

運輸省港湾技術研究所

# 港湾技術研究所 報告

---

---

REPORT OF  
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH  
INSTITUTE  
MINISTRY OF TRANSPORT

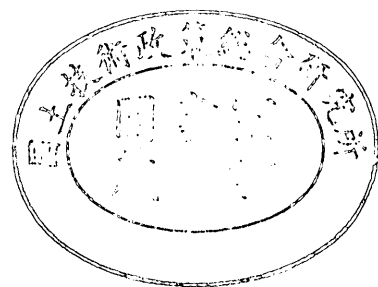
---

VOL. 11

NO. 3

SEPT. 1972

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



# 港湾技術研究所報告 (REPORT OF P.H.R.I.)

第11巻 第3号 (Vol. 11, No. 3), 1972年9月 (Sept. 1972)

## 目 次 (CONTENTS)

1. An Analysis of the Hydraulic Transport of Solids in Horizontal  
..... Tokuji YAGI, Tadasu OKUDE,  
Shoji MIYAZAKI and Akio KOREISHI..... 3  
(水平管路における土砂水力輸送の解析.....八木得次・奥出 律・宮崎昭児・是石昭夫)
2. 円柱の動揺に伴う造波抵抗 ——杭の波力応答と円形浮体の挙動への応用——  
..... 伊藤喜行・木原 力..... 37  
(Wave Making Resistance due to Oscillation of Circular Cylinder  
.....Yoshiyuki ITO and Tsutomu KIHARA)
3. 柱状構造物の波力応答計算 .....伊藤喜行・谷本勝利・小舟浩治..... 59  
(Dynamic Response of an Offshore Platform to Random Waves  
..... Yoshiyuki Ito, Katsutoshi TANIMOTO and Koji KOBUNE)
4. 波向線交差領域における波高分布 ——数値波動解析法の応用——  
..... 伊藤喜行・谷本勝利・山本庄一..... 87  
(Wave Height Distribution in the Region of Ray Crossings ——Application of  
the Numerical Analysis Method of Wave Propagation——  
.....Yoshiyuki ITO, Katsutoshi TANIMOTO and Shoichi YAMAMOTO)
5. 斜め入射部分重複波による質量輸送速度の分布に関する研究  
..... 田中則男・入江 功・小笹博昭.....111  
(A study on the velocity distribution of mass transport caused by diagonal partial  
standing waves.....Norio TANAKA, Isao IRIE and Hiroaki OZASA)
6. 航空機荷重の路床・路盤への伝達機構に関する一研究  
——巨人機の設計荷重——.....佐藤勝久・須田 潤.....141  
(A Study on Aircraft Load Distribution through Bases to a Subgrade——Design  
Load of a Jumbo Jet——.....Katsuhisa SATO and Hiroshi SUDA)
7. ブロック式けい船岸の設計について——非線形計画法による最適設計——  
..... 高力健次郎.....167  
(The application of SUMT to the Optimum Design of the block quay  
.....Kenjiro KORIKI)

## 4. 波向線交差領域における波高分布

— 数値波動解析法の応用 —

伊藤喜行\*・谷本勝利\*\*・山本庄一\*\*\*

### 要 旨

現行屈折理論は、幾何光学的近似に基づいている。波向線交差点附近での波高算定の問題は、こうした現行屈折理論の実用的応用における最大の難点である。本報告は、前に報告した数値波動解析法の応用により、このような難点を克服した計算ができることを示すものである。

ここでは、波向線交差を生ずる例として、一定水深領域中の球面浅瀬をとり上げ、それに対する計算を実施すると共に、水理模型実験による検証を行なった。その結果、両者による波高分布は全体に極めてよく一致することが実証され、こうした問題への数値波動解析法の応用の妥当性が認められた。

幾何光学的屈折理論では波高無限大となる波向線交差点附近でも、数値波動解析法や模型実験による結果では、回折効果のため最大波高  $2.1 H_i$  となるにすぎない。

---

\* 水工部長

\*\* 水工部 模型試験課長

\*\*\* 水工部 防波堤研究室

#### 4. Wave Height Distribution in the Region of Ray Crossings

—Application of the Numerical Analysis Method of Wave Propagation—

Yoshiyuki ITO\*

Katsutoshi TANIMOTO\*\*

Shoichi YAMAMOTO\*\*\*

#### Synopsis

Since the conventional wave refraction theory for surface water waves is based on geo-optic approximation, it fails to predict wave height at and near a caustic where ray crossings occur. This report shows that this difficulty of the geo-optic theory can be overcome by application of our numerical analysis method developed for wave propagation in the region of arbitrary shape of the constant water depth in the former report.

The principle is to solve the following equations under the given distribution of gradually varying water depth from an initial state:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_0}{\partial t} &= -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial t} &= -g \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= -\frac{1}{k} \tanh kh \left( \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right)\end{aligned}$$

where,  $\eta$  is water elevation and  $u_0$  and  $v_0$  are water particle velocity components at the surface. And for the value  $k$ , the following well-known relationship is kept everywhere locally for given water depth  $h(x, y)$ :

$$\sigma^2 = kg \tanh kh$$

where,  $\sigma$  is wave frequency and  $k$  is wave number.

In this report, our numerical analysis method is applied to wave propagation on a circular shoal where a caustic is formed and hydraulic model experiments are made for the same situation. By comparing both results, the validity of our method is confirmed. The calculated maximum wave height is about 2.1  $H_i$  at a caustic, where it becomes infinite by the geo-optic wave refraction theory.

This method of numerical analysis may be applied to the calculation of wave height distribution in the region of more realistic bottom topography in the field.

---

\* Head of Hydraulic Engineering Division

\*\* Chief of Model Test Section, Hydraulic Engineering Division

\*\*\* Member of Breakwaters Laboratory, Hydraulic Engineering Division

## 目 次

要 旨	87
1. ま え が き	91
2. 幾何光学的屈折の計算法とその限界	91
2.1 屈折作図法	91
2.2 幾何光学的屈折の数値計算	91
2.3 幾何光学的屈折理論の限界	92
3. 基礎方程式	94
4. 浅水度に対する補正	94
4.1 波動方程式による近似	94
4.2 浅水度補正係数	95
4.3 一様斜面上の波の変形	96
5. 球面浅瀬による波の変形への適用	97
5.1 対象とする球面浅瀬と計算条件	97
5.2 計算結果	97
6. 実験的検証と考察	100
6.1 実験の目的	100
6.2 実験条件	100
6.3 実験結果と考察	100
7. あとがき	108
参考文献	109

## 1. まえがき

防波堤法線前面に浅瀬がある場合、波はその影響を受けて到達する。通常、その到達波高は屈折計算を行なって求められるが、その際地形条件によっては、波向線交差の問題が生じる。現行屈折理論では、その取り扱いに難点がある。

すなわち、屈折係数  $K_r$  は波向線間隔  $b$  の関数として

$$K_r = \sqrt{b_0/b} \quad (b_0 \text{ は深海での波向線間隔}) \quad (1.1)$$

で与えられるから、交差点で無限大となる。したがって、それを乗じて求められる波高も数値上無限大となり機械的に解釈すればその附近で必ず碎波が生ずることになる。また、こうした交差点より岸側の領域については、現行屈折理論では合理的に取り扱うことができない。

一方実際現象では、波向線交差が生じる場合でも、碎波が生じるほど波高が大きくなるとは限らない。こうした事実は既に指摘されているところであり<sup>1)</sup>、今回行った筆者らの実験においてもそうである。

現行屈折理論のこのような実際現象からの逸脱は、それが幾何光学的取り扱いに基づいていることによる。すなわちここでは、各波向線を互いに独立なものとして扱っており、それを横切るエネルギー輸送はないと仮定している。

通常、こうした取り扱いで十分であるが、波向線交差を生ずるような場合には、波向線を横切るエネルギー輸送すなわち屈折における回折効果が無視できなくなり、その結果必ずしも碎波にまで至らないわけである。

本報告は、このような現行屈折理論の難点を克服した計算を、前に報告した数値波動解析法<sup>2)</sup>を応用して、行ない得ることを示すものである。ここでは、一定水深領域中の球面浅瀬をとりあげ、計算を実施すると共に、実験的検証を行なった。この方法は水深変化がそれ程著しくなければ、任意の地形に応用できる。

## 2. 幾何光学的屈折の計算法とその限界

数値波動解析法による屈折問題の解法について述べるまえに、まず現行屈折計算法とその限界について簡単に解説しておく。まえがきにも述べたように、これらは屈折の幾何光学的解法であり、回折効果が無視できる場合に適用できるものである。

### 2.1 屈折作図法

実用的な波の屈折理論は、一定水深領域における微小

振幅波の波速の式から出発する。そして、水深変化は小さく、波は局所的にはどこでもその地点での一定水深としての波速を有するものと仮定する。

幾何光学的屈折理論では、隣り合う波向線の間隔から式(1.1)を用いて屈折係数が求められる。その際、各波向線を作図によって求める方法が屈折作図法であり、大別して波峯線法と波向線法(直交線法とも呼ばれる)がある。

前者は、ある既知の波峯線から次の波峯線をホイヘンスの原理を準用して求め、それに直交する線群をあとから描いて、波向線とするものである。これに対し後者はスネルの法則に基づいて直接波向線を描いていくものである。通常、波向線法が波峯線法に比べ精度がよく簡便であるので多く用いられている。

実際の作図手順は参考文献 3), 4) に詳しい。

### 2.2 幾何光学的屈折の数値計算

従来実用的屈折計算は、前節で述べた屈折作図法によって行なわれていたが、最近では電子計算機を用いて波向線、屈折係数を求めた例が報告されている。これは、フェルマの原理\* から出発して導びかれる基礎方程式を数値的に解いていくものである。

Griswold (1963)<sup>5)</sup> は、Munk と Arthur (1952)<sup>6)</sup> が導びいた波向線間隔係数(ray separation factor) についての式と合せて、数値計算における次の基礎方程式を示した。

$$\frac{D\alpha}{Ds} = (\sin \alpha) \frac{1}{c} \frac{\partial c}{\partial x} - (\cos \alpha) \frac{1}{c} \frac{\partial c}{\partial y} \quad (2.1)$$

$$\frac{D^2\beta}{Ds^2} + p(s) \frac{D\beta}{Ds} + q(s)\beta = 0 \quad (2.2)$$

$$\left. \begin{aligned} p(s) &= -(\cos \alpha) \frac{1}{c} \frac{\partial c}{\partial x} - (\sin \alpha) \frac{1}{c} \frac{\partial c}{\partial y} \\ q(s) &= (\sin^2 \alpha) \frac{1}{c} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - 2(\sin \alpha \cos \alpha) \frac{\partial^2 c}{\partial x \partial y} \\ &\quad + (\cos^2 \alpha) \frac{1}{c} \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

ここに、 $s$  は波向線であり、 $\alpha$  は  $x$  軸と波向線方向とのなす角(図-2.1参照)、 $\beta$  は次式で定義される波向線間隔係数である。

$$\beta = \frac{b}{b_0} \quad (2.4)$$

\* 二地点の伝播時間が極小になるように、波向線が求められることを表わした原理

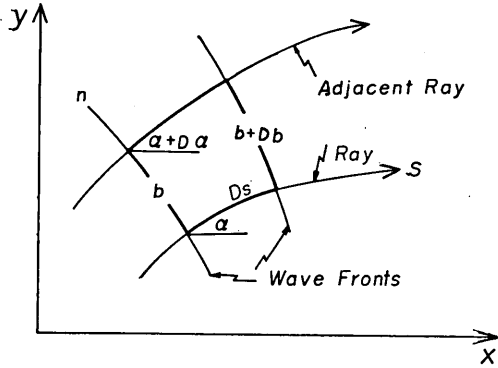


図-2.1 波向線と座標系

したがって、 $\beta$  と屈折係数  $K_r$  との間には、次の関係が成り立つ。

$$K_r = \beta^{-\frac{1}{2}} \quad (2.5)$$

式(2.1)は波向線の曲率に関する式であり、式(2.2)はその波向線上での屈折係数を与える式である。前者は波向線方程式(ray equation)、後者は波向線間隔方程式(equation of ray separation factor)あるいは波の集中度方程式(equation of wave intensity)と呼ばれている。

これらの基礎方程式は、特殊な地形条件に対しては解析的に扱うことができるが、一般には数値計算法によって解かれる。Griswold は、一様斜面上の波向線間隔係数について、Kelvin の方法および差分法による数値計算結果を解析解と比較検討した。

その後、Harrison と Wilson (1964)<sup>7)</sup> は波向線方程

式を差分法によって解く一般的なプログラムを開発した。さらに Wilson(1966)<sup>8)</sup> はその方法を改良し、自動図化機によって波向線を図化するプログラムを含めたものを発表している。

波向線上の屈折係数をも求める計算は LePetit(1964)<sup>9)</sup> が示した方法に基づいて、最近 Orr と Herbich(1970)<sup>10)</sup> が実施したことを報告している。

筆者らは今回、後述する球面浅瀬による波の屈折を、式(2.1)、(2.2)を差分法により解いて、波向線および屈折係数を求めた。計算方法について若干の工夫をしているが、その方法の記述は省略する。

### 2.3 幾何光学的屈折理論の限界

#### (1) 屈折における回折効果

まえがきにも述べたように現行屈折理論は、各々の波向線を互いに独立であるとして求める幾何光学的扱いによるものである。フェルマの原理やスネルの法則は、こうした幾何光学的屈折理論の法則である。

現行屈折理論の実際現象からの逸脱は、比較的簡単な条件の場合にも生ずる。図-2.2はその例を示すものである。これは、各々水深の異なる領域が屈曲線状に接している海域を、水深大なる方から小なる方へ波が進行している場合のスネルの法則より求めた波向線と波峯線を示している。(a)は屈曲線が波の入射側に凸状、(b)は凹状の場合である。

屈折後の領域は、いずれも三つに分けられる。すなわち(a)では、 $\overline{AO}$ からの屈折波のみが存在する領域I、 $\overline{BO}$ からの屈折波のみが存在する領域III、および両方からの

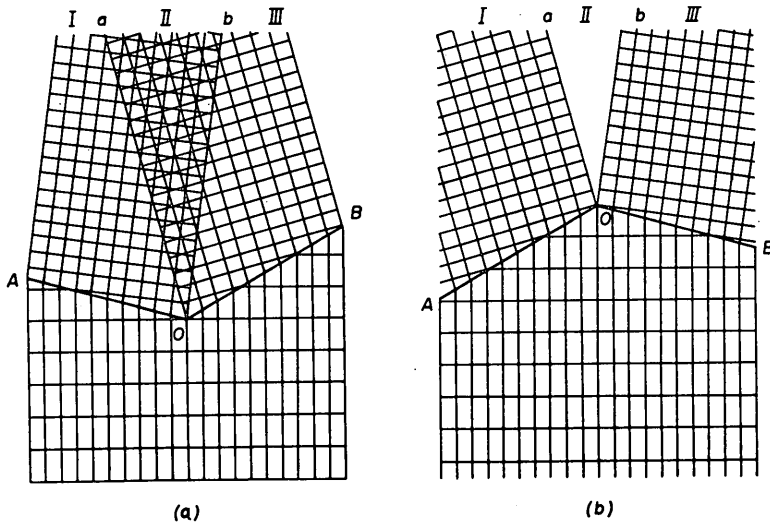


図-2.2 幾何光学的波の屈折

波向線交差領域における波高分布

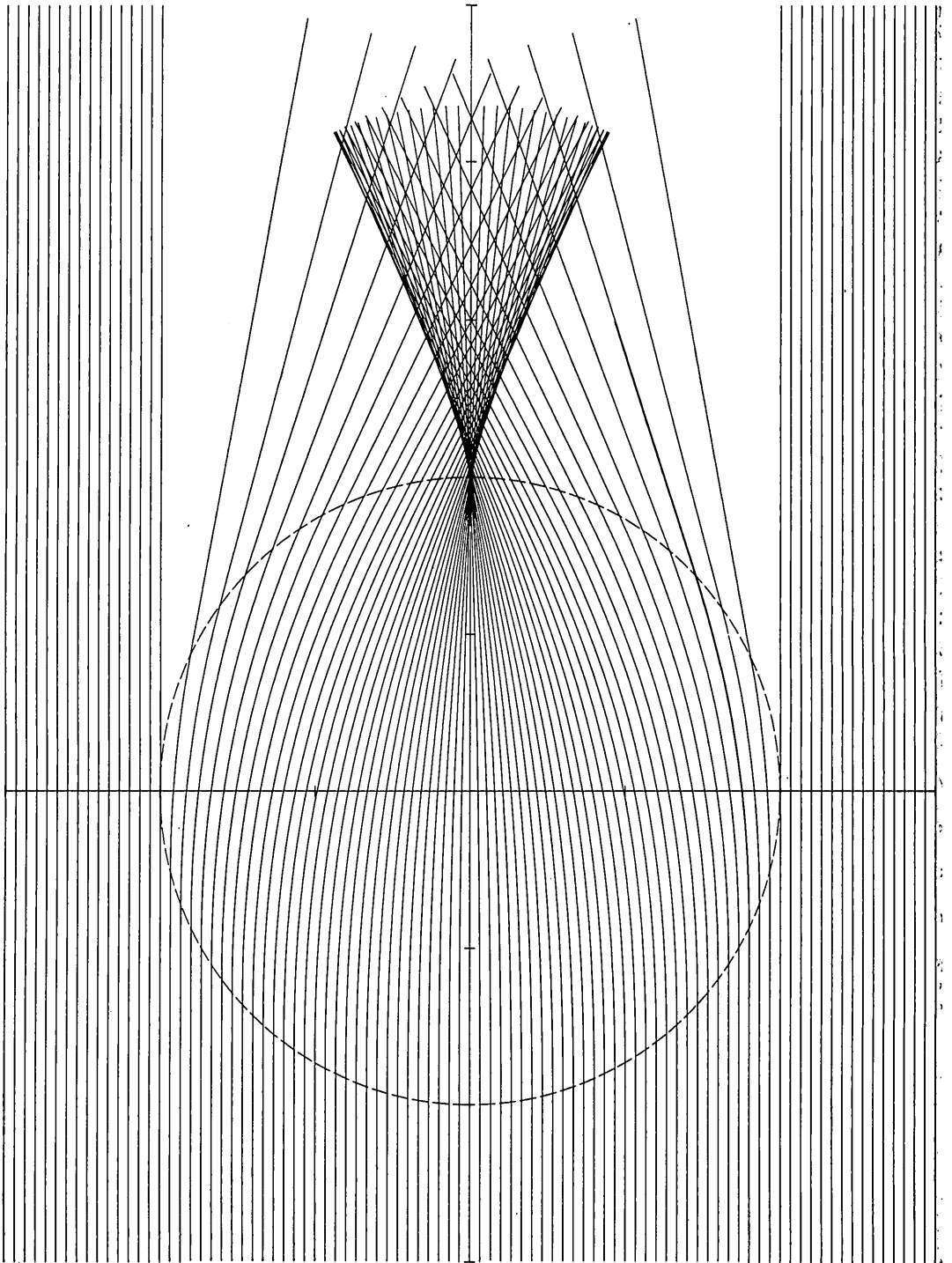


図-2.3 球面浅瀬による焦線の形成



ものが交差する領域Ⅱである。(b)の場合には、領域Ⅱは波がないところとなる。

このように幾何光学的屈折の取り扱いでは、この場合  $\overline{aO}$ ,  $\overline{bO}$  で波峯線に切れ目が生じる。実際には、そうした不連続部が生じることはなく、ならされた状態になる筈である。こうした幾何学的波との違いを生ぜしめる効果を、**屈折における回折効果**と呼ぶことにする。

なお、(a)の場合の波向線交差は、幾何光学的扱いにおいても波高無限大を意味するものではなく、単に二方向に進行する波の交差領域にほかならない。

(2) 焦線を生ずる場合

次に、もう少し複雑な例を示す。これは、あとで扱う球面浅瀬(図-5.1, 5.2)に幾何光学的屈折理論を適用したものである。図-2.3は、式(2.1)を差分法による数値計算で解いて求めた波向線を図化したものである。この場合、浅瀬背後で波向線は互いに交差し、図中太線に見えるいわゆる**焦線\***(caustic)<sup>11)</sup>を形成する。幾何光学的屈折の解釈では、こうした焦線上で波高無限大となることになる。

図-2.4に、式(2.4)より求めた波高比の分布の一例を示している。このように中央付近で波高無限大になってしまうが、後で示す数値波動解析法による結果や水理模型実験では、この最大波高比は約2になるにすぎない。

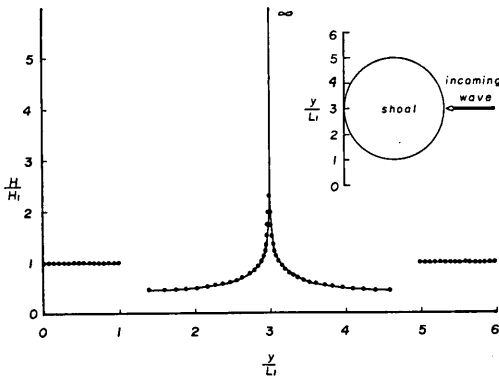


図-2.4 幾何光学的屈折理論による波高分布 (球面浅瀬)

3. 基礎方程式

前報<sup>12)</sup>において、一定水深領域での波の変形を求める基礎方程式として次式を導びいた。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_0}{\partial t} &= -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial t} &= -g \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= -\frac{1}{k} \tanh kh \left( \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

ここに、 $u_0$  および  $v_0$  は表面における粒子速度成分、 $\eta$  は水位である。

これは、任意水深領域における波動方程式の第1次近似であり、水深変化がゆるやかな場合に成り立つ。ここでは、そうした領域での屈折問題に限定し、式(3.1)をそのまま計算における基礎方程式とする。

この際、周期  $T(=2\pi/\sigma)$  と波長  $L(=2\pi/k)$  には周知の関係

$$\sigma^2 = kg \tanh kh \quad (3.2)$$

が成り立ち、場所の関数で与えられる  $h(x, y)$  に対応して、これより  $k(x, y)$  が求まる。

なお、式(3.1)から  $u_0, v_0$  を消去すれば、前報で示したごとく  $\eta$  のみに関する波動方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( c^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( c^2 \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \quad (3.3)$$

ここに、

$$c^2 = \frac{g}{k} \tanh kh \quad (3.4)$$

これを解析的に取り扱っていく際、幾何光学的近似を行えば、現行屈折理論の諸関係が導びかれる。ここではそうした扱いでなく、式(3.1)を直接差分法で解いていくわけであり、それは回折効果を含めた屈折計算をすることになる。

4. 浅水度に対する補正

前章で示した基礎方程式は、波速変化に伴う波の屈折ばかりでなく、水深変化に伴う波高変化も同時に含んでいる。しかし、その波高変化は群速度の関数でなく、波速の関数となる。したがって、浅水度について従来の群速度による波高変化に合わせるためには、補正が必要となる。

本章では、まずこうした我々の基礎方程式における近似の意味および浅水度に対する補正係数について説明し、一様勾配斜面に対する実際計算例を示す。

4.1 波動方程式による近似

水深変化による波の変形のみわかりやすい例として、図-4.1に示すように  $x=0$  で水深  $h_1$  から  $h_2$  に階段状に変化する場合を考える。

こうした場合の速度ポテンシャルに関するラプラスの

\* 焦線とは、光学の分野において光線がそれに接しているような曲線に与えられた名前である。

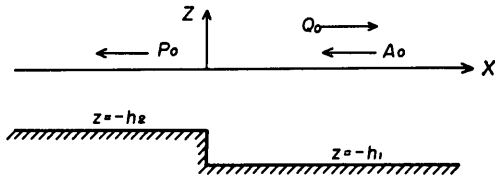


図-4.1 海底の階段状変化

微分方程式の解は、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= (A_0 e^{ikx} + Q_0 e^{-ikx}) \frac{\cosh k(z+h_1)}{\cosh kh_1} \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty} A_m e^{-k_m x} \frac{\cos k_m(z+h_1)}{\cos k_m h_1}, \quad x > 0 \\ \phi_2 &= P_0 e^{ik'x} \frac{\cosh k'(z+h_2)}{\cosh k'h_2} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} P_n e^{k_n'x} \frac{\cos k_n'(z+h_2)}{\cos k_n' h_2}, \quad x < 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

ただし、 $e^{i\omega t}$  を省略して記してあり、また

$$\left. \begin{aligned} \sigma^2 &= kg \tanh kh \\ &= -k_m g \tanh k_m h \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

の関係がある。

各領域における係数値は  $x=0$  における次の境界条件から求められる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= \phi_2 \quad (\text{圧力の連続}) \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial x} &= \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \quad (\text{流速の連続}) \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

このように、厳密解では無限級数項が含まれており、そのため係数を決める際の操作によって、群速度  $c_g$  が現われる。級数項による波は、通常的一定水深における波動のように波長を有した進行波でなく、我々はこれを減衰的定常波と名づけた。これは、一周期にわたるエネルギー輸送に関係なく、厳密解におけるエネルギー輸送の連続性は、次のようになる。

$$p^2 c_{g*} + q^2 = 1 \quad (4.4)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} p &= \left| \frac{P_0}{A_0} \right| \quad (\text{伝達率}) \\ q &= \left| \frac{Q_0}{A_0} \right| \quad (\text{反射率}) \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

$$c_{g*} = \frac{c_{g2}}{c_{g1}} \quad (4.6)$$

$c_{g1}$  および  $c_{g2}$  は、それぞれ領域 1, 2 における群速度であり、添字を省いて次のように与えられる。

$$c_g = nc \quad (4.7)$$

$$n = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \quad (4.8)$$

数値波動解析法で用いる基礎方程式は、式(4.1)における第1項のみを対象としたものであり、級数項に相当するものは含んでいない。

#### 4.2 浅水度補正係数

図-4.1を対象とした数値波動解析法の基礎方程式に対する解析解は、差分を無限に小さくした極限状態で、次のようになる\*。

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{2}{1+c_*} \\ q &= \left| \frac{1-c_*}{1+c_*} \right| = |p-1| \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

ここに、

$$c_* = \frac{c_2}{c_1} \quad (4.10)$$

これから

$$p^2 c_* + q^2 = 1 \quad (4.11)$$

となり、反射が小さいとすれば、伝達率  $p$  は、波速比  $c_*$  の  $\frac{1}{2}$  乗に等しくなる。また式(4.4)と比較して、群速度  $c_g$  の代りに波速  $c$  となっていることがわかる。

一様斜面の場合でも、反射が無視できれば、当該地点で図-4.1のように階段状に変化するとしたものと同等である。したがって、数値波動解析法におけるこうした水深変化における波高変化を、見掛け浅水度係数  $K_s'$  と呼ぶことにすれば、次のように与えられる。

$$K_s' = c_*^{-\frac{1}{2}} \quad (4.12)$$

この関係は、Lamb<sup>14)</sup> が長波についての波動方程式から、グリーンの公式を導びいたと同様に取り扱っても得られる。

一方、通常の浅水度係数  $K_s$  は、式(4.4)から同様に反射を無視して、次のようになる。

$$K_s = c_{g*}^{-\frac{1}{2}} = (n_* c_*)^{-\frac{1}{2}} \quad (4.13)$$

これは、深海波を基準とすれば、通常の微小振幅波理論の関係

$$K_s = \left( 2n \frac{c}{c_0} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (4.14)$$

に一致する。

したがって、浅水度について式(4.13)のような関係を維持しようとするならば、見掛け浅水度係数に次の補正値を乗じてやればよい。

\* 参考文献13)において、長周期波伝播の水路幅員変化による解を求めた方法と同様な扱いによって求まる。反射率の右辺を絶対値としているのは、波が深い方へ伝播する場合も含めてあるからである。

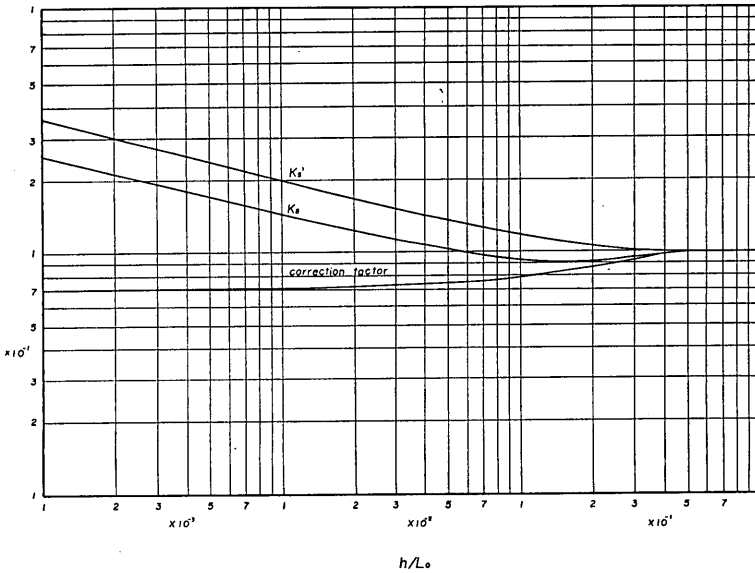


図-4.2 浅水度係数，見掛け浅水度係数および浅水度補正係数

$$f_s = n_*^{-\frac{1}{2}} = \left( \frac{1 + \frac{2k_1 h_1}{\sinh 2k_1 h_1}}{1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh}} \right) \quad (4.15)$$

これを，浅水度補正係数と呼ぶことにする。

深海を基準とした場合の浅水度係数，見掛け浅水度係数および補正係数を図-4.2に示す。この場合，浅水度補正係数は深海での1から長波領域での0.707まで変化する。もし，基準となる領域の相対水深を0.1とすれば，これは1から0.899まで変化することになる。計算領域の中に基準水深より深い所があれば，1より大きい値となる。

こうした補正係数の変化は，基準となる領域が浅海であればある程小さくなり，長波領域のみでは1である。これは，そこでは波速と群速度が一致するため，補正の必要がなくなることによる。

### 4.3 一様斜面上の波の変形

一様斜面上の屈折なしの純然たる水深による波の変形

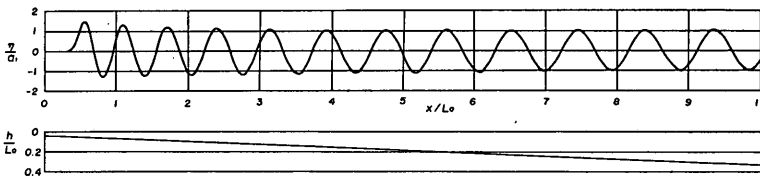


図-4.3 一様斜面上における計算波形

について，数値波動解析法を適用して前節で述べた関係を説明する。

計算は，1/34勾配上で  $h/L_0=0.5$  に波の先端が到達した時を初期状態として行なった。

図-4.3に，浅水度補正前の計算波形を示す。波の伝播と共に波高が大きくなり，波長が短くなっていることが認められる。

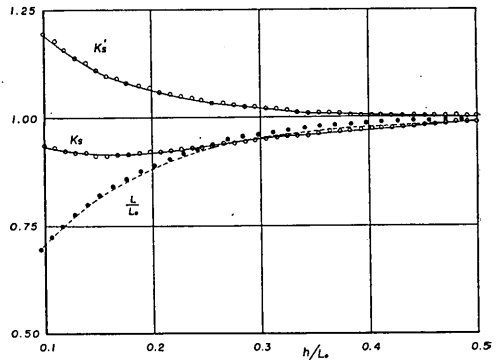


図-4.4 一様斜面上の波高，波長の変化

波向線交差領域における波高分布

図-4.4は、補正前および後の波高と斜面上における見掛け波長を示したものである。ここに見掛け波長というのは、水位零点を当該地点とし、その前後の零点間の距離と定義したものである。同図には、通常の微小振幅波理論から同様に求めた見掛け波長比や波高比 ( $K_s$ ) を示してあるが、計算結果はこれによく一致している。

こうした浅水度について、必ずしも厳密なものではないが、一応従来の関係を維持することとし、後の計算でも補正を行なった。

5. 球面浅瀬による波の変形への適用

5.1 対象とする球面浅瀬と計算条件

まえがきでも述べたように、本報告では数値波動解析法の屈折問題への応用例として、球面浅瀬をとりあげた。これは、一定水深領域中に球面の一部が突き出ているもので、第2章で示したように幾何光学的屈折の取り扱いでは、波向線の交差を生ずる。

こうした球面浅瀬による屈折の問題は、Pierson(1951)<sup>15)</sup>が波向線交差の物理的意味の観点から、実験を含めた考察を行なっているが、波高の大きさに関する数値的検討はなされていない。

図-5.1および5.2に、本計算で対象とする球面浅瀬の

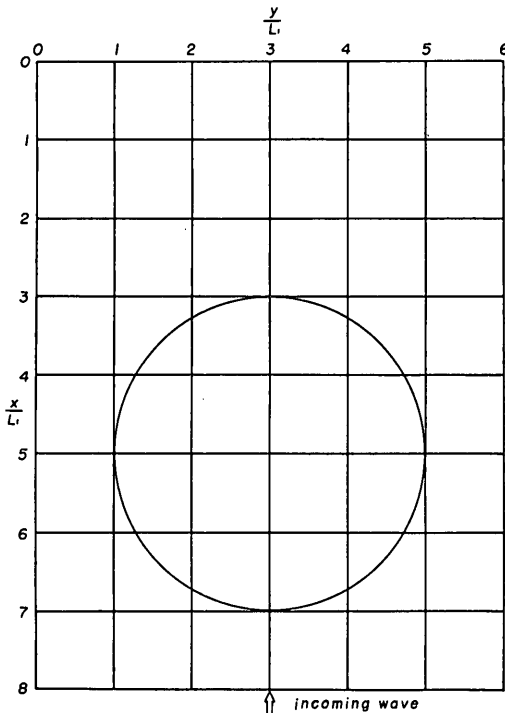


図-5.1 計算で対象とする球面浅瀬 (平面図)

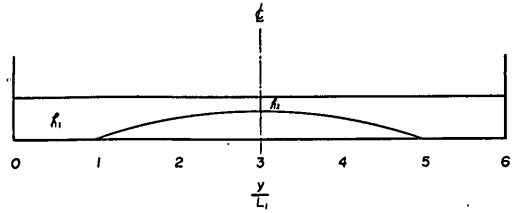


図-5.2 計算で対象とする球面浅瀬 (断面図)

平面図と断面図を示す。浅瀬の底断面における直径は、そこでの波長  $L_1$  の4倍である。計算領域は、これを含んだ  $8L_1 \times 6L_1$  の領域であり、周辺に完全反射の仮想境界を設けている。 $x/L_1=8$  で  $x$  の負の方向に進行する入射波を与え、静穏領域中  $x/L_1=7$  まで波の先端が達した時を初期状態とし、 $x/L_1=0$  の仮想境界からの反射波が浅瀬近辺に戻る以前に計算を終了する。実際計算は、現象が  $y/L_1=3$  に対して完全に対称であるから、そこに完全反射の壁があるものとして、半分の領域で行なっている。

一定水深領域における水深  $h_1$  と球面浅瀬頂点における水深  $h_2$  は次のとおりである。

$$h_1/L_1 = 0.3750$$

$$h_2/L_1 = 0.1250$$

格子間隔  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  および時間間隔  $\Delta t$  は、次の値を用いた。

$$\frac{\Delta x}{L_1} = \frac{\Delta y}{L_1} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{24}$$

計算方法の詳細については、参考文献 2) を参照されたい。

5.2 計算結果

(1) 同時水位分布

図-5.3に球面浅瀬附近の波のパターンを示す。図中実線は等水位線であり、+印領域は波の高まり、○印領域は低まりを表わしている。

浅瀬前面(入射側)では、比較的単調な波峯線の屈曲、背面では複雑な様相が認められる。

(2) 波高分布

図-5.4に波高分布を示す。浅瀬背面の一定水深領域になる附近、すなわち幾何光学的屈折で波向線が交差する領域で大きい波高が認められる。しかし著しく大きいものではなく、最大波高比は約2.1にすぎない。

直線軸上での波高分布については、次章で実験結果と合せて示す。

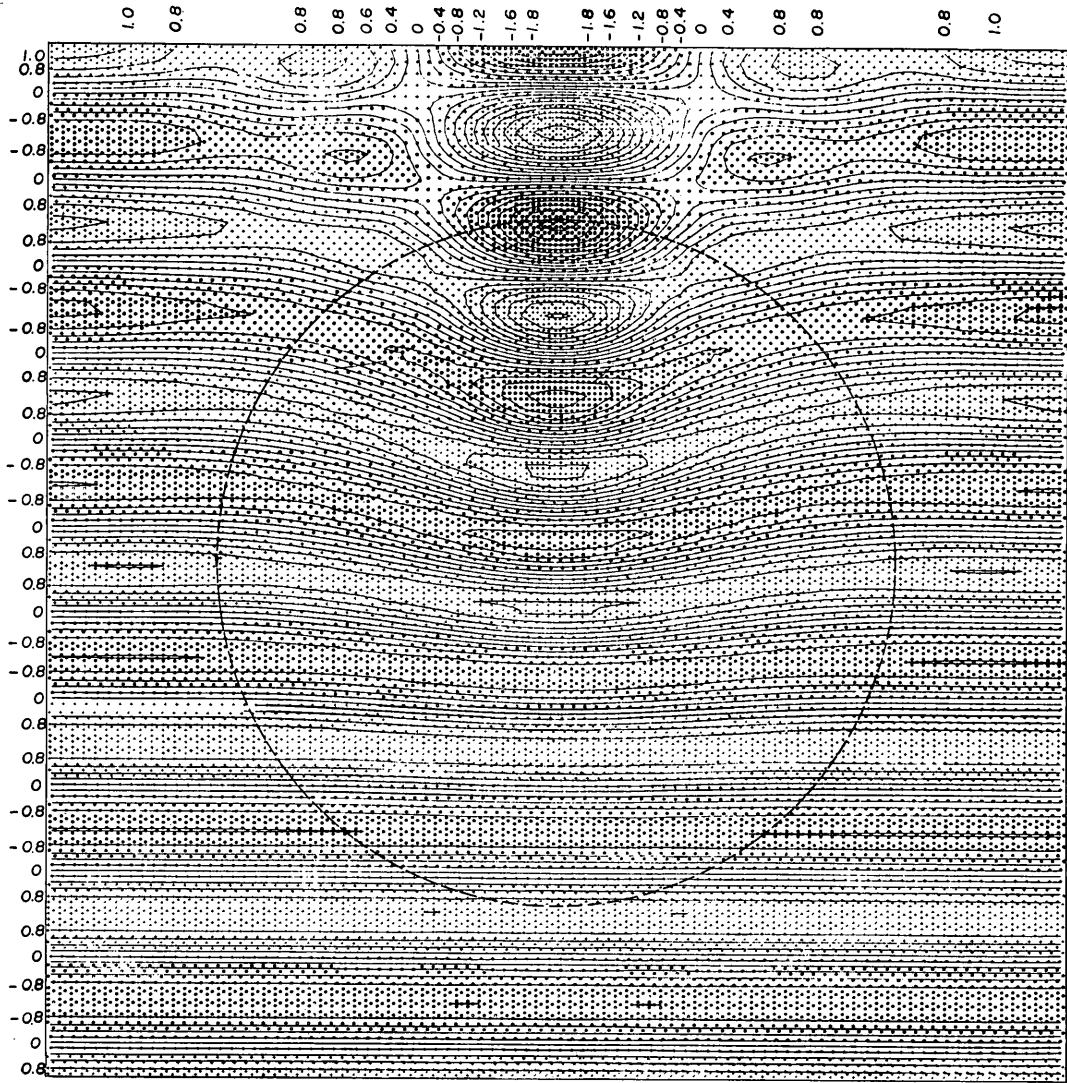


図-5.3 球面浅瀬附近の波のパターン

波向線交差領域における波高分布

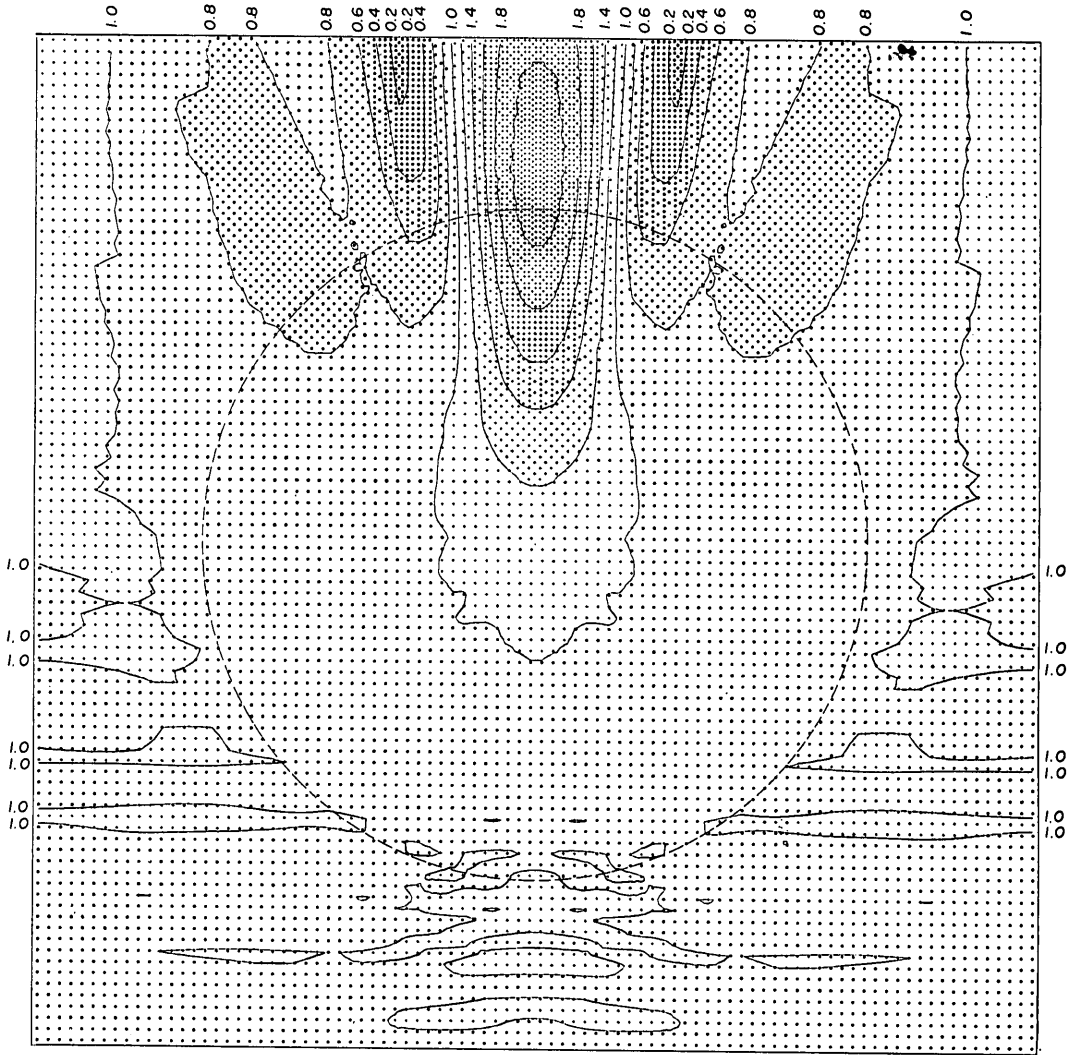


図-5.4 球面浅瀬附近の波高分布

## 6. 実験的検証と考察

### 6.1 実験の目的

前章において、球面浅瀬による波の変形の計算例を示した。本章では、そこで行なったと同様な条件について水理模型実験を実施し、若干の考察を行なう。

実験の目的は次の三点である。

- 1) 計算における仮定と同様な微小振幅波について、計

算の信頼性を検討する。

- 2) 碎波に近い条件に対する計算結果の適応性を検討する。

- 3) 計算では取り扱えない碎波を伴う現象を把握する。

### 6.2 実験条件

実験水槽と模型の配置を、図-6.1に示す。計算における座標も合せて示してある。

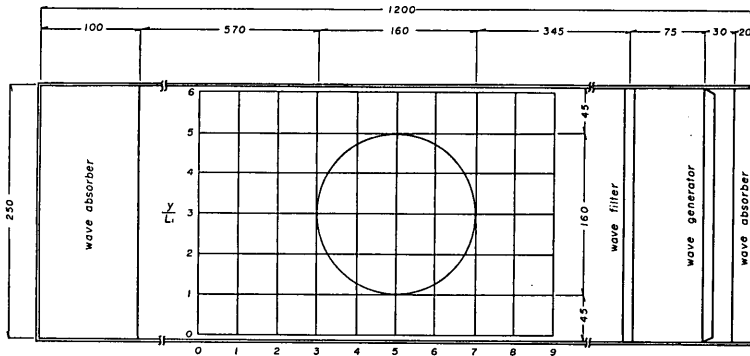


図-6.1 模型の配置

模型における水深と波長は、次のとおりである。

$h_1$  (一定水深領域での水深) = 15cm

$h_2$  (球面浅瀬頂点での水深) = 5cm

$L_1$  (一定水深領域での波長) = 40cm

表-6.1 実験ケース

ケース	入射波高 $H_i$ (cm)	ステイブネス $H_i/L_1$	備考
1	0.62	0.016	非碎波
2	1.04	0.026	〃
3	1.42	0.036	〃
4	1.70	0.043	碎波
5	2.09	0.052	〃
6	2.73	0.068	〃

これに対し、表-6.1に示すように入射波高を変化させて、6ケースの実験を行なった。これらの内、ケース1,2については、かなり広範囲にわたる波高測定を行なったが、ケース3~6については、浅瀬頂点を通る縦軸、横軸上のみ測定した。

入射波高は、 $x/L_1=8\sim 9$ で5cm毎9点、これを $y$ 方向  $y/L_1=0\sim 6$ に40cm毎に測定して、その全平均値とした。

### 6.3 実験結果と考察

- (1) 数値波動解析法による結果の検証

図-6.2~6.4は、浅瀬頂点を通る入射波進行方向軸 ( $y/L_1=3$ ) 上1波長毎の波形記録を示すものである。ケース1 ( $H_i=0.62\text{cm}$ )、2 ( $H_i=1.04\text{cm}$ ) では、波形は全域にわたり正弦波と見做せる。ケース3 ( $H_i=1.42\text{cm}$ ) になると頂点での非対称性がやや目立つようになるが、碎波を生ずるものではない。これらのケースの実験結果を計算結果と比較してみる。

図-6.5~6.7は入射波の進行方向に平行な軸上での波高分布を比較したものである。図-6.5には、計算結果に浅水度係数未補正のものも合せて示してある。実験結果は補正したものにやや近いことが認められる。図-6.6、6.7では、実験値はそれぞれ対称軸上での測定値の平均値を示してある。

図-6.8~6.11は、入射波の進行方向と直角軸上での同様な波高分布の比較を示したものである。

水槽における実験では、波高の場所的、時間的変動は避けがたい。時間的には定常状態になるのを待って、各測線で同一条件で測定した。また、小さい波高の波に対しては、表面浮遊物による波の減衰の影響が大きくなるが、これについては十分清澄なる状態で行なうよう配慮した。

以上の実験結果は、計算結果と極めてよく一致していると言える。

波向線交差領域における波高分布

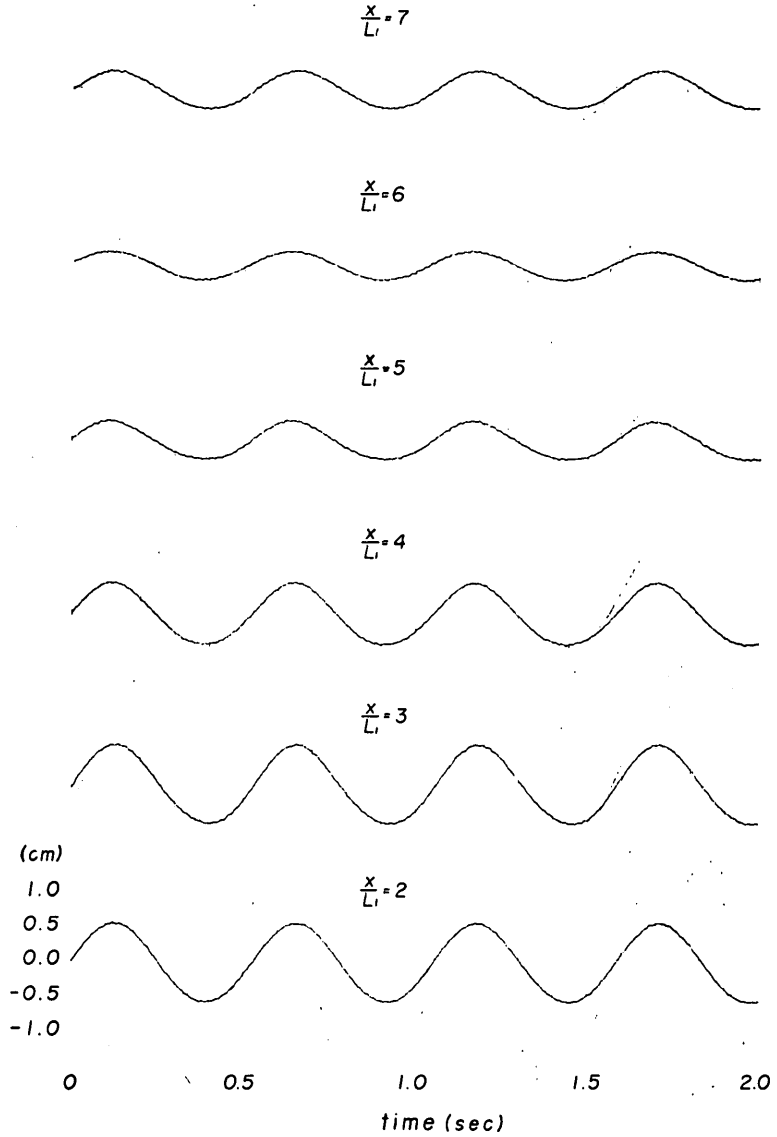


図-6.2 波形記録 (ケース1,  $H_i/L_1=0.016$ )



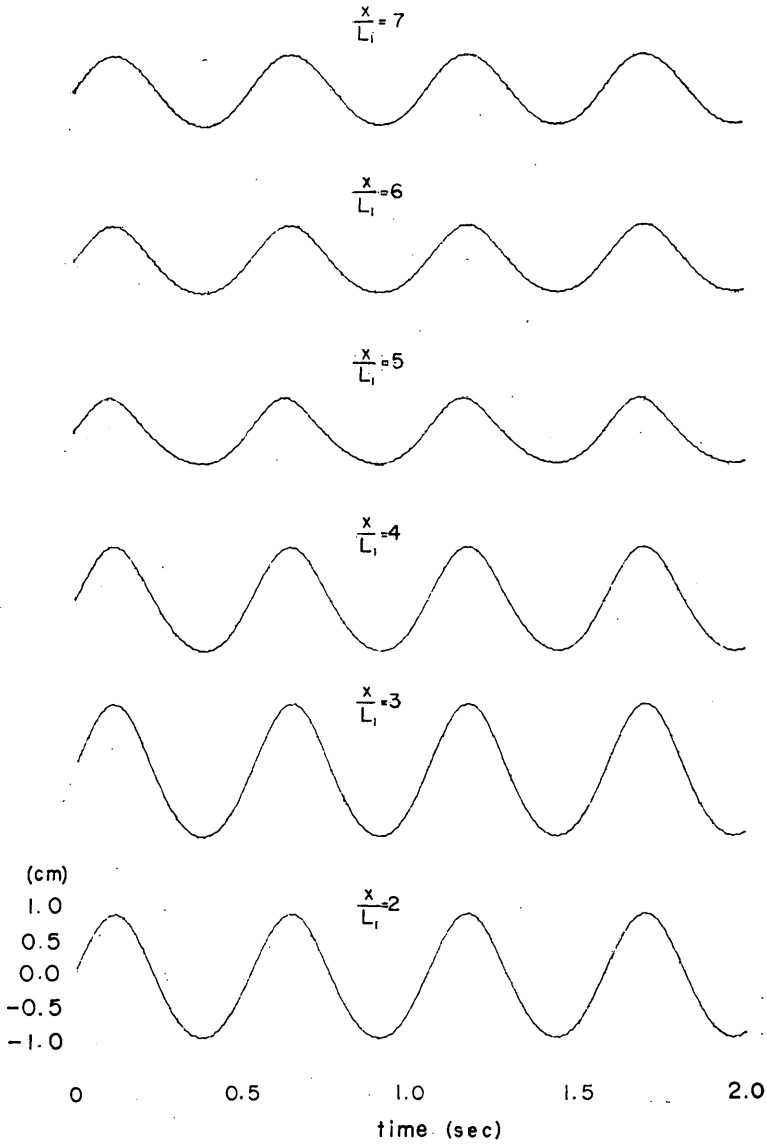


図-6.3 波形記録 (ケース 2,  $H_i/L_1=0.026$ )

波向線交差領域における波高分布

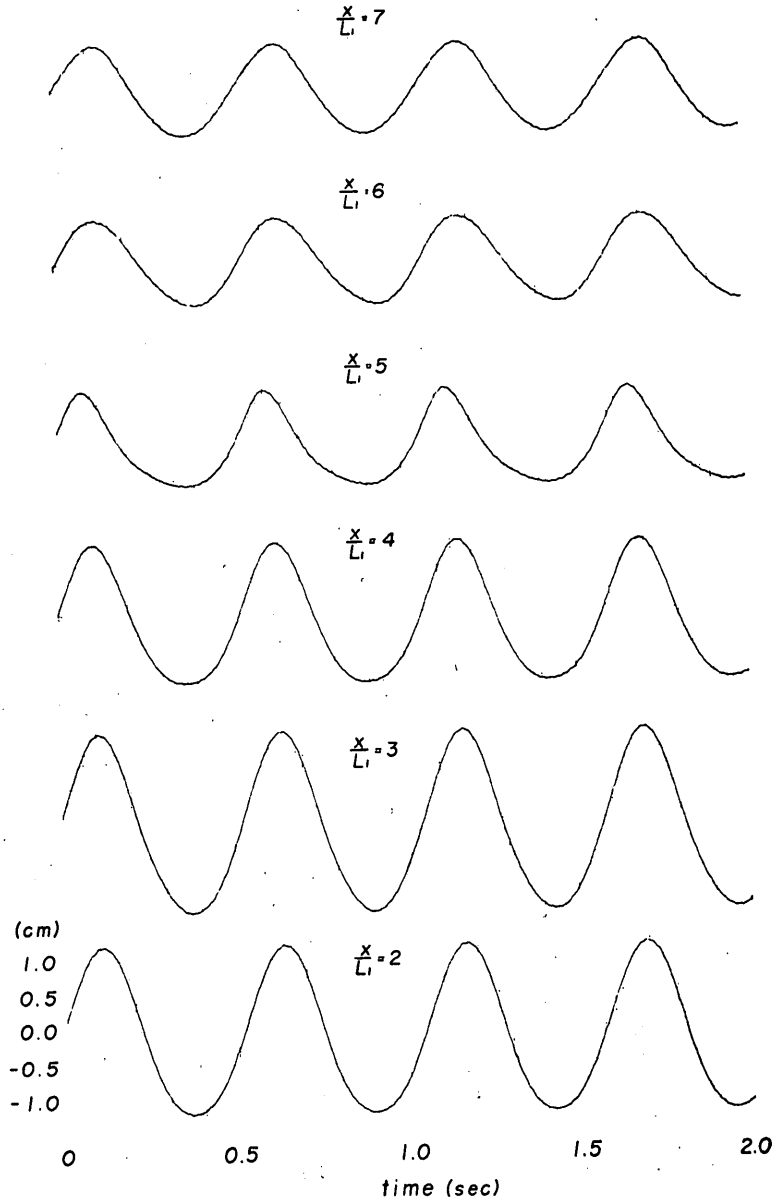


図-6.4 波形記録 (ケース 3,  $H_i/L_1=0.036$ )

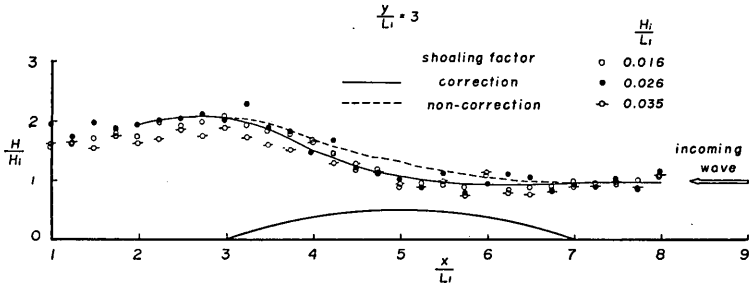


図-6.5 波高分布の比較(1)

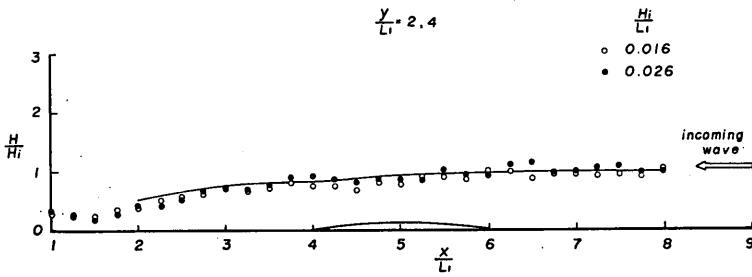


図-6.6 波高分布の比較(2)

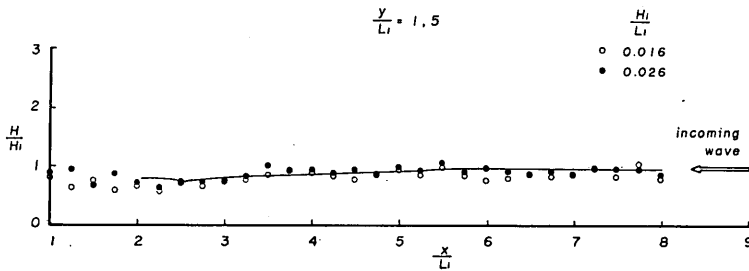


図-6.7 波高分布の比較(3)

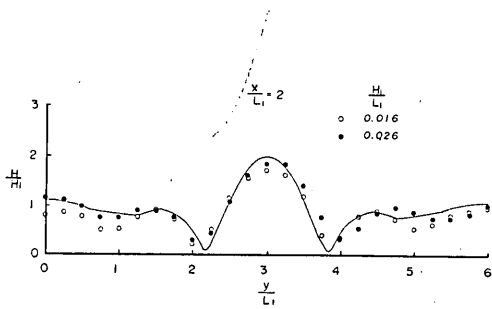


図-6.8 波高分布の比較(4)

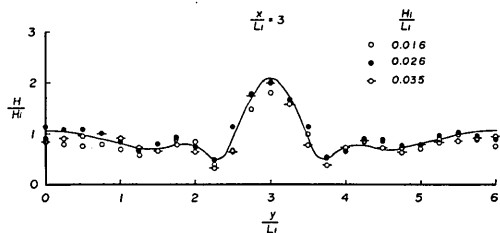


図-6.9 波高分布の比較(5)

波向線交差領域における波高分布

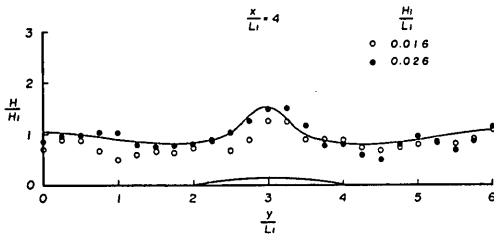


図-6.10 波高分布の比較(6)

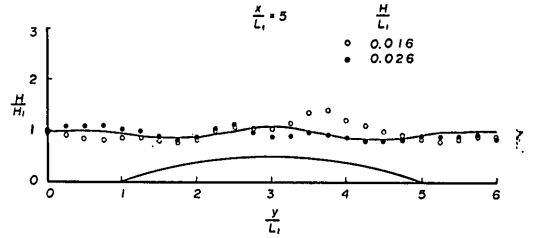


図-6.11 波高分布の比較(7)

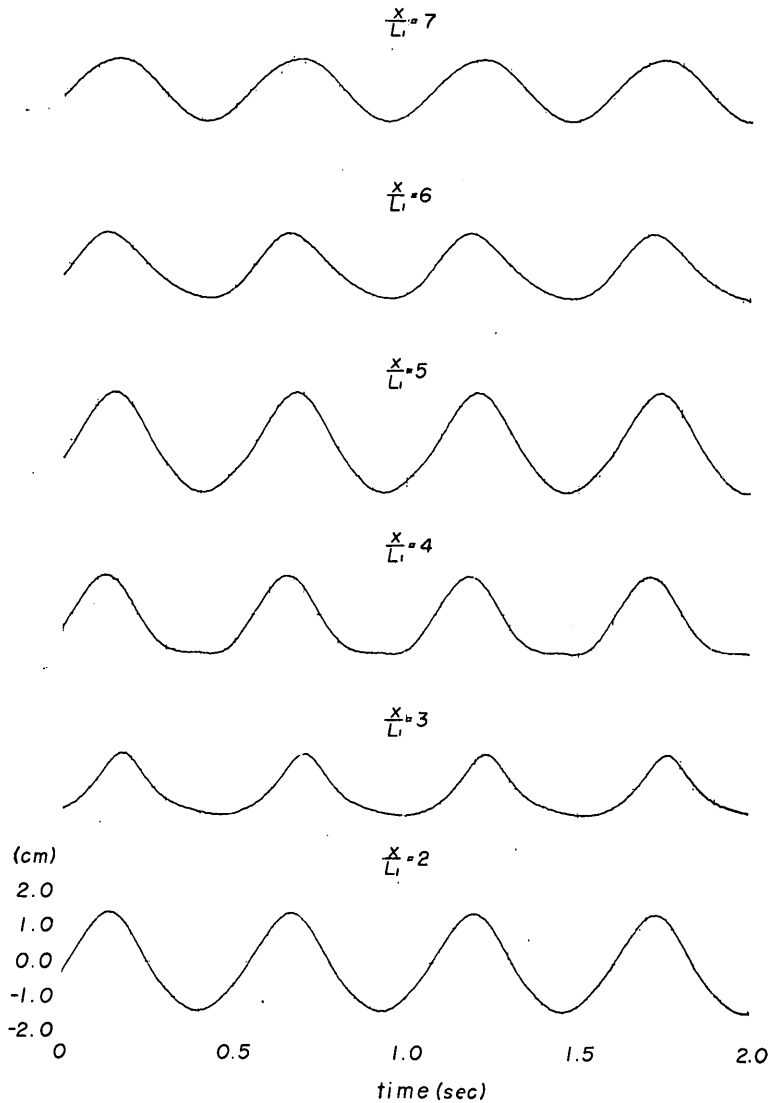


図-6.12 碎波を伴う場合の波形記録 (ケース4,  $H_i/L_1=0.043$ )

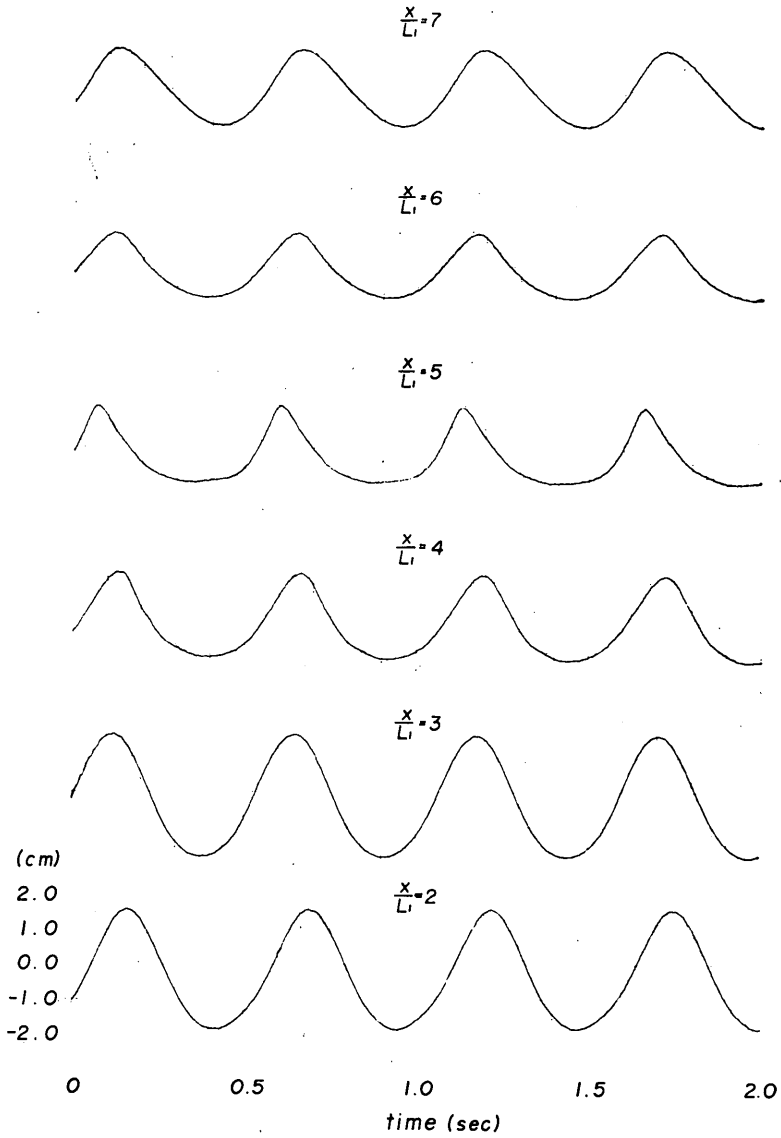


図-6.13 砕波を伴う場合の波形記録 (ケース 5,  $H_i/L_1=0.052$ )

波向線交差領域における波高分布

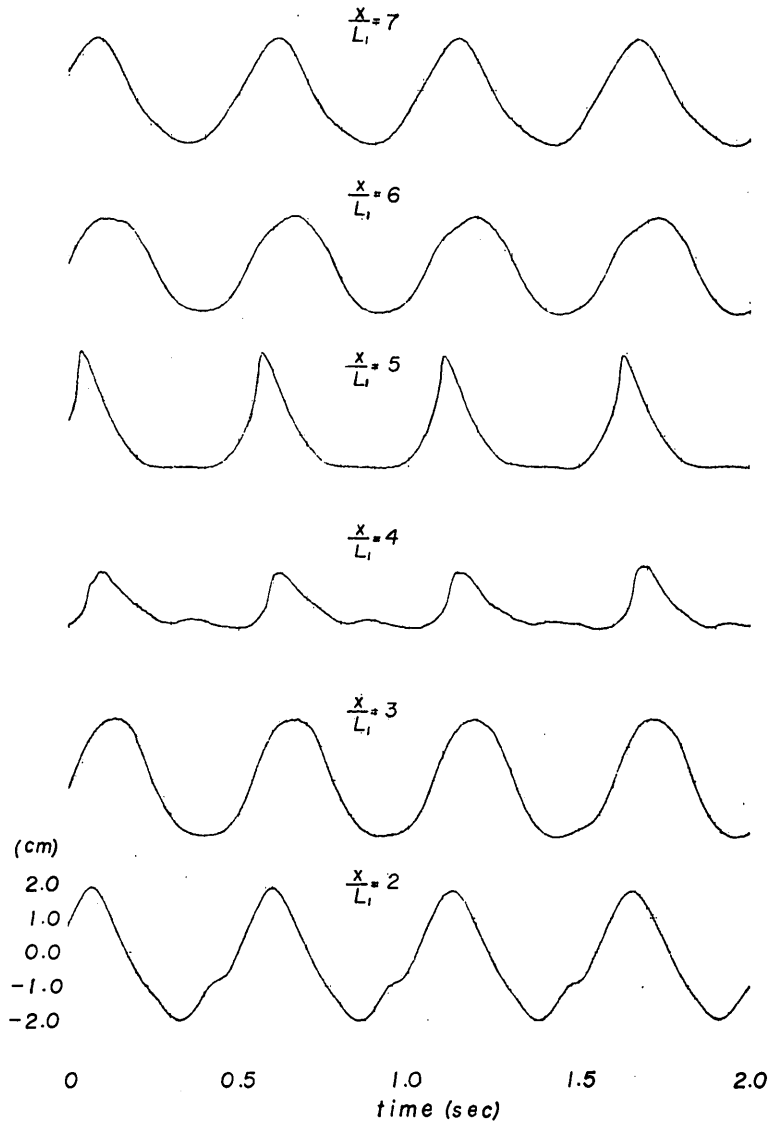


図-6.14 碎波を伴う場合の波形記録 (ケース6,  $H_i/L_1=0.068$ )

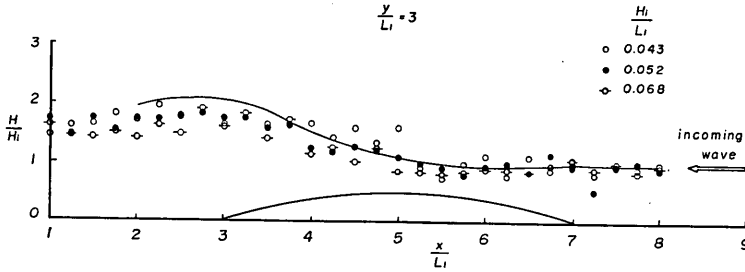


図-6.15 砕波を伴う場合の波高分布(1)

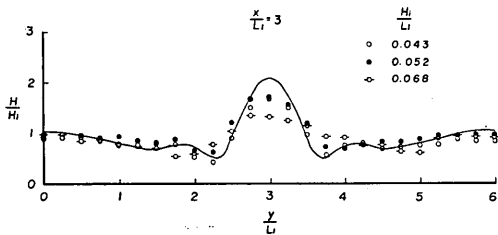


図-6.16 砕波を伴う場合の波高分布(2)

(2) 砕波を伴う場合

浅瀬の頂点を通る入射波進行方向軸 ( $y/L_1=3$ ) 上の計算結果では、頂点に至るまでの波高比は約 1, それから 2 波長程度まで増大し、一定水深領域に達してすぐに最大波高比約 2.1 となる。

入射波高を大きくすれば砕波を生ずることになるが、浅瀬前面 ( $x/L_1=5\sim7$ ) でそれが生ずるのは、既に入射波高が浅瀬上での砕波限界に近い場合である。ここではそうした砕波でなく、屈折効果による波高増大によって頂点を越えてから砕波を生ずる場合を取り扱う。実験ケースの 4～6 がそれである。

入射波高 1.70cm (ケース 4) の場合では、頂点をわずかに越えた所で波峯線が崩れるのが認められた。入射波高を 2.09cm (ケース 5) と大きくしていくと、こうした波峯の崩れる範囲も拡がり、2.73cm (ケース 6) では浅瀬背面軸上全域 ( $x/L_1=2\sim5$ ) に及ぶようになった。しかし、それも一定水深に達する所では、再びきれいな波に復元して伝播し始める。砕波領域の幅方向の拡がり、は、わずかである。

図-6.12～6.14に、 $y/L_1=3$  軸上での波形記録を示す。いずれも浅瀬に達した所 ( $x/L_1=7$ ) では正弦波形に近いが、頂点およびそれを越えた浅瀬領域では非対称性が目立つ。

図-6.15, 6.16 は、こうした砕波にかまわず、 $y/L_1=3$  および  $x/L_1=3$  軸上での波高分布を計算結果と比較し

たものである。図-6.16 における中央での波高低下が目立つが、この程度の砕波を含む状態では、全体的にはかなり一致しているのが認められる。

7. あとがき

本研究は、屈折計算における波向線交差の取り扱いに対する、現場からの要請によって促進された。

ここ20年にわたって、屈折計算はもっぱら幾何光学的近似に基づいた作図法によって行われてきた。近年、電子計算機による屈折計算が報告されているが、それにしても作図法と同原理に基づくものであり、波向線交差問題を解決するものではない。

我々の数値波動解析法は、一定水深領域における微小振幅波動理論に基づいた近似という点では、現行理論の出発点と同じであるが、屈折における回折効果を含めたものであり、波向線交差を含む場合にも合理的に適用できる。こうした意味で、現行屈折理論における実用的には最大の難点を克服した方法と言える。

本報告では、取り敢えずこれを球面浅瀬に対して適用し、水理模型実験による検証を与えた。

具体的問題について同様に適用可能であるが、広領域計算では大容量の計算機を必要とし、経済的観点に立つ効果的な計算手法が問題となるであろう。これについては、具体的な問題において個々に考えていきたい。本報告における計算は全て、港研所有 TOSBAC-3400 を用いて行なったものである。

なお、本研究は伊藤の全般的指導のもとに、計算を谷本が、水理模型実験を山本が行ない、谷本が報告書を取りまとめた。ドラフターによる一部計算結果の図化は防波堤研究室小舟浩治が担当した。

(1972年6月30日受付)

波向線交差領域における波高分布

参 考 文 献

- 1) Pierson, W.J. Jr.: The interpretation of crossed orthogonals in wave refraction phenomena, *Technical Memorandum No. 21, Beach Erosion Board, Corps of Engineers*, 1951
- 2) 伊藤喜行・谷本勝利: 新しい方法による波動の数値計算—防波堤周辺の波高分布への応用—, 港湾技術研究所報告, 第10巻第2号, 1971, pp. 97~120
- 3) 港湾構造物設計基準, 日本港湾協会, 1967, pp. 2-4-77~2-4-79
- 4) 佐藤昭二・合田良実: 海岸・港湾, 彰国社刊, 1972 p. 327
- 5) Griswold, G.M.: Numerical calculation of wave refraction, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 68, No. 8, 1963, pp. 1715~1723
- 6) Munk, W.H., R.S. Arthur: Wave intensity along a refracted ray, *National Bureau of Standards, U.S. Circular 521, Gravity Waves*, 1952, pp. 95~108
- 7) Harrison, W., W.S. Wilson: Development of a method for numerical calculation of wave refraction, *Technical Memorandum No. 6, U.S. Army Coastal Engineering Research Center*, 1964, p. 64
- 8) Wilson, W.S.: A method for calculating and plotting surface wave rays, *Technical Memorandum No. 17, U.S. Army Coastal Engineering Research Center*, 1966, p. 57
- 9) LePetit, J.W.: Etude de la refraction de la houle Monochromatique par la calcul numerique, *E.D. F. Bulletin de la Direction des Étude et Recherches*, No. 9, 1964
- 10) Orr, T.E., J.B. Herbich: Numerical calculation of wave refraction from shorelines by digital computer, *Preprint of Offshore Technology Conference*, 1970 pp. II 533~II 540
- 11) 1) に同じ
- 12) 2) に同じ
- 13) 伊藤喜行・土岐祥介・森平倫生: 長周期波に対する防波堤の効果に関する計算(第2報), 港湾技術研究所報告, 第3巻第7号, 1965, p. 123
- 14) Lamb, H.: *Hydrodynamics*, Sixth Edition, Dover, p. 738, pp. 274
- 15) 1) に同じ