f)$  と単位波高に対する応答関数  $R(f)$  によって、次式のように求められる。

$$S_\theta(f) = \{R(f)\}^2 S_\zeta(f) \quad (93)$$

ところが、燈標の波浪中の動揺は図-6に示したように非線型であるため、式(93)の関係は成立しない。燈標に作用する非線型力の一つである固定体に作用する抗力につい



(1)  $T=6$  秒



(2)  $T=3$  秒

図-8 数値計算結果 (模型 No. 4.5-800)

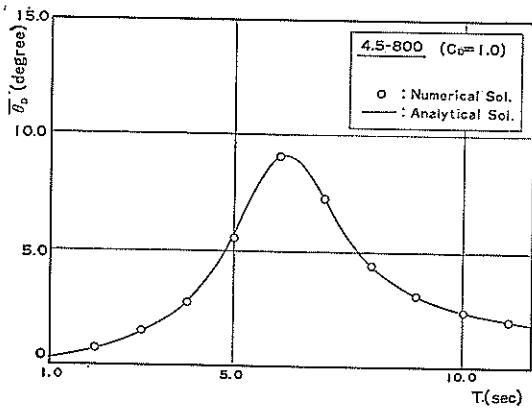


図-9 解析解と数値計算結果の比較

ては、確率理論から求めた Borgman による波力スペクトルの計算法<sup>13)</sup> あるいは日野の方法<sup>14)</sup> などがある。伊藤ほか<sup>15)</sup> は Borgman の第一近似による波力スペクトルを計算しているが、それによると極大波力は不規則波中の最大単一波による波力よりかなり小さく、工学的に重要な最大波力を求めようとする場合には妥当な取扱いではない、という結論が得られている。また、浮体の運動に重要な役割を持っている非線型減衰力を考慮した場合の船体の応答スペクトルの計算法を山内<sup>16)</sup> が示しているが、この方法は理論的および手法的にもかなり複雑であり、実際に適用する場合には煩雑な計算を必要とするようである。

このほかに、不規則波に対する応答を計算する方法としては、数値計算によってシミュレーションを行ない、

各時刻ごとの燈標の変位を求めて応答のスペクトルなどを計算することが考えられる。前章で述べたように、規則波中では数値シミュレーション結果が実験結果および解析的手法による結果と良く一致するので、不規則波中の燈標の動揺を計算するための有効な計算法であると予想される。そこで、ここでは数値シミュレーションによって燈標の不規則波中における応答を計算する方法について述べる。

まず、実験に用いた波と同様の単一方向スペクトル、すなわち波高と周期は不規則に変化するが波向は一方向だけの不規則波を考える。不規則波形の表示法にはいろいろあるが、ここでは Longuet-Higgins<sup>17)</sup>と同様、それぞれに独立した成分波の線型重ね合わせであると考えて、次式のように表わす。

$$\zeta(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \zeta_j \cos(\sigma_j t - \varepsilon_j) \quad (94)$$

ここで、 $\zeta$ : 時刻  $t$  における  $x=0$  の地点の水位  
 $\zeta_j$ : 成分波の振幅  
 $\sigma_j$ : 成分波の円周波数  
 $\varepsilon_j$ : 成分波の位相

このとき、水粒子の持つ水平速度および水平加速度は次のようになる。

$$\begin{cases} u(z, t) = - \sum_{j=1}^{\infty} \zeta_j \sigma_j \frac{\cosh k_j(z+h)}{\sinh k_j h} \cos(\sigma_j t - \varepsilon_j) & (95) \\ \dot{u}(z, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \zeta_j \sigma_j^2 \frac{\cosh k_j(z+h)}{\sinh k_j h} \sin(\sigma_j t - \varepsilon_j) & (96) \end{cases}$$

ただし、 $k_j$  は、円周波数  $\sigma_j$  を持つ成分波の波数であり、式(6)の  $k_n$  とは異なるので注意を要する。

不規則波中の燈標の動揺を支配する運動方程式も、規則波中とまったく同様に次式で表わされる。

$$(I + I_a)\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + D\theta = M_{FM} + M_{FD} \quad (97)$$

さらに、2.3 節の(2)により  $C_M=2.0$ ,  $C_M'=1.0$ ,  $C_D=1.0$  および  $B=0$  と仮定すれば、付加慣性モーメント  $I_a$  が式(5)から、固定燈標に作用する慣性力が式(2), 抗力が式(3)からそれぞれ求められる。また、水粒子加速度と慣性力との位相差は 0 とする。したがって、不規則波中の固定燈標が受ける慣性力および抗力は次式のようになる。

$$M_{FM} = -C_M \rho g \pi a^2 d^2 \sum_{j=1}^{\infty} \zeta_j k_j (\bar{g}_0)_j \cos(\sigma_j t - \varepsilon_j) \quad (98)$$

$$\begin{aligned} M_{FD} = & \frac{1}{8} C_D \rho a d^2 \sum_{j=1}^{\infty} \zeta_j^2 \sigma_j^2 (\bar{f}_D)_j \\ & \times \cos(\sigma_j t - \varepsilon_j) |\cos(\sigma_j t - \varepsilon_j)| \end{aligned} \quad (99)$$

ここで、 $(\bar{g}_0)_j$ : 第  $j$  番目の成分波の  $\bar{g}_0$   
 $(\bar{f}_D)_j$ : 第  $j$  番目の成分波の  $\bar{f}_D$

いま、 $B=0$  と仮定しているので、式(97)は次の連立微

分方程式となる。

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= \frac{1}{I + I_a} \{-Dy_2 |y_2| - Cy_1 + M_{FM} + M_{FD}\} \end{aligned} \quad (100)$$

入射波の水位変動としては、実測データがあるような場合には、それをそのまま用いてシミュレーションを行うことも考えられる。この際に注意しなければならないことは、解析に使用する水位データの長さが有限であるため、有限フーリエ級数の性質上、もとのデータの時間長ごとに同じ波形が繰返されるということである。したがって、データがあまり短かいと、同時波形を何度も使うためおかしな結果となる。

一方、ある水位変動のスペクトル形が与えられたときには、次のようにして成分波を定める。成分波の個数を  $J$  としたとき、計算の対象とする周波数帯  $f_{\min} \sim f_{\max}$  を  $J$  個の区間に分割する(分割周波数は  $f_0' = f_{\min}$ ,  $f_1'$ ,  $f_2'$ ,  $\dots$ ,  $f_J' = f_{\max}$ )。また、各区間における代表周波数  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $\dots$ ,  $f_J$  を定める。このようにして成分波の円周波数  $\sigma_j = 2\pi f_j$  が決まれば、振幅は次式によって求められる。

$$\zeta_j = \sqrt{2 \int_{f_{j-1}'}^{f_j'} S_{\zeta}(f) df} \quad (101)$$

また、成分波の位相は  $0 \sim 2\pi$  に一様に分布する乱数を用いれば良い。

成分波の代表周波数は、いずれの周波数も他の成分波の周波数の倍数にならず、しかも各振幅がほぼ等しくなるようにすることが望ましい。これを満足する方法として、各成分波の振幅を等しくする Borgman の方法<sup>18)</sup>、エネルギーを等しくする方法<sup>19)</sup>などがあるが、本報告では著者の一人が前に用いた方法<sup>20)</sup>によった。詳しくは文献<sup>20)</sup>を参照されたい。

以上に述べた理論計算法の手順をフローチャートで示すと、図-10のようになる。

### 3.2 水理模型実験結果と考察

#### (1) 実験方法

不規則波中における燈標の動揺に関する実験方法は、2.5 節に述べた。規則波中の方法とほぼ同様である。実験に用いる不規則波は、次式で表わされるような Bretschneider 型スペクトルを持つ波を目標とした。

$$\begin{aligned} S(f) = & 0.257 H_{1/3}^2 T_{1/3} (T_{1/3} f)^{-5} \\ & \times \exp[-1.03 (T_{1/3} f)^{-4}] \end{aligned} \quad (102)$$

ここで、 $H_{1/3}$ : 有義波高  
 $T_{1/3}$ : 有義波周期

そのため、ホワイトノイズジェネレーターによって発

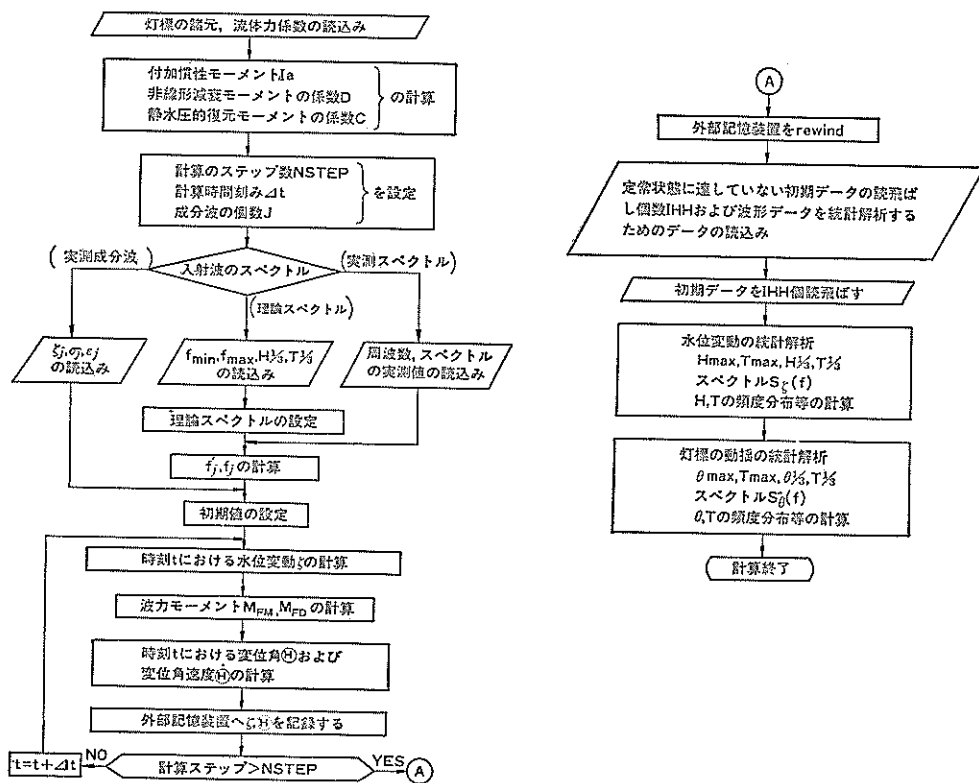


図-10 不規則波中の応答計算フローチャート

生じた不規則信号を、10本のバンドパスフィルターによって所定のスペクトル形を持つ不規則波信号になるように調整し<sup>21)</sup>、それをデータレコーダーに一度記録してから造波信号として用いた。また、水位変動記録および燈標の動揺の記録はデータレコーダーにとり、A-D変換のち電子計算機によって統計計算を行なった。

第2章で述べたように、燈標の波浪中における応答は

波の周期によって大きく変化する。そこで、不規則波中の動揺と周期の関係について検討するため、周期の異なる3種類の波 H-1 ~ 3 を入射波として用いることとした。上に述べた方法によって造波用の信号を作製し、実際に波を起こしたときの水位変動記録を統計解析して、その期間における最大波および有義波の諸元を求めたのが表-3の測定値である。ただし波はゼロアップクロス法

表-3 不規則波中の燈標の動揺の測定値と計算値の比較

実験波	種別	波 浪				燈 標 の 運 動			
		$H_{max}$ (cm)	$T_{max}$ (s)	$H_{1/3}$ (cm)	$T_{1/3}$ (s)	$X_{max}$ (cm)	$(T_x)_{max}$ (s)	$X_{1/3}$ (cm)	$(T_x)_{1/3}$ (s)
H-1	測定値	13.90	2.07	8.70	1.89	59.95	2.16	45.02	2.15
	計算値	13.01	1.78	8.78	1.94	51.30	2.09	41.19	2.19
H-2	測定値	9.99	1.39	7.49	1.47	31.92	1.93	25.98	1.97
	計算値	12.16	1.71	7.81	1.47	35.59	1.87	26.41	1.99
H-3	測定値	13.67	1.07	9.79	0.97	17.19	1.40	12.07	1.54
	計算値	14.20	1.06	9.49	0.99	18.37	1.21	12.55	1.22

で定義している。また、表-3の H-2の波のエネルギースペクトルを水位変動記録から求め、これと同じ有義波高と有義波周期を持つ Bretschneider 型スペクトルを式(102)によって求めたものと比較したのが図-11である。この図から、測定値の方が全般的に大き目の値ではあるが、ほぼ同様のスペクトル形をしていることがわかる。

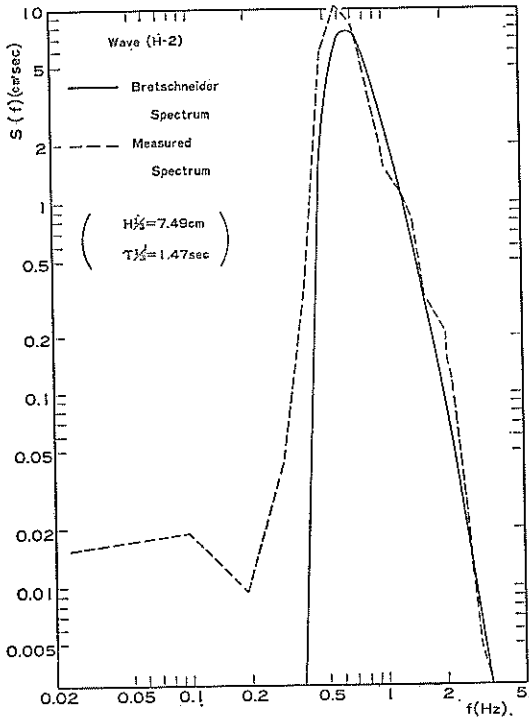


図-11 水理実験に用いた波のスペクトル

浮体式燈標は、規則波中におけると同様不規則波中においても横揺れをした。規則波中の動揺解析では、前にも述べたように初期の段階に生じる最大振幅と平衡状態における定常振幅を読み取り、横揺れが生じないときの振幅は両者の中間にあるものと考えた。ところが、不規則波では波高と周期が一波ごとに変化するため、そのような解析法を用いるのは無理である。そこで、やむをえず今回の実験では強制的に燈標の横揺れを減少させることとした。そのために燈標の両側に、波の進行方向に2本のガードを設けた。このようにすると、燈標とガードが接触したときに摩擦による抵抗力が作用するが、実験中の観察によれば、燈標はガードに沿って連続的に滑るといよりも、ガードとガードの間を、時々ガードに触れながら動揺しているので、摩擦力はそれほど大きな影響を及ぼしていないものと考えられる。ガードの間隔は、

燈標の径より2cmだけ広くしてある。

なお、不規則波中の動揺の実験および解析の対象としたのは、表-1のうち灯標 No. 4. 5-800のみである。

(2) 測定値と計算値の比較

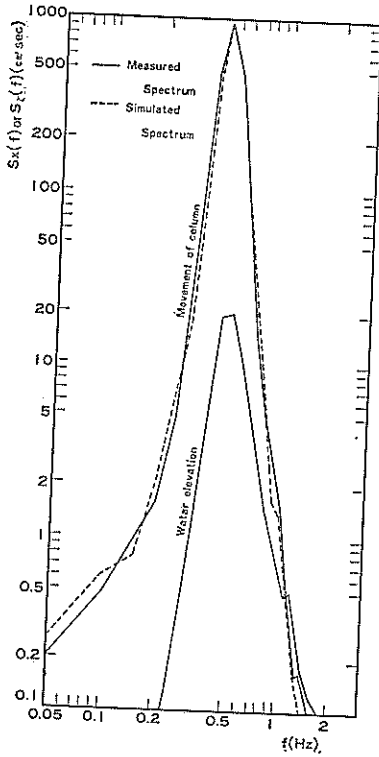
燈標に取付けた、ヒンジからの高さ109.9cmにある豆電球の水平変位、および水位変動を測定し、それらのスペクトルを計算すると、図-12の実線のようになった。H-1~3の不規則波に対し、それぞれX-1~3が対応している。また、X-1~3の測定記録から最大揺れおよび1/3最大揺れを求めたものを表-3の測定値の欄に示した。

これに対する理論計算は、3.1節で述べた方法によって行うことができる。測定された水位変動のスペクトルを50分割し、50個の成分波によってシミュレーションを行なった。計算時間間隔を入射波の有義波周期の1/20とし、計算のステップ数は5000とした。このうち、初期の約1900ステップは燈標の動揺がまだ定常状態に達していないものとして捨て、残りの3072個のデータを用いている。したがって、不規則波の平均周期を有義波周期の0.9倍と仮定すれば、シミュレーション波形には平均して約170波が含まれていることになる。著者の一人による数値実験<sup>22)</sup>によれば、この場合の波の統計量は、有義波の波高と周期でそれぞれの値の約6%および4%、また最高波の波高と周期では約13%および10%の標準偏差を伴う。表-3には、シミュレーション波形から求めた波高と燈標の動揺の統計量の計算値が示されているが、有義波高が比較的測定値と良く合っているのに対し、最高波では全般的に誤差が大きくなっている。最高波の計算精度を高めるためには、さらに何ケースかの計算を行ない、それらの平均値を求める必要があるものと考えられる。

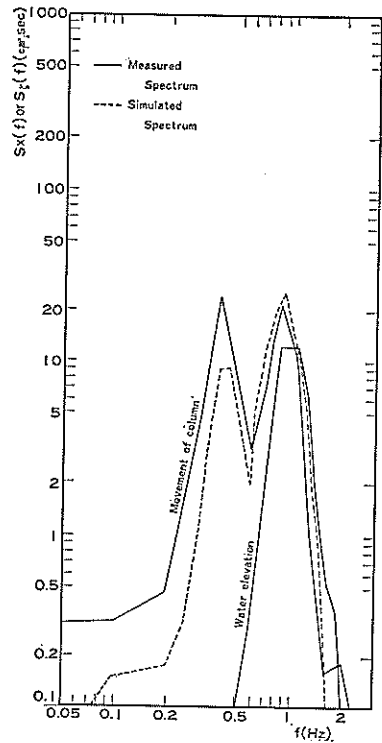
また、燈標の動揺のシミュレーション波形からスペクトルを計算したのが図-12の点線である。X-3で測定値と計算値と差がやや大きい、X-1ではほとんど一致するほど良く合っていることがわかる。

以上のことから、非線型力が燈標の動揺に大きい影響を及ぼすような場合に対し、不規則波中の応答値を求めるための手法としても数値シミュレーション法が有効であると言える。

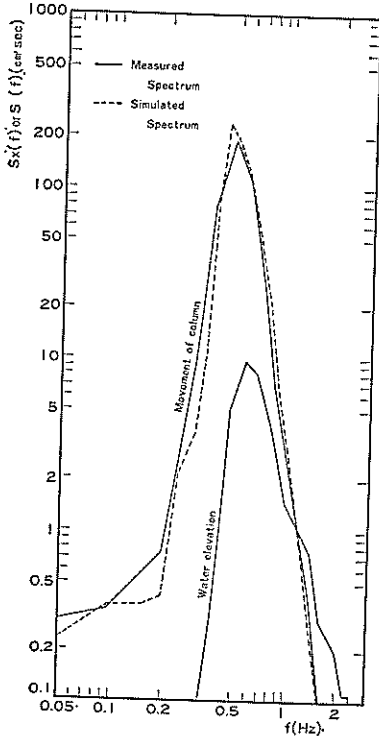
燈標 No. 4. 5-800の模型の固有周期  $T_0$  は2.48s、周波数に直せば0.404Hzである。したがって、表-3からわかるとおり、波H-1の有義波周期が  $T_0$  に最も近く、波H-3では  $T_0$  から離れている。燈標は、大きい波高すなわち高いエネルギーを持っている波に対しては当然のことながら大きく動揺するが、図-4に示したように入



(1) 模型 No. 4.5-800



(3) 模型 No. 20-1200



(2) 模型 No. 20-1710

図-12 灯標の応答スペクトル

射波の周期によって応答は大きく変化する。特に No. 4.5-800 は周波数応答曲線がシャープであるため、もとに入射波のエネルギーが燈標の固有周期付近で小さいときでも、動揺のスペクトルエネルギーが大きく増幅される。図-12(3)の応答スペクトル X-3 が二山型に割れるのはこのような原因によるもので、高周波側のピークが入射波のスペクトルエネルギーのピークに対応しているのに対し、低周波数側のものは燈標の固有周波数付近にあることがわかる。このような場合には応答の周期は入射波の周期と異なった値となる。表-3を見るとわかるように、H-1 と X-1 の  $T_{1/3}$  にそれほど差がないのに対し、H-3 と X-3 の  $T_{1/3}$  には大きな差が現われている。入射波と応答の周期が一致する規則波中の動揺では、この現象は起こらない。これが、燈標をはじめとして各種の浮遊式構造物の波浪中の応答を検討する際に、規則波だけではなく不規則波も考慮しなければならない大きな理由の一つである。

なお、図-12で測定値と計算値を比べてみると、X-3 では高周波側では計算値が大きく、低周波側では測定値の方が大きくなっている。もし、ここで用いた数値計算



結果が正しい理論値を与えているものとするれば、実際現象においては、本報告で用いた解析法では考慮しなかった何らかの原因によって、燈標の動揺の高周波側のエネルギーが固有周期に近い低周波側へ遷移したことになる。Karman 渦により物体が振動する場合、渦の発生周波数と物体の固有周波数とが近いときには両者が一致してしまい、いわゆる frequency locking あるいは synchronization と呼ばれる現象が起こる。燈標の波浪中の動揺においても、動揺周期  $T$  が固有期  $T_0$  に近い領域で  $T$  が  $T_0$  に近づく現象があるのかもしれないが、詳細は不明である。

次に、不規則波中における波高と動揺の関係調べたのが図-13である。入射波として有義波周期  $T_{1/3}=1.94$  s

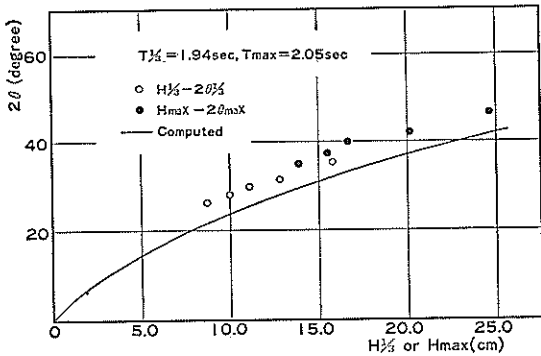


図-13 不規則波中の波高と動揺振幅

の波を使い、波高だけを変化させて燈標の動揺を測定した。測定結果から動揺の有義振幅  $\theta_{1/3}$  および最大振幅  $\theta_{max}$  を求め、有義波高  $H_{1/3}$  と  $2\theta_{1/3}$  (図中の○印) および最大波高  $H_{max}$  と  $2\theta_{max}$  (図中の●印) との関係を調べた。これを見ると、規則波中と同様、不規則波中においても入射波高が大きくなると、波高の増分に対する動揺振幅の増大が小さくなるのがわかる。また、測定値の  $H_{max} \sim 2\theta_{max}$  および  $H_{1/3} \sim 2\theta_{1/3}$  の関係は一つの曲線上に乗るようである。計算結果にも同じ傾向が見られ、その平均的な値を示すと図中の実線のようになる。計算値は測定値と比べるとやや小さ目であるが、これは計算に図-11に示したような Bretschneider 型の理論スペクトルを用いたことにより、実験不規則波に伴っている低周波数成分を過小に見積る結果になったためと考えられる。

### 3.3 現地実験結果と考察

現地に設置された燈標の波浪中動揺について、水理模型実験結果を基にして検討する場合、縮尺模型を使用し

たことの影響および実験と現地における条件の相違などが問題となる場合がある。たとえば、実験時と現地ではレイノルズ数が相違すること、それと関連して流体力係数の選定法、さらに方向スペクトルを持つ海の中の波における動揺の計算法などがそれである。そこで、これらについて検討するために三浦半島東岸の横須賀市鴨居の鳥ヶ崎に現地実験用の浮体式燈標が設置された。前にも述べたように、水理模型実験に用いた燈標 No. 4.5-800 は、この鳥ヶ崎実験機の 1/5.988 模型である。燈標の設置地点を図-14に、また実験機を図-15に示した。海底か

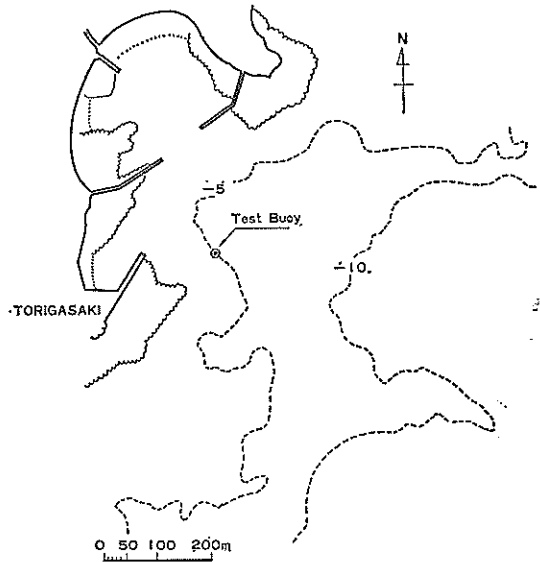


図-14 鳥ヶ崎地形図

ら 4 m の高さに水圧式波高計が取り付けられ、水面波形を測定している。また、燈標には 2 方向の傾斜計が内蔵されており、そのうちの 1 方向は N-S 他方は W-E である。これらの水圧記録および 2 方向への傾斜角の記録は、図-16 に示したように、自動平衡型ペン書きオシログラフ上にアナログデータとして書かれる。それらのデータから、波形読取装置を用いて各データの同時刻における値を 0.5 秒おきに読取り、電子計算機によって水圧から水位変動への変換および燈標の動揺の計算がなされた。

現地では、燈標は波浪のほか風および潮流などの影響を受ける。波浪による燈標の運動はほぼ往復運動であるのに対し、風や潮流は一定方向の力を燈標に加えるために、燈標はある方向に片寄った動揺をするようになる。燈標の設計などに際しては、当然風および潮流など

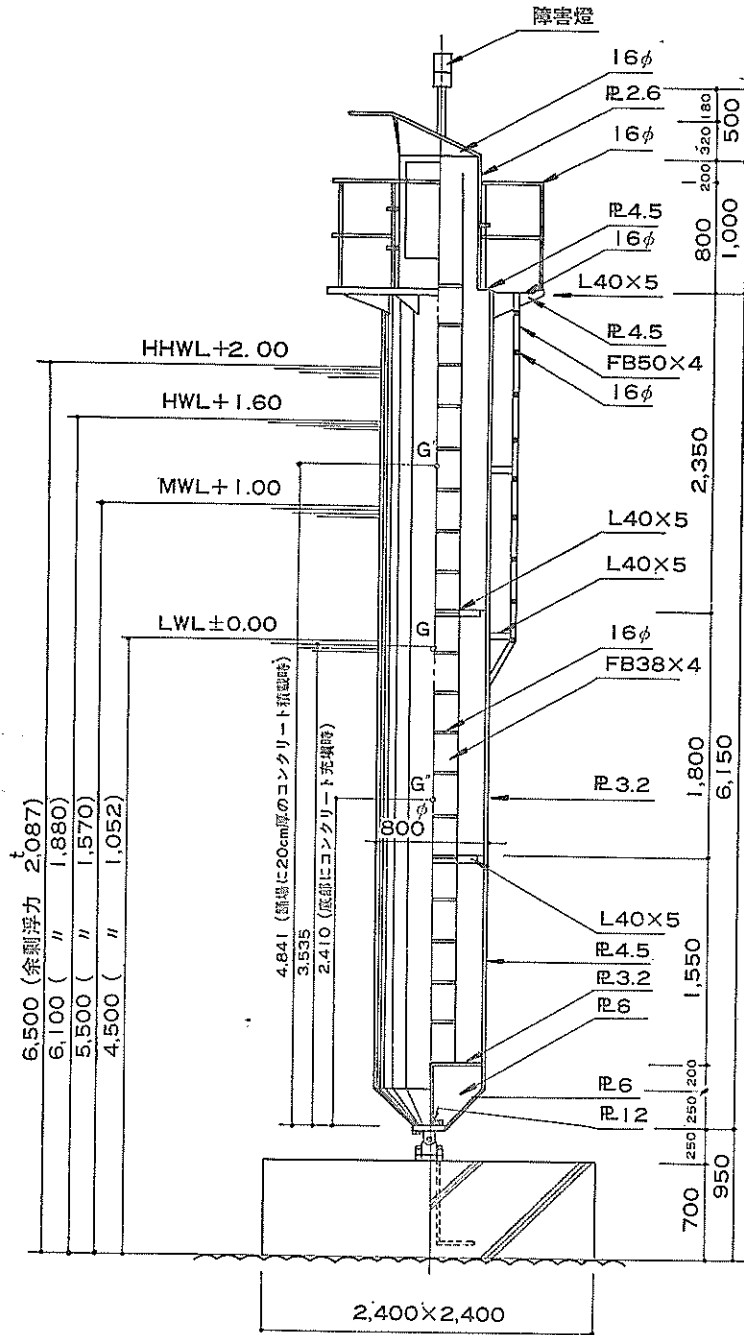


図-15 鳥ヶ崎海洋実験機

の影響も考慮しなければならないが、本報告では波浪のみを外的条件として考えている。鳥ヶ崎の動揺記録を解析してみると片揺れを起こしているものも数多く見られ

るが、中立点を中心にはほぼ往復運動をしていると考えられる例を図-17に示した。この図は、方位を36等分し、燈標を上方からながめたときにその頂部がどの方位にあ

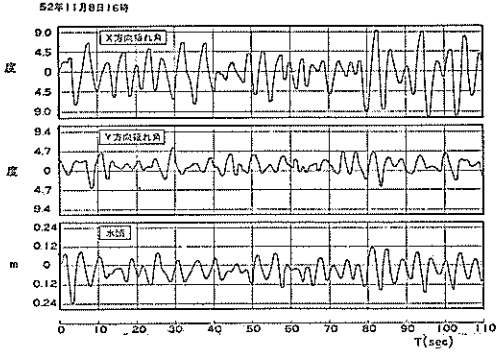
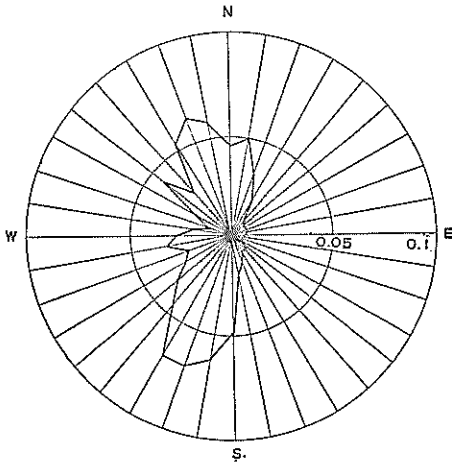
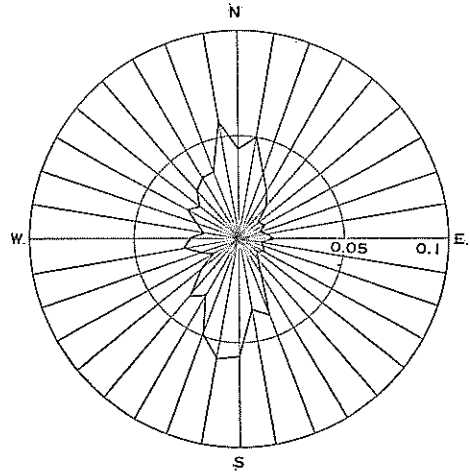


図-16 鳥ヶ崎測定結果の一例



- (1) 測定日 1977年11月8日16時  
 潮位 +1.46 m  
 最大揺れ 12.56度  
 風向 SW  
 風速 5 m/s  
 $H_{1/3}=0.436$  m,  $T_{1/3}=4.09$  s  
 $H_{max}=0.635$  m,  $T_{max}=4.07$  s



- (2) 測定日 1977年12月2日10時  
 潮位 +1.43 m  
 最大揺れ 10.41度  
 風向 WNW  
 風速 3 m/s  
 $H_{1/3}=0.293$  m,  $T_{1/3}=4.44$  s  
 $H_{max}=0.420$  m,  $T_{max}=4.27$  s

図-17 鳥ヶ崎実験機の揺れ角頻度分布

るかを相対頻度で表わしたものである。この頻度分布は必ずしもある方向への揺れ角\*の分布を表わすものではないが、ある方向へ燈標が大きく揺れると、結果的にその方向に燈標が傾いている時間が長くなるものと考えられるので、図-17で高い頻度が表われている方向では、燈標の揺れ角も大きいと予想される。

さて、水圧記録から水表面での水位変動への変換は次

\* N方向を0としたとき、燈標の向きとN方向とのなす角を反時計まわりに測ったものを“揺れ角”，鉛直方向と燈標とのなす角を“揺れ角”と呼んでいる。

のようにして行なわれる。いま、入射波の速度ポテンシャルを、

$$\phi(x, z; t) = \frac{g \zeta_0}{\sigma} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \cos(kx + \sigma t) \quad (103)$$

とおくと、水中圧力の変動部分は式(9)より次式のようになる。

$$p = \rho g \zeta_0 \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \sin(kx + \sigma t) \quad (104)$$

したがって、深さzにおける水中圧力と水表面における変動圧力の比は、

$$\frac{\Delta p_z}{\Delta p_{z=0}} = \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (105)$$

と求まる。水中圧力  $\Delta p_z$  が測定されているとすれば、

$$\Delta p_{z=0} = \Delta p_z \frac{\cosh kh}{\cosh k(z+h)} \quad (106)$$

あるいは、 $\Delta p_{z=0} = \rho g H$  の関係を用いて、波高  $H$  は次式のようになる。

$$H = \Delta p_z \frac{1}{\rho g} \frac{\cosh kh}{\cosh k(z+h)} \quad (107)$$

ただし、一般には右边にさらに波高補正係数と呼ばれるものを掛けることが多い。波高補正係数は波の周期あるいは波高計の設置地点などにより異なった値となるが、どのような値が適当であるのか不明な点もあり、ここで

は一応1.0としている。また、波数 $k$ は入射波の周期の関数である。したがって式(107)による換算係数は周期によって異なり、周期が短くなると大きくなる。

不規則波に対する補正法は、現在までさまざまな方法が考えられてきた<sup>23)</sup>が、ここでは不規則波が規則的な成分波の線型重ね合わせであるという考えのもとに、成分波ごとに式(107)の換算を行なうこととした。

以上に述べた方法によって鳥ヶ崎の水圧記録を水位変動に変換し、その周波数スペクトルを計算すると図-18のようになる。図からわかるとおり、高周波側の値が非

常に大きくなるのは、上にも述べたように換算係数が高周波数領域で大きくなり、水圧記録のノイズが増幅されてしまうためである。一般に海の波の周波数スペクトルの高周波側は、深海波では $f^{-5}$ 、また浅海波では $f^{-5} \sim f^{-4}$ に比例して減少すると言われている。そこで、スペクトルのピークの高周波側では計算値を使わずに、スペクトルのピークを通り $f^{-5} \sim f^{-4}$ で減少するものとしてスペクトル形を定めた。図-18の1点鎖線は $f^{-5}$ 、破線は $f^{-4}$ に比例するものとして定めた式であり、これらの例では $f^{-4}$ に比例する式の方が実測値に近いので

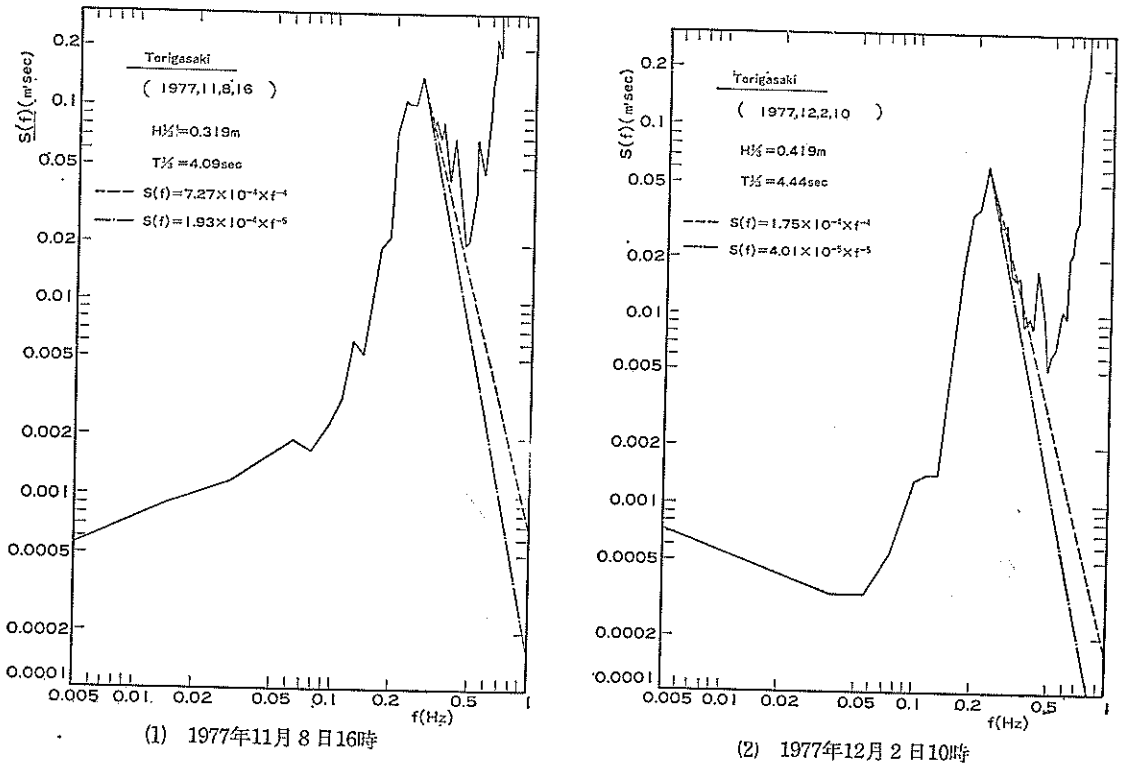


図-18 鳥ヶ崎の波の周波数スペクトル

それを用いることとした。

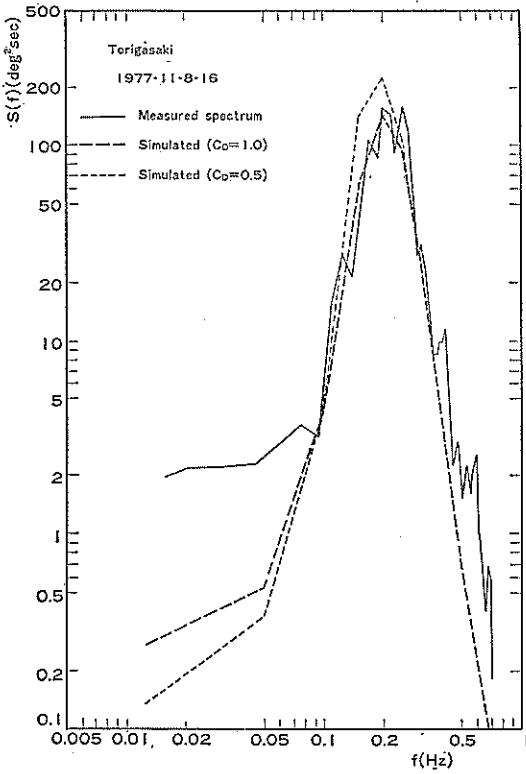
さて、海の波が水理模型実験に用いた不規則波と同じように1方向だけに進む波であるとすれば、以上のようにして求めた周波数スペクトルを用いて、3.1で述べた方法により燈標の応答スペクトルの理論値が計算できる。この場合、燈標の運動は波の進行方向だけであり、もし図-17のような燈標の頂部の運動を上方からながめた図を描くとすれば、相対頻度が0.5ずつの1本の線で表わされる。ところが、現地の燈標は図-17でわかるとおり3次元的な運動をする。これは現地波浪が方向性を持っているためである。したがって、厳密には方向スペク

トルを持つ波浪中の動揺を解析しなければ、現地における動揺の測定値と理論値の比較はできないわけである。しかし、図-17のような強い方向性を持つ動揺をするときには、波もやはり強い方向性を持っていたと推定される。そこで、動揺の主方向(図-17で相対頻度が高い方向)に鉛直面を考え、その面上へ投影された燈標の運動から現地の燈標の周波数応答スペクトルを求めた。一方、図-18の周波数スペクトルを用いて3.1の方法により理論スペクトルを計算し、測定値と比較することとした。ただし、図-17を見るとわかるとおり、燈標はある1方向に運動しているのではなく、風などの影響のためか北

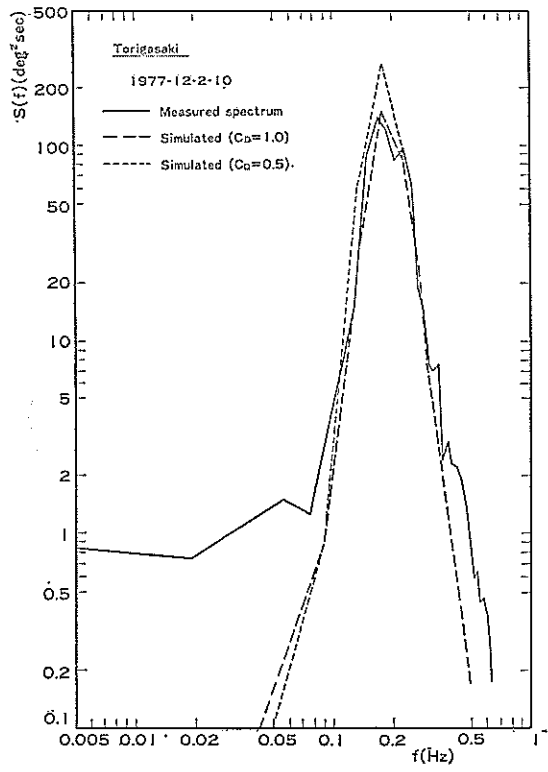
直立式円筒浮体の波浪中の動揺振幅

側と南側までは異なる2方向に動揺しているようである。そこで、11月8日の記録では、燈標が北側にあるときにはN20°Wを投影面とし、南側にあるときには主にS25°Wを投影面とすることにした。また12月2日の記録では破線、 $C_D=0.5$ としたときのスペクトルが点線である。これらに対する各統計量を表にまとめたのが表-4

は、それぞれN10°WおよびS10°Wを投影面とした。計算結果を示すと図-19のようになる。動揺の実測値から求めたのが実線、また抗力係数 $C_D=1.0$ とし、100成分波による数値計算を行なって求めた理論スペクトルである。図-19および表-4から、 $C_D=1.0$ とした計算値が実測値を良く説明できることがわかる。現地波のレイ



(1) 1977年11月8日16時



(2) 1977年12月2日10時

図-19 鳥ヶ崎海洋実験機の応答スペクトル

表-4 鳥ヶ崎海洋実験機の動揺の実測値と計算値の比較

年月日時	種別	波 浪				灯 標 の 運 動			
		$H_{max}$ (m)	$T_{max}$ (s)	$H_{1/3}$ (m)	$T_{1/3}$ (s)	$2\theta_{max}$ (度)	$(T_\theta)_{max}$ (s)	$2\theta_{1/3}$ (度)	$(T_\theta)_{1/3}$ (s)
1977年11月 8日16時	実測値	0.724	4.07	0.498	4.09	21.3	4.51	15.9	4.46
	計算値	0.821	4.36	0.563	3.58	22.8	4.57	15.8	4.60
	"	"	"	"	"	27.5	4.62	20.5	4.93
1977年12月 2日10時	実測値	0.419	4.26	0.292	4.43	19.9	4.55	13.9	5.13
	計算値	0.447	3.97	0.323	4.02	18.3	5.01	13.7	5.22
	"	"	"	"	"	23.2	5.09	17.4	5.37

注：計算値の上段は  $C_D=1.0$ 、下段は  $C_D=0.5$  としたときの値を示す。

ノルズ数を有義波の諸元を用いて計算してみるとほぼ $(2 \sim 3) \times 10^5$ となるので、図4(4)からも $C_D$ が1.0前後の値となる。したがって、鳥ヶ崎の海洋実験機の場合には、図-4(4)から読取った $C_D$ を目安とすることができそうである。しかし、一般の場合に図-4(4)をそのまま適用することは、前にも述べたように $C_D$ の測定値にばらつきが大きいので問題がある。一つの方法としては、安全側として $C_D$ を0.5にとることが考えられる。

ここでは、実際の海に設置された燈標について、方向的なエネルギーの分散が比較的小さいと推定される波浪中の動揺を、単一方向スペクトルを持つ不規則波中の動揺の推定法を用いて計算した。その結果、応答スペクトルの実測値と理論値は比較的良く一致したので、本報告で用いた計算法は現地の燈標の応答を計算する場合にも有効であろうと考えられる。なお、風波のようなエネルギーの方向分散が大きい波に対する取扱い方については次章で述べることにする。

#### 4. 浮体式燈標の波浪動揺特性について

浮体式燈標の波浪中における動揺特性を規定するさまざまな要因のうち、燈標自身が関係する大きな要因としては、次のものが考えられる。

- (1) 直径と水深との比
- (2) 吃水と水深との比
- (3) ヒンジまわりの慣性モーメント
- (4) 重量および重心の深さ

このうち、(1)と(2)は主として燈標に作用する波力に関係し、(3)と(4)は主として共振周期に関係している。したがって、なるべく大きな波力を受けないような直径と吃水を持ち、また、燈標の設置予定海域における卓越周期から離れた共振周期を持つような燈標であれば、動揺振幅を小さくすることができると言えよう。しかし、実際には(1)~(4)の各要因は必ずしも他の要因に対して独立ではなく、また燈標自身の強度を保つために満足されなければならない条件、あるいは内部に器具を取付けることを可能にするための制約などもあるであろう。さらに、周期帯によっても各種の応答が変化するため、最適な形状を決定することはなかなか困難であるが、上に述べたことが一応の目安となると考えられる。

また、流体力係数も燈標の動揺特性に関係する重要な要因の一つである。前章まで述べてきたように、流体力係数は一般には $C_M=2.0$ 、 $C_M'=1.0$ および $B=0$ のような周期に無関係な定数として取扱われることも多い。しかし、ポテンシャル理論から求められる流体力係数は一般に周期の関数であるので、定数としても問題がない

かを確認しておく必要がある。一方、抗力係数はレイノルズ数の関数であり、実験的に定められるのが普通である。今回の解析結果によれば、浮体式燈標の場合には、現在まで行なわれた各種の実験値の平均的な値を表わしている図-3(4)を目安とすることができそうである。ただし、前にも述べたように $C_D$ の測定値にはばらつきが大きいこと、 $C_D$ の値は動揺の共振周期付近の振幅を定める重要な値であることなどを考慮すれば、安全側として $C_D=0.5$ とする方がより確実であると言える。特に、レイノルズ数がおよそ $3 \times 10^5$ 以上になり、いわゆる臨界状態になるような場合には、 $C_D$ は0.5にとるべきであろうと考えられる。また、 $C_D$ は燈標の表面の粗度とも関連性がある。したがって、設置してしばらくたったのち燈標の表面に貝類などが付着し、表面の粗度が初めより変化した場合に $C_D$ の値がどのように変化するかなどについての検討も必要であろう。ただし、燈標の慣性モーメント、重量および重心の位置も変化し、それによって動揺特性に影響を与えることも考慮しておかなければならない。これは、燈標の保守ということとも関連している。

最後に、当然のことながら波浪条件も燈標の動揺に大きな影響を与える。したがって、浮体式燈標の設計等に際しては、設置地点における波浪条件を慎重に定めなければならない。しかも、設計波はスペクトルを持った不規則波としてとらえることが望ましい。これは、3.で述べたように、燈標が不規則波中において、規則波中では見られない特有の動揺特性を持つ場合があるからである。

ここで、本報告では不規則波としての波浪条件として、波向は1方向だけを考えてきたが、実際の海の波ではエネルギーが方向的に分散しているということに注意しなければならない。すなわち、海の波は周波数 $f$ だけではなく、波向 $\alpha$ （エネルギーが最も高い主方向を0とする）の関数でもあり、いわゆる方向スペクトル $F_{\zeta}(f, \alpha)$ によって表わされる。この方向スペクトルと、本報告で用いた周波数スペクトル $S_{\zeta}(f)$ とは、次式のような関係を持っている。

$$S_{\zeta}(f) = \int_{-\pi}^{\pi} F_{\zeta}(f, \alpha) d\alpha \quad (108)$$

すなわち、周波数スペクトルは実際には方向的に分散している波のエネルギーを1方向に集中させたものであり、この意味では $S_{\zeta}(f)$ を動揺の計算に用いることは安全側だと言えよう。しかし、エネルギーの方向分散度が大きい、すなわちエネルギーの方向的な集中度の小さい波に対してまで周波数スペクトルをそのまま用いるこ

とは、動揺振幅を過大に評価してしまう場合があることも考えられる。そのような場合には、次式によって動揺の計算に用いるための周波数スペクトルを定めるのも一つの方法であろう。

$$S_{\zeta}(f) = \int_{-\pi}^{\pi} F_{\zeta}(f, \alpha) \cos^2 \alpha \, d\alpha \quad (109)$$

これは、波の方向スペクトルが主方向に対してほぼ対称であると仮定し、主方向に対して対称な波向を持つ波が燈標に与える波力のうち、主方向に直角な成分はキャンセルされ、主方向への成分が燈標の動揺に大きく寄与す

ると考えて得られた式である。しかし、実際には各成分波に位相差があるため、たとえ方向スペクトルが完全に対称形をしていても、主方向に対して対称な波向を持つ成分波の波力がキャンセルされるとは限らない。なお、方向スペクトルについては、文献 24)などを参照されたい。

さて、燈標の設計に際しては、標準的な計算図表のようなものがあると便利な場合が多い。表-5は、水深 20 m の地点に設置される直径 1.2 m の浮体式燈標の不規則波中の動揺振幅を、100 成分波を用いたシミュレーション計

表-5 浮体式燈標の片揺れ角度の計算結果 (No. 20-1200型)

波 番 号	1/3 最大 値				最 高 値			
	$H_{1/3}$ (m)	$(T_H)_{1/3}$ (s)	$\theta_{1/3}$ (度)	$(T_{\theta})_{1/3}$ (s)	$H_{\max}$ (m)	$(T_H)_{\max}$ (s)	$\theta_{\max}$ (度)	$(T_{\theta})_{\max}$ (s)
H-3-1	0.95	2.73	0.76	3.40	1.78	2.67	1.26	3.67
3	2.86	2.73	2.29	3.45	5.33	2.67	3.80	3.68
5	4.77	2.73	3.76	3.44	8.89	2.67	6.17	3.66
H-6-1	0.95	5.47	3.30	7.30	1.78	5.34	5.12	7.15
3	2.86	5.47	7.90	6.71	5.33	5.34	11.14	6.92
5	4.77	5.47	11.32	6.53	8.89	5.34	15.50	5.61
H-9-1	0.96	8.17	7.08	9.49	1.78	7.97	10.96	8.80
3	2.88	8.14	13.12	9.12	5.35	7.97	18.50	8.25
5	4.80	8.21	17.22	9.06	8.92	7.97	23.63	8.06
H-12-1	0.96	10.83	7.51	10.53	1.77	10.56	11.90	10.79
3	2.88	10.88	14.33	10.83	5.31	10.56	22.52	10.92
5	4.80	10.86	19.38	11.14	8.87	10.56	29.39	10.80
H-15-1	0.97	13.69	6.84	11.04	1.62	13.63	10.63	12.53
3	2.90	13.70	13.69	11.77	4.84	13.63	22.69	12.92
5	4.84	13.70	18.99	12.35	8.06	13.63	31.09	13.01
H. 18-1	0.97	16.84	5.93	11.58	1.48	17.72	8.00	11.21
3	2.91	16.92	12.46	12.79	4.43	17.72	16.25	11.67
5	4.84	16.84	17.61	13.48	7.40	17.72	22.64	12.88

算によって求めた結果である。周波数スペクトルは式 (102) の Bretschneider 型スペクトルを用いており、計算の対象とする周波数の範囲は次式による。

$$f_{\min} = 0.55/T_{1/3}, \quad f_{\max} = 5.22/T_{1/3} \quad (110)$$

これは、 $f_{\min}$  および  $f_{\max}$  におけるスペクトル  $S_{\zeta}(f)$  の値が、スペクトルのピーク値の約 1/1500 になるように定めた式である。表-5から、 $T_{1/3}$  と  $\theta_{1/3}$  の関係を図に示すと図-20 のようになる。ただし、各ケースについて 1 回ずつの計算しか行っていないため、計算結果には統計的なばらつきがあるものと考えられるので、それを

考慮して平均的な曲線を描いてある。実際の設計に用いるための計算図表は、1つの波浪条件に対して最低 3 回程度の繰返し計算を行ない、その平均値をとるべきであろうと考えられる。さらに、周期および波高についても、もっと細かい計算が必要であろう。なお、図中の 1 点鎖線の左側では波形勾配が 6% よりも大きな波となる。このような波は碎波によって波高が減少するため、振幅もここに示した図表の値よりも当然小さくなることに注意しなければならない。

波浪中における浮体式燈標の動揺振幅について、今後

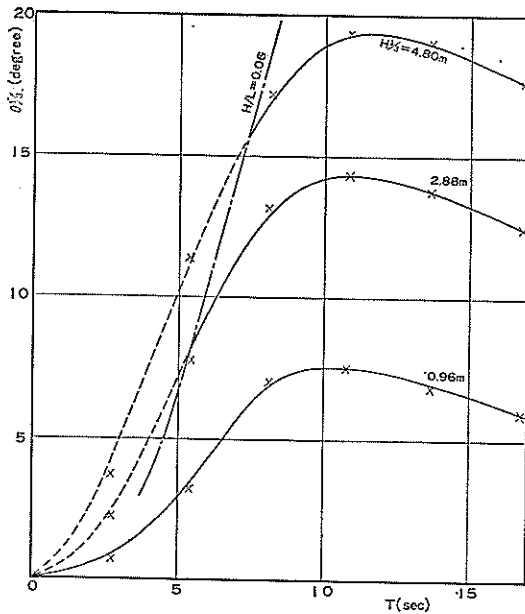


図-20 算定図表例 (No. 20-1200)

に残された課題としては、最大片揺れ角の推定法および波のほかに風や潮流などが共存する場合の解析法などが上げられよう。最大片揺れ角も燈標を設計するときの重要なパラメーターの一つであろうが、周波数応答関数の形によっては、最高波高の波に対して最大片揺れ角になるとは限らないこと、また連続した波群中において、ある特定の1波に対する応答をどのように評価するかなどの問題があるために、簡単に推定することは難しい。また、本報告では風や潮流から受ける力を一切考慮していないが、燈標の動揺について検討するときには、これらも当然考慮されなければならない。風や潮流などによる流体力については、今までに数多くの研究がなされているのでそれを利用することも考えられる。しかし、波浪中で観測された横揺れが潮流によって生じた例など、まだ研究しつくされていない点も残されているようなので、やはり実験的、理論的な検討が必要になってくるものと考えられる。

## 5. むすび

本報告では、直立式円筒形をした浮体式燈標の波浪中動揺について理論的、実験的に検討し、規則波中および不規則波中の応答を計算することが可能であることを示した。研究の過程において得られた成果を列挙すると次のようになる。

- 1) 直立式円筒浮体の運動の解析にあたっては、基本的には速度ポテンシャル理論を用いるけれども、浮体の運動に伴う非線型減衰力の影響が顕著であるため、これを理論計算に取り入れる必要がある。
- 2) 上記の非線型減衰力は、一般には運動方程式を逐次数値積分する方法によって取り扱うのが適切であり、特に実際の不規則な波浪に対しては波形の数値シミュレーション手法を併用することによって、室内水理実験および現地観測結果とほぼ一致する結果を得ることができる。
- 3) 直立式円筒浮体の場合にも、規則波を用いて推定した結果が不規則波中の動揺特性と異なる場合が認められる。特に、浮体の動揺周期は波の周期からずれて浮体の固有周期に近づく傾向が強い。
- 4) 非線型減衰力の大きさの指標は円筒の抗力係数であり、動揺振幅はこれと逆相関の関係にある。したがって、設計計算においては小さ目の値を用い、動揺振幅を大き目に推定しておく方が良いと思われる。
- 5) 動揺特性の一つとして、円筒浮体が波の進行方向と直角方向に揺れ、真上から見ると長円形の運動をすることがある。この横揺れが激しくなるのは、規則波中の場合には円筒の相対動揺振幅が直径の2倍前後のときであるが、不規則波中では横揺れが出現しやすい傾向にある。

なお、本研究は合田の全般的な指導の下に鈴木が理論解析および全体のとりまとめを行ない、水理模型実験は鈴木と蜂須賀が共同して実施し、実験および現地データの解析は主として蜂須賀が担当した。また、1.で述べたとおり海上保安庁燈台部および海上保安試験研究センターの各位、さらに当研究所海洋水理部波浪研究室の諸氏から多大の御協力を得た。特に、高山司波浪研究室長からは種々有益な助言を得た。末尾ながら、上記の各位に対し深く感謝の意を表する次第である。

## 参 考 文 献

- 1) 林 直樹：半浮遊式燈標について、航路標識技術要報, No. 13, 1974年3月, pp. 21~26. および部内資料。
- 2) 井島武士・田淵幹修・湯村やす：有限水深の波による円柱状浮体の運動, 土木学会論文報告集, 第206号, 1972年10月, pp. 71~84.
- 3) 前出論文2) または,  
合田良実・鈴木康正・笹田 正：波浪中の直立円柱浮体に働く流体力とその運動, 港湾技術研究所報告, 第15巻 第2号, 1976年6月, pp. 167~210.
- 4) たとえば, 水理公式集, p. 523.



5) S. チモシエンコ : 工業振動学, 東京図書, 1956年, pp. 80~84.

6) 磯田和男・大野 豊 : 数値計算ハンドブック, オーム社, 1971年, pp. 184~187.

7) 前出文献 4), p. 46.

8) Goda, Y. : Wave Forces on a Vertical Circular Cylinder: Experiments and a Proposed Method of Wave Force Computation, Rept. Port and Harbour Res. Inst., No. 8, 1964, 74p.

9) 石原藤次郎編 : 水工水理学, 丸善株式会社, 1972年, pp. 593~598.

10) 樫木 享・中村孝幸・喜田 浩 : 円柱に作用する規則波による揚力について, 第22回海岸工学講演会論文集, 1975年, pp. 525~530.

11) 樫木 享・中村孝幸・三木秀樹 : 波動場の円柱後流渦による振動応答の実態とその予測について, 第23回海岸工学講演会論文集, 1976年, pp. 33~38.

12) 樫木 享・中村孝幸・三木秀樹 : 単円柱構造物の波による振動挙動について, 第24回海岸工学講演会論文集, 1977年, pp. 367~371.

13) Borgman, L. M. : Spectral Analysis of Ocean Wave Forces on Piling, Jour. Waterways and Harbours Div., Proc. ASCE, Vol. 93, No. WW2, 1967, pp. 129~156.

14) 日野幹雄 : バイルに働く波力のスペクトル理論, 第15回海岸工学講演会講演集, 1968年, pp. 103~108.

15) 伊藤喜行・谷本勝利・小舟浩治 : 柱状構造物の波力応答計算, 港湾技術研究所報告, 第11巻 第3号, 1972年9月, pp. 59~86.

16) 山内保文 : 波浪中船の応答特性の統計的解析に関する二, 三の考察——イムパルス応答の推定と非線形要素のスペクトラム計算への影響——, 造船協会論文集, 第117号, 1965年, pp. 102~114.

17) Longuet-Higgins, M. S. : The Statistical Analysis of a Random, Moving Surface, Phil. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A(966), Vol. 249, 1957, pp. 321~387.

18) Borgman, L. E. : Ocean Wave Simulation for Engineering Design, Jour. Waterways and Harbours Div., Proc. ASCE, Vol. 95, No. WW4, 1969, pp. 557~583.

19) たとえば, 永井康平 : 不規則な海の波の屈折および回折の計算, 港湾技術研究所報告, 第11巻 第2号, 1972年6月, pp. 47~119.

20) Goda, Y. : Numerical Experiments on Wave Stat-

istics with Spectral Simulation, Rept. Port and Harbour Res. Inst., Vol. 9, No. 3, Sept. 1970, pp. 3~57.

21) 合田良実・鈴木康正・岸良安治 : 不規則波浪実験とその特性について, 第21回海岸工学講演会論文集, 1974年, pp. 237~242.

22) Goda, Y. : Numerical Experiments on Statistical Variability of Ocean Waves, Rept. Port and Harbour Res. Inst., Vol. 16, No. 2, June 1977, pp. 3~26.

23) たとえば, 高橋智晴・鈴木裕実・中井徹也 : 波高計による観測データの処理方法, 港湾技研資料, No. 39, 1967年12月, pp. 3~233.

24) 合田良実・鈴木康正 : 光易型方向スペクトルによる不規則の屈折・回折計算, 港湾技研資料 No. 230, 1975年12月, 45p.

記号一覧表

$A_{m0}$	: 任意定数
$a$	: 浮体式燈標の半径
$B$	: 線型減衰力モーメントの係数
$B_{m0}$	: 任意定数
$C$	: 静水圧的復元モーメントの係数
$C_D$	: 抗力係数
$C_M$	: 慣性力係数
$C_M'$	: 質量係数
$C_{mn}$	: 任意定数
$D$	: 式(63)の係数
$D_{m0}$	: 任意定数
$d$	: 浮体式燈標の吃水
$dF$	: 固定円柱の高さ $dz$ の微小部分に作用する水平力
$E_{mn}$	: 任意定数
$F_c(f, \alpha)$	: 波の方向スペクトル
$f$	: 周波数
$f_j$	: 代表周波数
$f_j'$	: 分割周波数
$f_{max}$	: 最大の周波数
$f_{min}$	: 最小の周波数
$\bar{f}_0$	: 式(41)の係数
$\bar{f}_D$	: 式(59)の係数
$\bar{f}_n$	: 式(44)の係数
$g$	: 重力の加速度
$\bar{g}_0$	: 式(45)の係数
$\bar{g}_n$	: 式(45)の係数
$H$	: 入射波高

$H_{1/3}$	: 有義波高	波周期	$T_V$	: ヒンジに作用する鉛直方向の力
$H_{\max}$	: 最大波高	$T_H$	: ヒンジに作用する水平方向の力	
$H_m^{(2)}$	: $m$ 次の第3種ベッセル関数	$T_{1/3}$	: 有義波周期	
$h$	: 水深	$T_{\max}$	: 最高波周期	
$h_{1R}^{(0)}$	: 式28の係数	$t$	: 時間	
$h_{1I}^{(0)}$	: 式28係の数	$U$	: 水粒子と燈標との相対速度	
$I$	: ヒンジまわりの燈標の慣性モーメント	$U_{\max}$	: $U$ の最大値	
$I_0$	: 燈標の水面下の部分を流体で置き換えたときの ヒンジまわりの慣性モーメント	$u$	: 水平水粒子速度	
$I_a$	: 付加慣性モーメント	$\dot{u}$	: 水平水粒子加速度	
$i$	: 虚数単位 ( $i = \sqrt{-1}$ )	$V$	: 燈標の水面下の体積	
$J$	: 成分波の個数	$v$	: 燈標の重心の接線方向の速度	
$J_m$	: $m$ 次の第1種ベッセル関数	$W_0$	: 燈標の全重量	
$K_m$	: $m$ 次の変形ベッセル関数	$x$	: 水平座標 (波の進行方向と逆向きを正とする)	
$k$	: 波数 ( $k = 2\pi/L$ )	$y$	: 軸と垂直な水平座標	
$L$	: 波長	$z$	: 鉛直座標 (鉛直上向きを正とする)	
$l$	: ヒンジの深さ	$z_G$	: 重心の深さ	
$l_G$	: ヒンジから燈標の重心までの高さ	$\alpha$	: 極座標の始線からの角度	
$M$	: 波力モーメント	$\delta_0$	: 式23の係数	
$M_0$	: 燈標の質量	$\delta_n$	: 式23の係数	
$M_D$	: 非線型減衰モーメント	$\epsilon_F$	: 固定燈標に作用する波力モーメントの水位変動 に対する位相遅れ	
$M_F$	: 固定燈標に作用する波力モーメント	$\epsilon_j$	: 成分波の位相	
$M_R$	: 線型減衰モーメント	$\epsilon_m$	: 定数 ( $\epsilon_0 = 1, \epsilon_m = 2 (m \neq 0)$ )	
$M_S$	: 静水圧的復元モーメント	$\epsilon_\theta$	: ポテンシャル理論による燈標の回転動揺の位相	
$\bar{M}_F$	: $M_F$ の振幅	$\epsilon_{\theta D}$	: 非線型力を考慮したときの燈標の回転動揺の位 相	
$M_F'$	: 慣性力係数を用いて求めた, 固定燈標に作用す る波力モーメント	$\zeta$	: 時刻 $t$ における $x=0$ の地点の水位	
$M_{FM}$	: 固定燈標に作用する慣性力による波力モーメン ト	$\zeta_0$	: 規則波の半振幅	
$M_{FD}$	: 固定燈標に作用する抗力による波力モーメント	$\zeta_j$	: 成分波の半振幅	
$\bar{M}_{FM}$	: $M_{FM}$ の振幅	$\theta$	: ヒンジまわりの燈標の回転角	
$\bar{M}_{FD}$	: $M_{FD}$ の振幅	$\theta$	: 燈標の回転運動の振幅	
$(M_{FM})_R$	: 式27の係数	$\bar{\theta}$	: ポテンシャル理論による回転振幅	
$(M_{FM})_I$	: 式27の係数	$\bar{\theta}_D$	: 非線型力を考慮したときの回転振幅	
$N_0$	: 式29の係数	$\theta_{\max}$	: 最大回転角	
$N_n$	: 式29の係数	$\theta_{1/3}$	: 有義回転角	
$p$	: 流体圧力	$\lambda_0$	: 式23の係数	
$R(f)$	: 単位波高の波に対する燈標の動揺の応答関数	$\lambda_n$	: 式23の係数	
$Re$	: レイノルズ数	$\nu_0$	: 式23の係数	
$Re\{ \} : \{ \}$	: $\{ \}$ 内の実部を表わす	$\nu_n$	: 式23の係数	
$r$	: 極座標の原点からの距離	$\nu$	: 動粘性係数	
$S_x(f)$	: 燈標の頂部の水平変位のスペクトル	$\pi$	: 円周率	
$S_\zeta(f)$	: 水位変動のスペクトル	$\rho$	: 流体の密度	
$S_\theta(f)$	: 燈標の回転振幅のスペクトル	$\sigma$	: 円周波数	
$T$	: ヒンジに作用する燈標の軸方向の力, あるいは	$\sigma_j$	: 成分波の円周波数	