

運輸省港湾技術研究所

# 港湾技術研究所

## 報告

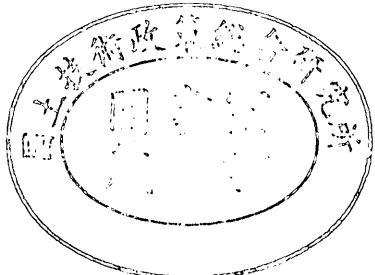
---

REPORT OF  
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH  
INSTITUTE  
MINISTRY OF TRANSPORT

---

VOL. 11      NO. 3      SEPT. 1972

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



# 港湾技術研究所報告 (REPORT OF P.H.R.I.)

第11卷 第3号 (Vol. 11, No. 3), 1972年9月 (Sept. 1972)

## 目 次 (CONTENTS)

1. An Analysis of the Hydraulic Transport of Solids in Horizontal ..... Tokuji YAGI, Tadasu OKUDE,  
Shoji MIYAZAKI and Akio KOREISHI..... 3  
(水平管路における土砂水力輸送の解析.....八木得次・奥出 律・宮崎昭児・是石昭夫)
2. 円柱の動搖に伴う造波抵抗 ——杭の波力応答と円形浮体の挙動への応用—— ..... 伊藤喜行・木原 力..... 37  
(Wave Making Resistance due to Oscillation of Circular Cylinder  
.....Yoshiyuki Ito and Tsutomu KIHARA)
3. 柱状構造物の波力応答計算 .....伊藤喜行・谷本勝利・小舟浩治..... 59  
(Dynamic Response of an Offshore Platform to Random Waves  
..... Yoshiyuki Ito, Katsutoshi TANIMOTO and Koji KOBUNE)
4. 波向線交差領域における波高分布 ——数値波動解析法の応用—— ..... 伊藤喜行・谷本勝利・山本庄一..... 87  
(Wave Height Distribution in the Region of Ray Cressings —Application of  
the Numerical Analysis Method of Wave Propagation—  
.....Yoshiyuki Ito, Katsutoshi TANIMOTO and Shoichi YAMAMOTO)
5. 斜め入射部分重複波による質量輸送速度の分布に関する研究 ..... 田中則男・入江功・小笹博昭.....111  
(A study on the velocity distribution of mass transport caused by diagonal partial  
standing waves.....Norio TANAKA, Isao IRIE and Hiroaki OZASA)
6. 航空機荷重の路床・路盤への伝達機構に関する一研究  
——巨人機の設計荷重—— ..... 佐藤勝久・須田熙.....141  
(A Study on Aircraft Load Distribution through Bases to a Subgrade—Design  
Load of a Jumbo Jet.....Katsuhisa SATO and Hiroshi SUDA)
7. ブロック式けい船岸の設計について—非線形計画法による最適設計— ..... 高力健次郎.....167  
(The application of SUMT to the Optimum Design of the block quay  
.....Kenjiro KORIKI)

## 5. 斜め入射部分重複波による質量輸送速度の分布に関する研究

田中則男\*・入江 功\*\*・小笠博昭\*\*\*

### 要　　旨

水深の深い位置に設けられた直立堤によって、その前面に重複波が生じているような場合には、堤体周辺の洗掘のパターンは、重複波による水粒子速度と質量輸送速度の分布のパターンによって、ある程度説明しうるものと考えられる。

そこで本稿においては、堤体に斜めに波が入射して部分重複波が生じている（堤体の反射率が考慮されている）場合について、境界層外縁における質量輸送速度の分布式をまず誘導し、数値計算によってその特性を明らかにした後、石炭粉などをトレーサーとした実験によって、分布式の妥当性を検討した。あわせて、質量輸送速度の分布式と洗掘のパターンとの対応性について、石炭粉を用いた移動床実験を行なった。

質量輸送速度の分布式の誘導にあたっては、まず圧力項が境界層外縁における圧力でおきかえられるものと仮定し、さらに境界層外縁における流速が第一次近似として微小振幅重複波の底層流で表わせるものとして、境界層内における Navier-Stokes の方程式から非線型成分を求め、これから Longuet-Higgins の方法にならって、質量輸送速度を求めた。

\* 水工部 漂砂研究室長

\*\* 前水工部 主任研究官

\*\*\* 水工部 漂砂研究室

## 5. A study on the velocity distribution of mass transport caused by diagonal, partial standing waves

Norio TANAKA\*

Isao IRIE\*\*

Hiroaki OZASA\*\*\*

### Synopsis

The pattern of scouring due to waves around offshore breakwaters may be correlated well with the distribution of water particle velocity and mass transport velocity.

Equations of the mass transport velocity just beyond the bottom boundary layer for diagonal, partial standing waves are obtained as eqs. (32) and (33). To be concrete, the secondary non-linear velocity averaged over a period of waves is first developed on the assumption that the primary linear velocity just beyond the layer is equal to the bottom velocity of small amplitude standing waves. Utilizing the non-linear velocity stated above, the mass transport velocity is derived following the technique shown by Longuet-Higgins (1953). Then, the results of numerical calculation are presented.

Experiments have finally been done for the purpose of verifying the results. Other tests with a movable bed have been made in order to investigate the correspondence between the distributions of the mass transport velocity derived above and the experimental patterns of scouring.

---

\* Chief of Littoral Drift Laboratory, Hydraulic Engineering Division

\*\* Ex-Senior Research Engineer, Hydraulic Engineering Division

\*\*\* Member of Littoral Drift Laboratory, Hydraulic Engineering Division

## 目 次

要 旨 .....	111
1. 序 論 .....	115
2. 斜め入射部分重複波による質量輸送速度の誘導 .....	115
2.1 波浪による境界層外縁における質量輸送速度の一般的な表示 .....	115
2.2 斜め入射部分重複波の場合の境界層外縁における流速の誘導 .....	118
2.3 斜め入射部分重複波による質量輸送速度の分布式と数値計算による検討 .....	119
3. 質量輸送速度の分布に関する実験 .....	126
3.1 実験施設および実験方法 .....	126
3.2 実験結果の検討 .....	128
4. 斜め入射部分重複波による堤体前面での洗掘のパターンに関する実験 .....	134
4.1 実験施設および実験方法 .....	134
4.2 実験結果の検討 .....	134
5. 結 論 .....	139
参 考 文 献 .....	139
記号一覧表 .....	140

## 重複波による質量輸送速度の平面分布

### 1. 序論

防波堤などの安定上きわめて重要な要素をなす海底洗掘の現象は、波と構造物との相互作用によって生ずる漂砂現象の、場所的な不均一性に起因する。

一般に漂砂現象を定量的に論じるにあたっては、水の運動方程式、水の連続式、漂砂量式、砂の連続式、およびエネルギーの逸散、砂と水との相互作用を規定するものとしての抵抗則、の5式によって理論的検討がなされなくてはならないであろう。(碎波を伴なう時には、さらに碎波条件を規定する式が追加される。)しかし、漂砂量式、および抵抗則が確立していない現在の段階では、漂砂現象を理論的に定量化して取り扱うことは、特殊な問題を除いては、非常に困難である。このために漂砂現象の理論的あるいは実験的な取り扱いは、現象を定性的にとらえるに止まっている。

定性的に洗掘のパターンを把握する手法として、重複波の質量輸送に着目し、質量輸送速度の分布と洗掘のパターンとの間で、対応をつけようとする方法がある。もちろん、砂と水との2つの系の間の複雑な相互干渉現象である洗掘が、単に重複波による質量輸送ということだけで、たとえ定性的にしろ、一般的に説明することができるのか、という根本的な問題点はある。しかし、堤体前面で碎波がおこっていない場合、すなわち漂砂の外力が主として波による流れ(周期運動をする水粒子の速度)であり、海水の輸送が主として波に伴なう質量輸送の形で行なわれるような場合には、有効性をもった研究方向であると思われる。

従来の重複波による質量輸送に関する研究としては、Longuet-Higginsによる研究<sup>1)</sup>、野田による研究<sup>2)</sup>、などがある。Longuet-Higginsは質量輸送速度を定式化するとともに、渦度方程式と運動方程式から質量輸送速度を求める方法を考案し、それによって二次元問題に対する、境界層内外における質量輸送速度の分布式を与えた。野田はまた問題を二次元的に取り扱い、底面層流境界層については、次のようにして質量輸送速度を導いた。すなわち境界層外縁における境界条件として有限振幅波の第2次近似解を用い、境界層内の非線型運動方程式を摂動法によって解き、Longuet-Higginsが与えた質量輸送速度の定義式にしたがって、境界層内における質量輸送速度の分布式を導いた。また底面乱流境界層については、渦動粘性係数を仮定によって与え、Longuet-Higginsの方法にしたがって計算を行ない、質量輸送速度の分布式を導いた。

著者らは堤体に対して斜め方向から波が入射し、堤体前面において部分重複波が形成される場合について検討した。境界層内圧力が境界層外縁における圧力によって与えられ、しかも境界層外縁における流速が、第一次近似として微小振幅重複波による底層流によって表わされるものと考えて、層流境界層外縁における質量輸送速度の平面的な分布式を導いた。さらに、導かれた質量輸送速度の分布の妥当性を実験的に検討し、あわせて移動床実験において洗掘のパターンと質量輸送速度の分布との対応を検討した。

### 2. 斜め入射部分重複波による質量輸送速度の誘導

#### 2.1 波浪による境界層外縁における質量輸送速度的一般的な表示

水平床上で水が振動している場合を考える。直角座標を、水平床上に  $x$ ,  $y$  軸、鉛直上向きに  $z$  軸とする。層流境界層外縁における流速を次式で表示する。

$$x \text{ 方向流速 } U = U_1 + U_2$$

$$y \text{ 方向流速 } V = V_1 + V_2$$

$$z \text{ 方向流速 } W = 0$$

上式において  $U_1$  は周期的な流速変動成分を示し、 $V_1$  は非線型補正項を示す。(以下同様)

また境界層内部における流速を同様に次式で表示する。

$$x \text{ 方向流速 } u = u_1 + u_2$$

$$y \text{ 方向流速 } v = v_1 + v_2$$

$$z \text{ 方向流速 } w \ll u, v$$

境界層外縁における周期的な流速変動成分  $U_1$ ,  $V_1$  は次式で表示される。

$$U_1 = [U_0(x, y)e^{i\omega t}] + \frac{1}{2}(U_0 e^{i\omega t} + U_0^* e^{-i\omega t}) \dots \dots \dots (1)$$

$$V_1 = [V_0(x, y)e^{i\omega t}] + \frac{1}{2}(V_0 e^{i\omega t} + V_0^* e^{-i\omega t}) \dots \dots \dots (2)$$

ここで

$U_0^*$ ;  $U_0$  の共役複素数

$V_0^*$ ;  $V_0$  の共役複素数

である。

境界層外縁における周期的な流速変動とともに、境界層内部における周期的な流速変動成分の分布は Lamb<sup>3)</sup>

によって次式のようになる。

$$u_1 = U_0(x, y) e^{i\omega t} \left[ 1 - e^{-(1+i)\frac{z}{\delta}} \right] \dots \dots \dots (3)$$

$$v_1 = V_0(x, y) e^{i\omega t} \left[ 1 - e^{-(1+i)\frac{z}{\delta}} \right] \dots \dots \dots (4)$$

ここで  $\delta$  は次式に示すとおりである。

$$\delta; \sqrt{\frac{2\nu}{\sigma}} = \sqrt{\frac{\nu T}{\pi}}$$

また  $w$  は水の連続式から次のように求まる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \\ w &= - \int_0^z \left( \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) dz \\ &= - \left( \frac{\partial U_0}{\partial x} + \frac{\partial V_0}{\partial y} \right) e^{i\omega t} \int_0^z \left[ 1 - e^{-(1+i)\frac{z}{\delta}} \right] dz \\ &= - e^{i\omega t} \left( \frac{\partial U_0}{\partial x} + \frac{\partial V_0}{\partial y} \right) \left[ z - \frac{\delta}{1+i} \left[ 1 - e^{-(1+i)\frac{z}{\delta}} \right] \right] \end{aligned} \dots \dots \dots (5)$$

境界層内での運動方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} \\ + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) & \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} \\ + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) & \end{aligned}$$

上式において  $u_1 \gg u_2, v_1 \gg v_2, U_1 \gg U_2, V_1 \gg V_2$  および  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$  と考え微小項を無視すると、 $x$  方向の運動方程式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} + w \frac{\partial u_1}{\partial z} &= \frac{\partial U_1}{\partial t} + U_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} \\ + V_1 \frac{\partial U_1}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2}{\partial z^2} (u_1 + u_2) & \end{aligned} \dots \dots \dots (6)$$

(ここで  $U_1 \gg U_2, V_1 \gg V_2$  とおいたことは、野田が境界層外縁における流速を有限振巾波の第2次近似解によって表わしたにもかかわらず、得られた質量輸送速度が Longuet-Higgins によるものと一致し、第2次近似解を導入したことの効果が小さかったことと符合する。)

式(6)の各項について、一周期についての平均をとると

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} = \frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{\partial U_1}{\partial t} = 0$$

であるから、 $x$  方向の運動方程式は非線型項だけが残って、次式となる。

$$-\nu \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2} = U_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} + V_1 \frac{\partial U_1}{\partial y} - u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} - w \frac{\partial u_1}{\partial z} \dots \dots \dots (7)$$

式(3), (4), (5)を用いて式(7)の対流項を計算すると、各々

$$\overline{u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x}} = \frac{1}{2} U_0 U_{0x}^* (1 - e^{-\xi z}) (1 - e^{-\xi^* z})$$

$$\overline{v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y}} = \frac{1}{2} V_0 U_{0y}^* (1 - e^{-\xi z}) (1 - e^{-\xi^* z})$$

$$\overline{w \frac{\partial u_1}{\partial z}} = -\frac{1}{2} U_0 (U_{0x}^* + V_0^*) (\xi^* z - 1 + e^{-\xi^* z}) \frac{\xi}{\xi^*} e^{-\xi z}$$

となる。

上式において  $\xi = \frac{1+i}{\delta}, \xi^* = \frac{1-i}{\delta}$  である。

これらの式を式(7)へ代入すると、式(7)は式(8)のように書ける。

$$\begin{aligned} -\nu \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2} &= \frac{1}{2} U_0 U_{0x}^* [1 - (1 - e^{-\xi z})(1 - e^{-\xi^* z})] \\ &+ \frac{1}{2} V_0 U_{0y}^* [1 - (1 - e^{-\xi z})(1 - e^{-\xi^* z})] \\ &+ \frac{1}{2} U_0 (U_{0x}^* + V_0^*) (\xi^* z - 1 + e^{-\xi^* z}) \frac{\xi}{\xi^*} e^{-\xi z} \\ &= G(x, y, z) \end{aligned} \dots \dots \dots (8)$$

式(8)を  $z$  から  $\infty$  までの範囲で積分すると

$$\begin{aligned} \left| -\nu \frac{\partial u_2}{\partial z} \right|_z^\infty &= \int_z^\infty G(x, y, z) dz \\ \nu \frac{\partial u_2}{\partial z} &= \int_z^\infty G(x, y, z) dz \end{aligned}$$

であるから、 $u_2$  は次式のようになる。

$$u_2 = \frac{1}{\nu} \int_0^z \left[ \int_{z'}^\infty G(x, y, z') dz' \right] dz''$$

上式において部分積分をほどこすと次式のようになる。

$$u_2 = \frac{1}{\nu} \left[ z'' \int_{z'}^\infty G(x, y, z') dz' \right]_0^z + \frac{1}{\nu} \int_0^z z'' G(z'') dz''$$

いま境界層外縁における表示を得るため、上式において  $z \rightarrow \infty$  とおくと、境界層外縁における流速の非線型補正項の一周期間にわたる平均として、次式が得られる。

$$u_{2\infty} = \frac{1}{\nu} \int_0^\infty z G(z) dz \dots \dots \dots (9)$$

式(9)に式(8)を代入すると

## 重複波による質量輸送速度の平面分布

$$a_{2\infty} = \frac{1}{2\nu} [(U_0 U_{0x}^* + V_0 U_{0y}^*) \int_0^\infty [1 - (1 - e^{-\xi z}) \\ \times (1 - e^{-\xi^* z})] z dz + U_0 (U_{0x}^* + V_{0y}^*) \\ \times \frac{\xi}{\xi^*} \int_0^\infty [(\xi^* z - 1 + e^{-\xi^* z}) e^{-\xi z}] z dz] \quad \dots \dots \dots (10)$$

が得られる。

式(10)における積分の部分は、式のように計算できる。

$$\int_0^\infty [1 - (1 - e^{-\xi z}) (1 - e^{-\xi^* z})] z dz \\ = \int_0^\infty z e^{-\xi z} dz + \int_0^\infty z e^{-\xi^* z} dz - \int_0^\infty z e^{-(\xi + \xi^*)z} dz \\ = \frac{1}{(\xi^*)^2} + \frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{(\xi + \xi^*)^2} \\ = -\frac{\partial^2}{4} \\ \frac{\xi}{\xi^*} \int_0^\infty (\xi^* z - 1 + e^{-\xi^* z}) e^{-\xi z} z dz \\ = \xi \int_0^\infty z^2 e^{-\xi z} dz - \frac{\xi}{\xi^*} \int_0^\infty z e^{-\xi z} dz + \frac{\xi}{\xi^*} \int_0^\infty z e^{-(\xi^* + \xi)z} dz \\ = \frac{2}{\xi^2} - \frac{1}{\xi \cdot \xi^*} + \frac{\xi}{\xi^* (\xi^* + \xi)} \\ = -\frac{\partial^2}{2} - \frac{3}{4} \delta^2 i$$

上の積分を式(10)へ代入すると、境界層外縁における流速の非線型補正項の一周期にわたる平均値は、最終的に次式のように求まる。

$$a_{2\infty} = -\frac{1}{4\sigma} Re [3U_0 U_{0x}^* + V_0 U_{0y}^* + 2U_0 V_{0y}^* + 3iU_0 \\ \times (U_{0x}^* + V_{0y}^*)] \quad \dots \dots \dots (11)$$

となる。上式において  $\sigma = \frac{2\nu}{\partial^2}$  である。

同様にして  $y$  方向については、 $v_{2\infty}$  が次式のように得られる。

$$v_{2\infty} = -\frac{1}{4\sigma} Re [3V_0 V_{0y}^* + U_0 V_{0x}^* + 2V_0 U_{0x}^* \\ + 3iV_0 (V_{0y}^* + U_{0x}^*)] \quad \dots \dots \dots (12)$$

以上、述べてきた各流速は Euler 流の流速である。いま、Longuet-Higgins にならって、質量輸送速度を求めるために流速を Lagrange 流に変換する<sup>4)</sup>。そこで、Euler 流の流速を  $u_E(x, y, t)$ 、Lagrange 流の水粒子速度を  $U_L(x, y, t)$  とする。 $t=t_0$  における水粒子の位置を  $(x_0, y_0)$ 、 $t=t$  における水粒子の位置を  $(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y)$  とすると、変位  $\Delta x, \Delta y$  は次のようにあらわされる。

$$\Delta x = \int_{t_0}^t U_L dt$$

$$\Delta y = \int_{t_0}^t V_L dt$$

Lagrange 流の水粒子速度と、Euler 流の流速との関係は次式で与えられる。

$$U_L(x_0, y_0, t) = u_E(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y, t)$$

上式の右辺を Taylor 展開すると

$$U_L = u_E(x_0, y_0, t) + \Delta x \frac{\partial u_E}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial u_E}{\partial y} + \dots \dots \dots (13)$$

$$= u_E + \frac{\partial u_E}{\partial x} \int_{t_0}^t U_L dt + \frac{\partial u_E}{\partial y} \int_{t_0}^t V_L dt$$

となる。

ここで Euler 流の流速を、周期的な成分  $u_{E1}$  と、非線型補正項  $u_{E2}$  との和として次のように表示する。

$$u_E = u_{E1} + u_{E2}$$

$$v_E = v_{E1} + v_{E2}$$

上記の関係式を式(13)へ代入すると、

$$U_L = u_{E1} + u_{E2} + \frac{\partial(u_{E1} + u_{E2})}{\partial x} \int_{t_0}^t U_L dt \\ + \frac{\partial(u_{E1} + u_{E2})}{\partial y} \int_{t_0}^t V_L dt$$

となる。

$u_{E1} \gg u_{E2}, v_{E1} \gg v_{E2}$  と考えて微小項を省略し、上式を一周期にわたって積分すると、質量輸送速度  $U_M(x, y)$  が式のように得られる。

$$U_M(x, y) = u_{E2} + \overline{\frac{\partial u_{E1}}{\partial x} \int_{t_0}^t u_{E1} dt} \\ + \overline{\frac{\partial u_{E1}}{\partial y} \int_{t_0}^t v_{E1} dt} \quad \dots \dots \dots (14)$$

ところで、境界層外縁においては

$$u_{E1} = Re [U_0(x, y) e^{i\omega t}]$$

$$v_{E1} = Re [V_0(x, y) e^{i\omega t}]$$

$$u_{E2} = a_{2\infty}$$

であるから、式(14)へ上式と式(11)を代入すると、本節で求めている境界層外縁における質量輸送速度の一般的表示式として、次式が得られる。

$$U_M(x, y, \infty) \\ = a_{2\infty} + Re \left\{ U_0 x e^{i\omega t} \cdot U_0 \frac{i}{\sigma} (e^{i\omega t_0} - e^{i\omega t}) \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & + \operatorname{Re} \left\{ U_{0y} e^{i\sigma t} \cdot V_0 \frac{i}{\sigma} (e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}) \right\} \\
 & = a_{2\infty} - \frac{1}{2\sigma} \operatorname{Re} \{ iU_0 U_{0x}^* + iV_0 U_{0y}^* \} \\
 & = -\frac{1}{4\sigma} \operatorname{Re} \{ 3U_0 U_{0x}^* + V_0 U_{0y}^* + 2U_0 V_{0y}^* \\
 & \quad + i(5U_0 U_{0x}^* + 3U_0 V_{0y}^* + 2V_0 U_{0y}^*) \} \quad \dots \dots \dots (15)
 \end{aligned}$$

同様にして、境界層外縁における  $y$  方向の質量輸送速度として、次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 V_M(x, y, \infty) \\
 = -\frac{1}{4\sigma} \operatorname{Re} \{ 3V_0 V_{0y}^* + U_0 V_{0x}^* + 2V_0 U_{0x}^* \\
 + i(5V_0 V_{0y}^* + 3V_0 U_{0x}^* + 2U_0 V_{0x}^*) \} \quad \dots \dots \dots (16)
 \end{aligned}$$

## 2.2 斜め入射部分重複波の場合の境界層外縁における流速の誘導

斜め入射部分重複波の場合の境界層外縁における質量輸送速度を求めるには、式(15), (16)における  $U_0, V_0, U_{0x}^*, V_{0x}^*, U_{0y}^*, V_{0y}^*$  を、斜め入射部分重複波の場合について求める必要がある。

堤体前面において斜め入射部分重複波が形成される場合を考えて図-1のように座標を設定する。図において  $(x, y)$  は堤体とその直角方向に対する直交座標、 $(x_i, y_i)$  は入射波に対する直交座標、 $(x_r, y_r)$  は反射波に対する直交座標である。また、鉛直方向  $z$  軸の原点は水面とする。

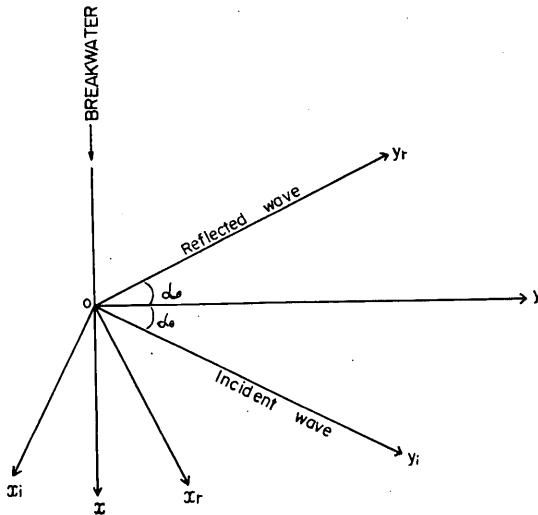


図-1 座 標 系  
Fig.-1 Co-ordinates

微小振幅波理論より、入射波に対する速度ポテンシャル、反射波に対する速度ポテンシャルは各々次式のようになる。

$$\phi_i = -\frac{a_i g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cos(ky_i + \sigma t) \quad \dots \dots \dots (17)$$

$$\phi_r = \frac{a_r g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cos(ky_r - \sigma t + \delta_2) \quad \dots \dots \dots (18)$$

上式において

$\phi_i$ ；入射波に対する速度ポテンシャル

$\phi_r$ ；反射波に対する速度ポテンシャル

$a_i$ ；入射波の振幅

$a_r$ ；反射波の振幅

$$\sigma; \frac{2\pi}{T}$$

$$k; \frac{2\pi}{L}$$

$h$ ；水深

$\delta_2$ ；入射波に対する反射波の位相の遅れ

である。

入射波、反射波に対する座標系  $(x_i, y_i), (x_r, y_r)$  と堤体に対する座標系  $(x, y)$  との関係は、図-1から次のように求まる。

$$\begin{cases} y_i = x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i \\ y_r = -x \sin \alpha_r + y \cos \alpha_r \end{cases} \quad \dots \dots \dots (19)$$

上式において  $\alpha_i$  は波の入射角である。

式(19)を式(17), (18)へ代入すると、入射波および反射波に対する速度ポテンシャルは次式のように堤体に対する座標系  $(x, y)$  で表示される。

$$\begin{aligned}
 \phi_i &= -\frac{a_i g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \\
 &\quad \times \cos [k(x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i) + \sigma t]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \phi_r &= \frac{a_r g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \\
 &\quad \times \cos [k(-x \sin \alpha_r + y \cos \alpha_r) - \sigma t + \delta_2]
 \end{aligned}$$

したがって、斜め入射部分重複波に対する速度ポテンシャルが、入射波および反射波の速度ポテンシャルの和として次式のように得られる。

$$\begin{aligned}
 \phi_T &= \phi_i + \phi_r \\
 &= -(a_i - a_r) \frac{g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \\
 &\quad \times \cos [k(x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i) + \sigma t] \\
 &\quad + a_r \frac{g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} [-\cos [k(x \sin \alpha_r \\
 &\quad + y \cos \alpha_r) - \sigma t + \delta_2]
 \end{aligned}$$

### 重複波による質量輸送速度の平面分布

$$\begin{aligned} &+y \cos \alpha_0)+\sigma t]+\cos [k(-x \sin \alpha_0 \\ &+y \cos \alpha_0)-\sigma t+\delta_2)] \\ = &\phi_1+\phi_2 \end{aligned} \quad \dots(20)$$

上式において

$$\begin{aligned} \phi_1 = &-\left(a_1-a_r\right) \frac{g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \\ &\times \cos [k(x \sin \alpha_0+y \cos \alpha_0)+\sigma t] \end{aligned} \quad \dots(21)$$

$$\begin{aligned} \phi_2 = &a_r \frac{g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}[-\cos [k(x \sin \alpha_0+y \cos \alpha_0) \\ &+\sigma t]+\cos [k(-x \sin \alpha_0+y \cos \alpha_0)-\sigma t+\delta_2]] \end{aligned} \quad \dots(22)$$

である。

式(20)～(22)は、 $\phi_T$  が進行波の速度ポテンシャルの形をした  $\phi_1$  と、重複波の速度ポテンシャルの形をした  $\phi_2$  の和であると考えられることを示している。

$\phi_2$  については、 $y=0$  において任意時刻に次の境界条件が成立する。

$$\begin{aligned} V = &-\frac{\partial \phi_2}{\partial y} \\ = &0 \end{aligned}$$

$\phi_2$  を上記の境界条件へ代入すると

$\sin (kx \sin \alpha_0+\sigma t)=\sin (-kx \sin \alpha_0-\sigma t+\delta_2)$  となる。いま  $t$  は任意だから次式が成立する。

$$t=0 \text{ において } \sin (kx \sin \alpha_0)=\sin (-kx \sin \alpha_0+\delta_2)$$

$$\sigma t=\frac{\pi}{2} \text{ において }$$

$$\cos (kx \sin \alpha_0)=-\cos (-kx \sin \alpha_0+\delta_2)$$

したがって、 $\delta_2=\pi, 3\pi, \dots, (2n-1)\pi$  となる。

$\delta_2$  を式(22)へ代入すると

$$\begin{aligned} \phi_2 = &-a_r \frac{g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}[\cos [k(x \sin \alpha_0+y \cos \alpha_0) \\ &+\sigma t]+\cos [k(-x \sin \alpha_0+y \cos \alpha_0)-\sigma t]] \\ = &-\frac{2 a_r g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \\ &\times \cos (ky \cos \alpha_0) \cos (kx \sin \alpha_0+\sigma t) \end{aligned}$$

となる。

上式において

$$\alpha=k \sin \alpha_0$$

$$\beta=k \cos \alpha_0$$

$$A=\left(a_1-a_r\right) \frac{g}{\sigma \cosh kh}$$

$$B=2 a_r \frac{g}{\sigma \cosh kh}$$

とおき、 $\sigma t$  のかわりに  $\sigma t+\frac{\pi}{2}$  を代入して時間を shift すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \phi_T = &\{A \sin (\alpha x+\beta y+\sigma t) \\ &+B \cos \beta y \sin (\alpha x+\sigma t)\} \cosh k(h+z) \end{aligned}$$

上式において  $z=-h$  とおくと、底面における斜め入射部分重複波の速度ポテンシャル  $\phi_{T'}$  は次式のように求まる。

$$\phi_{T'}=A \sin (\alpha x+\beta y+\sigma t)+B \cos \beta y \sin (\alpha x+\sigma t) \quad \dots(23)$$

したがって、底面における  $x, y$  方向の流速は、次式のように求まる。

$$\begin{aligned} U = &-\frac{\partial \phi_{T'}}{\partial x} \\ = &-A \alpha \cos (\alpha x+\beta y+\sigma t)-B \alpha \cos \beta y \cos (\alpha x+\sigma t) \\ = &R e\{-A \alpha e^{i(\alpha x+\beta y)}-B \alpha \cos \beta y e^{i \alpha x}\} e^{i \sigma t} \end{aligned} \quad \dots(24)$$

$$\begin{aligned} V = &-\frac{\partial \phi_{T'}}{\partial y} \\ = &-A \beta \cos (\alpha x+\beta y+\sigma t)+B \beta \sin \beta y \cdot \sin (\alpha x+\sigma t) \\ = &R e\{-A \beta e^{i(\alpha x+\beta y)}-i B \beta \sin \beta y e^{i \alpha x}\} e^{i \sigma t} \end{aligned} \quad \dots(25)$$

### 2.3 斜め入射部分重複波による質量輸送速度の分布式と数値計算による検討

式(24), (25)のように得られた流速は、式(1), (2)における境界層外縁での流速の周期成分  $U_1, V_1$  に等しいと考えられる。したがって

$$\left.\begin{aligned} U_0(x, y) &=-A \alpha \cdot e^{i(\alpha x+\beta y)}-B \alpha \cos \beta y \cdot e^{i \alpha x} \\ U_0^*(x, y) &=-A \alpha \cdot e^{-i(\alpha x+\beta y)}-B \alpha \cos \beta y \cdot e^{-i \alpha x} \\ V_0(x, y) &=-A \beta \cdot e^{i(\alpha x+\beta y)}-i B \beta \sin \beta y \cdot e^{i \alpha x} \\ V_0^*(x, y) &=-A \beta \cdot e^{-i(\alpha x+\beta y)}+i B \beta \sin \beta y \cdot e^{-i \alpha x} \end{aligned}\right\} \quad \dots(26)$$

となる。

さらに式(26)を微分して

$$\left.\begin{aligned} U_{0x}^* &=A \alpha^2 i e^{-i(\alpha x+\beta y)}+B \alpha^2 i \cos \beta y \cdot e^{-i \alpha x} \\ U_{0y}^* &=A \alpha \beta i e^{-i(\alpha x+\beta y)}+B \alpha \beta \sin \beta y \cdot e^{-i \alpha x} \\ V_{0x}^* &=A \alpha \beta i e^{-i(\alpha x+\beta y)}+B \alpha \beta \sin \beta y \cdot e^{-i \alpha x} \\ V_{0y}^* &=A \beta^2 i e^{-i(\alpha x+\beta y)}+i B \beta^2 \cos \beta y \cdot e^{-i \alpha x} \end{aligned}\right\} \quad \dots(27)$$

が得られる。

式(26), (27)より式(15), (16)の右辺各項が次のように求まる。

$$\begin{aligned}U_0 U_{0x}^* &= [-A^2 \alpha^3 - B^2 \alpha^3 \cos^2 \beta y - 2AB\alpha^3 \cos^2 \beta y] i \\V_0 U_{0y}^* &= [-\alpha \beta^2 A^2 - \alpha \beta^2 B^2 \sin^2 \beta y - 2\alpha \beta^2 AB \sin^2 \beta y] i \\U_0 V_{0y}^* &= [-\alpha \beta^2 A^2 - \alpha \beta^2 B^2 \cos^2 \beta y - 2\alpha \beta^2 AB \cos^2 \beta y] i \\V_0 V_{0y}^* &= \beta^3 B^2 \cos \beta y \sin \beta y + 2\beta^3 AB \cos \beta y \sin \beta y \\&\quad + [-\beta^3 A^2 - \beta^3 AB] i \\U_0 V_{0x}^* &= -\alpha^2 \beta B^2 \cos \beta y \cdot \sin \beta y - 2\alpha^2 \beta AB \cos \beta y \cdot \sin \beta y \\&\quad + [-\alpha^2 \beta A^2 - \alpha^2 \beta AB] i \\V_0 U_{0x}^* &= \alpha^2 \beta B^2 \cos \beta y \cdot \sin \beta y + 2\alpha^2 \beta AB \cdot \cos \beta y \cdot \sin \beta y \\&\quad + [-\alpha^2 \beta A^2 - \alpha^2 \beta AB] i\end{aligned}$$

上式を式(15), (16)へ代入すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned}U_M(x, y, \infty) &= -\frac{\alpha}{4\sigma} [(4\alpha^2 + k^2)(2A + B) \cdot B \cdot \cos^2 \beta y + 5k^2 A^2 \\&\quad + 2B\beta^2(2A + B)] \dots \quad (28)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V_M(x, y, \infty) &= -\frac{\beta}{8\sigma} [B(2A + B)(k^2 + 2\beta^2) \sin 2\beta y + 10Ak^2 \\&\quad \times (A + B)] \dots \quad (29)\end{aligned}$$

式(28), (29)へ

$$\begin{aligned}A &= (a_i - a_r) \frac{g}{\sigma \cosh kh} \\B &= 2a_r \frac{g}{\sigma \cosh kh} \\ \frac{a_r}{a_i} &= R\end{aligned}$$

R ; 反射率

を代入すると、斜め入射部分重複波が形成された場合の境界層外縁における質量輸送速度の堤体に直角および平行方向成分  $U_M$ ,  $V_M$  は、各々次式のように求められる。

$$\begin{aligned}U_M(x, y, \infty) &= -\frac{\alpha}{8\sigma} a_i^2 \left( \frac{g}{\sigma \cosh kh} \right)^2 (16R\alpha^2 \cos 2\beta y + 4Rk^2 \\&\quad \times \cos 2\beta y + 10k^2 + 10R^2k^2) \dots \quad (30)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V_M(x, y, \infty) &= -\frac{\beta}{8\sigma} a_i^2 \left( \frac{g}{\sigma \cosh kh} \right)^2 [4R(k^2 + 2\beta^2) \sin 2\beta y \\&\quad + 10k^2(1 - R^2)] \dots \quad (31)\end{aligned}$$

が得られる。

次に式(30), (31)より、質量輸送速度を無次元表示して示すと、次式のようになる。

$$\begin{aligned}\frac{U_M}{a_i^2} L_0 T &= \frac{1}{2\sigma^2 k} \cdot \tanh kh \left( \frac{g}{\sigma \cosh kh} \right)^2 : (16R\alpha^2 \cos 2\beta y \\&\quad + 10k^2(1 - R^2))\end{aligned}$$

$$+ 4Rk^2 \cos 2\beta y + 10k^2 + 10R^2k^2) \dots \quad (32)$$

$$\begin{aligned}\frac{V_M}{a_i^2} L_0 T &= -\frac{\beta\pi^2}{2\sigma^2 k \tanh kh} \left( \frac{g}{\sigma \cosh kh} \right)^2 \cdot [4R(k^2 + 2\beta^2) \sin 2\beta y \\&\quad + 10k^2(1 - R^2)] \dots \quad (33)\end{aligned}$$

堤体に直角方向から波が入射し、完全重複波が形成された場合には、式(30), (31)の各係数が次のようにおける。

$$\alpha = 0$$

$$k = \beta = \frac{2\pi}{L}$$

$$\sigma = \frac{2\pi}{T}$$

$$R = 1$$

$$A = 0$$

$$a_i = \frac{H_L}{4}$$

ここで  $H_L$  は、堤体に直角方向から波が入射する場合にできる完全重複波の腹の波高である。

したがって

$$U_M(x, y, \infty) = 0$$

$$V_M(x, y, \infty) = 0$$

$$\left. \begin{aligned} &= -\frac{3}{8} \cdot \frac{\pi^2}{\sinh^2 kh} \left( \frac{H_L}{L} \right)^2 \cdot \left( \frac{L}{T} \right) \cdot \sin 2ky \end{aligned} \right\} \dots \quad (34)$$

となる。式(34)は、浅海重複波が形成される場合に、層流境界層外縁における質量輸送速度として、野田や Longuet-Higgins が与えた式と一致する。

また、堤体に直角方向から波が入射するが、反射率が 0 の場合には、式(30), (31)の各係数が次のようにおける。

$$\alpha = 0$$

$$\beta = k = \frac{2\pi}{L}$$

$$\sigma = \frac{2\pi}{T}$$

$$R = 0$$

$$a_i = \frac{H}{2}$$

ここで  $H$  は、入射波の波高である。

したがって

$$U_M(x, y, \infty) = 0$$

$$V_M(x, y, \infty) = 0$$

$$\left. \begin{aligned} &= -\frac{5}{4} \cdot \frac{\pi^2}{\sinh^2 kh} \left( \frac{H}{L} \right)^2 \cdot \left( \frac{L}{T} \right) \end{aligned} \right\} \dots \quad (35)$$

### 重複波による質量輸送速度の平面分布

となる。式(35)は、進行波における境界層外縁での質量輸送速度として、野田や Longuet-Higgins が与えた式と一致する。

#### 質量輸送速度におよぼす波入射角の効果

図-2(a), 図-2(b) は、質量輸送速度におよぼす波の入射角の効果を示すものである。図-2(a)において縦軸は、無次元化された質量輸送速度の堤体に直角方向の成分;  $\frac{V_M}{a_i^2} L_0 T$ , あるいは堤体に平行方向の成分;  $\frac{U_M}{a_i^2} L_0 T$

$$\begin{aligned} R &= 1.0 \\ T &= 1.0 \text{ sec} \\ h &= 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

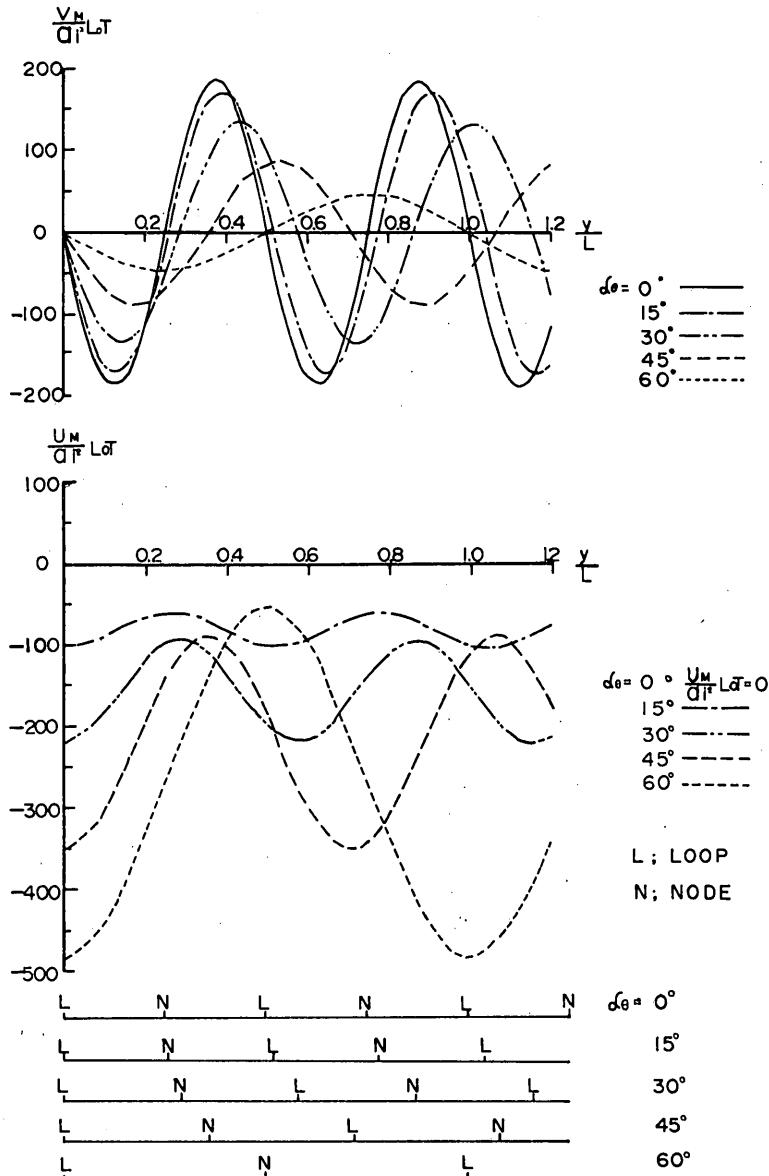


図-2(a) 質量輸送速度におよぼす波の入射角の効果  
Fig.-2(a) Effect of Incident Angle on the mass transport velocity

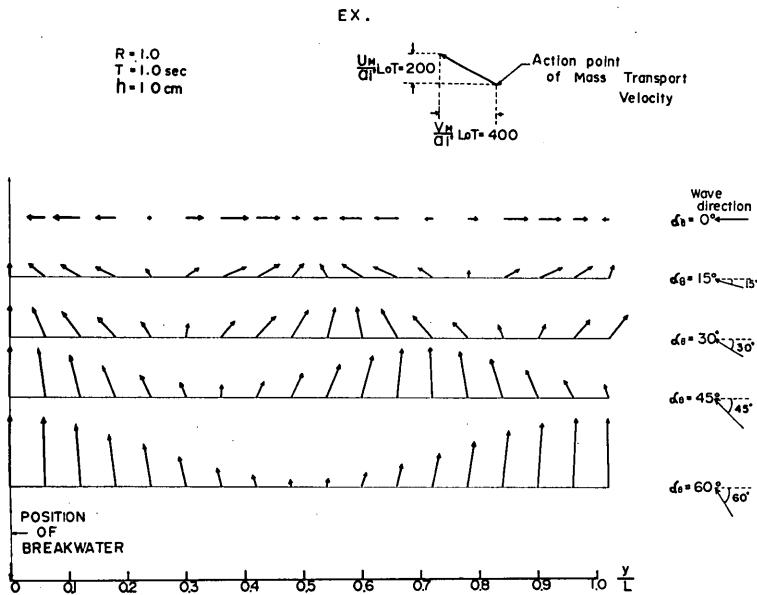


図-2(b) 質量輸送速度ベクトルにおよぼす波の入射角の効果  
Fig.-2(b) Effect of Incident Angle on the mass transport velocity vector

を各々示し、横軸は無次元化された堤体からの距離； $y/L$  を示している。また、符号の正負は、図-1にしたがっている。すなわち、 $\frac{V_M}{a_i^2} L_0 T$  が負であることは堤体に向う質量輸送速度を意味し、 $\frac{U_M}{a_i^2} L_0 T$  が負であることは堤体表面に立てた垂線に対して、波の反射する側へ向う質量輸送速度を表わしている。また、 $y/L$  の原点は堤体位置を示し、 $y/L$  の増加は堤体から離れることを意味する。さらに図-2(b) のベクトルの表示において、ベクトルの始点は質量輸送速度の生ずる位置であり、ベクトルの大きさは図中に示したスケールにしたがって、質量輸送速度の大きさを示している。（これらは、以下の図-3 図-4、図-5についても同様である。）

堤体前面において重複波が形成される場合、 $\alpha_i = 0^\circ$  の時には  $y/L = 0, 0.5, 1.0, \dots$  の位置において腹が生じ、 $y/L = 0.25, 0.75, 1.25, \dots$  の位置において節を生じる入射角が増加するに伴ない、隣りあう腹と節との間の間隔は大きくなっている、 $\alpha_i = 60^\circ$  の場合には  $y/L = 0, 1.0, 2.0, \dots$  の位置において腹が生じ、 $y/L = 0.5, 1.5, 2.5$  の位置において節を生じる。

図2(a) によると、質量輸送速度の堤体に直角方向成分は反射率  $R=1.0$  の場合には重複波の腹、節において 0 となり、腹、節の中間において、その絶対値の極値が生じる。したがって質量輸送は、常に重複波の節を中心

としその両側の腹に向う。 $\alpha_i$  の増加にともない上述のように重複波の波長は増大し、極値の間隔は広くなり、堤体前面のある固定した点では質量輸送の向きも変化していく。また、 $\alpha_i$  の増加にともない質量輸送速度の変動幅は減少していく。一方、質量輸送速度の堤体沿い方向成分はすべて負となり、絶対値の極大は腹に、極小は節に生ずる。堤体直角成分の場合と同様  $\alpha_i$  の増加に伴なう重複波長の増大によって、質量輸送速度の極値間の間隔が広くなっていく。また、質量輸送速度の絶対値は直角成分とは逆に、 $\alpha_i$  の増加に伴なって増加し、その変動幅も大きくなってくる。

図-2(b) によると、質量輸送速度の向きは常に腹へ集中し、その流速は腹に近づくほど大きくなっている。 $\alpha_i = 0^\circ$  の場合には堤体と直角をなす方向に質量輸送が存在するが、 $\alpha_i$  の増加にともない堤体と平行に近い方向をなす向きの質量輸送となり、 $\alpha_i$  が  $30^\circ$  より大になると、堤体とほとんど平行な方向の質量輸送を示す範囲が広くなっている。

#### 質量輸送速度におよぼす反射率の効果

図-3(a)、図-3(b) は質量輸送速度におよぼす反射率の効果を示す。図-3(a) によると、質量輸送速度の堤体と直角方向成分は、完全重複波を示す  $R=1.0$  の場合には重複波の節を中心として両側の腹に向っているが、 $R$

重複波による質量輸送速度の平面分布

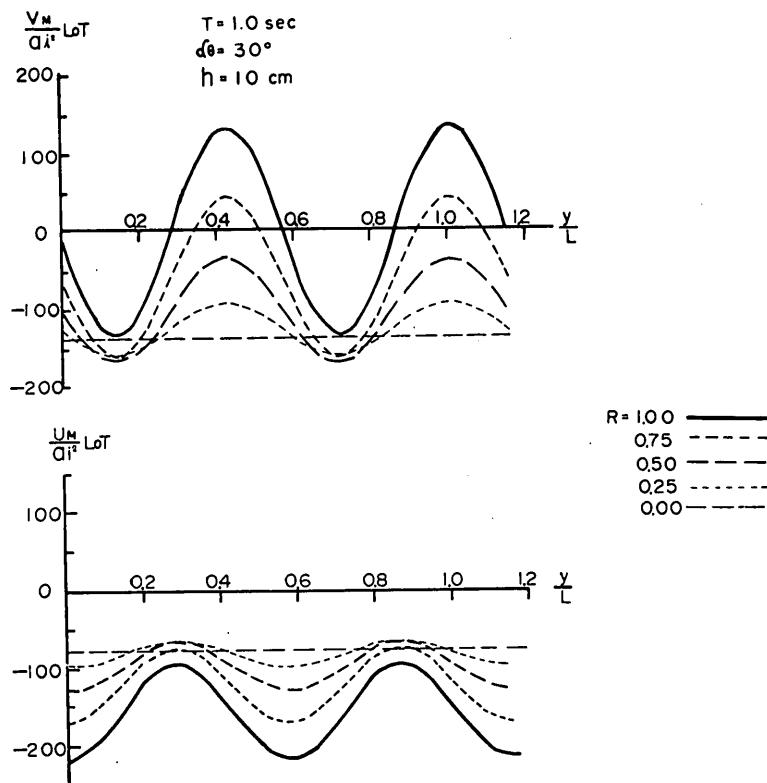


図-3(a) 質量輸送速度におよぼす反射率の効果  
Fig.-3(a) Effect of Reflection Coefficient on the mass transport velocity

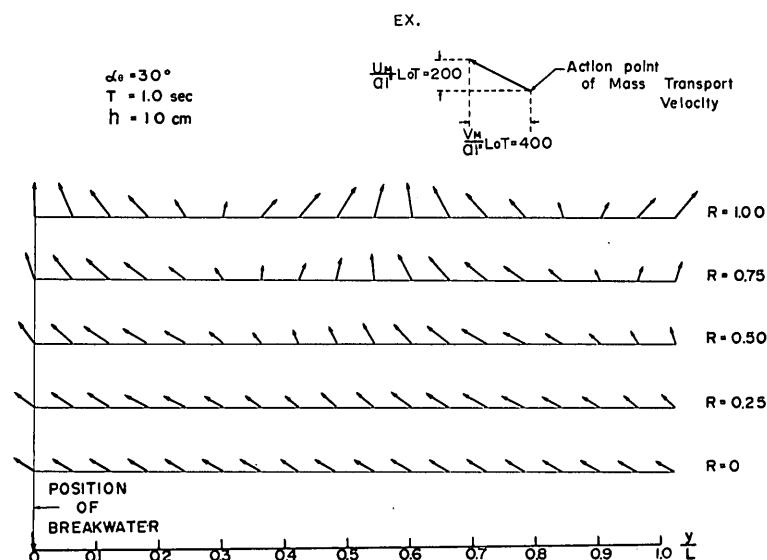


図-3(b) 質量輸送速度ベクトルにおよぼす反射率の効果  
Fig.-3(b) Effect of Reflection Coefficient on the mass transport velocity vector

の減少に伴ない進行波的性格が強まり、堤体向きの質量輸送を示す範囲が広くなってくる。また、反射率の減少とともに质量輸送速度の場所的な変動が小さくなり、 $R=0$  の場合には進行波の質量輸送速度を示し、場所的な変動がなくなる。一方、質量輸送速度の堤体沿い方向成分は、 $R$  の減少に伴ないその極大値が小さくなり、場所的な変動も小さくなつて  $R=0$  において、堤体からの距離のいかんにかかわらず一定となる。

図-3(b)によると、 $R=1.0$ においては重複波の腹に集中する質量輸送が存在する。 $R=0.75$ においては、腹

より若干堤体より質量輸送が集中するようになり、堤体から離れる向きの質量輸送を示す範囲が狭くなる。 $R=0.5$  以下においては、質量輸送はすべて堤体に向う方向となり、 $R=0$  において波向き方向と質量輸送速度の向きが一致する。これと同時に、反射率の減少に伴って質量輸送速度の場所的変動が小さくなる。

#### 質量輸送速度におよぼす周期の効果

図-4(a)、図-4(b)は、質量輸送速度におよぼす周期の効果を示す。図-4(a)によると、質量輸送速度の堤体と直角方向の成分の絶対値は、周期の増加にともない急

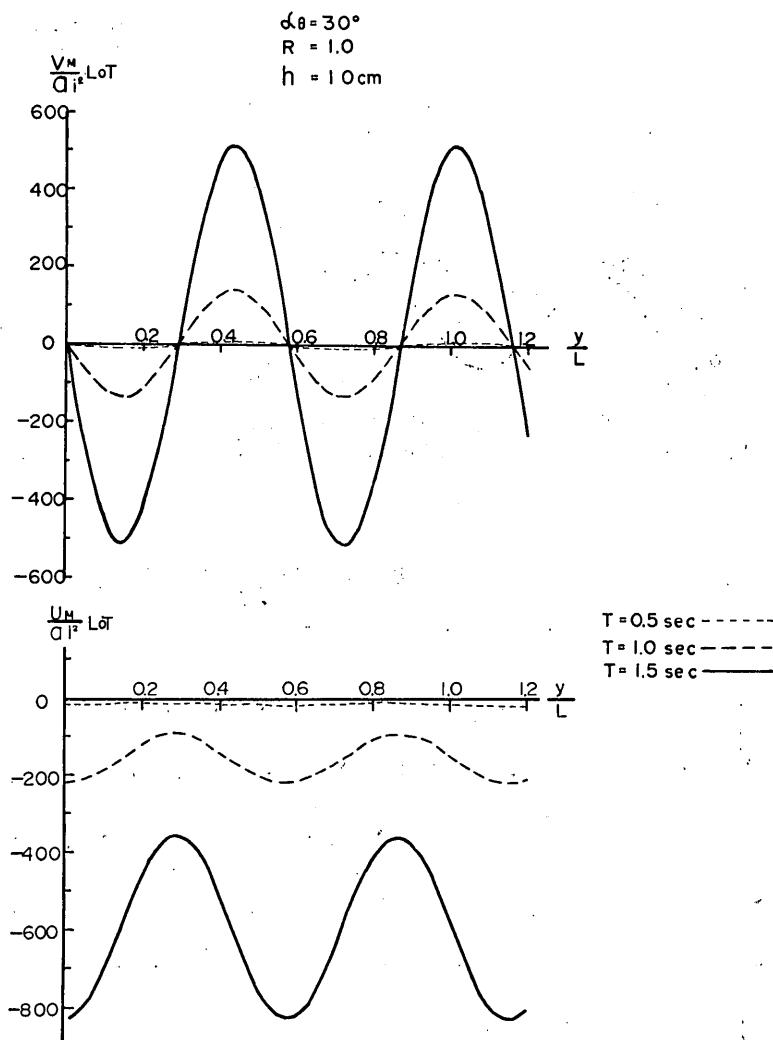


図-4(a) 質量輸送速度におよぼす周期の効果  
Fig.-4(a) Effect of Wave Period on the mass transport velocity

重複波による質量輸送速度の平面分布

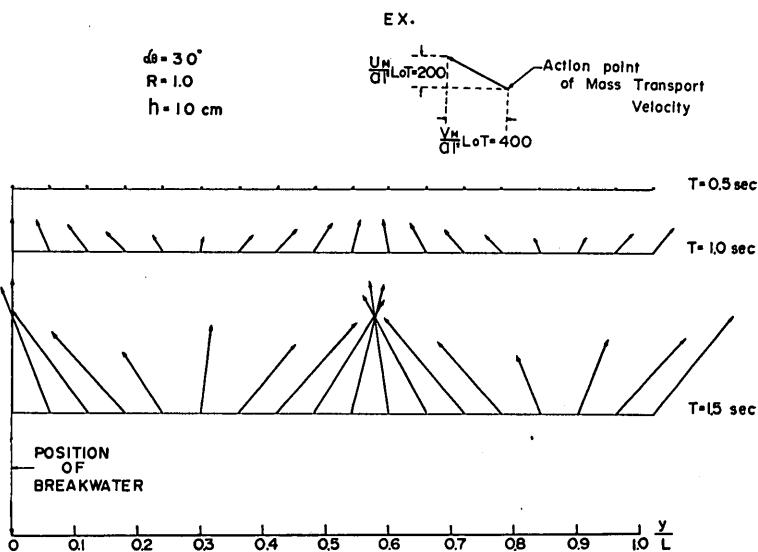
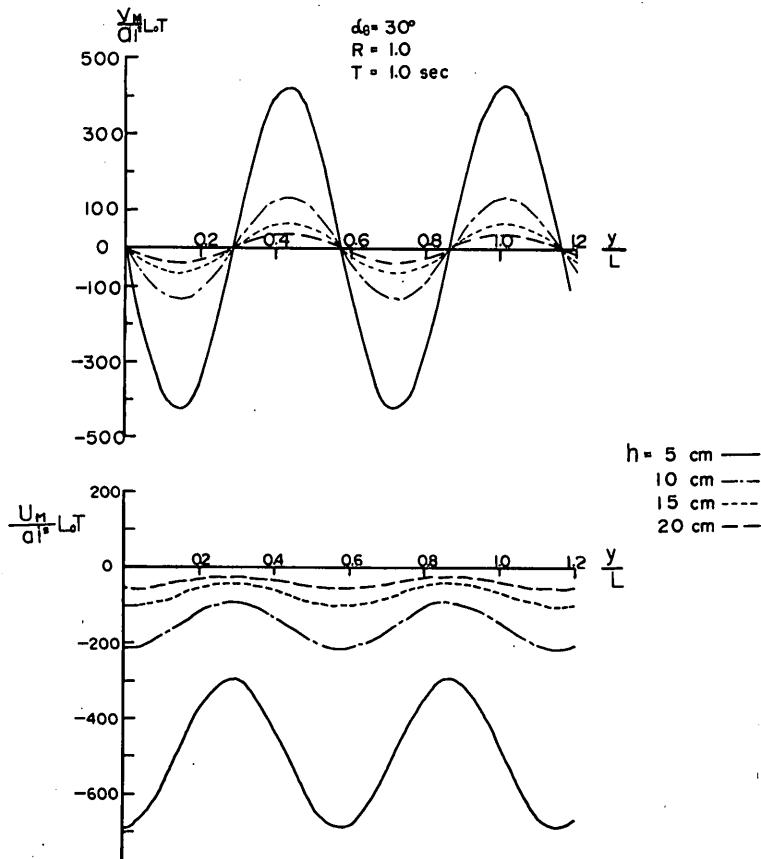


図-4(b) 質量輸送速度ベクトルにおよぼす周期の効果  
 Fig.-4(b) Effect of Wave Period on the mass transport velocity vector



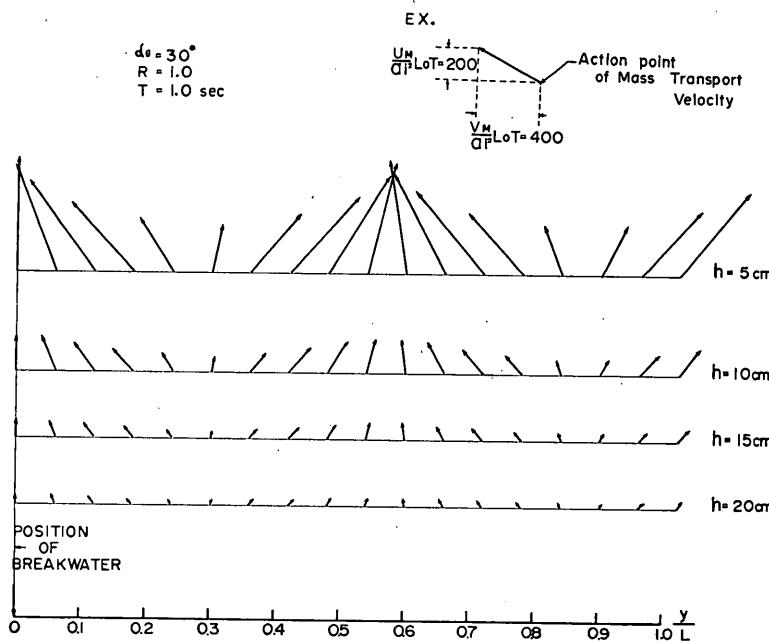


図-5(b) 質量輸送速度ベクトルにおよぼす水深の効果  
Fig.-5(b) Effect of Water Depth on the mass transport velocity vector

激に増加する。一方、質量輸送速度の堤体沿い方向成分の絶対値も、周期の増大とともに増大する。

図-4(b)によると、周期の増大とともに質量輸送速度ベクトルの絶対値が急激に大きくなっていく。

#### 質量輸送速度におよぼす水深の効果

図-5(a)、図-5(b)は、質量輸送速度におよぼす水深の効果を示す。図-5(a)によると、水深の減少とともに、質量輸送速度の堤体と直角方向成分、堤体沿い方向成分とともに、その絶対値は増加する。図-5(b)によると水深の減少とともに、質量輸送速度ベクトルの絶対値は急激に増大していく。

なお、質量輸送速度に波高がおよぼす効果については

式(30)、式(31)から質量輸送速度が波高の2乗に比例することがわかる。

### 3. 質量輸送速度の分布に関する実験

#### 3.1 実験施設および実験方法

2における結果を検討するために、石炭粉および砂をトレーサーとして実験を行なった。実験水槽諸元は図-6に示されている通りであり、造波機はプランジャー型である。滑らかな海底面を得るために、水槽のはば中央部に  $145\text{cm} \times 69\text{cm}$  のガラス板をしき、長さ  $180\text{cm}$ 、高さ  $35\text{cm}$  のアクリライト板を背面支持構造でガラス板に立て、完全反射の条件をととのえた。なお、ガラス板の裏

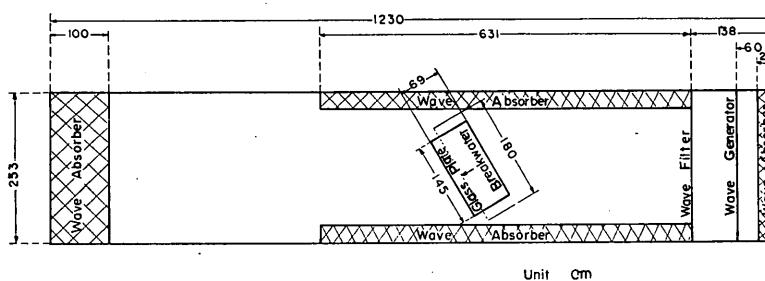


図-6 実験水槽の諸元  
Fig.-6 Sketch of experimental tank

## 重複波による質量輸送速度の平面分布

面の  $30\text{cm} \times 80\text{cm}$  の範囲にガラス切りによって  $1\text{cm}$  メッシュで刻み目をつけ、刻み目に黒色の墨を流しこんだ後、その上から白色ペンキをぬって、ガラス板の上に明瞭な座標系を作った。水槽全景を写真-1に示す。

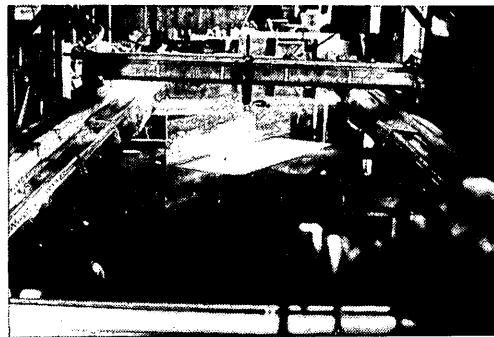


写真-1 実験水槽と装置  
Photo-1 Experimental tank and equipment

実験ケースおよびその条件は、表-1に示すとおりである。表中、入射波高  $H_i$  は堤体設置場所の水路中央部において、堤体をとりはらい容差型波高計によって測定した。なお、水槽横断方向の波高のばらつきは、最大10%程度であった。Exp. 6～Exp. 15 については、造波機位置における水深が浅いと所定の波高が得られないため、水槽中央部に幅  $150\text{cm}$ 、長さ  $200\text{cm}$ 、高さ  $12\text{cm}$  の台をおいてかさ上げし、その上にガラス板、堤体をおいてガラス板上の水深を  $7.0\text{cm}$  とした。波長  $L$ 、重複波の底面水粒子速度の最大値  $u_A$  は、微小振幅波理論によって計算した。 $\delta$  は  $\sqrt{\nu T/\pi}$  によって計算し、境界層厚  $\delta_B$ 、逆転層厚  $\delta_i$  は、野田にならって  $\delta_B = 7.07\delta$ 、 $\delta_i = 1.27\delta$  として計算した。 $\delta_B$ 、 $\delta_i$  は波が直角方向から入射し、完全重複波が形成され、滑面層流境界層となる場合について、野田および Longuet-Higgins により与えられているが、境界層の状態を把握するための特性量として示し

Table-1 Experimental Case and Data  
表-1 実験ケースと条件

Experimental Case	$\alpha_\theta$ (°)	$T$ (sec)	$h$ (cm)	$H_i$ (cm)	$L$ (cm)	$H_i/L$	$\delta$ (cm)	$\delta_B$ (cm)	$\delta_i$ (cm)	$u_A$ (cm/sec)	$u_c$ (cm/sec)	$\nu$ (cm $^2$ /sec)	$R_e$	Tracer
1	0	0.53	18	2.6	43	0.0599	0.032	0.22	0.040	4.6	2.9	0.0118	12	Coal
2	15	0.53	18	2.6	43	0.0597	0.032	0.22	0.040	4.4	2.9	0.0118	12	Coal
3	30	0.53	18	2.4	43	0.0558	0.031	0.22	0.039	3.7	2.9	0.0114	10	Coal
4	45	0.53	18	2.7	43	0.0613	0.032	0.22	0.040	3.3	2.9	0.0119	9	Coal
5	60	0.53	18	2.6	43	0.0599	0.032	0.23	0.041	4.0	2.9	0.0121	11	Coal
6	0	0.40	7	1.5	24	0.0626	0.028	0.20	0.036	7.5	2.6	0.0127	17	Coal
7	15	0.40	7	1.6	24	0.0676	0.028	0.20	0.036	8.0	2.6	0.0127	18	Coal
8	30	0.40	7	1.8	24	0.0769	0.028	0.20	0.036	8.0	4.9	0.0127	18	Sand
9	45	0.40	7	1.5	24	0.0609	0.028	0.20	0.036	5.2	4.9	0.0125	12	Sand
10	60	0.40	7	1.5	24	0.0626	0.028	0.20	0.036	6.5	2.6	0.0126	14	Coal
11	0	0.53	7	2.1	37	0.0560	0.033	0.23	0.042	16.1	5.4	0.0127	42	Sand
12	15	0.53	7	1.9	37	0.0514	0.032	0.23	0.041	14.5	5.4	0.0124	37	Sand
13	30	0.53	7	2.3	37	0.0631	0.032	0.22	0.040	15.7	5.4	0.0119	42	Sand
14	45	0.53	7	2.0	37	0.0549	0.033	0.23	0.042	11.2	5.4	0.0127	29	Sand
15	60	0.53	7	2.0	37	0.0546	0.032	0.23	0.041	13.6	5.4	0.0123	35	Sand

ておいた。移動限界流速  $u_c$  は、佐藤、田中の検討<sup>5)</sup>にしたがって各々のトレーサーについて、初期移動の状態を実験によって定め、算出したものである。動粘性係数  $\nu$  は、実験の前後に水温を測定し、その平均値から求めた。レイノルズ数  $Re$  は  $\frac{u_A \delta}{\nu}$  によって計算した。実験においてトレーサーとして用いられた石炭粉末、砂の粒径加積曲線は、図-7、図-8に示されている。石炭粉末の諸元は、中央粒径  $d_{50}=0.21\text{mm}$ 、ふるい分け係数  $S_0=$

$\sqrt{d_{75}/d_{25}}=1.27$ 、比重  $\rho=1.60$  である。しかし、その比重は  $1.50 \sim 1.65$  の範囲でばらつきが大きく、材質的にはそれほど均質な材料とはいえない。砂の諸元は  $d_{50}=0.16\text{mm}$ 、 $S_0=1.21$ 、 $\rho=2.73$  である。

質量輸送速度の分布の検討は、次の方法によった。すなわちスポットを使って、ガラス板上の座標系の交点にトレーサーをとき、一定時間波を作成させた後、水槽上方から写真-2に示すように写真撮影をおこなった。この

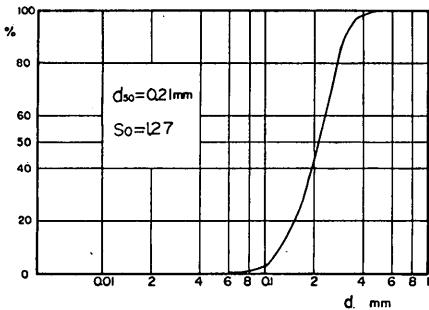


図-7 粒径加積曲線（石炭粉）  
Fig.-7 Grain size accumulation curve (Coal)

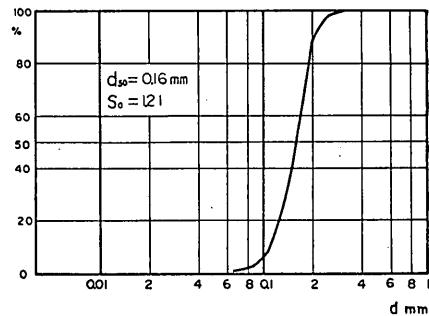


図-8 粒径加積曲線（砂）  
Fig.-8 Grain size accumulation curve (Sand)

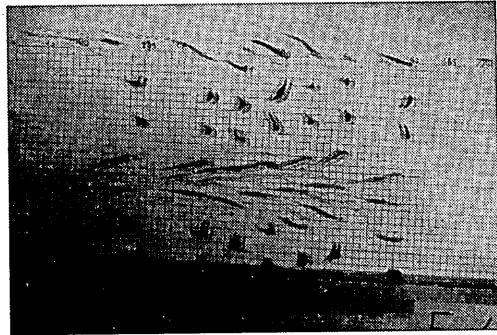
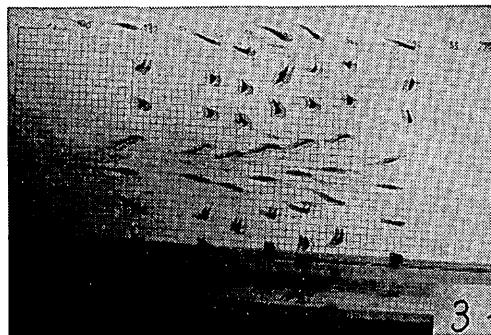
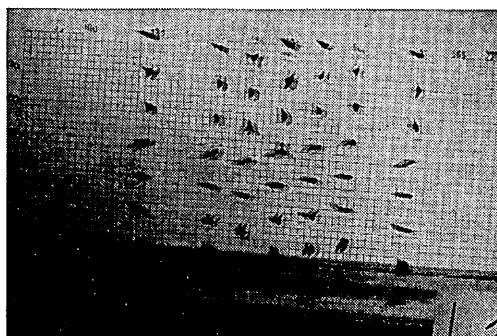
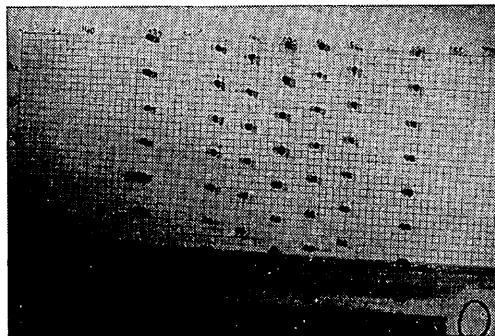


写真-2 トレーサーの移動 (Exp. 13)  
Photo-2 Movement of Tracers (Exp. 13)

トレーサーの移動状況から、底面における質量輸送速度の分布を判断した。

### 3.2 実験結果の検討

トレーサーはガラス板上におかれたが、ガラス板上では滑面であると考えられる。Brebner, Collins<sup>6)</sup> は、底面が滑面の場合に対して波動による境界層が層流から乱流へ遷移する限界のレイノルズ数を、 $[Re]_{crit.} = 113$  と与えている。(ここで  $Re$  は、境界層外縁における水粒子速度の最大値を  $u_A$  とすると  $|Re| = \frac{u_A \delta}{\nu}$  によって与えら

れる。)表-1によると、重複波の場合に底面水粒子速度の振幅が最大になる位置でのレイノルズ数は、すべて 113 以下である。したがって、Exp. 1～Exp. 15 においてはすべて滑面層流境界層が形成されているものと考えられる。

2 における検討結果より、トレーサーの移動が境界層外縁の水理量に支配される状況にあり、かつトレーサーの運動の外力が主としていわゆる波による水粒子速度をもつ流れであり、トレーサーの輸送が主として質量輸送

### 重複波による質量輸送速度の平面分布

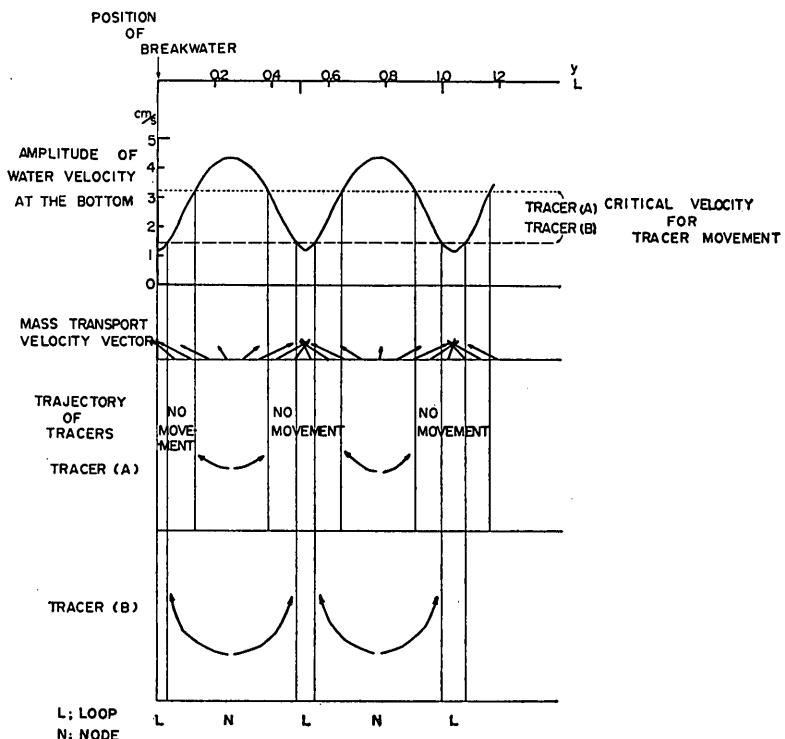


図-9 トレーサーの移動パターン  
Fig.-9 Movement pattern of tracers

速度に支配されるような場合には、トレーサーの移動パターンは図-9のようになるものと考えられる。すなわちいま波による底面水粒子速度の最大値の分布が最上段に示すとおりであり、*A*, *B* 2種のトレーサーの移動限界流速が図中に示すとおりであったとすれば、波による水粒子速度が、この移動限界流速以上になる部分でのみトレーサーは移動し、それ以外の点ではトレーサーは動かない。移動するトレーサーは、質量輸送速度の方向に、質量輸送速度に応じた距離だけ輸送されるであろうから *A*, *B* 2種のトレーサーの移動のパターンは図中に示したごとくになるであろう。

本実験においては、トレーサーとして用いた石炭粉末および砂の中央粒径  $d_{50}$  は、表-1に示すとおりすべてのケースで境界層厚より小さいため、トレーサー粒子のうち比較的軽く、多少浮遊し境界層外縁における水理量の影響をうけた成分が図-9に示したパターンにしたがって移動すると、予想される。また、本実験に用いたトレーサーの粒径は、表-1に示すとおり逆転層厚よりも小さいために、トレーサーの移動が逆転層中の質量輸送速度の方向に支配される場合もおこりえよう。

次に、実験写真から判断したトレーサーの移動状況図と、表-1に示す数値を式(32), 式(33)に代入して得られた質量輸送速度ベクトル図、底面水粒子速度の振幅の分布図とによって各実験の結果を検討する。

#### Exp. 1

Exp. 1 の結果を図-10に示す。図の左端に重複波の底面水粒子速度の振幅の分布、その右に質量輸送速度ベクトルが示されている。トレーサーの移動状況図（右端の図面）は実験区域の中央で堤体沿いに 40cm~50cm の部分におけるトレーサーの移動状況を示すものである。図中の白丸（0 min と示されている）は、トレーサー投入点であるが、投入後トレーサーはこの点を中心に多少の広がりをもって水底におちついた。

このような状態で波を作成させた後撮影した写真によって、実験の各経過時ごとにトレーサーが矢印の方向に移動した形跡を認めることができ、実験経過後60分の写真では、図中の斜線で示した位置にトレーサーの明瞭な堆積が見られた。この堆積部分は、トレーサーのうち比較的軽い浮遊した粒子が境界層外縁での質量輸送流にのって集まり、流速振巾が小さいために堆積したものであ

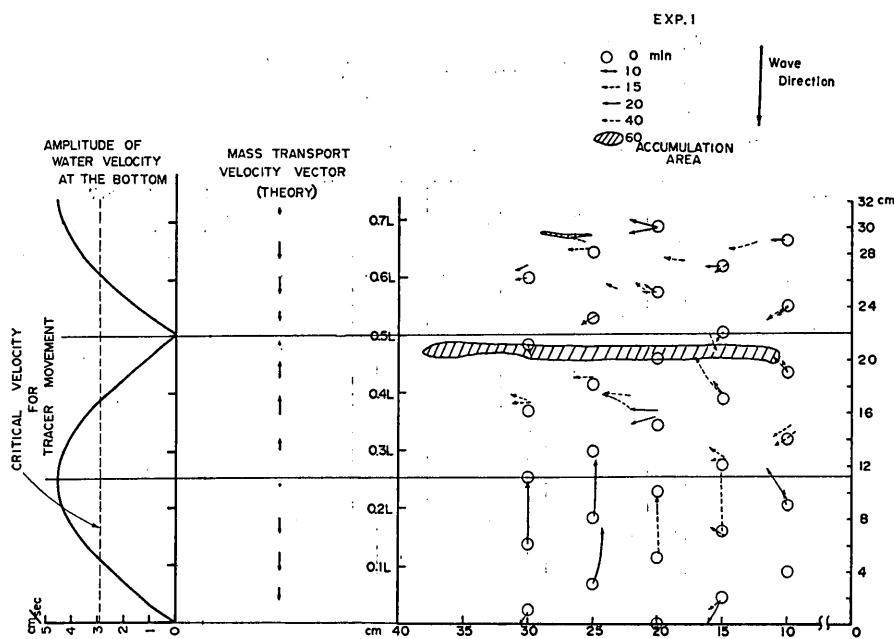


図-10 ト レ サ る の 移 動 状 況 (Exp. 1)  
Fig.-10 Movement state of Tracers (Exp. 1)

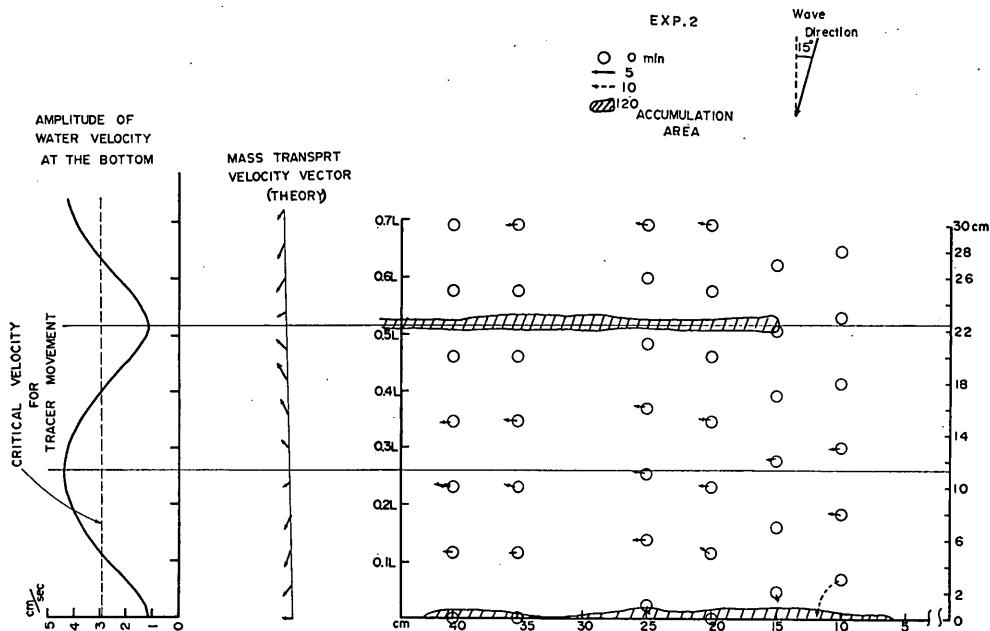


図-11 ト レ サ る の 移 動 状 況 (Exp. 2)  
Fig.-11 Movement state of Tracers (Exp. 2)

## 重複波による質量輸送速度の平面分布

ろうと考えられ、境界層外縁における質量輸送速度分布のパターンと一致した傾向を示すものである。しかしながら、トレーサーのうち重い部分の動きは、堤体にごく近い点および  $y=0.5L$  に近い点を除いては、境界層外縁における質量輸送速度の向きとまったく逆であるものもある。波が堤体に直角方向から入射しているにもかかわらず堤体沿いの移動を示すものなどが多く、境界層外縁における質量輸送速度の分布のパターンとは一致していない。

### Exp. 2

Exp. 2 の結果を図-11に示す。この場合も、トレーサーのうち軽い粒子の堆積の傾向、および堤体にごく近い点でのトレーサーの動きは、境界層外縁における質量輸送速度の分布のパターンに一致する。しかし、他の地点ではトレーサーは堤体沿いの動きのみを示し、重複波の腹に集まる傾向を示さない。 $y=0.4 \sim 0.7L$  地点でトレーサーの移動がないのは、水粒子速度が小さく、流れがトレーサーを動かしえないためであろう。

### Exp. 3

Exp. 3の結果を図-12に示す。 $y=0.58L$  付近の強い流れは、軽い粒子がわずかに浮遊され、境界層外縁での質量輸送流にのって集まり、堤体沿いに輸送されたもので

あり、これを含め全体的にトレーサーの動きは境界層外縁における質量輸送速度分布のパターンに一致している。

### Exp. 4

Exp. 4の結果を図-13に示す。 $y=0 \sim 0.2L$  の範囲におけるトレーサーの動きが激しく、移動のパターンはきわめて不均一である。この理由は判然としない。 $y=0.2L \sim 0.7L$  の地域については、2, 3 の例外を除けば大略、トレーサーの移動パターンは境界層外縁での質量輸送速度のパターンに一致している。

### Exp. 6, 7

トレーサーは重複波の節より少し堤体よりの所に集っており、境界層外縁における質量輸送流にのって輸送されたとは考えられなかった。

### Exp. 8

Exp. 8の結果を図-14に示す。 $y=0, 0.55L, 1.1L$  の付近では流速振幅が移動限界流速に近いため、短時間ではトレーサーの移動はそれほど顕著ではないが、波を70分作用させた後はトレーサーが集まってきて堤体沿いに輸送され、その付近に堤体に沿う強い質量輸送流が存在することを示している。

### Exp. 11, 12

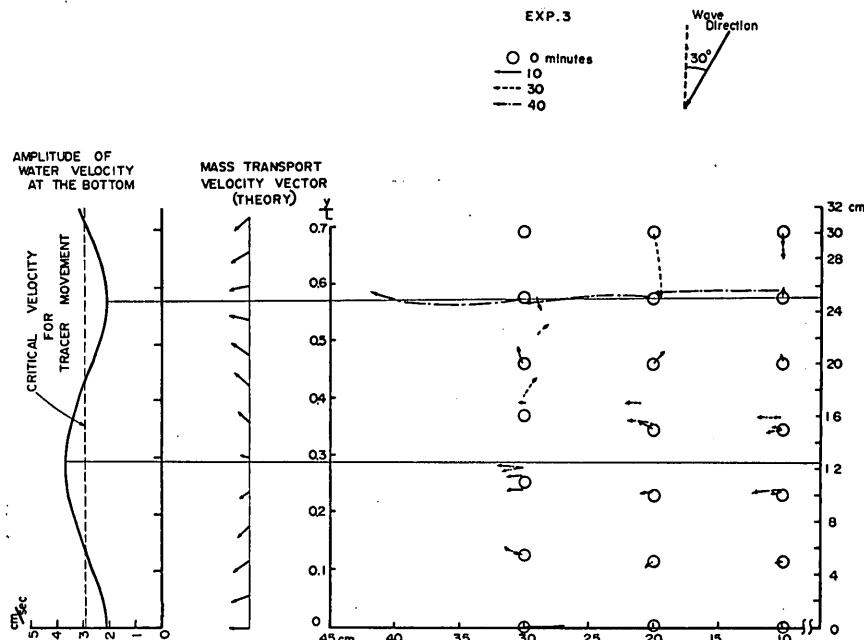


図-12 トレーサーの移動状況 (Exp. 3)

Fig.-12 Movement state of Tracers (Exp. 3)

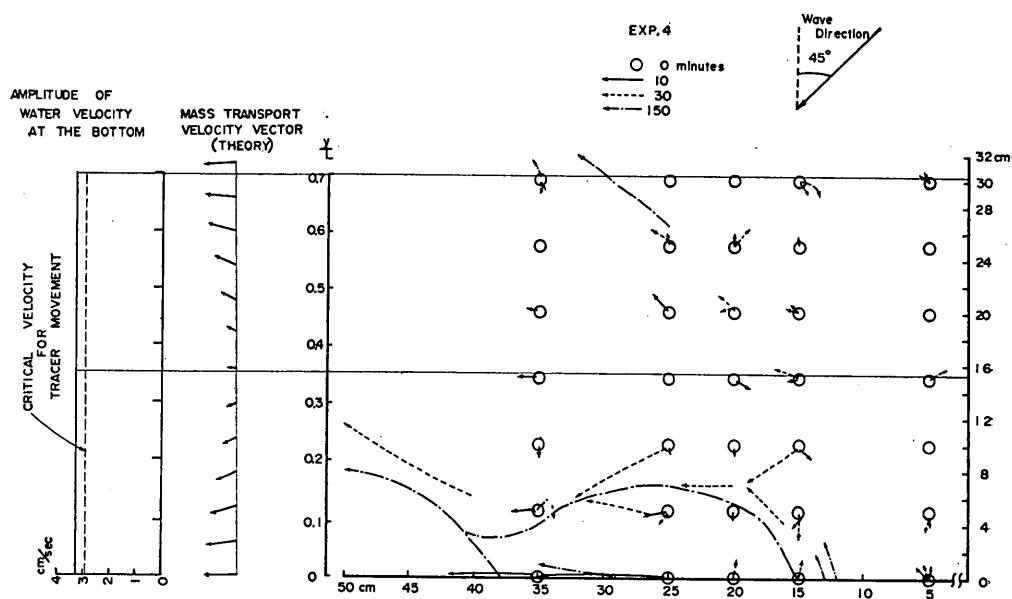


図-13 ト レ サ る の 移 動 状 況 (Exp. 4)  
Fig.-13 Movement state of Tracers (Exp. 4)

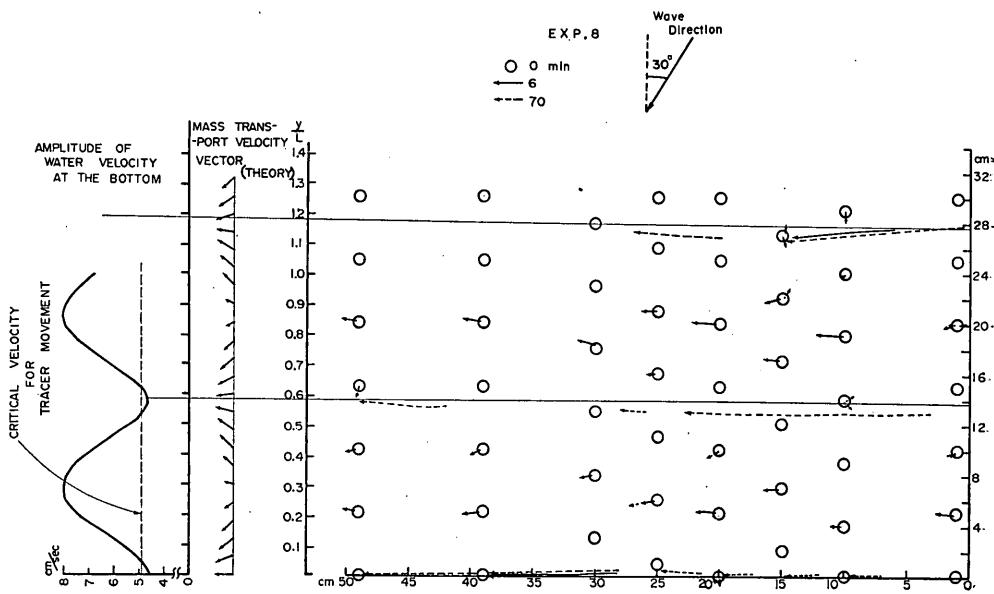


図-14 ト レ サ る の 移 動 状 況 (Exp. 8)  
Fig.-14 Movement state of Tracers (Exp. 8)

### 重複波による質量輸送速度の平面分布

トレーサーは重複波の節に集ってきて、堤体沿いに輸送された。

#### Exp. 13

Exp. 13の結果を図-15に示す。 $y=0.2L \sim 0.4L$  および  $0.75L$  より沖の範囲で、堤体沿い方向のトレーサーの移

動がきわめて明瞭である。境界層外縁における質量輸送速度のパターンが、 $y=0.3L$ 、および  $y=0.9L$  付近を中心、重複波の腹に向って開く方向をなすのに反し、トレーサーの動きは逆に多少  $y=0.3L$  に向って集まる傾向を示している。全体的に境界層外縁での質量輸送流の

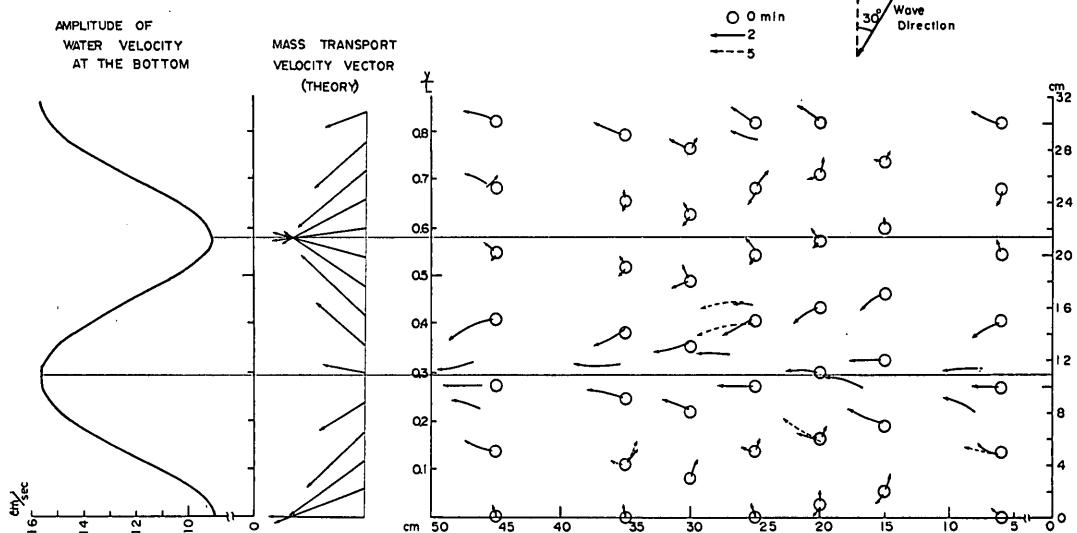


図-15 トレーサーの移動状況 (Exp. 13)  
Fig.-15 Movement state of Tracers (Exp. 13)

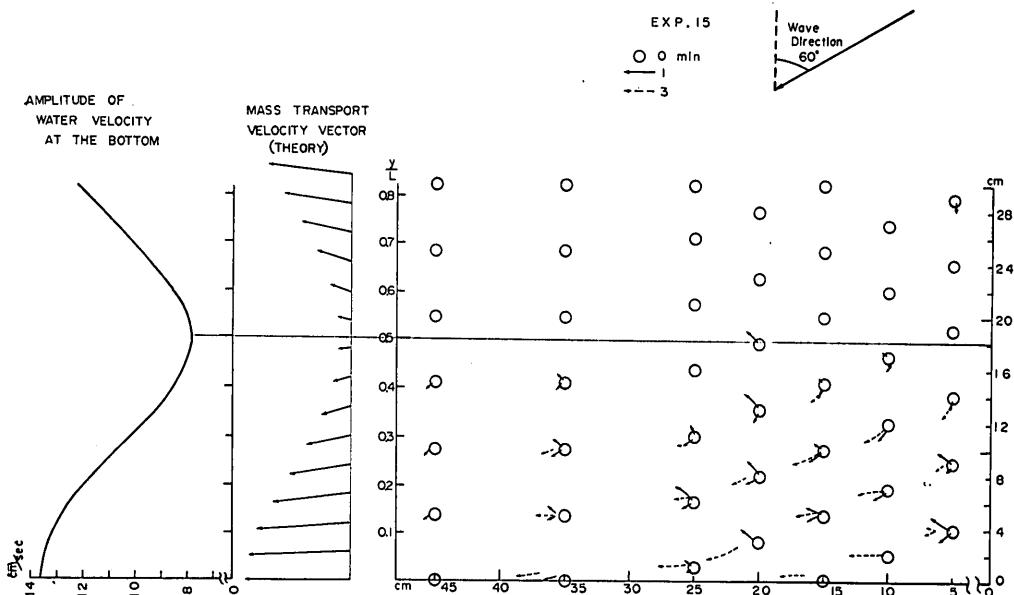


図-16 トレーサーの移動状況 (Exp. 15)  
Fig.-16 Movement state of Tracers (Exp. 15)

パターンよりは、むしろ境界層内の逆転層内に予想される質量輸送流のパターンによく一致しているように思われる。

#### Exp. 15

Exp. 15 の結果を図-16に示す。 $y=0.5L$  より堤体よりの部分で、図示した質量輸送流のパターンときわめて良く一致して堤体近くに集まり、堤体沿い方向に移動し理論との対応性は良い。 $y=0.5L$  より沖の範囲におけるトレーサーの移動はほとんど見られないが、これは入射角が大きく、入射波と反射波の干渉領域が狭くて、その端の部分では水粒子速度が急減し、トレーサーが移動しにくかったためであろう。

#### 4. 斜め入射部分重複波による堤体前面での洗掘のパターンに関する実験

##### 4.1 実験施設および実験方法

実験に使用した水槽は図-6に示したものと同じである。水槽中の前章に述べた実験でガラス板をおいた付近に、波の進行方向に約 2 m、水槽横断方向には消波工のぞいて水槽幅全域にわたって、前章においてトレーサーとして使用したものと同じ石炭粉を約 10 cm 厚で敷き、移動床部分をつくった。なお実験部分の造波機側の縁はゆるやかな勾配をつけた。堤体は前章において使用したものと同じ堤体を、移動床中に動かないようにして据えつけた。

Table-2 Experimental Case and Data  
表-2 実験ケースと条件

Experimental Case	$\alpha_0$ (°)	T (sec)	h (cm)	$H_i$ (cm)	L (cm)	$H_i/L$	$\delta$ (cm)	$\delta_B$ (cm)	$\delta_i$ (cm)	$u_A$ (cm/sec)	$u_c$ (cm/sec)	$\nu$ (cm <sup>2</sup> /sec)	$R_e$
16	0	0.52	5.5	2.8	33	0.0852	0.048	0.34	0.061	27.1	2.9	0.0138	94
17	15	0.52	5.5	2.8	33	0.0852	0.047	0.33	0.060	26.2	2.9	0.0135	91
18	30	0.52	5.5	2.8	33	0.0852	0.048	0.34	0.061	23.5	2.9	0.0140	81
19	45	0.52	5.5	2.8	33	0.0852	0.048	0.34	0.061	19.1	2.9	0.0138	66
20	60	0.52	5.5	2.8	33	0.0852	0.047	0.34	0.060	23.5	2.9	0.0136	81

実験ケースおよび実験条件は、表-2に示されている。実験においては、堤体設置後静水面を利用して実験部分を平坦にし、水深を 5.5 cm に設定したのち、所定の波を 10 時間作用させた。統いて、その間の海底面変化をポイントゲージによって、堤体の近くで 5 cm メッシュ、堤体から離れた所では 10 cm メッシュで測定した。また、測定終了後 Ripples の状況を実験部上方から写真撮影した。入射波高  $H_i$  は、実験終了後に堤体を撤去し、堤体が設置してあった場所において測定した。

表-2中の  $L$ ,  $\delta$ ,  $\delta_B$ ,  $\delta_i$ ,  $u_A$ ,  $u_c$ ,  $\nu$ ,  $Re$  は表-1におけると同様にして求めた。

#### 4.2 実験結果の検討

ポイントゲージによる底面測定結果から描いた等深線図、堤体に直角方向の移動床断面変化図によって各実験の結果を検討する。なお底面における流速振幅は、Exp. 16における腹近くの若干の部分を除いて、全実験において底質の移動限界流速をえた。またすべての実験において、海底面全域に Ripples が形成された。

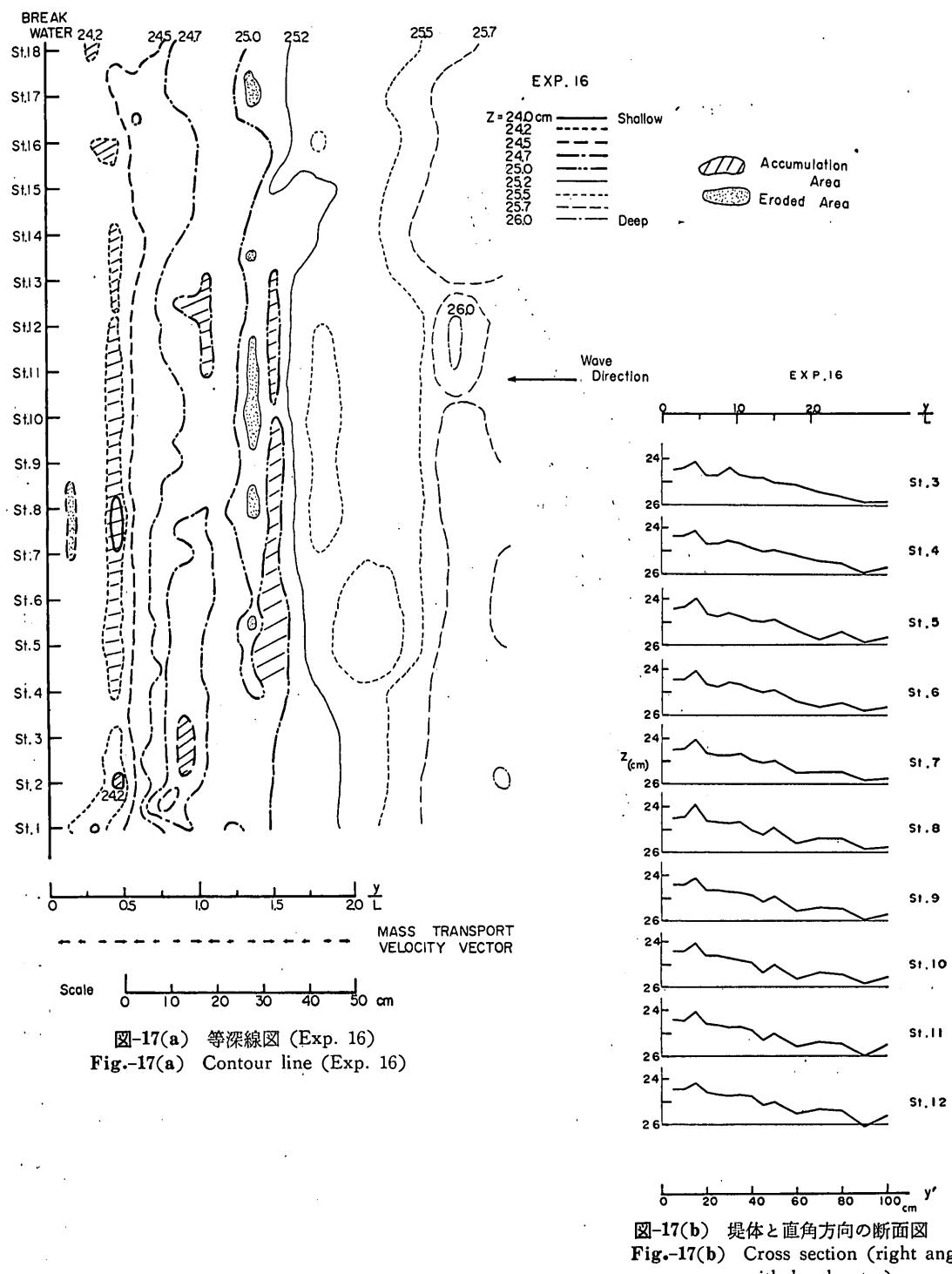
#### Exp. 16

Exp. 16の結果を図-17(a), および図-17(b)に示す。

図-17(a) は実験終了後の海底の等深浅図を示すものであるが、図中に示されている数字はポイントゲージの読みを示すもので、実際の水深ではない。図中の斜線を施した地域は水深がその周辺より浅い地域、また点群は深い地域を意味している。また図中の下段に境界層外縁における質量輸送速度ベクトルの分布図を示しておいた。この図によると、等深線はほぼ堤体と平行にならび、 $y = 0.45L$ ,  $0.9L \sim 1.0L$ , および  $1.5L$  附近に堆積が、 $y = 0.15L$ ,  $0.6L \sim 0.7L$  および  $1.35L$  附近に洗掘が生じており、このパターンが境界層外縁における質量輸送流のパターンときわめてよく一致していることがわかる。

図-17(b)は、図-17(a)に示した各測線(st. 1~st. 18)における堤体と直角方向の断面図の一部を示している。すべての断面について、堤体から離れるにつれて水深が深くなっているのは、断面均一の不手際か、あるいは堤体に直角方向に本文で検討している機構以外の機構で底質の移動があったものか、実験開始前の測定が行なわれていないのでわからない。この図によても、前述のような洗掘パターンが明瞭であり、特に平面図ではつかめなかつた  $y=2.0L$  以上の部分でも、不明瞭ではあるが

重複波による質量輸送速度の平面分布



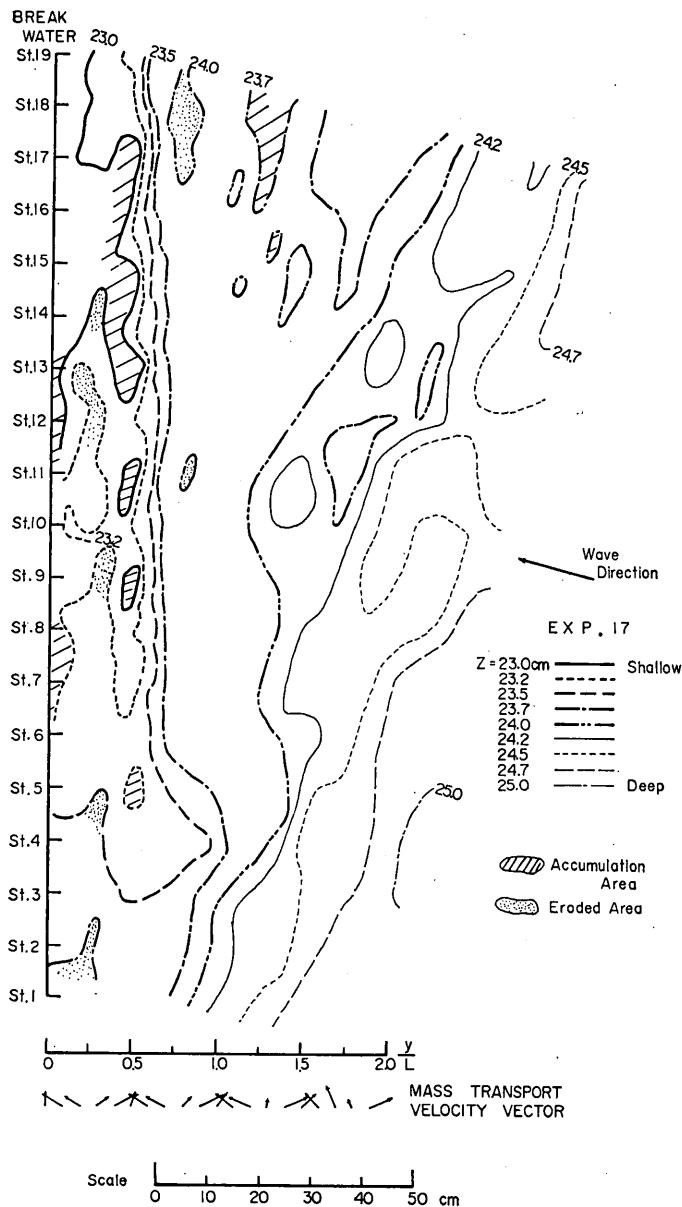


図-18(a) 等深線図(Exp. 17)

Fig.-18(a) Contour line (Exp. 17)

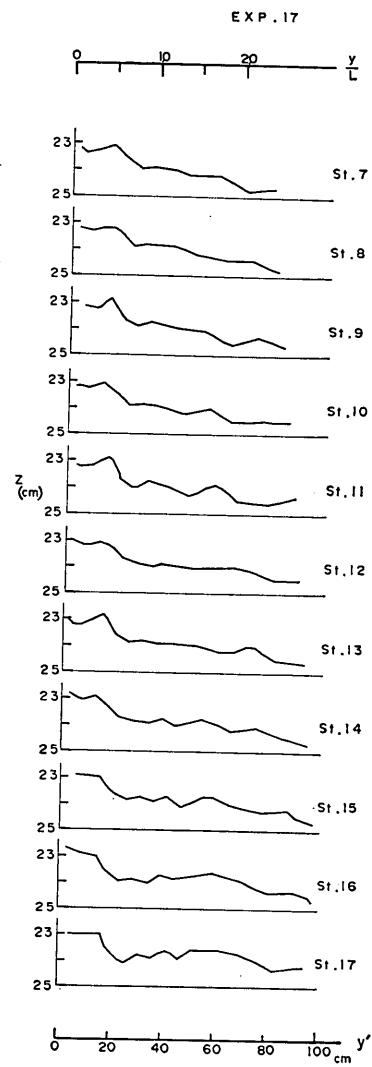


図-18(b) 堤体と直角方向の断面図

Fig.-18(b) Cross section (right angle with breakwater)

### 重複波による質量輸送速度の平面分布

$y=2.0L$  以内と同様なパターンがうかがえるようにおもわれる。

Exp. 17

Exp. 17 の結果を図-18(a) および図-18(b) に示す。図-18(a)によると、 $y=0.75L$  より堤体よりの部分では上手側の堤端部を除いて等深線が大略堤体と平行にはし

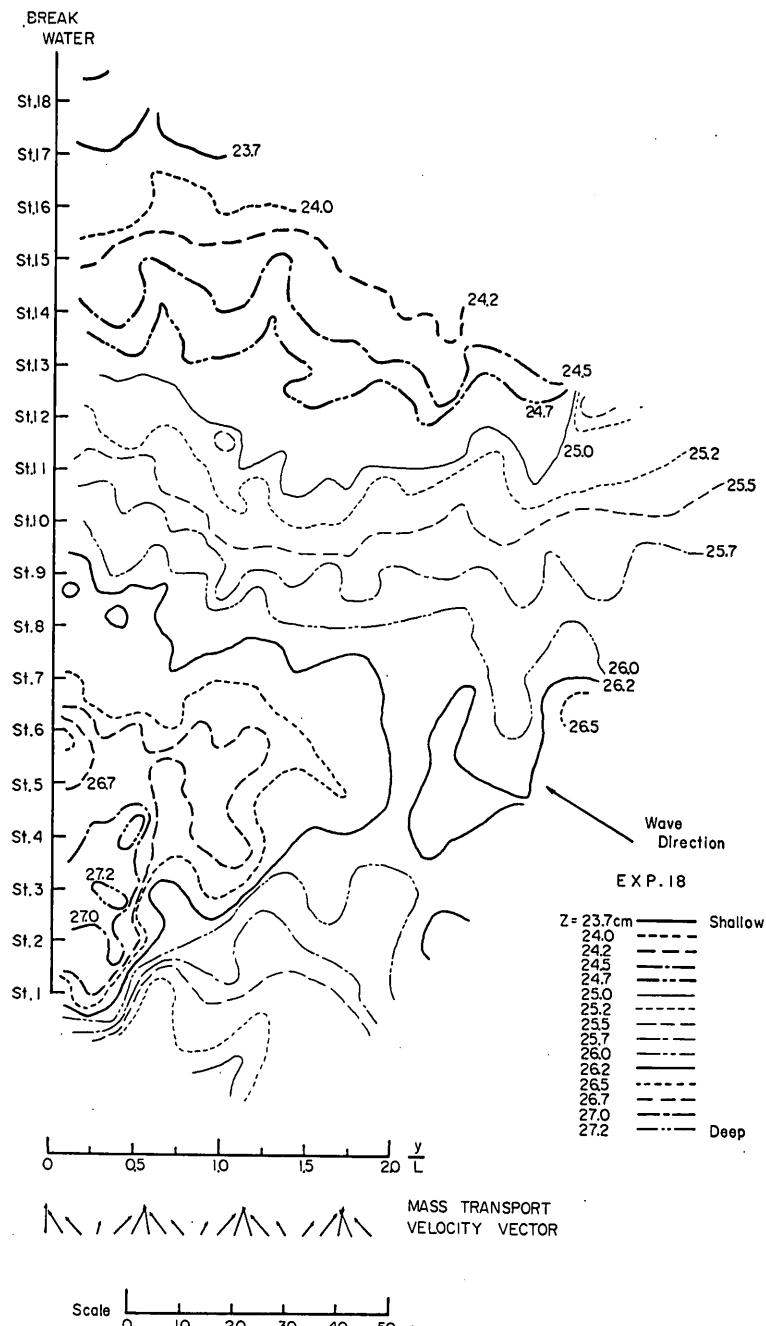


図-19(a) 等深線図 (Exp. 18)  
Fig.-19(a) Contour line (Exp. 18)

っているが、これ以上堤体から離れると、等深線の走行方向はむしろ波の峰線の方向に近い。また  $y=0.75L$  より堤体に近い部分では、 $y=0L, 0.4L \sim 0.5L$  付近に堆積、 $0.1L \sim 0.35L$  付近に洗掘が明瞭にみられ、洗掘のパターンが境界層外縁での質量輸送のパターンとよく一致している。しかし、それ以上堤体から離れると、洗掘のパターンが不明瞭となる。

堤体の近くについては、堤体の下手側の端で水深が浅く、これから上手側に向っては上手からの底質の供給が少なくなっていくために、次第に水深が深くなっていく傾向がある。このことは、質量輸送流にのって st. 1 から st. 19 の方向に底質の輸送が存在することを示している。堤体の上手側端では深掘れが生じているが、これは前述の底質の堤体沿いの輸送と、これに加えて堤端部に生ずる攪乱の効果が現れているのであろう。

図-18(b) に示す断面図によれば、前述の傾向の他に、特に st. 11 付近より下手において、質量輸送のパターンと一致した堆積傾向らしきものが見られる。これは入射波と反射波の干渉領域が下手側に偏し、上手では狭いためと考えられる。このように堤体から離れた箇所においては洗掘パターンが不明瞭になり、しかも堤体の下手

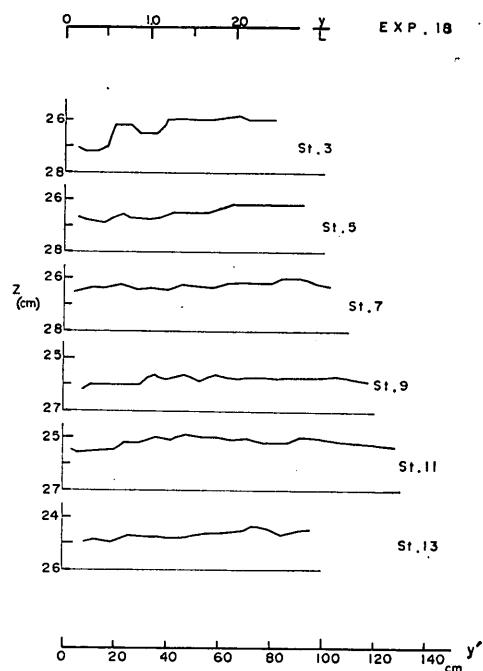


図-19(b) 堤体と直角方向の断面図  
Fig.-19(b) Cross section (right angle with breakwater)

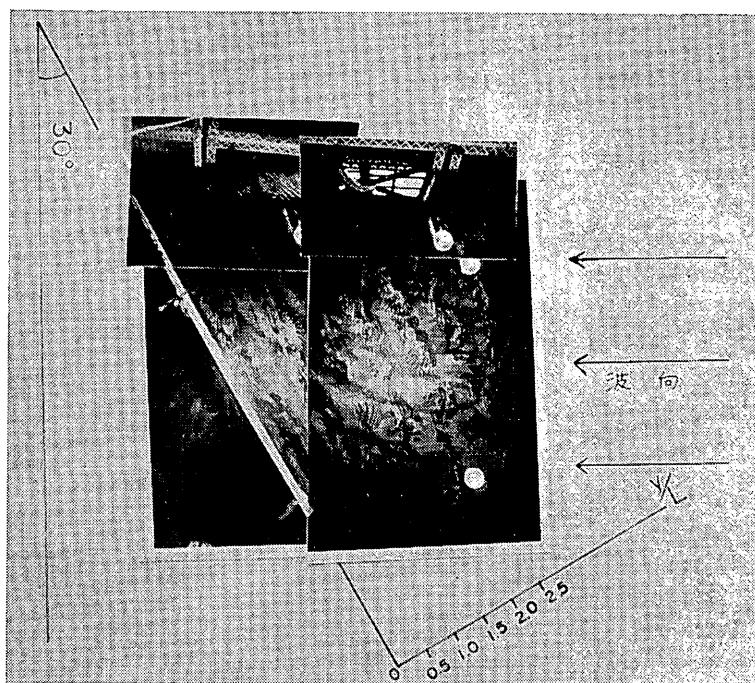


写真-3 海底面の状況 (Exp. 18)  
Photo-3 State of the bottom (Exp. 18)

## 重複波による質量輸送速度の平面分布

側においてわずかにその形跡が見られることは、波が堤体に斜め方向から入射する場合、入射波と反射波との干渉領域の境界付近では、反射波エネルギーの拡散のために重複波的な傾向が弱まっているものと考えることができよう。

### Exp. 18

Exp. 18の結果を、図-19(a)および図-19(b)に示す。Exp. 18に至れば等深線は大略的に見て堤体に直角方向に走るようになり、質量輸送流のパターンと関連した堤体と直角方向の凹凸はほとんど見られない。

堤体前面においては、Exp. 17と同様にその上手側端で深掘れが生じ、下手側に向って極端に水深が浅くなり堤体沿いの質量輸送流が強まることを示している。また  $y=0 \sim 0.7L$  の範囲がそれより沖にくらべて極端に深くなっている他、st. 13より堤体の下手側において、質量輸送流の集中する  $y=0.6L$  および  $y=1.1L \sim 1.3L$  に、Exp. 16, 17とは逆に深みが見られる。このように堤体沿いの質量輸送流の増大と底面水粒子速度の場所的な均一化に伴って、洗掘のパターンが大きな影響を受けその様相を変えるのは、新潟東港西防波堤の洗掘例<sup>7)</sup>などに照して興味深い。

写真-3は波を10時間作用させたあとの海底面の状況を示す。重複波とともにRipplesが、 $y=0 \sim 2.0L$  の間で顕著に見られる。Ripplesは重複波の節の所で堤体と直角方向の軌道運動が強く、腹の所で堤体沿い方向の水粒子の軌道運動が強いことを示している。

## 5. 結 論

本研究によって明らかになったのは次の諸点である。

- (1) 斜め入射部分重複波が形成される場合に、層流境界層外縁における質量輸送速度は、式(30), 式(31)によってあらわすことができる。
- (2) 入射角の変化は重複波長の変化をもたらし、それに伴なって質量輸送速度の極値を示す位置の間隔も変化する。
- (3) 反射率の変化は質量輸送の向きを変化させ、反射率の減少に伴なって堤体に向う質量輸送成分が増大する。
- (4) 波高および周期の増大、水深の減少は、質量輸送速度の向きには影響をおよぼさないが、その絶対値を増大させる。
- (5) トレーサーのうちでは比較的軽く、浮遊する機会の多いものは、境界層外縁での質量輸送速度のパターンにしたがって移動することが明らかになり、従ってトレーサーの移動が境界層外縁の水理量に支配される状況に

あり、かつトレーサーの運動の外力が主としていわゆる波による水粒子速度をもつ流れであり、トレーサーの輸送が主として質量輸送速度に支配されるような場合にはトレーサーの移動パターンは、質量輸送速度の分布と底面水粒子速度の振幅、トレーサーの移動限界流速との関連から図-9のようになる。

しかし、トレーサーのうち重いものは境界層外縁における質量輸送流とは逆のパターンで動くことがあり、境界層中の逆転層の問題など、さらに詳細な実験を行なっていくことが望まれよう。

(6) 堤体前面での海底地形のパターンは波の作用方向によって大きな影響をうける。波が堤体に直角に近い角度で入射するときは、重複波の腹付近において堆積、節附近において洗掘がおこり、境界層外縁における質量輸送速度のパターンと明瞭な一致を示す。また、堤体に対して作用する波の角度が大きいときには、堤体沿いの底質移動が顕著になり、堤体に近い範囲の洗掘のパターンが直角入射に近い場合と変化していく。

## 謝 辞

本研究の実施、および報告書のとりまとめに対しては海洋水理部長佐藤昭二博士にいろいろ有益な御教示をいただいた。また、図面のトレスを担当した小笠原昭技官、および多くの便宜をはかっていただいた防波堤研究室、漂砂研究室の各位に対し、心から御礼申し上げる次第である。

最後に、本研究の全般的指導は田中がこれにあたり、境界層外縁における質量輸送速度の誘導は入江が行なった。数値計算、実験、および報告のとりまとめは小笹が行なったものである。  
(1972年6月30日受付)

## 参 考 文 献

- 1) Longuet-Higgins : Mass transport in water waves, Phil. Trans. Royal Soc., London, Series A, No. 903, Vol. 245, 1953, pp. 535~581
- 2) 野田英明：海岸漂砂に関する基礎的研究、京都大学学位論文、1970
- 3) Lamb : Hydrodynamics, Cambridge University Press, 1932, pp. 619~623
- 4) 同上 1)
- 5) 佐藤昭二、田中則男：水平床における波による砂移動について、第9回海岸工学講演会講演集、1962, pp. 95~100
- 6) Brebner, A. and Collins, J.I. : The effect on

mass transport of the onset of turbulence at the bed under periodic gravity waves, ASME-EIC, Hydraulics Conf. Paper, No. 61-EIC-8, 1961, pp. 1~8

- 7) 和田善吉, 西村一男, 榎井康裕: 防波堤周辺の洗掘および海岸の欠壊について, 第17回海岸工学講演会論文集, 1970, pp. 311~316

## 記号一覧表

$(x, y)$	: 堤体とその直角方向により形成される直交座標系	$R$	: 反射率 $R = \frac{a_r}{a_i}$
$(x_i, y_i)$	: 入射波に対する直交座標系	$\alpha_\theta$	: 入射角
$(x_r, y_r)$	: 反射波に対する直交座標系	$\delta_2$	: 入射波に対する反射波の位相の遅れ
$\phi_i$	: 入射波に対する速度ポテンシャル	$\alpha$	: $k \cdot \sin \alpha_\theta$
$\phi_r$	: 反射波に対する速度ポテンシャル	$\beta$	: $k \cdot \cos \alpha_\theta$
$\phi_T$	: 斜め入射部分重複波に対する速度ポテンシャル	$A$	: $(a_i - a_r) \cdot \frac{g}{\sigma \cosh kh}$
$\phi_1$	: $\phi_T$ のうちの進行波の速度ポテンシャルの形をした成分	$B$	: $2a_r \cdot \frac{g}{\sigma \cosh kh}$
$\phi_2$	: $\phi_T$ のうちの重複波の速度ポテンシャルの形をした成分	$\delta$	: $\sqrt{\frac{\nu T}{\pi}}$
$\phi_T'$	: 斜め入射部分重複波の底面における速度ポテンシャル	$\delta_B$	: 境界層厚
$T$	: 波の周期	$\delta_i$	: 逆転層厚
$L$	: 入射波の波長	$U$	: 境界層外縁における $x$ 方向の流速
$\sigma$	: $2\pi/T$	$V$	: 境界層外縁における $y$ 方向の流速
$k$	: $2\pi/L$	$W$	: 境界層外縁における $z$ 方向の流速
$h$	: 水深	$U_1$	: $U$ のうちの周期的な成分
$a_i$	: 入射波の振幅	$U_2$	: $U$ のうちの非線型補正項
$a_r$	: 反射波の振幅	$u$	: 層流境界層内における $x$ 方向の流速
$H_i$	: 入射波の波高	$v$	: 層流境界層内における $y$ 方向の流速
		$w$	: 層流境界層内における $z$ 方向の流速
		$u_1$	: $u$ のうちの周期的な成分
		$u_2$	: $u$ のうちの非線型補正項
		$U_M(x, y, \infty)$	: 境界層外縁における $x$ 方向の質量輸送速度
		$V_M(x, y, \infty)$	: 境界層外縁における $y$ 方向の質量輸送速度
		$U_L$	: Langrange 流の $x$ 方向水粒子速度
		$u_E$	: Euler 流の $x$ 方向流速
		$u_A$	: 斜め入射重複波による底面水粒子速度の振幅
		$u_c$	: 初期移動限界流速