

港湾技術研究所報告

REPORT OF PORT AND HARBOUR RESEARCH
INSTITUTE MINISTRY OF TRANSPORT JAPAN

第 5 卷 10 号

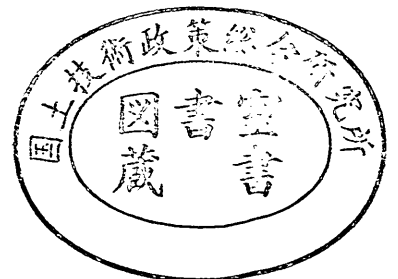
Vol. 5 No. 10

(通 卷 第 32 号)

有限振幅重複波ならびにその波圧に関する研究……合 柿 田 良 秀 実 作

1966年6月

運輸省港湾技術研究所



有限振幅重複波ならびにその波圧に関する研究

目 次

英 文 要 旨	
要 旨	
1. 序 論	
2. 有限振幅重複波の理論式	
2-1 基本方程式および境界条件	3
2-2 摂動法による級数表示	4
2-3 第4次近似解の計算	6
2-4 波圧の計算式	9
2-5 深海領域における重複波の計算式	10
2-6 摂動法による級数解の近似精度	11
3. 有限振幅重複波の諸特性	
3-1 波長の変化	13
3-2 波高および水面形	14
3-3 直立壁の見掛けの反射率	16
3-4 重複波の碎波限界	17
4. 実験施設および実験方法	
4-1 実験施設および測定計器	18
4-2 実験波およびその検定	19
5. 重複波の波圧	
5-1 波圧の時間的变化, 特に双峰型波圧の出現について	20
5-2 静水面および水底における最大波圧強度	23
5-3 最大波力およびそのときの水位	24
5-4 不規則波の波圧と設計波高について	28
5-5 重複波圧から碎波圧への移行について	29
6. 結 論	
参 考 文 献	
主 要 記 号 表	
付 録	
A 重複波の計算図表	33
B 波圧波形および波圧分布の実測例	41
C 重複波圧計算用 FORTRAN プログラム	49

STUDY ON FINITE AMPLITUDE STANDING WAVES AND THEIR PRESSURES UPON A VERTICAL WALL

Yoshimi Goda*

Shusaku Kakizaki**

Synopsis

The problem of standing wave pressures upon a vertical wall is one of basic questions to be solved for the reliable design of maritime structures. Since the phenomenon of standing waves is a non-linear boundary problem of velocity potential, the analysis requires the calculation of high order approximation. The third order approximation obtained by Tadjbaksh and Keller 1960 has been extended to the fourth order solution for the standing waves on the water of finite depth.

Based on this solution, the surface profiles and wave pressures have been computed for various conditions of standing waves with the aid of a digital computer TOSBAC 3400; the FORTRAN program is listed on the Appendix C. In the pressure computation, the residue of surface pressure which is inherent to the perturbed solution of the non-linear wave problem has been corrected for the practical purpose.

Experiments have been conducted for the wave pressures upon a model caisson of 1.5 m high for about eighty waves with the relative depth of $h/L=0.05$ through 03. The pressure time histories and total wave forces obtained in the experiments showed good agreement with the results of computation. The theory also predicts the appearance of double humps on pressure records at the time of wave crests, which is considered as the transient phenomenon from standing wave pressures of small amplitude to the breaking wave pressures of shock type. Another interesting result of finite amplitude effect is the apparent decrease of reflection coefficient of a vertical wall determined with the Healey's method, even though the wall reflects the incident waves completely.

Based on the results of the above theory, numerical computations, and experiments, several design diagrams for the estimation of maximum total wave force upon a vertical wall have been prepared and listed on the Appendix A.

* Chief, Model Test Section, Hydraulics Division.

** Member of Design Standard Section, Design Standard Division (Formerly, Member of Breakwater Laboratory, Hydraulics Division).

有限振幅重複波ならびにその波圧に関する研究

合 田 良 実*

柿 崎 秀 作**

要 旨

重複波の波圧ならびにその他の諸特性を調べるには、精度の十分高い理論計算を行なわなければならない。本報告では、Tadjbaksh と Keller が求めた第3次近似解を拡張して、重複波の速度ポテンシャルの第4次近似解を求め、この結果をすべて計算機用の FORTRAN プログラムに書き換え、これによって波形、波圧などについて広範囲の計算を行なった。特に波圧については、近似解の特性から生ずる表面圧力の残差項を補正した計算を行なった。この修正第4次近似解の計算結果は、水深波長比が $h/L_A=0.05\sim 0.3$ の範囲の波について実験結果と良く一致しており、実用上十分の精度があるものと考えられる。

以上の理論、数値計算、および実験の成果に基づいて、重複波の波圧その他の計算図表を作成した。

1. 序 論

海の波が防波堤や岸壁などにぶつかると、壁面で反射されて重複波を生ずる。重複波は入射波と反射波が重なり合って生ずるものであるから、防波堤や岸壁の前面上では波高が入射波高の2倍となり、大きな波力が壁体に働くことになる。

我が国の港湾工事においては、近年まで比較的水深の浅い所に防波堤などの外郭施設を建設してきた。しかも、我が国の沿岸では波が非常に荒いため、防波堤などの設計では波が砕波となって作用するものと考えなければならなかった。このような場合の波力としては、広井博士による $p=1.5wH$ の広井波圧を用いるのが設計の常用手段であり、事実この波圧公式は数十年にわたる実績に支えられて、技術者の高い信頼を勝ち得てきた。

しかしながら、最近のように我が国経済の発展に伴って臨海工事がどしどし水深の深い所へまで進められるよ

うになると、波高がかなり大きくとも砕波になると考えられ難いケースも数多く出てくる。このため、構造物に重複波が作用するときの信頼できる波力公式が、設計者の側から要請されていた。

重複波の現象は、砕波のような不連続な現象ではないから、これを理論的に解明して行くことが可能である。最も単純には、波高が非常に小さい微小振幅の重複波を考えると、これは速度ポテンシャルの式から直ちに求められる。しかし、微小振幅波理論の波高が非常に小さいとの前提条件は、技術者の感覚としては受け入れ難く、このため実用的には Sainflou 1928 のだ円トロコイド波理論による波圧式が用いられてきた。この Sainflou の波圧理論は松尾 1941 によって我が国にも広く紹介され、また米国では Hudson 1952 が二、三の実験結果と比較して紹介している。

Sainflou の波圧公式は便利ではあるが、理論的にはトロコイド波理論に基いているために回転性の波である欠陥があり、また近似精度も不十分で、実験結果などとも必しも良く一致しない。このため、Miche 1944 は Sainflou の理論を波形勾配の2乗の項まで修正した理論解を求め、Gourret 1937 および岸 1957 は重複波の速度ポテンシャルを波形勾配の2乗の項まで計算した。また、Penny と Price 1952 は、問題を深海波に限定したけれども、速度ポテンシャルの第5次近似解を求めて、砕波限界その他の興味ある結果を示した。*** さらに Tadjbaksh と Keller 1960 および d'Hieres 1960 は、任意の一定水深における重複波の速度ポテンシャルを第3次近似まで計算し、深海領域に近い所では、重複波の波長が波高の増加とともに減少することを示した。

このような種々の理論解の最大の難点は、理論計算が高次項にまで及ぶほど表式が複雑となり、その特性、特に波圧の計算が面倒になることである。Sainflou の波圧式でさえ、原式について計算をするのは簡単ではなく、Sainflou 自身、波圧分布を直線で近似した簡略計算式を

* 水工部模型試験課長

** 設計基準部設計基準課 (前水工部防波堤研究室員)

*** 以上の諸理論については、土木学会編水理公式集 (1963) または岸 (1962) を参照されたい。

示しているほどである。従って、重複波の波圧に関する実験を行なってこれを諸理論と比較した例はあまり多くない。我が国では、光易・長谷1955および浜田・光易・長谷1957が数種の波について波圧測定を行ない、波形勾配の大きな波では波圧波形のピークが2つに割れる現象を見出して、その解析を試みている。しかし最近に至って永井1962~1965は約90ケースの波について実験を行ない、多くの場合に微小振幅波理論を修正した式が最大同時波圧と良く一致すると述べている。ただ、水深波長比 $h/L=0.35$ を境界として適用する式を変えなければならぬ難点があり、また重複波の現象を全般的に説明するには無理がある。

このように、重複波ならびに波圧の問題については、

十分な検討が行なわれたとは言い難い現状である。このため、我々は当所の大型造波水路を用いて重複波の波圧について数多くの実験を行なうことを計画し、理論値として Tadjbaksh と Keller の第3次近似解を用いたときの実験結果との比較について、先に中間的に発表した(合田・柿崎1965)。このたび、この実験も一応終了し、理論解としてもさらに高次の第4次近似解が求められたので、これらの成果をとりまとめて報告する次第である。

なお、本報告でとり扱ったのは波が直立壁に直角に入射して完全反射されるケースである。斜め入射、あるいは不完全反射による重複波については、浜田1965の第2次近似解があるので参照されたい。

2. 有限振幅重複波の理論式

2-1 基本方程式および境界条件

有限振幅の重複波の計算は、速度ポテンシャル ϕ を求めて行くことである。実際の水には粘性があって摩擦応力が働き、また強い圧力の下では圧縮性も示すけれども、重複波の計算ではこれらを無視して、完全流体の運動として取り扱うことができる。さらに、運動は非回転性と考えることができるから、速度ポテンシャル $\phi(x, y, t)$ の満足すべき基本方程式が

$$\phi_{-xx} + \phi_{-yy} = 0 : 0 \leq x \leq \frac{L}{2}, -h \leq y \leq \eta(x, t) \quad \dots\dots\dots(1)$$

で与えられる。ただし、 x, y は図-1に示す水平および鉛直座標、 L は波長、 h は水深、 $\eta(x, t)$ は静水面からの水面の上昇量である。ここで $y=0$ は、 $x=0 \sim L/2$ の区間の平均水面を表わし、これは重複波の運動が始まる前の静水面に等しい。なお速度ポテンシャルの定義としては、水平および鉛直速度を u, v とし、 $u = \phi_x, v = \phi_y$ を用いる (Stoker 1960, p. 9)。

問題は式(1)の速度ポテンシャルを、 $x=0$ の垂直壁、 $y=-h$ の底面および $y=\eta(x, t)$ の水面の境界条件の下に解くことであるが、一つの境界面である水面形が未知関数でしかも絶えず変化しているため、速度ポテンシャルの厳密解を求めることはできず、以下に示すような逐次近似解を計算しなければならない。このためには、変数をすべて無次元量に書き換えた方が便利である。従って、Tadjbaksh と Keller の手法に従い、表-1に示す無次元量の書き換えを行う。表で明らかなように、次元量とまぎらわしい無次元量は太字で表わす。ただし、誤解のおそれのない場合は、普通字体で印刷してある。

まず、水中の任意点の圧力 $p(x, y, t)$ は、ベルヌーイの方程式によって次のように与えられる。ただし、圧力は大気圧を $p=0$ とし測るものとする。

$$p = -\rho g y - \rho \omega \phi_t - \frac{1}{2} \rho \varepsilon^2 (\phi_x^2 + \phi_y^2) \quad \dots\dots\dots(2)$$

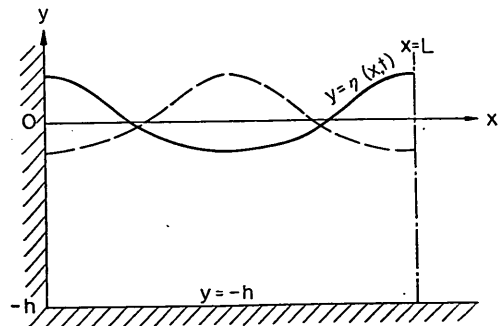


図-1 座標系スケッチ
Fig. 1 Sketch of Coordinate System

表-1 変数対照表

次元量	無次元量		次元量	無次元量	
L	—	: 波長	$\phi(x, y, t)$	$\phi(x, y, t) = \frac{k^2}{\epsilon\sqrt{kg}}\Phi$: 速度ポテンシャル
T	—	: 周期	$\eta(x, t)$	$\eta(x, t) = \frac{k}{\epsilon}\eta$: 水面上昇量
$k = \frac{2\pi}{L}$	—	: 波数	x	$x = kx$: 水平座標
$\sigma = \frac{2\pi}{T}$	$\omega = \frac{\sigma}{\sqrt{kg}}$: 角振動数	y	$y = ky$: 鉛直座標
a	$\epsilon = ka$: 振幅第1次近似量	t	$t = \sigma t$: 時間
h	$h = kh$: 水深	$p(x, y, t)$	$p(x, y, t) = \frac{k}{\rho g}p$: 水中圧力

水面においては圧力が零であるから、水面の境界条件は次のように表わされる。

$$\eta + \omega\phi_t + \frac{1}{2}\epsilon(\phi_x^2 + \phi_y^2) = 0 \quad : y = \epsilon\eta \quad \dots\dots\dots(3)$$

また、水面の水粒子が連続しているためには $\frac{D\eta}{Dt} = 0$ でなければならないから、これから

$$\phi_y = \omega\eta_t + \epsilon\eta_x\phi_x \quad : y = \epsilon\eta \quad \dots\dots\dots(4)$$

が導かれる。さらに、固定壁面に関する境界条件として、法線速度が零、すなわち、

$$\frac{\partial\phi}{\partial n} = 0 \quad : x = 0, \pi \text{ および } y = -h \quad \dots\dots\dots(5)$$

でなければならない。

附加条件としては、第一に $y=0$ が平均水面である条件として、

$$\int_0^\pi \eta(x, t) dx = 0 \quad \dots\dots\dots(6)$$

であり、現象が t に関して周期的であることは、

$$\nabla\phi(x, y, t + 2\pi) = \nabla\phi(x, y, t) \quad \dots\dots\dots(7)$$

で表示される。また、 t と x の位相関係として、 $\eta(x, t)$ が $\sin \sigma t \cos kx$ の項に含まないものとする。これは、

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \eta(x, t) \sin t \cos x dt dx = 0 \quad \dots\dots\dots(8)$$

と表わされる。さらに、表-1の a が第1次近似における振幅を表わす条件として、

$$\int_{-h}^0 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \phi(x, y, t) \sin t \cos x dt dx dy = \frac{1}{2}\pi^2(\tanh h)^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots(9)$$

が必要である。以上の諸式が有限振幅の重複波の基本方程式および条件式である。

2-2 摂動法による級数表示

式(1)~(9)の解を求める上で一番の問題は、式(3), (4)の非線型方程式である。このような問題の解法としては、未知関数がある微小量のべき級数に展開して、各次数ごとに逐次近似解を求めて行く摂動法が一般に用いられる。この場合の未知関数は ϕ, η および ω であり*、これを ϵ のべき級数に展開する。これは、 ϕ, η, ω が ϵ に関する高次導関数を有するものと仮定しているものである。すなわち、

* ω を未知数とすることは、波長 L があらかじめ与えられているものとして、その波長 L を与える周期 T を求めることを意味する。

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \phi^{(0)} + \varepsilon \phi^{(1)} + \frac{\varepsilon^2}{2} \phi^{(2)} + \frac{\varepsilon^3}{6} \phi^{(3)} + \dots \\ \eta &= \eta^{(0)} + \varepsilon \eta^{(1)} + \frac{\varepsilon^2}{2} \eta^{(2)} + \frac{\varepsilon^3}{6} \eta^{(3)} + \dots \\ \omega &= \omega_0 + \varepsilon \omega_1 + \frac{\varepsilon^2}{2} \omega_2 + \frac{\varepsilon^3}{6} \omega_3 + \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

以下本章においては、誤解のおそれがないので、 ϕ, η などすべて普通字体に切り換える。

この級数表示を用いた場合、式(1)および式(5)~(8)は線型斉次方程式であるから、 ϕ, η の各次数解について成立する。また、式(9)の右辺の非斉次項は第1次項について適用し、第2次項以下については、これを零と置くことができる。しかし式(3), (4)は非線型であるから、式(10)を代入し、両式ともに $y = \varepsilon \eta$ における条件式であるのでこれを $y = 0$ について再開を行ない、その結果を ε の次数ごとに整理する操作が必要である。このためには、まず $y = \varepsilon \eta$ における ϕ を $y = 0$ について展開しておくのが良い。これは次のようになる。

$$\begin{aligned} \phi(x, \varepsilon \eta, t) &= \phi^{(0)}(0) + \varepsilon \eta \phi_y^{(0)}(0) + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \eta^2 \phi_{yy}^{(0)}(0) + \frac{1}{6} \varepsilon^3 \eta^3 \phi_{yyy}^{(0)}(0) \\ &\quad + \varepsilon \phi^{(1)}(0) + \varepsilon^2 \eta \phi_y^{(1)}(0) + \frac{1}{2} \varepsilon^3 \eta^2 \phi_{yy}^{(1)}(0) + \frac{1}{2} \varepsilon^3 \phi^{(2)}(0) \\ &\quad + \frac{1}{2} \varepsilon^3 \eta \phi_y^{(2)}(0) + \frac{1}{6} \varepsilon^3 \phi^{(3)}(0) + (0)(\varepsilon^4) \\ &= \phi^{(0)} + \varepsilon [\eta^{(0)} \phi_y^{(0)} + \phi^{(1)}] + \varepsilon^2 [\eta^{(1)} \phi_y^{(0)} + \frac{1}{2} \eta^{(0)^2} \phi_{yy}^{(0)} + \eta^{(0)} \phi_y^{(1)} + \frac{1}{2} \phi^{(2)}] \\ &\quad + \varepsilon^3 [\frac{1}{2} \eta^{(2)} \phi_y^{(0)} + \eta^{(0)} \eta^{(1)} \phi_{yy}^{(0)} + \eta^{(1)} \phi_y^{(1)} + \frac{1}{6} \eta^{(0)^3} \phi_{yyy}^{(0)} \\ &\quad + \frac{1}{2} \eta^{(0)^2} \phi_{yy}^{(1)} + \frac{1}{2} \eta^{(0)} \phi_y^{(2)} + \frac{1}{6} \phi^{(3)}] + 0(\varepsilon^4) \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

この展開式と式(9)を式(3), (4)に代入して ε の次数ごとに整理すると、 $\phi^{(0)}, \phi^{(1)}, \dots$ 、および $\eta^{(0)}, \eta^{(1)}, \dots$ に関する条件式が、 $y = 0$ について次のように表わされる。

ε^0 :

$$\eta^{(0)} + \omega_0 \phi_t^{(0)} = 0 \dots \dots \dots (3^0)$$

$$\phi_y^{(0)} - \omega_0 \eta_t^{(0)} = 0 \dots \dots \dots (4^0)$$

ε :

$$\eta^{(1)} + \omega_0 \phi_t^{(1)} + \omega_1 \phi_t^{(0)} = -\frac{1}{2} [\phi_x^{(0)^2} + \phi_y^{(0)^2}] - \omega_0 \eta^{(0)} \phi_{ty}^{(0)} \dots \dots \dots (3^1)$$

$$\phi_y^{(1)} - \omega_0 \eta_t^{(1)} - \omega_1 \eta_t^{(0)} = \eta_x^{(0)} \phi_x^{(0)} - \eta^{(0)} \phi_{yy}^{(0)} \dots \dots \dots (4^1)$$

ε^2 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \eta^{(2)} + \frac{1}{2} \omega_0 \phi_t^{(2)} + \frac{1}{2} \omega_2 \phi_t^{(0)} &= -\omega_0 [\eta^{(1)} \phi_{ty}^{(0)} + \frac{1}{2} \eta^{(0)^2} \phi_{yy}^{(1)} + \eta^{(0)} \phi_y^{(1)}] \\ &\quad - \eta^{(0)} [\phi_x^{(0)} \phi_{xy}^{(0)} + \phi_y^{(0)} \phi_{yy}^{(0)}] - \phi_x^{(0)} \phi_x^{(1)} - \phi_y^{(0)} \phi_y^{(1)} \dots \dots \dots (3^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \phi_y^{(2)} - \frac{1}{2} \omega_0 \eta_t^{(2)} - \frac{1}{2} \omega_2 \eta_t^{(0)} &= -[\eta^{(1)} \phi_{yy}^{(0)} + \frac{1}{2} \eta^{(0)^2} \phi_{yyy}^{(0)} \\ &\quad + \eta^{(0)} \phi_{yy}^{(1)}] + \eta_x^{(0)} [\eta^{(0)} \phi_{xy}^{(0)} + \phi_x^{(1)}] + \eta_x^{(1)} \phi_x^{(0)} \dots \dots \dots (4^2) \end{aligned}$$

ε^3 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \eta^{(3)} + \frac{1}{6} \omega_0 \phi_t^{(3)} + \frac{1}{6} \omega_3 \phi_t^{(0)} &= -\frac{1}{2} \omega_2 [\eta^{(0)} \phi_{ty}^{(0)} + \phi_t^{(1)}] - \omega_0 [\frac{1}{2} \eta^{(2)} \phi_{ty}^{(0)} + \eta^{(1)} \eta^{(0)} \phi_{lyv}^{(0)} + \eta^{(1)} \phi_{ty}^{(1)}] \\ &\quad + \frac{1}{2} \eta^{(0)^3} \phi_{lyv}^{(1)} + \frac{1}{2} \eta^{(0)} \phi_{ty}^{(2)} + \frac{1}{6} \eta^{(0)^3} \phi_{lyvv}^{(0)} \\ &\quad - \phi_x^{(0)} [\eta^{(1)} \phi_{xy}^{(0)} + \eta^{(0)} \phi_{xy}^{(1)} + \frac{1}{2} \phi_x^{(2)} + \frac{1}{2} \eta^{(0)^2} \phi_{xyv}^{(0)}] \\ &\quad - \phi_y^{(0)} [\eta^{(1)} \phi_{yy}^{(0)} + \eta^{(0)} \phi_{yy}^{(1)} + \frac{1}{2} \phi_y^{(2)} + \frac{1}{2} \eta^{(0)^2} \phi_{yyy}^{(0)}] \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{2}[\eta^{(0)}\phi_{xy}^{(0)} + \phi_x^{(1)}]^2 - \frac{1}{2}[\eta^{(0)}\phi_{yy}^{(0)} + \phi_y^{(1)}]^2 \dots\dots\dots (3^3)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{6}\phi_y^{(3)} - \frac{1}{6}\omega_0\eta_t^{(3)} - \frac{1}{6}\omega_3\eta_t^{(0)} = & -\left[\frac{1}{2}\eta^{(2)}\phi_{yy}^{(0)} + \eta^{(1)}\eta^{(0)}\phi_{yyy}^{(0)} + \eta^{(1)}\phi_{yy}^{(1)} + \frac{1}{6}\eta^{(0)^3}\phi_{yyy}^{(0)} + \frac{1}{2}\eta^{(0)^2}\phi_{yy}^{(1)}\right. \\ & + \frac{1}{2}\eta^{(0)}\phi_{yy}^{(2)}] + \frac{1}{2}\omega_2\eta_t^{(1)} + \frac{1}{2}\eta_x^{(0)}\phi_x^{(0)} + \eta_x^{(1)}[\eta^{(0)}\phi_{xy}^{(0)} + \phi_x^{(0)}] \\ & + \eta_x^{(0)}[\eta^{(1)}\phi_{xy}^{(0)} + \eta^{(0)}\phi_{xy}^{(1)} + \frac{1}{2}\phi_x^{(2)} + \frac{1}{2}\eta^{(0)^2}\phi_{xy}^{(0)}] \dots\dots\dots (4^3) \end{aligned}$$

ただし、 ε^2 と ε^3 の項については、次節で導かれる $\omega_1=0$ の結果を用いて ω_1 と η , ϕ との積の項を落としてある。

2-3 第4次近似解の計算

式(4)の級数解の内、第3次近似解すなわち $\phi^{(2)}$, $\eta^{(2)}$, ω_2 までは Tadjbakhsh と Keller によって計算されている。その結果だけを記すと次のようになる。

第1次項：

$$\left. \begin{aligned} \phi^{(0)} &= -\omega_0 \sin t \cos x \frac{\cosh(y+h)}{\sinh h} \\ \eta^{(0)} &= \cos t \cos x \\ \omega_0^2 &= \tanh h \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

第2次項：

$$\left. \begin{aligned} \phi^{(1)} &= \beta_0 - \frac{1}{8}(\omega_0^{-3} - \omega_0)t + \frac{1}{16}(\omega_0^{-3} + 3\omega_0)\sin 2t - \frac{3}{16}(\omega_0^{-7} - \omega_0)\sin 2t \cos 2x - \frac{\cosh 2(y+h)}{\cosh 2h} \\ \eta^{(1)} &= \frac{1}{8}[(\omega_0^{-2} + \omega_0^2) + (3\omega_0^{-6} - \omega_0^{-2})\cos 2t]\cos 2x \\ \omega_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

第3次項：

$$\left. \begin{aligned} \phi^{(2)} &= \beta_2 - \beta_{13} \sin t \cos 3x \cosh 3(y+h) - \beta_{31} \sin 3t \cos x \cosh(y+h) - \beta_{33} \sin 3t \cos 3x \cosh 3(y+h) \\ \eta^{(2)} &= b_{11} \cos t \cos x + b_{13} \cos t \cos 3x + b_{31} \cos 3t \cos x + b_{33} \cos 3t \cos 3x \\ \omega_2 &= \frac{1}{32}(9\omega_0^{-7} - 12\omega_0^{-3} - 3\omega_0 - 2\omega_0^5) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \beta_{13} &= \frac{1}{128 \cosh 3h} (1 + 3\omega_0^4) (3\omega_0^{-9} - 5\omega_0^{-1} + 2\omega_0^3) \\ \beta_{31} &= \frac{1}{128 \cosh h} (-9\omega_0^{-9} - 62\omega_0^{-5} + 31\omega_0^{-1}) \\ \beta_{33} &= \frac{1}{128 \cosh 3h} (1 + 3\omega_0^4) (9\omega_0^{-13} - 22\omega_0^{-9} + 13\omega_0^{-5}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} b_{11} &= \frac{1}{32} (3\omega_0^{-8} + 6\omega_0^{-4} - 5 + 2\omega_0^4) \\ b_{13} &= \frac{3}{128} (9\omega_0^{-8} + 27\omega_0^{-4} - 15 + \omega_0^4 + 2\omega_0^8) \\ b_{31} &= \frac{1}{128} (-3\omega_0^{-8} - 18\omega_0^{-4} + 5) \\ b_{33} &= \frac{3}{128} (9\omega_0^{-12} - 3\omega_0^{-8} + 3\omega_0^{-4} - 1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

さらに第4次項を求めるため、まず式(12)~(16)の結果を式(3³)に代入して計算を行なうと、

$$\eta^{(3)} + \omega_0 \phi_t^{(3)} - \frac{\omega_3}{\omega_0} \cos t \cos x = \frac{1}{512} \sum_{m=0}^2 \sum_{n=0}^2 A_{2m, 2n} \cos 2mt \cos 2nx \quad : y=0 \dots \dots \dots (17)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} A_{00} &= -54\omega_0^{-14} + 270\omega_0^{-10} - 450\omega_0^{-6} + 270\omega_0^{-2} - 48\omega_0^2 + 12\omega_0^6 \\ A_{20} &= -27\omega_0^{-10} + 897\omega_0^{-6} - 357\omega_0^{-2} - 261\omega_0^2 + 36\omega_0^6 \\ A_{40} &= 54\omega_0^{-14} + 621\omega_0^{-10} - 555\omega_0^{-6} - 705\omega_0^{-2} + 201\omega_0^2 \\ A_{02} &= -27\omega_0^{-10} + 288\omega_0^{-6} + 168\omega_0^{-2} - 210\omega_0^2 - 45\omega_0^6 + 18\omega_0^{10} \\ A_{22} &= 81\omega_0^{-14} + 306\omega_0^{-10} - 285\omega_0^{-6} + 393\omega_0^{-2} - 298\omega_0^2 + 117\omega_0^6 + 54\omega_0^{10} \\ A_{42} &= 81\omega_0^{-14} + 1125\omega_0^{-10} - 903\omega_0^{-6} - 237\omega_0^{-2} + 110\omega_0^2 \\ A_{04} &= 54\omega_0^{-14} + 243\omega_0^{-10} + 198\omega_0^{-6} + 6\omega_0^{-2} - 198\omega_0^2 + 63\omega_0^6 + 18\omega_0^{10} \\ A_{24} &= 81\omega_0^{-14} + 585\omega_0^{-10} - 648\omega_0^{-6} + 1026\omega_0^{-2} - 559\omega_0^2 - 27\omega_0^6 + 54\omega_0^{10} \\ A_{44} &= -135\omega_0^{-14} + 1656\omega_0^{-10} - 2358\omega_0^{-6} + 768\omega_0^{-2} + 197\omega_0^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18)$$

同じように式 (4³) に代入して整理すると、次のようになる。

$$\phi_y^{(3)} - \omega_0 \eta_t^{(3)} + \omega_3 \sin t \cos x = \frac{1}{512} \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 A_{2m, 2n} \sin 2mt \cos 2nx \quad : y=0 \dots \dots \dots (19)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} B_{22} &= 504\omega_0^{-9} - 228\omega_0^{-5} - 152\omega_0^{-1} - 228\omega_0^3 + 72\omega_0^7 \\ B_{42} &= 72\omega_0^{-9} - 912\omega_0^{-5} + 392\omega_0^{-1} \\ B_{24} &= 1008\omega_0^{-9} + 720\omega_0^{-5} - 464\omega_0^{-1} - 528\omega_0^3 + 288\omega_0^7 \\ B_{44} &= 1080\omega_0^{-13} - 72\omega_0^{-9} - 1368\omega_0^{-5} + 872\omega_0^{-1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (20)$$

ここに得られた式 (17) を t で偏微分して ω_0 を乗じ、これを式 (19) に加えると $\phi_y^{(3)}$ と ω_3 に関する次の微分方程式が導かれる。

$$\phi_y^{(3)} + \omega_0^2 \phi_{tt}^{(3)} + 2\omega_3 \sin t \cos x = \frac{1}{256} \sum_{m=1}^2 \sum_{n=0}^2 \alpha_{2m, 2n} \sin 2mt \cos 2nx \quad : y=0 \dots \dots \dots (21)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{20} &= 27\omega_0^{-9} - 897\omega_0^{-5} + 357\omega_0^{-1} + 261\omega_0^3 - 36\omega_0^7 \\ \alpha_{40} &= -108\omega_0^{-13} - 1242\omega_0^{-9} + 1110\omega_0^{-5} + 1410\omega_0^{-1} - 402\omega_0^3 \\ \alpha_{22} &= -81\omega_0^{-13} - 54\omega_0^{-9} + 171\omega_0^{-5} - 469\omega_0^{-1} + 184\omega_0^3 - 54\omega_0^7 \\ \alpha_{42} &= -162\omega_0^{-13} - 2214\omega_0^{-9} + 1350\omega_0^{-5} + 670\omega_0^{-1} - 220\omega_0^3 \\ \alpha_{24} &= -81\omega_0^{-13} - 81\omega_0^{-9} + 1008\omega_0^{-5} - 1258\omega_0^{-1} + 295\omega_0^3 + 171\omega_0^7 - 54\omega_0^{11} \\ \alpha_{44} &= 810\omega_0^{-13} - 3348\omega_0^{-9} + 4032\omega_0^{-5} - 1100\omega_0^{-1} - 394\omega_0^3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (22)$$

この式 (21) は、 $\phi^{(3)}(x, y, t)$ が $y=0$ において満足すべき境界等条件を表わしている。従って $\phi^{(3)}$ の一般解における未定係数を、式 (21) を満足するように定めることができれば、これが求める解となる。ところで $\phi^{(3)}$ の一般解としては、式 (1) の基本方程式および式 (5) の境界等条件から、次のように表わされる。

$$\phi^{(3)}(x, y, t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n(t) \cos nx \cosh n(y+h) \dots \dots \dots (23)$$

この式(24)を式(2)に代入して $\cos nx$ の係数を比較すれば、 $C_n(t)$ に関する次の方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \omega_0^2 C_{0,t} &= \alpha_{20} \sin 2t + \alpha_{40} \sin 4t \\ C_1 \sinh h + \omega_0^2 C_{1,t} \cosh h &= -2\omega_3 \sin t \\ 2C_2 \sinh 2h + \omega_0^2 C_{2,t} \cosh 2h &= \alpha_{22} \sin 2t + \alpha_{42} \sin 4t \\ 3C_3 \sinh 3h + \omega_0^2 C_{3,t} \cosh 3h &= 0 \\ 4C_4 \sin 4h + \omega_0^2 C_{4,t} \cosh 4h &= \alpha_{24} \sin 2t + \alpha_{44} \sin 4t \\ nC_n \sinh nh + \omega_0^2 C_{n,t} \cosh nh &= 0 \quad (n \geq 5) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

この内第2式については、 $\omega_0^2 = \tanh h$ の関係を用いると、 $C_{1,t} + C_1 = -2\omega_3 \sin t / \sinh h$ と書き換えられるが、式(7)の周期性の条件を満足させるためには、この式の右辺が零でなければならない。すなわち、

$$\omega_3 = 0 \dots\dots\dots (25)$$

$$C_1(t) = \alpha_1 \sin t + \beta_1 \cos t \quad (\alpha_1, \beta_1 \text{ は未定常数})$$

$C_1(t)$ 以外の $C_n(t)$ は式(24)からそれぞれ求められ、この結果 $\phi^{(3)}$ が次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \phi^{(3)}(x, y, t) &= -\alpha_0 t + \beta_0 + (\alpha_1 \sin t + \beta_1 \cos t) \cos x \cosh(y+h) \\ &\quad - \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 \beta_{2m, 2n} \sin 2mt \cos 2nx \cosh 2(y+h) \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \beta_{20} &= \frac{1}{1024} (27\omega_0^{-11} - 897\omega_0^{-7} + 357\omega_0^{-3} + 261\omega_0 - 36\omega_0^5) \\ \beta_{40} &= \frac{1}{2048} (-54\omega_0^{-15} - 621\omega_0^{-11} + 555\omega_0^{-7} + 705\omega_0^{-3} - 201\omega_0) \\ \beta_{22} &= \frac{1}{1024 \cosh 2h} (1 + \omega_0^4) (-81\omega_0^{-19} - 54\omega_0^{-15} + 171\omega_0^{-11} - 469\omega_0^{-7} + 184\omega_0^{-3} - 81\omega_0 - 54\omega_0^5) \\ \beta_{42} &= \frac{1}{512 \cosh 2h} \cdot \frac{(1 + \omega_0^4)}{(3 + 4\omega_0^4)} (-81\omega_0^{-15} - 1107\omega_0^{-11} + 675\omega_0^{-7} + 335\omega_0^{-3} - 110\omega_0) \\ \beta_{24} &= \frac{1}{1024 \cosh 4h} \cdot \frac{(1 + 6\omega_0^4 + \omega_0^8)}{(3 + \omega_0^4)} (81\omega_0^{-15} + 162\omega_0^{-11} - 846\omega_0^{-7} + 412\omega_0^{-3} + 117\omega_0 - 54\omega_0^5) \\ \beta_{44} &= \frac{1}{2048 \cosh 4h} \cdot \frac{(1 + 6\omega_0^4 + \omega_0^8)}{(5 + \omega_0^4)} (405\omega_0^{-19} - 1674\omega_0^{-15} + 2016\omega_0^{-11} - 550\omega_0^{-7} - 197\omega_0^{-3}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

次に $\eta^{(3)}$ を求めるため、式(24)~(27)の結果を式(17)に代入する。この際、式(6)および(8)、(9)の条件式を用いると、未定常数 $\alpha_0, \alpha_1, \beta_1$ が次のように定められる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{A_{00}}{\omega_0} = \frac{1}{256} (27\omega_0^{-15} - 135\omega_0^{-11} + 225\omega_0^{-7} - 135\omega_0^{-3} + 24\omega_0 - 6\omega_0^5) \\ \alpha_1 &= 0 \\ \beta_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

なお、 β_0 は速度ポテンシャルのレベルを示す任意定数であり、既に $\phi^{(1)}$ に同じ目的の定数が附加されているので、ここでは零とおくことができる。結局 $\eta^{(3)}$ としては次のように与えられる。

$$\eta^{(3)} = (b_{02} + b_{22} \cos 2t + b_{42} \cos 4t) \cos 2x + (b_{04} + b_{24} \cos 2t + b_{44} \cos 4t) \cos 4x \dots\dots\dots (29)$$

ここに,

$$\begin{aligned}
 b_{02} &= \frac{1}{512} (-27\omega_0^{-10} + 288\omega_0^{-6} + 168\omega_0^{-2} - 210\omega_0^2 - 45\omega_0^6 + 18\omega_0^{10}) \\
 b_{22} &= \frac{1}{512} (-81\omega_0^{-18} - 54\omega_0^{-14} + 423\omega_0^{-10} - 583\omega_0^{-6} + 108\omega_0^{-2} - 195\omega_0^2 - 18\omega_0^6) \\
 b_{42} &= \frac{1}{512(3+4\omega_0^4)} (-81\omega_0^{-14} - 1053\omega_0^{-10} + 63\omega_0^{-6} - 283\omega_0^{-2} + 282\omega_0^2) \\
 b_{04} &= \frac{1}{512} (54\omega_0^{-14} + 243\omega_0^{-10} + 198\omega_0^{-6} + 6\omega_0^{-2} - 198\omega_0^2 + 63\omega_0^6 + 18\omega_0^{10}) \\
 b_{24} &= \frac{1}{512(3+\omega_0^4)} (324\omega_0^{-14} + 2484\omega_0^{-10} - 1152\omega_0^{-6} - 2072\omega_0^{-2} + 1092\omega_0^2 + 420\omega_0^6 - 72\omega_0^{10}) \\
 b_{44} &= \frac{1}{512(5+\omega_0^4)} (405\omega_0^{-18} + 81\omega_0^{-14} + 522\omega_0^{-10} - 262\omega_0^{-6} + \omega_0^{-2} + 21\omega_0^2)
 \end{aligned} \tag{9}$$

2-4 波圧の計算式

以上によって有限振幅の重複波の第4次近似解が求められたので、この結果を用いて垂直壁面に働く波圧を計算する。このため、式(2)の水中圧力の一般式を式(10)の級数表示を用いて書き直すと、これは次のようになる。ただし記号は前項と同様にすべて無次元量を表わしている。

$$p(x, y, t) = -y + \varepsilon p^{(0)} + \varepsilon^2 p^{(1)} + \frac{\varepsilon^3}{2} p^{(2)} + \frac{\varepsilon^4}{6} p^{(3)} + \dots \quad : -h \leq y \leq \eta \tag{10}$$

ここに,

$$\begin{aligned}
 p^{(0)} &= -\omega_0 \phi_t^{(0)} \\
 p^{(1)} &= -\omega_0 \phi_t^{(1)} - \frac{1}{2} \phi_x^{(0)2} - \frac{1}{2} \phi_y^{(0)2} \\
 p^{(2)} &= -\omega_0 \phi_t^{(2)} - \omega_2 \phi_t^{(0)} - 2\phi_x^{(0)} \phi_x^{(1)} - 2\phi_y^{(0)} \phi_y^{(1)} \\
 p^{(3)} &= -\omega_0 \phi_t^{(3)} - 3\omega_2 \phi_t^{(1)} - 3\phi_x^{(1)2} - 3\phi_y^{(1)2} - 3\phi_x^{(0)} \phi_x^{(2)} - 3\phi_y^{(0)} \phi_y^{(2)}
 \end{aligned} \tag{11}$$

式(10)における右辺の第1項、 $-y$ は、静水面より下 ($y < 0$) については静水圧を表わしている。従って、波圧としては式(10)から静水圧を差し引いた値となる。これは次のように表わさる。

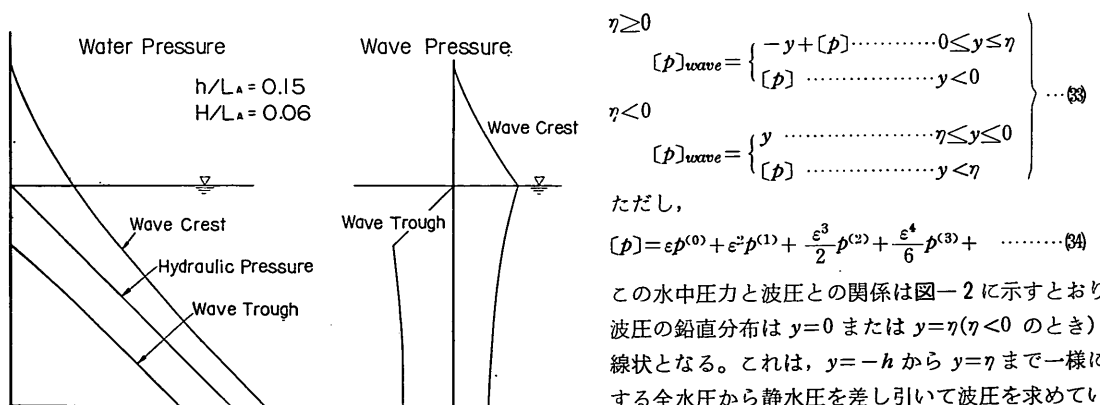


図-2 水中圧力と波圧の鉛直分布

Fig. 2 Vertical Distributions of Water and Wave Pressures

$$[p]_{wave} = \begin{cases} -y + [p] & \dots \dots \dots 0 \leq y \leq \eta \\ [p] & \dots \dots \dots y < 0 \end{cases} \quad \dots \dots \dots (12)$$

$$[p]_{wave} = \begin{cases} y & \dots \dots \dots \eta \leq y \leq 0 \\ [p] & \dots \dots \dots y < -\eta \end{cases}$$

ただし,

$$[p] = \varepsilon p^{(0)} + \varepsilon^2 p^{(1)} + \frac{\varepsilon^3}{2} p^{(2)} + \frac{\varepsilon^4}{6} p^{(3)} + \dots \tag{13}$$

この水中圧力と波圧との関係は図-2に示すとおりで、波圧の鉛直分布は $y=0$ または $y=\eta$ ($\eta < 0$ のとき) で折線状となる。これは、 $y=-h$ から $y=\eta$ まで一様に変化する全水圧から静水圧を差し引いて波圧を求めているためで重複波圧ばかりでなく砕波圧の鉛直分布についても言えることである。すなわち、全水圧の鉛直分布が滑らかな曲線状である限り、砕波圧の分布は $y=0$ で尖角と

なければならないのである。もっとも、砕波圧の場合には最大波圧が $y=0$ 以外の位置に現われる可能性はある。

波圧の計算は、式(12)~(14)および式(10)~(13)を式(10)に代入して計算を進めれば良い。しかし、任意の地点の波圧の式

は非常に複雑となるので、ここでは $x=0$ の直立壁面に働く波圧の式の計算結果のみを示す。

$$[p(\theta, y, t)] = \sum_{m=0}^4 \sum_{n=0}^4 \gamma_{m,n} \cos m\theta \cos n(y+h) \dots \dots \dots (35)$$

ここに、

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_{00} = \varepsilon^2 2\alpha_{01} + \left(\frac{\varepsilon^4}{6}\right) [\omega_0 \alpha_0 + 3\omega_2' \alpha_{01} + 3(\beta_{22}^*)^2] \\ \gamma_{01} = 0 \\ \gamma_{02} = -\varepsilon^2 \alpha_{01} + \left(\frac{\varepsilon^4}{6}\right) \frac{9}{4} \beta_{11}^* \beta_{13} \\ \gamma_{03} = 0 \\ \gamma_{04} = -\left(\frac{\varepsilon^4}{6}\right) \left[\frac{9}{4} \beta_{11}^* \beta_{13} + 3(\beta_{22}^*)^2 \right] \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma_{10} = 0 \\ \gamma_{11} = \varepsilon \omega_0 \beta_{11}^* + \left(\frac{\varepsilon^3}{2}\right) [\omega_0 \omega_2' \beta_{11}^* + \beta_{11}^* \beta_{22}^*] \\ \gamma_{12} = 0 \\ \gamma_{13} = \left(\frac{\varepsilon^3}{2}\right) [\omega_0 \beta_{13} - \beta_{11}^* \beta_{22}^*] \\ \gamma_{14} = 0 \end{array} \right. \\ \\ \left\{ \begin{array}{l} \gamma_{20} = \varepsilon^2 [2\omega_0 \beta_{20}^* - \alpha_{01}] + \left(\frac{\varepsilon^4}{6}\right) \left[2\omega_0 \beta_{20} + 6\omega_0 \omega_2' \beta_{20}^* + \frac{3}{4} \beta_{11}^* \beta_{13} \right] \\ \gamma_{21} = 0 \\ \gamma_{22} = \varepsilon^2 (2\omega_0 \beta_{22}^* + \alpha_{01}) + \left(\frac{\varepsilon^4}{6}\right) \left[2\omega_0 \beta_{22} + 6\omega_0 \omega_2' \beta_{22}^* - \frac{3}{4} \beta_{11}^* (3\beta_{13} + \beta_{31} - 3\beta_{33}) \right] \\ \gamma_{23} = 0 \\ \gamma_{24} = \left(\frac{\varepsilon^4}{6}\right) \left[2\omega_0 \beta_{24} + \frac{9}{4} \beta_{11}^* (\beta_{13} - \beta_{33}) \right] \end{array} \right. \\ \\ \left\{ \begin{array}{l} \gamma_{30} = 0 \\ \gamma_{31} = \left(\frac{\varepsilon^3}{2}\right) [3\omega_0 \beta_{31} - \beta_{11}^* \beta_{22}^*] \\ \gamma_{32} = 0 \\ \gamma_{33} = \left(\frac{\varepsilon^3}{2}\right) [3\omega_0 \beta_{33} + \beta_{11}^* \beta_{22}^*] \\ \gamma_{34} = 0 \end{array} \right. \dots \dots \dots (36) \\ \\ \left\{ \begin{array}{l} \gamma_{40} = \left(\frac{\varepsilon^4}{6}\right) \left[4\omega_0 \beta_{40} - 3(\omega_0 \beta_{22}^*)^2 - \frac{3}{4} \beta_{11}^* \beta_{31} \right] \\ \gamma_{41} = 0 \\ \gamma_{42} = \left(\frac{\varepsilon^4}{6}\right) \left[4\omega_0 \beta_{42} + \frac{3}{4} \beta_{11}^* (\beta_{31} - 3\beta_{33}) \right] \\ \gamma_{43} = 0 \\ \gamma_{44} = \left(\frac{\varepsilon^4}{6}\right) \left[4\omega_0 \beta_{44} + 3(\omega_0 \beta_{22}^*)^2 + \frac{9}{4} \beta_{11}^* \beta_{33} \right] \end{array} \right. \quad \text{ただし、} \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta_{11}^* = \frac{1}{\omega_0 \cosh h} \\ \alpha_{01} = \frac{1}{8} (\omega_0^{-2} - \omega_0^2) \\ \beta_{20}^* = -\frac{1}{16} (\omega_0^{-3} + 3\omega_0) \\ \beta_{22}^* = \frac{3}{16} \omega_0 (\omega_0^{-4} - 1)^2 \\ \omega_2' = \frac{\omega_2}{\omega_0} \end{array} \right.$$

この式 (35), (36) によって直立壁面に働く波圧を計算するのは、実際には非常に手数が必要とする。このため、式 (35), (36) および (37) の係数ならびにこれに附随する諸計算についてはすべて電子計算機のプログラムに書き換え、計算機を用いて任意の波の波圧を求められるようにした。この計算プログラムおよびその解説は付録 C に示す。

2-5 深海領域における重複波の計算式

以上の計算結果は、水深が任意の場合のものであり、問題を深海波に限定すると $\omega_0^2 \equiv 1$ であることから計算式がかなり簡単になる。まず角振動数については、

$$\omega = 1 - \frac{1}{4} \varepsilon^2 \dots \dots \dots (37)$$

次に速度ポテンシャルは

$$\begin{aligned} \varepsilon \phi = & -\varepsilon \sin t \cos x e^y + \varepsilon^2 \left(\beta_0 + \frac{1}{4} \sin 2t \right) + \frac{1}{2} \varepsilon^3 \left(\beta_2 + \frac{5}{16} \sin 3t \cos x e^y \right) + \frac{1}{6} \varepsilon^4 \\ & + \frac{1}{6} \varepsilon^4 \left[\frac{3}{32} (\sin 2t - 2 \sin 4t) + \frac{3}{4} (\sin 2t - \frac{3}{14} \sin 4t) \cos 2x e^{2y} + \frac{1}{4} \sin 2t \cos 4x e^{4y} \right] \dots \dots \dots (38) \end{aligned}$$

また水面上昇量は、

$$\begin{aligned} \epsilon\eta = & \epsilon \cos t \cos x + \frac{1}{4}\epsilon^2(1 + \cos 2t) \cos 2x + \frac{1}{32}\epsilon^3[(3\cos t - 2\cos 3t) \cos x + (9\cos t + 3\cos 3t) \cos 3x] \\ & + \frac{1}{6}\epsilon^4 \left[\frac{1}{32}(12 - 25\cos 2t - \frac{67}{7}\cos 4t) \cos 2x + \frac{1}{4}(3 + 2\cos 2t + \cos 4t) \cos 4x \right] \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

さらに壁面 $x=0$ に沿っての水中圧力は、

$$\begin{aligned} p = & -y + \epsilon \cos t e^y - \frac{1}{2}\epsilon^2 [\cos 2t + \frac{1}{2}(1 - \cos 2t) e^{2y}] - \frac{1}{2}\epsilon^3 (\frac{15}{16} \cos 3t + \frac{1}{4} \cos t) e^y \\ & - \epsilon^4 [\frac{1}{32}(\cos 2t - 4\cos 4t) + \frac{1}{64}(11 \cos 2t + \frac{83}{7}\cos 4t) e^{2y} + \frac{1}{12} \cos 2t e^{4y}] \dots\dots\dots (40) \end{aligned}$$

と表わされる。

深海における重複波の計算は Penny と price が第5次近似解まで求めているのであるが、Tadjbaksh と Keller によれば、速度ポテンシャルを計算する際に零次項の2次干渉の項を見落しているとのことである。Tadjbaksh と Keller はこの補正を行ない、 $t=0$ の水位最大時の壁面に沿っての波圧分布を次のように与えている。

$$p = -y - \frac{1}{2}\epsilon^2 + \frac{3}{32}\epsilon^4 + (\epsilon - \frac{19}{32}\epsilon^3 + \frac{755}{1792}\epsilon^5) e^y - \frac{5}{14}\epsilon^4 e^{2y} - \frac{7}{132}\epsilon^5 e^{3y} + \frac{15}{256}\epsilon^5 e^{5y} \dots\dots\dots (41)$$

式(40)で $t=0$ のときの波圧を計算すると、 ϵ^4 の項は $(3/32)\epsilon^4 - (5/14)\epsilon^4 e^{2y} - (1/12)\epsilon^4 e^{4y}$ となり、最初の2項は(41)と一致するが第3項は式(41)には見られない新しい項である。この項は、式(38)の $\sin 2t \cos 4x e^{4y}$ の項に基因するものであり、もともと速度ポテンシャルを決定するための式、(21)、(22)の α_{24} の項から誘導されている。式(22)で直接 $\omega_0^2=1$ とおけば $\alpha_{24}=0$ となり、 $\sin 2t \cos 4x$ の項は消滅するよう見える。しかし、式(24)の $\cos 4x$ の項の左辺を見れば分かるように、深海波の場合には $C_4(t) = \alpha \sin 2t + \beta \cos 2t$ とおいたときに $4C_4 - C_{4tt} = 0$ となって両辺が同時に0となる。すなわち α と β は不定である。Tadjbaksh と Keller の補正計算では、深海波だけの計算において $\alpha_{24}=0$ となるところから、 $\sin 2t \cos 4x$ の項を0としたのではないかと推測される。しかし、これまでの計算で明らかなように、任意水深の計算において $h \rightarrow \infty$ の極限を考える場合に、 $\alpha = -1/4$ 、 $\beta = 0$ でなければならないのである。この補正は第5次項にも影響するであろうから、深海波の波圧の第5次近似式は式(41)と異なる結果となり、Penny と Price の原式とはかなり相異なることになる。

なお深海における重複波の波圧の式で注意すべき点は、高さに無関係な $-(1/2)\epsilon^2 \cos 2t - (1/32)\epsilon^4(\cos 2t - 4\cos 4t)$ の項を含むことで、このため進行波であれば圧力変動がほとんど伝わらないような海底でも、重複波であれば相当強い2倍および4倍周波数の圧力変動が存在することになる。(第5章参照)

2-6 摂動法による級数解の近似精度

摂動法による級数解は、その本質から言って厳密解ではなく、常に近似解に止まる。計算の行なわれた次数までは

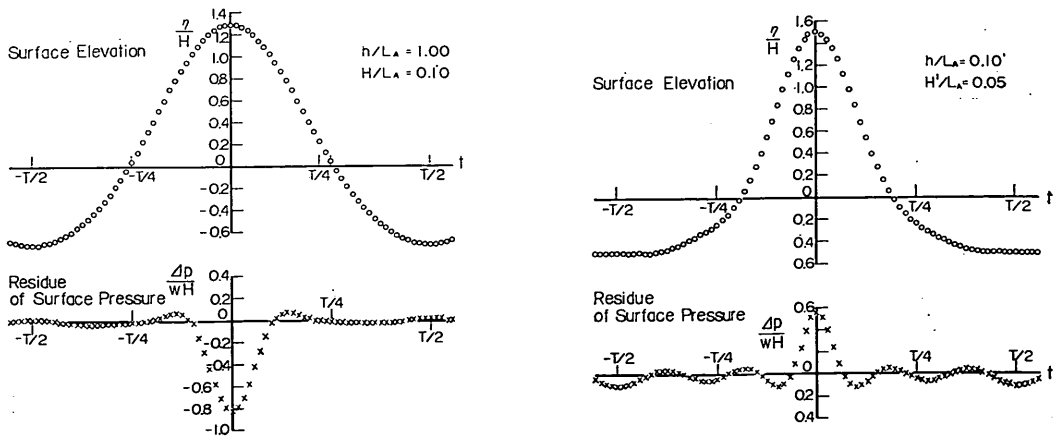


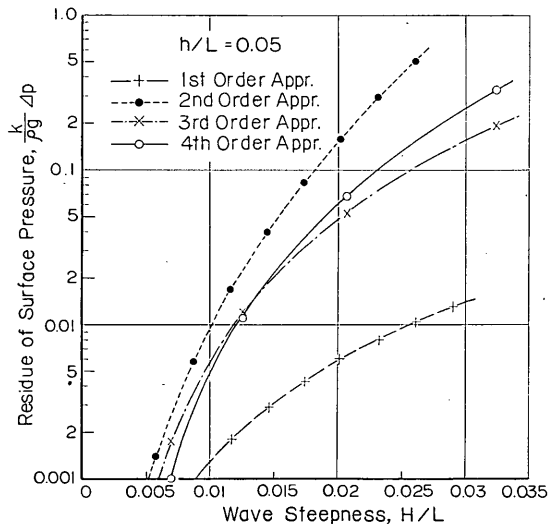
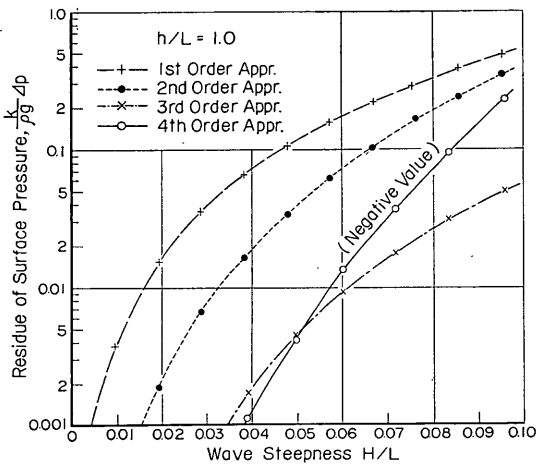
図-3 表面圧力残差項の時間的变化 Fig. 3 Time Variation of the Residue Term of Surface Pressure

境界条件を満足しているが、それ以上の高次項については誤差として残る。従って、摂動法によって級数解を求めた場合は、高次項の誤差がどの程度であるかを調べておかなければならない。この方法としては、式(3)の水面における圧力0の条件がどの程度満足されているかを見るのが一番分かり易い。式(31)を用いて、 $u = \varepsilon \eta$ の圧力を計算した結果が0でなければ、これがそのまま近似誤差である。図-3(a),(b)はこの計算例を示すもので、水位上昇量 η および表面圧力 Δp を波高 H および $\rho g H$ で割った値が時間とともにどのように変るかを示している。図-3(a)は $h/L_A = 1.0, H/L_A = 0.08$ の深海波、図-3(b)は $h/L_A = 0.1, H/L_A = 0.05$ の浅海表面波である。図で明らかなように、水位が最大となる時刻の附近を除いては、表面圧力の残差は小さく、近似精度が悪くないことを示している。

このように表面圧力の残差は、水面が一番上昇した時に最大となるので、この最大表面圧力が波形勾配 H/L によってどのように変るかを計算したのが図-4(a)~(c)である。水深波長比はそれぞれ $h/L = 1.0, 0.15, 0.05$ である。また縦軸は、 $\Delta p = k_{\Delta p} / \rho g$ の無次元表示である。

(a) $h/L = 1.0$

(c) $h/L = 0.05$



(b) $h/L = 0.15$

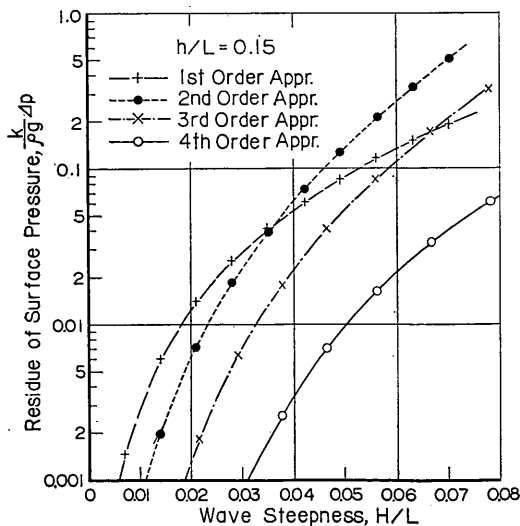


図-4 理論計算における表面圧力の残差の最大値

Fig. 4 maximum Residue of Surface Pressure in Theoretical Computation

表面圧力の近似誤差は、当然のことながら波形勾配 H/L の増大とともに増加する。しかしながら Δp の値を級数解の次数ごとに比べてみると、次数の増加とともに誤差が減少する、すなわち近似精度が向上するのは、波形勾配の限られた範囲のことだけであることが分る。たとえば図-4(a)の深海波の場合、等1次、2次、3次近似と進むにつれて圧力誤差が減少するが、さらに第4次項まで計算すると補正が強過ぎるため表面圧力が負となり、 $H/L > 0.051$ ではその絶対値が第3次近似解の誤差よりも大きくなる。この誤差は第5次項によって

補正され、かなり小さな値に収まることになる。図—4 (b) の $h/L=0.15$ の場合には、第1次から第2次近似解に進んだときに、波形勾配の大きな波に対する近似精度が悪化する。さらに図—4 (c) の $h/L=0.05$ の場合には、近似精度の向上が見られるのは波形勾配がごく小さい間だけのことで、それ以外では第1次近似すなわち微小振幅理論が最も誤差が小さいと言う、一見矛盾したような結果にさえなる。もっとも、これは水面における圧力0の条件を調べてみた結果であり、もう一つの連続性の境界条件について調べてみれば、級数解の次数の増加とともに近似精度が向上する様子が伺えられるものと思われる。また波頂の高さなどは、高次項の計算を進めるにつれて一定値に漸近する傾向が認められ、実験結果とも一致するようになる。

いずれにしても、式 (10) 以降に示した計算は、いわゆる数学的摂動法の形式的解法であり、物理的現象としてこのように表示したときにそれが収斂する保証は与えられていない。従って、上記のような近似精度の検討、ならびに実験結果との照合が要求されるのである。

なお、実際の波圧計算では、図—3,4 に見られるような表面圧力の残差項を補正しなければ、波圧の鉛直分布曲線が歪んでしまう。従って、数値計算としては、何らかの補正法を考える必要がある。ここでは、水面が一番上昇する $t=0$ のときの圧力 $[p(o, y, 0)]$ の鉛直分布曲線に比例して、表面圧力の残差を鉛直方向に分布させる方法を採用した。すなわち、

$$p' = -y + [p] - \Delta p \times \frac{[p(o, y, 0)]}{[p(o, \varepsilon \eta, 0)]} \dots\dots (42)$$

ただし $[p]$ は式 (34) または (35) で計算される圧力である。第5章および付録に示す波圧の理論値は、特に断わらない限り、すべて式 (42) の表面圧力の補正を行なったものである。圧力計算の詳細については、付録Cの FORTRAN PROGRAM を参照されたい。

3. 有限振幅の重複波の諸特性

3-1. 波長の変化

有限振幅の波は、その波長が周期と水深ばかりでなく波高にも関係する。進行波の場合には波高の増大と共に波長が長くなるが、重複波の場合には $kh=2\pi h/L$ の値によって長くなるとときと短くなるとときがある。すなわち、 $h/L=0.170$ を境界としてこれより深い所では波高の増大によって波長が減少し、これよりも浅い所では波長が増大する。

この波長変化の特性は、Tadjbaksh と Keller 1960 が

第3次近似解の結果として指摘したので、d'Hieres 1960 も同じく理論計算の結果として $h/L=0.1684$ の境界値を求めている。この波長変化の現象は、Fultz 1962 によって実験的にも確認されている。ただし、実験における境界値は $h/L=0.14$ で計算よりもやや小さい。これは理論計算で省略されている第5次項以上の高次項の影響によるものであろう。

有限振幅重複波の波長の式は、式 (10) のうちの無次元角振動数 ω の式から計算される。既に式 (13) および (25) で $\omega_1=\omega_3=0$ が得られているので、 ω は次のようになる。

$$\omega = \omega_0 + \frac{1}{164} \varepsilon^2 (9\omega_0^{-7} - 12\omega_0^{-3} - 3\omega_0 - 2\omega_0^5) \dots (43)$$

ここで表—1 の変数変換表を参照し、 $\omega_0^2 = \tanh kh$ の関係を用いるとこれは次のように書き直される。

$$L = \frac{g}{2\pi} T^2 \tanh kh \left[1 + \frac{1}{64} \varepsilon^2 (9\coth^4 kh - 12\coth^2 kh - 3 - 2\tanh^2 kh) \right]^2 \dots\dots (44)$$

または

$$\frac{h}{L_0} = \frac{h}{L} \tanh kh \left[1 + \frac{1}{64} \varepsilon^2 (9\coth^4 kh - 12\coth^2 kh - 3 - 2\tanh^2 kh) \right]^2 \dots\dots (44)'$$

ただし

$$L_0 = \frac{gT^2}{2\pi}$$

式 (44) において、 ε は波形勾配 kh にほぼ比例した量である。深海波においては、 $\tanh kh=1$ であるから右辺の $[]$ の中の第2項は $-\varepsilon^2/8$ となり、 ε の増加につれて波長は減少する。一方浅海波においては、右辺の $()$ の中の第1項が非常に大きくなるから、波長は ε の増加とともに増大することになる。

この式 (44) で与えられる有限振幅波の波長を、微小振幅波の波長 L_A

$$L_A = \frac{g}{2\pi} T^2 \tanh \frac{2\pi}{L_A} h \dots\dots (45)$$

と比較したのが附図—A・2 である。この図は、 L/L_A と H/L_A の関係を h/L_A をパラメーターとして表示したもので、これによって有限振幅重複波の波長を略算することができる。

附図—A・2 を進行波の場合の波長修正^註図と比べてみれば分かるように、浅海部分で波長が波高の増加とともに増大する場合でも、その波長増大率は進行波の場合よりも小さい。すなわち、有限振幅重複波の波長は、周期と波高(入射波)が等しい進行波の波長よりも一般に短いのである。

注) 例えば合田・竹田 1964,

3-2 波高および水面形

水面上昇量 η の表式を、式(10), (12)~(14), および(29) からまとめ直すと、次のように書くことができる。

$$k\eta = \sum_{m=0}^4 \sum_{n=1}^4 a_{m,n} \cos mot \cos nkx \dots \dots \dots (46)$$

ただし、係数 $a_{m,n}$ は表-2 のとおりである。

表-2 水面上昇量 ω の係数表

$m \setminus n$	1	2	3	4
0	0	$\frac{1}{6}(\omega_0^{-2} + \omega_0^2)\varepsilon^2$ $+\frac{1}{8}\varepsilon^4 b_{02}$	0	$\frac{1}{6}\varepsilon^4 b_{04}$
1	$\varepsilon + \frac{1}{2}\varepsilon^3 b_{11}$	0	$\frac{1}{2}\varepsilon^3 b_{13}$	0
2	0	$\frac{1}{6}(3\omega_0^{-6} - \omega_0^{-2})\varepsilon^2$ $+\frac{1}{8}\varepsilon^4 b_{22}$	0	$\frac{1}{6}\varepsilon^4 b_{24}$
3	$\frac{1}{2}\varepsilon^3 b_{31}$	0	$\frac{1}{2}\varepsilon^3 b_{33}$	0
4	0	$\frac{1}{6}\varepsilon^4 b_{42}$	0	$\frac{1}{6}\varepsilon^4 b_{44}$

まず平均水位について調べてみよう。式(46)を1周期について積分すれば、 $m=1\sim 4$ の各項は $\cos mot$ のために零となる。しかし、 $m=0$ の項は時間に無関係であり、これが平均水位を与えることになる。すなわち、

$$k\bar{\eta} = \left[\frac{1}{8}(\omega_0^{-2} + \omega_0^2)\varepsilon^2 + \frac{1}{6}\varepsilon^4 b_{02} \right] \cos 2kx + \frac{1}{6}\varepsilon^4 b_{04} \cos 4kx \dots \dots \dots (47)$$

この式の各係数の符号は、式(30)で検算すれば明らかのようにいずれも正である。従って、重複波の腹となる $kx=0, \pi, 2\pi, \dots$ の位置では平均水位が上昇する、また、重複波の節となる $kx=\pi/2, 3\pi/2, \dots$ の位置では平均水位が低下する。ただし、 $\cos 4kx$ の項のために節における低下量は、腹における上昇量よりも小さい。この平均水位の波打ち現象は岸1957その他の第2次近似までの諸理論でも指摘されていたものである。ただ、Micheの式が腹の位置で平均水位の低下を示すことになる〔岸1962〕のは、理論式の不備によるものと思われる。

次に各点の波高を求めるには、水位が最高、最低となる時刻を求めなければならない。このため式(46)の t に関する偏微分を取ると、

$$\frac{k}{\sigma} \eta_t = - (a_{11} \cos kx + a_{13} \cos 3kx) \sin ot$$

注) たとえば、図-3の計算結果でも、平均水位が顕著に上昇しているのが認められる。

$$\begin{aligned} & -2(a_{22} \cos 2kx + a_{24} \cos 4kx) \sin 2ot \\ & -3(a_{31} \cos kx + a_{33} \cos 3kx) \sin 3ot \\ & -4(a_{42} \cos 2kx + a_{44} \cos 4kx) \sin 4ot \dots (48) \end{aligned}$$

この式の右辺は、 $ot=n\pi$ のときに0となる。すなわち、 η が極大または極小となる。しかしここで注意しなければならないのは、式(48)が $\sin 4t$ の項まで含むので、 $\eta_t=0$ を与える t の値が $ot=0\sim 2\pi$ の間に他に6箇所存在する可能性があることである。次節に示すように、重複波の節における波高を求めるときにこれが問題となる。

$x=0$ の壁面においては、 $ot=2n\pi$ のときに水位最高、 $ot=(2n+1)\pi$ のときに水位最低となる。入射波が鉛直壁で反射されるときは、壁面が著しく粗でない限り完全反射を起して、壁面に沿っての全振幅は入射波高の2倍となる。従って、入射波高と ε の関係は次のように求められる。

$$\begin{aligned} kH &= \frac{1}{2} [k\eta_{max} - k\eta_{min}]_{x=0} \\ &= \varepsilon + \frac{1}{2}\varepsilon^3 (b_{11} + b_{13} + b_{31} + b_{33}) \end{aligned}$$

$$\therefore kH = \varepsilon + \frac{1}{256}\varepsilon^3 (27\omega_0^{-12} + 27\omega_0^{-8} + 96\omega_0^{-4} - 63 + 11\omega_0^4 + 6\omega_0^8) \dots \dots \dots (49)$$

この計算でも明らかにように、壁面における水面振動の全振幅は第1次および第3次項で与えられ、第2次項と第4次項には関係しない。また、パラメーター ε は第1次近似における入射波の波形勾配に 2π を乗じたものである。ただし、波高が大きくなるにつれて第3次項の影響で ε は kH よりも小さくなる。このパラメーター ε と H/L_A との関係は、附図-A・3に示すようになる。

さらに壁面での最大水位または波頂高も、式(46)から計算することができる。これは、 $ot=2n\pi$ のときの値であるから、

$$\begin{aligned} k\eta_{max} &= kH + \frac{1}{8}(3\omega_0^{-6} + \omega_0^2)\varepsilon^2 \\ &+ \frac{1}{6}\varepsilon^4 (b_{02} + b_{04} + b_{22} + b_{24} + b_{42} + b_{44}) \dots \dots (50) \end{aligned}$$

となる。右辺の第2、第3項は、水面振動の中分面の静水面からの上昇量を表すもので、Sainflou公式における δ_0 に相当する。ただし、式(47)と比べれば明らかのように、これは平均水面の上昇量ではない。この式(50)で与えられる波頂高の算定図を付図-A・4に示す。この理論値に対する実験結果は、図-5に示すとおりで、全体として理論値と良く一致している。ここに示した実験データは、次章以下に述べる波圧の実験で得られたものである。

なお、式(46)で与えられる水面形を計算した1例を図-6に示す。この例は、水深波長比 $h/L_A=0.1$ 、入射

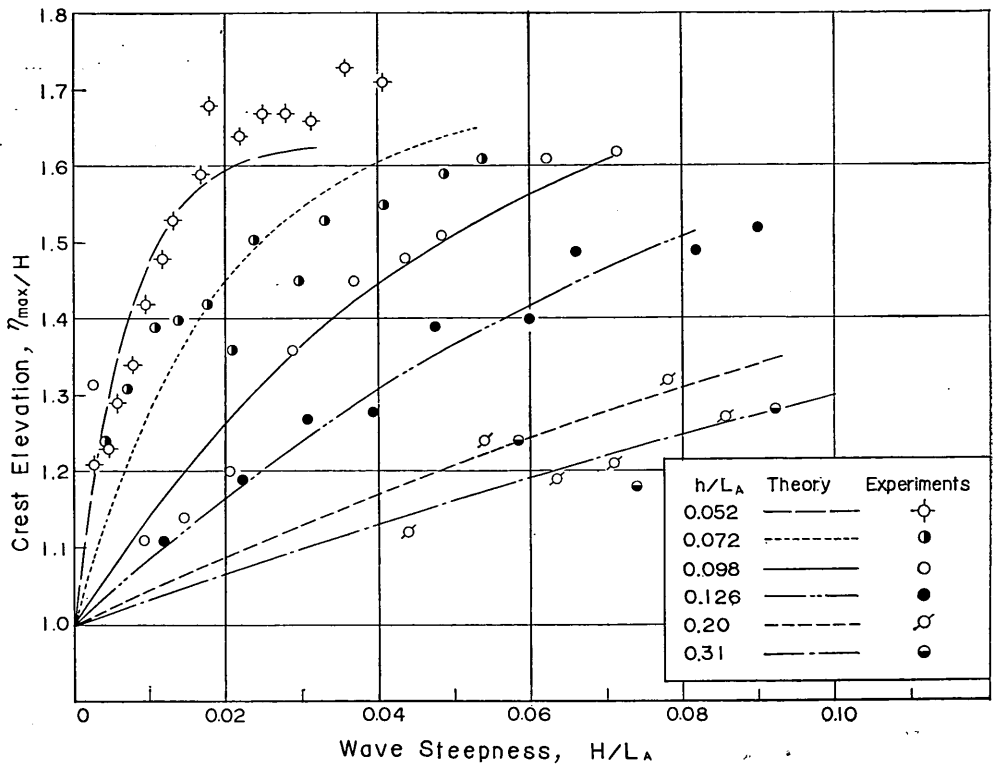


図-5 波頂高の理論値と実験値の比較
 Fig. 5 Maximum Surface Elevation : Theory and Experiments

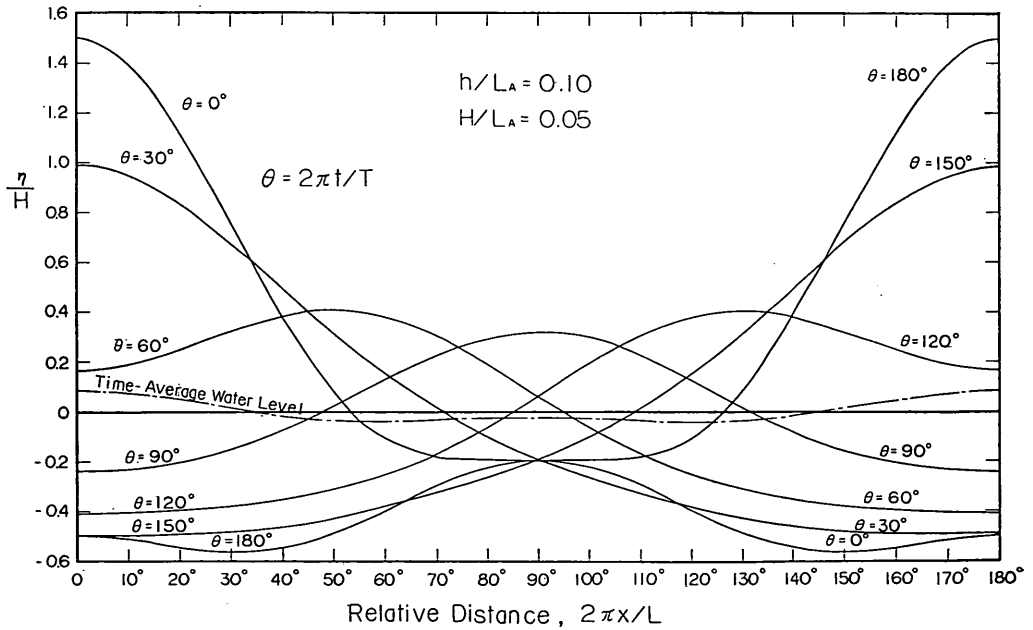


図-6 重複波の水面形の計算例
 Fig. 6 A Computed Surface Profile of Standing Waves

波の波形勾配 $H/L_A = 0.05$ の波が完全重複波を形成したときの水面形を、 $\theta = 30^\circ$ ごと ($\theta = 2\pi t/T$) に求めたものである。

Tadjbaksh と Keller が指摘したように、有限振幅の重複波が形成されているときは、水面が水平になることはなく、常に曲面状となっている。これは、第1次近似の微小振幅理論の場合に、 $ot = (n + \frac{1}{2})\pi$ のときに水面が完全に水平になる結果と異なる所である。なお、図中の一点鎖線は、式 (47) の平均水位曲線である。

また、直立壁前面、 $x=0$ における水位の時間的変化の実測例との比較は、付録Bに見ることができる。水深波長比 h/L_A が 0.05 のように完全な浅海波の場合には、4 倍周波数成分が効き過ぎて、計算波形に歪みが見られる。これはさらに高次の高調波成分によって修正される性質のものである。このような浅海における波形勾配の大きな波を除いては、理論波形は実測波形と良く一致している。

3-3 直立壁の見掛けの反射率

重複波における有限振幅のもう一つの影響は、直立壁で波が完全反射されていても、反射率が見掛け上より小さくなることである。

$$= \frac{H}{2}(1+K_R) \cos kx \cos ot + \frac{H}{2}(1-K_R) \sin kx \sin ot \dots\dots\dots (51)$$

となり、 $kx = n\pi$ の位置で最大波高 $(1+K_R)H$ を示し、 $kx = (n + \frac{1}{2})\pi$ の位置で最小波高 $(1-K_R)H$ を示すことになる。前者が部分重複波の腹、後者が節であり、腹と節は $1/4$ 波長づつ離れて繰り返される。従って、実験水路波の波高分布を測定し、 $1/4$ 波長ごとの最大波高と最小波高を求めれば、この測定結果から反射率が次のように計算される。

$$K_R = \frac{H_{max} - H_{min}}{H_{max} + H_{min}} \dots\dots\dots (52)$$

直立壁の反射率をこの方式で測定する場合を考えてみよう。腹の位置における最大波高は、式 (49) で求めた入射波高の倍である。すなわち、

$$H_{max} = 2H \dots\dots\dots (53)$$

この直立壁の前面波高が入射波高の2倍となる関係は、後述の図-11などに見るように実験でも確かめられている。

一方、 $kx = (n + \frac{1}{2})\pi$ の節の位置における水面振動は、

$$[k\eta]_{x=(n+1/2)\pi} = (-a_{02} + a_{04}) + (-a_{22} + a_{24}) \cos 2ot + (-a_{42} + a_{44}) \cos 4ot \dots\dots\dots (54)$$

で与えられ、基本振動の2倍または4倍の振動数で振動

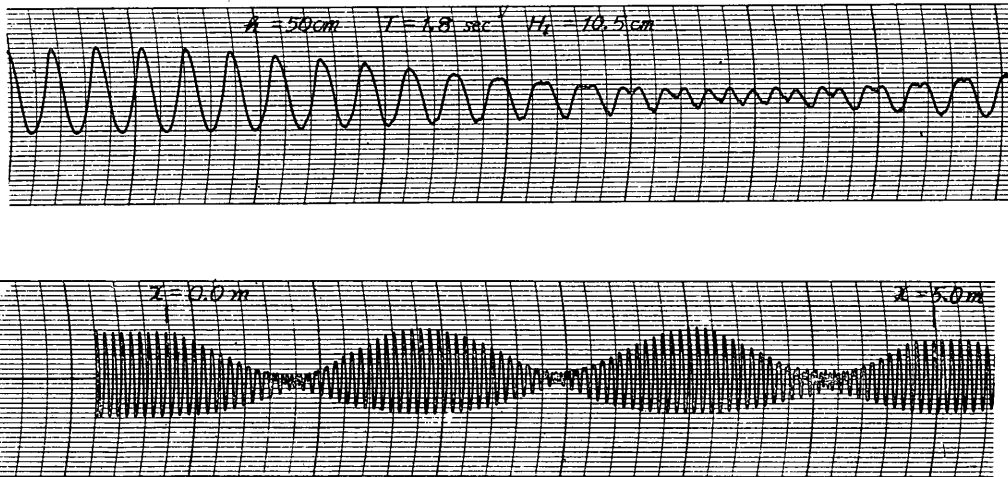


図-7 直立壁前面の波高変化の測定例
Fig. 7 Example of Wave Envelope in front of a Vertical Wall

壁面あるいは構造物の反射率を測定するには、Healey (1953) の方法を用いるのが普通である。これは、微小振幅の進行波と反射波を重ね合せると、反射率を K_R として

$$\eta = \eta_I + \eta_R = \frac{H}{2} \cos(kx - ot) + H_R \frac{H}{2} \cos(kx + ot)$$

しており、 $H_{min} = 0$ とはならない。この様子は、図-6の波形計算例でも明らかであろう。

図-7 は、実験水路内に直立壁を設けたときの水路内の波高変化の1例で、波高計を毎分 $2m$ の速度で壁の直前から $5m$ 区間を移動して記録したものである。図の上半分は、記録紙の紙送りを早くして波形が良く分るよ

うにした記録である。

水深は $h=50$ cm, 周期は $T=1.80$ sec, 波高 $H=10.5$ cm である。波高計が腹の位置から節の位置に近づくにつれて, 水面振動に 2 倍周波数成分の影響が強く表われるようになり, 節の位置では完全に 2 倍周波数の振動となっているのが認められる。この節の位置における波高は, 次式で計算される。

$$H_{min} = \begin{cases} 2(a_{22}-a_{24}) \cdots \text{ただし } (a_{22}-a_{24}) \geq 4(a_{42}-a_{44}) \\ 2(a_{42}-a_{44}) + (a_{22}-a_{24}) \left[1 - \frac{a_{22}-a_{24}}{8(a_{42}-a_{44})} \right] \\ \cdots \text{ただし } (a_{22}-a_{24}) < 4(a_{42}-a_{44}) \cdots (55) \end{cases}$$

以上の最大および最小波高を用いて, 式 (52) で反射率を計算した結果が付図 A・5 である。図から明らかなように, 波形勾配が増すにつれて見掛けの反射率が減少する。また, 水深波長比が小さくなるほど, 見掛けの反射率の減少が著しい。特に $h/L_A=0.1$ 以下では, 反射率は見掛け上 60% 以下にもなる。このような直立壁の反射率の見掛け上の減少は, Greslou と Mahe (1957) の実験などでも認められていたが, 従来は壁面に沿っての摩擦損失などによるものとして説明されていた。もちろん反射に伴うエネルギー損失も考えられるが, 反射率が 60% であればエネルギーとしては $(1-0.6^2) \times 100 = 64$ % のエネルギーが消費されることになり, 量的に言っても説明できない。上述の計算で明らかなように, 直立壁の反射率が 1 よりも小さくなる現象は, 反射率を微小振幅波の理論に基づく式 (52) で計算することによる見掛け上のものである。従って, 反射の際のエネルギー損失などを論ずる際には, こうした見掛け上の反射率を補正しておかなければならない。

3-4 重複波の碎波限界

進行波の碎波においては, 波峰の水粒子の前進速度が波速よりも速くなり, 水粒子が波峰の前へ投げ出された形となって碎ける。重複波の場合の碎波は, 水粒子が前方ではなく波頂から上へ跳び上る形となって碎ける。

重複波の腹の位置においては, 水粒子は鉛直方向のみ運動している。水面が上昇して最高水位に達すると, 水粒子の運動は上昇運動から下降運動に変わり, このとき下向の加速度が最大となる。この下向きの鉛直加速度の絶対値が重力の加速度 g よりも小さければ, 水粒子は重力の作用によってその運動方向を上向きから下向きに変えることができる。しかし, 鉛直加速度の絶対値が g をこえると, 水粒子の運動を下向きに切り換えるには, 重力に加えてさらに別の下向きの力を必要とする。しかしそうするには水の内部に引張力が働かなければならない。これは流体の性質上不可能である。従って, 重複波

の碎波条件は, 水位最高点における鉛直加速度の絶対値が重力の加速度 g をこえることである。すなわち, 碎波限界は

$$\frac{D}{Dt} \phi_y + g = 0$$

ただし $\begin{cases} kx = n\pi \\ \omega t = 2n\pi \cdots \cdots \cdots (56) \\ y = \eta \end{cases}$

この条件は, Euler の運動方程式と比較すれば明らかなように, $\partial p / \partial y = 0$ と同一である。式 (56) の左辺の加速度は全微分係数であって

$$\frac{D}{Dt} \phi_y = \phi_{yt} + \phi_x \phi_{yz} + \phi_y \phi_{yy}$$

であるが, $kx = n\pi$ では $\phi_x = 0$ であり, また $\omega t = (2n + \frac{1}{2})\pi$ では $\phi_y = 0$ であるから, 式 (56) は次のように表わされることになる。

$$\phi_{yt} + g = 0 \cdots \cdots \cdots (56)'$$

上式を表一の変換表に従って無次元表示に改めると, これは次のようになる。

$$\varepsilon \omega \phi_{yt} + 1 = 0$$

または, 第 4 次近似解において,

$$\varepsilon (\omega_0 + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \omega_2)$$

$$\times [\phi_{yt}^{(0)} + \varepsilon \phi_{yt}^{(1)} + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \phi_{yt}^{(2)}] + \frac{1}{6} \varepsilon^3 \phi_{yt}^{(3)} + 1 = 0$$

$$\text{ただし } \begin{cases} x = n\pi \\ y = \varepsilon \eta \\ t = 2n\pi \cdots \cdots \cdots (57) \end{cases}$$

この条件式は ε に関する超越方程式なので, これを満足する ε の値は数値計算によって求めなければならない。これを各種の水深波長比について計算し, 限界波形勾配を求めた結果を表一 3 に示す。これは, 第 1 次~第 4 次近似解についてそれぞれ計算したのである。参考のために, 岸 (1957) が第 2 次近似解の理論に基き, これを Penny と Price (1952) の深海における第 5 次近似解の結果を用いて修正計算した結果も併せ示してある。

表一 3 重複波の碎波限界波形勾配の計算値

h/L	0.05	0.07	0.10	0.15	0.2	0.3	1.0
第 1 次近似解	0.125	0.118	0.110	0.101	0.096	0.092	0.090
第 2 次近似解	0.023	0.032	0.045	0.059	0.068	0.078	0.083
第 3 次近似解	0.030	0.035	0.046	0.065	0.079	0.096	0.103
第 4 次近似解	0.023	0.032	0.046	0.074	*	*	*
岸の計算値	0.027	0.036	0.050	0.067	0.078	0.089	0.094

* : この領域では碎波限界を求められない。

この計算結果を見ると, 第 1 次近似解の計算値が他とかけ離れているのでこれを除外するとしても, 級数解の

次数を高めて行っても砕波限界の計算値が一定値に収束するとは言い難い。特に深海領域およびこれに近い所では、第4次近似解の計算では波形勾配を大きくしても式(57)の左辺は常に正であり、砕波限界は求められない。これは、物理的現象として砕波しないのではなく、摂動法による級数解の欠陥と言うべきであろう。2-6節の項でも触れたように、級数解の次数を高めることによって近似精度が向上するのは波形勾配が小さい間だけで、波形勾配が大きくなると計算では無視されている高次項の影響が増大して精度が悪化する場合もある。例えば深海波の場合、 ϵ の値を砕波限界に近い $\epsilon=0.55$ とすると、波圧の式(40)の最後の項 $(1/12)\epsilon^4 e^{4y}$ は、 $y=0.78$ 、 $e^y=2.18$ であるところから0.172の値をとる。しかし、第4次近似までの計算ではこの項を $(1/12)\epsilon^4=0.0076$ と近似計算しており、その差は著しい。

結局、砕波限界のように波形勾配の非常に大きいところを級数解によって計算するのに無理があると言えよう。少なくとも第4次近似解までの計算では、重複波の砕波限界を定めることはできない。さらに相当高次の項まで計算を進めるか、或いは実験結果から推定するよりほかない。波圧波形より見た砕波限界については、5-5節に述べる。

4. 実験施設および実験方法

4-1 実験施設および測定計器

重複波の波圧の実験は、主として当所内の大型造波水路で行ない、深海波的な波については中型造波水路で実験した。大型造波水路は、長さ105m、幅3.0m、深さ

2.5mで、出力75P.S.の高圧モーターで駆動されるペンデュラム型造波板で波を発生する。中型造波水路は長さ33.1m測定部分は幅0.48m、深さ0.97mである。これらの水路の詳細については、鶴田、久田(1957)および合田、鶴田(1959)を参照されたい。

大型造波水路での実験では、高さ1.50m、長さ1.50m、幅0.75~1.00mの模型ケーソンを鉄筋コンクリートで製作し、図-8のように造波板から72mの位置に据えつけた。この水路の底には、勾配1/100のコンクリート斜面が設けられており、模型ケーソンの設置地点では造波板の前面より67cm高くなっている。なおこの斜面の勾配1/100の部分は、造波板より31mから72mの区間で、その先25mから31mまでの区間で26cm立ち上るようにしてある。また、造波板より40mから80mの間は、厚さ0.15mのコンクリート壁で、幅0.80mと2.05mの2つの水路に仕切ってある。これは当初、波圧実験水路と波高検定水路として使う予定で設けたものである。しかし実際に使ってみると、第1波が仕切壁入口と模型ケーソンの間を往復する迄は両水路とも同じ入射波が得られるけれども、それ以後は仕切壁入口で入射波と反射波が干渉を起して、実験水路内の波は不規則となる。このため、実験ではこの仕切壁を不規則波の一発生機構として利用することにした。

模型ケーソン前面における水面変動は、自動検定型波高計を用いて記録した。これは、通常の平行抵抗線式波高計に、ステップ型波高計のエレメントを併置したもので、その記録は図-9のように連続波形とステップ波形の2つよりなる。ステップの間隔は5cmで、このステップの数から波高の概略値が分り、ステップの飛ぶ瞬間の連続波形の読みから検定曲線が求められて、波高の正

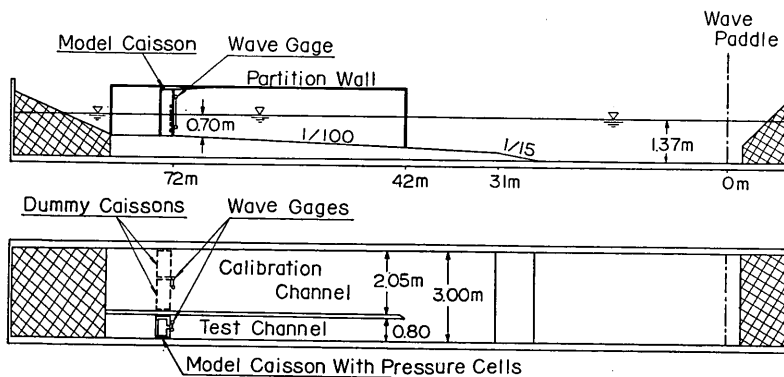


図-8 大型波圧実験配置図

Fig. 8 Experimental Set up for Wave Pressure Test in a Large Wave Channel

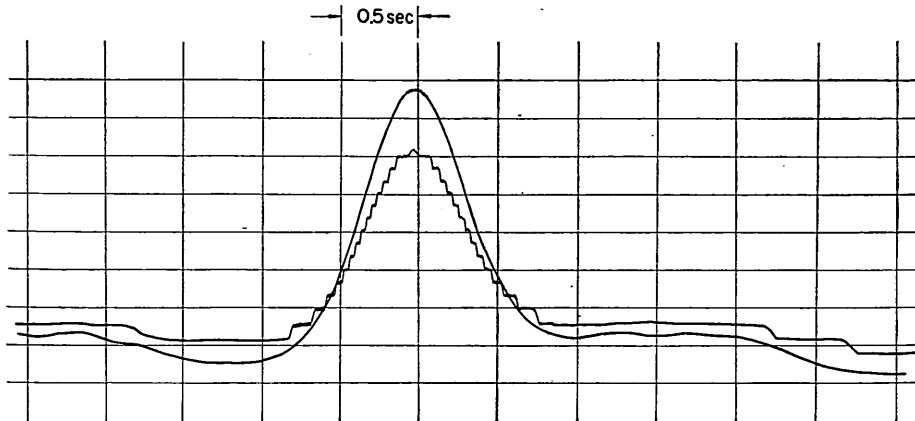


図-9 自動検定型波高計の記録例

Fig. 9 Record of Wave Profile with Auto-calibration Type Gauge

確な値が算出できる。この方式は増幅器および記録器とも2エレメントを使うけれども、波高検定値の時間的変化や水位変動の代りに波高計を上下させる旧来の検定方法の信頼度などの問題を取り除くことができる大きな利点がある。特に、波高の大きな重複波の水面変動記録は、旧来の方式では検定不能であったのが、この方式によって正確な測定を行なえることとなった。なお、ステップ型エレメントは、2本のエナメル線を通常の平行抵抗線に並べて張り、5cmごとにエナメルをはいで水に導通するようにしたものである。

波圧の測定には、6台の小型波圧計を模型ケーソン前面の厚鋼板に取りつけた。これらの波圧計は、受圧面直径20mmのUゲージを利用したもので、容量は100gr/cm²および500gr/cm²の2種である。検定には波圧計にとりつけてある10と30gr/cm²および20と100gr/cm²のチェックボックスを利用し、これらのチェックボックス自体は、波圧計を水中に10~50cm沈めて検定した。波圧計の取付位置は、静水面を基準として+30, +10, ±0, -10, -30, および-50cmの6点である。ただし水深は70cmである。

中型造波水路での実験では、幅47cmの鋼箱に波圧計を取りつけた。水深45cmで、取付位置は、+9.5, ±0, -10, -20, -30, および-40cmである。波高計は同じく自動検定型を用いた。

4-2 実験波およびその検定

実験としては、波の周期をほぼ一定に保ち、造波板の振幅を少しずつ大きくして波高の増大に伴う重複波の諸特性の変化を調べる方法を用いた。大型造波水路での実

験では、波の周期を2.3~5.3secの4通りに変えて、水深波長比 $h/L_A=0.05\sim0.13$ の範囲の波について実験を行ない、中型造波水路では周期を1.0および1.3秒として $h/L_A=0.2$ および0.3の波について調べた。

実験における最大の問題は、造波板からの再反射であった。大型水路の造波装置のモーターは、起動時負荷を減少させるために起動抵抗を用いているので、第1波はかなり周期が長く、長波の速度で進行する。この長波が造波板から72mの位置にある模型ケーソンと造波板と

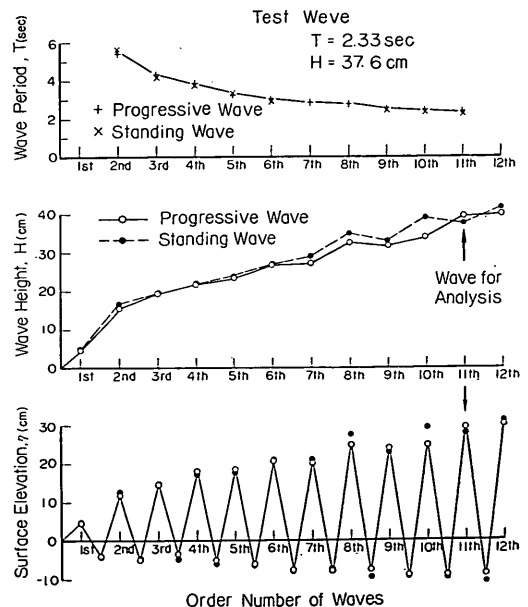


図-10 実験波の起動状況

Fig.10 Variation of Test Waves after the Start of Generator

の間を往復する時間は、図-8の条件で40secと計算される。一方、発生波の周期がほぼ一定となるまでにはやはり40秒前後を要するので、造波板からの再反射の影響を受けない実験波が、丁度1~2波得られることになった。起動後の波の発生状況の一例を図-10に示す。第1波から順に各波の周期、波高、山および谷をプロットしたものである。波高としては波の谷から山までを取り、周期としては、前の山から次の山までの波分の周期を平期した。

図-10は、模型を設置する前に測定した検定波（進行波）と、模型ケーソンの直前で測定した実験波（重複波）との比較も示している。ただし重複波については、水位変化、波高とも1/2の値である。この比較から明らかにように、実験波と検定波はかなり良く一致している。すなわち、波は模型ケーソンで完全反射されて、水位変化、波高ともに入射波の2倍となっている。この重複波高が入射波高の2倍となる関係は、両波高を造波板の振幅に対してプロットした図-11にも見ることができる。従っ

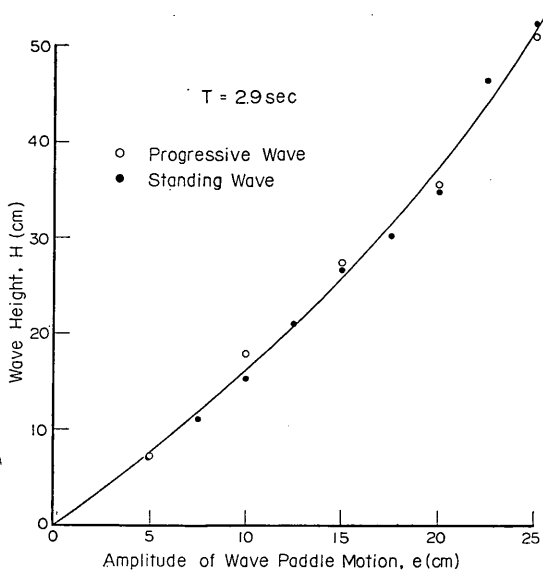


図-11 重複波高と入射波高との比較
Fig.11 Comparison of Standing Wave Heights and Incident Wave Heights

て、実験波の波高としては、すべて前面波高の1/2を用いることにした。これは、式(49)の波高の定義とも一致する。なお、周期の長い波の場合には、造波板の振幅が大きくなると重複波としての水位変化および波高が進行波の値の2倍以上となる傾向が見られた。この現象が起きるときは、起動後の第2波から波の山、谷ともに進

行波の2倍以上となっており、入射波のエネルギーが完全に反射されないでケーソン前面の水域に蓄積されているのではないかと推測される。このような現象が実験水路に特有なものかどうかはさらに検討を要するところである。しかし、いずれにしても模型ケーソン前面の水位変化は測定されているので、実験結果の整理は他と同様、前面重複波高の1/2を波高に用いた。

なお、大型造波水路の実験はすべて2回繰り返えし、その平均値を用いて整理した。この際、実験条件をそろえるため、造波板は最後端の位置からスタートさせ、起動抵抗を抜く速さも一定とした。

中型造波水路の実験では、起動後直ちに一定周期の波が得られ、また実験波の波長に比べて水路が比較的長いので、造波板からの反射の影響を受けない実験波を連続数波用いることができた。従ってデータとしては3~5波の平均値を用いた。

5. 重複波の波圧

5-1 波圧の時間的変化、特に双峯型波圧の出現について

実験で得られた波圧記録から、その時間的変化を読み取った結果を付図B.1(a)~16(a)に示す。付録CのFortranプログラムを用い、当所計算室のTOSBAC 3400で計算した理論値も併せて示してある。これらの例に見るように、理論値と実験結果はおおむね良く一致している。

重複波の波圧曲線で非常に目につく現象は、波形勾配の大きな波では波圧の山が2つに割れた双峯型の波形を示すことである。この双峯型波圧は、最初水底近くの波圧記録に姿を現わし、波形勾配が大きくなるにつれて次第に静水面あるいはそれ以上の所にも現われるようになる。このような場合、水位が一番上昇する波の山のとき、波圧は1つの極小値を示し、最大波圧強度は波の山の前後の時刻に現われる、こうした双峯型波圧の測定例は、光易、長谷(1955)や永井(1954)の実験ばかりでなく、栗林ほか(1958)の羽幌港の現地波圧の実測でも報告されている。

この双峯型波圧の出現は、波圧曲線が逆位相の高調波成分を含んでいるために生ずるものである。波圧の理論式は式(35)のように時間に関する余弦級数として表わされている。すなわち、

$$p = P_0 + P_1 \cos t + P_2 \cos 2t + P_3 \cos 3t + P_4 \cos 4t \dots (58)$$

この波圧波形が波の山のときに極小値を示す、すなわち双峯型波圧を生ずる条件は、

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0 \text{ および } \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \geq 0 \text{ (} t=0 \text{)} \dots\dots\dots (59)$$

である。従って、双峯型波圧の出現限界は、

$$P_1 + 4P_2 + 9P_3 + 16P_4 = 0 \dots\dots\dots (60)$$

として与えられる。浅海波に近い領域を除いては、 P_2, P_3, P_4 は負の値をとることが多く、また、波形勾配が増すにつれて P_1 の値が相対的に減少し、 $P_2 \sim P_4$ が増大する。従って、一般的には波形勾配の増大とともに式(60)の条件が満たされ易くなる。

静水面および水底における双峯型波圧の出現限界を第2～4次近似解について計算した結果は表-4のとおりで、級数解の次数を高めるほど双峯型波圧の出現限界の計算値が低くなる。なおこの表の修正第4次近似解は、2-6節で述べた表面圧力の残差項を、式(42)の方法で補正した計算値である。この場合、表面圧力の補正項は図-3のような複雑な変化をするので、波圧の時間変化は5倍周波数以上の高調波成分を含むことになる。従って、修正第4次近似解における双峯型波圧の出現限界は式(60)ではなく、波圧曲線の数値計算結果から求めたものである。

この修正第4次近似解による双峯型波圧の出現限界を実験値と比較したのが図-12である。実験値は、図-5などに示した規則波のデータばかりでなく、5-5節で

述べる不規則波のデータの一部も含む。また△印は光易、長谷(1955)の報告例である。計算結果は実験値と非常に良く一致している。ただし、深海領域に近い部分の計算値としては、表面圧力の補正が強過ぎるので第4次近

表-4 双峯型波圧出現の限界波形勾配

静水面 $y=0$

h/L	0.05	0.07	0.10	0.15	0.2	0.3	1.0
第2次近似解	—	—	—	—	—	(0.221)	(0.159)
第3次近似解	—	—	—	(0.101)	0.072	0.065	0.064
第4次近似解	—	—	0.055	0.052	0.051	0.058	0.060
修正第4次近似解	0.023	0.026	0.034	0.047	0.058	—	—

水底 $y=-h$

h/L	0.05	0.07	0.10	0.15	0.2	0.3	1.0
第2次近似解	—	—	—	(0.108)	0.05	0.028	0.0003
第3次近似解	—	—	(0.070)	0.041	0.034	0.022	0.0002
第4次近似解	—	0.034	0.032	0.035	0.033	0.022	0.0002
修正第4次近似解	0.019	0.020	0.026	0.34	0.033	0.022	0.0002

注) () 内の数値は、碎波限界をこえている。

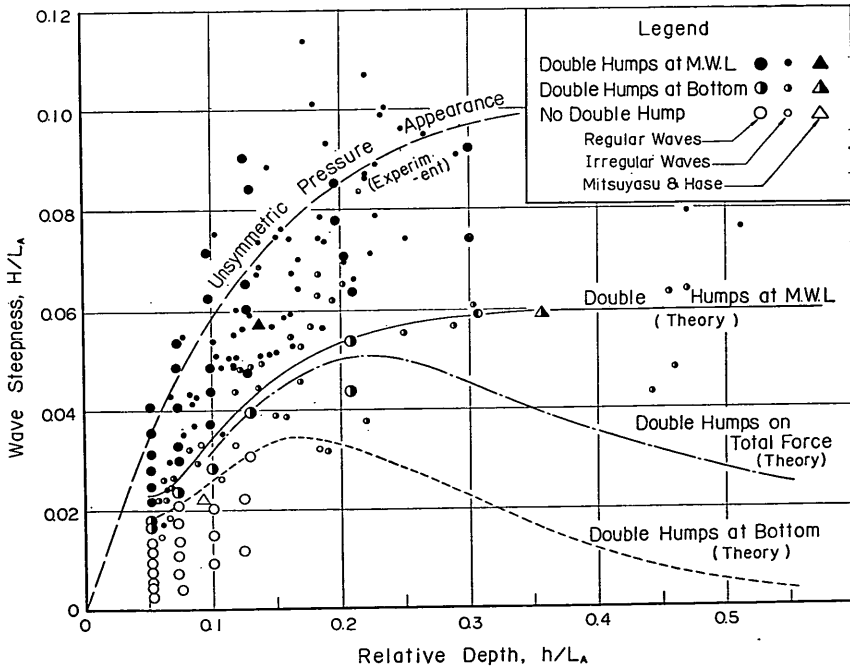


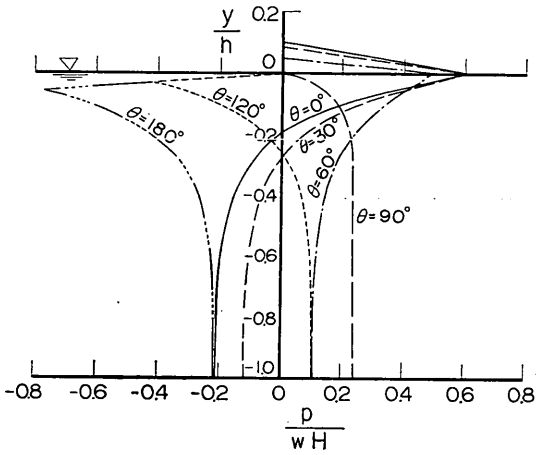
図-12 双峯型波圧の出現限界
Fig.12 Appearance Limit of Double Humped Wave Pressures

似解の計算値を用いてある。なお、図中の1点鎖線は、水底から水面までの全波力が双峯性の時間曲線を示す限界を示すものである。波形勾配がこの限界値よりも大きければ、最大波力は波の山のときではなく、それよりも前に生ずる。

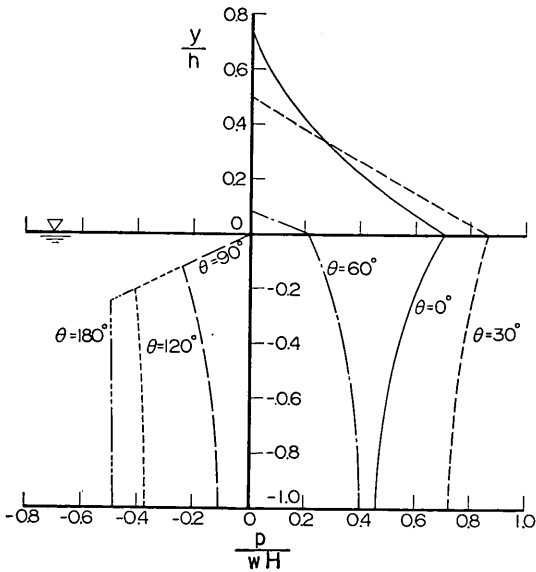
以上のように、波圧の双峯性は理論計算の上からも予測される現象ではあるが、それが具体的にそのような物

(a) $h/L_A=1.0$ $H/L_A=0.08$

$$\theta = 2\pi t/T$$

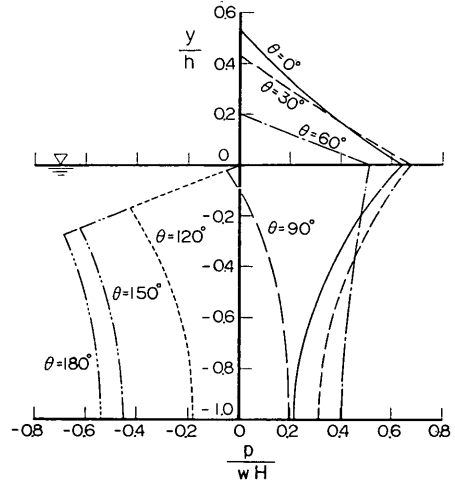


(c) $h/L_A=0.1$ $H/L_A=0.05$



理的なメカニズムによるものかを説明することは難かしい。水底における圧力の2倍周波数変動については、浜田1953が水全体の重心が2倍周波数で上下運動をするためと説明した。しかし、水面付近の波圧の双峯性は3倍周波数以上の高調波成分に起因するものであり、水底についても $h/L \approx 0.12$ 以下では圧力の2倍周波数成分の位相が基本周波数成分と一致し、波圧の双峯性を逆に抑

(b) $h/L_A=0.2$ $H/L_A=0.08$



(d) $h/L_A=0.07$ $H/L_A=0.35$

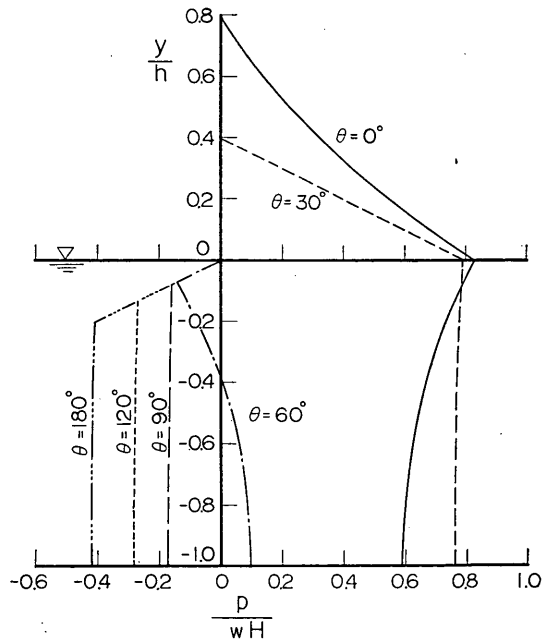


図-13 波圧の鉛直分布の時間的变化

Fig.13 Time Variation of Wave Pressure Distribution along a Vertical Wall

えるようになる。従って、波圧の双峯性が2倍周波数成分に起因するのは、限られた範囲についてのみであり、一般的には相当高次の高調波成分によって波圧の双峯性が現われるのである。

いずれにしても、重複波の場合には波形勾配がある程度大きくなると、双峯性の波圧波形が必ず現われることになる。実験的には、波形勾配がさらに大きな波を直立壁に作用させると、波圧波形の2つのピークの内の前のピークが大きくなり、後のピークが小さくなる。このようになると、波は壁面に沿って上へ走り上り、砕波に近い状態になっている。波高をさらに大きくすると、実験条件によっては鋭い立ち上りの衝撃砕波圧と、これに続く波圧の腰掛部波形を記録させることもできる。従って、双峯型波圧は、微小振幅の重複波の単純な正弦波形から、前後に非対称な砕波圧波形に至る遷移過程を占めるものである。

なお、このような双峯型波圧の出現に関連し、波圧の鉛直分布の時間的変化もまた単純でない。図-13(a)~(d)は4種類の波について、 $\theta=30^\circ$ おきの波圧鉛直分布の計算結果を示したものである。図-13(a)のように深海波では水面付近の波圧が最大のときは、水底付近の波圧は負の値で逆向きであり、水面付近の波圧が負で逆向であるのに水底では正で岸向きするときもある。浅海面波では深海波ほど顕著でないが、やはり時刻によって

は水面よりも水底の波圧が大きくなることもある。

なお、実験で得られた波圧の鉛直分布と計算値との比較例を、付図B・1(b)~16(b)に示す。図の \odot -印は、各測定位置における最大波圧で、その出現時刻は必ずしも同じではない。

5-2 静水面および水底における最大波圧強度

壁面の各位置における最大波圧強度の代表値として、静水面 $y=0$ および水底 $y=-h$ における実験値を整理すると、図-14, 15のようになる。水底における値は、各波ごとの最大波圧強度の鉛直分布の実験曲線を水底まで延長して求めたものである。修正第4次近似解による計算値も併せて示したが、波形勾配の特に大きいところを除いては、実験値と良く一致している。

図-14, 15の結果を、微小振幅の重複波理論や Sainflou 簡略公式による波圧強度と比べてみると、浅海領域における波高のあまり大きくない波を除いては、一般に今回の理論値および実験値が小さく出ている。例えば、微小振幅波理論による静水面の最大波圧強度は、

$$p_1 = 1.0 wH \dots\dots\dots (61)$$

であり、Sainflou 簡略公式でも $p_1 = (1.0 \sim 1.1) wH$ である。しかし、有限振幅の効果を考慮すると、 $H/L_A = 0.03$ 以上では $p_1 > 1.0 wH$ となり、深海領域に近い波では $p_1 \approx 0.6 wH$ にまで低下する。ただし、深海波の水

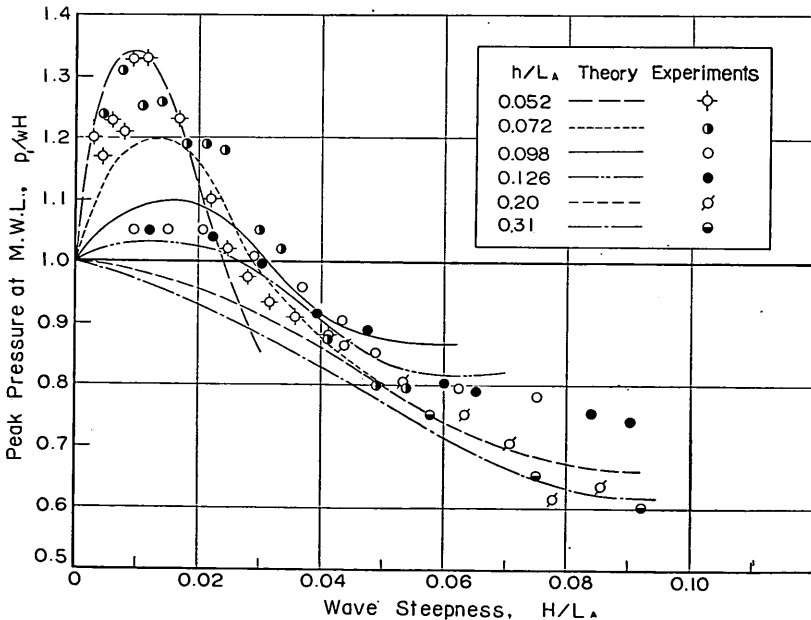


図-14 静水面における最大波圧程度の理論値と実験値との比
Fig.14 Maximum Wave Pressure at Mean Water Level: Theory and Experiment

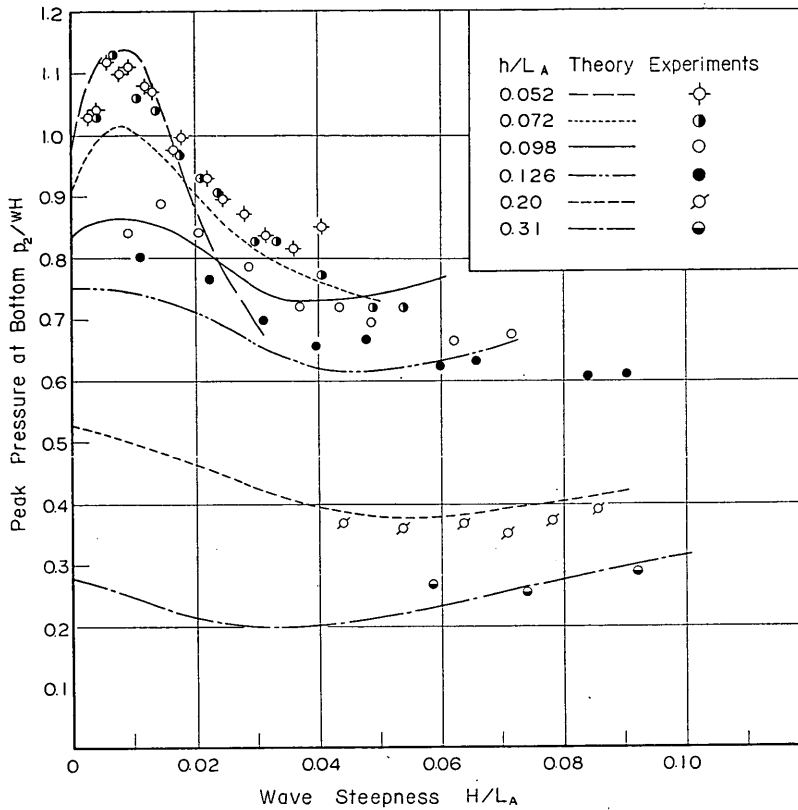


図-15 水底における最大波圧強度の理論値と実験値との比較
 Fig.15 Maximum Wave Pressure at Bottom: Theory and Experiment

底圧力については、2-5節で述べた深さに無関係な2倍周波数圧力変動成分のために、微小振幅波理論の値よりも遙かに大きな値となる(付図A・10参照)。この傾向は、図-15のうちの $h/L_A=0.31$ のケースにも認めることができる。

5-3 最大波力およびそのときの水位

鉛直壁面の水底から水面までに作用する全波力は、式(35)の積分によって計算される。この最大値は、波形勾配が小さいときは波の山のときに生ずる、しかしながら、波形勾配が大きくなって双峯型の波圧波形が現われるようになると、最大波力は水面が最高水位に達するよりも前に生ずることになる。この場合、どの時刻または水位で全波力が最大となるかは、各時刻ごとの波力を計算してみなければ分らない。従って、電子計算機を用いて各種の波について計算を行うこととし、その結果から最大波力を読み取って図表化したのが、付図A・6である。この図の右半分は、波の山が続いているときの岸向

きの最大波力を示し、左半分は波の谷における沖向きの最大波力をプロットしたものである。ただし、岸向きの最大波力のうち波形勾配の大きな部分については、実験結果を参照して、計算値を若干補正してある。また、波形勾配が非常に大きな砕波限界付近の値は、著者の推定である。これらの最大波力の作用点の高さ S/h は付図A・7に示すとおりである。

付図A・6で最も注目すべき点は、水深波長比 h/L_A が約0.25よりも大きな深海波およびこれに近い波では、波の山における岸向きの最大波力よりも波の谷における沖向きの最大波力の方が大きいことである。これは、主として波圧の2倍周波数成分が特に水底付近で強いいため、波の山における波力が減少することによる。これは、例えば図-13(a)の波圧の鉛直分布曲線の時間的変化を見れば、明らかであろう。

また、こうした圧力変動の高調波成分のため、深海領域における重複波の全波力は、微小振幅波理論における値よりも遙かに大きくなることに注意しなければならない。例えば、微小振幅波理論すなわち重複波の第1次近似

解によれば、波圧は次式で表わされる。

$$p = w H \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh} \cos \omega t \dots\dots\dots (62)$$

全波力は上式を $y=-h$ から $y=0$ まで積分することにより次のように求められる。

$$\frac{P}{wHh} = \frac{1}{kh} \tan kh \dots\dots\dots (63)$$

この式で $h/L_A=1.0$ とすると $P/wHh=0.157$ となる。しかし、付図 A・6 で明らかなように、 $h/L_A=1.0$ で $H/L_A=0.1$ の波では、岸向きに $P/wHh=0.29$ 、沖向きに $P/wHh=0.31$ と、微小振幅波理論による値の2倍にもなっている。もっとも、この場合、Sainflou 簡略公

式によれば、波圧の鉛直分布は静水面でほぼ、 $1.0\omega H$ 、水底で0でこの間を直線で結ぶから、全波力としては $P/wHh \approx 0.5$ である。従って、Sainflou 簡略公式は、深海波については安全側の値を与える。

このような全波力の計算値について、実験値と比較したのが図-16(a),(b)である。図-14,15と同じように、浅海波に近い所で波形勾配の大きな波については、計算値と実験値に若干の差があるが、その他については良く一致している。なお実験における最大波力の算出にあたっては、簡単のために静水面における波圧強度が最大となる時刻の波圧鉛直分布を求め、これを図上で積分した。

(a) P/wHh

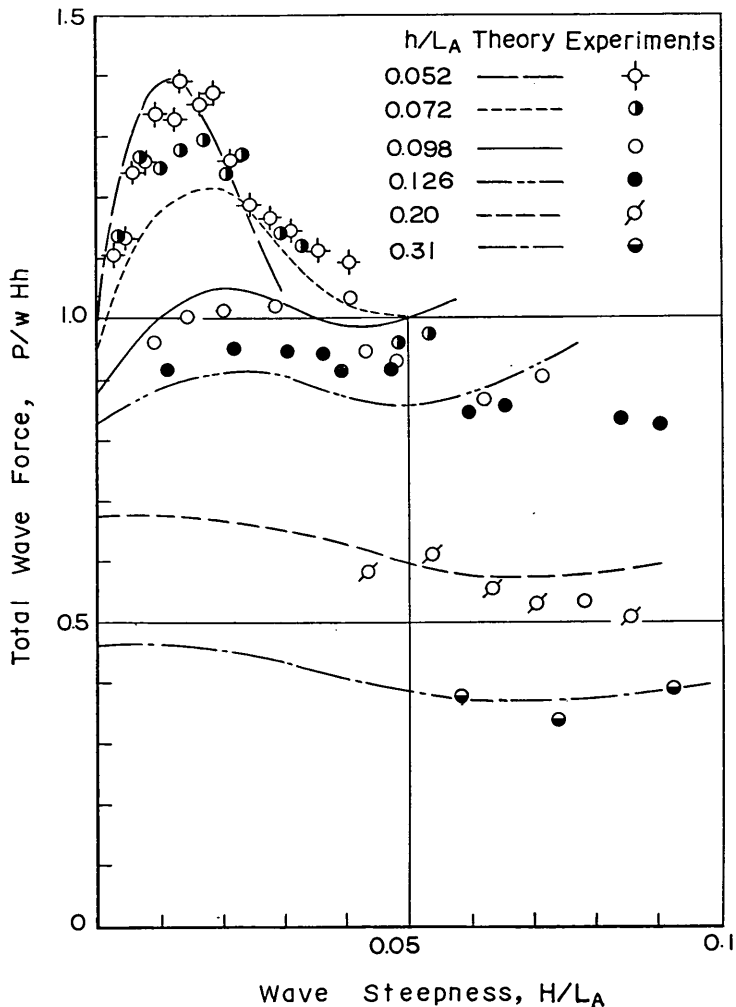


図-16 岸向き最大波力の理論値と実験値との比較
Fig.16 Maximum Onshore Wave Force : Theory and Experiment

(b) $P/wH (h+H)$

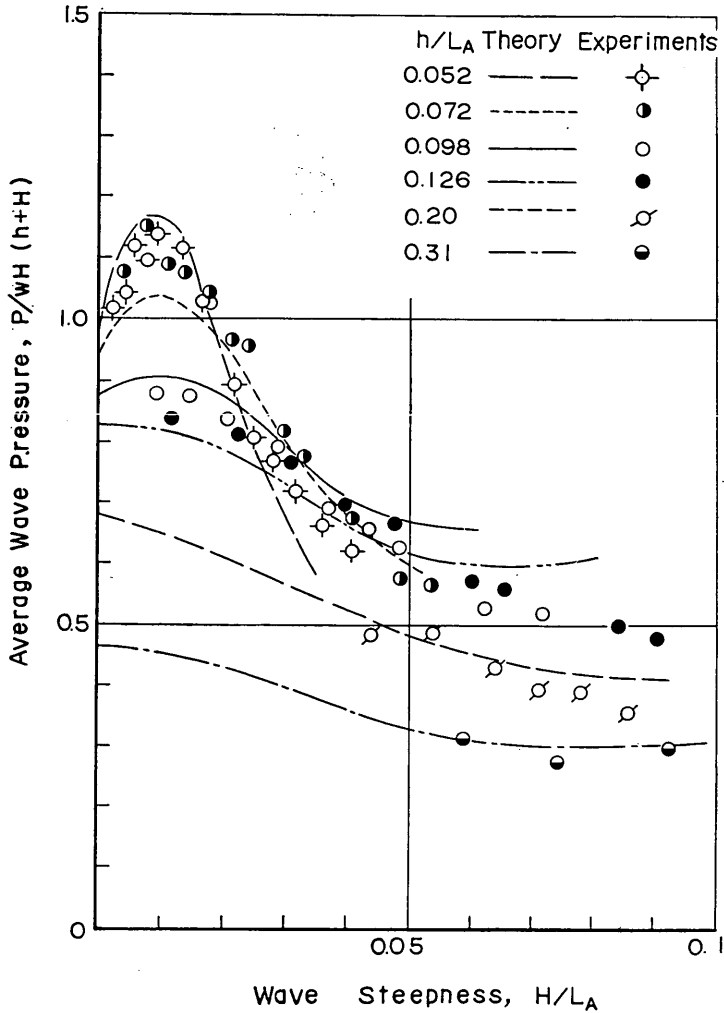


図-16 岸向き最大波力の理論値と実験値との比較
Fig.16 Maximum Onshore Wave Force : They and Experiment

浅海領域に近い波では、全波力のピークと静水面における波圧強度のピークがほぼ同時に起るので、この方法による最大波力の算出誤差はほとんどない。ただ、 $h/L_A=0.31$ の波については、全波力のピークが静水面における波圧強度のピークよりやや前に起るので、図-16の $h/L_A=0.31$ の実験値は、実際の最大波力より若干小さい可能性がある。

図-16(a)は、全波力 P を wHh で割って無次元化したものであるが、これを $wH(h+H)$ で割って作用範囲についての平均波圧強度をほぼ表わすようにしたのが図-16(b)である。このような形に表示してみると、

平均波圧強度は波形勾配および水深波長比の増加とともに減少するのが明らかである。水深波長比が $h/L_A=0.1$ 程度の波では、平均波圧強度としては $\bar{p}=(0.9\sim 0.6)wH$ の大きさである。

この図-16(b)では、最大波力時の波圧作用範囲として水底から静水面上 H の高さまでを近似的に用いたのであるが、この最大波力時の水面の高さ η^* を調べたのが図-17である。この最大波力時水位 η^* は、波力波形に双峯性が見られるまでは波頂高 η_{max} と同じであり、波形勾配の増大とともに η^*/H の値も上昇する。しかし、双峯性の波力波形が生ずるとともに η^*/H の値は

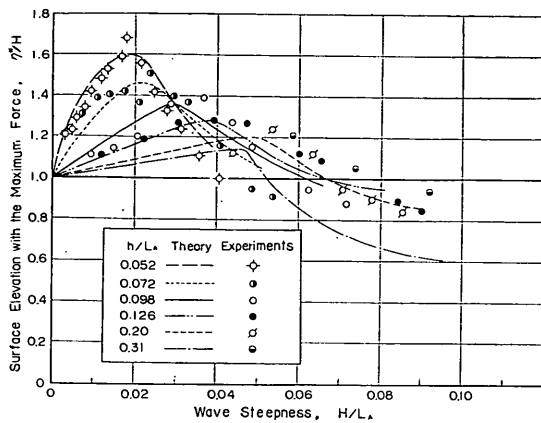


図-17 最大波力時の水面上昇量の理論値と実験値との比較

Fig.17 Surface Elevation at the Time of maximum Wave Force : Theory and Experiment

減少を始め、碎波降界に近い波では $\eta^* \approx (0.8 \sim 1.0)H$ にまで低下する。実験値と計算値の一致は良好であるが、 $h/L_A = 0.31$ のケースについては、最大波力のピークと最大波圧強度のピークのむれのため、実験値と計算値はやや離れている。この最大波力時水位 η^*/H の値を各種の水深波長比に対して計算し、図表化したのが付図 A.8 である。

波の谷における沖向きの最大波力ときの水位は、付図 A.4 から波頂の高さ η_{max}/H をを読み取り、

$$\frac{\eta_{min}}{H} = 2 - \frac{\eta_{max}}{H} \quad (64)$$

として求めれば良い。この位置での波圧は

$$p = -w\eta_{min} \quad (65)$$

である。波力が最大のときの静水面および水底における波圧強度の計算値は、付図 A.9, 10 のようになる。

なお図-16の全波力の実験値は、波圧の鉛直分布から求めたものであるが、全波力を直接に測定した実験データがあるので、それを付図 A.6 の図表を使って計算値と比較した結果を表-5 に示す。このデータは、カーテン防波堤に働く波力を測定したうちの全水深にわたって壁を下したときのもの(森平, 柿崎, 合田1964)で、全波力はストレングージを貼付けた水平力測定アームで直接測定した。この実験では、波高の測定があまり正確でないためあって、実験値は計算値の 0.83~1.28 倍となっているが、全体としては一致していると言える。

表-5 全波力測定データ(森平, 柿崎, 合田)と計算値との比較

No	h (cm)	H (cm)	T (sec)	h/L _A	H/L _A	全波力 F(kg)		
						実測値	計算値	比
1	40	5	1.1	0.235	0.029	5.26	5.41	0.97
2	40	5	2.2	0.097	0.012	12.37	9.69	1.28
3	40	5	3.2	0.065	0.008	13.70	11.40	1.20
4	40	10	1.1	0.235	0.059	11.05	9.50	1.16
5	40	10	2.2	0.097	0.024	16.60	19.92	0.83
6	40	10	3.2	0.065	0.016	27.10	24.3	1.11
7	40	15	1.1	0.235	0.088	14.90	14.24	1.05
8	40	15	2.2	0.097	0.037	26.2	28.5	0.92
9	40	15	3.2	0.065	0.025	32.8	34.2	0.96

注) 模型壁の幅は $B = 47.5\text{cm}$ である。

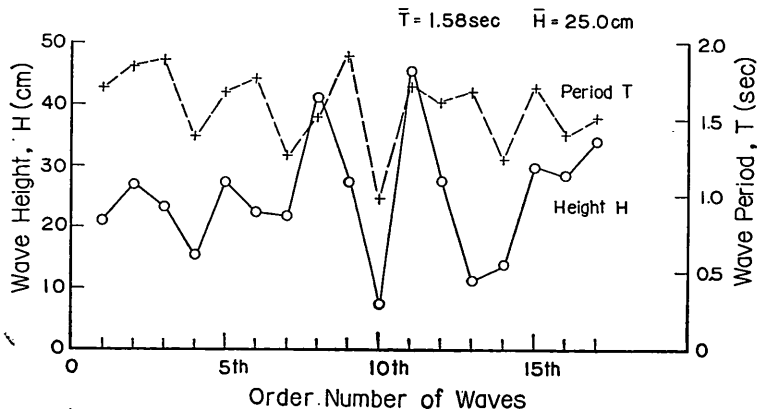


図-18 不規則波の波列の1例

Fig.18 A Train of Irregular Wave Tested

5-4 不規則波の波圧と設計波高について

以上のように、第2章で求めた重複波の第4次近似解は、波圧ならびに波力に関する実験結果と良く一致する結果を与える。しかし今までに示した実験値は、図-12を除いてはすべてほぼ規則的な波を対象としたものであり、実際の海に見るような不規則な波ではない。従って、上記の理論解が不規則波による波圧をどの程度説明できるか検討しておく必要がある。このため、4-1節で述べた仕切壁入口の干渉によって発生した不規則な波の波列をとり、これを1波ずつ独立な波と見なして計算値と実験値との比較を試みた。この不規則波の波列の1例は図-18に示すとおりで、スペクトル的に見れば実際の海の波とかなり異なっているであろうが、不規則波を1波づ

つの独立な波と見なして波圧を算定する方式の適否を判定するには十分である。なお、不規則波の整理としては、波の谷からそれに続く山を1波と見なし、波高は谷から山までの水位差の1/2をとって入射波高とした。若しこれを波の山から谷までを1波と見なして整理すれば、異なる波高と周期が得られる。不規則な波を1波ずつに分けて考えるときは、こうした波高、周期の定義のあいまいさを避けることはできない。

図-19は、波圧として静水面における最大波圧強度をとり、これを計算値と比較したもので、±25%程度のバラツキはあるけれども全体としては良く合っている。このバラツキは、主として前述の波高、周期の定義のあいまいさに起因すると考えられる。従って、図-19は本報告で提示した重複波の理論解が、不規則な波の波圧につ

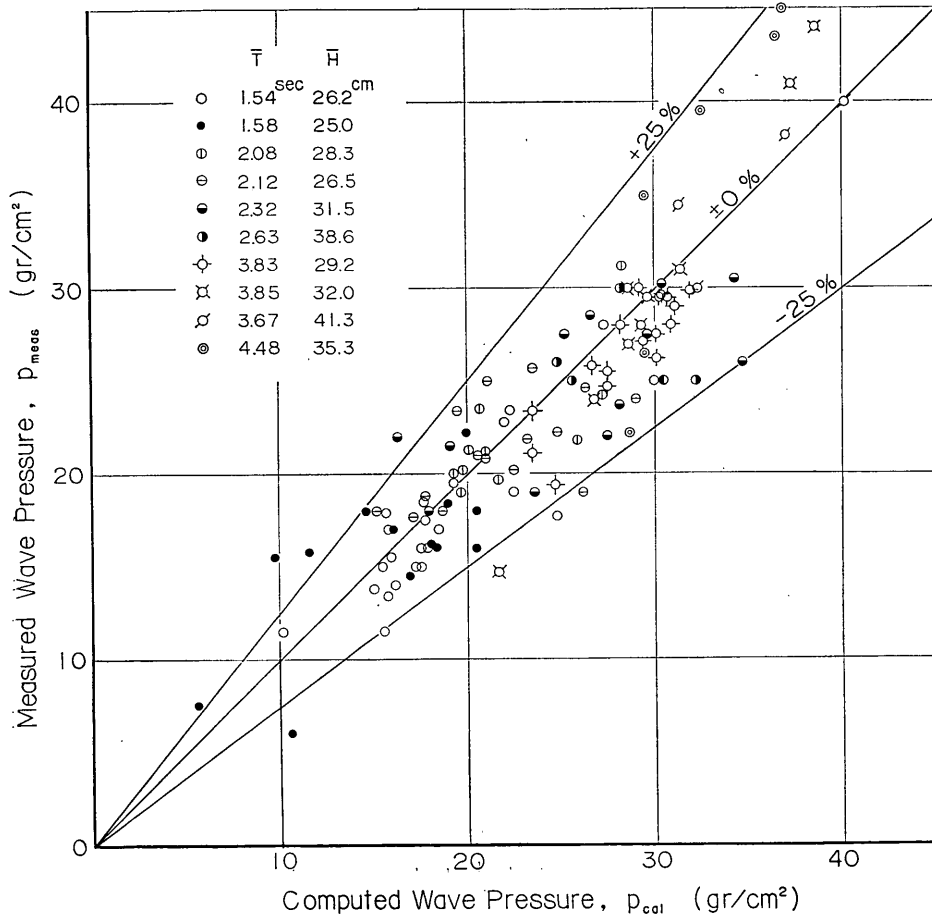


図-19 不規則波による静水面波圧強度の測定値と計算値との比較

Fig.19 Comparison of measured Wave Pressures of mean Water Level Produced by Irregular Waves with Computed Pressures of Regular Waves

いても適用することができることを示すものと言える。

このことはさらに、防波堤などの設計に本報告の理論解を用いる場合には、波高として $H_{1/3}$ でなく H_{max} を使うべきであることを意味する。すなわち、不規則波についてもその波圧は1波づつ独立な波としての値をとるのであるから、最大波力は最大波高 H_{max} によって生ずると考えて良い。一方、防波堤ケーソンの設計として、波力による転倒または滑動を全く起させないようにするものとすれば、ケーソンは想定される最大の波力に対して安全でなければならない。従って、波力の算出に当っては H_{max} を用いなければならない。

5-5 重複波圧から碎波圧への移行について

前節で述べた波力の計算に H_{max} を使う方式には、2つの問題がある。1つは波高のひん度分布が確率的法則に従うために、 H_{max} の値を明確に決定できないことである。この問題は、 H_{max} として水深または波形勾配から定まる限界波高を用いることである程度解決できる。しかしながら、そうすると第2の問題、すなわち波圧としては重複波圧ではなく碎波圧を生ずる可能性が出てくる。

既に3-4節で述べたように、重複波の碎波限界を理論計算から求めようとする、近似解の収束性の問題のために明確な結論が出せない。Suquet と Wallet 1953 は、実験水路での水面形の観察によって重複波の碎波限界を定めたが、この限界を定めたが、この限界値は進行波の碎波限界よりもかなり低く、表-3の岸の計算値に近い。しかし、大型造波水路での波圧実験によると、進行波の波形勾配が Suquet と Wallet の重複波の碎波限界に達しても、波圧記録には碎波圧を示すような徴候は何も現われず、その前から現われている波圧の双峯性が強くなるのみである。また、水面形も波高記録から見る限り跳波には到っていない。波圧の記録から見て、重複波圧から碎波圧に移行し始めたと感じられるのは、波形勾配がさらに大きくなって双峯型波圧の2つのピークが前後非対称となる場合である。若し、この非対称な双峯型波圧の出現をもって重複波の碎波限界と定義すると、この限界値は表-6のようになる。

表-6 波圧記録から見た重複波の碎波限界

h/L_A	0.05	0.07	0.10	0.15	0.2
$(H/L_A)_b$	0.034	0.045	0.058	0.075	0.085

この限界値は、規則波および不規則波の実験結果を比較検討して推定したもので、実験値はこの限界値をはさんで相当入りまじっている。限界値の値そのものとしては、Suquet と Wallet 1950の実験値や岸の計算値より大き

く、進行波の碎波限界よりはやや小さい。ただし、波圧の大きさについては表-5の限界値は特別な意味もなく、図-14~17などでは波形勾配が表-6の値をこえているデータも一緒に載せてあり、理論値はこうした表-6をこえる部分についても実験値とかなり良く一致する。なお、表-6の限界値は、図-12に破線で示してある。

波形勾配が表-6の限界値を超えた場合の波圧記録の例を図-20、21に示す。図-20は不規則波の波列にいて得られた例で、水深70cm、周期1.55sec、前面水位変動の差は95.5cmである。波形記録が乱れていないので、波は完全には碎けておらず、壁面をはい上った程度と推定される。この場合波高としてやや問題はあがあるが、前面水位変動の差の1/2として計算すると、 $H=47.8\text{cm}$ 、 $H/L_A=0.147$ となる。この波の水深波長比は $h/L_A=0.21$ であるから、この波形勾配は進行波としての碎波限界をこえた値である。しかし、記録に見る最大波圧は静水面における $p_{max}=27\text{ gr/cm}^2$ であり、波圧としては重複波圧的な値である。すなわち、 p_{max}/wH の値は0.56である。今仮に、この水位差95.5cmの記録には壁面に沿っての波のはい上りの影響が含まれているものと考え

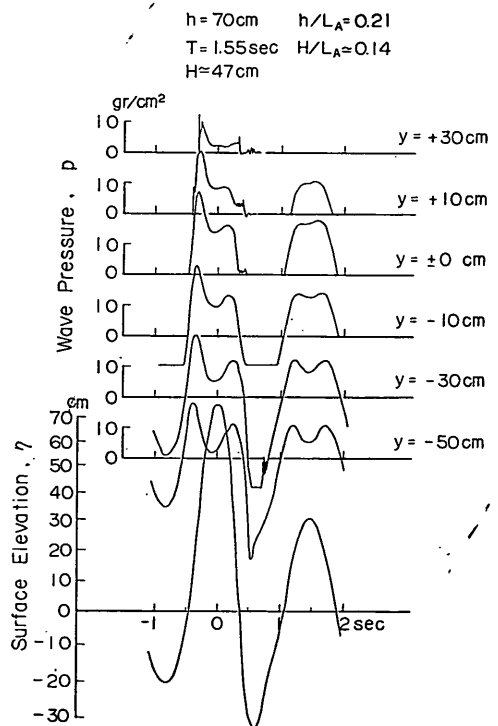
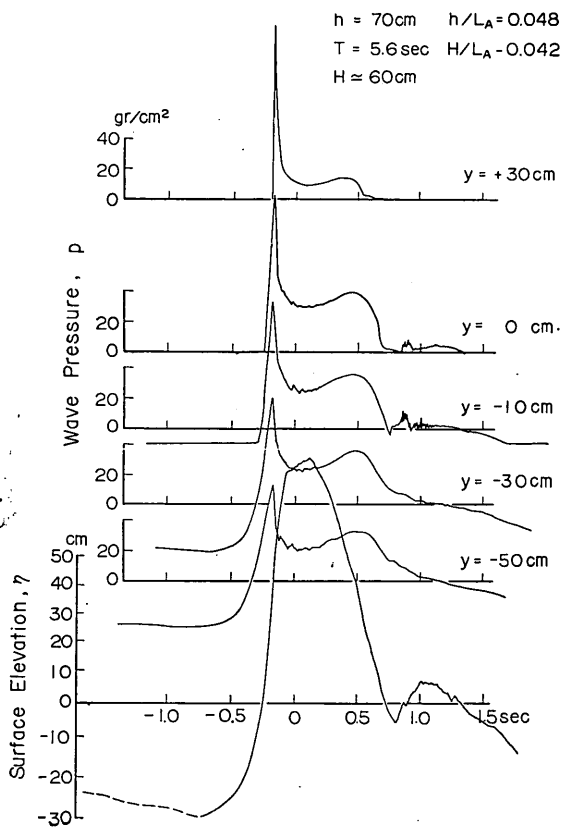


図-20 碎波的な波圧の記録例
Fig.20 Record of Semi-Breaking Wave Pressures



図—21 浅海における砕波圧の記録例

Fig. 21 Record of Breaking Wave Pressures in Shallow Water

波形勾配を $H/L_A = 0.10$ に抑え、波高を $H = 33\text{cm}$ 程度に小さく見積ってみたとしても、 $p_{max}/wH = 0.85$ の値にしかならず、やはり砕波圧と呼ぶには過小な値である。

このように、水深波長比が大きくて深海的な波の場合には、強い衝撃砕波圧を生ずることが少ない。水面を観察していて、壁面で水が跳ね上るときでも、波頂で叩かれる位置にある波圧計は衝撃性の波圧記録を示すけれども、静水面およびそれ以下では明瞭な衝撃砕波圧はほとんど記録されない。また、その場合の波圧の値は図—20の例のように重複波的な値のことが多い。結局、深海的な波の場合には、波の不規則性がよほどうまく働かないと、強い砕波圧を生じないようであり、また生じたとしても波頂附近の局部に限定されると思われる。

これに比べて浅海波の場合には、強い砕波圧が割合に

生じ易い。図—21がその1例で、水深 70cm 、周期 5.6sec の波の場合である。波高については、波が検定水路の方で先に砕け、前面の波形記録も砕波と越波で乱れているので、良く分らない。しかし、検定水路での進行波としての砕波状況から見て、 $H = 60 \pm 5\text{cm}$ と推定される。この波圧記録では、水面が静水面から 30cm の高さに達したときに、水面から水底まで強い衝撃性の波圧が生じ、それ以後は水面が上昇を続けているにもかかわらず、波圧は急速に減少している。最大波圧は、波圧計の応答特性の問題はあるが、一応 $y = +30\text{cm}$ の高さの $p_{max} = 115\text{gr/cm}^2$ であり、 p_{max}/wH としては約 1.9 となる。

浅海波の場合はこのように強い砕波圧を生じ易いとは言っても、その場合の相対波高は $H/h = 0.8 \sim 0.9$ であって、進行波としての限界波高比ぎりぎりか、あるいはそれ以上の値である。光易 1961 は、一様斜面上の直立壁に強い衝撃砕波力が働くのは、進行波としての初期砕波点よりもやや岸側に直立壁が置かれたときであることを示している。このような点から見て、重複波的な波圧は、進行波の砕波限界近くの波にまで適用できるのではないかと思われる。また、この限界をこえたからと言って波圧が急に変るものではなく、 p/wH の値が次第に増加するだけである。付録Aの計算図表には、こうした傾向を考慮して波形勾配の大きな所まで適当な推定曲線を引いてある。ただし、以上は一様な緩勾配斜面の上に完全な直立壁を設けた場合の議論で、実際の混成防波堤のように基礎マウンドがある場合には、マウンドの影響で強い砕波圧を生じやすくなることに注意しなければならない。

6. 結 論

本報告で述べた理論計算ならびに実験結果を要約すると、次のような結論が得られる。

1. 有限振幅重複波の第4次近似解による計算値は、波形および波圧の実験結果と全般的に良く一致する。ただし、近似解の特性上、理論式は表面圧力の残差を含むので、波圧計算ではこれを補正する必要がある。
2. 重複波の砕波限界を理論的に計算するのは、摂動法による級数解の収束性の問題のために、良好な結果を得ることが難しい。
3. 重複波の現象を、微小振幅波として解析する場合には、直立壁の反射率が見かけ上1よりも小さな値となる。
4. 重複波の波圧および全波力は、波形勾配がある限

界値を越えると、波の山の前後で2つのピークを持つ双峯性の時間的波形を示す。このような場合、全波力が最大となるのは、水位が上昇を続けている間であり、最高水位の時は波力は極小値を示す。

- 水深波長比が約 0.25 よりも大きな深海波的な波では、波の山が続いているときの岸向きの波力よりも、波の谷における沖向きの波力の方が大きい。
- 不規則波による波圧は、重複波圧については1波づつ独立な波による波圧として算定することができる。

謝 辞

本報告における理論計算に際しては当所水工部水理研究室長・浜田徳一博士に、原稿のとりまとめに際しては同部防波堤研究室長・伊藤喜行技官にいろいろ有益な御教示を頂いた。また、実験ならびにその結果の整理にあたっては、同部模型試験課樋水幸雄技術員の協力を得た。さらに理論解の数値計算に際しては設計基準部計算室の諸氏嬢にいろいろ御面倒をおかけした。上記の各位に対し心から御礼申し上げる次第である。

最後に、本報告に述べた理論解析およびとりまとめは合田が行ない、実験は柿崎が担当したことを付記する。

参 考 文 献

D'Hiers, G. C. 1960: "E'tude du Clapotis," *La Houille Blanche*, Mars-Avril No2, p.153-163.

土木学会編1963: "水理公式集(昭和38年増補改訂版)," 土木学会.

土木学会編1964: "土木工学ハンドブック," 技報堂.

Fultz, D. 1962: "An Experimental Note on Finite-Amplitude Standing Gravity Waves," *J. Fluid mech.* 13, p. 193-212.

合田良実・鶴田千里 1961: "小型造波水路の設計について," 運輸技研資料 No. 31, 20pp.

合田良実・竹田英章 1964: "海の波の波長および波速の計算表," 港湾技研資料 No. 12, 57pp.

合田良実・柿崎秀作 1965: "重複波における双峯型波圧の出現について," 第12回海岸工学講演会講演集, 土木学会, p. 99-105.

Gourret, M. 1935: "Sur mouvement Approche des Clapotis, Application au Calcul des Diques maritimes Verticales," *Annales des Ponts et Chaussées*, Vol. 105, No. 16.

Greslou, L. et Mahe, Y. 1954: "Etude du Coefficient de Reflexion d'une Houle sur un Obstacle Constitue par un Plan Incline," *Proc.* 5th

Conf. Coastal Eng., Grenoble, p. 68-83.

浜田徳一 1953: "波の理論について," 港湾講演集, 昭28, p. 88-104.

浜田徳一・光易恒・長谷直樹1956: "構造物に作用する波力に関する実験", 運研報告6巻9-10号または第3回海岸工学講演会講演集

Hamada, T. 1965: "The Secondary Interaction of Surface Waves," *Report of P. H. R. I.*, No. 10, 28pp.

Healy, J. J. 1953: "Wave Damping Effect of Beaches," *Proc. Minnesota International Hydraulics Convention*, p. 213-220.

Hudson, R. Y. 1952: "Wave Forces on Breakwaters," *Proc. ASCE*, Vol. 78, Separate No. 113, p. 1-22.

加川道男・中丸博信1965: "サンドマスチック堤の揚圧力について," 第12回海岸工学講演会講演集, 土木学会, p. 243-250

Kishi, T. 1957: "Clapotis in Shallow Water," *Journal of Research, Public Works Research Institute*, Vol. 2, Paper 5. p99-108.

岸力 1962: 物部水理学第19章波動(本間, 安芸編), 岩波.

栗林隆・宇田井吾一・村木義男・高橋基次・石田直之, 1958, "防波堤に働く波圧について," 第5回海岸工学講演会講演集, 土木学会, p. 41-51.

松尾春雄 1941: "サンフルー波圧式及其の適用," 港湾第19巻第1号, p. 67-77, 第2号 p. 50-61.

Miche, M. : "Mouvements Ondulatoires de la Mer on Profondeur Constante on Décroissante," *Annales des Ponts et Chaussées*, Vol. 121, No. 3.

光易恒・長谷直樹 1955: "波の圧力に関する実験的研究,(1)," 運研報告5巻1号 p. 42-54.

Mitsuyasu, H. 1962: "Experimental Study on Wave Force against a Wall," *Report of Transportation Technical Research Institute*, No. 47, 39pp.

森平倫生, 柿崎秀作, 合田良実 1964: "カーテン防波堤とその特性について," 港研報告第3巻1号,

永井荘七郎 1962: "重複波の発生条件と重複波の波圧," 第9回海岸工学講演会講演集, 土木学会, p. 121-126,

永井荘七郎 1963: "深い海中に築造された直立防波堤に働く波圧," 第10回海岸工学講演会講演集,

土木学会, p. 104—109,

永井荘七郎 1964 : “重複波に関する二, 三の問題について,” 第11回海岸工学講演会講演集, 土木学会, p. 29—34.

永井荘七郎 1965 : “浅海波および深海波の重複波の圧力式,” 第12回海岸工学講演会講演集, 土木学会, p. 92—98.

日本港湾協会編 1959 : “港湾工事設計要覧,” 453pp.

Penney, W. G. and Price, A. T. 1952 : “Finite Periodic Stationary Gravity Waves in a Perfect Liquid,” *Phil. Trans. A*, vol. 224, p. 254—284.

Sainflou, G. 1928 : “Essai sur les Diques Maritimes Verticales,” *Annales des Ponts et Chaussées*, vol. 98, No. 4.

Stoker, J. J. 1960 : “Water Waves,” *Interscience Pub.*

Svsguet, F. and Wallet, A. 1953 : “Basic Experimental Wave Research,” *Proc. Minnesota International Hydraulics Convention, IAHR*, p. 173—191.

Tadjbaksh, I. and Keller, J. B. 1960 : “Standing Surface Waves of Finite Amplitude,” *J. Fluid Mech.* 8, p. 442—451.

鶴田千里, 久田安夫 1957 : “大型造波水路の設計について,” 運研報告第7巻11号,

T	: 波の周期
t	: 最高水位時を起点とする時間
x	: 壁面を起点とする水平座標
y	: 静水面から上方正にとった鉛直座標
w	: 水の単位体積重量
$\gamma_{m, n}$: 波圧係数 (式36)
ε	: 波形勾配に関連したパラメーター
$\eta(x, t)$: 水面上昇量
η^*	: 壁面における最大波力時の水面上昇量
ρ	: 水の密度 (w/g)
σ	: 角振動数 ($2\pi/T$)
$\Phi(x, y, t)$: 速度テンソル
ω	: 無次元振動数
ω_0	: 上記第1次近似量 ($\tanh kh$) ^{1/2}

注1), ここに示したものは本報告の全体を通して用いられている主要な記号のみである。

注2), 本報告中で, 斜体太字で印刷されている記号は, 表—1の変換表に基く無次元量である。

(昭和41年6月30日受付)

主要記号表

$a_{m, m}$: 波形係数 (式46および表—2)
g	: 重力の加速度 ($9.8m/sec^2$)
H	: 波高
h	: 水深
K_R	: 反射率
k	: 波数 ($2\pi h/L$)
L	: 有限張幅波の波長 (式44)
L_A	: 微小振幅波の波長 (式45)
M	: 直立壁に働く全波力のモーメント
P	: 直立壁に働く全波力
$p(x, y, t)$: 水中の任意点の圧力
p_1	: 静水面における最大波圧強度
p_1^*	: 最大波力時の静水面波圧強度
p_2	: 水底における最大波圧強度
p_2^*	: 最大波力時の水底波圧強度
S	: 全波力の作用点の高さ

付録 A 重複波の計算図表

Appendix A. Calculation Diagrams for the Pressures and Other Characteristics of Standing Waves

ここに示す10枚の計算図表は、本文で述べたように理論式に基く数値計算の結果を、実験結果を参照して若干補正したものである。以下、解説の意味で計算例を示す。

(1) 計算条件

水深： $h=15\text{m}$
 周期： $T=8\text{sec}$
 波高： $H=7\text{m}$

(2) 水深波長比 h/L_A および波形勾配 H/L_A

付図 A・1 から水深波長比を読みとると、
 $h/L_A=0.18$

従って、波長および波形勾配は、

$$L_A = \frac{15}{0.18} = 83\text{m}$$

$$H/L_A = \frac{7}{83} = 0.084$$

もっとも、水深・周期・波長の表(合田、竹田1964など)が手許にあれば、それを用いた方がよい。

(3) 波長の補正

有限振幅波としての波長は、付図 A・2 から

$$\frac{L}{L_A} = 0.99 \quad \therefore L = 82\text{m}$$

として求められる。しかし、この計算は、付図 A・3～A・10 を使うためには不要であり、特に有限振幅の重複波の波長を知りたいときに行なうものである。

(4) パラメーター ϵ

理論計算を行ないたいときは、付図 A・3 でパラメーター ϵ の値を求めておくのが便利である。この例では、

$$\frac{\epsilon}{2\pi H/L_A} = 0.84 \quad \therefore \epsilon = 0.84 \times 6.28 \times 0.084 = 0.44$$

(5) 最大波頂高 η_{max}

付図 A・4 から、 η_{max}/H の値を読みとる。

$$\frac{\eta_{max}}{H} = 1.36 \quad \therefore \eta_{max} = 1.36 \times 7 = 9.5\text{m}$$

また、波の谷における最低水位は、

$$\eta_{min} = (2 - 1.36) \times 7 = 4.5\text{m}$$

(6) 見掛けの反射率 K_R

これは付図 A・5 から

$$K_R = 0.73$$

と読みとられる。

(7) 最大波力 P_{max}

岸向きの最大波力 P_{max} は付図 A・6 の右半分の図から、

$$\frac{P_{max}}{wHh} = 0.65$$

$$\therefore P_{max} = 0.65 \times 1.03 \times 7 \times 15 = 70\text{ton/m}$$

と求められる。波の谷における沖向きの最大波力 P_{min} は、付図 A・6 の左半分を用い、

$$\frac{P_{min}}{wHh} = 0.49$$

$$\therefore P_{min} = 0.49 \times 1.03 \times 7 \times 15 = 53\text{ton/m}$$

(8) 転倒モーメント M

付図 A・7 で最大波力の作用点の高さを求め、これを最大波力に乗じて算出する。

$$\text{岸向き} : \frac{S}{h} = 0.69$$

$$M_{max} = 0.69 \times 15 \times 70 = 725\text{ton-m/m}$$

$$\text{沖向き} : \frac{S}{h} = 0.44$$

$$M_{min} = 0.44 \times 15 \times 53 = 349\text{ton-m/m}$$

(9) 最大波力時の水面上昇量

付図 A・8 を用い、

$$\frac{\eta^*}{H} = 0.9 \quad \therefore \eta^* = 0.9 \times 7 = 6.3\text{m}$$

本文でも述べたように、 η^* は最大波頂高 η_{max} よりも小さいことがしばしばある。

(10) 最大波力時の静水面波圧強度

付図 A・9 を用い、

$$\frac{p_1^*}{wH} = 0.69 \quad \therefore p_1^* = 0.69 \times 1.03 \times 7 = 5.0\text{ton/m}^2$$

と求められる。この応用として、直立壁の天端が低いとき、例えば水面上 3m のときの全波力としては、現行設計法を準用して、 $y=+3\text{m}$ 以上の部分の波力を差し引いて算出することが考えられる。この場合は、 η^* と p_1^* を用い、

$$\Delta P = \frac{1}{2} \times (6.3 - 3.0) \times \frac{6.3 - 3.0}{6.3} \times 5.0 = 4.3\text{ton/m}$$

$$P = 70 - 4.3 = 66\text{ton/m}$$

となる。ただし、静水面における最大波圧強度は、 p_1^* よりも大きいことがある。

(11) 最大波力時の水底波圧強度

付図 A・10 を用い、

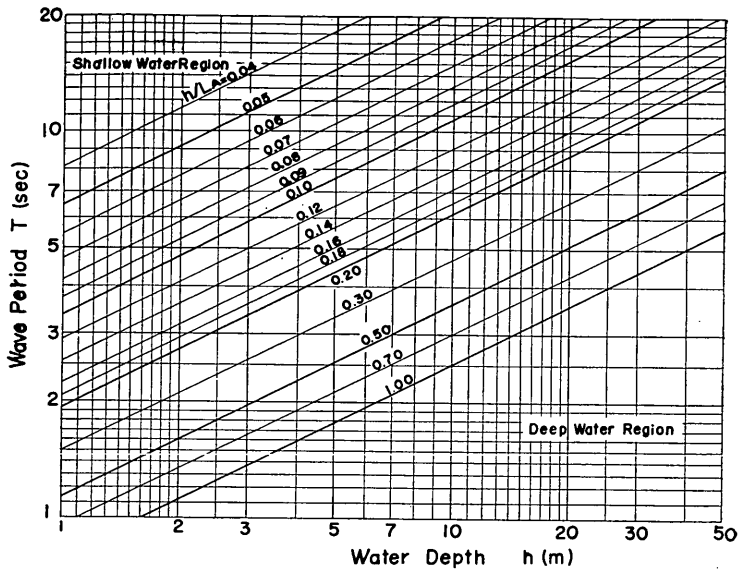
$$\text{岸向き} : \frac{p_2^*}{wH} = 0.42$$

$$p_2^* = 0.42 \times 1.03 \times 7 = 3.0\text{ton/m}^2$$

$$\text{沖向き} : \frac{p_2'}{wH} = 0.52$$

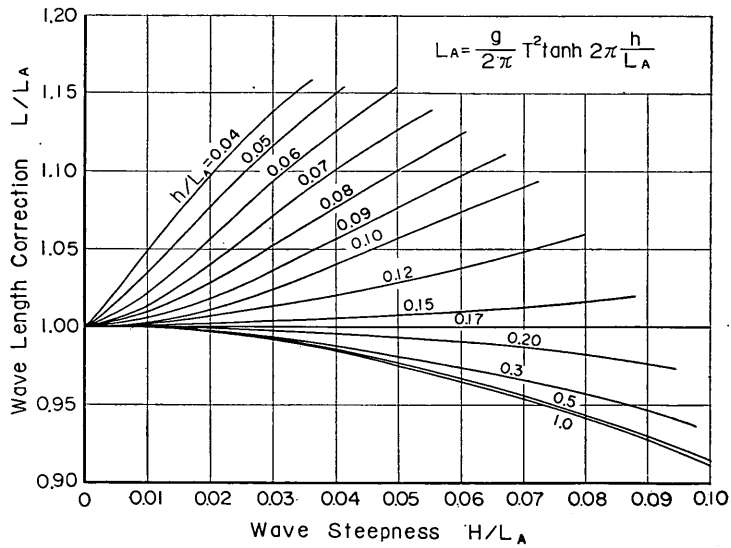
$$\therefore p_2' = 0.52 \times 1.03 \times 7 = 3.7\text{ton/m}^2$$

と求められる。



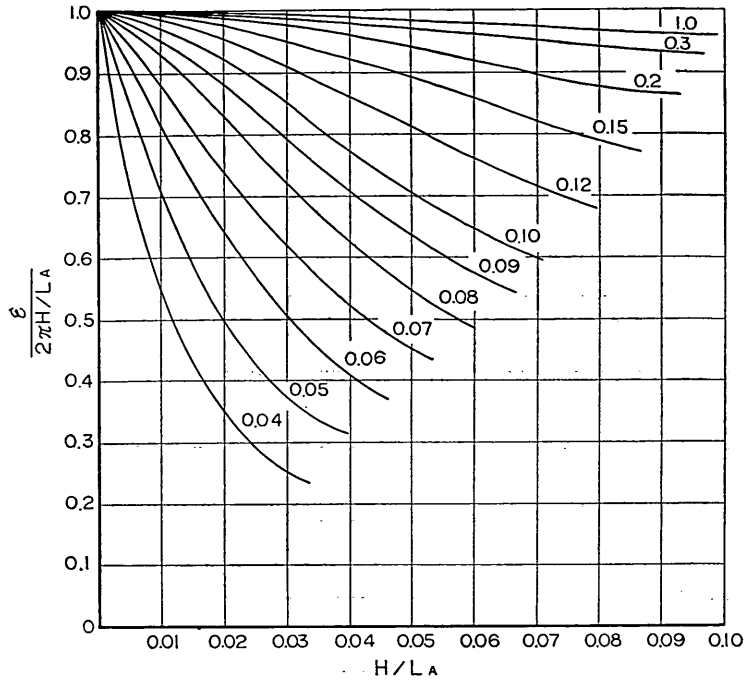
付図 A・1 微小振幅波の波長算定図

Relative Depth h/L_A of Small Amplitude Waves



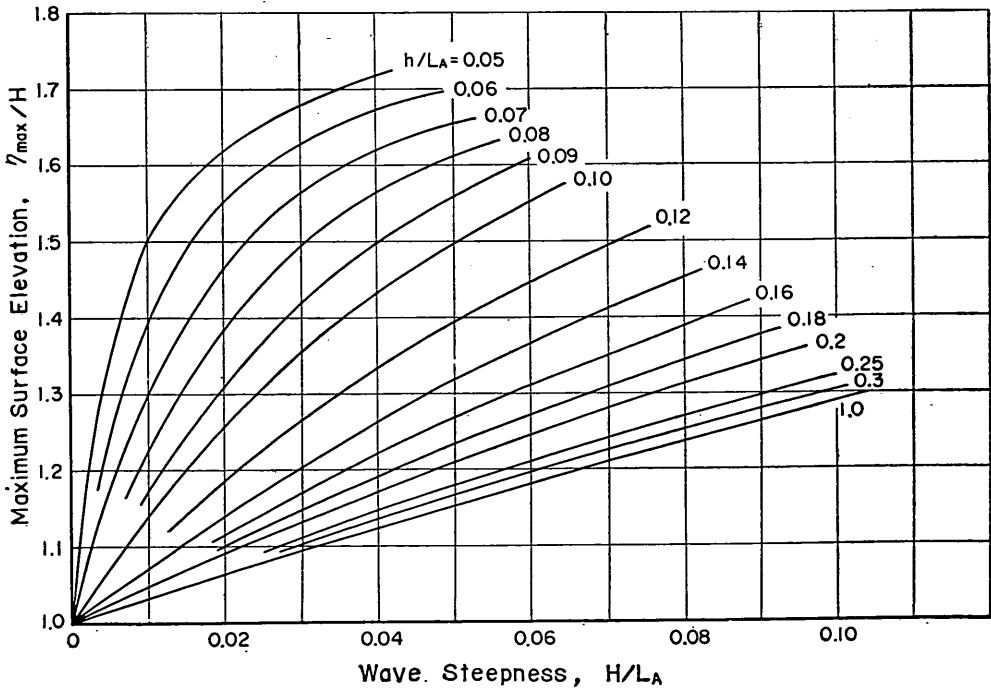
A・2 有限振幅重複波の波長補正図

Wave Length Correction for Finite Amplitude Standing Waves



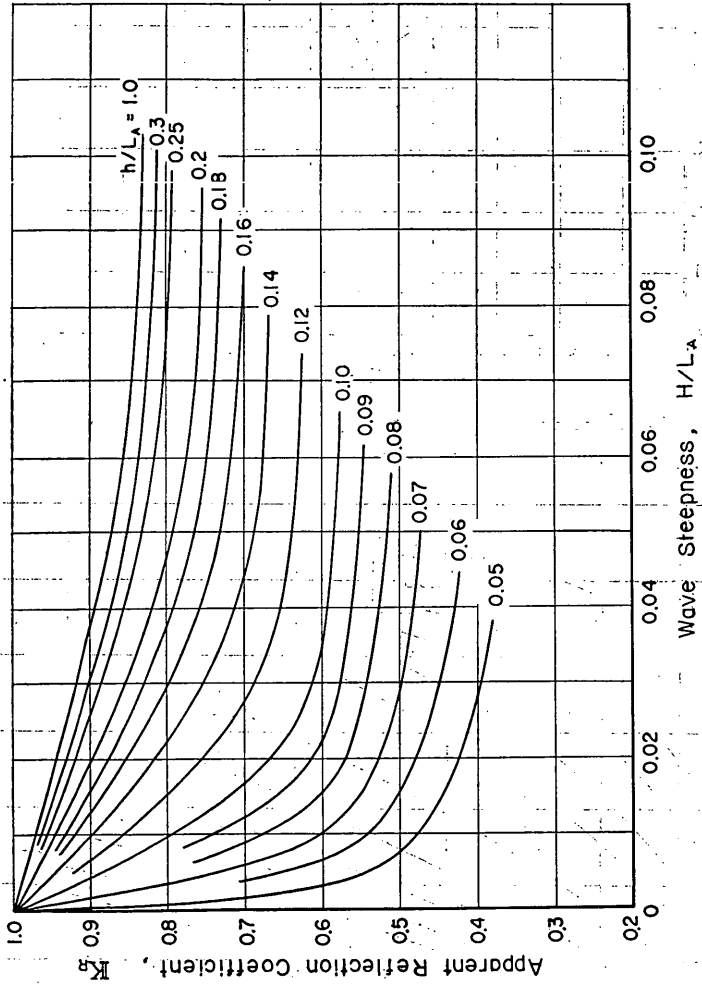
A・3 パラメーター ε 算定図

Diagram for the Parameter ε

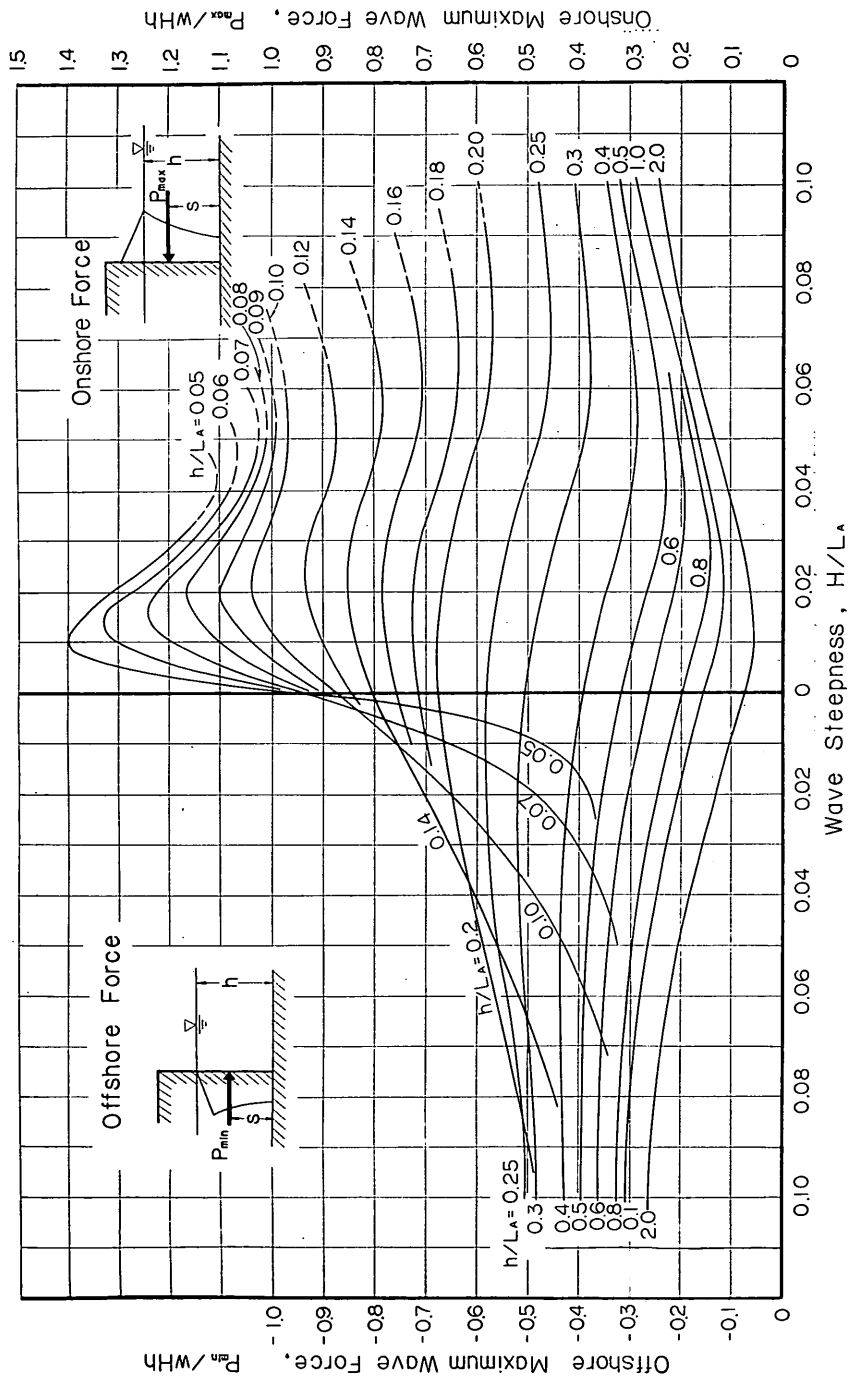


A・4 重複波の波頂高

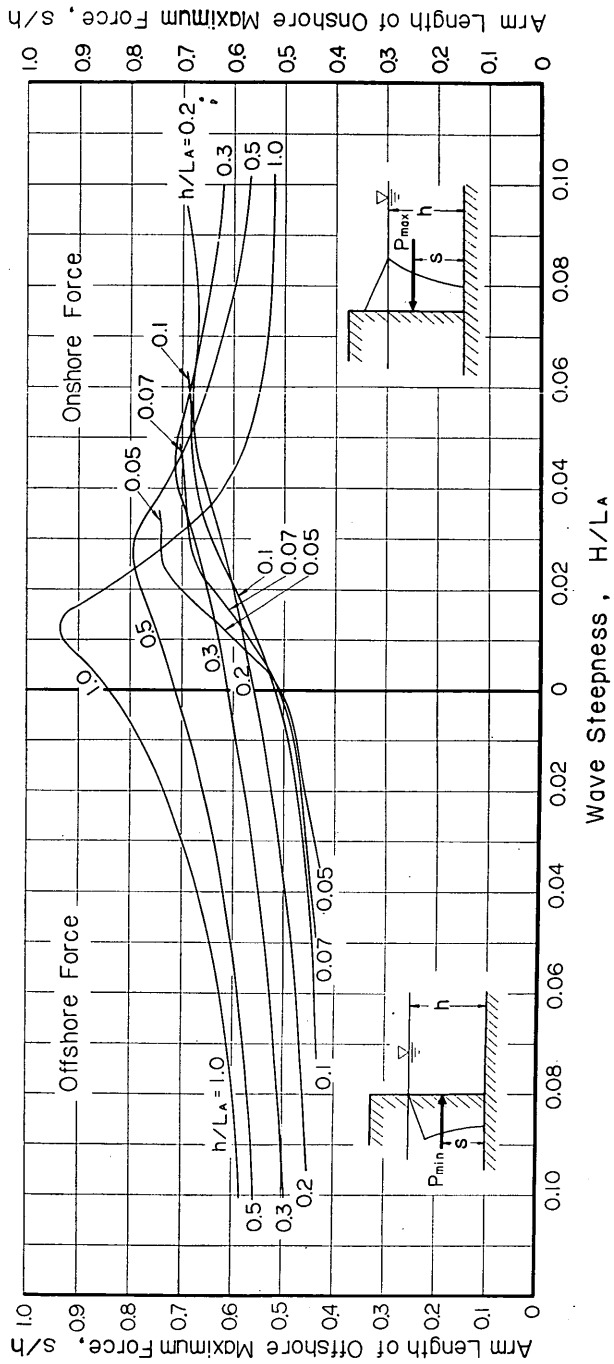
Crest Elevation of Standing Waves



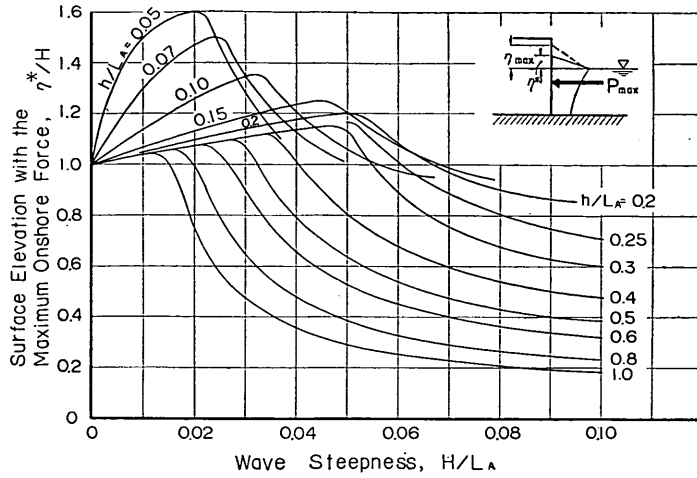
A.5 直立壁の岸掛けの反射率
 Apparent Reflection Coefficient of Vertical Wall



A・6 重複波による最大波力の算定図
Maximum Force of Standing Waves

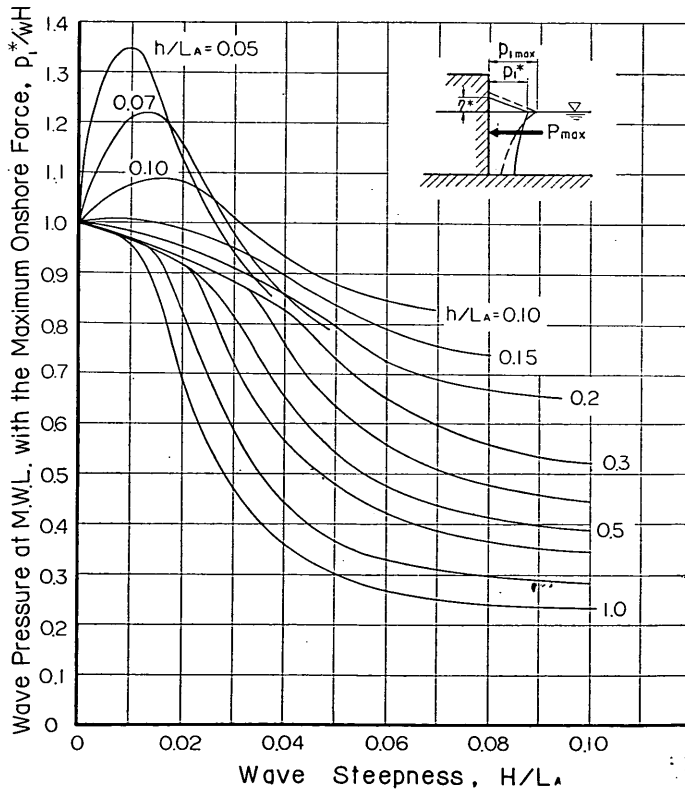


A.7 最大波力の作用点の高さ
Lever Arm of maximum Wave Force



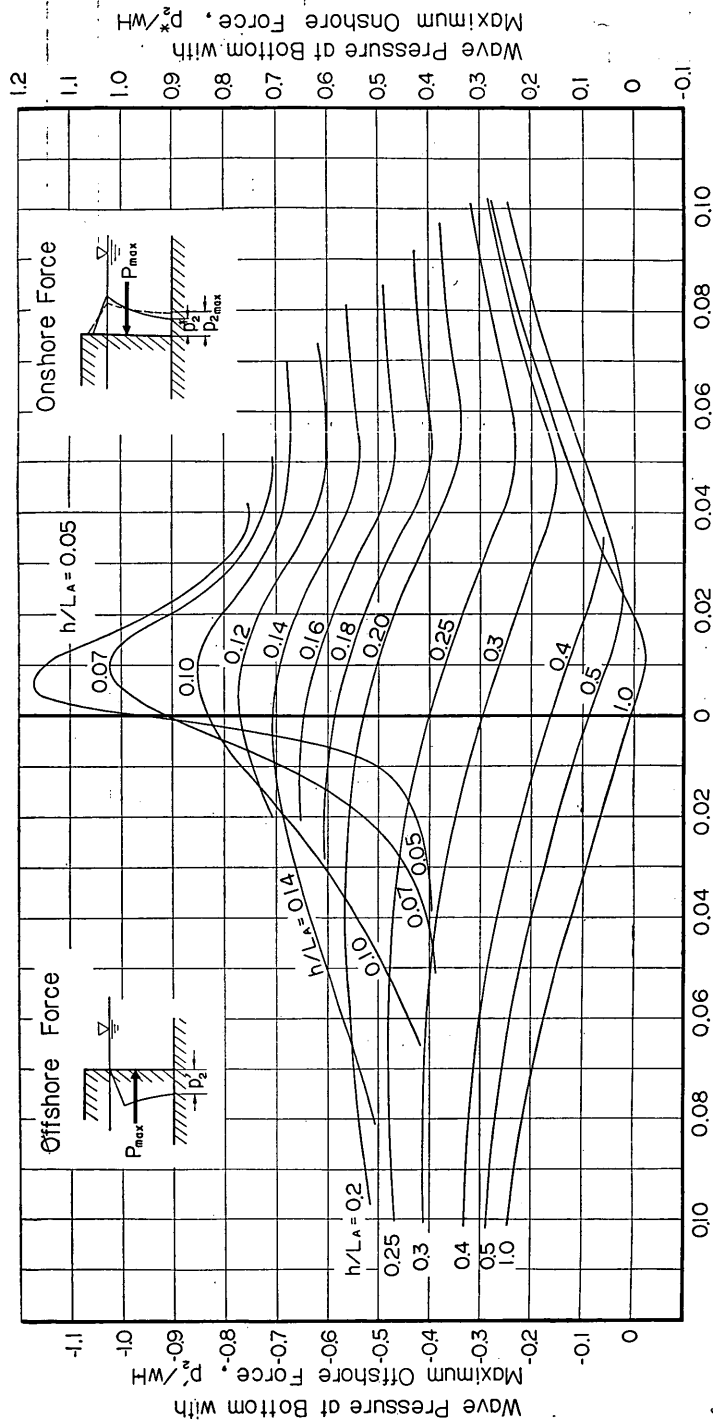
A.8 最大波力時の水面上昇量

Surface Elevation at the Time of maximum Wave Force



A.9 最大波力時の静水面波圧

Wave Pressure at Mean Water Level at the Time of Maximum Wave Force



A・10 最大波力時の水底波圧
Wave Pressure at Bottom at the Time of Maximum Wave Force

付録B. 波圧形および波圧分布の測定

Appendix B. Examples of Wave Pressure Records and Pressure Distributions

Fig. B-1 (a) $h = 45 \text{ cm}$ $T = 0.99 \text{ sec}$
 $H = 8.6 \text{ cm}$

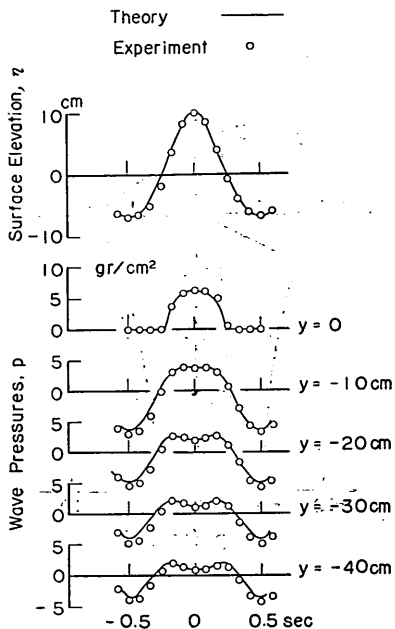


Fig. B-1 (b) $h/L_A = 0.309$
 $H/L_A = 0.059$

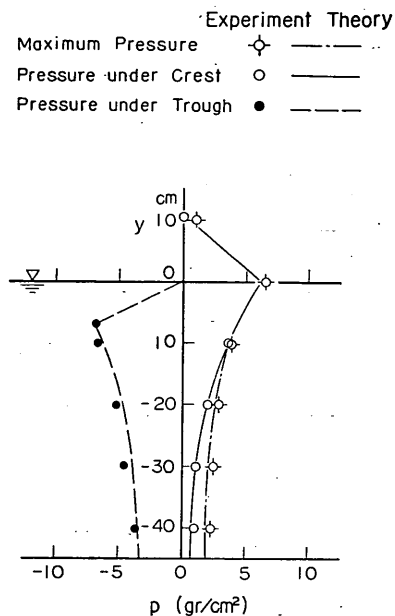


Fig. B-2 (a) $h = 45 \text{ cm}$ $T = 1.00 \text{ sec}$
 $H = 13.8 \text{ cm}$

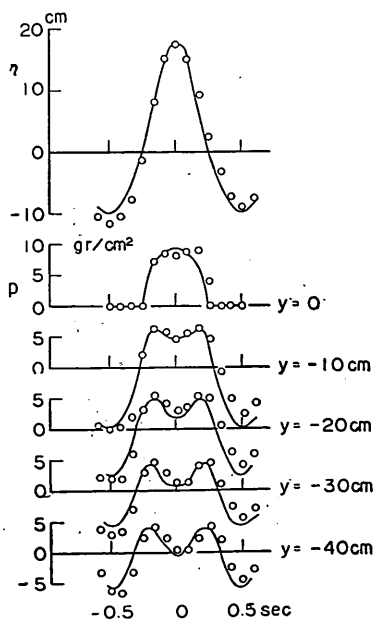


Fig. B-2 (b) $h/L_A = 0.302$
 $H/L_A = 0.093$

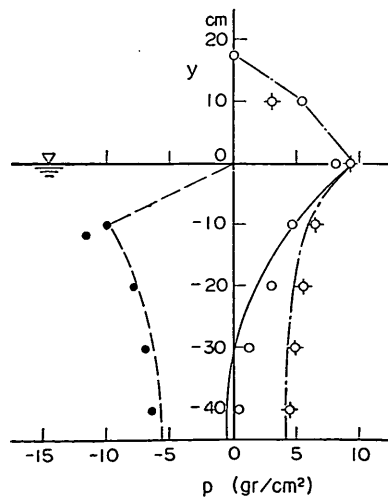


Fig.B-3(a) $h = 45 \text{ cm}$ $T = 1.27 \text{ sec}$
 $H = 9.5 \text{ cm}$

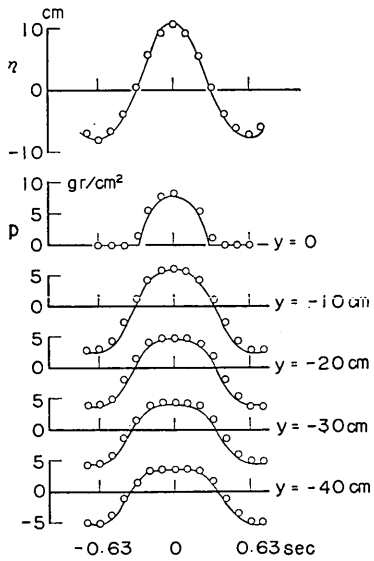


Fig.B-3(b) $h/L_A = 0.207$
 $H/L_A = 0.044$

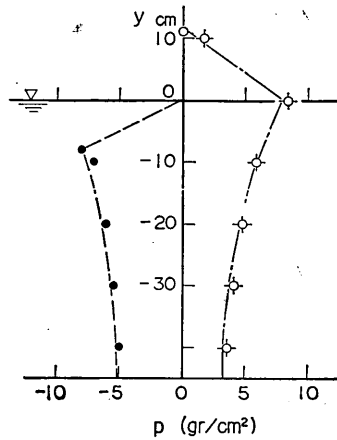


Fig.B-4(a) $h = 45 \text{ cm}$ $T = 1.32 \text{ sec}$
 $H = 19.7 \text{ cm}$

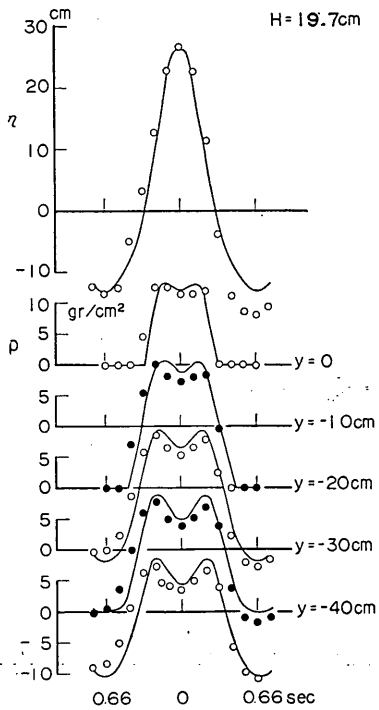


Fig.B-4(b) $h/L_A = 0.196$
 $H/L_A = 0.086$

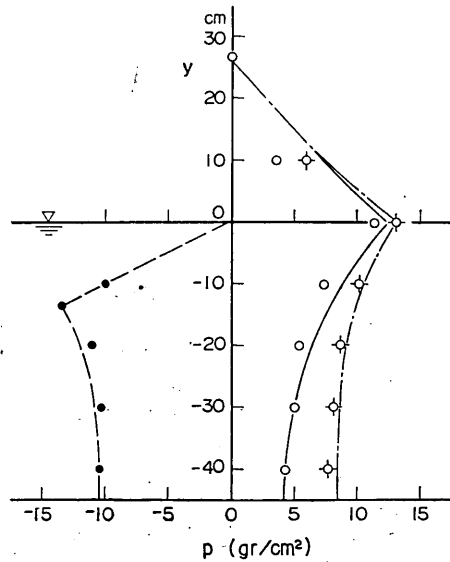


Fig.B-5(a) $h = 70\text{cm}$ $T = 2.31\text{sec}$
 $H = 17.1\text{cm}$

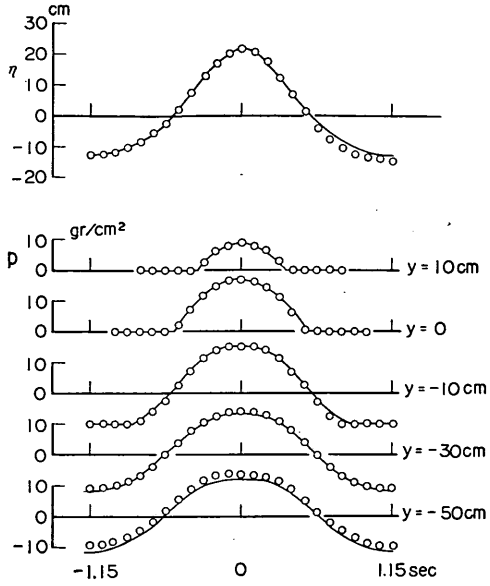


Fig.B-5(b) $h/L_A = 0.127$
 $H/L_A = 0.031$

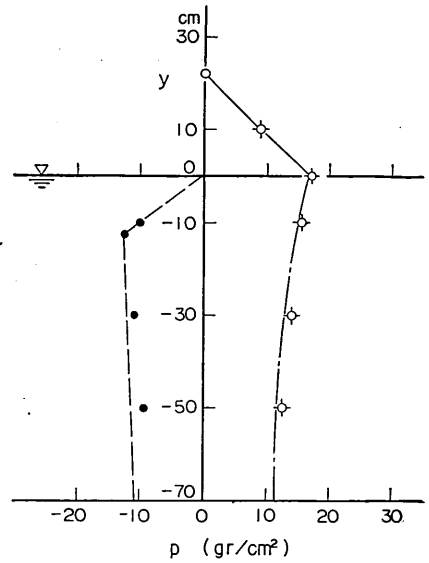


Fig.B-6(a) $h = 70\text{cm}$ $T = 2.33\text{sec}$
 $H = 26.4\text{cm}$

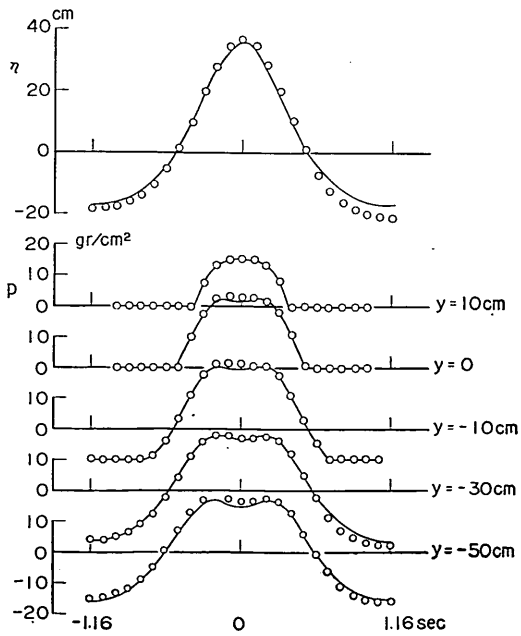


Fig.B-6(b) $h/L_A = 0.126$
 $H/L_A = 0.047$

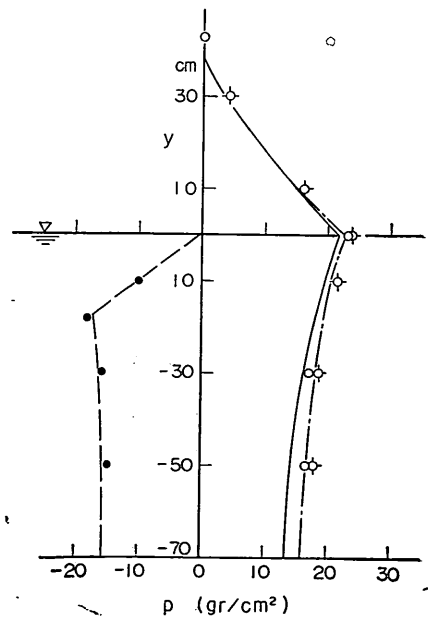


Fig.B-7(a) $h = 70\text{ cm}$ $T = 2.33\text{ sec}$
 $H = 37.6\text{ cm}$

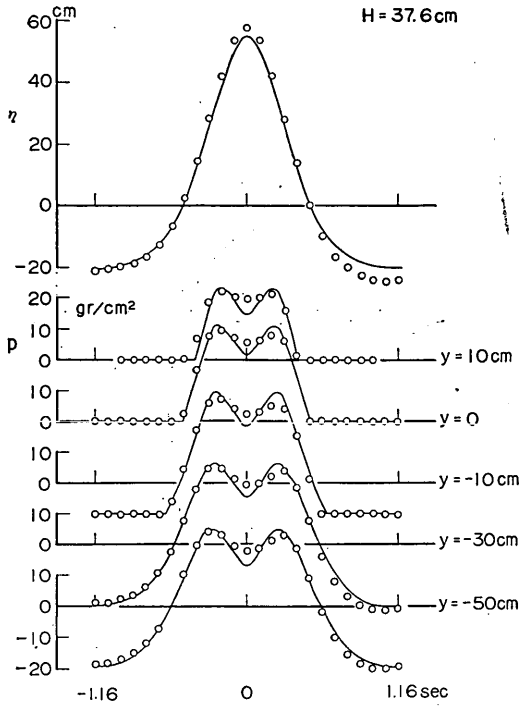


Fig.B-7(b) $h/L_A = 0.126$
 $H/L_A = 0.067$

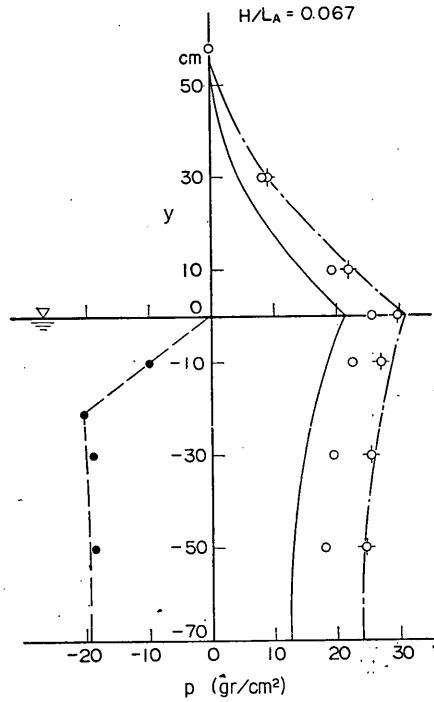


Fig.B-8(a) $h = 70\text{ cm}$ $T = 2.86\text{ sec}$
 $H = 14.4\text{ cm}$

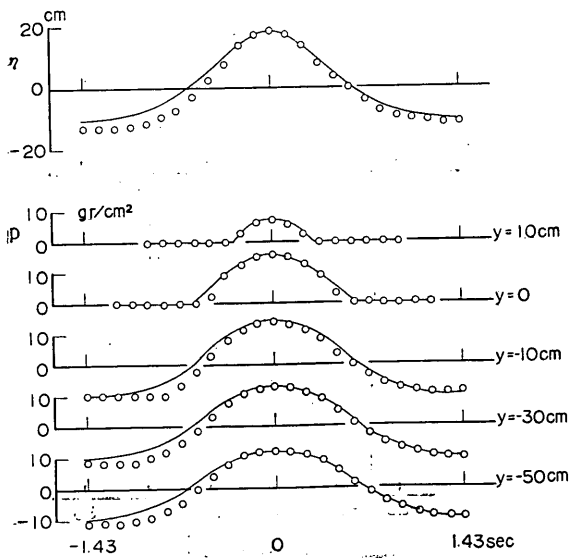


Fig.B-8(b) $h/L_A = 0.099$
 $H/L_A = 0.020$

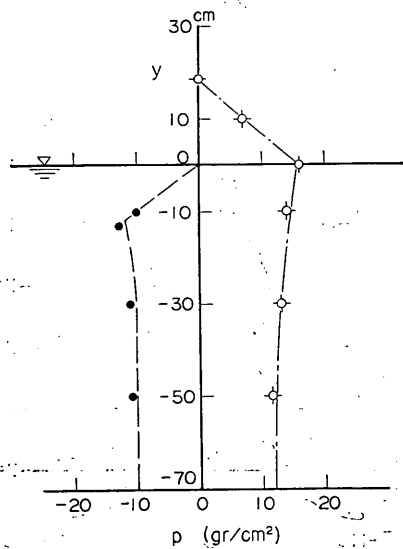


Fig.B-9(a) $h = 70\text{ cm}$ $T = 2.88\text{ sec}$
 $H = 26.3\text{ cm}$

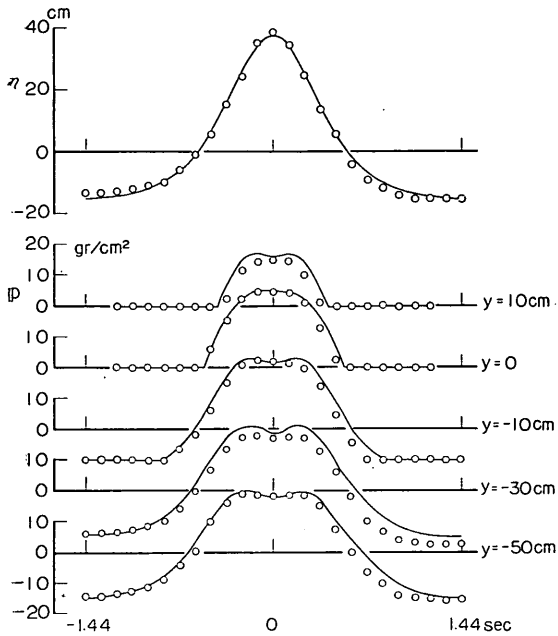


Fig.B-9(b) $h/L_A = 0.098$
 $H/L_A = 0.037$

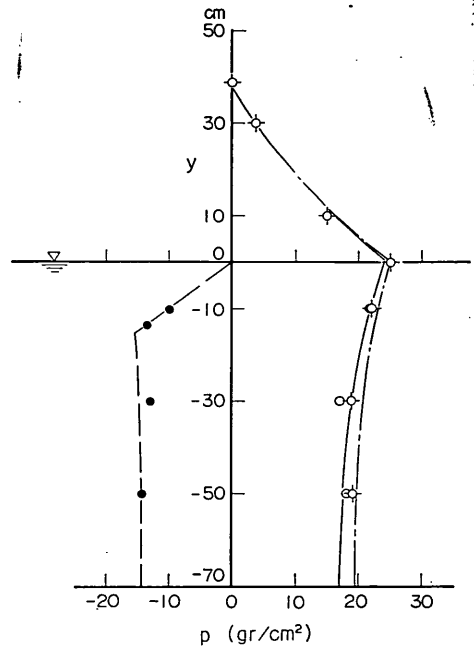


Fig.B-10(a) $h = 70\text{ cm}$ $T = 2.91\text{ sec}$
 $H = 34.8\text{ cm}$

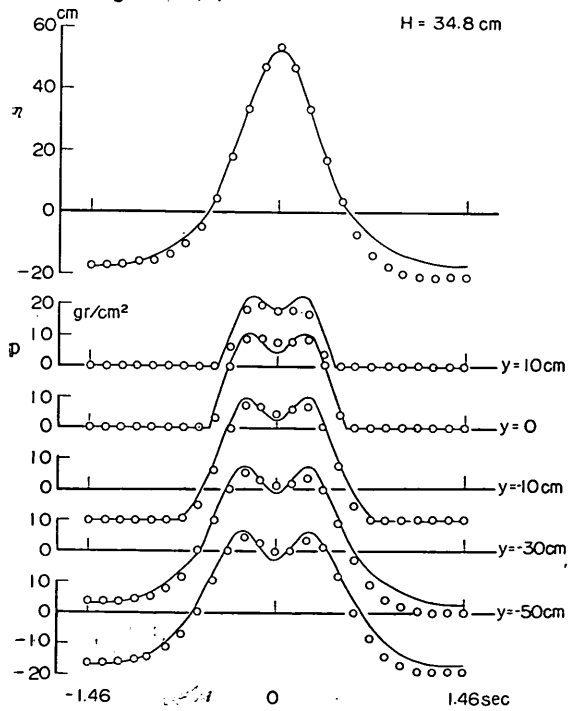


Fig.B-10(b) $h/L_A = 0.097$
 $H/L_A = 0.048$

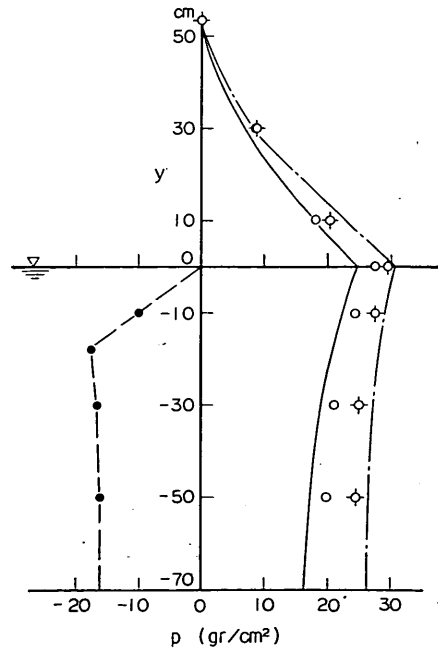


Fig.B-11(a) $h = 70 \text{ cm}$ $T = 3.84 \text{ sec}$
 $H = 23.1 \text{ cm}$

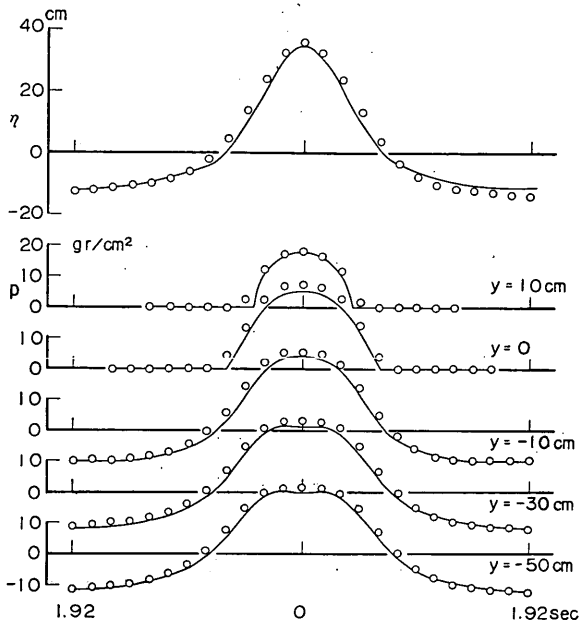


Fig.B-11(b) $h/L_A = 0.072$
 $H/L_A = 0.024$

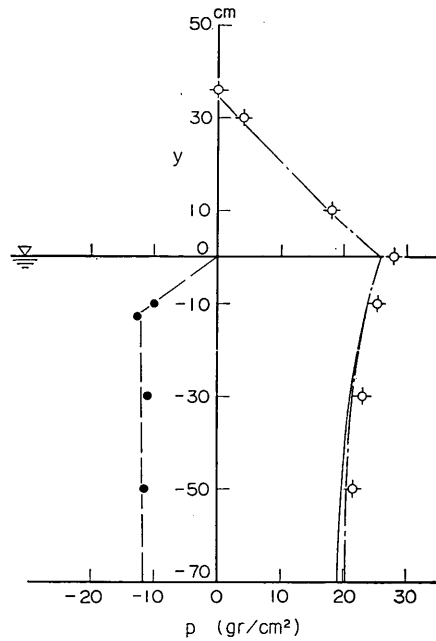


Fig.B-12(a) $h = 70 \text{ cm}$ $T = 3.84 \text{ sec}$
 $H = 30.9 \text{ cm}$

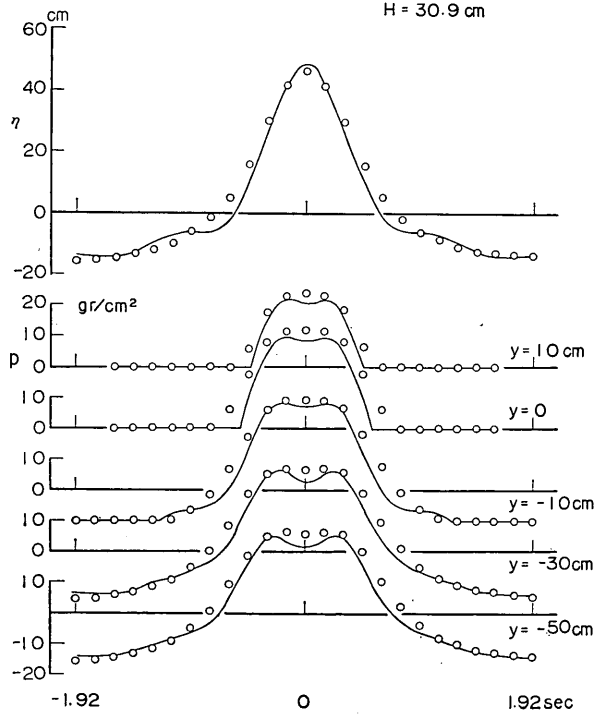
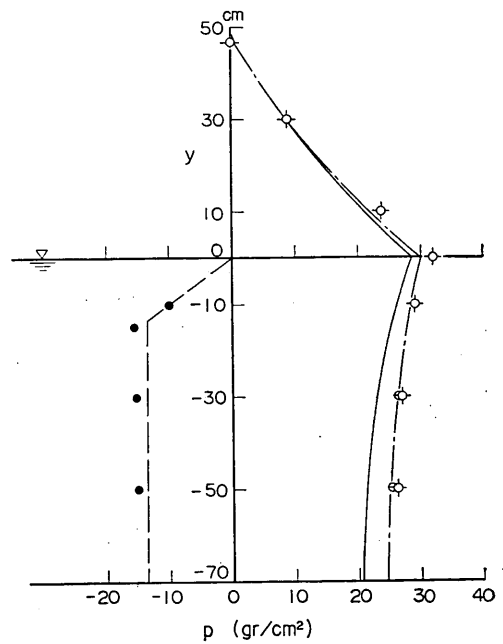


Fig.B-12(b) $h/L_A = 0.072$
 $H/L_A = 0.032$



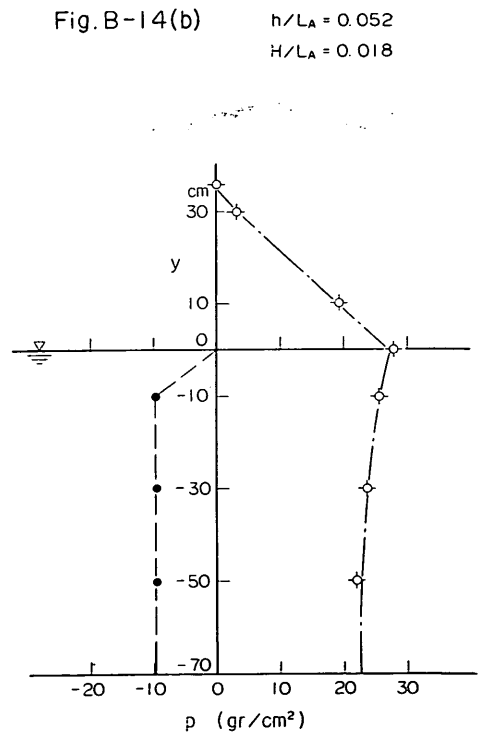
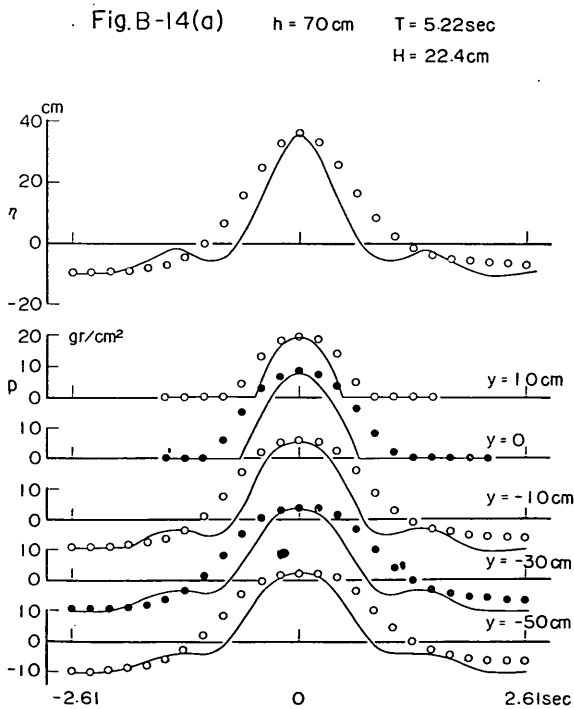
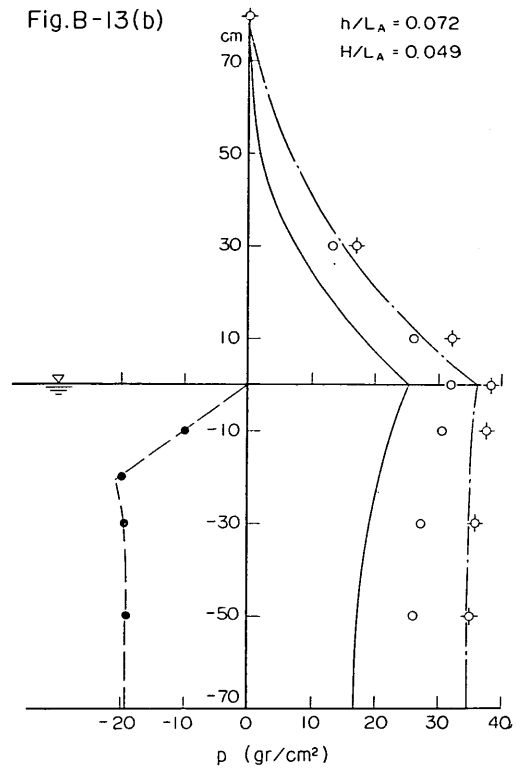
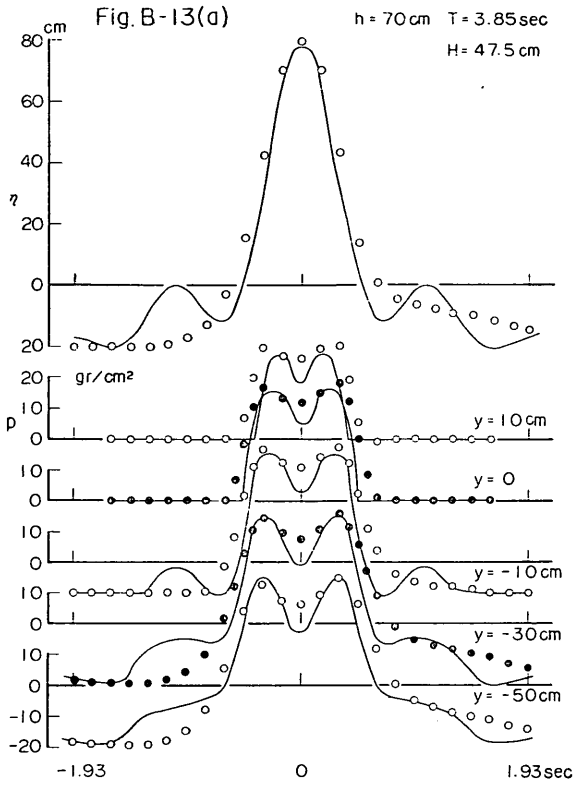


Fig.B-15(a)

$h = 70\text{ cm}$ $T = 5.16\text{ sec}$
 $H = 28.9\text{ cm}$

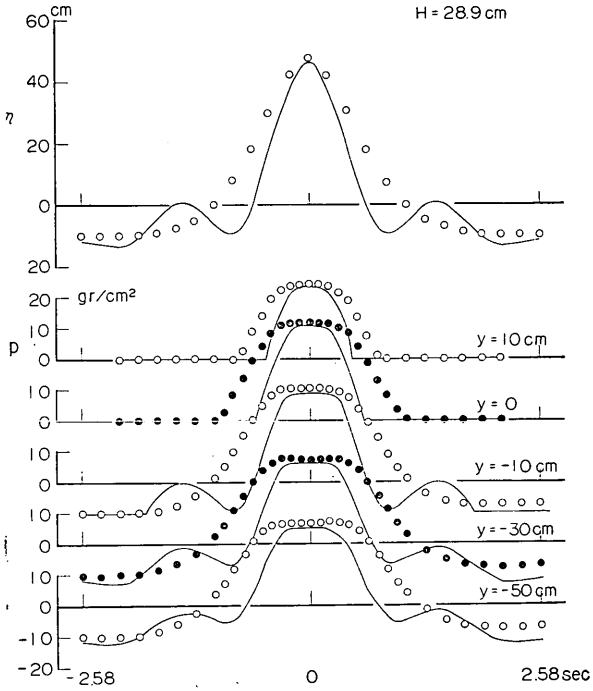


Fig.B-15(b)

$h/L_A = 0.053$
 $H/L_A = 0.022$

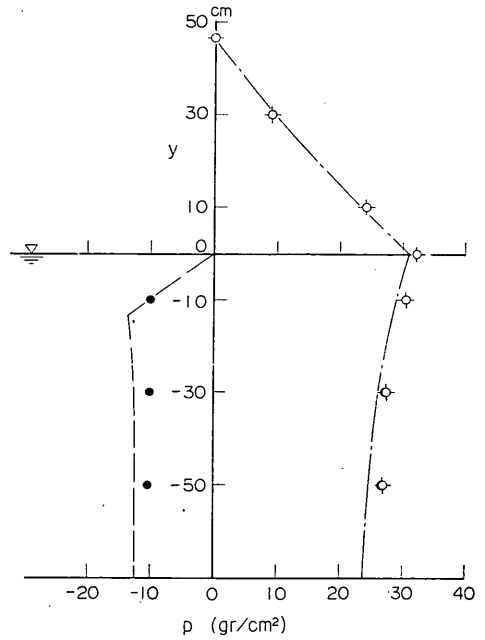


Fig.B-16(a)

$h = 70\text{ cm}$ $T = 5.22\text{ sec}$
 $H = 42.0\text{ cm}$

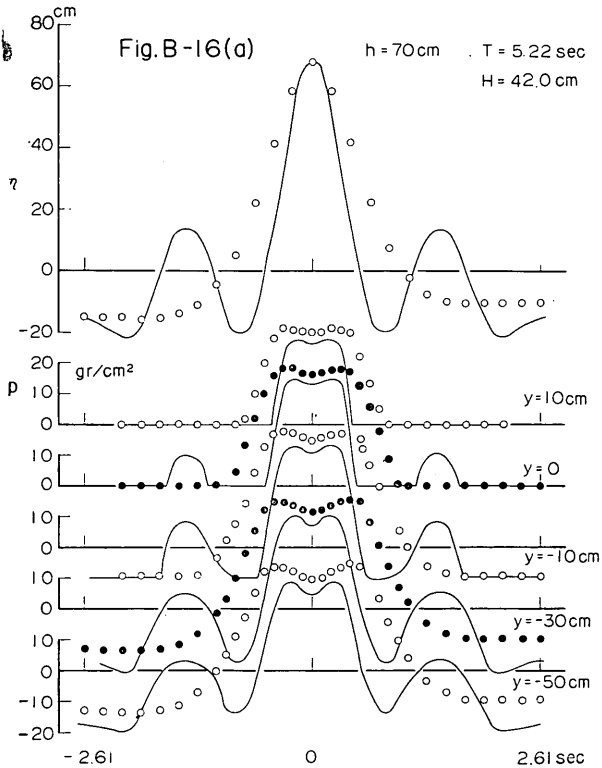
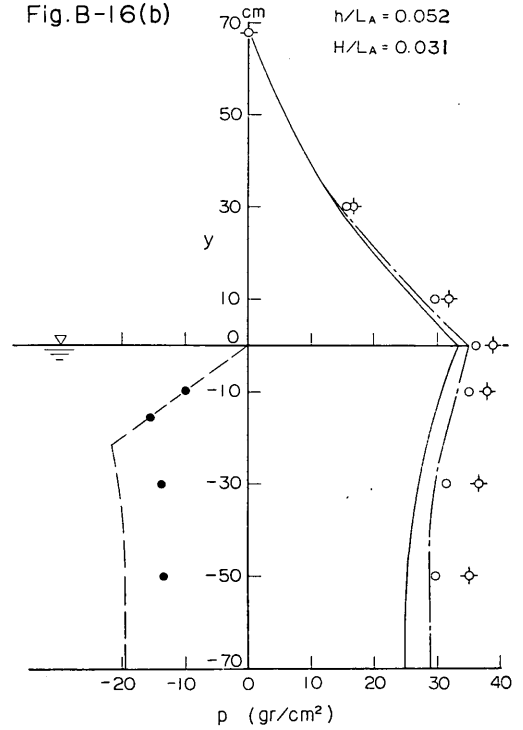


Fig.B-16(b)

$h/L_A = 0.052$
 $H/L_A = 0.031$



付録 C. 重複波の波圧計算用 FORTRAN プログラム

Appendix C. FORTRAN Program for Computation of Standing Wave Force

この報告で述べた各種の計算は、すべて当所設計基準部計算室の TOSAC 3400 を用いて行なったがそれに用いたプログラムの内、最も一般的用途の広い波圧計算用のプログラムを以下に示す。なお、このプログラムは、TOSBAC 3400 の A 構成 FORTRAN で書かれており、さん孔テープ使用であるので、IBM の FORTRAN II とは入出力関係など若干異なるところがある。

このプログラムは、水深、周期、および波高を m-sec 単位で与えて、水位、全波力、その作用点の高さ、各点の波圧強度の時間的変化を ton-m-sec 単位で計算するものである。結算結果は、時間については半周期の1/36 間隔で、波圧強度はあらかじめ指定する10点以内の位置について印写されるようになっている。

まず、このプログラムに使用されている主な変数と、本文で使われている変数の対照表を以下に示す。

付表 FORTRAN プログラム主要変数対照表

定義	本文記号	プログラム記号
水深 (m)	h	DEPTH
周期 (sec)	T	PERIOD
波長 (m)	L	WAVEL
波高 (m)	H	HEIGHT
波圧計算点の高さ (m)	y_j	AY (J)
	y_j/h	Y (J)
水面上昇量 (m)	$\eta(t)$	SURFEL (I)
波圧 (t/m^2)	$p(t, y)$	P (I, J)
表面圧力	$\Delta p(t)$	SURFP(I)
全波力 (t/m)	$P(t)$	FORCE(I)
波力作用点の高さ (m)	$S(t)$	ARM (I)
水深波長比	h/L_A	DLA
	h/L	DL
	$k_A h = 2\pi h/L_A$	DA
	$kh = 2\pi h/L$	D
波形勾配	H/L_A	HLA
	H/L	HL
	$k_A H$	EA
	ε	E
周波数	ω^{2n}	OG (2N)
	ω^{-2n}	OGN (2N)
波形係数	$a_{m, n}$	A(M+1, N+1)
波圧係数	$\gamma_{m, n}$	G(M+1, N+1)
三角関数	$\cos not_i$	COSNT (N, I)
双曲線関数	$\cosh nk(h+y_j)$	COSHNY (N, J)
	$\cosh nk(h+\eta)$	COSHEL(I)
	$\sinh nk(h+\eta)$	SINHEL(I)

計算の順序は次ページの Main Program を見れば明らかと思われるが、主要な点について解説を加える。

ACCEPT TAPE : DEPTH を読み込み、これが 0 でなければ次に計算点の数 KY, およびその高さ AY (1)~AY(KY) を読み、さらに PERIOD と HEIGHT を読み込む。1つの水深で幾つもの波について計算するときは、PERIOD と HEIGHT の組を続けてテープに打っておく。

DA=WAVEKD(DEEPDA) : 主プログラムで $2\pi h/L_0$ を計算して Function WAVEKD で $2\pi h/L_A$ を求め、この結果から L_A , H/L_A , などを計算する。精度 0.1%以内。

CALL CORECT : $2\pi h/L_A$ と $2\pi H/L_A$ から式 (44) と (49) の連立方程式を解いて $2\pi h/L$ と ε を算出する。これは分割法によっており、精度は ε が 0.1%, kh の補正が 0.02%以内である。

CALL OMEGA : ω^m , ω^{-m} の値をあらかじめ計算しておく。

CALL PROFIC : 波形係数 $a_{m,n}$ を計算して主プログラムに戻す

CALL PRESCO : 波圧係数 $\gamma_{m,n}$ を計算して主プログラムに戻す。

CALL TIMFAC : $t=0\sim T/2$ を 36等分 (NT=36) した各時刻の $\cos\omega t$ をあらかじめ計算しておく。これは計算時間をできるだけ短縮するためである。この Subroutine ではさらに別の Subroutine COSMZ を呼び出して使用する

CALL DEPFAC : 波圧計算点の $\cosh nk(h+y)$ をあらかじめ計算しておく。この際 Subroutine COSMZ を使用する。

ASN (I) : 式 (46) の内側の級数 $a_{m,n} \cos nkx$ の和を $x=0$ について計算する。

GSN (I, J) : 式 (35) の内側の級数 $\gamma_{m,n} \cosh nk(y+h)$ の和をそれぞれの y について計算する。

PY (J) : 表面圧力の補正, 式(42)の $[p(0, y, t)]$ の値を求める。点深海波の水底近くではこの値が負とな

ることがあるので、その場合は $PY(J)=0$ として補正を行なわたい。ただし、全波力の補正計算にはこのような細かな操作が難かしいので、Statement No. 21 と 7006 を使って、全波力の計算値が正確でないことを印字させている。

IF (6.2832 * HL - 0.6 * OG(2)) : これはこの計算の適用限界を一応 $kH=0.6 \tanh kh$ として、波形勾配がこれよりも大きいときは 7005 番の Statement を印字させている。

200 DO 201 I=1, NT1 : これから 201 CONTINUE の部分が計算の主体である。DEG, DELDEGは、印字の際に計算時刻を示すためのものである。

CALL HYPER : $\cosh nk(h+y)$, $\sinh nk(h+y)$ を計算する。

SP, TP, AMP : それぞれ表面圧力, 全波力, モーメントの計算の, 2重級数和の内側の級数和を求めるものである。

SPEL : $t=0$ における表面圧力で、これは表面圧力の補正計算, 式 (45) の $[p(0, y, 0)]$ である。

TPEL と AMPEL はその波力およびモーメント相当値である。

IF (YD-CREST) : これから 108 CONTINUE までは、水中圧力から静水圧を差し引いて波圧を計算する部分である。

CALL EXIT : これは、TOSBAC 3400 の A 構成 FORTRAN で必要な END 処理, END (1, 0, 0, 0, 0) を行なうためのもので、実際の演算は行なわない。

この計算に必要なデータの配列方法は Subroutine EXIT の後のサンプルデータを参照されたい。また、このプログラムによる計算結果は、最終ページのような様式に印字されてくる。なお、 $kH=0.6 \tanh kh$ を大きくこえるような条件の波について計算させると、異常に大きな波圧が出てくるので、注意されたい。

なお、このプログラムのさん孔テープは、水工部模型試験課および設計基準部計算室に保管してあるので、必要の向きは利用されたい。

```

C
C
C
PROGRAM PD-4.Y.CODA ;
COMPUTATION OF STANDING WAVE PRESSURES IN METRE-TON SYSTEM ;
PROGRAM UNITS(12),MAIN(1),SUBPROGRAM(11),WAVEKD,CORRECT,OMEGA,PROFIC,PRESCO,TIMFAC,
DEPFAC,COSHZ,COSHMZ,HYPEN,EXIT);

DIMENSION OG(14),CGH(12),BS(3,3),B(5,5),A(5,5),ALPHA(5),
BETAS(3,3),BETA(5,5),G(5,5),COSMI(4,57),AY(10),Y(10),COSHY(4,10),
ASH(10),GSH(5,10),SURFEL(37),COSHEL(4),SINHEL(4),SP(5),TP(5),SURFP(37),
FY(10),LZ(3),AM(37),FORCE(37),P(37,10);

ACCEPT TAPE 1011,DEPTH ;
IF(DEPTH) 2,101 ;
ACCEPT TAPE 1011,AY(I),I=1,AY ;
ACCEPT TAPE 1021,PERIOD,HEIGHT ;
IF(PERIOD) 1,1,10 ;

10 DEEPA=DEPTH*(1.56*PERIOD**2)*6.2032 ;
DA=WAVEKD(DEEPA) ;
DLA=DA/6.332 ;
WAVEL=DEPTH/DLA ;
HLA=HEIGHT/WAVEL ;
DL=6.332*DLA ;
PRINT 7001 ;
PRINT 6401,DEPTH,PERIOD,WAVEL,HEIGHT ;
DO 11 I=1,AY ;
P(I)=AY(I)/DEPTH ;
11 CONTINUE ;

CALL COLLECT(DA,DA,D,B) ;
DL=D/6.2032 ;
HL=HLA/DLA ;
HRL=H ;
CALL CHECK(D,OG,CGH) ;
CALL PROFIC(D,B,OG,CGH,BS,B,A) ;
CALL PRESCO(D,B,OG,CGH,ALPHA,BETAS,BETA,C) ;
CALL TIMFAC(AY,CORRECT) ;
CALL DEPFAC(WAVEL,D,COSMI) ;
WAVEKD(WAVEL,HEIGHT) ;
DLA=DL/D*DEPTH ;

DO 101 I=1,AY ;
ASH(I)=(A(I,1)+A(I,2)+A(I,3)+A(I,4)+A(I,5))*WAVE ;
101 CONTINUE ;
GEOTON=0 ;
DO 21 N=1,AY ;
DO 31 J=1,AY ;
GEOTON=GEOTON+G(N,J) ;
21 CONTINUE ;
31 CONTINUE ;
DO 102 J=1,AY ;
DO 107 I=1,AY ;
GSH(I,J)=(G(I,1)+G(I,2)*COSMI(1,J)+G(I,3)*COSMI(2,J)+G(I,4)*COSMI(3,J)
+G(I,5)*COSMI(4,C))*WAVE ;
102 CONTINUE ;
FY(J)=GSH(1,J)+GSH(2,J)+GSH(3,J)+GSH(4,J)+GSH(5,J) ;
IF(P(J)) 100,102,102 ;
100 FX(J)=0 ;
102 CONTINUE ;

PRINT 6501,DLA,HLA,DL,HL,S ;
IF(6.2032*HL-0.6*OG(2)) 21,21,20 ;
20 PRINT 7005 ;
21 IF(GEOTON) 22,21,29 ;
22 PRINT 7006 ;
7005 FORMAT(1X,5X,10CAUTION *** THE WAVE CONDITION IS OUTSIDE THE APPLICATION LIMIT
OF THE PRESENT THEORY. ///) ;
7006 FORMAT(1X,5X,10CAUTION *** THE COMPUTATION OF TOTAL FORCE IS NOT ACCURATE.
PLEASE CHECK WITH THE PRESSURE DISTRIBUTION. ///) ;
25 PRINT 7004 ;
PRINT 6902,{AY(K),K=1,AY} ;
PRINT 6903 ;

```

```

DEG=0.0 ;
DELDG=0.5*PERIOD/FLOATP(WT) ;
NT1=NT+1;
200 DO 201 I=1,NT1;
IF(I-7)5,6,7 ;
7 IF(XMODE(I-1,6))5,6,5 ;
6 PRINT 8000 ;
5 CONTINUE ;
SURFEL(I)=ASN(1)+ASN(2)*COSMT(1,I)+ASN(3)*COSMT(2,I)+ASN(4)*COSMT(3,I)
+ASN(5)*COSMT(4,I);
CREST=D+SURFEL(I)/NDI ;
CALL HYPER (CREST,COSMEL,SINMEL);

DO 105 N=1,5;
SP(N)=(G(N,1)+G(N,2)*COSMEL(1)+G(N,3)*COSMEL(2)+G(N,4)*COSMEL(3)
+G(N,5)*COSMEL(4))*NDI ;
TP(N)=(G(N,1)*CREST+G(N,2)*SINMEL(1)+G(N,3)*SINMEL(2)/2.+G(N,4)*SINMEL(3)
/5.+G(N,5)*SINMEL(4)/4.) /A. ;
AMP(N)=G(N,1)*CREST**2+G(N,2)*{CREST*SINMEL(1)-(COSMEL(1)-1.)}
+G(N,3)*{CREST*SINMEL(2)-(COSMEL(2)-1.)}/2.} /2.
+G(N,4)*{CREST*SINMEL(3)-(COSMEL(3)-1.)}/2.} /5.
+G(N,5)*{CREST*SINMEL(4)-(COSMEL(4)-1.)}/2.} /4. ;
105 CONTINUE ;

SURF(I)=SP(1)+SP(2)*COSMT(1,I)+SP(3)*COSMT(2,I)+SP(4)*COSMT(3,I)
+SP(5)*COSMT(4,I)-SURFEL(I) ;
SPEL=SP(1)+SP(2)+SP(3)+SP(4)+SP(5) ;
TEPL=TP(1)+TP(2)+TP(3)+TP(4)+TP(5) ;
AMPPL=AMP(1)+AMP(2)+AMP(3)+AMP(4)+AMP(5) ;
FORCE(I)=-0.2*(CREST-D)**2*TP(1)+TP(2)*COSMT(1,I)+TP(3)*COSMT(2,I)+TP(4)*
COSMT(3,I)+TP(5)*COSMT(4,I)-SURF(I)/SPEL*TEPL*NDI ;
ARR(I)=-{CREST-D}**3/5.-0.5*(CREST-D)**2*AMP(1)+AMP(2)*COSMT(1,I)+AMP(3)*COSMT(2,I)+AMP(4)*
COSMT(3,I)+AMP(5)*COSMT(4,I)-SURF(I)/SPEL*AMPPL/FORCE(I)/3.*NDI*DIRTS;

DO 102 J=1,NY ;
XD=X(A)*D ;
IF(XD-CREST) 112,10,102;
102 IF(XD-D)110,110,111 ;
110 P(I,J)=(XD-D)*NDI ;
GO TO 103 ;
111 P(I,J)=0.0;
GO TO 103 ;
112 P(I,J)=GSH(1,J)*GSH(2,J)*COSMT(1,I)+GSH(3,J)*COSMT(2,I)+GSH(4,J)*COSMT(3,I)
+GSH(5,J)*COSMT(4,I)-SURF(I)/SPEL*PH(J) ;
IF(XD-D) 102,10,111 ;
113 P(I,J)=P(I,J)-(XD-D)*NDI ;
103 CONTINUE ;

PRINT 1120,DEG,SURFEL(I),FORCE(I),ARR(I),(P(I,J),J=1,NY) ;
DEG=DEG+DELDG ;
201 CONTINUE ;
GO TO 3 ;
99 CALL EXIT ;

1011 FORMAT(F10.6) ;
1021 FORMAT(2F10.6) ;
1120 FORMAT(1H ,F5.2,F10.3,F15.3,F10.3,2X,10F9.5) ;
1101 FORMAT(110,10F10.6) ;
1401 FORMAT(7X,4H D = F9.2,5H(G),7X,4H T = F7.3,5H(SEC),6X,4HLA = F9.3,3H(G),
5X,4H E = F7.3,5H(H) /);
6501 FORMAT(5X,5HD/LA = F10.6,6X,6HD/L = F10.6,6X,
5H R/L = F10.6,6X,4H E = F10.6 /);
7004 FORMAT(1H 3SH TIME SURF PL. WAVE FORCE LEVER ARM ,5X,9(3H = ),
5SH WAVE PRESSURE P(TON/SCM),10(3H = )/);
6303 FORMAT(1H 3SH(SEC) (H) (TON/H) (H) , 5X,4H Y= ,P(F5.2,4H Y=),
F5.2) ;
7001 FORMAT(1H1,5H COMPUTATION OF PRESSURES AND TOTAL FORCE OF STANDING WAVES,
5SH - 4TH ORDER SOLUTION WITH SURFACE PRESSURE CORRECTION - /);
8000 FORMAT(1H0) ;

STOP ;
END ;

```

```

FF
FUNCTION WAVEKD(DDA);
  IF (DDA-10,0) 2,2,1;
1 X2=DDA;
  GO TO 6;
2 IF (DDA-0.6) 3,4,4;
3 X1=SQRT(DDA);
  GO TO 5;
4 X1=DDA;
5 COTHX=1./TANH(X1);
  X2=X1-(X1-DDA*COTHX)/(1.+DDA*(COTHX**2-1.));
  ERROR=1.-X2/X1;
  X1=X2;
  IF (ABS(ERROR)-0.001) 6,5,5;
6 WAVEKD=X2;

  RETURN;
  END;

```

```

FF
SUBROUTINE CORECT(DA,EA,D,B);
1 DATANH=DA*TANH(DA);
  DELTA=0.0005*DA;
  DSMALL=0.7*DA;
  DLARGE=1.2*DA;
2 DTEST=(DLARGE+DSMALL)*0.5;
  Z=TANH(DTEST);
  ZZ=Z**2;
  A=(27./ZZ**3+27./ZZ**2+96./ZZ-63.+11.*ZZ+6.*ZZ**2)/256.;
  B=EA*DTEST/DA;
  E=B;
3 EE=(2.*A*B**3+B)/(1.+5.*A*B**2);
  DEL=1.-EE/B;
  IF (ABS(DEL)-0.001) 4,4,5;
4 E=EE;
  GO TO 6;
5 E=EE;
  GO TO 5;
6 Y=DTEST*Z*(1.+E**2*(9./ZZ**2-12./ZZ-5.-2.*ZZ)/64.)**2-DATANH;
  IF (Y) 7,500,8;
7 DSMALL=DTEST;
  GO TO 9;
8 DLARGE=DTEST;
9 IF (DLARGE-DSMALL-DELTA) 200,200,10;
10 GO TO 2;

300 D=DTEST;
  GO TO 99;
200 D=(DLARGE+DSMALL)*0.5;

99 RETURN;
  END;

```

```

#F
SUBROUTINE OMEGA(D,OG,OGN) ;
DIMENSION OG(14),OGN(18) ;
OG(2)=TANEP(D) ;
DO 1 I=2,12,2 ;
OG(I+2)=OG(I)*OG(2) ;
1 CONTINUE ;
OGN(2)=1./OG(2) ;
DO 2 I=2,16,2 ;
OGN(I+2)=OGN(I)*OGN(2) ;
2 CONTINUE ;
RETURN ;
END ;

```

```

#F
SUBROUTINE PROFIC(D,B,OG,OGN,BS,B,A) ;
DIMENSION OG(14),OGN(18),BS(3,3),B(5,5),A(5,5) ;

E2=E**2 ;
E3=E2*E/2. ;
E4=E3*E/3. ;

BS(1,3)=(OGN(2)+OG(2))/3. ;
BS(3,3)=(3.*OGN(6)-OGN(2))/3. ;
B(2,2)=(3.*OGN(3)+6.*OGN(4)-5.*OG(4))/3. ;
B(2,4)=(3.*OGN(3)+27.*OGN(4)-17.*OG(4)+2.*OG(6))*3./120. ;
B(4,2)=(3.*OGN(3)-13.*OGN(4)+5.)/120. ;
B(4,4)=(3.*OGN(3)-3.*OGN(4)+3.*OGN(4)-1.)*3./120. ;

B(1,3)=(-27.*OGN(10)+200.*OGN(6)+163.*OGN(2)-210.*OG(2)-45.*OG(6)+13.*OG(10))/512. ;
B(1,5)=(52.*OGN(14)+243.*OGN(10)+198.*OGN(6)+6.*OGN(2)-198.*OG(2)+63.*OG(6)+13.*OG(10))/512. ;
B(3,3)=(-1.*OGN(12)-54.*OGN(10)+425.*OGN(6)-503.*OGN(2)+100.*OGN(2)-175.*OG(2)-13.*OG(6))/512. ;
B(3,5)=(324.*OGN(14)+2424.*OGN(10)-1172.*OGN(6)-2072.*OGN(2)-1092.*OG(2)+420.*OG(6)-72.*OG(10))/(512.*(3.4*OG(4))) ;
B(5,5)=(405.*OGN(12)+61.*OGN(14)+522.*OGN(10)-262.*OGN(6)+OGN(2)+21.*OG(2))/(512.*(5.+OG(4))) ;
B(5,3)=(-21.*OGN(14)-1053.*OGN(10)+67.*OGN(6)-233.*OGN(2)+222.*OG(2))/(512.*(3.+4.*OG(4))) ;

A(1,2)=0. ;
A(1,3)=E2*BS(1,3)+E4*B(1,3) ;
A(1,4)=0. ;
A(1,5)=E4*B(1,5) ;

A(2,2)=E+E3*B(2,2) ;
A(2,3)=0. ;
A(2,4)=E3*B(2,4) ;
A(2,5)=0. ;

A(3,2)=0. ;
A(3,3)=E2*BS(3,3)+E4*B(3,3) ;
A(3,4)=0. ;
A(3,5)=E4*B(3,5) ;

A(4,2)=E3*B(4,2) ;
A(4,3)=0. ;
A(4,4)=E3*B(4,4) ;
A(4,5)=0. ;

A(5,2)=0. ;
A(5,3)=E4*B(5,3) ;
A(5,4)=0. ;
A(5,5)=E4*B(5,5) ;

RETURN ;
END ;

```


AF

```

SUBROUTINE PRESKO(D,S,OG,OGN,ALPHA,BETAS,BETA,Q) ;
DIMENSION OG(14),OGN(18),ALPHA(3),BETAS(3,3),BETA(5,5),Q(5,5) ;

E2=E**2 ;
E3=E2*E/3. ;
E4=E5*E/5. ;

COSHID=(EXP(D)+EXP(-D))*0.5 ;
COSH2D=2.*COSHID**2-1. ;
COSH4D=4.*COSHID**2-3.*COSHID ;
COSH6D=2.*COSH2D**2-1. ;

BETAS(2,2)=1./COSHID ;
BETAS(3,1)=(OGN(2)+5.*OG(2))/16. ;
BETAS(3,3)=OG(2)*(OGN(4)-1.)**2*3./16. ;

ALPHA(1)=(OGN(2)-OG(2))/6. ;
ALPHA(5)=(27.*OGN(14)-135.*OGN(10)+225.*OGN(6)-135.*OGN(2)+24.*OG(2)-
5.*OG(6))/256. ;
ALPHA(2)=(9.*OGN(8)-12.*OGN(4)-3.-2.*OG(4))/32. ;

BETA(2,4)=(1.+3.*OG(4))*3.*OGN(8)-5.+2.*OG(4)/(128.*COSH6D) ;
BETA(4,2)=(-9.*OGN(8)-62.*OGN(4)+31.)/(128.*COSHID) ;
BETA(4,4)=(1.+3.*OG(4))*3.*OGN(12)-22.*OGN(8)+13.*OGN(4)/(128.*COSH6D) ;

BETA(3,1)=(27.*OGN(10)-997.*OGN(6)+357.*OGN(2)+261.*OG(2)-36.*OG(6))/1024. ;
BETA(5,3)=(1.+OG(4))*(-81.*OGN(18)-54.*OGN(14)+171.*OGN(10)+468.*OGN(6)+
182.*OGN(2)-81.*OG(2)-54.*OG(6))/(1024.*COSH6D) ;
BETA(3,5)=(1.+6.*OG(4)+OG(8))*31.*OGN(14)+162.*OGN(10)+246.*OGN(6)+412.*
OGN(2)+117.*OG(2)+54.*OG(6)/(1024.*COSH6D*(3.+OG(4))) ;

BETA(5,1)=(-54.*OGN(14)-621.*OGN(10)+555.*OGN(6)+705.*OGN(2)+201.*OG(2))/2048. ;
BETA(5,3)=(-81.*OGN(14)-1107.*OGN(10)+675.*OGN(6)+555.*OGN(2)-110.*
OG(2))*(1.+OG(4))/(512.*COSH2D*(3.+OG(4))) ;
BETA(5,5)=(405.*OGN(18)-1674.*OGN(14)+2916.*OGN(10)-550.*OGN(6)-197.*
OGN(2))*(1.+6.*OG(4)+OG(8))/(2048.*COSH6D*(3.+OG(4))) ;

Q(1,1)=2.*E2*ALPHA(1)+E4*(ALPHA(3)+3.*ALPHA(2)*ALPHA(1)+3.*OGN(2)*BETAS(3,3)**2) ;
Q(1,2)=0. ;
Q(1,3)=E2*ALPHA(1)+E4*2.25*BETAS(2,2)*BETA(2,4)*OGN(2) ;
Q(1,4)=0. ;
Q(1,5)=E4*(2.25*OGN(2)*BETAS(2,2)*BETA(2,4)+3.*OGN(2)*BETAS(3,3)**2) ;

Q(2,1)=0. ;
Q(2,2)=E3*BETAS(2,2)+E3*(ALPHA(2)*BETAS(2,2)+OGN(2)*BETAS(2,2)*BETAS(3,3)) ;
Q(2,3)=0. ;
Q(2,4)=E3*(BETA(2,4)-OGN(2)*BETAS(2,2)*BETAS(3,3)) ;
Q(2,5)=0. ;

Q(3,1)=E2*(2.*BETAS(3,1)-ALPHA(1))+E4*(2.*BETA(3,1)+6.*ALPHA(2)*BETAS(3,1)+
0.75*OGN(2)*BETAS(2,2)*BETA(4,2)) ;
Q(3,2)=0. ;
Q(3,3)=2.*E2*BETAS(3,3)+E2*ALPHA(1)+E4*(2.*BETA(3,3)+6.*ALPHA(2)*BETAS(3,3)-0.75*
OGN(2)*BETAS(2,2)*(3.*BETA(2,4)+BETA(4,2)-5.*BETA(4,4))) ;
Q(3,4)=0. ;
Q(3,5)=E4*(2.*BETA(3,5)+2.25*OGN(2)*BETAS(2,2)*(BETA(2,4)-BETA(4,4))) ;

Q(4,1)=0. ;
Q(4,2)=E3*(3.*BETA(4,2)-OGN(2)*BETAS(2,2)*BETAS(3,3)) ;
Q(4,3)=0. ;
Q(4,4)=E3*(3.*BETA(4,4)+OGN(2)*BETAS(2,2)*BETAS(3,3)) ;
Q(4,5)=0. ;

Q(5,1)=E4*(4.*BETA(5,1)-3.*OGN(2)*BETAS(3,3)**2-0.75*OGN(2)*BETAS(2,2)*BETA(4,2)) ;
Q(5,2)=0. ;
Q(5,3)=E4*(4.*BETA(5,3)+0.75*OGN(2)*BETAS(2,2)*(BETA(4,2)-3.*BETA(4,4))) ;
Q(5,4)=0. ;
Q(5,5)=E4*(4.*BETA(5,5)+3.*OGN(2)*BETAS(3,3)**2+2.25*OGN(2)*BETAS(2,2)*BETA(4,4)) ;

RETURN ;
END ;

```

```

#F
SUBROUTINE TIMEFACT(NT,COSHT);
DIMENSION COSHT(4,37),TIME(37),COS(4);
DELTAT=3.141593/ FLOAT(NT);
TIME(1)=0.0;
M=NT+1;
DO 61 I=1,M;
TIME(I+1)=TIME(I)+DELTAT;
Z=TIME(I);
CALL COSMZ(Z,COS);
DO 62 N=1,4;
COSINT(N,I)=COS(N);
62 CONTINUE;
61 CONTINUE;
RETURN;
END;

```

```

#F
SUBROUTINE DEFFAC(K,Y,D,COSHNY);
DIMENSION Y(10),COSHNY(4,10),COSH(4);
DO 81 I=1,K;
Z=Y(I)*D;
CALL COSMZ(Z,COSH);
DO 82 J=1,4;
COSHNY(J,I)=COSH(J);
82 CONTINUE;
81 CONTINUE;
RETURN;
END;

```

```

#F
SUBROUTINE COSMZ(Z,COS);
DIMENSION COS(4);
COS(1)=COS(Z);
COS(2)=2.*COS(1)**2-1.;
COS(3)=4.*COS(1)**3-3.*COS(1);
COS(4)=2.*COS(2)**2-1.;
RETURN;
END;

```

```

#F
SUBROUTINE COSMZ(Z,COSH);
DIMENSION COSH(4);
COSH(1)=(EXP(Z)+EXP(-Z))/2.;
COSH(2)=2.*COSH(1)**2-1.;
COSH(3)=4.*COSH(1)**3-3.*COSH(1);
COSH(4)=2.*COSH(2)**2-1.;
RETURN;
END;

```

```

#F
SUBROUTINE HIPER(K,CH,SH);
DIMENSION CH(4),SH(2);
EK=EXP(K);
CH(1)=(EK+1./EK)/2.;
SH(1)=(EK-1./EK)/2.;
CH(2)=2.*CH(1)**2-1.;
SH(2)=2.*SH(1)**2-1.;
CH(3)=4.*CH(1)**3-3.*CH(1);
SH(3)=4.*SH(1)**3-3.*SH(1);
CH(4)=2.*CH(2)**2-1.;
SH(4)=2.*CH(2)*SH(2);
RETURN;
END;

```

```

#F
SUBROUTINE EXIT;
PRINT 1;
FORMAT(1H0);
RETURN;
END(1,0,0,0,0);

```

15.0							
7	20.0	17.0	15.0	12.0	9.0	5.0	0.0
12.0	7.0						
16.0	8.0						
0.0	0.0						
0.0							

COMPUTATION OF PRESSURES AND TOTAL FORCE OF STANDING WAVES - WITH ORDER SOLUTION WITH SURFACE PRESSURE CORRECTION -

D = 15.000(M) T = 16.000(SEC) LA = 186.353(M) H = 8.000(M)

D/LA = 0.080493 H/LA = 0.042929 D/L = 0.024405 H/L = 0.036682 E = 0.162884

TIME (SEC)	SURF. EL. (M)	WAVE FORCE (TON/M)	LEVER ARM (M)	Y=20.00	Y=17.00	Y=15.00	Y=12.00	Y=9.00	Y=5.00	Y=0.
------------	---------------	--------------------	---------------	---------	---------	---------	---------	--------	--------	------

0.	12.609	4.73938	11.015	2.510	4.334	5.223	5.016	4.513	4.098	3.922
0.42	12.448	98.07219	11.023	2.619	4.463	5.861	5.165	4.665	4.253	4.078
0.84	11.859	106.65831	10.992	2.884	4.795	5.556	5.075	4.675	4.504	
0.67	10.967	116.87942	10.834	3.146	5.185	6.673	6.065	5.621	5.248	5.087
0.89	9.802	124.39023	10.517	3.193	5.433	7.018	6.512	6.134	5.810	5.668
1.11	8.435	125.75290	10.064	2.825	5.352	7.074	6.720	6.443	6.197	6.087

1.33	6.950	119.49108	9.518	1.924	4.814	6.716	6.561	6.420	6.281	6.216
1.56	5.432	106.25107	8.925	0.494	3.799	5.910	5.992	6.014	6.007	5.995
1.78	3.960	88.20504	8.114	0.	2.399	4.729	5.060	5.257	5.392	5.441
2.00	2.604	68.10938	7.702	0.	0.794	3.324	3.888	4.271	4.524	4.631
2.22	1.417	48.45267	7.062	0.	0.	1.885	2.635	3.135	3.523	3.680
2.44	0.432	30.95766	6.106	0.	0.	0.585	1.452	2.042	2.509	2.700

2.67	-0.338	16.47202	5.083	0.	0.	0.449	1.073	1.575	1.784	
2.89	-0.897	5.12263	0.573	0.	0.	-0.323	0.282	0.775	0.982	
3.11	-1.269	-3.43018	15.658	0.	0.	-0.863	-0.324	0.123	0.313	
3.33	-1.490	-9.75163	9.510	0.	0.	-1.209	-0.768	-0.395	-0.234	
3.56	-1.601	-14.45136	8.292	0.	0.	-1.415	-1.089	-0.801	-0.678	
3.78	-1.649	-18.06792	7.722	0.	0.	-1.539	-1.329	-1.134	-1.045	

4.00	-1.675	-21.01371	7.183	0.	0.	-1.627	-1.521	-1.409	-1.354	
4.22	-1.714	-23.57143	7.168	0.	0.	-1.713	-1.688	-1.643	-1.617	
4.44	-1.791	-25.92503	7.034	0.	0.	-1.818	-1.848	-1.849	-1.843	
4.67	-1.919	-28.19849	6.958	0.	0.	-1.953	-2.010	-2.037	-2.042	
4.89	-2.100	-30.47819	6.819	0.	0.	-2.126	-2.182	-2.213	-2.222	
5.11	-2.323	-32.81113	6.899	0.	0.	-2.335	-2.369	-2.388	-2.392	

5.33	-2.573	-35.19078	6.885	0.	0.	-2.573	-2.570	-2.563	-2.559	
5.56	-2.829	-37.55046	6.868	0.	0.	-2.825	-2.777	-2.739	-2.723	
5.78	-3.068	-39.77671	6.847	0.	0.	-3.000	-2.979	-2.909	-2.881	
6.00	-3.272	-41.74024	6.821	0.	0.	-3.000	-3.160	-3.165	-3.026	
6.22	-3.427	-43.33225	6.794	0.	0.	-3.000	-3.307	-3.196	-3.151	
6.44	-3.527	-44.49267	6.769	0.	0.	-3.000	-3.409	-3.295	-3.249	

6.67	-3.572	-45.22257	6.747	0.	0.	-3.000	-3.467	-3.362	-3.320	
6.89	-3.570	-45.57969	6.728	0.	0.	-3.000	-3.486	-3.401	-3.365	
7.11	-3.535	-45.66102	6.712	0.	0.	-3.000	-3.477	-3.417	-3.391	
7.33	-3.483	-45.57901	6.699	0.	0.	-3.000	-3.454	-3.419	-3.404	
7.56	-3.431	-45.41865	6.688	0.	0.	-3.000	-3.427	-3.416	-3.409	
7.78	-3.394	-45.32423	6.682	0.	0.	-3.000	-3.407	-3.412	-3.410	
8.00	-3.380	-45.27656	6.679	0.	0.	-3.000	-3.400	-3.410	-3.411	

港湾技術研究所報告 第5卷10号

1966年6月

編集兼発行者 運輸省港湾技術研究所

発行所 運輸省港湾技術研究所
横須賀市長瀬3丁目1番1号

印刷所 株式会社 白泉社
東京都港区麻布霞町7