

港湾技術研究所報告

REPORT OF PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

第 6 卷 6 号

Vol. 6 No. 6

(通巻第 43 号)

ポンプ浚渫船の噴流式吸込管助勢装置について

..... 松田 任・近藤 基・八木得次・岩田尚生

土砂の水力輸送に関する研究

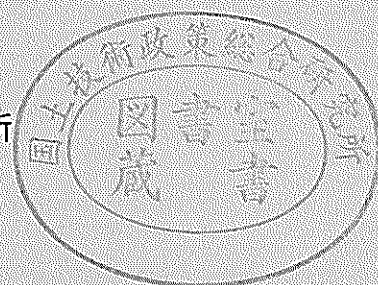
——水平管流における限界流速について——..... 八木得次・入江義次・青木幸男

水平管における単粒子の初動流速について..... 八木得次・入江義次・青木幸男

排土板の地均し抵抗に関する研究 早乙女保二・石塚浩次

1967年4月

運輸省港湾技術研究所



総目次

ポンプ浚渫船の噴流式吸込管助勢装置について

.....松田 任・近藤 基・八木得次・岩田尚生..... 3

土砂の水力輸送に関する研究

——水平管流における限界流速について——

..... 八木得次・入江義次・青木幸男.....17

水平管における単粒子の初動流速について

..... 八木得次・入江義次・青木幸男.....35

排土板の地均し抵抗に関する研究早乙女保二・石塚浩次.....49

水平管における単粒子の初動流速について

八木得次・入江義次・青木幸男

水平管における単粒子の初動流速について

目 次

概 要	39
1. ま え が き	39
2. 移動開始時の平衡条件	39
3. 実験概要および供試材料	41
4. 実 験 結 果	43
5. あ と が き	47

On the Initial Stirring Velocity of a Particle in Horizontal Pipes

Tokuji Yagi*
Yoshiji Irie**
Yukio Aoki**

Synopsis

In case of hydraulic transportation of soil through pipes, the consideration for the flow velocity suited to the characteristics of soil (for instance, specific weight, grain size, shape and the like), the solid content and the pipe diameter is an important factor for the economical transportation of soil.

At the time of the selection of the flow velocity, those which fundamentally express the transportability of particles will be the settling velocity and the initial stirring velocity in horizontal pipes.

In this report we investigated the initial stirring velocity of a particle in horizontal pipes and compared it with the theoretical equations derived from the equilibrium conditions between fluid resistances and frictional forces.

Within our test, we concluded that the influences of Re were small and the initial stirring velocity could be approximately shown as the relation between $Fr/\mu s$ and K . Besides we also discussed the relation of it to the settling velocity.

Grain sizes used here ranged from 0.079 to 20 mm and pipe diameters were 50, 75 and 100 mm.

* Chief Researcher, Hydraulic Transportation Laboratory

** Research Engineer, Hydraulic Transportation Laboratory

水平管における単粒子の初動流速について

八 木 得 次*
 入 江 義 次**
 青 木 幸 男**

概 要

管路による土砂の水力輸送において経済的に輸送を行なうには、土砂の性質（比重、粒径、形状等）、含泥率、および管径等に適合した流速を選定しなければならない。

流速選定に際して粒子の輸送性を端的に示す基本的なものは、沈降速度および水平管における初動流速であらう。

本報告は、水平管における単粒子の初動流速の測定結果と流体抵抗および摩擦力の平衡条件から求めた理論式とを比較検討したものである。

実験結果から、初動流速は Reynold Number の影響は僅少であって、近似的に $Fr/\mu s$ と K の関係として示すことができた。さらに初動流速と沈降速度の関係についても言及した。

実験に用いた粒径範囲は 0.079~20 mm であり、管径は 50, 70 および 100 mm である。

1. ま え が き

管路による土砂輸送においては、土砂の性質（比重、粒径、形状）含泥率、管径等の輸送条件によって土粒子の流れ様式が異なってくる。これらの輸送条件下において土砂を停滞することなく、しかも経済的に輸送する最適な速度を求めることは、きわめて重要なことであるが、それには、多くの実験あるいは現場的知識を必要とすることは申すまでもない。

このような粒群輸送の問題に入る前に、限界流速あるいは最適速度の一つの目安と考えられるのが、1乃至数個の粒子の移動開始速度である。この初動流速は、垂直管における自由沈降速度と同様に、水平管における粒子および管を考えた上での一つの固有の性質を示すものであって、水平管輸送の基本的な速度ということができよう。

以上のようなことから、本報告では水平管における初動流速を流体抵抗の平衡条件式から導き、実験結果と照合するとともに、沈降速度との関係についても言及した。

なお、本実験に用いた土砂の粒径は 0.079~20 mm まで

の14種類とし、管は径 50, 75 および 100 mm のアクリル製である。

2. 移動開始時の平衡条件

管底にある粒子（以下球形粒子とする）が移動するためには、粒子が流体から受ける抵抗が、粒子と管壁との摩擦力より大きいことが必要で、図-1にこの場合の力関係の模型図を示してある。

図には流体抵抗 (R) および摩擦力 (F) のみを示しているが、厳密には、 x および y 方向の d_s 間の圧力変動 $\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{as}$ および $\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{as}$ による抵抗または揚力を考慮しなければならない。これら圧力変動による影響の取扱いは複雑であり、多くの仮定を必要とする。さらに $\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{as}$ の影響は僅少であると思われるから、ここで

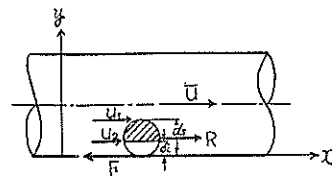


図-1 移動開始時の力関係

* 機材部 流体輸送研究室長

** 機材部 流体輸送研究室

は簡単に、 R および F のみの関係として求め、後に補正係数によって揚力的影響を考慮することにする。

管底にある粒子の受ける流体抵抗は、管内の流速分布から考えて、粒子断面に様かかるとはならない。そこで、ここでは流体の乱れた部分に働らく抵抗 (R_T) と、管壁付近に形成される層流底層部 (厚さ δ_L) の抵抗 (R_L) とに分け、さらに、それぞれの部分の代表流速を、前者は $y=d_s$ における流速 (u_1)、後者は $y=\delta_L$ における流速 (u_2) とすれば、全流体抵抗は次のように表わすことができる。

$$R = R_T + R_L = C_{D1} \frac{\rho_w}{2} u_1^2 \alpha \frac{\pi}{4} d_s^2 + C_{D2} \frac{\rho_w}{2} u_2^2 (1 - \alpha) \frac{\pi}{4} d_s^2 \quad \dots\dots(1)$$

ただし ρ_w : 流体の密度

C_D : 抗力係数

α : 乱れた部分の x 方向の投影面積の粒子投影面積に対する割合

次に摩擦力 (F) は、粒子の水中重量に管壁との静摩擦係数を乗じたものであるから、

$$F = \frac{1}{6} \pi d_s^3 g (\rho_s - \rho_w) \mu_s \quad \dots\dots(2)$$

ただし ρ_s : 粒子の密度

μ_s : 粒子と管壁との静摩擦係数

粒子が移動を開始する時点においては、 $R=F$ であるから式 (1) および (2) から

$$g d_s \left(\frac{\rho_s}{\rho_w} - 1 \right) \mu_s = \frac{3}{4} (C_{D1} \alpha u_1^2 + C_{D2} (1 - \alpha) u_2^2) \quad \dots\dots(3)$$

式 (3) で示される平衡条件において、 d_s と δ_L の関係が問題になってくるから、ここでは $d_s < \delta_L$ および $d_s > \delta_L$ の場合に分けて検討を進める。

2.1. $d_s \leq \delta_L$ の場合

粒子径が小さくあるいは δ_L が大きく $d_s < \delta_L$ の場合には、式 (3) において $\alpha = 0$ となるから、

$$g d_s \left(\frac{\rho_s}{\rho_w} - 1 \right) \mu_s = \frac{3}{4} C_{D2} u_2^2 \quad \dots\dots(4)$$

ここで、 u_2 は層流底層内の速度分布 $u/u_* = u_* y/\nu$ において $y=d_s$ のものであるから、

$$u_2 = u_* \left(\frac{u_* d_s}{\nu} \right) \quad \dots\dots(5)$$

ただし $u_* = \sqrt{\tau_0/\rho_w}$ 摩擦速度

τ_0 : 表面摩擦応力

ν : 流体の動粘性係数

式 (5) を (4) に代入すれば式 (6) を得る。

$$\frac{u_*^3}{\left(\frac{\rho_s}{\rho_w} - 1 \right) g d_s \mu_s} = \frac{1}{\frac{3}{4} C_{D2} \left(\frac{u_* d_s}{\nu} \right)^3} \quad \dots\dots(6)$$

次に抗力係数 (C_{D2}) は、 $u_2 d_s/\nu$ の関数であり、これを書き直すと、

$$\frac{u_2 d_s}{\nu} = \frac{u_* d_s}{\nu} \cdot \frac{u_2}{u_*} = \left(\frac{u_* d_s}{\nu} \right)^2 \quad \dots\dots(7)$$

以上のことから、式 (6) の右辺は $(u_* d_s/\nu)$ の関数で表わされることが判る。したがって、 $F r_* = u_*^2 / (\rho_s/\rho_w - 1) g d_s$ とすれば式 (6) は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{F r_*}{\mu_s} &= \frac{1}{\Psi_1 \left(\frac{u_* d_s}{\nu} \right)} \\ \Psi_1 \left(\frac{u_* d_s}{\nu} \right) &= \frac{3}{4} C_{D2} \left(\frac{u_* d_s}{\nu} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(8)$$

以上は、粒子の移動開始条件を摩擦速度 (u_*) にもとずいて整理したものであるが、次に、この限界条件における管内平均流速、すなわち初動流速 (\bar{u}) をもとにして表わしてみよう。

水平管流れにおいては、層流、乱流を問わず u_* と \bar{u} の間には $u^*/\bar{u} = \sqrt{\lambda/8}$ の関係があり、さらに λ は $Re = 3 \times 10^3 \sim 10^5$ の範囲で Blasius の式 $\lambda = 0.316/Re^{1/4}$ が成り立つものとすれば Re の関数になる。したがって、 $(u_* d_s/\nu)$ は次のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned} \frac{u_* d_s}{\nu} &= \frac{\bar{u} D}{\nu} \cdot \frac{u_*}{\bar{u}} \cdot \frac{d_s}{D} \\ &= Re \cdot K \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{8}} = 0.199 Re^{3/8} \cdot K = A \end{aligned} \quad \dots\dots(9)$$

ただし D : 管径

Re : $\bar{u} D/\nu$ レイノルズ数

K : d_s/D 粒子径と管径の比

λ : 管摩擦抵抗係数

また、 C_{D2} は $(u_2 d_s/\nu)$ の関数であり、式 (7) から

$$\frac{u_2 d_s}{\nu} = \left(\frac{u_* d_s}{\nu} \right)^2 = A^2 = 3.95 \times 10^{-2} Re^{3/4} K^2 \quad \dots\dots(10)$$

以上のように、 \bar{u} をもとにすれば平衡条件は Re および K の関数となり、 $F r_* = \bar{u}^2 / (\rho_s/\rho_w - 1) g d_s$ とおけば、式 (8) を次のように書き直すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{F r_*}{\mu_s} &= \frac{1}{\Psi_1'(Re, K)} \\ \Psi_1'(Re, K) &= 1.17 \times 10^{-3} C_{D2} \cdot Re^{3/2} \cdot K^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(11)$$

2.2. $d_s > \delta_L$ の場合

粒子径が大きい場合あるいは層流底層が薄い場合には、粒子の一部は流れの乱れた部分に露出する。したがって流体抵抗は、乱れた部分および層流底層部に働らくものに分けて考える必要がある。

上記两部分の代表流速 u_1 および u_2 は、 $y=d_s$ および $y=\delta_L$ におけるものであり、乱れた部分の流速分布を Nikuradse のものを用いると、それぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u_* \left\{ 5.75 \log_{10} \frac{u_* d_s}{\nu} + 5.5 \right\} = u_* \cdot B \\ u_2 &= u_* \left(\frac{u_* \delta_L}{\nu} \right) \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

ただし $B=5.75 \log_{10} A + 5.5$

式 (12) を (3) に代入して整理すると式 (13) を得る。

$$\frac{F_{r*}}{\mu_s} = \frac{1}{\frac{3}{4} \{ C_{D1} \alpha_l B^2 + C_{D2} (1 - \alpha_l) \left(\frac{u_* \delta_L}{\nu} \right)^2 \}} \dots (13)$$

さて、式 (13) 中の C_D , α_l および $(u_* \delta_L / \nu)$ の関数関係を調べて見ると、それぞれ次のようになる。

まず、層流底層の厚さ δ_L は、 Re の関数として $\delta_L / D = 34 / Re_e^{1/8}$ と表わすことができるから、

$$\frac{u_* \delta_L}{\nu} = \frac{\bar{u} D}{\nu} \cdot \frac{u_*}{\bar{u}} \cdot \frac{\delta_L}{D} = 34 Re_e^{1/8} \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \approx 6.76 \dots (14)$$

次に、 C_{D1} および C_{D2} は、それぞれ $(u_1 d_s / \nu)$ および $(u_2 d_s / \nu)$ の関数であるから、これを書き直すと、

$$\frac{u_1 d_s}{\nu} = \frac{u_* d_s}{\nu} \cdot \frac{u_1}{u_*} = \frac{u_* d_s}{\nu} \left\{ 5.75 \log_{10} \frac{u_* d_s}{\nu} + 5.5 \right\} = A \cdot B \dots (15)$$

$$\frac{u_2 d_s}{\nu} = \frac{u_* d_s}{\nu} \cdot \frac{u_2}{u_*} = \left(\frac{u_* d_s}{\nu} \right) \left(\frac{u_* \delta_L}{\nu} \right) = 6.76 \cdot A \dots (16)$$

さらに、 α_l は δ_L / d_s の関数とすることができるから、

$$\frac{\delta_L}{d_s} = \left(\frac{u_* \delta_L}{\nu} \right) / \left(\frac{u_* d_s}{\nu} \right) = 6.76 / A \dots (17)$$

以上のように、変数 C_D , α_l および $(u_* \delta_L / \nu)$ は、すべて $A = (u_* d_s / \nu)$ の関数として表わされるから、一般に式 (13) を次のように示すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_{r*}}{\mu_s} &= \frac{1}{\Psi_2 \left(\frac{u_* d_s}{\nu} \right)} \\ \Psi_2 \left(\frac{u_* d_s}{\nu} \right) &= \frac{3}{4} \{ C_{D1} \alpha_l B^2 + 45.7 C_{D2} (1 - \alpha_l) \} \end{aligned} \right\} (18)$$

次に $d_s < \delta_L$ の場合と同様に、式 (18) を初動流速 \bar{u} で書き直すと式 (19) を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_r}{\mu_s} &= \frac{1}{\Psi_2'(Re_e, K)} \\ \Psi_2'(Re_e, K) &= 2.96 \times 10^{-2} Re_e^{-1/4} \\ &\quad \times \{ C_{D1} \alpha_l B^2 + 45.7 C_{D2} (1 - \alpha_l) \} \end{aligned} \right\} \dots (19)$$

2.3. Ψ_1 , Ψ_2 および Ψ_1' , Ψ_2' の適用範囲

以上のように、水平管における単粒子の初動限界においては、 $d_s \geq \delta_L$ の如何に拘わらず、 (F_{r*} / μ_s) を $(u_* d_s / \nu)$ の関数また、 (F_r / μ_s) を (Re_e, K) の関数として表わすことができる。

Ψ_1, Ψ_2 の適用限界は、 $d_s = \delta_L$ すなわち $u_* d_s / \nu = u_* \delta_L / \nu = 6.76$ であり、また Ψ_1', Ψ_2' の適用限界における K および Re_e の関係は、次のとおりである。

$$Re_e^{7/8} \cdot K = 34 \dots (20)$$

3. 実験概要および供試材料

実験装置は、図-2 に示す 100 mm 水平管実験装置を用い、測定管路の一部に図-3 に示すようなアクリル製の観測管を挿入し、外部から粒子の挙動を観察できるようにしてある。

観測管の上部には試料投入口が 4 箇所あり、図に示すような凹面部をもった蓋によって、密閉時の断面を円形に保つことができるようになっている。

測定管路への給水は、100 mm サンドポンプで行ない、測定管路に平行に設けたバイパス管路と両端のバルブ調節によって、低流量でも安定した流れを得られるように

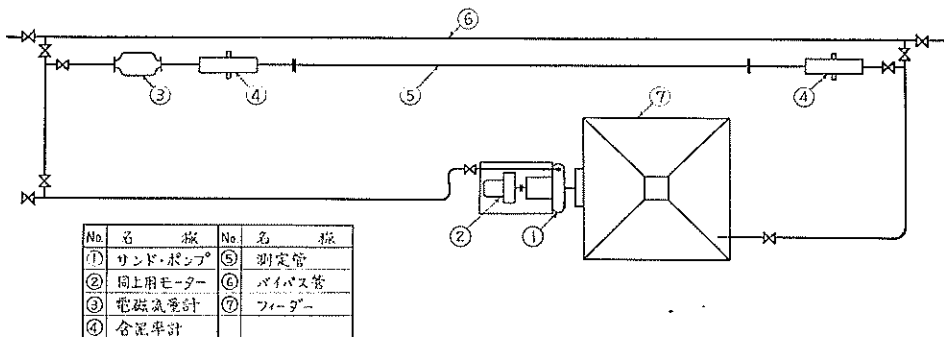


図-2 実験装置概略図

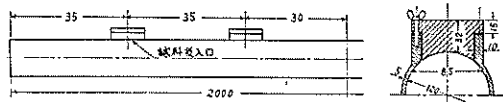


図-3 観測管

なっている。

管内の平均流速は、観測管の上流側につけた電磁流量計で測定した。ただし低流量の場合には流量計の誤差が大きくなるため、あらかじめ吐出水を計量して補正を行った。

実験は、観測管の試料投入口から篩で選別した試料を投入した後密閉し、管路端のバルブを除々に開き、粒子が動き始める際の管内流速を測定した。ただし、粒子形状その他によるバラツキが考えられるので、1個の粒子

で数回、さらに同粒径の粒子5~10個について測定を繰返し、それらの平均的な値をとって代表値とした。

また、粒子と管壁との静摩擦係数 μ_s は平板上のものとした。すなわち、水中の平板上に試料を置き、粒子が滑り落ちる平板角度から求めた。図-4は粒径 d_s に対する μ_s を示したもので、アクリル板の場合は鋼板の約75~85%であった。

実験に使用した試料は、細砂から砂利まで14種類に篩分したものを用い、その主要な性質を表-1に示した。

砂は良く洗浄した後乾燥し、電動篩機で十分時間をかけて篩分けたもので、通過篩目と残留篩目の平均値をとって代表粒径とした。

また、砂利は水洗後乾燥し、長径および短径を測定して、その平均値を代表粒径とした。

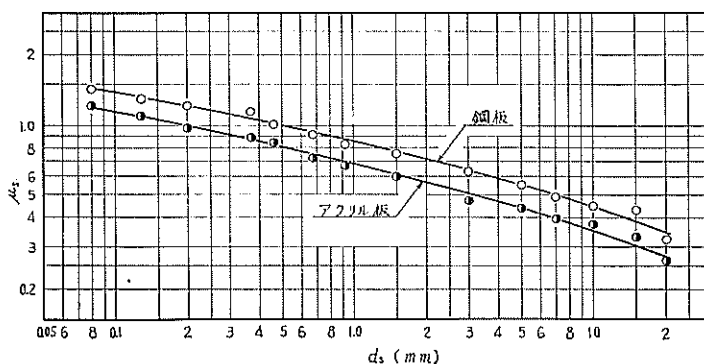


図-4 粒子の静摩擦係数

表-1 供試材料

No.	産地	粒径 mm	平均粒径 (mm)	比重	μ_s	
					アクリル板	鋼板
1	茨城県高萩産	0.053~0.105	0.079	2.67	1.22	1.41
2	"	0.105~0.149	0.127	2.67	1.10	1.30
3	"	0.149~0.25	0.200	2.67	0.98	1.21
4	"	0.25~0.42	0.335	2.67	0.90	1.16
5	"	0.42~0.50	0.46	2.68	0.85	1.01
6	茨城県足洗産	0.50~0.84	0.67	2.63	0.72	0.91
7	"	0.84~1.00	0.92	2.63	0.66	0.83
8	"	1.00~2.00	1.5	2.63	0.60	0.76
9	福島県木戸海岸産	2.85~3.15	3.0	2.70	0.47	0.63
10	"	4.75~5.25	5.0	2.70	0.44	0.56
11	"	6.65~7.35	7.0	2.74	0.40	0.49
12	"	9.50~10.50	10.0	2.74	0.38	0.45
13	神奈川県相模川産	14.25~15.75	15.0	2.68	0.34	0.44
14	"	19.00~21.00	20.0	2.65	0.26	0.32

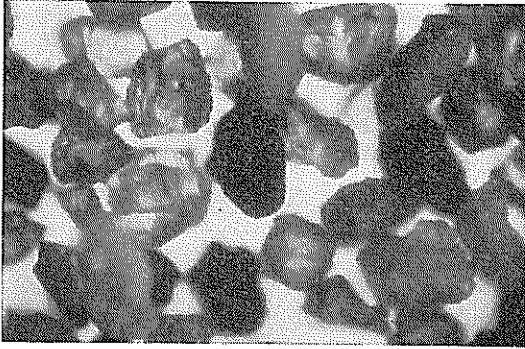


写真-1 $d_s=0.42\sim 0.50$

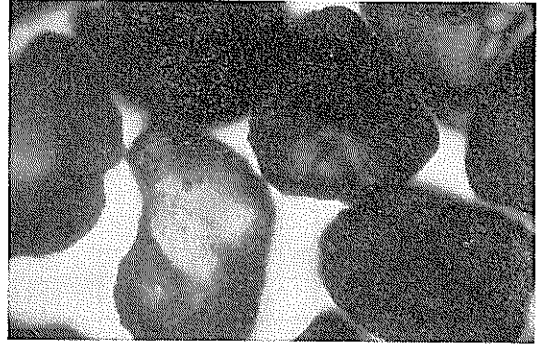


写真-2 $d_s=0.84\sim 1.00$

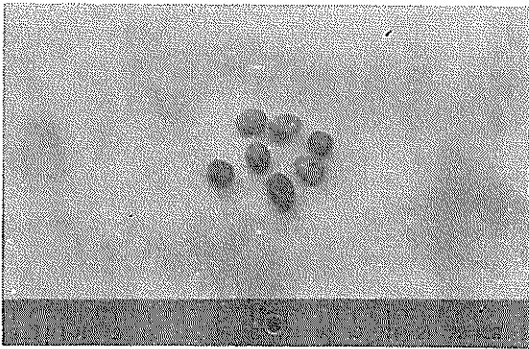


写真-3 $d_s=6.65\sim 7.35$

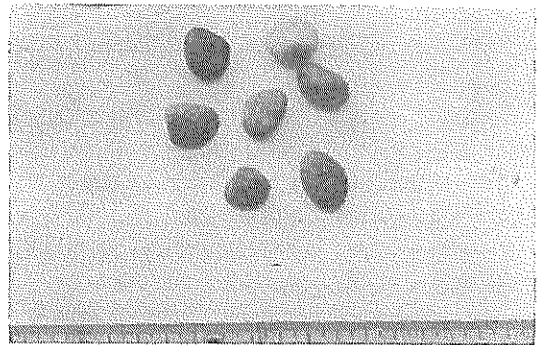


写真-4 $d_s=14.25\sim 15.75$

写真-1~4 は、試料の形状を示すために掲載したものであって、1および2は砂の顕微鏡写真、3~4は砂利のものである。

4. 実験結果

管径 50, 75 および 100 mm のアクリル管で測定した初動流速 (\bar{u}) と管径 150 mm で求めた粒子の沈降速度 (u_i) を表-2 に示す。

\bar{u} 欄の空所は、いずれも測定値のバラツキが大きく、その代表値を決め難いために削除したものである。

また、 u_i は粒子径が大きくなると管壁の影響を無視できなくなるので、下式によって修正した。

$$u_i = \frac{u_{tm}}{\{1 - (d_s/D)^{1.5}\}} \dots\dots\dots (21)$$

ただし u_{tm} : 150 mm 管で測定した沈降速度

4.1. (F_{r*}/μ_s) と ($u_* d_s/\nu$) の関係

2. で述べたように、粒子の移動開始時においては、すべての場合に (F_{r*}/μ_s) は ($u_* d_s/\nu$) の関数として表わすことができるから、測定値を上記関係に示したのが図-5 である。ただし、本実験中の水温は、18~20°C であっ

表-2 初動流速と沈降速度

d_s (mm)	u_i (cm/s)	\bar{u} (cm/s)		
		D=50	D=75	D=100
0.079	0.85	15.3	14.7	—
0.127	1.72	15.3	—	20.0
0.200	2.78	—	19.9	18.1
0.335	4.47	16.7	17.8	21.9
0.46	6.00	21.5	21.3	23.9
0.67	9.28	20.7	22.5	25.0
0.92	11.6	22.9	—	—
1.5	19.2	23.4	25.9	—
3.0	28.7	24.4	28.8	30.5
5.0	37.5	27.0	30.2	31.0
7.0	41.7	28.8	33.7	35.3
10.0	50.9	32.0	32.7	37.6
15.0	60.4	32.6	35.4	38.1
20.0	74.5	36.7	35.6	36.2

たので動粘性係数 $\nu=10.7 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$ として計算した。

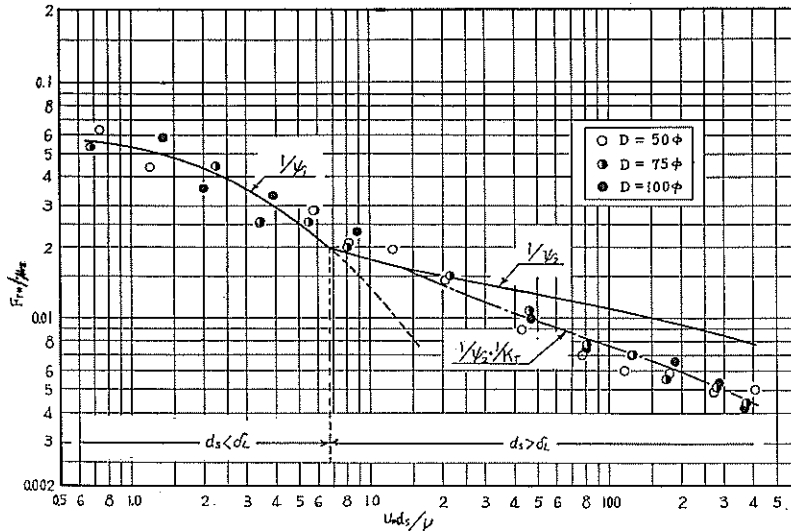


図-5 F_{T*}/μ_s と $u_* d_s/\nu$ の関係

図中の曲線は式(8)および(18)で求めた理論曲線で、 $(u_* d_s/\nu) = 6.76$ において両曲線は交わる。

図から判るように、 $d_s < \delta_L$ の範囲すなわち粒径が層流底層の厚さ以下の場合には、多少のバラツキがあるもののはぼ計算値に近く、粒子形状等の影響は比較的少ない。

また、 $d_s > \delta_L$ すなわち乱れた部分に粒子の一部が露出する場合には、 $(u_* d_s/\nu)$ が大きくなるに従って、実測値は理論曲線を下廻るようになる。先に述べたように、乱れた部分の粒子に働らく力は流体抵抗の外に圧力変動によるものがあり、特に管軸に直角方向に働らく揚力が顕著に影響してくるものと思われる。岩垣氏は開水路の掃流力の研究において、この圧力変動にもとづく揚力を $(u_* d_s/\nu)$ の関数としており、これを水平管路にまで拡張解釈し得るものとして、 $d_s > \delta_L$ の範囲で式(18)を次のように表わすものとする。

$$\frac{F_{T*}}{\mu_s} = \frac{1}{W_2} \cdot \frac{1}{K_T} \dots\dots\dots(22)$$

ここに、 K_T は乱れによる揚力係数(勿論粒子形状を含めたもの)ともいうべきもので、実測値および計算値 $(1/W_2)$ から逆に K_T を求めて見ると図-6のとおりである。

さて、乱れによる揚力は、 y 方向の粒子の断面変化とこれに働らく圧力変動によるものであるから、 $\delta_L = d_s \sim d_s/2$ の範囲では小さく、初動流速におよぼす影響は微小なものと考えられる。

そこで、層流底層の厚さ $\delta_L/D = 34/Re^{1/8}$ において $\delta_L = d_s/2$ とすると、 $Re^{1/8} \cdot K = 68$ すなわち $(u_* d_s/\nu) \approx 13.5$ となる。結局、 $(u_* d_s/\nu) > 13.5$ において揚力の影響を考慮すべきことになる。

したがって、図-6から K_T の実験式は次のように示される。

$$\left. \begin{aligned} K_T &= 0.51 \log_{10} \left(\frac{u_* d_s}{\nu} \right) + 0.02 \\ K_T &= 0.51 \log_{10} (Re^{1/8} \cdot K) + 0.07 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

4.2. (F_T/μ_s) と (d_s/D) の関係

次に、粒子の初動限界における管内平均流速(初動流速)をもとにして考えてみよう。式(11)および(19)で示したように (F_T/μ_s) は $K = d_s/D$ と Re の関数であるから、 (F_T/μ_s) と K は Re をパラメータとした関係図で表わすことができる。

図-7は、実測値をこれらの関係に示したものである。本実験の Re の範囲で式(11)および(19)から (F_T/μ_s) と K を算出し、さらに、 $d_s > \delta_L$ 部については前記の K_T で補正したものを図中の斜線部分で示してある。本図から判るように、 Re の影響は僅少であり、測定値はこれ

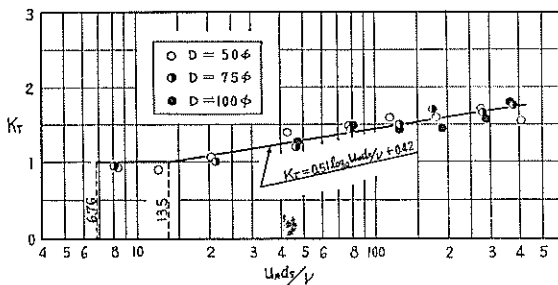


図-6 $u_* d_s/\nu$ と K_T の関係

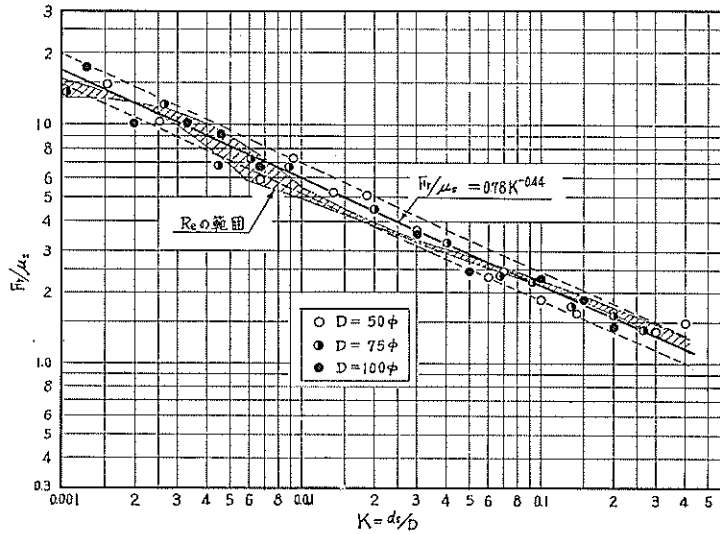


図-7 F_r/μ_s と K の関係

ら Re の範囲の周辺にバラつく。2. で述べたことは球形粒子として取扱ったものであって、実際には粒子形状の影響が表われているものと思われる。

ひるがえって 図-7 の測定値をきわめて巨視的な一般的傾向として見ると、 (F_r/μ_s) と K はほぼ直線関係にあると見なすことができよう。

そこで、これら測定値の平均的なものから実験式を求めて見ると次のとおりである。

$$F_r/\mu_s = 0.78 K^{-0.44} \dots\dots\dots (24)$$

式 (24) を変形して初動流速を求めれば

$$\bar{u} = 0.88 K^{-0.22} \sqrt{g d_s (\rho_s/\rho_w - 1) \mu_s} \dots\dots (25)$$

さらに、 $g = 980 \text{ cm/s}^2$ 、 $\rho_s/\rho_w = 2.7$ とすれば

$$\bar{u} = 36 d_s^{0.28} \cdot D^{0.22} \cdot \mu_s^{0.5} \dots\dots\dots (26)$$

このように、本実験の範囲では初動流速 \bar{u} は、 d_s あるいは D より μ_s すなわち粒子形状および管壁の粗度等の影響が大きいことが判る。粒子形状については表面積あるいは体積上の等価粒径を用いることがあるが、こ

こでは 写真-1~4 で見られるとおりで、『比較的丸味を帯びた粒子』という表現に止める。また管壁の粗度は管摩擦係数 λ で代表されるが、ここでは『滑らかな円管』として Blasius の式が適用される範囲とする。

図-8 は式 (26) から求めた計算値と実測値を示したもので、 Re の影響を無視して求めた式 (24) は、近似的に有効であることが判る。

4.3. 初動流速と沈降速度の関係

固体粒子の管輸送において粒子の移動速度を言及する場合、その基本的なものは垂直管における沈降速度であり、水平管では初動流速であることは、前に述べたとおりである。

そこで、ここでは上記両速度の関係を調べて見よう。沈降速度 (u) は一般に下式で示される。

$$u = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{1}{C_{Ds}} g d_s (\rho_s/\rho_w - 1)} \dots\dots\dots (27)$$

ここで C_{Ds} は $Re_s = u d_s/\nu$ の関数であるが、今簡単に

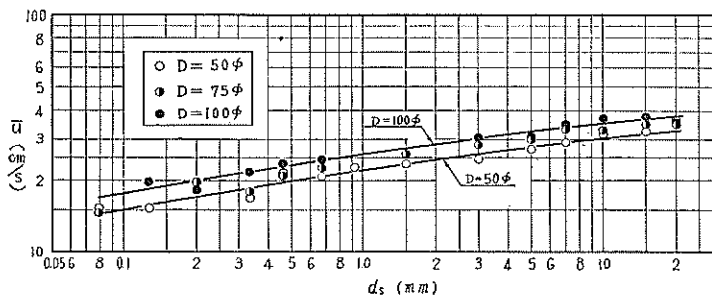


図-8 粒径に対する初動流速

$$C_{Ds} = \alpha / Re_s^\epsilon \dots\dots\dots(28)$$

で表わされるものとし、 α および ϵ は Re_s によって次のようにとる。

- Stokes の抵抗法則の適用範囲 $Re_s < 1$ $\alpha = 24, \epsilon = 1$
- Allen " $Re_s = 1 \sim 500$ $\alpha = 10, \epsilon = \frac{1}{2}$
- Newton " $Re_s = 500 \sim 2 \times 10^5$ $\alpha = 0.5, \epsilon = 0$

かくすれば、 u_t は一般に

$$u_t^{1-(\epsilon/2)} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{g \cdot d_s^{1+\epsilon}}{\alpha \cdot \nu^\epsilon} (\rho_s / \rho_w - 1)} \dots\dots(29)$$

ここで α および ϵ をそれぞれの Re_s に応じて適用し、さらに $g = 980 \text{ cm/s}^2$, $\rho_s / \rho_w = 2.7$, $\nu = 10.7 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} Re_s < 1 & \quad u_t = 8.65 \times 10^3 d_s^2 \\ Re_s = 1 \sim 500 & \quad u_t = 1.67 \times 10 d_s \\ Re_s = 500 \sim 2 \times 10^5 & \quad u_t = 6.66 \times 10 \sqrt{d_s} \end{aligned} \right\} \dots(30)$$

実際に測定した沈降速度は表-2 に示すとおりで、式(30)で計算した u_t の約 80% である。(ただし $Re_s < 1$ を除く)

そこで、 $Re_s > 1$ のものは $0.8 u_t$ として、式(26)で求めた \bar{u} との比をとれば

$$\left. \begin{aligned} Re_s < 1 & \\ \frac{\bar{u}}{u_t} = 4.16 \times 10^3 \frac{D^{0.22} \cdot \mu_s^{0.5}}{d_s^{1.72}} & \\ Re_s = 1 \sim 500 & \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{u}}{u_t} &= 2.59 \times 10^{-1} \frac{D^{0.22} \cdot \mu_s^{0.5}}{d_s^{0.72}} \\ Re_s &= 500 \sim 2 \times 10^5 \\ \frac{\bar{u}}{u_t} &= 6.75 \times 10^{-1} \frac{D^{0.22} \cdot \mu_s^{0.5}}{d_s^{0.22}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)$$

図-9 は、 d_s に対する u_t および \bar{u}/u_t を示してある。微粒子の場合は \bar{u}/u_t の値が非常に大きく、粒子が大きくなるにしたがって減少し、 d_s が 2~3 mm 以下になると \bar{u}/u_t は 1 以下になる。

さて、図-9 において $\bar{u} = u_t$ になる d_s は 2~3 mm すなわち砂と砂利の境界である。

垂直水平管路をもつ排管系において、 $d_s < 2 \text{ mm}$ (砂以下の粒径のもの) のものを流す場合には、 $\bar{u} > u_t$ であるから水平管路で停滞なく流れる流速を選定すれば、垂直上昇管路においても問題なく流れるであろう。一方砂利になると $\bar{u}/u_t < 1$ であるからまず垂直上昇管路の流速が問題になる。上昇管路の平均流速が以上であれば、粒子は上昇するが、両流速の差が少ないと管内含泥率は飛躍的に増加し、抵抗損失の増大のみならず管路端の曲管部に堆積現象を生ずる恐れがある。したがって実際には、垂直管内の含泥率があまり高くないように、 u_t の数倍の流速に選定するのが普通である。しかし粒群輸送の場合には粒子相互の干渉作用が水平管においてより著しくなると思われるから、水平管の流速にも上記のことを

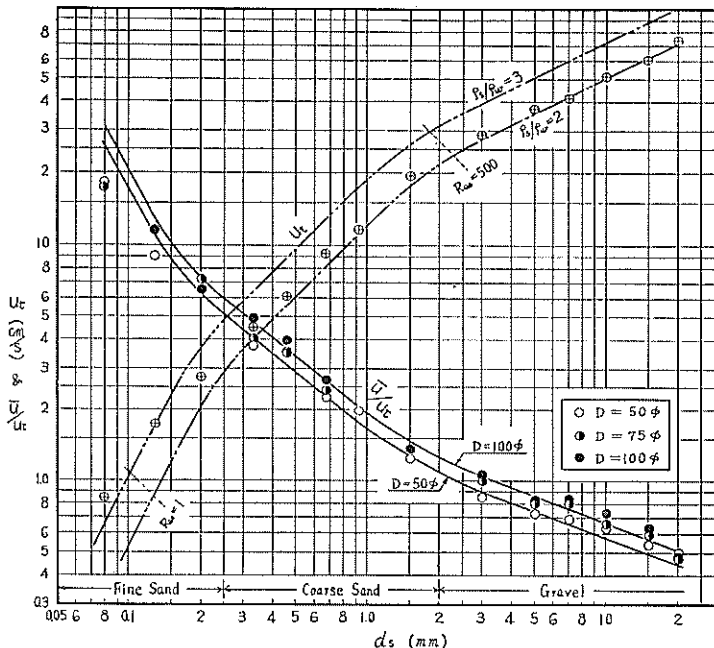


図-9 u_t および \bar{u}/u_t

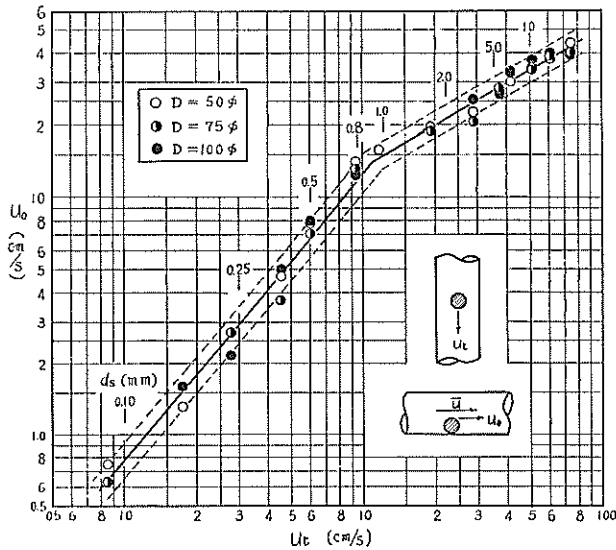


図-10 u_0 と u_t の関係

考慮して選定しなければならない。

以上述べて来た初動流速は、粒子が動き始める際の管内平均流速であり、我々が粒子の管輸送を考える上で最終的には平均流速として取扱っているため、上記の初動流速を採用したものである。しかし、本来初動流速とは初動限界時における粒子まわりの流速(u_0)をいう方が適切であろう。本実験では直接 u_0 を測定していないが、流速分布式(5)および(12)を用いて u_0 を算出し、これと u_t との関係を示したのが図-10である。

一般に u_0 は u_t にほぼ等しいといわれており、本例から見ても $d_s < 1\text{mm}$ でそのような傾向がうかがえるが、 $d_s > 1\text{mm}$ になると u_0 は u_t より小さくなる。これは管断面の高速流の影響が粒径が大きくなるほど顕著になることを示しているものと思われる。

図-9 および 図-10 から判るように、 $d_s = 1 \sim 3\text{mm}$ 辺を境にして流送条件が変わってくるのが類推される。実際の流動状態を見ると、砂以下の粒子では管内含泥率分布は不均一であってもほぼ浮遊状態で流れるのに対し、砂利になるとほとんど転摺動の流動様式に変ることから考えても、上記のことがうなずけるものである。

5. あとがき

土砂の管輸送において、含泥率と流速の関係は最も重要なことではあるが、粒径、管径等によって管内の流れ方が異なるため、これらの関係は複雑なものとなる。本実験では、これらの限界条件を求める際の一つの基本的目安として、垂直管における沈降速度に対応する水平管

表-3 粒径による初動流速の比較

	d_s (mm)	\bar{u} (cm/s)		比
		$D=50$	$D=100$	
	0.1	15.0	17.5	1.17
	1.0	30.7	35.9	1.17
比	100	2.05	2.05	

における単粒子の初動流速を求めたものである。実際の粒群流れでは粒子相互の干渉、遮蔽等があるから、単粒子のものから直ちに限界条件を求めることはできないが、水平管における初動流速は粒子固有の一つの性質として意味あるものと思われる。

初動流速を摩擦速度に置きかえると ($F_r^*/\mu_s) \sim (u_0 d_s/\nu)$ の関係として一般的に示すことができたが、初動流速をもとにすると Re および K の要素が入ってくるので一元的に示すことができない。しかし、実験の範囲では Re の影響は僅少であるから、($F_r^*/\mu_s) \sim K$ の関係はほぼ直線関係と見なすことができ、近似的に式(24)を得た。さらに式(26)から初動流速は d_s が広範囲に変わってもその影響がわずかであることが判る。これは d_s が大きくなると流れの乱れに露出する部分が増え、ここに揚力が加味されるから結果的には小粒径のものとは大差なくなる。

表-3は式(26)から求めたもので、粒径比100に対し初動流速は約2倍程度である。

次に初動流速と沈降速度の関係は、上記のことからほとんど沈降速度に左右され、 d_s が小さい方では \bar{u}/u_t が大きく d_s が大きくなるに従い \bar{u}/u_t は減少し、 $d_s = 2 \sim 3\text{mm}$ において $\bar{u} = u_t$ になる。また、初動限界時の粒子まわりの流速(u_0)と u_t の関係を調べてみると、 $d_s > 1\text{mm}$ においては両者の差はほとんどないが、 $d_s > 1\text{mm}$ になると $u_0 < u_t$ になる。これらのことから、 $d_s = 1 \sim 3\text{mm}$ を境にして流送条件が変わってくるのが推察される。

参考文献

- 応用流体力学： 岡本哲史
 水力学： 板谷松樹
 ハイドロリック・コンペア： 寺田 進
 限界掃流力に関する基礎的研究： 岩垣雄一
 (昭和42年3月31日受付)