

# 港湾技術研究所報告

REPORT OF PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE  
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

第 4 卷 8 号

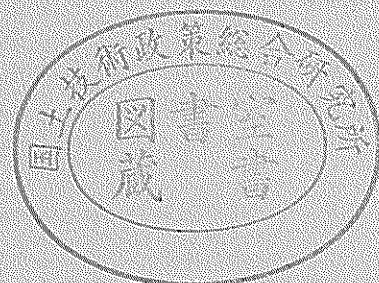
Vol. 4 No. 8

(通卷第 19 号)

埠頭の貨物取扱能力についての研究……………工藤和男, 高野聖三, 奥山育英

1965年 11月

運輸省港湾技術研究所



港湾技術研究所報告第4巻8号  
埠頭の貨物取扱能力についての研究

正 誤 表

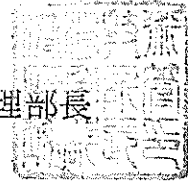
ページ	誤	正
3		※3 横浜市：横浜港統計年報 昭和37年 P201, 204 接岸率以降は筆者 の計算値
10	※11 <u>J</u> USE 出版社	※11 <u>J</u> USE 出版社
19	$x^2 I \geq x^2_{0.50}, x^2 II < x^2_{0.75}, x^2 III \geq x^2_{0.25}$	$x^2 I \leq x^2_{0.50}, x^2 II < x^2_{0.75}, x^2 III \geq x^2_{0.25}$
28	i) $0 \geq x \leq b-a$	i) $0 \leq x \leq b-a$
30	Exyponential+Uniform	Exponential+Uniform
30	i) $0 \geq x \leq b-a$	i) $0 \leq x \leq b-a$
30		※7 母数 $k\lambda$ の指数分布にしたがうとき
31	Eloments	Elements
32	期間連結	期間連続
36	SIMUL <u>A</u> TION	SIMUL <u>A</u> TION
37	〃	〃
41	[ 1 ] Sc <u>i</u> entific	[ 1 ] Sc <u>i</u> entific
41	[15] 195 <u>7</u>	[15] 195 <u>1</u>
42	港湾局関係の業務資料 § [19] 長尾義三	§ 港湾局関係の業務資料 [19] 長尾義三
42	[29] Lih <u>d</u> gren	[29] L <u>i</u> ndgren
43	奥山育英* <u>1</u>	奥山育英**
43	* <u>1</u> 設計基準部計算室	**設計基準部計算室
66	まず $n=0$ で $S$ が <u>0</u> か $S$ までふえ,	まず $n=0$ で $S$ が <u>0</u> から $S$ までふえ,

港企第75号

昭和41年4月21日

第四港湾建設局  
先任港湾工事検査官殿

港湾技術研究所管理部長



港湾技術研究所報告等の送付について

下記の報告および資料を別添送付します。

なお、今後送付の参考および送付先一覧簿の整理のため別紙アンケート票により調査いたしますから6月15日迄に管理部企画課宛回答願います。

記

港湾技術研究所報告（和文編）	第4巻8号～第4巻11号 第5巻1号～第5巻5号
港湾技術研究所報告（欧文編）	No.11
港湾技研資料	No.21～No.22

# 埠頭の貨物取扱い能力についての研究

## 目 次

英文要旨	1
まえがき	2
I 埠頭の機能分析と問題の定式化	2
1. 埠頭の機能分析	2
2. 埠頭の機能を測る基準	3
3. 通常の埠頭能力の算定法	7
4. 現在までの待ち合せモデル	12
5. 問題の定式化	14
II モデルの構成とパラメーターの推定及び検定	14
1. 入港隻数の分析	15
2. 在港時間を決定する要因	19
3. 一船当りの揚積貨物量	20
4. 揚積貨物量のハッチごとのバラツキ	25
5. 荷役速度の原単位 ——時間, ハッチ, ギヤング当り荷役量——	27
6. 接岸時間分布	28
7. シミュレーションモデルの構成	28
8. 数式モデルの構成	29
III モデルの解法と検討	32
1. シミュレーションによる解	32
2. 解析的な解法による解	33
3. 両解法による解の比較	36
4. 平均待ち時間の簡易計算法	37
5. 遷移状態について ——その原型としての単純な攪乱が入るとき——	38
あとがき	41
参考文献	41

# 埠頭の貨物取扱能力についての研究

工 藤 和 男  
高 野 聖 三  
奥 山 育 英

## Study On Cargo Handling Capacity of General Cargo Berths

By Kazuo Kudo,\* Shyozo Takano\*\* and Yasuhide Okuyama\*\*

### Synopsis

The determination of optimum number of berths under given conditions is one of the inevitable problems for all civil engineers engaged in port and harbour planning, but, their conclusions concerning this problem are, in most case, far from clear cut.

One of major difficulties in this problem is forecasting the amount of cargo handled, another is estimating cargo handling capacity in a given project.

An approach from the point of view of Operations Research has been proposed for the latter problem, cargo handling capacity especially of general cargo berths.

The problem was formulated into Waiting Line type model of multiple channels, with poisson arrival and Erlang service.

Veridity of this model has been checked by the observations in two leading terminal ports in Japan, namely, Yokohama and Kobe.

Solutions has been derived analytically and also by simulation. The discrepancy between the solutions derived by those two methods is satisfactorily small.

The system's behaviour not only under the steady state, but also under the transient state has been studied and tables summarizing steady state solutions are included.

Lee-Longton's conventional formula has been reexamined in several cases and shows fairly good approximation.

---

\* Former Chief, Computation Center

\*\* Research Engineer, Computation Center

# 埠頭の貨物取扱い能力についての研究—I

工 藤 和 男\*  
高 野 聖 三\*\*

## まえがき

埠頭、とくに定期船を対象とする雑貨埠頭の貨物取扱い能力については福島氏の先駆的な仕事や運輸省の神戸港工事々務所、京浜港工事々務所などのORの手法を用いた解析がおこなわれているが、従来の経験的な判断にかえてこれらの成果を全面的に採用するためには未だ十分に検討されたとはいえない状態である。

問題点の第一は、待ち合せ理論を適用する際の“入港船の時間的な分布”、“サービスの時間的な分布”などについて十分な統計的な検討が加えられていないことである。第2はこれらのモデルにおいて“我々が制御出来る変数(Control variable)”がはっきりと把握されていないこと、第3は定常状態のみが扱われていて遷移状態についての取扱いがないことである。これらとやや異質の問題として評価の基準をどうとるかという問題がある。

本報告においては第1、第2、第3の問題点についてこれを掘り下げ、これまでの解析をさらに一般化した形でモデルを構成し、電子計算機を用いて、シミュレーションと解析的な方法の両者によって解を求めた。

シミュレーションにおいては遷移状態についての検討を加え、その原型となる単純な攪乱が加わったときの系の挙動についてその扱い方を示した。

解析的な扱いでは、現在まで待ち合せ理論の問題として実用的な解の発表されていない i)ポアソン到着、ii)アーランサービス、iii)複数窓口について先着順サービス、一定数以上の待ち数で溢れが起るとして取扱い、これを解いたうえで我々が問題にする範囲の数表およびグラフを作成した。

## I. 埠頭の機能分析と問題の定式化

埠頭の貨物取扱い能力を決めるためには、非常にたくさん  
の要因について検討しなければならない。埠頭の機能

という場合でも種々の視方が可能であるが、ここでは一応貨物の流れに着目して分析を試みる。したがって、ここで扱う埠頭の貨物取扱い能力というものは幾つかの制限条件が満足されたときのみ適用出来る性質のものであることは当然で、全く異なったタイプの問題として定式化することも可能であり、今後そのような研究がおこなわれることが望ましい。

### 1. 埠頭の機能分析

貨物の流れを対象として埠頭の機能を考えるならば、“陸上輸送と海上輸送の結節点”という港湾の機能を営む中枢が埠頭であるといえる。すなわち、埠頭の営む機能の中心的なものは背後地から送られてくる貨物<sup>1)</sup>(このなかには埠頭の隣接地帯で生産される貨物も含めて考える。)を船舶に積込むこと、および船舶によって運ばれて来た貨物を陸揚し、背後地(埠頭の隣接地帯であることもある。)へ発送することである。この機能を円滑におこなうために貨物の一時保管、仕分け、が必要となり、さらに商品の検査や輸出入貨物の場合の通関、包装の手直し、商品マークの打変えなどの作業がおこなわれることもある。このほかにも船舶の給水、燃料、食糧の補給、乗組員の上陸等々のことが埠頭を場としておこなわれるが貨物の流れを対象とした本論とは一応切離して考察できよう。

このような諸機能を営むための前提として埠頭は船舶を安全に繫留するという必要がある。或る種の埠頭にとってはそれが最も重要な機能であるが、ここではあくまで貨物の荷役をその中心機能とする埠頭について検討することとし、荷役が安全におこなえるような状況の下では船舶の繫留もまた安全を保証されていることを前提としておく。

以上のような考察の結果、埠頭を場とする貨物の流れを単純化して図I-1のようにまとめることができよう。

1. ここでは旅客埠頭については考察しない。

\* 前設計基準部計算室長

\*\* 設計基準部計算室

# “埠頭の貨物取扱能力についての研究”

工 藤 和 男  
高 野 聖 三  
奥 山 育 英

## Study On Cargo Handling Capacity of General Cargo Berths

By Kazuo Kudo,\* Shyozo Takano\*\* and Yasuhide Okuyama\*\*

### Synopsis

The determination of optimum number of berths under given conditions is one of the inevitable problems for all civil engineers engaged in port and harbour planning, but, their conclusions concerning this problem are, in most case, far from clear cut.

One of major difficulties in this problem is forecasting the amount of cargo handled, another is estimating cargo handling capacity in a given project.

An approach from the point of view of Operatoins Research has been proposed for the latter problem, cargo handling capacity especially of general cargo berths.

The problem was formulated into Waiting Line type model of multiple channels, with poisson arrival and Erlang service.

Veridity of this model has been checked by the observations in two leading terminal ports in Japan, namely, Yokohama and Kobe.

Solutions has been derived analytically and also by simulation. The discrepancy between the solutions derived by those two methods is satisfactorily small.

The system's behaviour not only under the steady state, but also under the transient state has been studied and tables summarizing steady state solutions are included.

Lee-Longton's conventional formula has been reexamined in several cases and shows fairly good approximation.

---

\* Former Chief, Computation Center

\*\* Research Engineer, Computation Center

# 埠頭の貨物取扱い能力についての研究—I

工 藤 和 男\*  
高 野 聖 三\*\*

## まえがき

埠頭、とくに定期船を対象とする雑貨埠頭の貨物取扱い能力については福島氏の先駆的な仕事や運輸省の神戸港工事事務所、京浜港工事事務所などのORの手法を用いた解析がおこなわれているが、従来の経験的な判断にかえてこれらの成果を全面的に採用するためには未だ十分に検討されたとはいえない状態である。

問題点の第一は、待ち合せ理論を適用する際の“入港船の時間的な分布”、“サービスの時間的な分布”などについて十分な統計的な検討が加えられていないことである。第2はこれらのモデルにおいて“我々が制御出来る変数(Control variable)”がはっきりと把握されていないこと、第3は定常状態のみが扱われていて遷移状態についての取扱いがないことである。これらとやや異質の問題として評価の基準をどうとるかという問題がある。

本報告においては第1、第2、第3の問題点についてこれを掘り下げ、これまでの解析をさらに一般化した形でモデルを構成し、電子計算機を用いて、シミュレーションと解析的な方法の両者によって解を求めた。

シミュレーションにおいては遷移状態についての検討を加え、その原型となる単純な攪乱が加わったときの系の挙動についてその扱い方を示した。

解析的な扱いでは、現在まで待ち合せ理論の問題として実用的な解の発表されていない i) ポアソン到着、ii) アーランサービス、iii) 複数窓口について先着順サービス、一定数以上の待ち数で溢れが起るとして取扱い、これを解いたうえで我々が問題にする範囲の数表およびグラフを作成した。

## I. 埠頭の機能分析と問題の定式化

埠頭の貨物取扱い能力を決めるためには、非常にたくさん  
の要因について検討しなければならない。埠頭の機能

という場合でも種々の観方が可能であるが、ここでは一応貨物の流れに着目して分析を試みる。したがって、ここで扱う埠頭の貨物取扱い能力というものは幾つかの制限条件が満足されたときのみ適用出来る性質のものであることは当然で、全く異なったタイプの問題として定式化することも可能であり、今後そのような研究がおこなわれることが望ましい。

### 1. 埠頭の機能分析

貨物の流れを対象として埠頭の機能を考えるならば、“陸上輸送と海上輸送の結節点”という港湾の機能を営む中枢が埠頭であるといえる。すなわち、埠頭の営む機能の中心的なものは背後地から送られてくる貨物<sup>1)</sup>(このなかには埠頭の隣接地帯で生産される貨物も含めて考える。)を船舶に積込むこと、および船舶によって運ばれて来た貨物を陸揚し、背後地(埠頭の隣接地帯であることもある。)へ発送することである。この機能を円滑におこなうために貨物の一時保管、仕分け、が必要となり、さらに商品の検査や輸出入貨物の場合の通関、包装の手直し、商品マークの打変えなどの作業がおこなわれることもある。このほかにも船舶の給水、燃料、食糧の補給、乗組員の上陸等々のことが埠頭を場としておこなわれるが貨物の流れを対象とした本論とは一応切離して考察できよう。

このような諸機能を営むための前提として埠頭は船舶を安全に繋留するという必要がある。或る種の埠頭にとってはそれが最も重要な機能であるが、ここではあくまで貨物の荷役をその中心機能とする埠頭について検討することとし、荷役が安全におこなえるような状況の下では船舶の繋留もまた安全を保証されていることを前提としておく。

以上のような考察の結果、埠頭を場とする貨物の流れを単純化して図I-1のようにまとめることができよう。

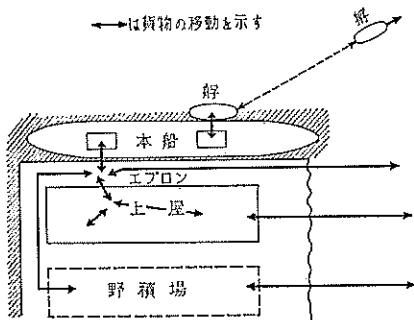
1. ここでは旅客埠頭については考察しない。

\* 前設計基準部計算室長

\*\* 設計基準部計算室



図 I-1 埠頭における貨物の流れ



これから判るように貨物の流れは

- (1) 本船 ← エプロン ← 野積場  
上屋 ← 背後地
- (2) 本船 ← エプロン ← 背後地
- (3) 本船 ← 昇 ← 物揚場  
埠頭 ← ……

の三種類があり、そのうち(3)の場合は物揚場を一つの埠頭と考え、昇を本船に置換えてみれば点線の矢印を除いて(1)又は(2)の経路が附加されると考えてよい。したがって貨物の流れの大きさ(速度)を決めるのは三つの段階がある、その1は本船と埠頭エプロン、その2は埠頭エプロンと上屋又は野積場、その3は上屋又は野積場と背後地への(或は背後地からの)輸送機関との間におこなわれる荷役である。本船と昇の間の荷役は後で検討するように、一応本船と埠頭エプロン間の荷役に類推を求めることが可能である。むろんこの他にも上屋および野積場内の貨物の仕分け保管もこれに影響を与えることは当然である。視方を変えて、1)本船と埠頭エプロン(或は昇)の間の荷役、2)埠頭エプロン上の荷役、3)上屋、野積場での荷役に区分することも可能であり、埠頭によってはエプロン上の荷役をおこなわず、本船と上屋、或は本船と背後地への輸送機関(或は背後地からの)との間で荷役を行うよう設計されているものもある<sup>2)</sup>。しかしながら、新たに埠頭を計画する立場から考えると、埠頭の貨物の流れを規制し最もクリティカルなものとなる荷役は、本船と埠頭エプロン(あるいは、本船と昇)の間の荷役である。何故ならば、それ以外の段階における荷役については、計画上要請される能力に合せて施設を設計し建設することが比較的容易であると考えられるからである。(新たに埠頭を計画するのではなく、既設の埠頭の改良を扱う場合には各段階の荷役能

2. 例えば神戸港第7突堤の計画  
東 寿;港湾計画論, 日本港湾協会

力のバランスを検討しネックになっているカ所を改善することになるから、このことは妥当しない。

それでは、実際に埠頭で取扱われる貨物量はどの程度なのであるか、一応統計データを調べてみる。表I-1は昭和37年の横浜港の主要埠頭についての使用実績<sup>3)</sup>を示すものである。

この表からも埠頭の貨物の流れを規制するのが本船と埠頭エプロン(あるいは本船と昇)の間におこなわれる荷役であることが明らかになる。すなわち、各バース別の荷役速度(そのバースの取扱貨物量の合計/そのバースの延接岸時間)を計算すると平均 27.2 t/hr. 最高 37.2 t/hr. となる。いま仮に、その全量が経岸貨物(昇によらない貨物)になったとしてもエプロン上での荷役、上屋内での荷役がこれに追従できないとは考えられない。しかも現実には経岸率(経岸貨物合計/取扱貨物合計)は平均で 23.1%, 最高で 33.5%と極めて低いのであるからなおのことである。経岸率を引き上げる必要は、合理的な港湾荷役をおこなううえで各方面から要望されている大きな問題の一つであるがこのことからも埠頭の取扱貨物量をどう推定するかという問題とは別に扱うことができる性質のものであると判断出来る。そのうえ、空バースの状態(本船が埠頭に接岸していない状態)が平均で 35.6% と 1/3 強を占めているのだから、これを考慮すると前述の推定は益々確からしさを増して行く。

そのほか、このデータから、一船当りの平均揚積貨物量が 1200~1300 t であること、これらの埠頭に接岸する本船の船型が平均 7,000 G.T 程度であること、接岸本船のうち約 15% の不荷役船があることなどが読み取れる。

埠頭の機能を分析してゆくうえで見逃がしてはならない問題点として、適正な埠頭の接岸率(そのバースの年間本船延接岸時間/そのバースの年間延接岸可能時間)を見出すことがある。

埠頭だけを単独に考えれば埠頭の接岸率が高い方が好ましいのは当然のことであるが、高い埠頭の接岸率を実現するためには本船の接岸待ちが増加することになり、貨物の輸送を全体として考えれば望ましいこととは云えないことになる。

## 2. 埠頭の機能を測る基準

埠頭の良否を判断するとき、人はそれぞれの立場で、様々な基準をもとにして意見を形成する。しかし、現実には計画、建設運営される埠頭についていえば、その埠頭

表 I-1 横 浜 港 主 要 埠 頭 使 用

バース名		バース諸元			接岸本船			埠頭本船		取扱貨物
地区	船席名	延長	水深	エプロン巾	隻数	総屯数	延時間	隻数	総屯数	合計屯数
大 棧 橋 埠 頭	A	150	9	19	158	1,222,318	5,466	140	1,112,557	156,841
	B	150	11	19	101	580,202	3,737	97	552,615	91,521
	C	150	11	19	175	1,902,109	5,260	157	1,710,529	147,267
	D	150	11	9	160	1,236,137	5,024	127	1,080,112	126,934
	E	150	11	9	130	902,200	4,915	109	783,650	109,313
	F	150	9	9	147	1,051,507	5,245	130	986,033	135,251
	Σ	900	—	—	871	6,894,473	29,647	760	6,225,496	767,127
山 下 埠 頭	1	180	12	15	175	1,157,748	6,398	129	956,596	181,079
	2	200	12	15	185	1,253,586	6,964	151	980,843	186,181
	5	180	10	15	133	1,047,081	6,097	116	938,575	158,248
	Σ	560	—	—	493	3,458,415	19,459	396	2,876,014	525,508
新 港 埠 頭	3	180	8.5	14.3	119	843,208	5,887	110	781,747	180,801
	4	208	10.8	11	135	1,139,163	6,477	118	1,027,056	190,568
	5	159	9	12	121	945,264	6,096	112	885,115	219,171
	7	159	7	7.25	99	808,102	3,750	91	750,654	139,517
	9	235	9.2	14.65	157	440,120	5,241	116	369,203	98,339
	10	105	8.2	14.65	129	982,793	5,775	116	903,152	194,890
	Σ	1,153	—	—	881	6,059,740	39,131	771	5,545,615	1,228,108
高 島 埠 頭	A	130	7.3	6.2	179	564,057	5,739	140	478,773	127,943
	B	130	7.3	6.2	146	466,663	5,204	131	413,901	112,980
	C	145	8.0	3.2	142	560,777	5,890	127	523,535	118,476
	D	145	8.0	3.2	123	604,693	5,129	109	551,118	117,349
	E	198	9.0	11.81	126	906,626	5,552	104	779,573	132,501
	F	198	9.0	11.81	131	970,664	5,661	102	774,273	133,210
	Σ	946	—	—	847	4,073,480	33,175	713	3,521,173	742,459
ΣΣ		3,559			3,092	20,486,108	121,412	2,640	18,168,298	3,263,202

85.1% で補正して  $27.2 \times \frac{1}{0.85} = 32 \text{ t/h}$

実 績 (昭和 37 年)

接 岸 率 (%)	荷 役 速 度	M当り荷役量	一船当り荷役量	経 岸 率	標 準 本 船	荷 役 率
	(取扱貨物合計) (延接岸時間)	(取扱貨物合計) (バース延長)	(取扱貨物合計) (荷役本船隻数)	(経岸貨物合計) (取扱貨物合計)	(接岸総屯数) (接岸総隻数)	(荷役本船隻数) (接岸本船隻数)
	t/h	t	t	%	G.T.	%
62.4	28.7	1,046	1,120	25.4	7,736	88.6
42.7	24.5	610	944	21.7	5,745	96.0
60.0	28.0	982	938	29.0	10,869	89.8
57.4	25.3	846	999	23.7	7,725	79.4
56.1	22.2	729	1,003	21.8	6,940	83.8
59.9	25.8	902	1,043	17.8	7,153	88.4
56.4	25.9	852	1,009	23.5	7,915	87.3
73.7	28.3	1,005	1,404	33.5	6,615	73.7
79.5	26.7	930	1,233	32.5	6,776	81.6
69.6	26.0	879	1,364	19.7	7,872	87.2
74.3	27.0	938	1,334	28.6	7,088	80.8
67.2	30.7	1,004	1,644	23.5	7,086	92.4
73.9	29.4	916	1,615	22.1	8,438	87.4
68.9	36.0	1,378	1,957	24.9	7,812	92.5
42.8	37.2	877	1,533	28.0	8,163	91.9
59.8	18.8	418	848	21.4	2,803	73.8
65.9	33.7	1,856	1,680	22.1	7,062	89.9
67.4	34.7	1,914	1,897	27.6	7,447	89.2
63.7	33.5	1,195	1,696	24.2	6,973	88.2
64.7	22.3	984	914	18.3	3,151	78.2
59.4	21.7	869	862	17.5	3,196	89.7
67.2	20.1	817	933	9.4	3,949	89.4
58.6	22.9	809	1,077	10.5	4,916	88.7
63.4	23.9	669	1,274	20.0	7,195	82.5
64.6	23.5	672	1,306	20.0	7,410	77.8
63.1	22.4	784	1,041	16.1	4,809	84.1
64.4	27.2	942	1,270	23.1	6,696	85.1

の管理者<sup>4)</sup>の基準に照らして最も良いとされる埠頭のみが実現する。したがって、筆者が以下に発表しようとしているような研究は、どのような性質のものであれ、港湾の（或は埠頭の）管理者の判断の基準で測りうるようなものになっていなければ現実を改善するという観点からは無意味なものとなることは明らかである。もしそうになっていない場合には、何らかの方法で管理者が新しい判断の基準を採用するようにしむけなければならないことになる。

ここでは前者の方法を採り、管理者が埠頭の良否を判断する際に除外することが出来ないと思われるような基本的な要因を採り上げ、それらの諸要因の間の関係を明確にしてゆくという方向に研究を進めた。

現在最も広くおこなわれている埠頭的设计方法は

(1)何らかの方法で新たに建設されるべき埠頭で荷役される貨物の種類、数量を推定する。

(2)従来の経験からその港、あるいは他の港で建設された同種の埠頭の貨物取扱量を基にして必要延長をきめる。このとき対象船舶の船型から一バース当りの諸元はほぼ決るから端数を計画年次に合せて調整する。

(3)このような能力を持つ埠頭を、最少の工費で、一定の時間内に建設出来るよう設計し施工する。

この方法は一種の標準化された埠頭を仮定し、その埠頭の機能はすべて等しいものと考え、ただ建設費を最少にすることを埠頭の良否を決める基準とすることと云い換えてもよからう。ここでは、(この仮定が正当なものとすれば)建設費最少(耐用年数一定として)すなわちその埠頭で扱われる貨物の輸送費(荷役費)最少が仮定されている。これは維持、管理費を一定とするか、荷役原価中に占めるその比重が極めて少であると考えられるかしなければ成立しない。

ただ見落してならないことは、我が国の場合その法制上国費を支出する範囲が埠頭の諸施設の一部、主として岸壁に限られていることから、このような方法は直接には国費の支出を最少にすることを狙っていると解釈できる面をもっていることである。

しかし、いづれにせよ埠頭における荷役原価が全体として高くなれば、運賃という形で波及しやがては国民個々の負担になる(極めて大づかみに云って)のであるから、考え方の基本は埠頭における荷役費を最少にすることにあると観るべきと思われる。もしそうだとすれば、

4. 我が国の港湾管理者がこいいう管理者と必ずしも一致しないこともあるかも知れない。一応、その埠頭の計画、建設、管理、運営の意志決定者(decision maker)と考えて欲しい。

この方法は前に述べたような観点があり、そのうえに仮定されている標準化された埠頭が一定の機能を保証するようなものとはなっていないうらみがある。この問題はI-3で扱うこととするが、このようになっている根本原因は埠頭の機能についての分析が充分おこなわれておらず、その結果埠頭が持っている、いくつかの機能の相対的な価値づけが出来ず、また或る機能を定められたレベルで発揮させるのはどうすればよいか明確にされていないところにある。

このような欠点を克服するために「埠頭における荷役コストを最少にする」という立場をより明確に打ち出してオペレーションズ・リサーチの手法そのうちでも特に待ち合せ理論(Queueing Theory)一を援用したアプローチが試みられている<sup>5)</sup>。これについてはI-4で現在までに試みられたモデルの概要とその限界を検討することにする。

いづれにしても、「埠頭における貨物の荷役コスト」は埠頭の機能を判定する重要な基準となっていることは疑いのないところである。

表I-2は「埠頭における貨物の荷役コスト」に影響を与える主な要因を列記したものである。

表I-2 埠頭の荷役コストに影響する主要因  
(単位:年)

グループ I (単位:円/年)	埠頭の建設費用の償却 埠頭の運営費 直接荷役費
グループ II (単位:t/年)	取扱貨物量
グループ III (単位:円/年)	接岸待ちによる本船の損失 他の不経済荷役をおこなうこと による損失

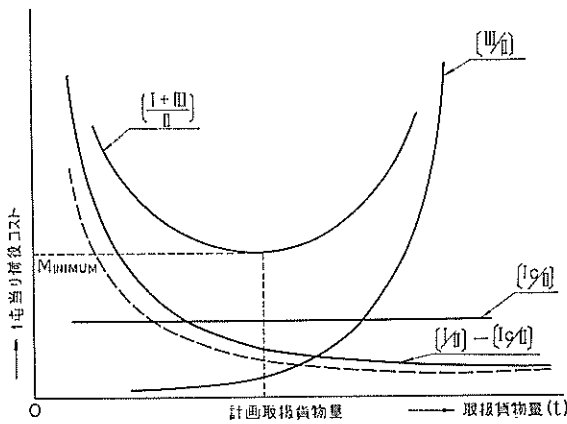
ここにグループIに分類したものはいづれにせよ年間に取扱った貨物を処理するために必要となった経費の総計を挙げることにし、個々の費用をどのように分類するかは問題にしないことにする。ただし、接岸解荷役の場合、原則として背後地への輸送機関(或は背後地からの)に貨物が出る(或は、から降される)までを考える。取扱貨物量は接岸解荷役された貨物を含み、その埠頭に接岸した本船の揚積貨物の総量を意味する。グループIIIの接

5. 例えば長尾義三:港湾技術の発展に関する方法論的研究;第三港湾建設局。第二港湾建設局京浜港工事事務所:山下埠頭利用計画書;第二港湾建設局。第三港湾建設局:六甲埠頭計画資料別刷;第三港湾建設局。

岸待ちによる本船の損失は一般に滞船料 (demarage) の形で扱われ、他の不経済荷役による損失は、常識的には沖荷役と接岸荷役のコストの差と考えられよう。

これらのグループの要因の間の定性的な関係を考えてみる。まづグループ I の費用を一定として一つの埠頭が完成されたと仮定しよう。このときの II と III の関係はどうなるだろうか。この埠頭が設備過剰であったとすれば I/II の値は極めて大きくなり、III/II の値は 0 に近いところに落ち着く、反対に過少であれば I/II の値は小さくなるが III/II の値は非常に大きくなる。直接荷役費を取扱貨物量に比例すると考え、これを  $I_c$  と書きこの関係を模型的に図示すれば図 I-2 のようになる。

図 I-2 定性的な埠頭における荷役コスト



この図で考えれば  $\left\{ \frac{I+III}{II} \right\}$  の最小値が計画取扱貨物量のところへくるように I 及び II を決めるかということが埠頭の設計の主目的になる。現在一般におこなわれている埠頭の設計法では  $[I/II] - [I_c/II]$  カーブを図 I-2 の点線のように引下げることしかおこなっておらないことになり、 $\left\{ \frac{I+III}{II} \right\}$  の最小値が計画取扱貨物量の上にくるという保証はない。

$\left\{ \frac{I+III}{II} \right\}$  の最小値が計画取扱貨物量のところに来るようにするには  $[I/II]$  カーブ、および  $[III/II]$  カーブを変化させる手段が明らかになっていなければならない。直観的に考えられることは (1) 本船と埠頭エプロン (或は艇) の間の荷役速度を変えること。 (2) 一定の建設費を使用するとしても埠頭のバース数を変化させることと、一バース当りの荷役速度を変化させることの両者の間の資金配分の組合せを変えること。 (3) 可能ならば本船の到着の分布を一様化すること。などがある。本論では以下、コストの検討はおこなわずに、このような取扱をする場合に前提とされる埠頭における取扱貨物量 (それを規制するものとしての本船と埠頭エプロンあるいは艇間の荷役量) と本船の接岸待ちの関係を詳細に論じようとするものである。

### 3. 通常の埠頭能力の算定法

前節で述べた現在最も広くおこなわれている埠頭の設計 (あるいは計画) で問題にしている埠頭の能力は、その埠頭の年間貨物取扱能力で代表される。現在わが国で

表 I-3 貨物船バースの標準寸法と貨物取扱量試算

トン数	バースの長さ	バースの水深	貨物取扱量試算		
			800 t/m	1,000 t/m	1,200 t/m
7,000 $D/W$	145m	8.0m	116,000 <sup>t</sup>	145,000 <sup>t</sup>	174,000 <sup>t</sup>
8,000	155	8.5	124,000	155,000	186,000
9,000	160	9.0	128,000	160,000	192,000
10,000	165	9.0	132,000	165,000	198,000
12,000	175	9.5	140,000	175,000	210,000
15,000	185	10.0	148,000	185,000	222,000
17,000	190	10.5	152,000	190,000	228,000
20,000	195	11.0	156,000	195,000	234,000

おこなわれている港湾建設事業でも特別な制約条件のない限り、埠頭の語元は「港湾工事設計要覧」（日本港湾協会）によって設計される。表 I-3 は同書からの抜粋である<sup>9)</sup>。

ただこの表には貨物の取扱能力については記載がないので、バース延長 1 米当りの年間取扱貨物量を仮定して試算してみた。現在大学の教科書として使用されている単行本でこの数値を載せているものを調べてみると、航洋大型船を対象とする雑貨埠頭では 800 t/m year 程度としているのが普通である。例えば、鈴木雅次「港工学」<sup>7)</sup>では、設計用の荷役能力の標準として、普通埠頭で、繫船埠頭 800 t/m year、物揚場 400 t/m year としている。この値を用いて「港湾工事設計要覧」のバースの標準寸法から一バース当りの年間取扱貨物量を計算したのが表 I-3 の第 4 欄の値である。この値は横浜港における典型的な雑貨バースである大棧橋、山下両埠頭のそれをやや下廻り、高島埠頭の値とほぼ一致する。しかし、この値を泊地の沖荷役の能力と比較してみると問題点が明らかになる。

表 I-4 泊地の沖荷役の一年間の能力

対象船舶	G.T 4,000	5,000	6,000	8,000	10,000
泊地水深	m 7.9	8.1	8.4	8.9	9.5
一年間荷役量	t 80,000	100,000	120,000	140,000	160,000

再び「港工学」から引用すると<sup>8)</sup> 泊地の沖荷役能力は表 I-4 のような値になる。

これと比較を試みるために昭和 37 年の横浜港の主要繫船浮標の使用実績を整理してみたのが表 I-5<sup>9)</sup>である。

表 I-5 で取扱貨物合計屯数及び繫留率の欄にあるカッコ書きは双繫留を考慮して単位船席数当りに換算した値である。まづ注目されるのは 1 バース当りの取扱貨物量が No. 32 を除いていずれも表 I-4 の値を可成り上廻っていることである。No. 32 については主な荷役品種が鋼材であることが判っているから 17 t/h という荷役速度（取扱貨物量合計／延繫留時間）はそう低いものではないと思われる。更に興味をひくのは表 I-1 と比較しても繫留率において大差なく、荷役速度においてはこれを幾分上廻る値を示していることである。ここでは取扱貨物の品種構成の詳細が不明であるために、早急に結論づけることは避けなければならないが、標準本船、一船当り荷役量などの値を参考にして判断すれば、現在のところ接岸荷役と沖荷役の速度は大差ないといえよう。

ここで観方を変えて実際のバース当りの貨物取扱能力がどのように変化しているかを統計データから検討してみる。表 I-6 は横浜港の大棧橋埠頭の各バースの貨物取扱量の変動を示したものである<sup>10)</sup>。まづこのデータを年度、バースの間に全く本質的な差がないものと仮定して（取扱貨物量の変動は全くある値を中心にランダムに分布すると考え）ヒストグラムを作ってみたのが図 I-3 である。

表 I-6 横浜港大棧橋埠頭貨物取扱実績

（昭和 28 年～昭和 37 年，単位 千屯）

年 バース	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	平均値
A	138.7	171.7	204.6	184.9	172.5	177.9	184.6	137.7	158.6	156.8	168.8
B	116.9	124.1	152.9	133.8	130.8	120.2	130.7	109.4	84.2	91.5	119.5
C	141.8	125.4	136.9	142.6	163.1	151.6	119.9	155.0	111.8	147.3	139.5
D	121.9	155.0	154.0	140.2	131.1	126.7	130.1	123.0	139.6	126.9	134.9
E	111.8	131.2	172.3	193.2	164.7	141.5	149.3	124.3	136.6	109.3	143.4
F	88.6	152.1	188.0	161.9	144.3	119.4	141.5	154.4	150.6	135.2	143.6
平均値	120.0	143.3	168.1	159.4	151.1	139.6	142.7	134.0	130.2	127.8	141.6

6. トン数、バースの長さ、バースの水深の欄は同書 P.129～130 からの抜粋

表I—5 横浜港主要繫船浮標使用実績（昭和37年）

繫船浮標			繫留本船			荷役本船	
名称	水深	繫船能力	隻数	総吨数	延時間	隻総	総吨数
No. 6	9.7 <sup>m</sup>	15,000 GT	149	982,347	6,286	121	757,755
8	8.2	15,000	142	852,630	6,012	108	665,928
9	7.7	15,000	160	945,046	6,175	130	751,963
20×21	10.6~10.9	10,000	99	759,042	4,096	82	636,975
22×23	10.0~10.6	10,000	112	866,846	5,112	101	766,274
24×25	10.8~12.0	10,000	119	896,367	5,043	97	724,554
26, 27 28, 29	10.4~12.3	6,000~ 10,000	299	1,765,020	14,665	217	1,282,750
32	9.0	10,000	110	591,773	5,545	68	357,769
33×34	9.3~9.8	10,000	92	614,887	4,486	87	612,486
35, 36 37, 38	9.3~10.7	10,000	189	1,464,523	9,888	143	1,117,705
39, 40, 41 42, 43	10.7~11.5	10,000~ 20,000	246	2,085,836	16,280	158	1,297,173

表I—5 (つづき)

取扱貨物合計吨数	繫留率	荷役速度	一船当り荷役量	標準本船	荷役率
	(%)	(取扱貨物量合計) (延繫留時間)	(取扱貨物量合計) (荷役本船隻数)	(接岸総吨数) (接岸総隻数)	(荷役本船隻数) (接岸本船隻数)
207,468	71.8 %	33.0 t/h	1,715 <sup>t/ship</sup>	6,262 <sup>GT</sup>	81.2 %
190,480	68.6	31.7	1,764	6,166	76.1
212,640	70.5	34.4	1,636	5,784	81.3
127,037	46.8	31.0	1,546	7,767	82.8
195,653	58.4	38.3	1,937	7,587	90.2
149,569	57.6	29.7	1,541	7,469	81.5
(198,822) 397,643	(83.7)	27.1	1,832	5,911	72.6
94,196	63.3	17.0	1,385	5,261	61.8
150,168	51.2	33.5	1,726	7,040	94.6
(142,324) 284,648	(56.4)	28.8	1,991	7,816	75.7
(167,638) 419,096	(74.3)	25.7	2,652	8,209	64.2

7. 鈴木雅次：港工学：風間書房（昭和27年版）P. 363

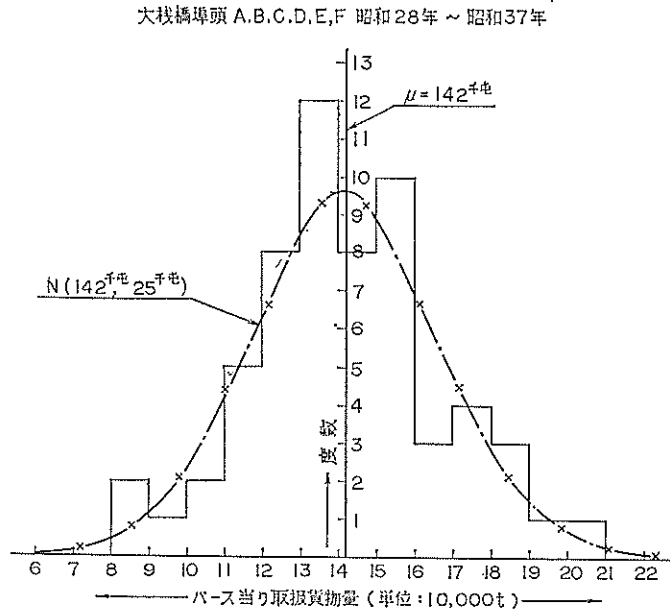
8. 同上 P. 230

9. 10. 横浜市：横浜市港湾統計年報による

ここで問題となる点はA~Fの各埠頭は全く同一のものではなく表I-1に挙げたように水深はAとFが-9<sup>M</sup>, その他が-11<sup>M</sup>, エプロン巾がA~Cでそれぞれ19<sup>M</sup>, その他が9<sup>M</sup>となっていることである。AとFの平均値は156.2千屯、その平均は134.4千屯、A, B

及びCの平均は142.9千屯、D, E及びFの平均は140.6千屯となって大棧橋埠頭についてみる限り、水深とエプロン巾による差はその他の影響に比較して無視してよいと考えられる。

図-1-3 横浜港大棧橋埠頭バース当り貨物取扱量の変動



図I-3のカーブは平均値と分散がデータと等しい正規分布である。これをみると、ほぼ  $N(124, 25)$  で近似出来るといえる。しかし、表I-6のバースごとの平均値でみるとAバースの平均値は168.8千屯、Bバースの平均値は119.5千屯となってそれぞれ、前者は大、後者は小に、ともに総平均141.6千屯から離れている。これが有意の差であるかどうかを統計的に検定してみよう。まづ分散の一樣性(各バースごとのデータを考えて10年間の平均値のまわりの分散をみる。)をハートレー(Hartley)の方法で検定する。

表I-7 各バースごとの取扱貨物量の不偏分散  
(単位: (1,000 t)<sup>2</sup>)

バース名	A	B	C	D	E	F
不偏分散	446	415	264	144	695	692

表I-7は各バースごとの不偏分散の値である。このうちの最大のもの  $V_E=695$  と、最少なもの  $V_D=144$  との比をとって  $F_{\max} = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{695}{144} \approx 4.82$  となるから、自由度  $k=10-1=9$ , 組数  $f=6$ , 危険率  $\alpha=5\%$  として  $F_{\max}(k, f; \alpha) = 7.80$ <sup>11)</sup> 比較すれば、等分散の仮説は危険率5%では棄却出来ない。

母集団が、それぞれのバースごとを考えて、正規分布をしており、平均値は異なっているかも知れないが分散は等しいと考え、分散の不偏推定値を求めると(I-6表の値を使って)

$$S^2 = \frac{1}{\sum (n_i - 1)} \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 = 443$$

となる。ここに  $n_i$  は  $i$  番目の組のデータの数、

11. 原典は David, H. A.: Upper 5% and 1% points of the maximum F-ratio, Biometrika, 39 (1952) 422-424, 例えば品質管理誌編集委員会編: 新しい統計手法集, USE 出版社, 昭和38年9月, P. 66 に引用がある。



$\bar{X}_i$  は  $i$  番目の組のデータの平均値である。ついで、各バースごとの平均貨物取扱量  $\mu$  がすべて等しいという仮説を検定する。

$$F = \frac{\sum_i n_i (X_i - \mu)^2 / (k-1)}{S^2}$$

を計算すれば、仮説が正しいときには  $F$  は自由度  $k-1, \sum (n_i-1)$  の分布にしたがう。ここに  $k$  はデータの組数、 $\mu = \sum n_i \bar{X}_i / \sum n_i$  である。表 I-6 の値を用いて  $F$  を求めると  $F=5.62$  となる。 $F$  分布表から  $F(5, 54)$  の上側 5% 点の値を計算すると  $F_{0.05}^{5, 54}(5\%) = 2.35$  となり、危険率 5% で仮説は棄却される。すなわち、各バース間の平均貨物取扱量の間には有意の差があると判定されることになる。バース A, B, C, D, E, F を (A) (B) および (C, D, E, F) の 3 組に分け、A と C, D, E, F の間、および B と C, D, E, F の間に有意の差があるかどうかを調べてみる。

分散の一様性の検定は A, C, D, E, F の間に有意差があるかどうか、B, C, D, E, F の間に有意差があるかどうかをハートレー検定によってしらべる。両者とも  $F_{\max} = V_{\max} / V_{\min} = 695/144 \approx 4.82$  となって  $F_{\max}(9, 5, 5\%) = 7.11$  より小であるから等分散の仮説は危険率 5% では棄却出来ない。

A, C, D, E, F の分散の不偏推定値を  $S^2_{-B}$ 、B, C, D, E, F の分散の不偏推定値を  $S^2_{-A}$  と書くと、再び表 I-6, I-7 の値を用いて計算し  $S^2_{-B} = 448$ 、 $S^2_{-A} = 442$  となる。同様に  $F_{-A}$ 、 $F_{-B}$  を計算するとそれぞれ  $F_{-A} = 5.65$ 、 $F_{-B} = 14.20$  となり、いづれも  $F_{0.05}^{2, 48}(5\%) = 3.20$  より大となって危険率 5% で平均取扱貨物量に差がないという仮説は棄却される。つまり大棧橋埠頭については A, B、バースは C, D, E, F バースと異なる平均取扱貨物量を示すことが統計的に明らかになったわけである。

つぎに検討することは平均取扱貨物量が等しいと見做せる C, D, E, F バースを一つの組とみて、各年の貨物取扱量に有意の差があるかどうかをみてゆくことである。

念のために、C, D, E, F 4 バースの間に取扱貨物量の差がないという仮説を検定しておく、 $F_{\max} = 4.82$  は、 $F_{\max}(9, 4, 5\%) = 6.31$  より小となって等分散とみてよく、 $S^2_{-A, B} \approx 449$ 、 $F_{-A, B} \approx 1.12$  で  $F_{0.05}^{2, 36}(5\%) = 2.60$  より小となって危険率 5% で仮説は棄却出来ない。

各年の貨物取扱量の差が有意であるかどうかを検討するには、母集団の分布型によって余り影響を受けない方法である順序統計量を用いてみる。ここでは Friedman の検定<sup>12)</sup> によってみる。検定すべき仮説は “各バ

ースの年度ごとの貨物量は各バースごとに独立に変化している。” という型にまづ C, D, E, F バースについて各バースごとに取扱貨物量の少ない年から順位 1~10 をつけ各年ごとに C, D, E, F の順位の小計をつくる。この結果が表 I-8 である。

表 I-8 Friedman の検定のための順位づけ

年 \ バース	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
C	5	3	4	6	10	8	2	9	1	7
D	1	10	9	8	6	3	5	2	7	4
E	1	4	9	10	8	6	7	3	5	2
F	1	7	10	9	5	2	4	8	6	3
計 ( $X_i$ )	8	24	32	33	29	19	18	22	19	16

すなわち年  $i(1 \sim n)$ 、バース  $j(1 \sim k)$  とサフィックスを付け、バース  $j$  の  $i$  年の順位を  $x_{ij}$  とすると

$X_i = \sum_{j=1}^k x_{ij}$  が表 I-8 の計の欄の値である。順位の総合計を  $X$  で表せば、当然のこととして、

$$X = \sum_{i=1}^n X_i = \frac{kn(n+1)}{2} \quad \text{で与えられる。}$$

$$S_B = \frac{\sum X_i^2}{k} - \frac{X^2}{kn}, \quad S_T = \frac{k(n^2 - n)}{12}$$

を計算し  $W = S_B / S_T$  とすると  $k(n-1) \cdot W$  が近似的に  $\chi^2(n-1)$  にしたがうことを利用して検定をおこなうことができる。表 I-8 の値を用いて計算すると  $X=220$ 、 $S_B=225$ 、 $S_T=330$ 、 $W \approx 0.682$ 、 $\chi^2_{0.05, 9} = k(n-1) W \approx 24.5$  となって  $\chi^2_{0.05, 9} = 16.92$  より大となるから、仮説、 “各年の貨物取扱量は全く独立に変化している。” は危険率 5% で棄却される。すなわち、10年間を通じてみると平均取扱貨物量に差のないようなバースに限ってみても、或るバースの取扱貨物量が増加する年には他のバースの取扱貨物量も増加し、減少が一つのバースで起るときには他のバースにも減少が起るような傾向をもっていることが明らかになる。

最後に、異なるバース群について検討してみる。横浜港の新鋭雑貨埠頭である山下埠頭を大棧橋と対比させて

12 Friedman, M.: The use of ranks to avoid the assumption of normality implicit in the analysis of variance, J.A.S.A. 32(1937)

“ ” : A comparison of alternative test of significance for the problem of  $m$  rankings, A.M.S. 11(1940)

品質管理誌編集委員会編：新しい統計手法集 B. JUSE 出版社、昭和38年

みる。データ数が不足するバースを除き、山下の第1バース、第2バースについて検討してゆくと、表I-1から明らかなようにバースの延長、水深ともに大棧橋埠頭を上廻っているが、実際の使用上からこの差が生かされているかどうかは表I-1の標準本船の大きさ、大棧橋 7,915 G.T. 山下 7,088 G.T. からみて疑問であり、両者の間に差があるとすればむしろ、一般当り荷役量、大棧橋 1,009 t, 山下 1,334 t, 接岸率 大棧橋 56.4%,

山下 74.3% という数字に表われているような両埠頭の運営のされ方の差にあると考えられる。

検定のやり方としては順位による Haga の検定<sup>13)</sup>を使い二つの母集団の位置の違いを詳べてゆく。表I-9は昭和35~37年の大棧橋埠頭A~Fバースおよび山下埠頭1, 2バースの各年の取扱貨物量<sup>14)</sup>である。

表I-9 大棧橋、山下埠頭のバース当り取扱貨物量

昭和35~37年, 単位: 千吨

年	大 棧 橋						山 下	
	A	B	C	D	E	F	No.1	No.2
35	137.7	109.4	155.0	123.0	124.3	154.4	223.9	256.1
36	158.6	84.2	111.8	139.6	136.6	150.6	221.7	216.7
37	156.8	91.5	147.3	126.9	109.3	135.2	181.0	186.1

一般的な手順としては各標本ごとに最少値を求め、そのうちの大きい方を下限とする。同様に各標本ごとに最大値を求め、そのうち小さい方を上限とする。上限、下限からはみ出している標本を詳べ同一の母集団から両方にはみ分しているものはその差を、異なる母集団からの

場合は単純に和を加え合わせる。

このようにして求めた数  $S$  が  $s$  であるような確率は、2つのサンプルの大きさを  $m, n$  その合計を  $N=m+n$  で表わすと次式で表わされる。

$$Pr(S=s) = \left[ \sum_{i=1}^{s-1} \binom{N-S-2}{m-i-1} + \sum_{i=1}^{\lfloor (m-s)/2 \rfloor} \binom{N-S-2i-2}{n-2} + \sum_{i=1}^{\lfloor (n-s)/2 \rfloor} \binom{N-S-2i-2}{m-2} \right] / \binom{N}{m}$$

したがって、 $S$  の値によって検定をおこなうことができる。表I-9の値をみてみると山下埠頭の最少値No.1バース、37年の181.0千吨は、大棧橋埠頭の最大値Aバース、36年の158.6千吨を上廻っているから大棧橋埠頭からどの標本を選んでも選び方と無関係に  $S$  の値は定まる。例えば  $m=n=6, N=12$  とすると  $S=10$  である。このとき ( $m=n=6$ ) の片側 0.5% 危険率となる  $s$  の値は9であるから、危険率 0.5% で大棧橋埠頭と山下埠頭のバース当り取扱貨物量には差があるといえることになる。

あって、個々の港の計画にこれをそのまま導入することは極めて危険であるということになる。

#### 4. 現在までの待ち合わせモデル

以上を要約すれば、バース当りの取扱貨物量という概念は、全国の港湾投資額を決定するために、あるいは多数のバースを含む計画の一つの目安にするために、というようなマクロ的な作業のときにだけ適用できるもので

前節で取上げたような埠頭能力の算定法と異なり、むしろ現在の OR の待ち合せモデルの先駆とも見られる研究に福島氏の仕事<sup>15)</sup>がある。氏の港湾持論の計画の部分については現在なお我々が学ぶべき点が極めて多く、岸壁の荷役能力の算定に当って“ハッチ・ギヤング時間当り”の荷役速度が考えられ、岸壁の使用時間は沖待船との関連において論じられている。そのうえで実際のデータについてシミュレーションをおこなって結論を導き出しており、種率的な考え方をつけ加えれば現在でも立派な OR の論文としても通用すると思われる。本論文の対象から幾分それるが、第7章の“船の実吃水と岸壁の水深”については現在の考え方、扱い方が如何に好

13. Haga, T.; A two-sample rank test on location, Ann. Inst. Stat. Math. 11(1956) 12 を参照のこと。  
14. 横浜市: 横浜港統計年報 昭和35, 36, 37年

15. 福島三七治: 港湾持論, 修教社, 1951 (絶版)

い加減なものか理解するためにも一読に値すると思う。せめて、二昔前に先輩が発表された好論文を実際に生かしてゆくことくらいはやらなくてはならないものと痛感させられる。

しかし、本論文の対象として考えるときには矢張りこ

れを古典としてみるのが適当と考えられる。ここで検討の対象とするのは 1958 年以降に発表された、運輸省第三港湾建設局神戸港工事々務所、同第二港湾建設局京浜港工事々務所の OR の手法を用いた解析であり、対象とした論文はつぎのとおりである。

発表年次	発表者	題名	備考
1958	第三港湾建設局	摩耶埠頭計画及び設計概要	内容は摩耶埠頭の作業を含み長尾氏の学位論文。
1959	長尾義三	港湾技術の発展に関する方法論的研究	
1958	京浜港工事々務所	山下埠頭利用計画書	
1963	〃	横浜港公共埠頭の計画	
1964	第三港湾建設局	六甲埠頭のバース計画に関する基礎的研究	

ここで考えられているモデルは、i) ポアソン到着、ii) 指数サービス、iii) 複数窓口、iv) 先着順サービス、v) 溢れなし という待ち合わせ理論のモデルのなかで最も容易に解析解が得られるタイプのものとなっている<sup>16)</sup>。むしろ時間的な制限その他から、問題をやや強引にこのタイプのものと仮定して解析していったと考えられる点がある。これは最も新しい報告の一つである、京浜港工事々務所の横浜港の公共埠頭の計画などについてもいえることであって、第一近似として最も単純化された  $M/M/s(\infty)$  型を考えることは当然許されることであるが、その近似がどの程度のものであるかについて論議が全然ないのは残念なことである。すなわち、i) 入港船の時間的な分布、ii) 接岸時間の時間的な分布について、統計データによる十分な検討がなされておらず、また一応統計的な検定を実施している横浜港の公共埠頭の計画の例でも、不一致をそのままにして放棄して置いているなど、これらの作業をおこなった組織が現場の第一線のものであったことの限界を示している。例えば、横浜港の公共埠頭の計画にのっている在港時間分布は（報告書の中で強引に指数分布として計算しているものであるが）phase 2 のアーラン分布と可成り良い一致を示すものであって、接岸時間分布を phase 2 のアーラン分布に置き換えたモデルを使用したときには、指数分布の接岸時間を考えたモデルとの間に、平均（接岸）待ち時間で約 25% の差を生じる<sup>17)</sup>。

第 2 の問題点は遷移状態 (transient stage) の解析が

全然おこなわれていないことである。解析的な解法による場合は止むを得ないとしても、シミュレーションを実施している場合でも——例えば横浜港の公共埠頭の計画や六甲埠頭計画資料別刷など——単に解析解の代用としてかシミュレーションを使っておらず、本来シミュレーションによらなければ取扱いが困難である遷移状態の検討にこれを用いていないことである。埠頭の運営をみれば常に定状態のみであるシステムとは考えられず、入港船の集中や、雨、荒天などによる荷役中止など遷移状態についての一応の検討を忘れる理にはゆかないことは明らかである。

問題点の第 3 は、これらのモデルにおいて我々が「制御出来る変数」(Control Variable) がはっきりと把握されていないことである。これが最も明瞭に表われているのは、在港時間分布の取扱いについてである。すべての報告について、その目的に本船の在港時間を減少させることをあげていながら、在港時間の取扱いにおいては、指数分布による近似をおこなうことに急であって、在港時間の分布を決定するメカニズムの解明をおこなっている点が共通の弱点となっている。すなわち、我々港湾技術者が、少くとも日本に関する限り、港湾の建設のみならず、その管理、運営の面でも技術的な検討をおこない得る立場にありながら、これを充分生かしていない一つの差証である。

現在の我が国の港湾荷役の不合理性については、充分な認識があると思われるにもかかわらず、その集中的な表現である在港時間分布について現状の肯定以上に出ないとなれば、折角の OR 的アプローチの価値は激減して了うのではないだろうか。例えば貨物の本船への積付け、機械代荷役、埠頭を運営してゆくためのギャングに代表される港湾労働力の問題等への関連づけをおこなう

16. この報告書を読まれていない読者にはこの節の説明は不十分と思われるが、やや詳しい説明をこのんでしておいたのでそちらを先に読まれた方が理解し易いと思はれる。

17. Lee-Longton の平均待ち時間の簡易公式によって求めた。この式については本文の III-4 で説明を加える。

ためにも欠くことの出来ないポイントの一つではないかと考えられる。

第4の問題点は価値の評価の問題であるがこの点については、この報告書的基本的な態度についてI-2埠頭の機能を測る基準で述べたのでここでは省略するが、埠頭の建設費の算定にだけ限ってみても、設計条件の変化による建設コストの変動など個々の設計をおこなわずに概略の見当をつけられるような研究が望まれる<sup>18)</sup>。

要約すれば、ORの手法を港湾工学に導入する試みとして評価されるべき段階であって、未だ消化が完全でないということになるかと思われる。しかし、限られた人手、時間の下で、しかも現場において実施された点を考慮すれば、それぞれの作業に当たった人達の熱意と努力は高く評価されるべきであろう。とくに、神戸港工事々務所の摩耶埠頭に関する仕事はこの種の試みの最初のものとして記念さるべき里程碑であると云えよう。

このことを裏返してみれば、このような試みが充分我々の身につくようになるための対策として i) これを担当する永続的な組織（例えば研究グループやORチーム）の育成、ii) 土木技術者以外の人達（例えば統計や数学の専門家）との協力、iii) ある程度のデータ処理能力をもつ計算部門との協力、などを挙げる事が出来るよう。

以上のような対策の欠除が、以上検討して来たような諸論文が、最初の試みであった摩耶埠頭での作業の水準を超えるに到らない最大の原因であると考えられる。

## 5. 問題の定式化

まづ前節までに問題を解析した結果をとりまとめておく。現在もっとも普通におこなわれている埠頭の貨物取扱能力の算定法はマクロの計画にしか有効ではないこと、埠頭の貨物取扱能力は、その埠頭の運営の条件によって大きく変化することが確認された。

埠頭の貨物取扱能力は本船と埠頭エプロン間の荷役に規制され、つぎのような諸要因によって変化するであろうと推測される。

- i) 入港船の時間分布
- ii) 接岸時間分布
- iii) バース数
- iv) サービスの方針

このことは、まさにORでいう“待ち合わせタイプの問題”としての定式化が可能であることを示している。す

18. この意味では港湾技術研究所報告第4巻3号直杭式棧橋設計の要因分析 御丞清泰・宝谷有毅などの扱いが注目される。

でにこのような方向で試みられたアプローチを検討してみると、つぎのような共通の欠点が指摘される。

- i) 入港船の時間分布、接岸時間分布などについて充分な統計的な検討が加えられていないこと。
- ii) 遷移状態についての検討がなされていないこと。
- iii) これらのモデルにおいて制御変数 (Control Variable) がはっきりと把握されていないこと。
- iv) 価値の評価の問題について充分とは云えないこと。

以上の4点のうちiv)を除いた各項目について詳細に分析し、より有効なモデル化をおこなうことが、問題解決の方向となる。

このような定式化を進めるに当たっての態度としてはI-2埠頭の機能を測る基準、で述べたような基本的態度でのぞむことにする。すなわち、埠頭の諸機能のうち“貨物の荷役”に注目して一応荷役コスト最少をその価値判断の基準とする方向と予想するが、本報告では、その一段階手前にとどまり、i) 本船の接岸待ち時間とii) 埠頭の貨物扱量の2つを直接の基準として考えてゆくこととする。

また、本報告で考えるモデルは、当然のことながら第一番目の条件として、現在の港で起きている事態を或る程度説明し得るものであること、第二番目には予想されるような将来の事態にも比較的容易に適応出来るものであることが要請される。

これらのことを背景にして、出来るだけ簡潔な形に問題を定式化してみるとつぎのようになるであろう。

我が国の港湾で生じるであろうような i) 入港船舶の時間分布の下において、ii) 我々が変えることが出来る変数を出来るだけ組込みながら、iii) 埠頭の貨物取扱能力を埠頭エプロンと本船の間の荷役にしぼって考え、iv) 予想されるパラメーター（条件）の変化の範囲で、v) 本船の接岸待ち時間と埠頭の貨物取扱量の関係を解析し、vi) 輸送コスト（ここでは荷役コスト）最少を実現する計画を導くようにする。

## II モデルの構成とパラメーターの推定 および検定

ここでは前節で定式化された問題を解いてゆくための、モデルの構成を試みる。基本的な態度として、我々が制御できる変数をできるだけ数多く、はっきりした型でモデルに組込むことを心掛けた。また、現在入手可能な限りの統計データとの照合をおこない、モデルに含まれるパラメーターの値が現実と近いものであるように

努力した。

### 1 入港隻数の分布

この問題についての現在までの待ち合わせ理論を援用したアプローチはどれもポアソン到着を仮定しており、この仮定との不一致は主として月末にみられる船混み、すなわち月末集中であるとしている。

まづ、いわゆる月末集中という現象がどのようなものであるかをみるために周期性の検定を試みる。もし周期性があることがはっきりすれば入港船舶の分布は周期性を持つ時系列として処理することが必要となり、可成り面倒なものとなることが予想される。周期性の検定には

種々の方法があるが、ここではコレログラム (Correlogram) を用いた。その方法は次式で与えられるような系列相関係数  $r_k$  を計算し  $k$  について図示すれば、典型的な時系列についてその型が判っているので、その時系列がどのようなものか判定できるというものである。

$$r_k = \frac{n}{n-k} \cdot \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y}_t)(y_{t+k} - \bar{y}_{t+k})}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2}$$

ここに  $n$ ; データ数,  $y_t$ ; 時刻  $t$  における変量の値である。横浜港の外国航路について計算した例が図 II-1 ~ 図 II-3 である。

図 II-1 入港船のコレログラム

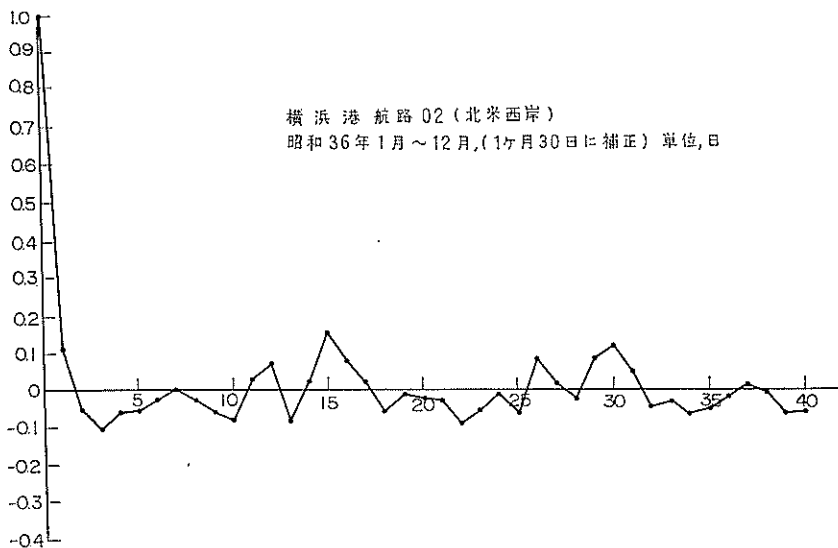


図 II-2 入港船のコレログラム

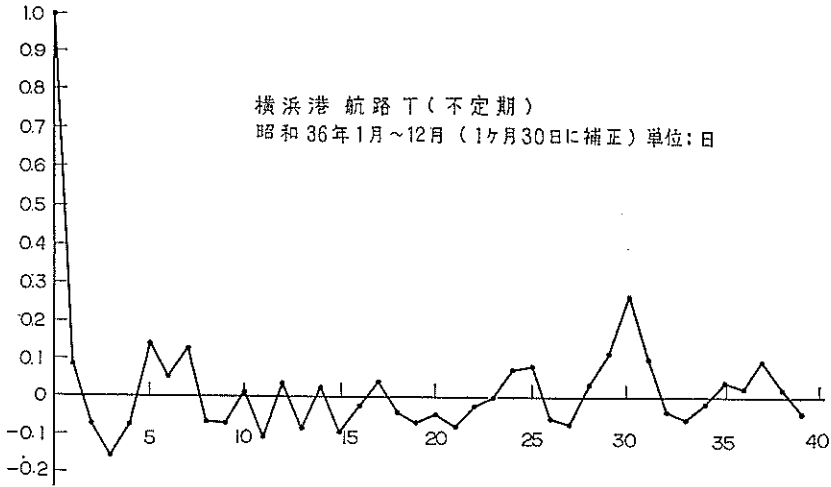
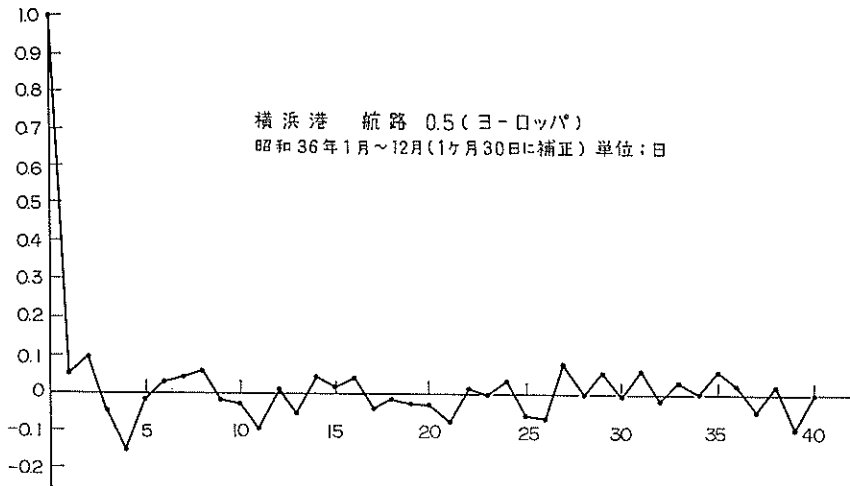


図 II-3 入港船のコレログラム



この結果をみると入港船隻数の変動は周期変動ではなく、月末集中現象がたとえあったとしても、それは攪乱として処理してよいことが判る。

ポアソン到着の仮定については i) 1日当りの入港隻数の分布を求め  $\chi^2$  検定<sup>2)</sup>をおこなうこと、ii) 平均到着率(一定の期間ごとの1日当りの入港隻数)が一定であるかどうか、の両方をチェックしておけばまづ安全である。神戸港、横浜港の代表的な外国航路について、この作業をおこないつぎのような結果を得た。

(1)年間平均到着率を用いると特異点を補正してもポア

ソン分布にしたがうとはいえない航路も可成りの数にのぼる。

2.  $\chi^2$  の値は次式で計算される。

$$\chi^2 = \sum \frac{(X_i - n \cdot P_i(\hat{\lambda}))^2}{n \cdot P_i(\hat{\lambda})}$$

ここに  $n$ ; データの総数

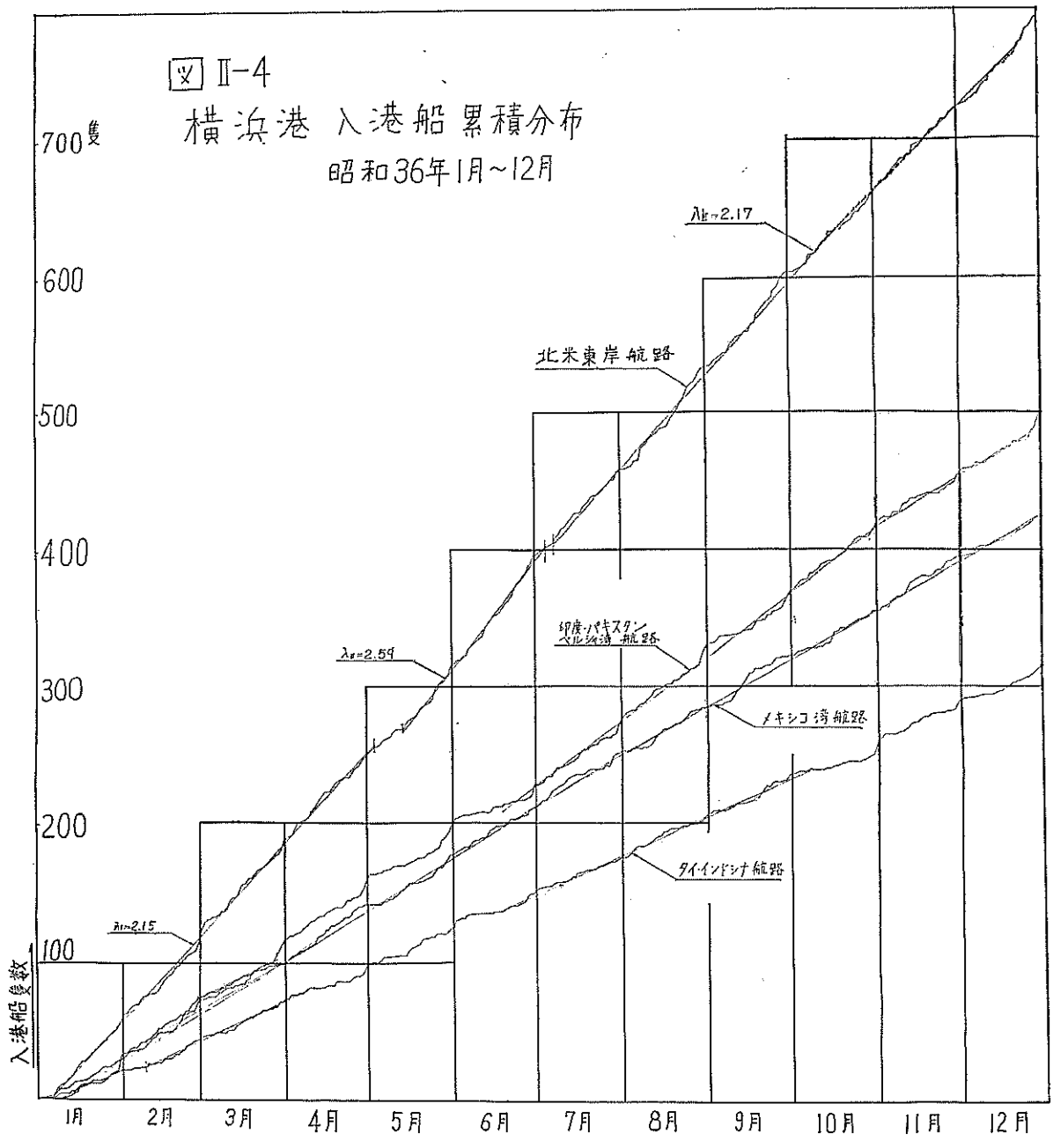
$X_i$ ; 区間  $i$  に落ちるデータ数

$P_i(\hat{\lambda})$ ; 変数が或る分布にしたがうものとしたとき、その変数が区間  $i$  の値をとる確率

この式で計算された  $\chi^2$  の値を用いて、 $\chi^2$  分布表を引き区間の数から  $\lambda$  の値の推定に使った数を減じて自由度として検定をおこなえばよい。

Ⅱ-4

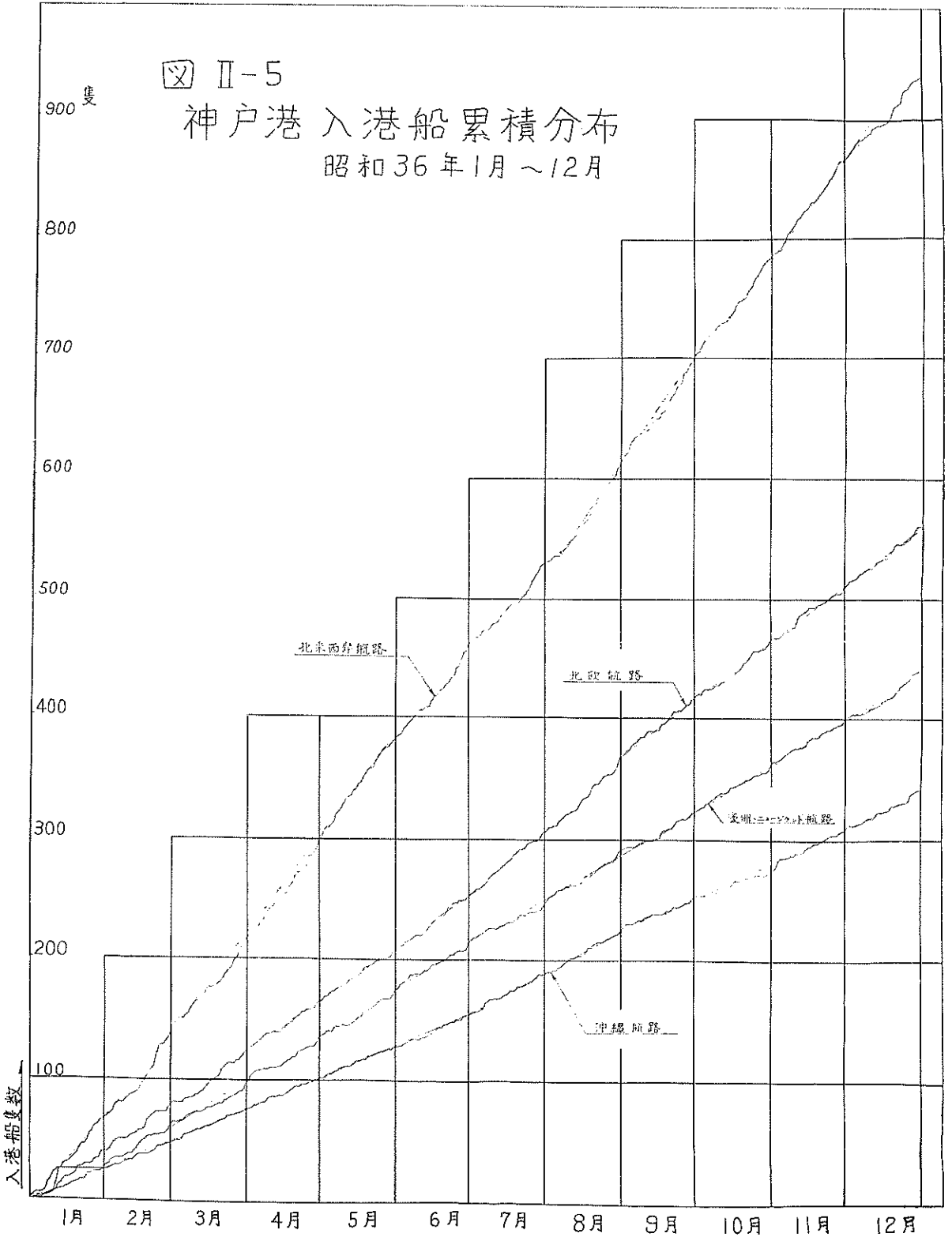
横浜港 入港船累積分布  
昭和36年1月~12月



Ⅱ-5

# 神戸港 入港船累積分布

昭和36年1月~12月



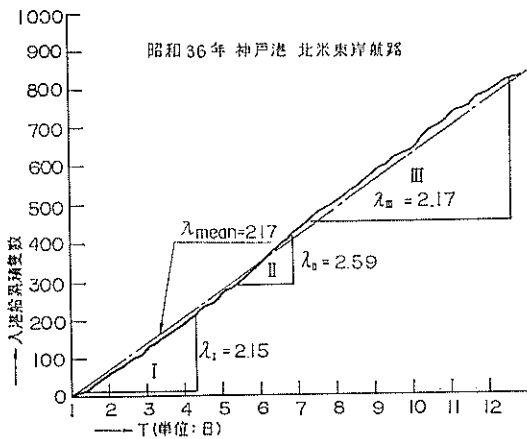


(2) 2ヶ月程度の期間で平均到着率を考えれば、区間の分轄を適当におこなって、ポアソン到着の仮定を満足することができる。このときの最も高い平均到着率を示す期間で年平均の約2割増し程度である。

図Ⅱ-4、図Ⅱ-5は横浜港、神戸港のいくつかの例について累積分布の型で整理を試みたものである。

一例として横浜港の北米東岸航路(昭和36年)を挙げると、年間の平均到着率は  $\lambda_{\text{mean}}=2.17$  で特異点1(2月28日)を除いて計算すると  $x^2=4.50$  自由度8であるから  $x^2_{\text{obs}} < x^2_{0.75}(5.07)$  となって  $\lambda$  が一定と見做せればポアソン分布と考えてよいと思われる。しかし図Ⅱ-4のように  $\lambda$  の値は変化しており、ほぼ  $\lambda$  一定とみなせる、I、II、IIIの各時期について  $\lambda$  を計算してみると、 $\lambda_I=2.15$ 、 $\lambda_{II}=2.59$ 、 $\lambda_{III}=2.17$  となり  $\lambda_{II}/\lambda_{\text{mean}} \approx 1.2$  となる。この  $\lambda$  の値を用いてそれぞれの時期の  $x^2$  を計算すると、 $x^2_I=4.76$ 、(2月28日を除く)、 $x^2_{II}=2.58$ 、 $x^2_{III}=6.68$  となり、自由度7、6、7の  $x^2$  分布表からの値と比較するとそれぞれ、 $x^2_I > x^2_{0.50}$ 、 $x^2_{II} < x^2_{0.75}$ 、 $x^2_{III} > x^2_{0.25}$  となりそれぞれの時期についての  $\lambda$  を考えれば各期間ごとにポアソン分布にしたがうと考えるとよいことが判る。

図-2 平均到着率 ( $\lambda$ ) の年間変動



## 2. 在港時間を決定する要因

在港時間の分布を検討する際に考えなくてはならないことは、それが求まったとき、単に現状を説明するだけでなく、その将来の変動についても充分適応できるものでなくてもならないし、さらに積極的に現状を改善してゆくうえで利用できるようにしておかなければならないということである。すなわち、我々が制御可能な変数の

組み合わせとして在港時間分布を決定するメカニズムを明らかにしてはならないということである。

ここまでは在港時間を考えてきたが、在港時間は接岸待ち時間を含み、接岸待ち時間は当然入港船の分布、これを扱う岸壁の数などによって変化する。したがって出来ればこれを切離して接岸時間の分布を扱うことが望ましい。以下の取扱いはすべて接岸時間の分布についてに限定してゆく。

接岸時間を決定する要因を、我々が制御可能な変数の組み合わせとしてメカニズムを明らかにするという観点から挙げてみるとつぎのようなものとなるであろう<sup>2)</sup>。

### i) 最多貨物扱ハッチの荷役量

これを明らかにするためには、直接この分布をデータから詳べてもよいが、一船当りの総荷役量との関係を求めておかなければならない。埠頭の貨物扱量を規制するのは一船当りの総荷役量であり、接岸時間分布を支配するのは主として最多量扱いハッチであると考えられるからである。一船当りの貨物扱量の分布が性質の良く判っている分布型に従うならば、まづそれを明確にし、ついで、それを基にして、最多貨物扱ハッチの荷役量の分布を求めてゆく方法が良いと思われる。

### ii) ハッチ・ギヤング当りの荷役速度

港湾における貨物の荷役速度は、石油、石炭、セメント、バラ荷としての穀物、鉱石などのように埠頭に設置されている荷役設備の能力で決定されるものもあるが、本論で扱う雑貨 (General Cargo) については、コンテナで輸送されるものを除けば現在もっとも安定した値を示すのはハッチ・ギヤング当りの荷役速度である。これは外航貨物船のハッチの構造、我が国の主要外国貿易港におけるギヤングの構成および能力、雑貨の品種構成および荷姿などの要素が各港ごとにみれば比較的安定してきている結果と考えられる。

### iii) 最多貨物扱ハッチの不荷役時間およびその他の時間

i) と ii) が判れば荷役作業に必要なネットの時間は求めることができるが、接岸時間の中には雨、機械のトラブル、ギヤング不足、貨物待ちなど種々の原因による不荷役時間がある。

また、各港ごとに定められた休憩時間、ハッチの開閉の時間などが含まれていることになる。

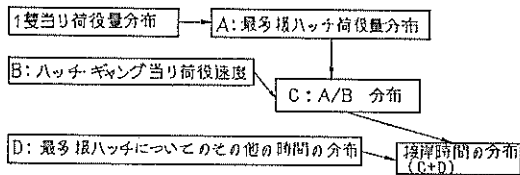
## 3. このような推論を下す資料としては横浜港の定期外航々路の調査結果を参照している。

港湾技術研究所資料“横浜港の外航定期航路の荷役調査”  
工藤和男、小川直樹(昭和41年)発表予定

したがってこれらの時間の分布を求めておかなければならない。

このような考察の結果をブロック・チャートの形で整理したのが図Ⅱ-6である。

図Ⅱ-6 接岸時間分布決定のメカニズム



このようなモデルの当否は、第一段階としてブロック

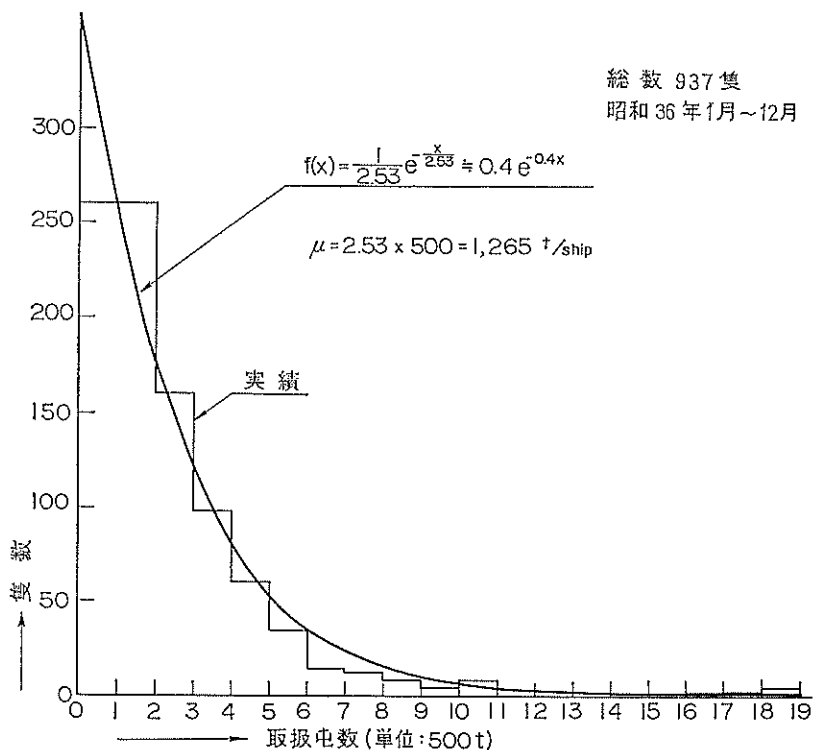
・チャート図Ⅱ-6で示したような手順で各要因を実際の統計資料から計算し、接岸時間の分布を求め、これと接岸時間の実績とを対比させることでおこなった。横浜港の外航定期船についてこれを試みた結果は極めて良い一致を示し、このようなモデルが充分実用の役に耐えることが確かめられた。

### 3. 一船当りの揚積貨物量

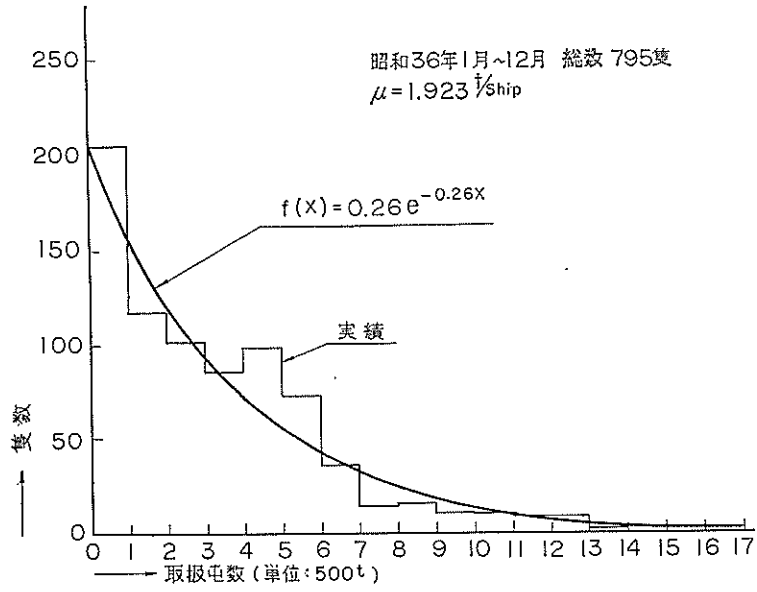
横浜港、神戸港の定期外航路について一船当りの揚積貨物量を調査し、昭和36年について解析した結果、これが航路別に考えればほぼ指数分布にしたがうことを確かめた。

図Ⅱ-7～図Ⅱ-17はこれらの結果の代表的なものである。

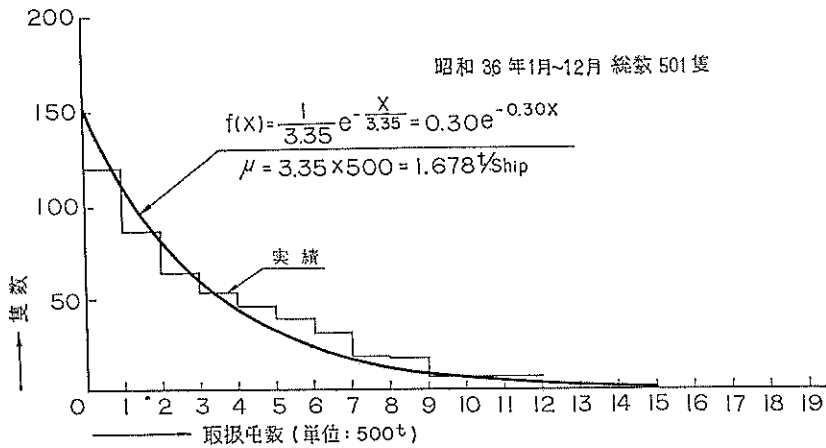
図Ⅱ-7 神戸港北米西岸航路



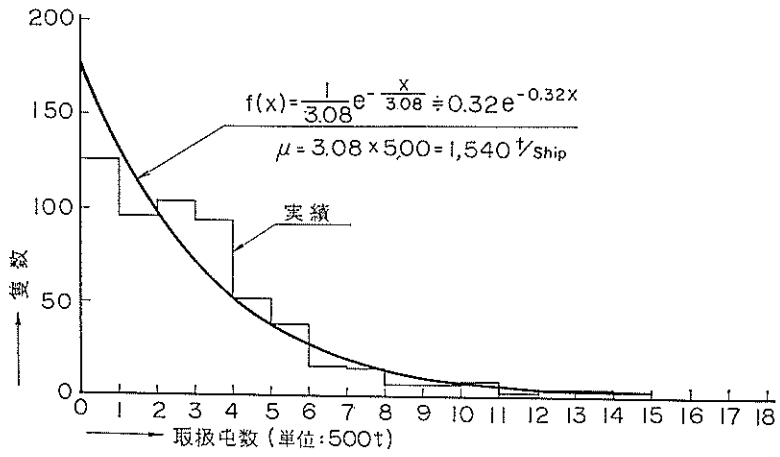
圖II-8 神戶港北米東岸航路



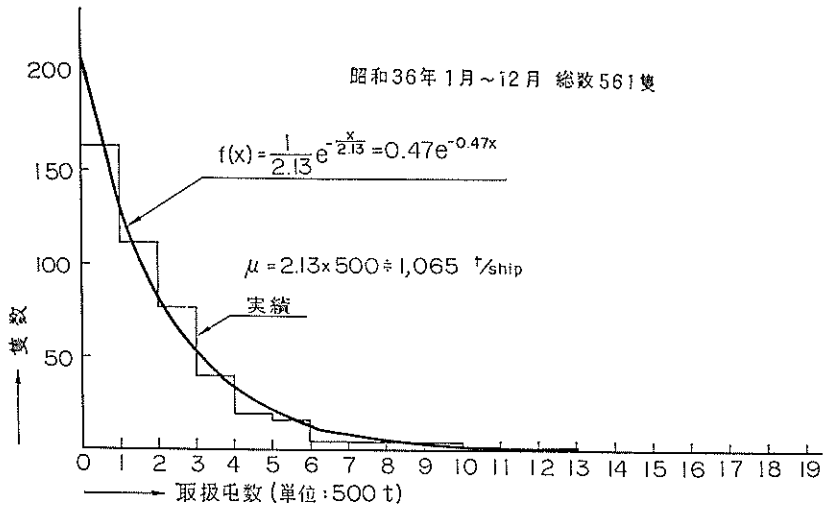
圖II-9 神戶港 印度 航



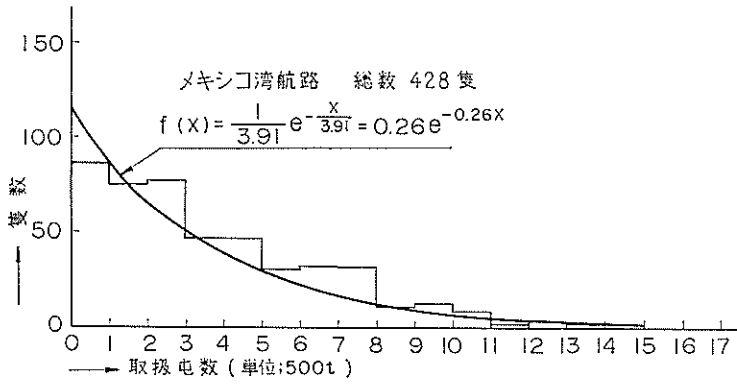
圖II-10 神戶港 北 歐 航 路



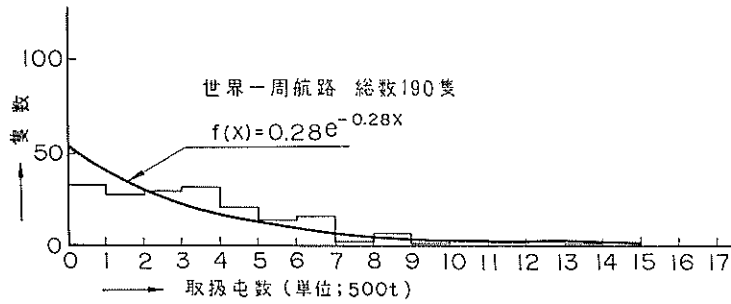
圖II-11 神戶港 豪 洲 航 路



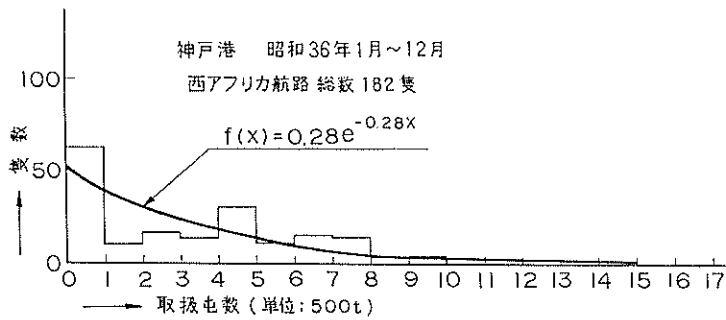
図II-12 神戸港 昭和36年1月~12月



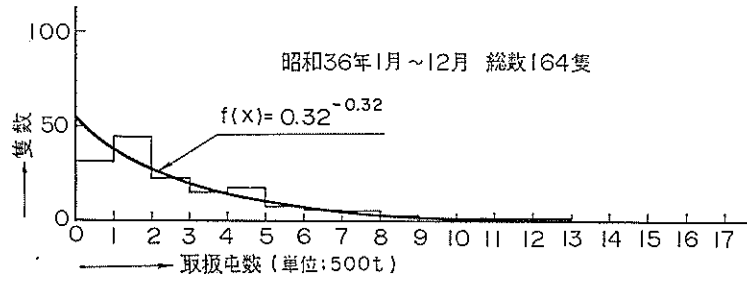
図II-13 神戸港 昭和36年1月~12月



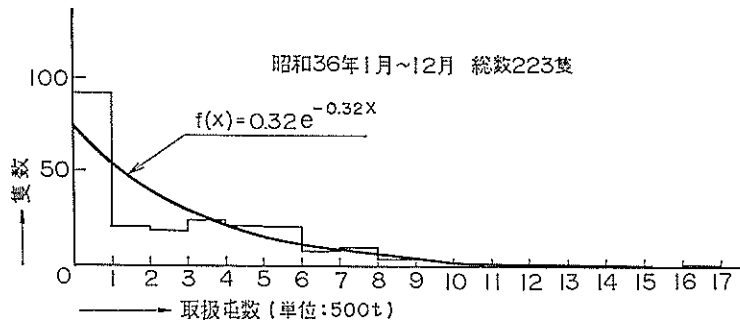
図II-14 神戸港 昭和36年1月~12月



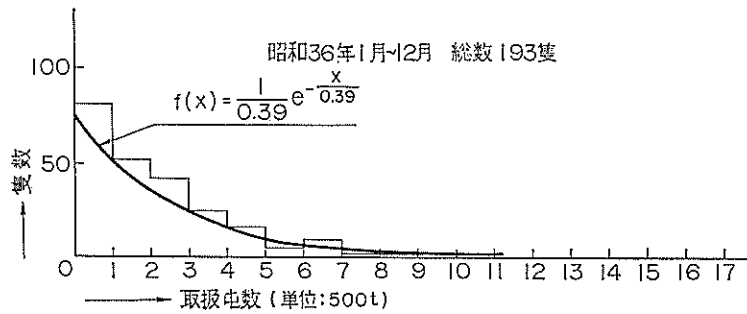
図II-15 神戸港 ベンガル湾 航路



図II-16 神戸港 東南アフリカ 航路



図II-17 神戸 数 台湾 航路



#### 4. 揚積貨物量のハッチごとのバラッキ

ある港において荷役される貨物量が一隻当り、どの程度の量になっているかについては通常の統計資料を調べ直せば比較的容易にこれを知ることができる。しかし、更にこれを細分して一隻当りの揚積貨物量のハッチごとのバラッキを知るためには通常の統計資料では役に立たない。そこで横浜港について異なる性格を持つ代表的な

外国航路のうち5航路を選び横浜港の定航エーゼント会に調査を委託した。調査計画上の制約でランダム化したサンプリングは不可能であったが、出来るだけ特異なサンプルを多くしないよう配慮し、昭和38年1月～12月で各月6隻をほぼ上旬、中旬、下旬、それぞれ2隻となるように調査した。その結果を取りまとめたのが表Ⅱ-1である。

表Ⅱ-1 横浜港におけるハッチごとの積荷(揚積貨物の計)扱量の分布

—昭和37年調査—の1例

(単位: 1,000 t)

No.	1(E)	2(A)	3(A)	4(C)	5(B)	6(E)	7(A)	8(A)	9(C)	10(E)	11(A)	12(B)	13(D)	14(A)
ハッチ														
1	200	150	300	420	140	90	—	60	40	110	200	120	—	160
2	230	360	120	25	600	1,340	190	400	180	15	15	100	255	310
3	290	270	60	15	320	590	220	720	—	15	50	170	—	150
4	80	480	80	—	400	690	70	480	—	70	300	330	—	120
5	—	310	—	—	150	—	230	60	80	100	475	460	—	195
6	—	290	—	420	—	—	170	330	—	—	—	80	—	205
7	—	180	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	800	2,040	560	880	1,610	2,710	880	2,120	300	310	1,040	1,160	255	1,140

No.	15(A)	16(A)	17(A)	18(C)	19(A)	20(D)	21(B)	22(E)	23(A)	24(A)	25(B)	26(D)	27(C)	28(E)
ハッチ														
1	50	480	65	10	40	—	265	245	135	65	205	340	70	190
2	340	400	80	160	135	210	440	585	145	105	295	60	90	255
3	550	280	110	35	200	570	125	675	170	120	455	465	175	170
4	230	—	—	160	105	320	405	480	895	—	275	1,445	145	355
5	—	160	220	55	170	790	90	140	330	—	25	—	55	140
6	—	50	170	10	215	—	—	—	300	—	—	—	—	—
7	—	—	90	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	1,170	1,370	735	430	865	1,890	1,325	2,125	2,315	290	1,255	2,310	535	1,110

No. ハッチ														
	29(A)	30(A)	31(A)	32(A)	33(A)	34(C)	35(B)	36(A)	37(A)	38(D)	39(E)	40(A)	41(B)	42(E)
1	280	310	220	45	220	770	310	—	195	495	170	50	255	165
2	155	225	250	550	195	30	280	315	755	1,795	380	220	255	—
3	175	240	740	600	220	355	230	190	775	60	130	120	195	335
4	120	—	890	455	15	865	25	85	185	—	310	75	860	445
5	—	—	960	115	260	—	470	—	75	605	170	320	180	5
6	—	—	330	115	340	—	265	—	—	—	—	65	—	—
7	—	—	220	—	340	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	730	775	3,610	1,880	1,590	2,020	1,580	590	1,985	2,955	1,160	850	1,745	950

No. ハッチ															
	43(C)	44(A)	45(A)	46(E)	47(A)	48(A)	49(A)	50(C)	51(A)	52(A)	53(E)	54(B)	55(E)	56(A)	57(E)
1	70	—	20	240	—	140	235	5	155	—	—	165	150	10	305
2	135	—	340	895	170	—	480	220	25	215	—	120	400	180	—
3	125	445	260	245	130	160	385	85	510	145	—	535	115	265	470
4	45	225	—	415	35	—	190	110	810	120	160	125	330	—	750
5	140	—	240	315	470	25	—	30	460	—	105	270	220	90	690
6	—	—	—	—	—	—	105	—	—	—	100	—	—	60	—
7	—	—	20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	515	670	880	2,110	810	325	1,395	450	1,960	480	365	1,215	1,215	685	2,215

No. ハッチ															
	58(E)	59(C)	60(A)	61(B)	62(A)	63(A)	64(A)	65(E)	66(A)	67(C)	68(A)	69(E)	70(B)	71(A)	72(A)
1	—	75	520	210	290	50	—	420	40	20	—	120	260	240	70
2	480	20	400	750	220	150	425	345	275	—	260	700	715	230	375
3	910	20	560	65	240	375	125	90	515	—	500	485	240	530	165
4	845	110	90	10	130	175	75	310	690	80	130	680	50	580	110
5	25	—	365	480	160	450	290	280	380	120	—	70	760	430	70
6	—	—	—	325	—	75	95	—	115	—	—	—	285	110	—
7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	15	—
Σ	2,260	225	1,935	1,840	1,040	1,275	1,010	1,445	2,015	220	890	2,055	2,310	2,135	790

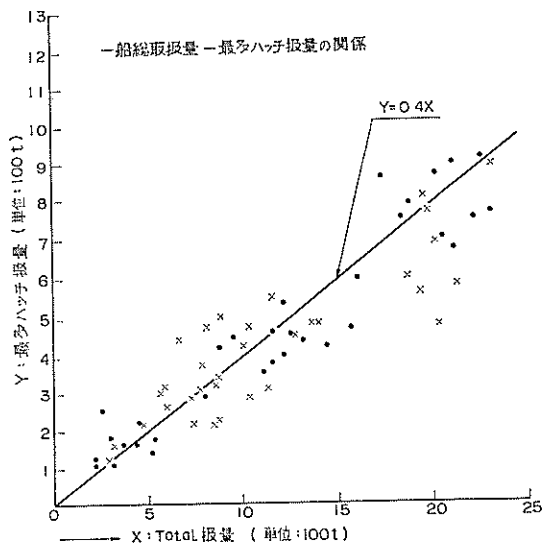
註：A, B, C, D, E は航路別の記号



表Ⅱ-1をもとに一船当り総取扱貨物量(X)と最多ハッチの取扱貨物量(Y)とをグラフ化したのが図Ⅱ-18である。このグラフから単純化した関係式を導けば  $Y \approx 0.4X$  が得られる。

図Ⅱ-18 中×印は航路 A を・は航路 B, C, D, E を示すが図から判断して両者を区別する必要はないと考えられる。この関係は  $Y \approx aX$  とやや一般化しておいてハッチごとの荷積の一律化されるにともない  $a$  の値を小さく採ってゆくように考えてもよく、その港の管理運営の目標としてどの程度の値を実現すべきか検討するという取扱いも可能であるがここでは横浜港の実測結果を尊重して一応  $a=0.4$  と採ることとする。

図Ⅱ-18 横浜港定期航路(昭和38年)



### 5. 荷役速度の原単位——時間、ハッチ、ギヤング 当り荷役量——

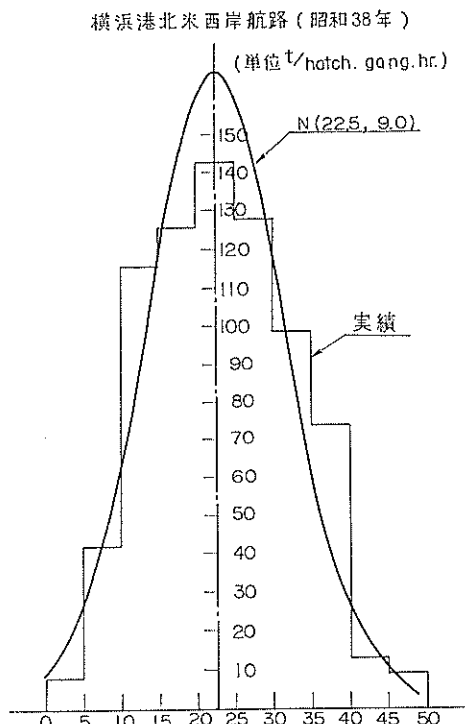
この値についても既存の統計データがないので、前節の調査と同様に横浜港の定航エージェント会に調査を委託した。その結果は北米西岸航路37隻についての調査を集計したヒストグラム図Ⅱ-19に示すとおりである。調査年次は昭和38年、当然のことではあるがコンテナ扱の貨物は除いて集計してある。

平均値 (22.5t/hatch・gang・hour) は船舶運航業者の用いている値とを良く一致している<sup>4)</sup>。

また標準偏差 (9.0/hatch・gang・hour) を考えると正規分布  $N(22.5, 9.0)$  とみなすことができる。

4. 例えば日本郵船海務部監修：載貨係数と積付実務：海文堂、昭和34年 P. 78, P. 81

図Ⅱ-19 ハッチ・ギヤング当り荷役速度  
(コンテナを除く)



なぜ荷役速度の原単位としてこのような量を選んだかという理由は大略つぎのようなものである。I-1の分析で明らかのようにこの論文では、本船一埠頭エプロン、いわゆる接岸(経岸)荷役だけでなく、本船一艀、いわゆる艀荷役についても考察の対象としており、さらにI-3の分析で判るように上述の二つの荷役方法の間に本質的な能率の差(すくなくとも荷役速度については)がない。したがって荷役速度に決定的な影響を及ぼし、現状においてこれをコントロールしている要素は両者に共通したプロセスであると推定できること。また、港湾荷役業務がその業務をおこなう場合にも荷役時間の見積り、労務者の手配などはハッチ・ギヤング当りの荷役速度を一つの目安にしていることも参考とした。

ハッチ・ギヤング当りの荷役速度という表現をとる前提としてハッチの構造、ギヤングの構成などについて変動はあるにしても一応ある範囲で定まっているという考えがあるのは当然のことである。具体的には横浜港におけるギヤング1組の構成は大体17~18人程度(雑貨を対象として)18人のときの標準的な構成は表Ⅱ-2のよう

なものとなっている<sup>9)</sup>。

表Ⅱ-2 横浜港ギャングの平均的構成

ストーマン (ハッチボス) 1人	スリングマン2人
デッキマン 1人	船内 12人
ウィンチマン 2人	小計 18人

一方、外航船のハッチの構造についても各船ごとの差は特殊貨物などの専用船を除いて極端なものではない。むしろ、同一船であってもハッチの位置によってその大きさも異なり、さらには同一ハッチであっても貨物の積付場所、荷姿などによって荷役速度は或る程度変化する。しかしこのような変動を考えたくて統計的な処理を試みて、荷役速度の原単位として、ハッチ・ギャング当りの荷役速度を採用しようとするのが本節の態度である。

また、大きなハッチについては、1ハッチに同時に2ギャングをかけて荷役速度を上げることも行われるがこの取扱いについては平均値(あるいは分散も)が異なる正規分布にしたがうと考えれば本論でおこなう以降の解析はそのまま適用することができる。

## 6. 接岸時間分布

Ⅱ-3, Ⅱ-4, Ⅱ-5の解析の結果を用いて図Ⅱ-6のA/Bの分布を求めてみる。

一船当りの揚積量の分布が指数分布にしたがうことから、その平均値を  $m$ 、逆数を  $m'$  とすると確率密度関数は  $f(x) = m'e^{-m'x}$  と表せる。ハッチ・ギャング当りの荷役速度を  $y$  とし、その分布は正規分布にしたがうから、これを  $N(\mu, \sigma)$  と書けば、一船当りの純荷役時間(図Ⅱ-6のA/Bに相当するもの)  $Z$  は確率密度関数の形で  $Z = x/y$  という関係を用いてつぎのように表される。

$$f(Z) = \int_0^{\infty} m'e^{-m'y} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}} dy$$

$m'/0.4 = m''$  「とおいて変型すると」

$$f(Z) = m'' \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-\mu+\sigma^2 m'' Z)^2}{2\sigma^2}} + \frac{1}{2} \sigma^2 m''^2 Z^2 - m'' \mu Z dy$$

$$= m'' e^{\frac{1}{2} \sigma^2 (m'')^2 Z^2 - m'' \mu Z} \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(y-\mu+\sigma^2 m'' Z)^2}{2\sigma^2}} dy \right]$$

となり、これを  $f_0(Z) = m'' e^{-m'' \mu Z}$  と指数分布で近似したときの誤差は

5. 例えば横浜港運協会・全国港湾荷役振興協会横浜支部：横浜港維貨船内荷役費原価計算書、昭和31年

$$\frac{f(Z)}{f_0(Z)} = e^{\frac{1}{2} \sigma^2 (m'')^2 Z^2} \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(y-\mu+\sigma^2 m'' Z)^2}{2\sigma^2}} dy \right]$$

で評価できる。これをおこなってみると我々が問題にしているような範囲では近似的に指数分布にしたがうと考えてよいことが判る。

接岸時間を求めるためには、純荷役時間に最多扱ハッチについての“その他の時間”を加えてやればよい。これについてはⅡ-2のiii)で記したようなものが含まれるが、その分布型については明確ではない。そこで、まづ解析的な取扱いの最も容易な一様分布を仮定し、その結果として得られる接岸時間分布と実際の接岸時間の分布とを比較してゆくという方法をとった。このような考えで得られる接岸時間の分布は計算を単純化するために指数分布の平均値を1とし、一様分布の範囲を  $a \sim b$  とすれば確率密度関数の形で

$$i) \quad 0 > x \leq b-a$$

$$f(x=x') = \frac{1}{b-a} \int_0^{x'} e^{-x} dx = \frac{1}{b-a} (1 - e^{-x'}) \dots (\text{II-1})$$

$$ii) \quad x \geq b-a$$

$$f(x=x') = \frac{1}{b-a} \int_{x'-b+a}^{x'} e^{-x} dx = \frac{(e^{b-a} - 1)}{b-a} \cdot e^{-x'} \dots (\text{II-2})$$

と書ける。このようにして得られた接岸時間分布と実績との対比を試みてみる。図Ⅱ-20のヒストグラムを横浜港における定期船についての揚積計のサービス時間分布(本論でいう接岸時間に同じ)の実績で昭和35年1月から昭和36年6月までの集計である<sup>9)</sup>。一船当り平均荷役量 1, 200ton,

平均接岸(サービス)時間 1.8day が判っているの、ハッチ・ギャング当り荷役速度 20 t/hr・gang 最多扱ハッチの係数 0.4 とし、平均純荷役時間  $T_m = 1, 200t \times 0.4 \times 1/20 \text{ t/hr} \cdot \text{gang} = 24 \text{ hr}$ 。したがって平均接岸時間に合わせるためには  $0 \sim 1.6 \text{ day}$  の区間で一様分布するような“その他の時間”を重ね合せればよい。これを計算したのが、図Ⅱ-20の実線のカーブである。

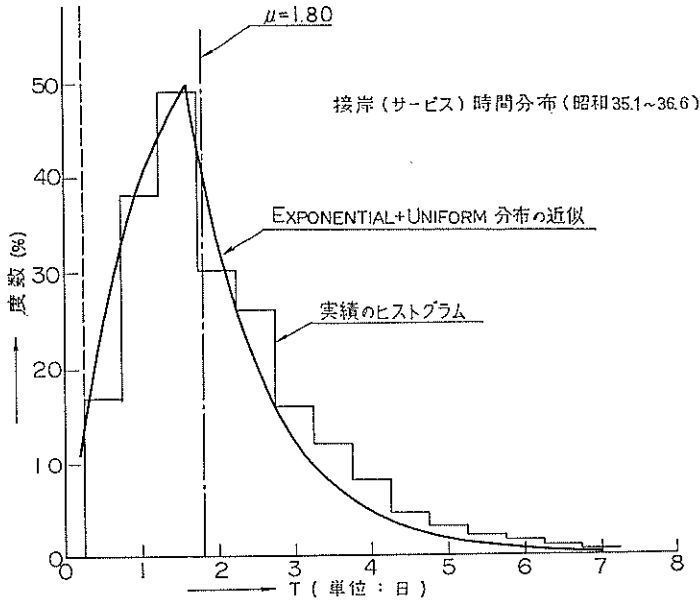
これで見ると、このモデルは実際と極めて良い一致を示しているといえる。

## 7. シミュレーションモデルの構成

これまでの検討によって、埠頭の貨物取扱能力は本船と岸壁エプロン間の荷役能力によつて支配され、これを指定する因子についても(1)入港船の時間分布はポアソン分布(ただし平均到着率は年間を通じて一定とは云えない)にしたがうこと。(2)接岸時行分布はⅠ-

6. 京浜港工事事務所：公共埠頭の計画、昭和38年、P.94

図II-20 横浜港定期船



2で述べたようなメカニズムで指数分布と一様分布の重畳として表せることが明らかとなった。

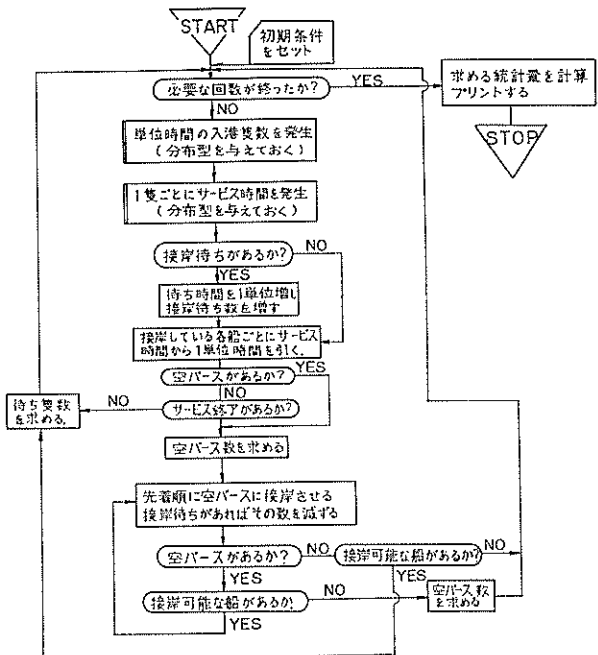
埠頭の機能を測る尺度として“年間貨物取扱量”と“年間の接岸待ち時間”を用いれば、この問題はサービスの方針を決め、パース数を制御変数 (control variable) として典型的な“待ち合せ” (Waiting Line or Queuing) の問題として構成できる。この場合II-2述べたメカニズムの因子は現実の問題を考える人の判断によっては制御変数としても非制御変数 (uncontrol variable) としても扱えることに注意する必要がある。また埠頭の機能を測る尺度としての“年間貨物取扱量”はI-2で解析したメカニズムを考えることで“年間延接岸時間”から逆算することができるので、後者をもって代用することもできる。

図-8は単純化したシミュレーションモデルの構成を示す。ここでは必ずしもポアソン到着とか、II-2のサービス時間分布を必要とはしない。(任意の分布型に適用できるのがシミュレーションの長所の一つである。)

### 8. 数式モデルの構成

現在まで OR 関係の文献には数多くの待ち合せのモデルとその理論解が発表されているが、我々が扱っているようなサービス時間の分布を仮定して解いたものはないし、新らしく試みるにしてもほぼ不可能であるこ

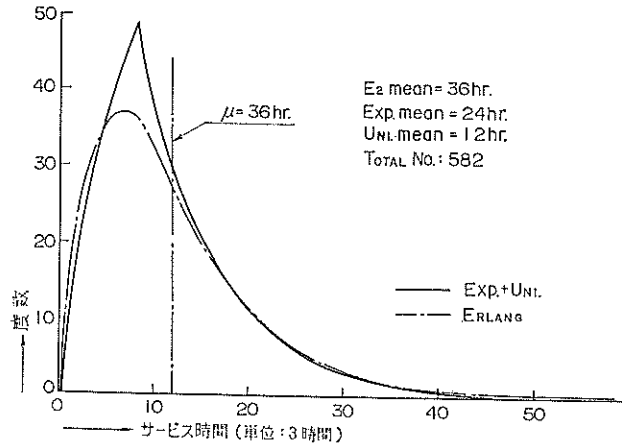
図II-2 単純化したシミュレーション・モデル数式



とは判る。そこで理論解が原理的に求められそうな分布でこれを近似してやる必要がある。もっとも手近く考えられるものは指数分布であり、現在まで我々の仲間の扱いは、ほとんど全部が強引にこれを適用している。(しかしこれが極めて不満足なのは当然である) つぎに考え

られるのは Erlang 分布<sup>7)</sup>である。図 II-22 平均値の等しい“一様分布と指数分布の重畳分布”と“phase 2 のアーラン分布”との比較であるが比較的良い一致を示している。

図 II-22 Exponential+Uniform 分布と Erlang (phase 2) 分布との比較



ここで、もうすこし一般化して“指数分布+一様分布”を“アーラン分布”で近似する場合の phase の推定を試みてみる。指数分布は平均値が 1.00 となるように座標変換し、その座標での一様分布の分布の中を  $(b-a)$  とすると、それぞれの確率密度関数は次式で表される。

$$f_1(x) = e^{-x} \quad 0 \leq x < \infty \dots \dots \dots (\text{II-3})$$

$$f_2(x) = \frac{1}{b-a} \quad 0 \leq a \leq x \leq b \dots \dots \dots (\text{II-4})$$

II-3, II-4 式の重畳された分布は、その確率密度関数を  $f_3(x)$  とすると、 $0 < x \leq b-a$ ,  $x \geq b-a$  の範囲についてそれぞれ II-1, II-2 式で表される。

i)  $0 < x \leq b-a$

$$f_3(x=x') = \frac{1}{b-a} \int_0^{x'} e^{-x} dx = \frac{1}{b-a} (1 - e^{-x'}) \dots (\text{II-1})$$

7. アーラン分布 (Erlang distribution)

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_k$  ( $k > 1$ ) が互に独立でともに母数  $k\lambda$  にしたがうとき  $S_k = \sum_{i=1}^k X_i$  の分布はその確率密度関数を  $g(t)$  とし

$$g(t) = \frac{(\lambda k)^k t^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\lambda k t} \quad t > 0$$

$$g(t) = 0 \quad t > 0 \quad t < 0$$

と表される。これを phase  $k$  のアーラン分布という。

平均値は  $E_k \text{ mean} = \frac{1}{\lambda}$ , 分散は  $V(E_k) = \frac{1}{k\lambda^2}$  である。

分布型は  $k$  の値によって変化する。

ii)  $x \geq b-a$

$$f_3(x=x') = \frac{1}{b-a} \int_{x'-b+a}^{x'} e^{-x} dx = \frac{(e^{b-a} - 1)}{b-a} \cdot e^{-x'} \dots (\text{II-2})$$

任意のアーラン分布について phase 数  $k$  の値は

$$k = \frac{[E(X)]^2}{V(X)}$$

という関係を満足するから、II-1, II-2 式で表される分布をアーラン分布で近似するときの  $k$  値は、その  $V(X)$ ,  $E(X)$  を計算することによって求めることができる。 $E(X)$  は当然  $\left(1 + \frac{b-a}{2}\right)$ ,  $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$  だから、まづ  $E(X^2)$  を求め

$$E(X^2) = \frac{1}{b-a} \left[ \int_0^{b-a} (1 - e^{-x}) x^2 dx + (e^{b-a} - 1) \int_{b-a}^{\infty} x^2 e^{-x} dx \right]$$

$$= \frac{1}{3} ((b-a)^2 + 3(b-a) + 6) \dots \dots \dots (\text{II-5})$$

$$[E(x)]^2 = \left(1 + \frac{b-a}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} (3(b-a)^2 + 12(b-a) + 12) \dots \dots \dots (\text{II-6})$$

だから、 $k$  は次式で表される。

$$k = \frac{[E(X)]^2}{V(X)} = \frac{[E(X)]^2}{E(X^2) - [E(X)]^2}$$

$$= \frac{3(b-a)^2 + 12(b-a) + 12}{(b-a)^2 + 6(b-a) + 12} \dots \dots \dots (\text{II-7})$$

(II-7)式について  $(b-a)$  の値を代入して計算すれ

ば必要な範囲についての  $k$  値を求めることができる。  
 (通常の港湾の荷役では 2,00 程度までみておけば充分である。) これを計算したのが表 II-3 である。

表 II-3 Erlang 分布の  $k$  の推定

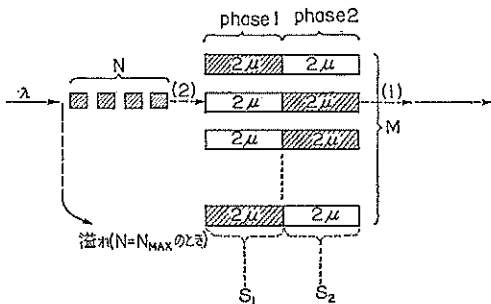
$b-a$	$k$	$b-a$	$k$	$b-a$	$k$	$b-a$	$k$
0.1	1.10	0.6	1.64	1.1	2.18	1.6	2.67
0.2	1.20	0.7	1.75	1.2	2.28	1.7	2.76
0.3	1.31	0.8	1.86	1.3	2.37	1.8	2.84
0.4	1.42	0.9	1.97	1.4	2.48	1.9	2.92
0.5	1.53	1.0	2.08	1.5	2.58	2.0	3.00

これで見ると  $k=1$  (Exponential) 分布,  $k=2, k=3$  の範囲に入るとは確実である。 $(k$  の値は整数値のみが意味をもつ) これだけの準備をしておいて例を phase 2 のアーラン分布にとり, 数式モデルの構成を試みる。条件としてつぎのように考える。

- (1) 到着はポアソン分布にしたがい, 平均到着率  $\lambda$  は一定である。
- (2) サービスは phase 2 のアーラン分布にしたがい, 平均値は  $1/\mu$  である。
- (3) パース数は  $M$  とする。サービスは先着順におこなわれる。
- (4) 最大待ち数を  $N_{max}$  とし, それ以上は溢れが起る (待ち行列に加らずに立去る。)
- (5) サービスが可能な状態 (窓口が空けば) では待ち行列 (あるいは待ち行列がなくとも到着があれば) から直ちにこれをうめるような流れが起る。

図 II-23 はこの場合の待ち合せの機構を模式的に表したものである。

図 II-23 待ち合せの機構の模式



ここで  $S_1, S_2$  はそれぞれ phase 1, phase 2 の状態に

ある客 (ここでは船舶, 以下, 一般的な用例にしたがい客という) の数,  $2\mu$  はそれぞれの phase のサービス平均速度である。待ち行列の中にいる客の数を  $N$  で表すとこのシステムの状態は 3 つの変数の組  $(N, S_1, S_2)$  で表現される。

このシステムの中での変化, すなわち i) 新たな客 1 人の到着, ii) 各 phase における客 1 人のサービスの終了は微少時間  $dt$  の間では 2 以上起ることはない<sup>8)</sup>。またこのシステムの状態にも無関係 (独立) である<sup>9)</sup>。ということを用い, さらに, このシステムが定常状態を持ちうると仮定すれば, そのときに状態  $(N, S_1, S_2)$  の出現する確率  $P(N, S_1, S_2)$  を計算する定常状態のバランスの方程式を導くことができる。

$S_1 + S_2 < M$  ( $N=0$  にかぎる) の場合には状態  $(0, S_1, S_2)$  に注目すると

i) この状態から他の状態に移る確率

$$\lambda \cdot P(0, S_1, S_2) + 2\mu(S_1 + S_2) \cdot P(0, S_1, S_2) \dots (II-8)$$

ii) 他の状態からこの状態に移る確率

$$\lambda \cdot P(0, S_1 - 1, S_2) + 2\mu(S_1 + 1) \cdot P(0, S_1 + 1, S_2 - 1) + 2\mu(S_2 + 1) \cdot P(0, S_1, S_2 + 1) \dots (II-9)$$

$S_1 + S_2 = M$  ( $N=0$  も含む) の場合には状態  $(N, S_1, S_2)$  に注目すると  $-N \neq N_{max} -$

iii) この状態から他の状態に移る確率

$$\lambda \cdot P(N, S_1, S_2) + 2\mu \cdot M \cdot P(N, S_1, S_2) \dots (II-10)$$

iv) 他の状態からこの状態に移る確率

$$2\mu(S_2 + 1) P(N + 1, S_1 - 1, S_2 + 1) + 2\mu(S_1 + 1) \cdot P(N, S_1 + 1, S_2 - 1) + \lambda \cdot P(N - 1, S_1, S_2) \dots (II-11)$$

が得られる。定常状態においては式 II-8 と II-9 および式 II-10 と II-11 はそれぞれバランスしていかなくてはならないからつぎのような式 II-12 および式 II-13 が成立する。

$$S_1 + S_2 < M \quad (N=0 \text{ にかぎる}) \text{ の状態に対して}$$

$$\lambda \cdot P(0, S_1, S_2) + 2\mu(S_1 + S_2) \cdot P(0, S_1, S_2) = \lambda \cdot P(0, S_1 - 1, S_2) + 2\mu(S_1 + 1) \cdot P(0, S_1 + 1, S_2 - 1) + 2\mu(S_2 + 1) \cdot P(0, S_1, S_2 + 1) \dots (II-12)$$

8, 9. このことは一般の分布については必ずしも保証されていないが

poisson 到着, Erlang 分布の場合証明されている。詳しくは "待ち合せ理論" の成書, 例えば,

Saaty, T.L.: Elements of queuing theory with applications, McGraw-Hill, 1961.

Morse, Ph. M.: Queues, inventories and maintenance, John Wiley, 1958.

森村英典, 大前義次, 待ち行列の理論と実際: 日本科学技術連盟, 昭和 37 年などを参考されたい。

$S_1 + S_2 = M$  ( $N=0$ も含む)の状態に対して  
 $-N \approx N_{\max}$

$$\lambda \cdot P(N, S_1, S_2) + 2\mu \cdot M \cdot P(N, S_1, S_2) = 2\mu(S_2 + 1)P(N + 1, S_2 - 1, S_2 + 1) + 2\mu(S_1 + 1) \cdot P(N, S_1 + 1, S_2 - 1) + \lambda \cdot P(N - 1, S_1, S_2) \dots \dots \dots (\text{II-13})$$

$N = N_{\max}$  のときは

$$2\mu \cdot M \cdot P(N, S_1, S_2) = 2\mu(S_1 + 1) \cdot P(N, S_1 + 1, S_2 - 1) + \lambda \cdot P(N - 1, S_1, S_2) \dots \dots \dots (\text{II-14})$$

が成立する。ただし、 $S_1, S_2$ の値が0のときは $S_1 - 1$ ,あるいは $S_2 - 1$ を含む状態の確率は0と考えるのは当然である。このようにしてII-12, II-13, II-14式がこの問題の数式モデルとなった。

### III モデルの解法と検討

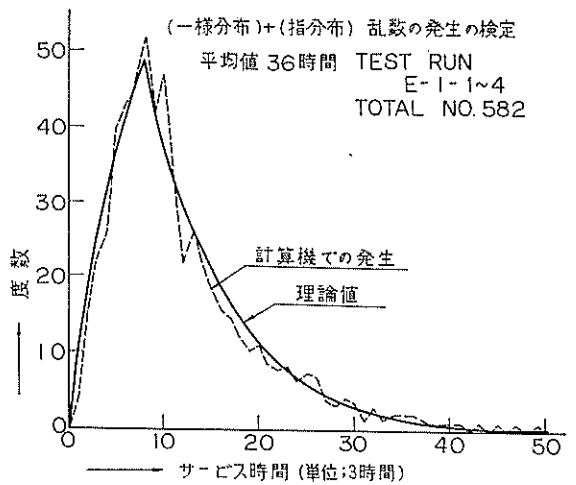
前節で構成されたモデルをそれぞれシミュレーションおよび解析的な方法で解き、両解法の比較をおこなった。また実用上有効であると考えられる平均待ち時間の簡易計算法について我々の得た結果を用いてチェックを試みた。最後にシミュレーションモデルを使用して遷移状態について検討し、その原型として最も単純な擾乱が加わったときの系の挙動を明らかにした。

#### III-1 シミュレーションによる解

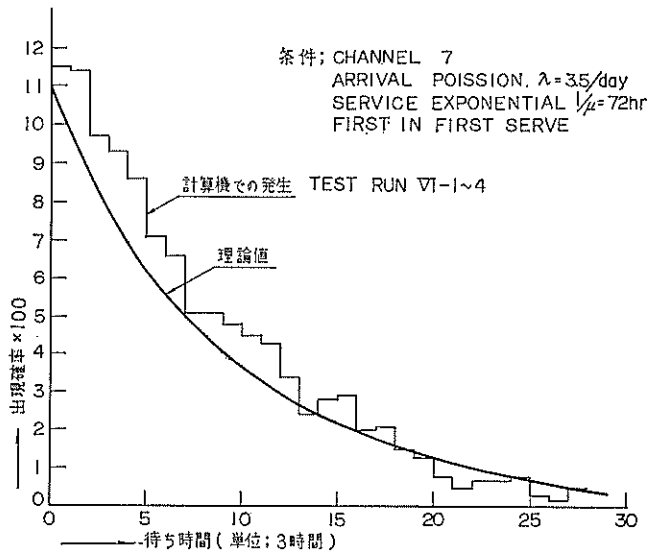
図II-21に示したようなシミュレーションモデルを乱数表と電動計算機とソロバンを使って人力で解くこともできるが、一般には電子計算機を用いて計算させる。我々の場合は港研の計算室にあるTOSBAC-3123を使って解いた。図II-21はすでにお気づきのとおり、フローチャートの形になっており、これをコーディングしてやれば良い理である(計算を実施するうえで種々の問題点が発生するが、この点については別に発表するつもりである。)一般的な手順をふんでプログラムの部分部分の検定をおこない、ついで全体としてのチェックをおこなった(これはモデルが正当に構成されているかどうかの試験に相当する。)どのようなテストをおこなったかを示す例としてその一部を示すと図III-1, 図III-2, 図II-3などがある。

図III-1は部分的なチェックの1例で、サービス時間分布の乱数発生を検定のためのものである。また図III-2は全体としてのチェックの1例で解析解が既知である  
 i) ポアソン到着, ii) 指数サービス, iii) 先着順サービス, 溢れなしの場合の“待ち時間分布”の検定用のも

図III-1 サービス時間分布の発生



図III-2 待ち時間分布の比較

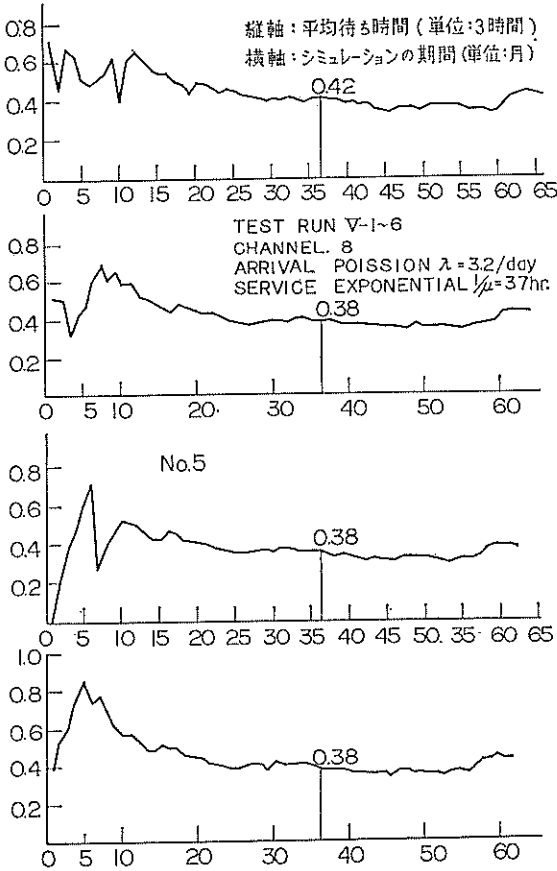


のである。

図III-3-1, 図III-3-2は“初期条件その他によってある期間以上の長さにわたってシミュレーションをおこなわないと解が安定しない”。というシミュレーション固有の問題をみるために65ヶ月の期間連結でシミュレート, スタート時点を変えたとして解の値がどう変化するかを平均待ち時間について示したものである。これによればまづ30~40ヶ月のシミュレートが必要なことが判る。

このようにして条件が与えられれば、このシミュレーションモデルを使って解を求めることが判った。しかし、シミュレーションは計算機を使用する時間が長くなり、例えば数表の作成などをおこなうには不適當である。我々は解析解の補正とか、遷移状態の検討とかの場合などの主としてシミュレーションによらなければ不可能な問題にこのプログラムを使用している。

図Ⅲ-3-1 平均待ち時間の変化

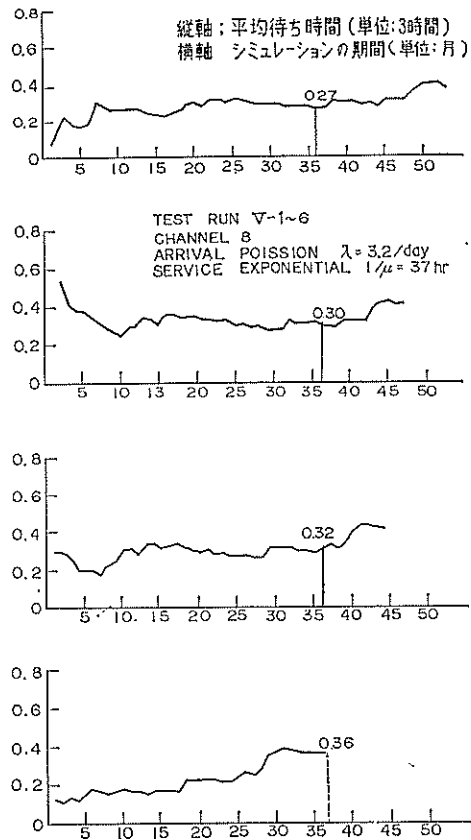


### Ⅲ-2 解析的な解法による解

式Ⅱ-12, Ⅱ-13, Ⅱ-14 で表現された数式モデルを解くことは結局、多元連立一次方程式を解くことが中心課題となる。 $P(N, S_1, S_2)$  を未知数と考え、 $\lambda, \mu$  をパラメーターとして与えたときの係数行列を Ⅱ-12, Ⅱ-13, Ⅱ-14式を満足するように作成すれば、あとはいかに能率的にこれを解いてゆくかだけである。係数行列の

1. TOSBAC-3123で図-13程度のシミュレーションをおこなうと6時間程度

図Ⅲ-3-2 平均待ち時間の変化



作成はシャノン線図をかいて逐一求めることもできるが、Algorithm を計算機にのるような型で決め、プログラムし機械的に計算機の中でおこなうのがよい。また得られる係数行列も可成りの規則性を持つから、多元一次連立方程式の解法も比較的小容量の計算機で解けるように工夫する妙味がある<sup>2)</sup>。この問題については別に発表を予定しているので詳細は省略する。図Ⅲ-4をシャノン線図によつて係数を求めるやり方の例である。

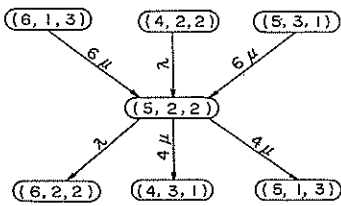
この場合得られる式は

$$6\mu \cdot P(6, 1, 3) + 6\mu \cdot P(5, 3, 1) + \lambda \cdot P(4, 2, 2) - (\lambda + 8\mu) \cdot P(5, 2, 2) = 0$$

である。

2. TOSBAC-3123 のサービスプログラムの連立一次方程式の解を求めるサブルーチンの最大元数は65元、パス4フェーズ2、最大待ち数9のときで58元、であるから最大待ち数を増したり、パス数を増したりすれば直ちに不能になって了う。

図III-4 シヤムン線図の一部



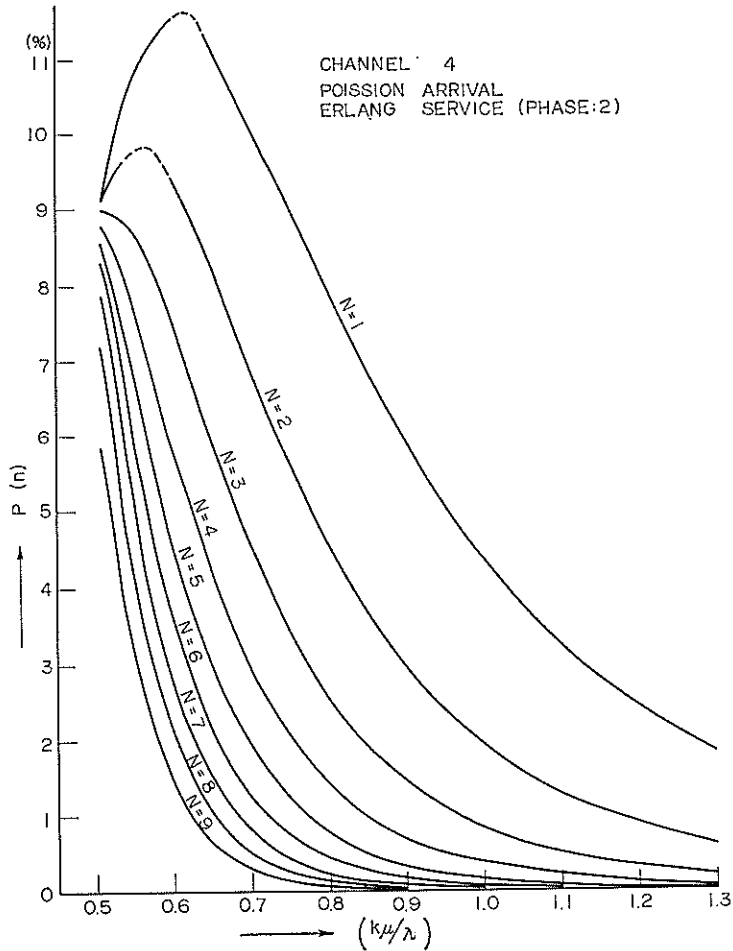
$P(N, S_1, S_2)$  が求められれば  $1 = \sum_{N=0}^{N=N_{\max}} P(N, S_1, S_2)$  であるように解を調整し、さらに  $P_n = \sum_{S_1, S_2} P(N, S_1, S_2)$  を求める。ここで  $P_n$  は当然  $n\lambda$  が待つことになる(待

ち行列の長さが  $n$  となる) 確率である。

図III-5, III-6, III-7は i) 窓口 (CHANNEL) 4,  $M=4$ , ii) ポアソン到着, iii) アーラン・サービス (phase 2), iv) 最大待ち数  $N_{\max}=9$  v) 先着順サービスの場合についての  $P_n$  の計算結果である。 $P_n$  が判れば平均待ち時間は  $L_q = \lambda \cdot W_q$  で計算できる。ここに  $L_q$  は平均待ち行列の長さ,  $W_q$  は平均待ち時間である。(当然  $L_q$  は  $L_q = \sum_{n=1}^9 n \cdot P_n$  でよい)

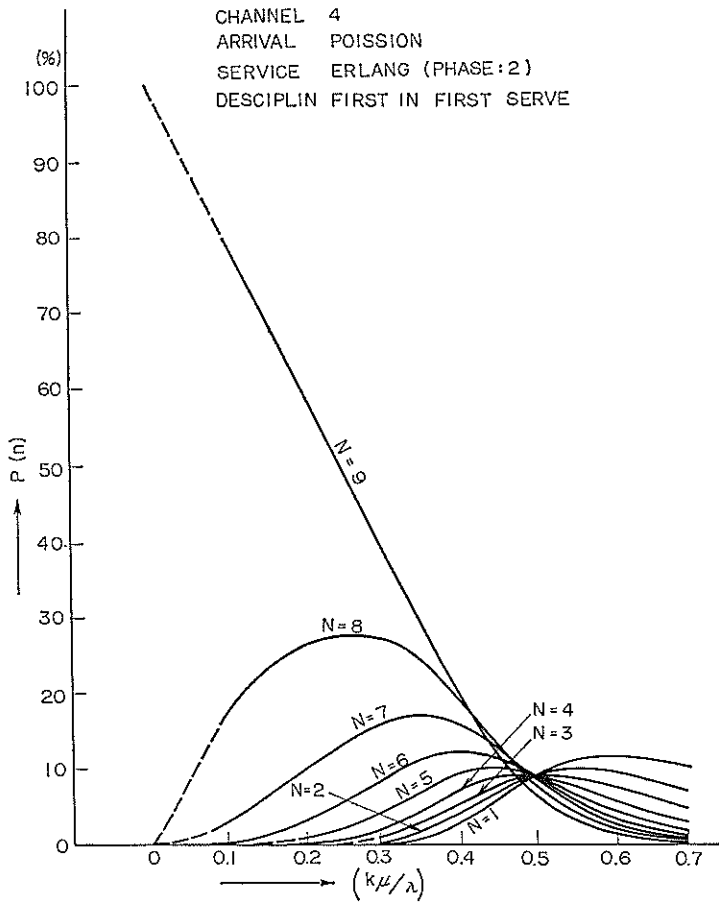
現在、種々のケースについて計算をおこなって結果をとりまとめているところであるので近いうちに数表あるいはグラフの形式で発表したい。

図-5 Probability of Waiting Number in Queue

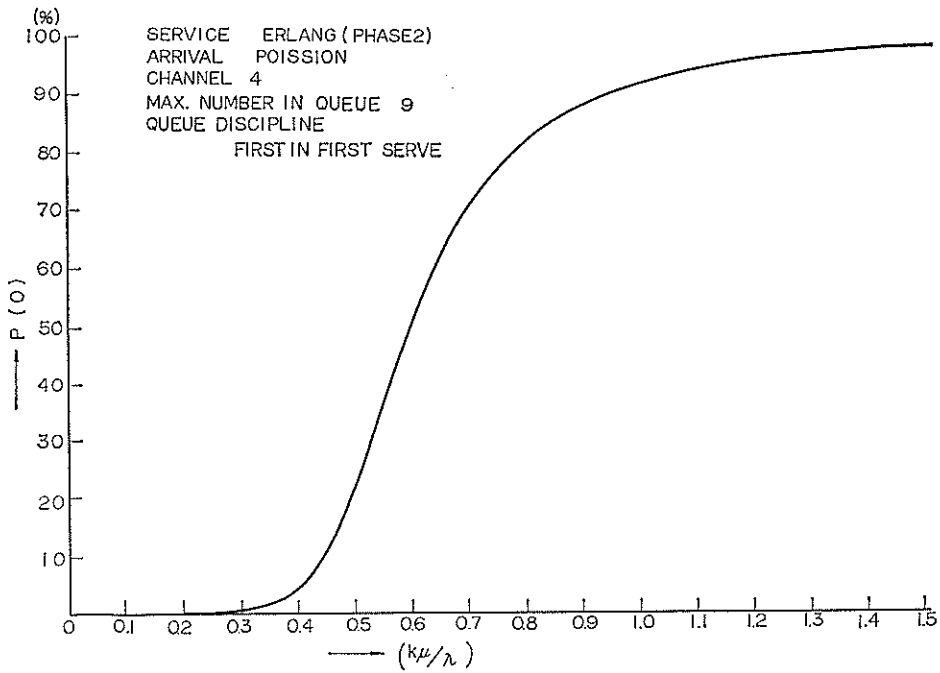




图III-6 Probability of Waiting Number in Queue



图III-7 Distribution of  $P(0)$

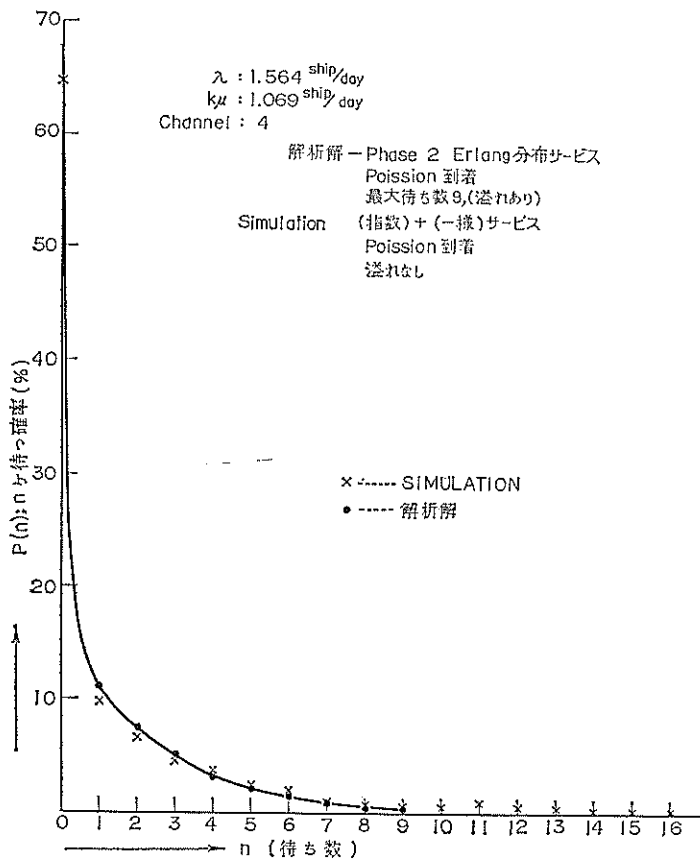


### 3. 両解法の比較

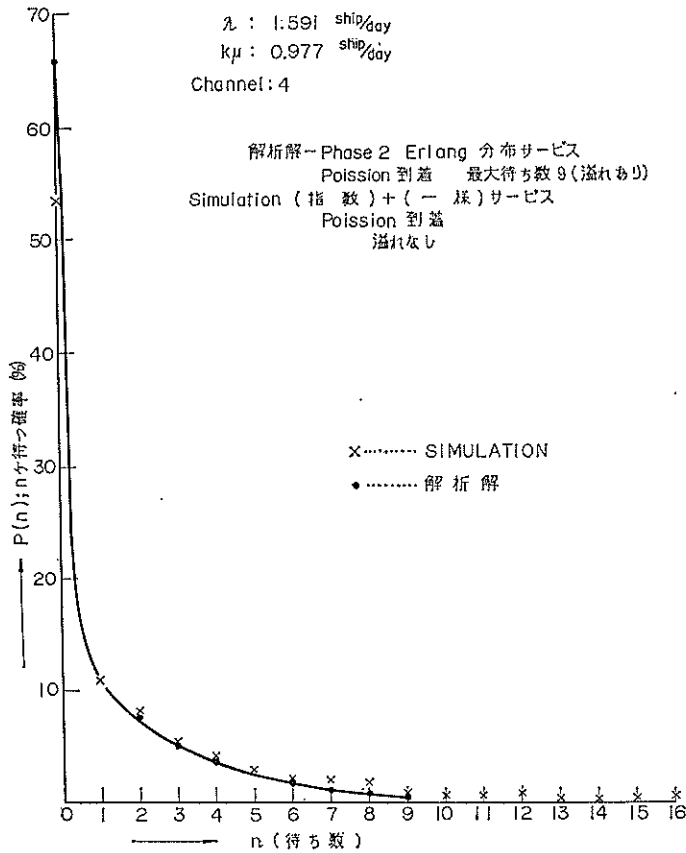
数式モデルを解析的に解いた結果とシミュレーションでえられた結果を比較しておくことはIII-5で取扱う遷移状態のシミュレーションが解析解と整合しているもの

であるかどうかを判断するうえでも必要なことである。図III-8、図III-9はその1例である。条件は図の中に記入しておいたので省略するが、溢れが9以上で起るといのは幾分早過ぎる仮定であることを考慮すると満足すべき一致を示していると考えられる。

図III-8 SIMULATION と解析解の比較



図III-9 SIMULATION と解析解の比較



III-4 平均待ち時間の簡易計算法

イギリスのリー、ロングトンの両氏が平均待ち時間についてつぎのような簡易計算法を発表している<sup>3)</sup>。

$$W_q = \frac{E_s}{2} [1 + (v/b)]$$

ここに  $W_q$ : 平均待ち時間

$E_s$ :  $\lambda, \mu$  が等しい (求めようとするケースと)  $[M/M/s(\infty)]$  型待ち行列の平均待ち時間

$b$ : サービス時間の平均値

$v$ : サービス時間の実現値 (確率変数)

である。筆者は P 分布について若干のパラメーターを

用いて、モンテカルロ・シミュレーションによるチェックをおこなったとしている。もしこの式が我々の問題に良い近似を与えてくれると大略の見当をつけるときに有効である<sup>4)</sup>。

そこで、手持ちのデーターを用いてチェックしてみる。まづ phase  $k$  のアーラン分布について考えると

$$E(E_k) = 1/\lambda, \quad V(E_k) = 1/k\lambda^2 \quad \text{だから}$$

$$V(v/b) = V(v)/b^2 = \frac{1/k\lambda^2}{(1/\lambda)^2} = 1/k$$

$$W_q = \frac{E_s}{2} [1 + V(v/b)] = \frac{E_s}{2} (1 + 1/k)$$

phase2 では  $W_q = 0.75 \cdot E_s$  でよい。また CHANNEL 7 で三角形分布のサービスという特殊な TEST RUN

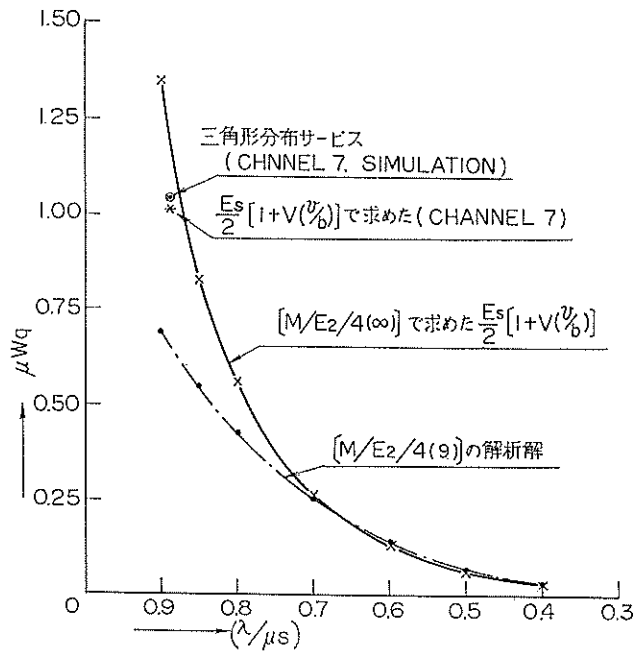
3. Lee, A. M. and Longton P.A. ; Queuing process associated with airline passenger check-in, O. R. Quarterly, 10, 1, P. 56~71, 1957 が原典,

4.  $E_s$  の値はすでに発表されている図表あるいは計算して容易に求められるから。

をやったので、この両者についてチェックしたが、図III-10である。これで見ると  $[M/E_2/4(9)]$  では溢れが9からという影響が表れて  $(\lambda/\mu s)$  が 0.7 を超

えるところで離れてくるが、ある程度の推定には使えそうである。これについては手持ちのデータが増したところでもう一度完全なチェックを試みたい。

図III-10  $W_0 = \frac{E_s}{2} [1 + V(v/b)]$  式の検討



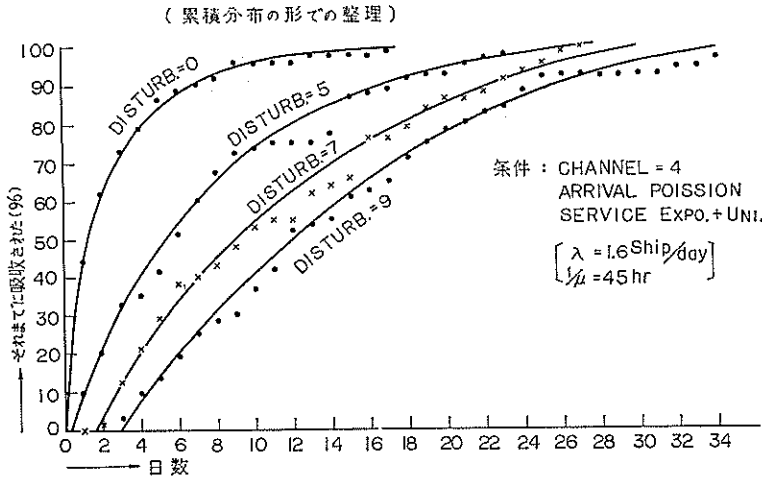
5. 遷移状態について——原型としての単純な攪乱が入るとき——

解析解だけで最も不満足なことは、極めて単純な攪乱たとえば一日不荷役(日曜不荷役など)が起きたとしたらどのようなかさえ全然見当がつかないということである。あるいは月末の集中を一つの攪乱(disturbance)として考えたら解析解をどう修正すべきか、等々いろいろと試みなければならぬことは多いが、このような問題を扱う前提として最も単純なものについて、その基本

的な挙動を詳べてみる。

その方法は、図II-21のシミュレーションモデルにおいて「待ち隻数が0になったときから一定時間において単位時間当りの入港隻数に一定数を一回だけ加えてやる」ことで可能である。こうして i)  $\lambda/\mu s$  の値, ii) disturbanceの大きさ, iii)  $s$  の値と「待ち隻数0に到るまでの必要時間」「その間の待ち隻数の変化の仕方」などの関連を詳べてみる。図III-11はその一例である。

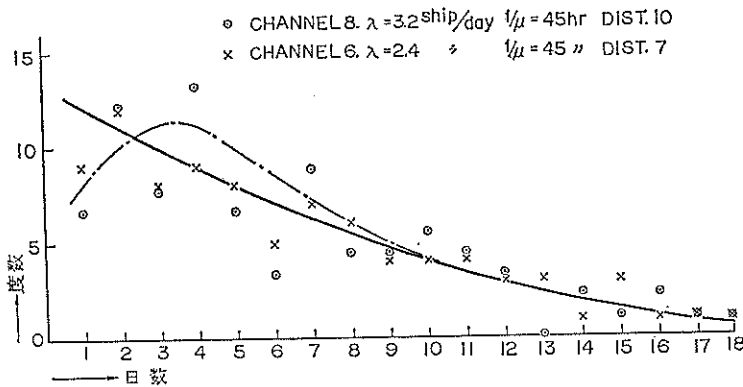
図III-11 DISTURBANCE 吸収に必要な日数



この問題については詳細にわたる取扱いは今後の研究課題として追及してゆきたいと考えている。現在までに試みたものを素材のままの形であげておくと図III-12, III-13, III-14などの整理法がある。図III-12は $\lambda/\mu$ の値を等しくとって $s$ を変化させそれに比例した大き

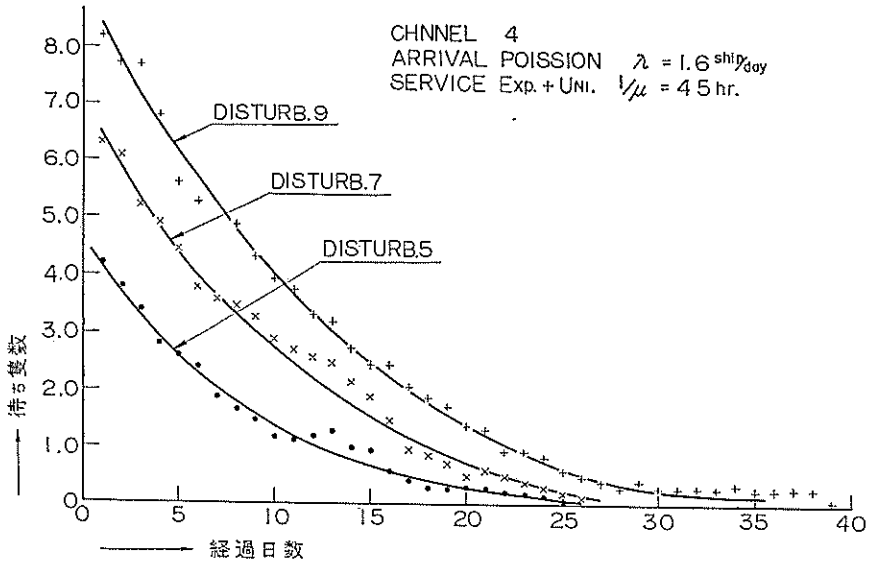
さのDISTURBANCEをあたえたときの、吸収に必要な日数の分布を度数のままに記入したものである。これを見ると、このような共通のパラメーターが使えると思われるが、実施例も充分豊富とはいえないので結論は保留したい。

図III-12 DISTURBANCE 吸収に必要な日数



図III-13はDISTURBANCEをあたえてからの経過日数と待ち隻数の期待値の関係を示す1例である。

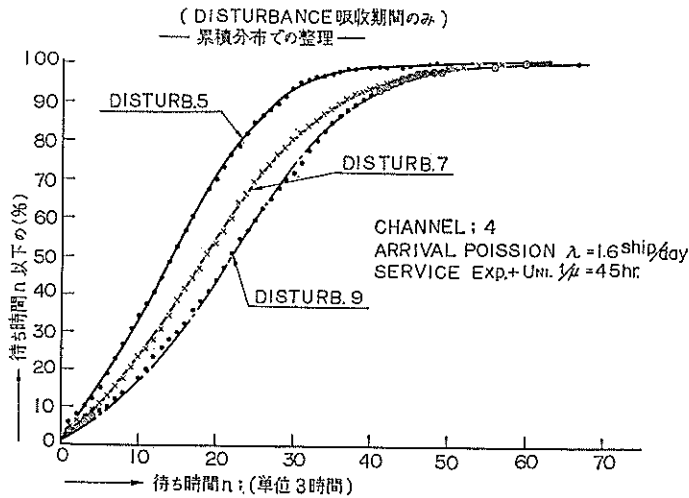
図III-13 待ち隻数—経過日数



また、図III-11、図III-13と同じ条件で1隻当りの平均待ち時間は、DISTURBANCE 5, 7, 9 の場合、DISTURBANCE が吸収されるまでの期間についてみる

と、それぞれ 44hr. 58hr. 66hr. となっている。図III-14 はこの場合の待ち時間分布を示したものである。

図III-14 待ち時間分布



## あとがき

この報告書は“埠頭の貨物取扱い能力についての研究”の中間報告であります。この段階においては、まだ問題の基本的な性質を明確にしたに止まり、このような考え方が実用に耐えるようになるためには解決しておかなければならない問題点は山積しております。その主要なものを列挙してみてもつぎのようなものが思いうかびます。すなわち i) 適正な解荷役量の決定、ii) コンテナと通常の荷姿の貨物の混載の処理方法、iii) 制限条件としての港湾労働力の評価、iv) 入港船の吃水分布の取扱い、v) 航路別など埠頭群の割当ての問題、vi) 埠頭の建設費、運営費の試算などがあり、これらの問題を解決してゆくには組織的な研究体制の下で異なる分野の研究者、実務家の協同研究が望まれます。

この研究をここまで進めるにあたって、種々と御指導、御配慮を頂いた港湾局、港湾技術研究所の諸先輩、また実際の作業に当って終始、有益な討論と助言をうけた計算室の諸氏、とくに奥山育英氏と莫大な量のパンチカードの作成、図表の整理に当った計算室の諸嬢に感謝の意を表します。また資料の提供に快く応じて頂いた、横浜定航エージェント会三井倉庫横浜支店、神戸市港湾局、横浜市港湾局の担当の方々にも御礼申し上げます。

最後に、ここに報告したような“考え方”“解析の方法”が今後の研究に役立てられることを祈って筆を置きます。

## 参 献 文 考

### § 待ち合わせ理論についておよび OR 一般

- [1] Russell L. Ackoff, “Scientific Method”, John Wiley, 1962,
- [2] “ ” (editor), “Progress in Operations Research”, John Wiley, 1961.
- [3] Morse, Ph. M., “Queues, Inventories and Maintenance”, John Wiley, 1958.
- [4] Saaty, T. L., “Elements of Queuing Theory with Applications”, McGraw-Hill, 1961.
- [5] Churchman C. W., Achoff R. L., Arnoff E. L., Introduction to Operations Research, John Wiley, 1960 (5th printing),
- [6] [5]の訳として  
森口繁一監訳, “チャーチマン・アークフ・アーンフ, オペレーションズ・リサーチ入門”, 紀伊国屋 1958.
- [7] 森村英典, 大前義次, “待ち行列の理論と実際” 日本科学技術連盟出版社, 1962.
- [8] 森村英典訳 “ア・ヤ・ヒンチン著, 待ち合わせ理論入門”, 廣川書店, 1960.

### § シミュレーションについて

- [9] University of Florida, “Symposium on Monte Carlo Methods,” John Wiley, 1956,
- [10] Petter C. Omtvedt, M. A., “Report on the profitability of port Investments”, Oslo, 1963, (非売品)
- [11] 経営科研究会編, “シミュレーション入門”, 日刊工業新聞社, 1961.
- [12] 宮武修, 中山隆, “モンテカルロ法”, 日刊工業新聞社, 1960.

### § 港湾工学および船舶の運航, 荷役について,

- [13] 日本港湾協会, “港湾工事設計要監”, 日本港湾協会, 1959.
- [14] 鈴木雅次, “港工学”, 風間書店, 1952,
- [15] 福島三七治, “港湾特論”, 修教社, 1957. (絶版)
- [16] 東寿, “港湾計画論”, 日本港湾協会, 1957.
- [17] 柴田誠一, “碇泊期間と荷役能率の諸問題”, 成山堂, 1959.
- [18] 日本郵船海務部監修, “載貨係数と積付実務”, 海文堂, 1959.

港湾局関係の業務資料

- §〔19〕 長尾義三, “港湾技術の発展に関する方法的  
研究”, 第三港湾建設局, 1959.
- 〔20〕 第三港湾建設局, “摩耶埠頭計画及び設計概要”  
第三港湾建設局, 1958.
- 〔21〕 栗栖義明, “我が国の港湾整備計画に関する研  
究”, 第二港湾建設局, 1960(?)
- 〔22〕 京浜港工事々務所, “山下埠頭利用計画書”, 第  
二港湾建設局, 1958,
- 〔23〕 // “横浜港公共埠頭の計画”  
// 1963.
- 〔24〕 第三港湾建設局, “神戸港における荷役業務の  
分析”, 第三港湾建設局, 1963.
- 〔25〕 // “六甲埠頭のバース計画に  
関する基礎的研究”, // 1964.

§ 統計資料について

- 〔26〕 運輸省港湾局編, “日本国港湾統計(年報)”,  
運輸省港湾局,
- 〔27〕 横浜市, “横浜港統計年報”, 横浜市.
- 〔28〕 神戸市, “神戸港大観”, 神戸市.

§ 統計確率的な手法について

- 〔29〕 Lihdgren B. W., “Statistical Theory”,  
Macmillan Co. New York, 1962.
- 〔30〕 竹内啓, “数理統計学”, 東洋経済新報社, 1963.
- 〔31〕 宇田川銈久, “応用確率論入門”, オーム社,  
1954.

なお本報告の概要をつかむにはつぎの小文が適當と考  
えられます。

- 〔32〕 工藤和男, 高野聖三, 奥山青英, 早藤能伸, 埠  
頭の貨物取扱能力について, 第2回港湾技術研究  
所発表会講演概要, 港湾技術研究所, 1964. 12

(昭和40年11月2日受付)



## 埠頭の貨物取り扱い能力についての研究—II

ポアソン到着，アーランサービス，複数窓口の待ち合せ数表の作成

工藤和男\* 奥山育英\*

### 目 次

まえがき	43
数表の使用法	43
1. 必要なパラメーター	43
2. パラメーターのきざみ巾	43
3. 数表のひきかた	44
統計量—1	45

状態確率表—1	49
統計量—2	52
状態確率表—2	57
あとがき	63
付録 電子計算機による計算法	64

### まえがき

この資料は、港に於ける入港船舶の到着率，船舶の平均接岸時間，埠頭の数を与えて，その埠頭の利用率や船舶の待時間等を求めたものである。

仮定としては，船舶の到着分布はポアソン分布に従い接岸時間分布は phase 2 のアーラン分布に従うとする。この仮定の根拠は，工藤，高野<sup>1</sup>の埠頭の取り扱い能力に関する研究—I<sup>1</sup>による。またモデルの構成と理論式の導入は同報告の「モデルの構成」と「解析的な解法」にみられるので省略したが，計算方法は付録を参照されたい。

港に出入する船舶を客，船舶が接岸する埠頭を窓口，接岸時間を窓口でのサービス時間と考えれば，システムが港でなくとも，ポアソン到着，アーランサービス，複数窓口の場合の待ち合わせ行列の数表としてもこの資料は使用できる。従って，当資料では一般性をもたせて，客，窓口，サービスの用語に統一した。

### 数表の使用法

#### 1. 必要なパラメーター

この数表を使用するのに必要なパラメーターは次の4個である。

- $\lambda$ …単位時間あたりの客の平均到着人数
- $\mu$ …1つの窓口で単位時間にサービス可能な平均人数
- $S$ …窓口の数
- $N$ …最大許容待ち数

また，これらを用いて， $\lambda/S\mu$ を利用率とよび $\rho$ の記号で記す。ここで利用率といったのは，溢れのおきない場合には， $\rho$ は埠頭の利用率と一致するからである。ここで， $\lambda$ ， $\mu$ の逆数は，

$1/\lambda$ …客の平均到着時間隔

$1/\mu$ …1人の客に対する平均サービス時間

であるから，利用率 $\rho$ は，一人あたりの平均サービス時間を客の平均到着時間隔でわり，更に窓口の数でわった値でもある。

最大許容待ち数 $N$ とは，多人数待っている場合には待場所やその他の理由から新に到着した客はサービスをあきらめて待ち行列にならばずに帰ってしまう現象が生ずるので，その境い目の数である。すなわち，待ち人数が $N-1$ 人以下の場合には到着した客は待ち行列に加わり $N$ 人ならば客は帰ってしまう。

$N=\infty$ とすると， $S \geq 2$ の場合では解析的な解法は難かしく，その方面からも $N$ を有限値にすることは不可避である。 $N=\infty$ の場合をみるには，十分大なる $N$ をとればよい。これは $S=1$ の場合に容易に確かめられる。

#### 2. パラメーターのきざみ巾

$\lambda$ と $\mu$ は， $\rho=\lambda/S\mu$ として， $\rho=0.1$ から0.1きざみで1.2まで。

$S$ は，1から1きざみで10まで，

$N$ は， $S \neq 1$ ， $S \neq 5$ の場合には $N=S$ の場合だけ， $S=1$ の場合は $N=1$ から1きざみに10までと $N=\infty$ の場合， $S=5$ の場合は $N=S$ ， $2S$ ， $3S$ ， $4S$ ， $5S$ の場合を数表にした。但し， $S=1$ ， $N=\infty$ の場合のみ $\rho \geq 1$ で

\* 前設計基準部計算室長

\* 設計基準部計算室

は平衡状態に達さないで、 $\rho = 1.0, 1.1, 1.2$ の代りに  
 $\rho = 0.75, 0.85, 0.95$  の場合をつけ加えた。

電子計算機で計算実行したプログラムでは上の様な制限はなく、任意の正数、 $\lambda, \mu$  に対して、 $S, N$ は  
 $(S+1)(S+2N+2)/2 \leq 300$   
 を満す任意の正整数に対して、状態確率及び統計量が求まる。上の様なきざみ巾を設けたのは、計算時間の制約による。

### 3. 数表のひきかた

$S = 1$  の場合は、統計量—1表、状態確率—1表を使用し  
 $S \geq 2$  の場合は、統計量—2表、状態確率—2表を使用する。以下、例をあげて説明する。

イ)  $S = 1, N = 5, \rho = 0.5$  の場合

統計量—1表によると、サービス数の平均は0.50人、待ち行列数の平均は0.36人、システム全体の平均人数は0.85人であり、以下その他の統計量もわかる。(0.50+0.36 $\times$ 0.85は四捨五入の誤差による。)ここで、実利用率とは、既に述べたように、溢れのない場合は $\rho$ に等しいが溢れのある場合は窓口の利用率は $\rho$ より低く、窓口の実際の利用率をあらわす。

$S = 1, N = 5$  の場合に起り得る状態は、

- 1人もシステムにいない……………  
この状態を (0; 0) と記す。
- 1人も待っていずに1人サービス中……………  
この状態を (0; 1) と記す。
- 1人待っていて1人サービス中……………  
この状態を (1; 1) と記す。
- 2人待っていて1人サービス中……………  
この状態を (2; 1) と記す。
- 3人待っていて1人サービス中……………  
この状態を (3; 1) と記す。
- 4人待っていて1人サービス中……………  
この状態を (4; 1) と記す。

5人待っていて1人サービス中

この状態を (5; 1) と記す。

の6個である。これらの状態の確率を記したのが状態確率表で、状態確率表—1によると、 $\rho = 0.5$  の場合には、

- 状態 (0; 0) の確率が 0.502
- 状態 (0; 1) の確率が 0.282
- 状態 (1; 1) の確率が 0.127
- ……………
- 状態 (5; 1) の確率が 0.003

であることがわかる。

ロ)  $S = 3, N = 3$  の場合

統計量—2表のひきかたはイ)と同じである。

状態は (0; 0), (0; 1), (0; 2), (0; 3), (1; 3), (2; 3), (3; 3) の7個である。すなわち、窓口がふさがるまでは待ち行列はできないが、ふさがってから、待ち人数がふえはじめ、最大許容待ち数 $N$ までですべてがつくされるわけである。

ハ) 平均待ち時間の求め方

統計量表には、待ち時間の項目がないが、次のようにして平均待ち時間を求めることができる。

窓口を  $S$ 、最大許容待ち数を  $N$  とすると

平均待ち時間 =  $[1/\{\lambda \times (1 - P(N; S))\}] \times$  平均待ち行列数

システム全体にかかる時間

=  $[1/\{\lambda \times (1 - P(N; S))\}] \times$  システム全体の平均人数

である。ここで、 $\lambda$  は到着率、 $P(N; S)$  は  $S$  人窓口において、 $N$  人が待っている状態の確率である。

なお、 $N = \infty$  のときは、上式で  $P(N; S) = 0$  とおけばよい。

以上のことから、統計量表における、サービス数：待ち人数は、サービス時間：待ち時間に等しいことがわかる。

統計量—1

統計量—1では窓口が1個の場合についてをとり扱う。

$N$  : 最大許容待ち数。

$\rho$  : 利用率。

なお、この表では行列数のみを扱い、サービス時間、待ち時間、全体に要する時間の平均、分散、標準偏差を求

めようとする場合は、 $\rho$ の他に到着率、サービス率の $\lambda$ 、 $\mu$ が関係してくるので、計算方法のみを待ち時間の項で示した。

$N=\infty$ の場合は $\rho \geq 1$ になると、平衡状態に到達しないので、 $\rho = 1.0, 1.1, 1.2$ の代りに $\rho = 0.75, 0.85, 0.95$ の場合を付け加えた。

$N=1$

		$\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均		0.10	0.19	0.28	0.37	0.44	0.50	0.56	0.61	0.65	0.69	0.73	0.75
	分散		0.09	0.16	0.20	0.23	0.25	0.25	0.25	0.24	0.23	0.21	0.20	0.19
	標準偏差		0.30	0.40	0.45	0.48	0.50	0.50	0.50	0.49	0.48	0.46	0.45	0.43
待ち行列数	平均		0.01	0.03	0.05	0.09	0.12	0.16	0.20	0.24	0.27	0.31	0.34	0.37
	分散		0.01	0.03	0.05	0.08	0.11	0.13	0.16	0.18	0.20	0.21	0.22	0.23
	標準偏差		0.08	0.16	0.22	0.28	0.33	0.37	0.40	0.43	0.45	0.46	0.47	0.48
全体	平均		0.11	0.22	0.34	0.45	0.56	0.66	0.76	0.85	0.93	1.00	1.07	1.13
	分散		0.11	0.22	0.33	0.42	0.49	0.54	0.58	0.60	0.61	0.62	0.61	0.60
	標準偏差		0.33	0.47	0.57	0.65	0.70	0.74	0.76	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78
待たない確率			0.90	0.81	0.72	0.63	0.56	0.50	0.44	0.39	0.35	0.31	0.27	0.25
サービス数：待ち人数			93 : 7	88 : 12	84 : 16	81 : 19	78 : 22	76 : 24	74 : 26	72 : 28	71 : 29	69 : 31	68 : 32	67 : 33
実利用率			0.10	0.19	0.28	0.37	0.44	0.50	0.56	0.61	0.65	0.69	0.73	0.75

$N=2$

		$\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均		0.10	0.20	0.30	0.39	0.48	0.55	0.62	0.69	0.74	0.78	0.82	0.85
	分散		0.09	0.16	0.21	0.24	0.25	0.25	0.23	0.22	0.19	0.17	0.15	0.13
	標準偏差		0.30	0.40	0.46	0.49	0.50	0.50	0.48	0.46	0.44	0.41	0.39	0.36
待ち行列数	平均		0.01	0.03	0.08	0.15	0.23	0.32	0.42	0.53	0.63	0.73	0.82	0.90
	分散		0.01	0.04	0.10	0.18	0.27	0.37	0.46	0.54	0.60	0.64	0.66	0.67
	標準偏差		0.10	0.20	0.31	0.42	0.52	0.61	0.68	0.73	0.77	0.80	0.81	0.82
全体	平均		0.11	0.23	0.38	0.54	0.71	0.88	1.05	1.21	1.37	1.51	1.64	1.75
	分散		0.11	0.26	0.42	0.60	0.76	0.90	1.01	1.08	1.12	1.13	1.11	1.08
	標準偏差		0.34	0.51	0.65	0.77	0.87	0.95	1.01	1.04	1.06	1.06	1.05	1.04
待たない確率			0.90	0.80	0.70	0.61	0.52	0.45	0.38	0.31	0.26	0.22	0.18	0.15
サービス数：待ち人数			92 : 8	85 : 15	78 : 22	73 : 27	67 : 33	63 : 37	60 : 40	57 : 43	54 : 46	52 : 48	50 : 50	48 : 52
実利用率			0.10	0.20	0.30	0.39	0.48	0.55	0.62	0.69	0.74	0.78	0.82	0.85

N = 3

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.10	0.20	0.30	0.40	0.49	0.58	0.66	0.73	0.78	0.83	0.87	0.90
	分散	0.09	0.16	0.21	0.24	0.25	0.24	0.23	0.20	0.17	0.14	0.11	0.09
	標準偏差	0.30	0.40	0.46	0.49	0.50	0.49	0.47	0.45	0.41	0.38	0.34	0.30
待ち行列数	平均	0.01	0.04	0.09	0.18	0.30	0.45	0.62	0.81	1.00	1.18	1.36	1.52
	分散	0.01	0.05	0.13	0.26	0.43	0.64	0.85	1.03	1.17	1.25	1.29	1.28
	標準偏差	0.10	0.22	0.36	0.51	0.66	0.80	0.92	1.02	1.08	1.11	1.13	1.13
全体	平均	0.11	0.24	0.39	0.57	0.79	1.02	1.28	1.53	1.78	2.01	2.22	2.41
	分散	0.11	0.27	0.46	0.71	0.99	1.26	1.50	1.68	1.77	1.80	1.76	1.68
	標準偏差	0.34	0.52	0.68	0.84	0.99	1.12	1.23	1.29	1.33	1.34	1.33	1.30
待たない確率		0.90	0.80	0.70	0.60	0.51	0.42	0.34	0.27	0.22	0.17	0.13	0.10
サービス数： 待ち人数		92 : 8	84 : 16	76 : 24	69 : 31	62 : 38	56 : 44	51 : 49	47 : 53	44 : 56	41 : 59	39 : 61	37 : 63
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.49	0.58	0.66	0.73	0.78	0.83	0.87	0.90

N = 4

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.59	0.67	0.75	0.81	0.86	0.90	0.93
	分散	0.09	0.16	0.21	0.24	0.25	0.24	0.22	0.19	0.15	0.12	0.09	0.07
	標準偏差	0.30	0.40	0.46	0.49	0.50	0.49	0.47	0.43	0.39	0.35	0.30	0.26
待ち行列数	平均	0.01	0.04	0.10	0.19	0.34	0.53	0.78	1.06	1.36	1.66	1.93	2.18
	分散	0.01	0.05	0.14	0.30	0.56	0.90	1.28	1.64	1.90	2.05	2.07	2.01
	標準偏差	0.10	0.22	0.37	0.55	0.75	0.95	1.13	1.28	1.38	1.43	1.44	1.42
全体	平均	0.11	0.24	0.39	0.59	0.83	1.12	1.45	1.81	2.17	2.52	2.83	3.11
	分散	0.11	0.27	0.48	0.77	1.15	1.58	2.01	2.36	2.57	2.63	2.55	2.39
	標準偏差	0.34	0.52	0.69	0.88	1.07	1.26	1.42	1.54	1.60	1.62	1.60	1.55
待たない確率		0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.41	0.33	0.25	0.19	0.14	0.10	0.07
サービス数： 待ち人数		92 : 8	84 : 16	76 : 24	68 : 32	60 : 40	53 : 47	46 : 54	41 : 59	37 : 63	34 : 66	32 : 68	30 : 70
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.59	0.67	0.75	0.81	0.86	0.90	0.93

N = 5

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.59	0.68	0.76	0.83	0.88	0.92	0.95
	分散	0.09	0.16	0.21	0.24	0.25	0.24	0.22	0.18	0.14	0.10	0.07	0.05
	標準偏差	0.30	0.40	0.46	0.49	0.50	0.49	0.46	0.42	0.37	0.32	0.27	0.22
待ち行列数	平均	0.01	0.04	0.10	0.20	0.36	0.59	0.90	1.28	1.71	2.14	2.54	2.89
	分散	0.01	0.05	0.14	0.33	0.65	1.12	1.72	2.32	2.79	3.02	3.01	2.84
	標準偏差	0.10	0.22	0.38	0.57	0.80	1.06	1.31	1.52	1.67	1.74	1.74	1.68
全体	平均	0.11	0.24	0.40	0.60	0.85	1.18	1.59	2.05	2.54	3.02	3.46	3.84
	分散	0.11	0.27	0.49	0.80	1.25	1.84	2.51	3.11	3.50	3.62	3.48	3.19
	標準偏差	0.34	0.52	0.70	0.90	1.12	1.36	1.58	1.76	1.87	1.90	1.87	1.79
待たない確率		0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.41	0.32	0.24	0.17	0.12	0.08	0.05
サービス数： 待ち人数		92 : 8	84 : 16	76 : 24	67 : 33	58 : 42	50 : 50	43 : 57	37 : 63	33 : 67	29 : 71	27 : 73	25 : 75
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.59	0.68	0.76	0.83	0.88	0.92	0.95

N=6

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.69	0.77	0.85	0.90	0.94	0.96
	分散	0.09	0.16	0.21	0.24	0.25	0.24	0.21	0.17	0.13	0.09	0.06	0.04
	標準偏差	0.30	0.40	0.46	0.49	0.50	0.50	0.46	0.42	0.36	0.30	0.24	0.19
待ち行列数	平均	0.01	0.04	0.10	0.20	0.37	0.62	0.99	1.48	2.04	2.63	3.17	3.64
	分散	0.01	0.05	0.14	0.34	0.70	1.30	2.13	3.05	3.80	4.16	4.09	3.73
	標準偏差	0.10	0.22	0.38	0.59	0.84	1.14	1.46	1.75	1.95	2.04	2.02	1.93
全体	平均	0.11	0.24	0.40	0.60	0.87	1.22	1.68	2.25	2.89	3.52	4.11	4.60
	分散	0.11	0.27	0.49	0.82	1.32	2.04	2.96	3.89	4.57	4.78	4.55	4.05
	標準偏差	0.34	0.52	0.70	0.90	1.15	1.43	1.72	1.97	2.14	2.19	2.13	2.01
待たない確率		0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.31	0.23	0.15	0.10	0.06	0.04
サービス数： 待ち人数		92 : 8	84 : 16	76 : 24	67 : 33	58 : 42	49 : 51	41 : 59	34 : 66	29 : 71	26 : 74	23 : 77	21 : 79
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.69	0.77	0.85	0.90	0.94	0.96

N=7

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.69	0.78	0.86	0.91	0.95	0.97
	分散	0.09	0.16	0.21	0.24	0.25	0.24	0.21	0.17	0.12	0.08	0.05	0.03
	標準偏差	0.30	0.40	0.46	0.49	0.50	0.49	0.46	0.41	0.35	0.28	0.22	0.17
待ち行列数	平均	0.01	0.04	0.10	0.20	0.37	0.64	1.06	1.64	2.36	3.12	3.82	4.42
	分散	0.01	0.05	0.14	0.34	0.73	1.42	2.49	3.80	4.94	5.47	5.30	4.68
	標準偏差	0.10	0.22	0.38	0.59	0.85	1.19	1.58	1.95	2.22	2.34	2.30	2.16
全体	平均	0.11	0.24	0.40	0.60	0.87	1.24	1.76	2.42	3.21	4.03	4.77	5.39
	分散	0.11	0.27	0.49	0.82	1.35	2.18	3.35	4.69	5.74	6.10	5.74	4.96
	標準偏差	0.34	0.52	0.70	0.90	1.16	1.48	1.83	2.17	2.40	2.47	2.40	2.23
待たない確率		0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.31	0.22	0.14	0.09	0.05	0.03
サービス数： 待ち人数		92 : 8	84 : 16	76 : 24	67 : 33	57 : 43	48 : 52	40 : 60	32 : 68	27 : 73	23 : 77	20 : 80	18 : 82
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.69	0.78	0.86	0.91	0.95	0.97

N=8

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.79	0.86	0.92	0.96	0.98
	分散	0.09	0.16	0.21	0.24	0.25	0.24	0.21	0.17	0.12	0.07	0.04	0.02
	標準偏差	0.30	0.40	0.46	0.49	0.50	0.49	0.46	0.41	0.34	0.27	0.20	0.15
待ち行列数	平均	0.01	0.04	0.10	0.20	0.37	0.66	1.11	1.78	2.65	3.61	4.50	5.23
	分散	0.01	0.05	0.14	0.35	0.75	1.51	2.80	4.55	6.18	6.94	6.62	5.64
	標準偏差	0.10	0.22	0.38	0.59	0.86	1.23	1.67	2.13	2.49	2.64	2.57	2.38
全体	平均	0.11	0.24	0.40	0.60	0.87	1.26	1.81	2.57	3.52	4.53	5.45	6.21
	分散	0.11	0.27	0.49	0.83	1.37	2.28	3.68	5.47	7.03	7.59	7.05	6.00
	標準偏差	0.34	0.52	0.70	0.91	1.17	1.51	1.92	2.34	2.65	2.76	2.65	2.43
待たない確率		0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0.21	0.14	0.08	0.04	0.02
サービス数： 待ち人数		92 : 8	84 : 16	76 : 24	67 : 33	57 : 43	48 : 52	39 : 61	31 : 69	25 : 75	20 : 80	18 : 82	16 : 84
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.79	0.86	0.92	0.96	0.98

N=9

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.79	0.87	0.93	0.96	0.98
	分散	0.09	0.16	0.21	0.24	0.25	0.24	0.21	0.17	0.11	0.07	0.03	0.02
	標準偏差	0.30	0.40	0.46	0.49	0.50	0.49	0.46	0.41	0.34	0.26	0.19	0.13
待ち行列数	平均	0.01	0.04	0.10	0.20	0.37	0.66	1.15	1.90	2.93	4.10	5.19	6.06
	分散	0.01	0.05	0.14	0.35	0.76	1.57	3.05	5.27	7.52	8.60	8.05	6.61
	標準偏差	0.10	0.22	0.38	0.59	0.87	1.25	1.75	2.30	2.74	2.93	2.84	2.57
全体	平均	0.11	0.24	0.40	0.60	0.87	1.26	1.84	2.69	3.80	5.03	6.16	7.05
	分散	0.11	0.27	0.49	0.83	1.38	2.34	4.00	6.23	8.40	9.25	8.45	6.83
	標準偏差	0.34	0.52	0.70	0.91	1.17	1.53	2.00	2.50	2.90	3.04	2.91	2.61
待たない確率		0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0.21	0.13	0.07	0.04	0.02
サービス数： 待ち人数		92 : 8	84 : 16	76 : 24	67 : 33	57 : 43	47 : 53	38 : 62	29 : 71	23 : 77	18 : 82	16 : 84	14 : 86
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.79	0.87	0.93	0.96	0.98

N=10

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.79	0.87	0.93	0.97	0.99
	分散	0.09	0.16	0.21	0.24	0.25	0.24	0.21	0.16	0.11	0.06	0.03	0.01
	標準偏差	0.30	0.40	0.46	0.49	0.50	0.49	0.46	0.41	0.33	0.25	0.17	0.11
待ち行列数	平均	0.00	0.04	0.10	0.20	0.37	0.67	1.17	1.99	3.19	4.60	5.91	6.92
	分散	0.01	0.05	0.14	0.35	0.76	1.61	3.26	5.95	8.95	10.40	9.57	7.56
	標準偏差	0.10	0.22	0.38	0.59	0.87	1.27	1.80	2.44	2.99	3.23	3.09	2.75
全体	平均	0.11	0.24	0.40	0.60	0.87	1.27	1.87	2.79	4.06	5.53	6.88	7.91
	分散	0.11	0.27	0.49	0.83	1.39	2.38	4.17	6.94	9.86	11.07	9.95	7.75
	標準偏差	0.34	0.52	0.70	0.91	1.18	1.54	2.04	2.63	3.14	3.33	3.15	2.78
待たない確率		0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0.21	0.13	0.07	0.03	0.01
サービス数： 待ち人数		92 : 8	84 : 16	76 : 24	67 : 33	57 : 43	47 : 53	37 : 63	28 : 72	22 : 78	17 : 83	14 : 86	12 : 88
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.79	0.87	0.93	0.97	0.99

N=∞

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95
サービス数	平均	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95
	分散	0.09	0.16	0.21	0.24	0.25	0.24	0.21	0.19	0.16	0.13	0.09	0.05
	標準偏差	0.30	0.40	0.46	0.49	0.50	0.50	0.46	0.43	0.40	0.36	0.30	0.22
待ち行列数	平均	0.00	0.04	0.10	0.20	0.37	0.68	1.22	1.69	2.40	3.61	6.08	13.54
	分散	0.01	0.05	0.14	0.35	0.77	1.67	3.86	6.22	10.72	20.76	50.27	213.90
	標準偏差	0.10	0.22	0.38	0.59	0.87	1.29	1.97	2.49	3.27	4.56	7.09	14.63
全体	平均	0.11	0.24	0.40	0.60	0.87	1.28	1.92	2.44	3.20	4.46	6.98	14.49
	分散	0.11	0.27	0.49	0.83	1.39	2.45	4.81	7.25	11.84	21.97	51.58	215.30
	標準偏差	0.34	0.52	0.70	0.91	1.18	1.57	2.19	2.69	3.44	4.69	7.18	14.67
待たない確率		0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05
サービス数： 待ち人数		92 : 8	84 : 16	76 : 24	67 : 33	57 : 43	47 : 53	36 : 64	31 : 69	25 : 75	19 : 81	13 : 87	7 : 93
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95

状態確率表 — 1

$N$  : 最大許容待ち数

$\rho$  : 利用率。

状態 : 左側は待ち数。右側は窓口でサービス中の数。

$N=1$

状態 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0; 0	0.901	0.805	0.716	0.635	0.561	0.496	0.439	0.389	0.346	0.308	0.275	0.246
0; 1	0.092	0.169	0.231	0.279	0.316	0.343	0.362	0.374	0.381	0.384	0.385	0.383
1; 1	0.007	0.026	0.053	0.086	0.123	0.161	0.199	0.237	0.273	0.308	0.340	0.371

$N=2$

状態 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0; 0	0.900	0.801	0.704	0.610	0.524	0.445	0.375	0.315	0.263	0.219	0.183	0.152
0; 1	0.092	0.168	0.227	0.269	0.295	0.307	0.309	0.302	0.290	0.274	0.256	0.238
1; 1	0.007	0.027	0.057	0.094	0.133	0.172	0.208	0.240	0.266	0.288	0.304	0.316
2; 1	0.001	0.004	0.012	0.027	0.048	0.076	0.108	0.143	0.181	0.219	0.257	0.294

$N=3$

状態 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0; 0	0.900	0.800	0.701	0.603	0.510	0.422	0.343	0.275	0.217	0.170	0.132	0.102
0; 1	0.092	0.168	0.226	0.265	0.287	0.292	0.283	0.264	0.239	0.212	0.185	0.160
1; 1	0.007	0.027	0.057	0.093	0.129	0.163	0.190	0.209	0.220	0.223	0.220	0.212
2; 1	0.001	0.004	0.013	0.030	0.055	0.086	0.122	0.159	0.194	0.225	0.252	0.274
3; 1		0.001	0.003	0.009	0.019	0.037	0.062	0.093	0.130	0.170	0.211	0.252

$N=4$

状態 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0; 0	0.900	0.800	0.700	0.601	0.504	0.411	0.326	0.251	0.188	0.139	0.100	0.072
0; 1	0.092	0.168	0.226	0.264	0.283	0.284	0.268	0.241	0.208	0.173	0.141	0.112
1; 1	0.007	0.027	0.057	0.092	0.128	0.159	0.180	0.191	0.191	0.182	0.167	0.149
2; 1	0.001	0.004	0.013	0.030	0.054	0.084	0.116	0.145	0.168	0.184	0.192	0.193
3; 1		0.001	0.003	0.010	0.023	0.044	0.073	0.108	0.147	0.184	0.218	0.247
4; 1			0.001	0.003	0.008	0.018	0.037	0.064	0.098	0.138	0.182	0.227

$N=5$

状態 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0; 0	0.900	0.800	0.700	0.600	0.502	0.406	0.316	0.236	0.169	0.117	0.079	0.052
0; 1	0.092	0.168	0.226	0.264	0.282	0.280	0.260	0.226	0.186	0.146	0.110	0.082
1; 1	0.007	0.027	0.057	0.092	0.127	0.157	0.175	0.179	0.171	0.153	0.131	0.108
2; 1	0.001	0.004	0.013	0.030	0.054	0.083	0.112	0.136	0.151	0.155	0.151	0.140
3; 1		0.001	0.003	0.010	0.023	0.043	0.071	0.102	0.132	0.156	0.171	0.179
4; 1			0.001	0.003	0.009	0.022	0.044	0.076	0.115	0.156	0.195	0.229
5; 1				0.001	0.003	0.009	0.022	0.045	0.076	0.117	0.163	0.210

$N=6$

状态 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0;0	0.900	0.800	0.700	0.600	0.501	0.403	0.310	0.225	0.155	0.101	0.063	0.039
0;1	0.092	0.168	0.226	0.264	0.282	0.278	0.255	0.216	0.171	0.126	0.089	0.060
1;1	0.007	0.027	0.057	0.092	0.127	0.156	0.172	0.172	0.157	0.133	0.105	0.080
2;1	0.001	0.004	0.013	0.030	0.054	0.082	0.110	0.130	0.138	0.134	0.121	0.103
3;1		0.001	0.003	0.010	0.022	0.043	0.069	0.098	0.121	0.135	0.138	0.132
4;1			0.001	0.003	0.009	0.022	0.044	0.073	0.105	0.135	0.157	0.169
5;1				0.001	0.004	0.011	0.027	0.054	0.092	0.135	0.178	0.217
6;1					0.001	0.005	0.014	0.032	0.061	0.101	0.149	0.199

$N=7$

状态 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0;0	0.900	0.800	0.700	0.600	0.500	0.401	0.306	0.218	0.145	0.089	0.052	0.029
0;1	0.092	0.168	0.226	0.264	0.281	0.277	0.252	0.210	0.159	0.111	0.073	0.045
1;1	0.007	0.027	0.057	0.092	0.127	0.155	0.170	0.166	0.146	0.117	0.086	0.060
2;1	0.001	0.004	0.013	0.030	0.054	0.082	0.109	0.126	0.129	0.118	0.099	0.078
3;1		0.001	0.003	0.010	0.022	0.043	0.069	0.094	0.113	0.119	0.113	0.099
4;1			0.001	0.003	0.009	0.022	0.043	0.070	0.098	0.119	0.128	0.127
5;1				0.001	0.004	0.011	0.027	0.053	0.085	0.119	0.146	0.163
6;1					0.002	0.006	0.017	0.039	0.074	0.119	0.166	0.238
7;1					0.001	0.002	0.009	0.023	0.050	0.089	0.138	0.191

$N=8$

状态 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0;0	0.900	0.800	0.700	0.600	0.500	0.401	0.304	0.213	0.137	0.080	0.043	0.022
0;1	0.092	0.168	0.226	0.264	0.281	0.277	0.250	0.205	0.151	0.100	0.060	0.034
1;1	0.007	0.027	0.057	0.092	0.127	0.155	0.168	0.162	0.138	0.105	0.071	0.046
2;1	0.001	0.004	0.013	0.030	0.054	0.082	0.108	0.123	0.122	0.106	0.082	0.059
3;1		0.001	0.003	0.010	0.022	0.043	0.068	0.092	0.107	0.106	0.093	0.075
4;1			0.001	0.003	0.009	0.022	0.043	0.069	0.093	0.106	0.106	0.096
5;1				0.001	0.004	0.011	0.027	0.051	0.081	0.106	0.121	0.123
6;1					0.002	0.006	0.017	0.038	0.070	0.106	0.137	0.158
7;1					0.001	0.003	0.011	0.029	0.061	0.106	0.156	0.201
8;1						0.001	0.005	0.017	0.041	0.080	0.130	0.185

$N=9$

状态 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0;0	0.900	0.800	0.700	0.600	0.500	0.400	0.302	0.210	0.130	0.072	0.036	0.017
0;1	0.092	0.168	0.226	0.264	0.281	0.276	0.249	0.201	0.144	0.090	0.050	0.026
1;1	0.007	0.027	0.057	0.092	0.127	0.155	0.167	0.160	0.132	0.094	0.060	0.035
2;1	0.001	0.004	0.013	0.030	0.054	0.082	0.107	0.121	0.117	0.096	0.069	0.045
3;1		0.001	0.003	0.010	0.022	0.043	0.068	0.091	0.102	0.096	0.078	0.058



4;1			0.001	0.003	0.009	0.022	0.043	0.068	0.089	0.096	0.089	0.074
5;1				0.001	0.004	0.011	0.027	0.051	0.077	0.096	0.101	0.094
6;1					0.002	0.006	0.017	0.038	0.067	0.096	0.115	0.120
7;1					0.001	0.003	0.011	0.028	0.058	0.096	0.130	0.154
8;1						0.002	0.007	0.021	0.051	0.096	0.148	0.197
9;1						0.001	0.003	0.012	0.034	0.072	0.124	0.181

$N=10$

状态 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0;0	0.900	0.800	0.700	0.600	0.500	0.400	0.301	0.207	0.125	0.066	0.030	0.013
0;1	0.092	0.168	0.226	0.264	0.281	0.276	0.248	0.199	0.138	0.082	0.043	0.020
1;1	0.007	0.027	0.057	0.092	0.127	0.155	0.167	0.158	0.127	0.086	0.050	0.027
2;1	0.001	0.004	0.013	0.030	0.054	0.082	0.107	0.120	0.112	0.087	0.058	0.035
3;1		0.001	0.003	0.010	0.022	0.043	0.068	0.090	0.098	0.088	0.066	0.044
4;1			0.001	0.003	0.009	0.022	0.042	0.067	0.085	0.088	0.075	0.057
5;1				0.001	0.004	0.011	0.027	0.050	0.074	0.088	0.085	0.072
6;1					0.002	0.006	0.017	0.037	0.064	0.088	0.097	0.092
7;1					0.001	0.003	0.010	0.028	0.056	0.088	0.110	0.118
8;1						0.002	0.007	0.021	0.049	0.088	0.125	0.151
9;1						0.001	0.004	0.015	0.042	0.088	0.142	0.193
10;1							0.002	0.009	0.028	0.066	0.118	0.177

$N=\infty$

状态 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95
0;0	0.900	0.800	0.700	0.600	0.500	0.400	0.300	0.250	0.200	0.150	0.100	0.050
0;1	0.092	0.168	0.226	0.264	0.281	0.276	0.247	0.223	0.192	0.155	0.110	0.059
1;1	0.007	0.027	0.057	0.092	0.127	0.154	0.166	0.163	0.152	0.132	0.101	0.058
2;1	0.001	0.004	0.013	0.030	0.054	0.082	0.106	0.114	0.116	0.108	0.089	0.055
3;1		0.001	0.003	0.010	0.022	0.042	0.067	0.079	0.087	0.088	0.078	0.051
4;1			0.001	0.003	0.009	0.022	0.042	0.054	0.065	0.071	0.068	0.048
5;1				0.001	0.004	0.011	0.027	0.037	0.048	0.057	0.059	0.045
6;1					0.002	0.006	0.017	0.025	0.036	0.046	0.051	0.042
7;1					0.001	0.003	0.010	0.017	0.027	0.037	0.045	0.039
8;1						0.002	0.007	0.012	0.020	0.030	0.039	0.037
9;1						0.001	0.004	0.008	0.015	0.024	0.034	0.034
10;1							0.003	0.006	0.011	0.020	0.029	0.032
11;1							0.002	0.004	0.008	0.016	0.026	0.030
12;1							0.001	0.003	0.006	0.013	0.022	0.028
13;1							0.001	0.002	0.005	0.010	0.019	0.026
14;1								0.001	0.003	0.008	0.017	0.024
15;1								0.001	0.003	0.007	0.015	0.023
16;1								0.001	0.002	0.005	0.013	0.021
(以下略)									0.001	0.004	0.011	0.020

統計量 - 2

統計量-2では、複数窓口の場合をとり扱う。

$S$  : 窓口の数。

$N$  : 最大許容待ち数。

$\rho$  : 利用率

サービス時間のとり扱いに関しては、統計量-1と同様。

$N = S$  の場合をとり扱ったが、 $S = 5$  の場合のみは、 $N = S, 2S, 3S, 4S, 5S$  まで求めた。

$S = 2 \quad N = 2$

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.20	0.40	0.60	0.79	0.97	1.13	1.28	1.40	1.51	1.60	1.67	1.73
	分散	0.20	0.37	0.51	0.60	0.65	0.65	0.62	0.57	0.50	0.43	0.67	0.31
	標準偏差	0.44	0.61	0.71	0.78	0.81	0.81	0.79	0.75	0.71	0.66	0.61	0.56
待ち行列数	平均	0.00	0.01	0.04	0.09	0.15	0.24	0.33	0.44	0.55	0.65	0.75	0.84
	分散	0.00	0.01	0.05	0.11	0.20	0.30	0.40	0.49	0.57	0.63	0.67	0.69
	標準偏差	0.04	0.12	0.22	0.33	0.44	0.54	0.63	0.70	0.76	0.79	0.82	0.83
全体	平均	0.20	0.41	0.64	0.87	1.12	1.37	1.61	1.84	2.06	2.25	2.42	2.57
	分散	0.20	0.43	0.67	0.92	1.16	1.36	1.50	1.58	1.61	1.58	1.53	1.46
	標準偏差	0.45	0.65	0.82	0.96	1.08	1.17	1.23	1.26	1.27	1.26	1.24	1.21
待たない確率		0.98	0.93	0.87	0.78	0.69	0.60	0.51	0.44	0.37	0.31	0.25	0.21
サービス数 : 待ち人数		99 : 1	97 : 3	94 : 6	90 : 10	86 : 14	83 : 17	79 : 21	76 : 24	74 : 26	71 : 29	69 : 31	67 : 33
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.39	0.48	0.57	0.64	0.70	0.76	0.80	0.84	0.87

$S = 3 \quad N = 3$

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.30	0.60	0.90	1.20	1.48	1.76	2.01	2.22	2.40	2.55	2.66	2.74
	分散	0.30	0.58	0.83	1.02	1.12	1.14	1.07	0.94	0.79	0.64	0.50	0.38
	標準偏差	0.55	0.76	0.91	1.01	1.06	1.07	1.03	0.97	0.89	0.80	0.71	0.62
待ち行列数	平均	0.00	0.00	0.02	0.07	0.14	0.26	0.42	0.61	0.81	1.01	1.21	1.39
	分散	0.00	0.01	0.03	0.10	0.24	0.43	0.67	0.91	1.12	1.26	1.34	1.37
	標準偏差	0.02	0.08	0.18	0.32	0.49	0.66	0.82	0.95	1.06	1.12	1.16	1.17
全体	平均	0.30	0.60	0.92	1.26	1.63	2.02	2.43	2.83	3.21	3.56	3.87	4.13
	分散	0.30	0.61	0.96	1.36	1.79	2.79	2.57	2.80	2.87	2.81	2.66	2.46
	標準偏差	0.55	0.78	0.98	1.17	1.34	1.49	1.60	1.67	1.69	1.68	1.63	1.57
待たない確率		1.00	0.98	0.93	0.86	0.77	0.67	0.57	0.46	0.37	0.29	0.23	0.17
サービス数 : 待ち人数		100 : 0	99 : 1	98 : 2	95 : 5	91 : 9	87 : 13	83 : 17	79 : 21	75 : 25	72 : 28	69 : 31	66 : 34
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.59	0.67	0.74	0.80	0.85	0.89	0.92

S = 4 N = 4

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.40	0.80	1.20	1.60	1.99	2.38	2.73	3.05	3.31	3.51	3.66	3.77
	分散	0.40	0.79	1.15	1.45	1.63	1.68	1.58	1.37	1.10	0.83	0.59	0.41
	標準偏差	0.63	0.89	1.07	1.20	1.28	1.30	1.26	1.17	1.05	0.91	0.77	0.64
待ち行列数	平均	0.00	0.00	0.01	0.05	0.12	0.26	0.46	0.74	1.06	1.39	1.71	2.00
	分散	0.00	0.00	0.02	0.08	0.23	0.52	0.93	1.40	1.82	2.10	2.23	2.22
	標準偏差	0.01	0.05	0.14	0.29	0.48	0.72	0.96	1.18	1.35	1.45	1.49	1.49
全体	平均	0.40	0.80	1.21	1.64	2.11	2.63	3.20	3.79	4.37	4.90	5.37	5.76
	分散	0.40	0.81	1.24	1.75	2.35	3.03	3.69	4.17	4.37	4.28	3.97	3.55
	標準偏差	0.63	0.90	1.12	1.32	1.53	1.74	1.92	2.04	2.09	2.07	1.99	1.88
待たない確率		1.00	0.99	0.96	0.91	0.83	0.73	0.61	0.49	0.37	0.28	0.20	0.14
サービス数 : 待ち人数		100 : 0	100 : 0	99 : 1	97 : 3	94 : 6	90 : 10	86 : 14	81 : 19	76 : 24	72 : 28	68 : 32	65 : 35
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.59	0.68	0.76	0.83	0.88	0.92	0.94

S = 5 N = 5

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	2.99	3.45	3.87	4.22	4.49	4.68	4.80
	分散	0.50	1.00	1.47	1.87	2.16	2.26	2.15	1.84	1.42	1.00	0.66	0.41
	標準偏差	0.71	1.00	1.21	1.37	1.47	1.50	1.47	1.36	1.19	1.00	0.81	0.64
待ち行列数	平均	0.00	0.00	0.01	0.03	0.10	0.24	0.48	0.84	1.29	1.78	2.25	2.66
	分散	0.00	0.00	0.01	0.06	0.21	0.55	1.11	1.91	2.66	3.16	3.31	3.20
	標準偏差	0.00	0.03	0.11	0.25	0.46	0.74	1.07	1.38	1.63	1.78	1.82	1.79
全体	平均	0.50	1.00	1.51	2.03	2.59	3.22	3.93	4.71	5.51	6.27	6.92	7.46
	分散	0.50	1.10	1.53	2.12	2.85	3.76	4.77	5.64	6.08	5.97	5.43	4.70
	標準偏差	0.71	1.00	1.24	1.46	1.69	1.94	2.18	2.38	2.47	2.44	2.33	2.17
待たない確率		1.00	1.00	0.98	0.94	0.87	0.77	0.65	0.51	0.38	0.26	0.18	0.12
サービス数 : 待ち人数		100 : 0	100 : 0	100 : 0	98 : 2	96 : 4	93 : 7	88 : 12	82 : 18	77 : 23	72 : 28	68 : 32	64 : 36
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.69	0.78	0.85	0.90	0.94	0.96

S = 6 N = 6

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.60	1.20	1.80	2.40	3.00	3.59	4.17	4.70	5.14	5.47	5.69	5.82
	分散	0.60	0.00	1.78	2.30	2.69	2.86	2.75	2.34	1.76	1.16	0.70	0.40
	標準偏差	0.77	1.09	1.33	1.52	1.64	1.69	1.66	1.53	1.32	1.08	0.83	0.63
待ち行列数	平均	0.00	0.00	0.00	0.02	0.08	0.21	0.48	0.92	1.51	2.18	2.82	3.37
	分散	0.00	0.00	0.01	0.04	0.18	0.54	1.29	2.43	3.63	4.41	4.58	4.28
	標準偏差	0.00	0.02	0.08	0.21	0.42	0.74	1.14	1.56	1.90	2.10	2.14	2.07
全体	平均	0.60	1.20	1.80	2.42	3.08	3.80	4.65	5.61	6.65	7.65	8.51	9.20
	分散	0.60	1.20	1.82	2.50	3.33	4.42	5.58	7.16	7.97	7.88	7.03	5.86
	標準偏差	0.77	1.10	1.35	1.58	1.81	2.10	2.41	2.68	2.82	2.81	2.65	2.42
待たない確率		1.00	1.00	0.99	0.96	0.90	0.81	0.68	0.53	0.38	0.25	0.16	0.09
サービス数 : 待ち人数		100 : 0	100 : 0	100 : 0	99 : 1	98 : 2	94 : 6	90 : 10	84 : 16	77 : 23	71 : 29	67 : 33	63 : 37
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.78	0.86	0.91	0.95	0.97

S = 7    N = 7

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.70	1.40	2.10	2.80	3.50	4.20	4.88	5.52	6.06	6.46	6.71	6.85
	分散	0.70	1.40	2.09	2.72	3.22	3.47	3.38	2.88	2.11	1.32	0.72	0.36
	標準偏差	0.84	1.18	1.44	1.65	1.79	1.86	1.84	1.70	1.45	1.15	0.85	0.61
待ち行列数	平均	0.00	0.00	0.00	0.01	0.06	0.19	0.46	0.97	1.71	2.58	3.42	4.13
	分散	0.00	0.00	0.00	0.03	0.15	0.51	1.39	2.92	4.70	1.59	6.01	5.41
	標準偏差	0.00	0.01	0.06	0.17	0.38	0.72	1.18	1.71	2.17	2.42	2.45	2.33
全体	平均	0.70	1.40	2.10	2.81	3.56	4.38	5.34	6.48	7.77	9.04	10.13	10.98
	分散	0.70	1.40	2.11	2.87	1.38	5.03	6.73	8.67	10.02	9.99	8.73	7.02
	標準偏差	0.84	1.18	1.15	1.17	1.95	2.24	2.59	2.95	3.17	3.16	2.96	2.65
待たない確率		1.00	1.00	0.99	0.97	0.93	0.84	0.71	0.55	0.38	0.24	0.14	0.08
サービス数： 待ち人数		100 : 0	100 : 0	100 : 0	100 : 0	98 : 2	96 : 4	91 : 9	85 : 15	78 : 22	71 : 29	66 : 34	62 : 38
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.79	0.87	0.92	0.96	0.98

S = 8    N = 8

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.80	1.16	2.40	3.20	4.00	4.80	5.59	6.33	6.98	7.44	7.45	7.87
	分散	0.80	1.16	2.39	3.14	3.75	4.10	4.03	3.46	2.48	1.46	1.43	0.34
	標準偏差	0.89	1.13	1.55	1.77	1.94	2.02	2.01	1.86	1.57	1.21	1.20	0.58
待ち行列数	平均	0.00	0.00	0.00	0.01	0.05	0.16	0.44	1.00	1.89	2.99	2.99	4.92
	分散	0.00	0.00	0.00	0.02	0.12	0.47	1.44	3.37	5.85	7.53	7.49	6.57
	標準偏差	0.00	0.01	0.05	0.14	0.34	0.69	1.20	1.84	2.42	2.74	2.74	2.56
全体	平均	0.80	1.16	2.40	3.21	4.05	4.96	6.03	7.33	8.87	10.44	10.44	12.79
	分散	0.80	1.16	2.41	3.26	4.25	5.60	7.60	10.15	12.20	12.32	12.32	8.16
	標準偏差	0.89	0.13	1.16	1.80	2.06	2.37	2.76	3.19	3.49	3.51	3.51	2.86
待たない確率		1.00	1.00	1.00	0.98	0.94	0.86	0.74	0.57	0.39	0.23	0.20	0.06
サービス数： 待ち人数		100 : 0	100 : 0	100 : 0	100 : 0	99 : 1	97 : 3	93 : 7	86 : 14	79 : 21	71 : 29	71 : 29	62 : 38
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.79	0.87	0.93	0.93	0.98

S = 9    N = 9

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.90	1.80	2.70	3.60	4.50	5.40	6.29	7.15	7.89	8.43	8.74	8.89
	分散	0.90	1.80	2.69	3.55	4.28	4.73	7.33	4.05	2.86	1.60	0.74	0.30
	標準偏差	0.95	1.34	1.64	1.88	2.07	2.17	2.71	2.01	1.69	1.27	0.86	0.55
待ち行列数	平均	0.00	0.00	0.00	0.01	0.04	0.14	0.41	1.02	2.06	3.41	4.72	5.74
	分散	0.00	0.00	0.00	0.01	0.09	0.42	1.45	3.89	7.08	9.38	9.29	7.71
	標準偏差	0.00	0.01	0.04	0.12	0.31	0.65	1.20	1.97	2.64	3.06	3.05	2.78
全体	平均	0.90	1.80	2.70	3.61	4.54	5.54	6.70	8.16	9.95	11.84	13.46	14.63
	分散	0.90	1.80	2.70	3.64	4.71	6.16	11.19	13.69	14.30	14.84	12.43	9.25
	標準偏差	0.95	1.34	1.64	1.91	2.17	2.48	3.34	3.70	3.78	3.85	3.53	3.04
待たない確率		1.00	1.00	1.00	1.00	0.96	0.89	0.76	0.59	0.40	0.22	0.11	0.05
サービス数： 待ち人数		100 : 0	100 : 0	100 : 0	100 : 0	99 : 1	97 : 3	94 : 6	88 : 12	79 : 21	71 : 29	65 : 35	61 : 39
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.68	0.79	0.88	0.94	0.97	0.99

S=10 N=10

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	6.99	7.96	8.81	9.42	9.76	9.91
	分散	1.00	2.00	3.00	3.96	4.81	5.36	5.39	4.68	3.26	1.74	0.73	0.27
	標準偏差	1.00	1.41	1.73	1.99	2.19	2.32	2.32	2.16	1.81	1.32	0.86	0.52
待ち行列数	平均	0.00	0.00	0.00	0.01	0.03	0.12	0.39	1.02	2.21	3.83	5.40	6.59
	分散	0.00	0.00	0.00	0.01	0.08	0.38	1.42	4.09	8.36	11.43	11.10	8.82
	標準偏差	0.00	0.00	0.03	0.10	0.27	0.61	1.19	2.02	2.89	3.38	3.33	2.97
全体	平均	1.00	2.00	3.00	4.01	5.03	6.12	7.38	8.98	11.02	13.25	15.16	16.50
	分散	1.00	2.00	3.00	4.03	5.18	6.71	9.13	12.93	16.88	17.57	14.40	10.27
	標準偏差	1.00	1.41	1.73	2.01	2.28	2.59	3.02	3.60	4.11	4.19	3.80	3.21
待たない確率		1.00	1.00	1.00	0.99	0.97	0.90	0.79	0.61	0.40	0.22	0.10	0.04
サービス数：待ち人数		100 : 0	100 : 0	100 : 0	100 : 0	99 : 1	98 : 2	95 : 5	89 : 11	80 : 20	71 : 29	64 : 36	60 : 40
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.88	0.94	0.98	0.99

S=5 N=10

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	3.97	4.39	4.70	4.87	4.95
	分散	0.50	1.00	1.47	1.87	2.16	2.27	2.15	1.78	1.21	0.66	0.29	0.11
	標準偏差	0.71	1.00	1.21	1.37	1.47	1.51	1.47	1.33	1.10	0.81	0.54	0.34
待ち行列数	平均	0.00	0.00	0.01	0.03	0.10	0.27	0.65	1.38	2.59	4.13	5.60	6.72
	分散	0.00	0.00	0.01	0.06	0.25	0.79	2.18	5.00	8.80	11.12	10.50	8.30
	標準偏差	0.00	0.03	0.11	0.25	0.50	0.89	1.48	2.24	2.97	3.33	3.24	2.88
全体	平均	0.50	1.00	1.51	2.03	2.60	3.27	4.14	5.36	6.99	8.83	10.47	11.67
	分散	0.50	1.10	1.53	2.13	2.93	4.16	6.28	9.62	13.16	14.29	12.26	9.12
	標準偏差	0.71	1.00	1.24	1.46	1.71	2.04	2.51	3.10	3.63	3.78	3.50	3.02
待たない確率		1.00	1.00	0.98	0.94	0.87	0.60	0.63	0.46	0.29	0.16	0.07	0.03
サービス数：待ち人数		100 : 0	100 : 0	100 : 0	98 : 2	96 : 4	92 : 8	84 : 16	74 : 26	63 : 37	53 : 47	47 : 53	42 : 58
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.88	0.94	0.97	0.99

S=5 N=15

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	3.99	4.45	4.78	4.94	4.99
	分散	0.50	1.00	1.47	1.87	2.16	2.27	2.15	1.76	1.13	0.49	0.14	0.03
	標準偏差	0.71	1.00	1.21	1.37	1.47	1.51	1.47	1.33	1.06	0.70	0.38	0.18
待ち行列数	平均	0.00	0.00	0.01	0.03	0.10	0.28	0.68	1.59	3.54	6.57	9.46	11.31
	分散	0.00	0.00	0.01	0.06	0.25	0.82	2.50	7.15	16.49	23.37	19.47	12.39
	標準偏差	0.00	0.03	0.11	0.25	0.50	0.91	1.58	2.67	4.06	4.83	4.41	3.52
全体	平均	0.50	1.00	1.51	2.03	2.60	3.28	4.18	5.59	7.99	11.36	14.39	16.29
	分散	0.50	1.10	1.53	2.13	2.93	4.20	6.68	12.12	21.50	26.71	20.78	12.75
	標準偏差	0.71	1.00	1.24	1.46	1.71	2.05	2.58	3.48	4.64	5.17	4.56	3.57
待たない確率		1.00	1.00	0.98	0.94	0.87	0.77	0.63	0.45	0.27	0.11	0.03	0.01
サービス数：待ち人数		100 : 0	100 : 0	100 : 0	98 : 2	96 : 4	92 : 8	84 : 16	72 : 28	56 : 44	42 : 58	34 : 66	31 : 69
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.89	0.96	0.99	1.00

S = 5    N = 20

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.48	4.83	4.97	5.00
	分散	0.50	1.00	1.47	1.87	2.16	2.27	2.15	1.76	1.09	0.39	0.07	0.01
	標準偏差	0.71	1.00	1.21	1.37	1.47	1.51	1.47	1.33	1.04	0.62	0.27	0.10
待ち行列数	平均	0.00	0.00	0.01	0.03	0.10	0.28	0.68	1.66	4.18	9.04	13.67	16.15
	分散	0.00	0.00	0.01	0.06	0.25	0.82	2.56	8.20	24.20	39.84	28.72	14.82
	標準偏差	0.00	0.03	0.11	0.25	0.50	0.91	1.60	2.86	4.92	6.31	5.36	3.85
全体	平均	0.50	1.00	1.51	2.03	2.60	3.28	4.18	5.66	8.66	13.87	18.64	21.14
	分散	0.50	1.10	1.53	2.13	2.93	4.20	6.76	13.30	29.66	43.26	29.63	14.50
	標準偏差	0.71	1.00	1.24	1.46	1.71	2.05	2.60	3.65	5.45	6.58	5.44	3.87
待たない確率		1.00	1.00	0.98	0.94	0.87	0.77	0.63	0.45	0.25	0.08	0.02	0.00
サービス数 : 待ち人数		100 : 0	100 : 0	100 : 0	98 : 2	96 : 4	92 : 8	84 : 16	71 : 29	52 : 48	35 : 65	27 : 73	24 : 76
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	0.97	0.99	1.00

S = 5    N = 25

		$\rho$											
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
サービス数	平均	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.49	4.86	4.98	5.00
	分散	0.50	1.00	1.47	1.87	2.16	2.27	2.15	1.76	1.07	0.32	0.04	0.00
	標準偏差	0.71	1.00	1.21	1.37	1.47	1.51	1.47	1.33	1.03	0.57	0.19	0.05
待ち行列数	平均	0.00	0.00	0.01	0.03	0.10	0.28	0.68	1.68	4.59	11.52	18.15	21.08
	分散	0.00	0.00	0.01	0.06	0.25	0.82	2.57	8.63	30.94	60.50	37.13	16.11
	標準偏差	0.00	0.03	0.11	0.25	0.50	0.91	1.60	2.94	5.56	7.78	6.09	4.01
全体	平均	0.50	1.00	1.51	2.03	2.60	3.28	4.18	5.68	9.08	16.38	23.14	26.08
	分散	0.50	1.10	1.53	2.13	2.93	4.20	6.77	13.76	36.70	63.98	37.74	16.17
	標準偏差	0.71	1.00	1.24	1.46	1.71	2.05	2.60	3.71	6.06	8.00	6.14	4.02
待たない確率		1.00	1.00	0.98	0.94	0.87	0.77	0.63	0.45	0.25	0.07	0.09	0.00
サービス数 : 待ち人数		100 : 0	100 : 0	100 : 0	98 : 2	96 : 4	92 : 8	84 : 16	70 : 30	49 : 51	30 : 70	22 : 78	19 : 81
実利用率		0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	0.97	1.00	1.00

状態確率表 - 2

S : 窓口の数。

N : 最大許容待ち数。

$\rho$  : 利用率。

状態 : 左側は待ち数。右側は窓口でサービス中の数。

S = 2    N = 2

状態 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0 ; 0	0.818	0.667	0.539	0.431	0.342	0.268	0.209	0.162	0.126	0.097	0.075	0.058
0 ; 1	0.164	0.268	0.326	0.351	0.350	0.332	0.305	0.272	0.239	0.207	0.179	0.153
0 ; 2	0.017	0.055	0.102	0.149	0.189	0.220	0.239	0.250	0.251	0.247	0.238	0.227
1 ; 2	0.001	0.009	0.027	0.053	0.086	0.122	0.159	0.193	0.223	0.248	0.268	0.283
2 ; 2		0.001	0.006	0.016	0.033	0.058	0.088	0.123	0.161	0.201	0.240	0.279

S = 3    N = 3

状態 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0 ; 0	0.741	0.548	0.403	0.294	0.211	0.149	0.104	0.071	0.048	0.032	0.021	0.014
0 ; 1	0.222	0.329	0.363	0.354	0.319	0.272	0.221	0.173	0.132	0.099	0.073	0.054
0 ; 2	0.033	0.099	0.165	0.215	0.244	0.251	0.240	0.218	0.189	0.159	0.131	0.106
0 ; 3	0.003	0.020	0.051	0.090	0.130	0.163	0.185	0.195	0.193	0.184	0.169	0.152
1 ; 3	0.001	0.003	0.014	0.033	0.060	0.093	0.126	0.155	0.178	0.192	0.199	0.199
2 ; 3		0.001	0.003	0.011	0.026	0.049	0.080	0.114	0.150	0.183	0.213	0.237
3 ; 3			0.001	0.003	0.010	0.023	0.044	0.074	0.110	0.151	0.194	0.238

S = 4    N = 4

状態 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0 ; 0	0.670	0.449	0.300	0.199	0.130	0.083	0.052	0.032	0.019	0.011	0.006	0.003
0 ; 1	0.268	0.359	0.360	0.319	0.261	0.201	0.147	0.102	0.068	0.044	0.028	0.017
0 ; 2	0.054	0.143	0.216	0.256	0.263	0.244	0.209	0.167	0.126	0.091	0.064	0.044
0 ; 3	0.007	0.038	0.087	0.138	0.178	0.200	0.201	0.185	0.159	0.129	0.101	0.077
0 ; 4	0.001	0.007	0.027	0.057	0.093	0.127	0.152	0.163	0.160	0.147	0.129	0.109
1 ; 4		0.004	0.007	0.021	0.044	0.074	0.105	0.131	0.148	0.155	0.152	0.144
2 ; 4			0.002	0.007	0.020	0.040	0.068	0.100	0.131	0.155	0.172	0.181
3 ; 4			0.001	0.002	0.008	0.021	0.042	0.073	0.109	0.146	0.181	0.210
4 ; 4				0.001	0.003	0.010	0.024	0.047	0.080	0.122	0.167	0.215

S = 5    N = 5

状態 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0 ; 0	0.606	0.368	0.223	0.134	0.080	0.046	0.026	0.014	0.007	0.004	0.002	0.001
0 ; 1	0.303	0.368	0.334	0.268	0.200	0.140	0.092	0.057	0.033	0.019	0.010	0.005
0 ; 2	0.076	0.184	0.251	0.268	0.250	0.211	0.163	0.116	0.077	0.048	0.029	0.017
0 ; 3	0.013	0.061	0.126	0.180	0.210	0.213	0.193	0.157	0.118	0.082	0.054	0.035
0 ; 4	0.002	0.015	0.047	0.091	0.133	0.163	0.173	0.164	0.140	0.109	0.081	0.057
0 ; 5		0.003	0.014	0.037	0.069	0.103	0.130	0.142	0.139	0.123	0.102	0.080

1; 5		0.001	0.004	0.014	0.033	0.060	0.090	0.115	0.129	0.130	0.121	0.106
2; 5			0.001	0.005	0.015	0.033	0.059	0.089	0.115	0.132	0.138	0.136
3; 5				0.002	0.006	0.018	0.038	0.067	0.099	0.130	0.153	0.168
4; 5				0.001	0.003	0.009	0.023	0.048	0.082	0.121	0.160	0.194
5; 5					0.001	0.004	0.013	0.031	0.061	0.102	0.150	0.201

S = 6    N = 6

状态 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0; 0	0.549	0.301	0.165	0.090	0.049	0.026	0.013	0.006	0.003	0.001		
0; 1	0.329	0.362	0.297	0.217	0.147	0.093	0.056	0.031	0.016	0.008	0.004	0.002
0; 2	0.099	0.217	0.268	0.260	0.220	0.168	0.118	0.075	0.049	0.024	0.012	0.006
0; 3	0.020	0.087	0.161	0.208	0.221	0.203	0.166	0.121	0.080	0.048	0.027	0.015
0; 4	0.003	0.026	0.072	0.125	0.166	0.184	0.177	0.149	0.110	0.074	0.047	0.028
0; 5		0.006	0.026	0.061	0.101	0.135	0.152	0.148	0.125	0.095	0.066	0.043
0; 6		0.001	0.008	0.025	0.052	0.085	0.113	0.128	0.123	0.106	0.083	0.060
1; 6			0.002	0.009	0.025	0.049	0.078	0.103	0.114	0.112	0.098	0.080
2; 6			0.001	0.003	0.011	0.028	0.052	0.080	0.102	0.114	0.113	0.103
3; 6				0.001	0.005	0.015	0.034	0.061	0.090	0.114	0.127	0.130
4; 6				0.001	0.002	0.008	0.021	0.045	0.077	0.112	0.140	0.159
5; 6					0.001	0.004	0.013	0.032	0.063	0.104	0.145	0.183
6; 6						0.002	0.007	0.021	0.048	0.088	0.138	0.191

S = 7    N = 7

状态 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0; 0	0.496	0.246	0.122	0.061	0.030	0.014	0.007	0.003	0.001			
0; 1	0.348	0.345	0.257	0.170	0.104	0.060	0.033	0.016	0.008	0.003	0.001	
0; 2	0.122	0.242	0.270	0.238	0.182	0.127	0.081	0.046	0.024	0.011	0.005	0.002
0; 3	0.028	0.113	0.189	0.222	0.213	0.178	0.132	0.087	0.051	0.026	0.013	0.006
0; 4	0.005	0.039	0.099	0.155	0.187	0.188	0.163	0.123	0.081	0.047	0.025	0.012
0; 5	0.001	0.011	0.042	0.087	0.131	0.159	0.162	0.140	0.105	0.068	0.040	0.022
0; 6		0.003	0.015	0.041	0.078	0.113	0.135	0.136	0.115	0.084	0.055	0.033
0; 7		0.001	0.005	0.017	0.040	0.071	0.100	0.116	0.113	0.093	0.068	0.046
1; 7			0.001	0.006	0.019	0.041	0.069	0.094	0.104	0.098	0.081	0.061
2; 7				0.002	0.009	0.023	0.046	0.073	0.094	0.101	0.093	0.079
3; 7				0.001	0.004	0.013	0.030	0.056	0.083	0.101	0.106	0.100
4; 7					0.002	0.007	0.019	0.042	0.072	0.101	0.119	0.126
5; 7					0.001	0.003	0.012	0.031	0.061	0.098	0.130	0.153
6; 7						0.002	0.007	0.022	0.050	0.091	0.135	0.175
7; 7						0.001	0.004	0.015	0.038	0.078	0.129	0.185

S = 8    N = 8

状态 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0; 0	0.449	0.202	0.091	0.041	0.018	0.008	0.003	0.001	0.001			



0; 1	0.360	0.323	0.218	0.130	0.072	0.038	0.019	0.009	0.003	0.001		
0; 2	0.144	0.258	0.261	0.208	0.145	0.092	0.053	0.027	0.013	0.005	0.002	0.001
0; 3	0.038	0.138	0.209	0.222	0.194	0.147	0.099	0.059	0.030	0.014	0.006	0.002
0; 4	0.008	0.055	0.125	0.178	0.194	0.177	0.139	0.095	0.055	0.028	0.012	0.005
0; 5	0.001	0.018	0.060	0.114	0.155	0.170	0.157	0.122	0.081	0.045	0.023	0.010
0; 6		0.005	0.024	0.061	0.104	0.137	0.148	0.133	0.099	0.063	0.034	0.017
0; 7		0.001	0.008	0.028	0.060	0.095	0.121	0.126	0.107	0.076	0.046	0.026
0; 8			0.003	0.011	0.031	0.059	0.089	0.107	0.104	0.083	0.057	0.035
1; 8			0.001	0.004	0.015	0.035	0.062	0.086	0.096	0.087	0.068	0.047
2; 8				0.002	0.007	0.019	0.041	0.068	0.087	0.090	0.078	0.061
3; 8				0.001	0.003	0.011	0.027	0.052	0.077	0.091	0.089	0.078
4; 8					0.001	0.006	0.017	0.039	0.067	0.091	0.101	0.098
5; 8					0.001	0.003	0.011	0.029	0.058	0.090	0.113	0.122
6; 8						0.002	0.007	0.022	0.050	0.087	0.122	0.148
7; 8							0.001	0.004	0.015	0.041	0.080	0.127
8; 8								0.003	0.010	0.031	0.069	0.122
												0.180

$S=9$   $N=9$

状态 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0; 0	0.407	0.165	0.067	0.027	0.011	0.004	0.002	0.001				
0; 1	0.366	0.298	0.182	0.098	0.050	0.024	0.011	0.004	0.002	0.001		
0; 2	0.165	0.268	0.245	0.177	0.112	0.064	0.034	0.016	0.006	0.002	0.001	
0; 3	0.049	0.161	0.220	0.212	0.168	0.115	0.071	0.038	0.018	0.007	0.002	0.001
0; 4	0.011	0.072	0.149	0.191	0.189	0.156	0.112	0.069	0.036	0.016	0.006	0.002
0; 5	0.002	0.026	0.080	0.136	0.170	0.169	0.141	0.099	0.058	0.028	0.012	0.004
0; 6		0.008	0.036	0.083	0.128	0.153	0.149	0.121	0.080	0.043	0.020	0.008
0; 7		0.002	0.014	0.046	0.082	0.119	0.136	0.126	0.095	0.058	0.030	0.014
0; 8			0.005	0.019	0.047	0.081	0.109	0.117	0.100	0.069	0.039	0.020
0; 9			0.002	0.008	0.024	0.050	0.080	0.099	0.097	0.075	0.048	0.028
1; 9				0.003	0.012	0.029	0.055	0.080	0.090	0.079	0.057	0.036
2; 9					0.005	0.017	0.037	0.063	0.081	0.081	0.066	0.047
3; 9					0.002	0.009	0.024	0.048	0.072	0.082	0.076	0.060
4; 9						0.005	0.016	0.037	0.063	0.083	0.086	0.077
5; 9						0.003	0.010	0.028	0.055	0.082	0.097	0.097
6; 9						0.001	0.006	0.021	0.048	0.081	0.107	0.120
7; 9						0.001	0.004	0.015	0.040	0.078	0.116	0.144
8; 9							0.002	0.011	0.033	0.072	0.120	0.165
9; 9							0.001	0.007	0.026	0.063	0.117	0.177

$S=10$   $N=10$

状态 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0; 0	0.368	0.135	0.050	0.018	0.007	0.002	0.001					
0; 1	0.368	0.271	0.149	0.073	0.034	0.015	0.006	0.002	0.001			

0; 2	0.184	0.271	0.224	0.147	0.084	0.044	0.021	0.009	0.003	0.001		
0; 3	0.061	0.181	0.224	0.195	0.140	0.087	0.048	0.024	0.010	0.003	0.001	
0; 4	0.015	0.090	0.168	0.195	0.174	0.131	0.085	0.048	0.022	0.008	0.003	0.001
0; 5	0.003	0.036	0.101	0.156	0.175	0.157	0.119	0.076	0.040	0.017	0.006	0.002
0; 6	0.001	0.012	0.050	0.104	0.146	0.158	0.140	0.103	0.061	0.028	0.011	0.004
0; 7		0.003	0.022	0.060	0.104	0.136	0.141	0.118	0.079	0.041	0.018	0.007
0; 8		0.001	0.008	0.030	0.065	0.103	0.125	0.120	0.091	0.054	0.026	0.011
0; 9			0.003	0.013	0.036	0.069	0.099	0.110	0.095	0.063	0.034	0.016
0; 10			0.001	0.006	0.019	0.043	0.072	0.093	0.092	0.069	0.041	0.021
1; 10				0.002	0.009	0.025	0.050	0.075	0.085	0.072	0.048	0.028
2; 10				0.001	0.004	0.014	0.034	0.059	0.076	0.074	0.056	0.036
3; 10					0.002	0.008	0.022	0.045	0.068	0.075	0.064	0.047
4; 10					0.001	0.004	0.014	0.034	0.060	0.076	0.073	0.060
5; 10						0.002	0.009	0.026	0.052	0.076	0.083	0.076
6; 10						0.001	0.006	0.020	0.045	0.075	0.093	0.096
7; 10						0.001	0.004	0.014	0.039	0.074	0.103	0.118
8; 10							0.002	0.011	0.033	0.071	0.112	0.141
9; 10							0.001	0.008	0.027	0.066	0.116	0.162
10; 10							0.001	0.005	0.021	0.057	0.112	0.174

$S = 5 \quad N = 10$

状态 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0; 0	0.606	0.368	0.223	0.134	0.080	0.046	0.026	0.013	0.006	0.002	0.001	
0; 1	0.303	0.368	0.334	0.268	0.200	0.139	0.090	0.052	0.026	0.011	0.004	0.001
0; 2	0.076	0.184	0.251	0.269	0.250	0.210	0.158	0.106	0.060	0.029	0.011	0.004
0; 3	0.013	0.061	0.126	0.180	0.210	0.211	0.187	0.144	0.093	0.049	0.022	0.009
0; 4	0.002	0.015	0.047	0.091	0.133	0.162	0.169	0.149	0.109	0.065	0.033	0.015
0; 5		0.003	0.014	0.037	0.069	0.103	0.126	0.130	0.109	0.073	0.041	0.021
1; 5		0.001	0.004	0.014	0.033	0.059	0.087	0.105	0.101	0.077	0.049	0.027
2; 5			0.001	0.005	0.015	0.033	0.058	0.081	0.091	0.079	0.057	0.036
3; 5				0.002	0.006	0.018	0.037	0.062	0.080	0.080	0.065	0.046
4; 5					0.003	0.009	0.024	0.047	0.070	0.081	0.074	0.058
5; 5					0.001	0.005	0.015	0.035	0.061	0.081	0.084	0.075
6; 5						0.003	0.010	0.026	0.053	0.081	0.096	0.095
7; 5						0.001	0.006	0.019	0.046	0.080	0.107	0.120
8; 5						0.001	0.004	0.014	0.039	0.078	0.118	0.148
9; 5							0.002	0.010	0.032	0.073	0.123	0.170
10; 5							0.001	0.007	0.024	0.061	0.115	0.175

$S = 5 \quad N = 15$

状态 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0; 0	0.606	0.368	0.223	0.134	0.080	0.046	0.025	0.013	0.005	0.002		

0; 1	0.303	0.368	0.334	0.268	0.200	0.139	0.090	0.051	0.024	0.008	0.002	
0; 2	0.076	0.184	0.251	0.269	0.250	0.210	0.158	0.104	0.054	0.020	0.006	0.001
0; 3	0.013	0.061	0.126	0.180	0.210	0.211	0.187	0.141	0.083	0.035	0.010	0.003
0; 4	0.002	0.015	0.047	0.091	0.133	0.162	0.168	0.146	0.099	0.046	0.015	0.004
0; 5		0.003	0.014	0.037	0.069	0.103	0.126	0.127	0.098	0.052	0.019	0.006
1; 5		0.001	0.004	0.014	0.033	0.059	0.087	0.103	0.091	0.055	0.023	0.008
2; 5			0.001	0.005	0.015	0.033	0.058	0.079	0.082	0.056	0.027	0.010
3; 5				0.002	0.006	0.018	0.037	0.061	0.072	0.057	0.031	0.013
4; 5					0.003	0.009	0.024	0.046	0.063	0.057	0.035	0.017
5; 5					0.001	0.005	0.015	0.034	0.055	0.057	0.040	0.021
6; 5						0.003	0.010	0.026	0.048	0.058	0.045	0.027
7; 5						0.001	0.006	0.019	0.042	0.058	0.051	0.035
8; 5						0.001	0.004	0.014	0.036	0.058	0.058	0.044
9; 5							0.002	0.011	0.032	0.058	0.066	0.056
10; 5							0.001	0.008	0.028	0.058	0.075	0.072
11; 5							0.001	0.006	0.024	0.058	0.085	0.092
12; 5							0.001	0.004	0.021	0.057	0.096	0.116
13; 5								0.003	0.018	0.056	0.105	0.142
14; 5								0.002	0.014	0.051	0.109	0.164
15; 5								0.002	0.011	0.043	0.102	0.169

$S = 5$      $N = 20$

状态 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0; 0	0.606	0.368	0.223	0.134	0.080	0.046	0.025	0.013	0.005	0.001		
0; 1	0.303	0.368	0.334	0.268	0.200	0.139	0.089	0.051	0.023	0.006	0.001	
0; 2	0.076	0.184	0.251	0.269	0.250	0.210	0.158	0.103	0.052	0.016	0.003	
0; 3	0.013	0.061	0.126	0.180	0.210	0.211	0.187	0.140	0.079	0.027	0.005	0.001
0; 4	0.002	0.015	0.047	0.091	0.133	0.162	0.168	0.146	0.094	0.036	0.008	0.001
0; 5		0.003	0.014	0.037	0.069	0.103	0.126	0.127	0.094	0.040	0.010	0.002
1; 5		0.001	0.004	0.014	0.033	0.059	0.087	0.102	0.087	0.043	0.011	0.002
2; 5			0.001	0.005	0.015	0.033	0.058	0.079	0.078	0.044	0.013	0.003
3; 5				0.002	0.006	0.018	0.037	0.060	0.069	0.044	0.015	0.004
4; 5					0.003	0.009	0.024	0.046	0.060	0.044	0.017	0.005
5; 5					0.001	0.005	0.015	0.034	0.053	0.044	0.020	0.006
6; 5						0.003	0.010	0.026	0.046	0.045	0.023	0.008
7; 5						0.001	0.006	0.019	0.040	0.045	0.026	0.010
8; 5						0.001	0.004	0.014	0.035	0.045	0.029	0.013
9; 5							0.002	0.011	0.030	0.045	0.033	0.016
10; 5							0.002	0.008	0.026	0.045	0.038	0.021
11; 5							0.001	0.006	0.023	0.045	0.043	0.027
12; 5							0.001	0.004	0.020	0.045	0.048	0.034
13; 5								0.003	0.017	0.045	0.055	0.044
14; 5								0.002	0.015	0.045	0.063	0.056

15 ; 5								0.002	0.013	0.045	0.071	0.071
16 ; 5								0.001	0.011	0.045	0.080	0.091
17 ; 5								0.001	0.010	0.044	0.090	0.115
18 ; 5								0.001	0.008	0.043	0.099	0.141
19 ; 5								0.001	0.007	0.040	0.103	0.162
20 ; 5									0.005	0.033	0.096	0.167

S = 5    N = 25

状态 \ $\rho$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0 ; 0	0.606	0.368	0.223	0.134	0.080	0.046	0.025	0.013	0.005	0.001		
0 ; 1	0.303	0.368	0.334	0.268	0.200	0.139	0.089	0.051	0.022	0.005		
0 ; 2	0.076	0.184	0.251	0.269	0.250	0.210	0.158	0.103	0.050	0.013	0.001	
0 ; 3	0.013	0.061	0.126	0.180	0.210	0.211	0.187	0.140	0.078	0.022	0.003	
0 ; 4	0.002	0.015	0.047	0.091	0.133	0.162	0.168	0.146	0.092	0.029	0.004	
0 ; 5		0.003	0.014	0.037	0.069	0.103	0.126	0.127	0.091	0.033	0.005	
1 ; 5		0.001	0.004	0.014	0.033	0.059	0.087	0.102	0.085	0.035	0.006	0.001
2 ; 5			0.001	0.005	0.015	0.033	0.058	0.079	0.076	0.036	0.007	0.001
3 ; 5				0.002	0.006	0.018	0.037	0.060	0.067	0.036	0.008	0.001
4 ; 5					0.003	0.009	0.024	0.046	0.059	0.036	0.009	0.001
5 ; 5					0.001	0.005	0.015	0.034	0.052	0.036	0.010	0.002
6 ; 5						0.003	0.010	0.026	0.045	0.036	0.012	0.002
7 ; 5						0.001	0.006	0.019	0.039	0.036	0.013	0.003
8 ; 5						0.001	0.004	0.014	0.034	0.036	0.015	0.004
9 ; 5							0.002	0.011	0.030	0.037	0.017	0.005
10 ; 5							0.002	0.008	0.026	0.037	0.019	0.006
11 ; 5							0.001	0.006	0.022	0.037	0.022	0.008
12 ; 5							0.001	0.004	0.019	0.037	0.025	0.010
13 ; 5								0.003	0.017	0.037	0.028	0.013
14 ; 5								0.002	0.015	0.037	0.032	0.016
15 ; 5								0.002	0.013	0.037	0.036	0.021
16 ; 5								0.001	0.011	0.037	0.041	0.027
17 ; 5								0.001	0.010	0.037	0.047	0.034
18 ; 5								0.001	0.008	0.037	0.053	0.044
19 ; 5								0.001	0.007	0.037	0.061	0.056
20 ; 5									0.006	0.036	0.069	0.071
21 ; 5									0.006	0.036	0.078	0.091
22 ; 5									0.005	0.036	0.088	0.114
23 ; 5									0.004	0.035	0.097	0.140
24 ; 5									0.003	0.033	0.100	0.162
25 ; 5									0.003	0.027	0.094	0.167

## あ と が き

この数表の最初に考えられていた様式は、完成されたものに比較して可成り広汎なもので、形式もグラフ化したものを発表するつもりでありました。このようなコンパクトなものになった理由は、主として、使用した電子計算機 TOSBAC-3123 の演算速度と記憶容量の制約です。実際に数表の作成をやってみてそれがいかに時間と労力を喰うものであるか改めて認識させられた次第です。

これだけの数表の作成をおこなうのにも計算機のプログラミング上では種々と工夫をこらし、使用機種のパフォーマンスをほぼ限度まで引き出し得たように感じております。当初の予定より随分下廻ったものにはなりましたが、ともかく、借りものではなく、我々が必要とするものを創り出した点で幾分の意義と今後の研究の進め方を考えるうえでの自信のようなものをもたらしたと思われまふ。

この数表が多くの人々に使用していただけたら作成者の喜びはこれに過ぎるものはありませんが心配なのは説明の不足から適用範囲を超えて使用されることだけです。数表自身の使用法は極めて容易なものでありますが、計算の前提となっている仮定と、この解が定常状態 (steady state) についてのみであって、我々の扱っている埠頭というシステムには、必ず遷移状態 (transient state) があり、それに対する考察なしにシステムとしての設計をおこない得ないことの2点だけは十分に留意されたいと願って頂くとす。

埠頭の貨物取扱能力についてこのような面倒なことを考える必要があるのだろうか、という批判が港湾運営の実態を良く知っている人達の間で根強いことも事実であり、この提案をも含めて現在までにおこなわれている研究や報告はそれぞれ、システムとしての埠頭（あるいは港湾）の設計という課題のごく一部にすぎませんが、個々の構造物の設計の精度に比較して極端に立ち遅れているこの分野の技術的な水準を引き上げ、主として個人の経験とカンに頼っている現状から前進するためには、このような努力の積み重ね以外にはないと思います。もとより、土木工学につきまとう経験の重要性についてはこれを軽視するものではありませんが、現在、港湾技術者の共有財産として誰もが利用している先輩の経験も、その最初においては、その当時の経験の水準を超えるべく苦闘された成果によるものであることを想えば、このような努力をすることが我々に課せられた義務であるとさえ考えられます。

最後に、この数表の作成に当って計算機のプログラミングについて有益な協力をおこなった計算室の早藤能伸技官、計算機の操作、カードの作成、結果の整理に当たられた計算室の山下、関口、岡崎、百瀬、刈谷の諸嬢の御協力に御礼を申し上げます。また、この機会に電子計算機の保守に東芝電気KKから常駐されていた歴代の保守担当の方々の金子、川口、佐々木の諸氏の努力に感謝の意を表わさせていただきます。

(昭和40年11月2日受付)

付録 電子計算機による計算法

○状態確率表

窓口のサービスが、phase 2 のアーラン分布に従うとは、サービス時間が指数分布に従う直列の2つの仮想窓口を設定し、第1の窓口と第2の窓口のサービスを始めて始めてサービス終了と考えられるということである。従って、到着が平均 $\lambda$ のポアソン分布に従い、サービスが平均 $\mu$ のphase 2 のアーラン分布に従うシステムでは、単位時間に客の到着する割合、第1の窓口から第2の窓口へ推移する割合、第2の窓口からサービスを終了して帰る割合が各々、 $\lambda$ ,  $2\mu$ ,  $2\mu$ である。

以上により、このシステムに於いて考えられる状態は待っている客の数 $n$ 、第1の窓口でサービスを受けている客の数 $s_1$ 、第2の窓口でサービスを受けている客の数 $s_2$ により決定される。このような状態を  $(n; s_1, s_2)$  で表わすことにする。

窓口の数  $S$  と最大許容待ち数  $N$  を与えると、起り得る状態は、

- $n=0$  の場合は  $s_1+s_2 \leq S$
- $1 \leq n \leq N$  の場合は  $s_1+s_2 = S$

を満足する正整数又は0の  $n, s_1, s_2$  のすべての組  $(n; s_1, s_2)$  であり、その総数は  $(S+1)(S+2N+2)/2$  である。

例えば、 $S=3, N=3$  の場合には起り得る状態は、  
 $(0; 0, 0), (0; 1, 0), (0; 0, 1), (0; 2, 0), (0; 1, 1),$   
 $(0; 0, 2), (0; 3, 0), (0; 2, 1), (0; 1, 2), (0; 0, 3),$   
 $(1; 3, 0), (1; 2, 1), (1; 1, 2), (1; 0, 3), (2; 3, 0),$   
 $(2; 2, 1), (2; 1, 2), (2; 0, 3), (3; 3, 0), (3; 2, 1),$   
 $(3; 1, 2), (3; 0, 3)$  の22通りである。

到着を $\lambda$ とすると、第1の窓口から第2の窓口へ推移する割合は、 $2\mu$  第2の窓口からサービスを終了して帰って行く割合も  $2\mu$  となり、ポアソン到着、アーラン・サービスの仮定により、微小時間内に同時に二つ以上の推移の起る確率は0であるから、各状態間の推移は図-1 のようになる。

図-1 図において、 $\downarrow$  は新しい客の到着を示し、 $\rightarrow$  は第1の窓口から第2の窓口への客の推移を示し、 $\nwarrow$  はサービスが終了して客が第2の窓口から去る推移を示す。なお、矢印の肩にある  $\lambda, \mu$  等の数字は推移の割合を示している。

ここで、時刻  $t$  に於ける状態  $(n; s_1, s_2)$  の確率を  $P_t(n; s_1, s_2)$  と記すことにすると、

$$\frac{dP_t(n; s_1, s_2)}{dt} = [\text{状態}(n; s_1, s_2) \text{へ推移する状態の確率} \times \text{その推移の割合}] \text{の総和} - [\text{状態}(n; s_1, s_2) \text{の確率} \times \text{状態}(n; s_1, s_2) \text{から推移してゆく割合の総和}]$$

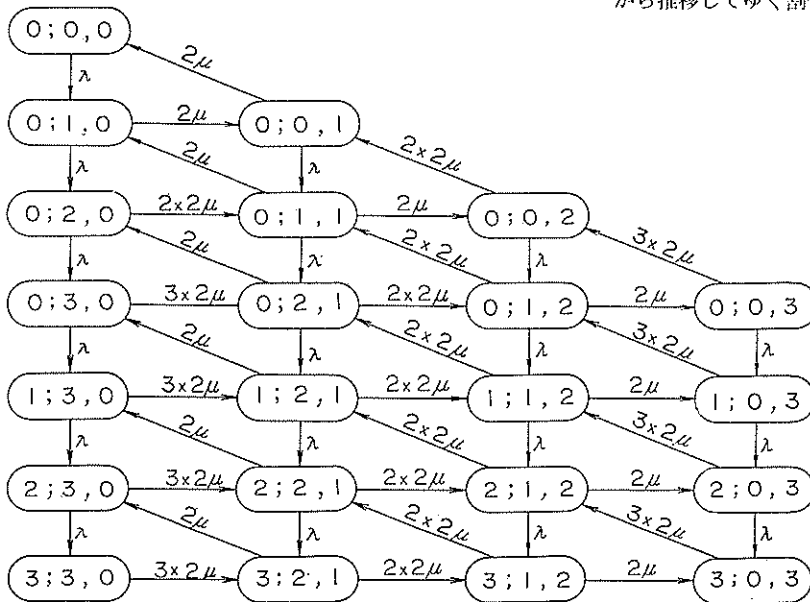


図-1

が成立する。

この操作をすべての状態について行なえば、 $(S+1)(S+2N+2)/2$  個の連立微分方程式を得る。従って、時刻と共に変化する状態確率（遷移状態の確率）は、 $t=0$  のときの状態確率を与えて、これら  $(S+1)(S+2N+2)/2$  元の連立微分方程式を解けば得られる。しかし、この連立微分方程式は難解であり、実際には次のように連立方程式に帰着させた。

ポアソン到着、アーラン・サービスでは  $\rho = \lambda / S\mu < 1$ 、又は  $N$  が有限確定ならば、 $t \rightarrow \infty$  とすると状態確率は平衡状態となり、各々の状態確率は時刻  $t$  に関係しない、すなわち、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_t(n; s_1, s_2) = P(n; s_1, s_2) = \text{一定値}$$

となることが知られている。故に  $t \rightarrow \infty$  とすると、

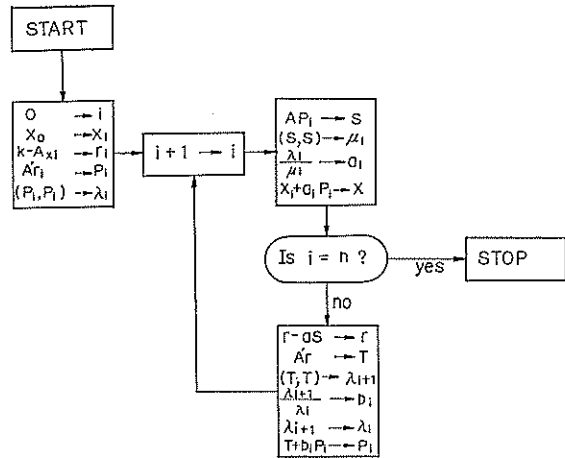
$$\frac{dP_t(n; s_1, s_2)}{dt} = 0$$

である。ここで、 $P(n; s_1, s_2)$  は平衡状態に達した状態  $(n; s_1, s_2)$  の確率をあらわす。これにより、上述の連立微分方程式は連立方程式となり、それを解くことにより状態確率  $P(n; s_1, s_2)$  が得られる。この解は時刻  $t$  に関係しないので定常解という。

実際に電子計算機でこの連立方程式を解くにあたっては、 $S, N, \lambda, \mu$  をインプット・パラメータとし、窓口の数  $S$ 、最大許容待ち数  $N$  の制限として  $(S+1)(S+2N+2)/2 \leq 300$  を設けた。すなわち最大 300 元連立方程式を解けるようにプログラムを作成した。連立方程式のサブルーチンを用いる一般的な方法で解くことは、係数のみでも 90,000 以上となり、記憶容量 6,000 語の当研究所の電子計算機 TOSBAC-3123 では不可能であるので解法には conjugate gradient 法を採用し、ポアソン到着 phase 2 のアーラン・サービスの待ち行列の解法のための独自の連立方程式のプログラムを作成した。現在のところ、どの数値解析の参考書にも、c. g. 法のフロー・チャートは係数行列が対称行列の場合しか掲載されていないので、一般の場合の c. g. 法のフロー・チャートを作成した（図-2）。

図-2 では解くべき連立方程式は行列のかたちで  $Ax = k$  である。 $A$  は係数行列、 $x$  は未知数ベクトル、 $k$  は定数項ベクトルである。 $A'$  は  $A$  の転置行列、記号  $(x, y)$  はベクトル  $x$  とベクトル  $y$  の内積を表わす。

図-2 のフロー・チャートから、あるベクトル  $x$  に対してベクトル  $Ax$  と  $A'x$  を何らかの計算方法で与えれば係数行列  $A$  を電子計算機に入れなくても済むことが分る。この場合の係数行列を作成してみると、 $A$  はある規則性



全体

$$\text{平均} = \sum_{n+s=0}^{N+S} (n+s) P(n; s)$$

$$\text{分散} = \sum_{n+s=0}^{N+S} (n+s)^2 P(n; s) - \left( \sum_{n+s=0}^{N+S} (n+s) P(n; s) \right)^2$$

標準偏差 = 分散の正の平方根

(但し,  $\sum_{n+s}^{N+S}$  の意味は, まず  $n=0$  で  $s$  が 0 か

$S$  までふえ, 次に  $s=S$  で  $n$  が 1 から  $N$  までふえる  
( $N+S$ ) 個の組についての和を意味する)

$$\text{待たない確率} = \sum_{s=0}^{S-1} P(0; s)$$

$$\text{実利用率} = \frac{\sum_{s=0}^S s \times P(0; s) + \sum_{n=1}^N S \times P(n; S)}{1 \times S}$$

$$= \frac{\text{平均サービス数}}{S}$$

なお,  $S=1, N=\infty$  の場合のみは, 状態確率表, 統計量表ともに, 漸化式及母関数を用いて導いた。

○平均待時間について

(i) 客の溢れが起らない場合

客の溢れが起らない場合とは, 待ち場所が無限にあるか, 又は窓口  $S$ , 最大許容待ち数  $N$  の場合の状態 ( $N; S$ ) の確率が 0 である場合である。式で記すと  $N=\infty$  又は  $P(N; S) = 0$  の場合である。

平均待ち行列人数を  $L$ , その行列を通過するのに必要な時間を  $W$  とする。このとき

$$\lambda \times W = L$$

が成立することが知られている。この式は次の様にしても説明される。まず, ある一人の客に注目すると, その客は, 待ち行列に加わってからその行列を通過するまで  $W$  時間かかる。一方, 単位時間には平均  $\lambda$  人の割合で

新に客が到着するから,  $W$  時間の中に  $\lambda \times W$  人だけ到着する。 $W$  時間の中に, 最初の客は行列から去るが, 定常状態であることを考えると, その瞬間には平均  $L$  人の客が行列を成している。従って,  $L$  人と  $\lambda \times W$  人とが等しくなる。

上式を用いると次の三式が成立する。

$$\text{客の平均待ち時間} = (1/\lambda) \times \text{平均待ち人数}$$

$$\text{システム全体に要する平均時間} = (1/\lambda) \times \text{システム全体の平均人数}$$

$$\text{平均サービス時間} = (1/\lambda) \times \text{平均サービス人数}$$

この最後の式の左辺は, 仮定より  $1/\mu$  であり, 代入して変形すると,

$$\rho = \text{実利用率}$$

が成立する。実際に,  $N=\infty$  の場合, 又は状態確率表により  $P(N; S) = 0$  の場合を, 統計量表でみると  $\rho$  と実利用率が等しいことが確かめられる。(例えば,  $S=7, N=7, \rho=0.4$  の場合)

(ii) 客の溢れが起る場合

窓口  $S$ , 最大許容待ち数  $N$  の場合は, 単位時間に到着する  $\lambda$  人が必ず待ち行列に加わるとは限らない。すなわち状態 ( $N; S$ ) に, 新たな客の到着があっても, 客は帰ってしまう。この状態の確率  $P(N; S)$  を溢れの確率又は呼損率とよび, 以後  $\alpha$  と記す。 $\alpha > 0$  の場合を考えると実際に窓口にならぶ客のみを考えると平均到着人数は, 単位時間に,  $\lambda \times (1-\alpha)$  人である。よって, 各々の平均待ち時間を計算するには (i) における  $\lambda$  の代りに,  $\lambda \times (1-\alpha)$  を用いればよい。

これが, 実際に成立していることは, (i) の最後の式と同様に

平均サービス時間 =  $[1/\lambda(1-\alpha)] \times$  平均サービス人数  
の左辺に  $1/\mu$  を代入して, 式を変形すると

$$\rho \times (1-\alpha) = \text{実利用率}$$

であるから, 上式を用いて確かめられる。



港湾技術研究所報告第4卷8号

1965年11月

編集兼発行人 運輸省港湾技術研究所

発行所 運輸省港湾技術研究所  
横須賀市川間162

印刷所 柿野屋印刷所  
横浜市鶴見区鶴見町394