

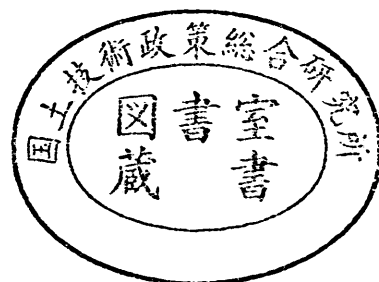
港 湾 技 研 資 料

TECHNICAL NOTE OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

No. 814 Dec. 1995

ブシネスク方程式を用いた波浪変形計算法の適用性

平 石 哲 也
上 原 功
鈴 木 康 正



運輸省港湾技術研究所

目 次

要 旨

| | |
|------------------------------|----|
| 1. まえがき | 3 |
| 2. ブシネスク方程式を用いた波浪変形計算法 | 4 |
| 2.1 基礎方程式 | 4 |
| 2.2 数値計算法 | 4 |
| 2.3 碎波計算法 | 9 |
| 3. 計算法の適用性の検討 | 10 |
| 3.1 浅水変形計算 | 10 |
| 3.2 急勾配斜面上の碎波を含む波浪変形計算 | 11 |
| 3.3 台形潜堤上における波形の変化 | 12 |
| 3.4 球面浅瀬上における波高変化 | 13 |
| 3.5 半無限防波堤による波の回折 | 16 |
| 3.6 異型潜堤上における波高の変化 | 17 |
| 4. まとめ | 20 |
| 参考文献 | 21 |
| 主要記号表 | 22 |

Applicability of Wave Transformation Model in Boussinesq Equation

Tetsuya HIRAISHI*

Isao UEHARA**

Yasumasa SUZUKI**

Synopsis

The Boussinesq equation model has been applied to compute the wave transformation in shallow water. With the equation, the wave diffraction, refraction, shoaling and reflection phenomena can be computed in the model at the same time. The nonlinearity and dispersiveness of shallow water wave can be also evaluated in the Boussinesq model. In the paper, the actual computation of the Boussinesq equation was performed with the finite difference method. The applicability of the computation method to beach topographies with a breakwater, a circular reef and a submerged breakwater is discussed.

The main conclusions are as follows;

- 1)The wave heights estimated on a steep slope agree well with those measured in the two dimensional experiment. Therefore, the Boussinesq model is applicable to estimate the breaking wave height in a steep beach.
- 2)The wave heights on a circular reef estimated in the Boussinesq model become more uniform behind the reef than those estimated in a linear computation model.
- 3)The wave profiles on a submerged breakwater estimated in the Boussinesq model agree well with those measured in the three dimensional model test.

Key Words: Boussinesq equation, Wave nonlinearity, Wave transformation, Submerged breakwater

* Senior Research Engineer, Hydraulic Engineering Division

** Wave Laboratory (Trainee, Wakachiku Corp.), Hydraulic Engineering Division

***Chief of Wave Laboratory, Hydraulic Engineering Division

ブシネスク方程式を用いた波浪変形計算法の適用性

平石哲也*
上原功**
鈴木康正**

要 旨

最近、弱非線形・弱分散性の方程式であるブシネスク方程式を用いた波浪変形計算が行われるようになってきている。この方程式は長波近次方程式であるため波の周波数帯が長波領域近傍に限定されるが、分散性が表現できる。また、非線形性もある程度表現できるので、波の基本的な変形及び分散性・非線形性がすべて表現できる計算法になる。本研究の目的は、上記のように浅海域における詳細な波高推定に有効なブシネスク方程式を用いた波浪変形計算法の、港湾への適用性を検討することである。今回は入射波として規則波を用い、一様勾配斜面、球面浅瀬、半無限堤、潜堤地形に対してブシネスク方程式による波浪変形計算法を行った。そして、線形理論、実験値および非定常緩勾配不規則波動方程式による計算と比較することにより、計算法の検討を行った。得られた主な結論は以下通りである：

- (1) 波形勾配による浅水係数の変化を計算することができる。
- (2) 台形潜堤による波の変形は、線形解である非定常緩勾配不規則波動方程式による計算と波高分布を比較した結果、入射波高が小さい場合には両者の間にはほとんど差がないが、入射波高が大きい場合には、非線形性の影響のために両者の波高の差が大きくなる。
- (4) 半無限防波堤による回折計算を行い、非定常緩勾配不規則波動方程式による計算およびSommerfeldの解析解について波高分布を比較した結果、3者の結果はほぼ一致し、本計算法は波の回折現象に適用できる。
- (5) 異型潜堤による波の変形は、ブシネスク方程式による計算と実験値の波高分布は比較的良く一致した。水位の時系列波形については、非定常緩勾配不規則波動方程式では潜堤上での波の分裂が計算できないが、ブシネスク方程式では計算できる。

キーワード：ブシネスク方程式、波浪変形計算法、数値計算、分散性、非線形性

1. まえがき

現在、多方向不規則波を入射波とする港内波浪変形計算を行う場合には、高山の方法(高山,1981)が広く用いられている。この方法は、一様水深域の半無限堤および島堤による規則波の回折の解析解を用い、これを多方向不規則波のスペクトル分布に対応する各成分波に対して求め、それらを重ね合わせる手法である。高山の方法は、任意反射率境界の取り扱いも容易で、大規模な港湾に対しても比較的短時間で計算することができ、非常に実用的な手法である。しかしながら屈折・浅水変形が考慮さ

れていないので、水深の変化が大きい場合には誤差を生じることになる。この欠点を解消した手法としては、屈折・回折を同時に含む緩勾配方程式を基礎方程式として不規則波に適用できるように拡張した、非定常緩勾配不規則波動方程式(窪ら,1991,1992,小竹ら,1992,磯部,1993,石井ら,1994)による波浪変形計算法がある。この方法は、沖側境界から波を入射させ、時間ステップ毎に基礎方程式を差分計算する方法であり、高山法と比較すると長い計算時間が必要となるが、最近の電子計算機の性能向上により実設計に適用できる状況にある。以上の波浪変形計算法はいずれも線形理論に基づく方法であり、波の非

* 水工部 主任研究官

** 若築建設(株) (前波浪研究室研修生)

*** 水工部 波浪研究室長

線形性（有限振幅性）は含まれていない。

これに対し、最近、弱非線形・弱分散性の方程式であるブシネスク方程式を用いた波浪変形計算が行われるようになってきている。この方程式は長波近次方程式であるため波の周波数帯が長波領域近傍に限定されるが、分散性が表現できる。また、非線形性もある程度表現できるので、波の基本的な変形および分散性・非線形性がすべて表現できる計算法になる。

本研究の目的は、上記のように浅海域における詳細な波高推定に有効なブシネスク方程式を用いた波浪変形計算法の、港湾への適用性を検討することである。今回は入射波として規則波を用い、一様勾配斜面、球面浅瀬、半無限堤、潜堤地形に対してブシネスク方程式による波浪変形計算法を行った。そして、線形理論、実験値および非定常緩勾配不規則波動方程式による計算と比較することにより、計算法の適用範囲を明らかにした。

2. ブシネスク方程式を用いた波浪変形計算法

2.1 基礎方程式

本研究では、ブシネスク方程式を差分法により直接積分する方法で計算を行った。基礎方程式は、佐藤ら(1993)にならぬブシネスク方程式の基本形に碎波項、摩擦項を付加したモデルを用いた。これは、碎波帯内の波浪場にも適用できるものとするためである。また、計算領域の波が計算領域外に自由に出ていく境界条件、すなわち開境界条件を実現する方法として、エネルギー吸収帯を用いた。そのため、エネルギー減衰項も運動量方程式に付加した。水位 η と x 方向線流量 p 、 y 方向線流量 q を未知変数とすると、連続の式および水平二方向の運動量方程式は以下ようになる。図-1は本計算法における座標系を示したものである。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{pq}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ & - \nu \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) + \varepsilon p + \frac{f}{D^2} p \sqrt{p^2 + q^2} \\ & = \frac{1}{3} h^2 \left(\frac{\partial^3 p}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 q}{\partial x \partial y \partial t} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{pq}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ & - \nu \left(\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} \right) + \varepsilon q + \frac{f}{D^2} q \sqrt{p^2 + q^2} \\ & = \frac{1}{3} h^2 \left(\frac{\partial^3 q}{\partial y^2 \partial t} + \frac{\partial^3 p}{\partial x \partial y \partial t} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

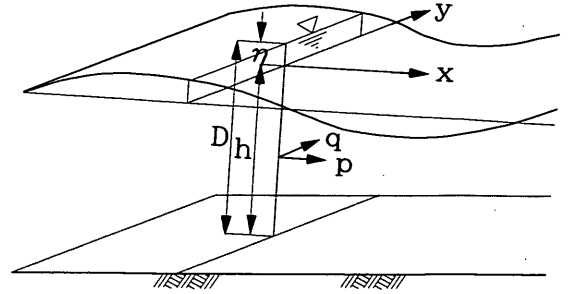


図-1 座標系

ここに、 h は静水深、 D は全水深 ($=h+\eta$)、 f は底面摩擦係数である。今回の計算では、底面摩擦力を与えなくても安定に計算できる場合には底面摩擦力は与えず $f=0$ とし、底面摩擦力を与えないと計算の安定性が悪い場合のみ、日野ら(1987)に示された数値を参考に $f=0.02$ を与えた。 ν は碎波によって生じる乱れによる運動の混合を表す渦動粘性係数、 ε はエネルギー吸収帯の吸収係数である。係数 ν 、 ε については、後述する方法で算定する。

2.2 数値計算法

(1) 基礎方程式の差分化

数値計算には図-2に示すように水位と線流量の格子点を半分ずつずらした差分格子を用い、ADI法(堀江,1980)により数値積分した。ADI法は時間ステップ毎に計算する方向を交互に変えるところにその名称

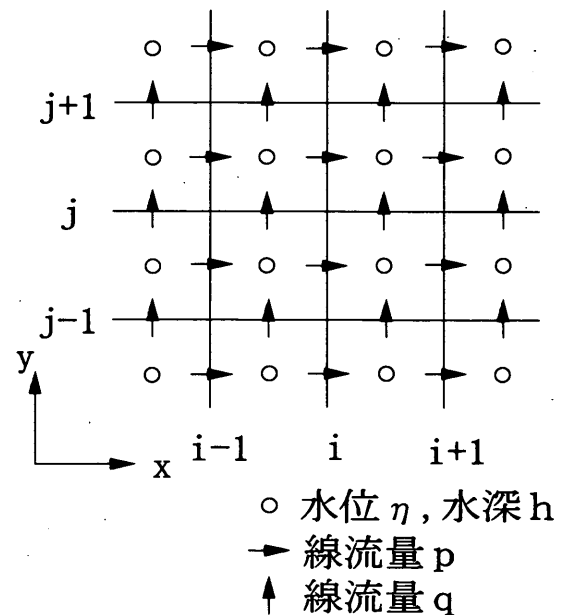


図-2 差分格子

(Alternating Direction Implicit Method) の由来がある。今
 行行ったブシネスク方程式に対する差分化の手法は
 Madsenら (1992) にならった。適用方法は以下の通りで
 ある。

前半のタイムステップ $n\Delta t \rightarrow (n+1)\Delta t$ において、式 (1)
 を用いて時刻 $t=(n+1/2)\Delta t$ の水位 η を求め、式 (2) を用い
 て時刻 $t=(n+1)\Delta t$ の x 方向線流量 p の計算を行う。その際、 x
 方向成分については陰形式、 y 方向成分については陽形式
 の表示を行う。後半のタイムステップ $(n+1/2)\Delta t \rightarrow$
 $(n+3/2)\Delta t$ では、陰形式、陽形式の表示を x 方向、 y 方向に
 ついて転換し、式 (1) を用いて時刻 $t=(n+1)\Delta t$ の水位 η を
 求め、式 (3) を用いて時刻 $t=(n+3/2)\Delta t$ の y 方向線流量 q の
 計算を行う。

具体的な差分表示を以下に示す。なお、差分表示を簡
 単にするため次の表示記号を用いる。

$$F_{i,j}^n \equiv F(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t,)$$

$$i=0, \pm 1/2, \pm 1, \pm 3/2, \dots$$

$$j=0, \pm 1/2, \pm 1, \pm 3/2, \dots$$

$$n=0, 1/2, 1, 3/2, \dots$$

$$\bar{F}_{i-1/2,j}^n \equiv \frac{1}{2}(F_{i-1,j} + F_{i,j})$$

$$\bar{F}_{i,j-1/2}^n \equiv \frac{1}{2}(F_{i,j-1} + F_{i,j})$$

$$\bar{F}_{i-1/2,j-1/2}^n \equiv \frac{1}{4}(F_{i-1,j-1} + F_{i-1,j} + F_{i,j-1} + F_{i,j}) \quad (4)$$

ここに F は p , q , η , h のいずれかを表す代表記号とす
 る。

まず前半のタイムステップ $n\Delta t \rightarrow (n+1)\Delta t$ において計算
 を行うと、式 (1) から次式が導かれる。

$$\frac{\eta_{i-1/2,j-1/2}^{n+1/2} - \eta_{i-1/2,j-1/2}^n}{\frac{1}{2}\Delta t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n+1} - \bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} + \frac{\bar{p}_{i-1,j-1/2}^n - \bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n-1/2}}{\Delta x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2} - q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2}}{\Delta y} + \frac{q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2} - q_{i-1/2,j-1}^{n-1/2}}{\Delta y} \right) = 0 \quad (5)$$

式 (2) から次式が導かれる。

$$\frac{\bar{p}_{i,j-1/2}^{n+1} - \bar{p}_{i,j-1/2}^n}{\Delta t} + \frac{1}{4\Delta x} \left\{ \frac{(\bar{p}_{i,j-1/2}^{n+1} + \bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n+1})(\bar{p}_{i,j-1/2}^n + \bar{p}_{i-1,j-1/2}^n)}{D_{i-1/2,j-1/2}^n} - \frac{(\bar{p}_{i,j-1/2}^{n+1} + \bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n+1})(\bar{p}_{i,j-1/2}^{n-1} + \bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n-1})}{D_{i-1/2,j-1/2}^{n-1}} \right\} + \frac{1}{4\Delta y} \left\{ \frac{(\bar{p}_{i,j-1/2}^{n+1} + \bar{p}_{i,j-3/2}^n)(q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2} + q_{i-1/2,j-1}^{n-1/2})}{D_{i,j-1}^n} - \frac{(\bar{p}_{i,j-1/2}^{n+1} + \bar{p}_{i,j-1/2}^n)(q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2} + q_{i-1/2,j-1}^{n-1/2})}{D_{i,j}^n} \right\}$$

$$+ g D_{i,j-1/2}^n \frac{\eta_{i-1/2,j-1/2}^{n+1/2} - \eta_{i-1/2,j-1/2}^n}{\Delta x} - \frac{1}{2} v_{i,j-1/2}^n \left\{ \frac{\bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n+1} - 2\bar{p}_{i,j-1/2}^{n+1} + \bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n+1/2}}{(\Delta x)^2} + \frac{\bar{p}_{i-1,j-1/2}^n - 2\bar{p}_{i,j-1/2}^n + \bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n-1/2}}{(\Delta x)^2} \right\} - v_{i,j-1/2}^n \left\{ \frac{\bar{p}_{i,j-3/2}^n - 2\bar{p}_{i,j-1/2}^{n+1} + \bar{p}_{i,j-3/2}^n}{(\Delta y)^2} \right\} + \frac{1}{2} \varepsilon (\bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n+1} + \bar{p}_{i,j-1/2}^n) + \frac{1}{2} \frac{f}{D_{i,j-1/2}^n} (\bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n+1} + \bar{p}_{i,j-1/2}^n) \sqrt{\eta_{i,j-1/2}^{n+1/2} + q_{i,j-1/2}^{n+1/2}} = \frac{1}{3} \bar{h}_{i,j-1/2}^n \left[\frac{1}{(\Delta x)^2 \Delta t} \left\{ (\bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n+1} - 2\bar{p}_{i,j-1/2}^{n+1} + \bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n+1/2}) - (\bar{p}_{i-1,j-1/2}^n - 2\bar{p}_{i,j-1/2}^n + \bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n-1/2}) \right\} + \frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta t} \left\{ (q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2} - q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2} - q_{i-1/2,j-1}^{n-1/2} + q_{i-1/2,j-1}^{n-1/2}) - (q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2} - q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2} - q_{i-1/2,j-1}^{n-1/2} + q_{i-1/2,j-1}^{n-1/2}) \right\} \right] \quad (6)$$

$$D_{i-1/2,j-1/2}^n = h_{i-1/2,j-1/2} + \eta_{i-1/2,j-1/2}^n \quad (7)$$

$$D_{i-1/2,j-1/2}^n = h_{i-1/2,j-1/2} + \eta_{i-1/2,j-1/2}^n \quad (8)$$

$$D_{i,j-1}^n = \bar{h}_{i,j-1} + \bar{\eta}_{i,j-1}^n \quad (9)$$

$$D_{i,j}^n = \bar{h}_{i,j} + \bar{\eta}_{i,j}^n \quad (10)$$

$$D_{i,j-1/2}^n = \bar{\bar{h}}_{i,j-1/2} + \bar{\bar{\eta}}_{i,j-1/2}^n \quad (11)$$

同様にして後半のタイムステップ $(n+1/2)\Delta t \rightarrow (n+3/2)\Delta t$ において行うと、式 (1) から次式が導かれる。

$$\frac{\eta_{i-1/2,j-1/2}^{n+1} - \eta_{i-1/2,j-1/2}^{n+1/2}}{\frac{1}{2}\Delta t} + \frac{1}{2} \left(\frac{q_{i-1/2,j-1}^{n+3/2} - q_{i-1/2,j-1}^{n+3/2}}{\Delta y} + \frac{q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2} - q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2}}{\Delta y} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n+1} - \bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} + \frac{\bar{p}_{i-1,j-1/2}^n - \bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n-1/2}}{\Delta x} \right) = 0 \quad (12)$$

式 (3) から次式が導かれる。

$$\frac{q_{i-1/2,j-1}^{n+3/2} - q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2}}{\Delta t} + \frac{1}{4\Delta y} \left\{ \frac{(q_{i-1/2,j-1}^{n+3/2} + q_{i-1/2,j-1}^{n+3/2})(q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2} + q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2})}{D_{i-1/2,j-1/2}^n} - \frac{(q_{i-1/2,j-1}^{n+3/2} + q_{i-1/2,j-1}^{n+3/2})(q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2} + q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2})}{D_{i-1/2,j-1/2}^{n-1}} \right\} + \frac{1}{4\Delta x} \left\{ \frac{(q_{i-1/2,j-1}^{n+3/2} + q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2})(\bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n+1} + \bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n-1/2})}{D_{i-1,j}^n} - \frac{(q_{i-1/2,j-1}^{n+3/2} + q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2})(\bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n+1} + \bar{p}_{i-1,j-1/2}^{n-1/2})}{D_{i,j}^n} \right\}$$

$$\begin{aligned}
& + g D_{i+1/2,j}^{**} \frac{\eta_{i+1/2,j+1/2}^{n+1} - \eta_{i+1/2,j-1/2}^{n+1}}{\Delta y} \\
& - \frac{1}{2} v_{i+1/2,j} \left\{ \frac{q_{i+1/2,j+1}^{n+3/2} - 2q_{i+1/2,j}^{n+3/2} + q_{i+1/2,j-1}^{n+3/2}}{(\Delta y)^2} \right. \\
& \quad \left. + \frac{q_{i+1/2,j+1}^{n+1/2} - 2q_{i+1/2,j}^{n+1/2} + q_{i+1/2,j-1}^{n+1/2}}{(\Delta y)^2} \right\} \\
& - v_{i+1/2,j} \left\{ \frac{q_{i+3/2,j}^{n+1/2} - 2q_{i+1/2,j}^{n+3/2} + q_{i-1/2,j}^{n+1/2}}{(\Delta x)^2} \right\} \\
& + \frac{1}{2} \varepsilon (q_{i+1/2,j}^{n+3/2} + q_{i+1/2,j}^{n+1/2}) \\
& + \frac{1}{2} D_{i+1/2,j}^{**} \frac{f}{2} (q_{i+1/2,j}^{n+3/2} + q_{i+1/2,j}^{n+1/2}) \sqrt{p_{i+1/2,j}^{n+1}{}^2 + q_{i+1/2,j}^{n+1/2}{}^2} \\
= & \frac{1}{3} \vec{h}_{i+1/2,j}^2 \left[\frac{1}{(\Delta y)^2 \Delta t} \left\{ (q_{i+1/2,j}^{n+3/2} - 2q_{i+1/2,j}^{n+3/2} + q_{i+1/2,j-1}^{n+3/2}) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - (q_{i+1/2,j}^{n+1/2} - 2q_{i+1/2,j}^{n+1/2} + q_{i+1/2,j-1}^{n+1/2}) \right\} \right. \\
& + \frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta t} \left\{ (p_{i+1,j+1/2}^{n+1} - p_{i+1,j-1/2}^{n+1} - p_{i,j+1/2}^{n+1} + p_{i,j-1/2}^{n+1}) \right. \\
& \quad \left. \left. - (p_{i+1,j+1/2}^n - p_{i+1,j-1/2}^n - p_{i,j+1/2}^n + p_{i,j-1/2}^n) \right\} \right] \quad (13)
\end{aligned}$$

ここに、

$$D_{i+1/2,j+1/2}^{**} = h_{i+1/2,j+1/2} + \eta_{i+1/2,j+1/2}^{**} \quad (14)$$

$$D_{i-1/2,j+1/2}^{**} = h_{i-1/2,j+1/2} + \eta_{i-1/2,j+1/2}^{**} \quad (15)$$

$$D_{i+1,j}^{**} = \vec{h}_{i+1,j} + \vec{\eta}_{i+1,j}^{**} \quad (16)$$

$$D_{i,j}^{**} = \vec{h}_{i,j} + \vec{\eta}_{i,j}^{**} \quad (17)$$

$$D_{i+1/2,j}^{**} = \vec{h}_{i+1/2,j} + \vec{\eta}_{i+1/2,j}^{**} \quad (18)$$

式 (7) ~ (11) および式 (14) ~ (18) に含まれている水位 η 、 η^{**} はそれぞれ $n+1/2, n+1$ の時間レベルで評価されるべき量である。これをADI法の規則に従って計算方向成分に関し陰形式、計算方向に対して直角方向の成分については陽形式の表示を行い計算することは困難であるため以下のように陽解法で計算する。

$$\begin{aligned}
\eta_{i+1/2,j+1/2} &= \eta_{i+1/2,j+1/2}^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (p_{i+1,j+1/2}^n - p_{i,j+1/2}^n) \\
& + \frac{\Delta t}{4\Delta y} \left\{ (q_{i+1/2,j+1}^{n+1/2} - q_{i+1/2,j}^{n+1/2}) + (q_{i+1/2,j+1}^{n-1/2} - q_{i+1/2,j}^{n-1/2}) \right\} \quad (19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\eta_{i+1/2,j+1/2}^{**} &= \eta_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{2\Delta y} (q_{i+1/2,j+1}^{n+1/2} - q_{i+1/2,j}^{n+1/2}) \\
& + \frac{\Delta t}{4\Delta x} \left\{ (p_{i+1,j+1/2}^{n+1} - p_{i,j+1/2}^{n+1}) + (p_{i+1,j+1/2}^n - p_{i,j+1/2}^n) \right\} \quad (20)
\end{aligned}$$

実際の計算は次のようにして行う；前半の時間ステップでは式 (5) から $\eta_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2}$ を求め式 (6) に代入すると、 x 方向に隣合う3つの線流量 $p_{i+1/2,j}^{n+1/2}$ 、 $p_{i,j+1/2}^{n+1/2}$ 、 $p_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2}$ を未知

数とする方程式ができる。この方程式は各 x 方向の行毎に格子数と等しい数だけ作られるので、連立させて解くことができる。また、各 x 方向行毎に未知数の係数行列を作ると3重対角行列となり、直接行列式を解くことなく未知数を求めることができる（例えばアトキンソンら,1993）。同様にして後半の時間ステップでは式 (12) から $\eta_{i+1/2,j+1/2}^{n+1}$ を求め式 (13) に代入することにより、線流量 q の方程式群が作られ、それを解くことができる。前半の時間ステップにおける p を未知数とする方程式および後半の時間ステップにおける q を未知数とする方程式を以下に示す；

前半のタイムステップ

$$a_1 p_{i-1/2,j+1/2}^{n+1} + a_2 p_{i+1/2,j+1/2}^{n+1} + a_3 p_{i+1/2,j-1/2}^{n+1} = a_4 \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
a_1 = & -\frac{1}{4\Delta x} \frac{p_{i,j+1/2}^n + p_{i-1,j+1/2}^n}{D_{i-1/2,j+1/2}^*} - \frac{\Delta t}{4(\Delta x)^2} g D_{i,j+1/2}^* \\
& - \frac{1}{3(\Delta x)^2 \Delta t} \vec{h}_{i,j+1/2}^2 - \frac{v_{i,j+1/2}}{2(\Delta x)^2} \quad (22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_2 = & \frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{4\Delta x} \left(\frac{p_{i,j+1/2}^n + p_{i+1,j+1/2}^n}{D_{i+1/2,j+1/2}^*} - \frac{p_{i,j+1/2}^n + p_{i-1,j+1/2}^n}{D_{i-1/2,j+1/2}^*} \right) \\
& + \frac{1}{4\Delta y} \left(\frac{q_{i-1/2,j+1}^n + q_{i+1/2,j+1}^n}{D_{i,j+1}^*} - \frac{q_{i-1/2,j}^n + q_{i+1/2,j}^n}{D_{i,j}^*} \right) \\
& + \frac{\Delta t}{2(\Delta x)^2} g D_{i,j+1/2}^* + \frac{1}{2} \frac{f}{D_{i+1/2,j+1/2}^*} \sqrt{p_{i+1/2,j}^n{}^2 + q_{i+1/2,j}^n{}^2} + \frac{1}{2} \varepsilon_{i,j+1/2} \\
& + \frac{2}{3(\Delta x)^2 \Delta t} \vec{h}_{i,j+1/2}^2 + \frac{v_{i,j+1/2}}{(\Delta x)^2} + \frac{2v_{i,j+1/2}}{(\Delta y)^2} \quad (23)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_3 = & -\frac{1}{4\Delta x} \frac{p_{i,j+1/2}^n + p_{i+1,j+1/2}^n}{D_{i+1/2,j+1/2}^*} - \frac{\Delta t}{4(\Delta x)^2} g D_{i,j+1/2}^* \\
& - \frac{1}{3(\Delta x)^2 \Delta t} \vec{h}_{i,j+1/2}^2 - \frac{v_{i,j+1/2}}{2(\Delta x)^2} \quad (24)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_4 = & \frac{1}{\Delta t} p_{i,j+1/2}^n - \frac{1}{4\Delta y} \left\{ \frac{p_{i,j+3/2}^n (q_{i-1/2,j+1}^{n+1/2} + q_{i+1/2,j+1}^{n+1/2})}{D_{i,j+1}^*} \right. \\
& \quad \left. - \frac{p_{i,j-1/2}^n (q_{i-1/2,j}^{n+1/2} + q_{i+1/2,j}^{n+1/2})}{D_{i,j}^*} \right\} \\
& - \frac{1}{\Delta x} g D_{i,j+1/2}^* \left[(\eta_{i+1/2,j+1/2}^n - \eta_{i-1/2,j+1/2}^n) \right. \\
& \quad - \frac{\Delta t}{4\Delta x} (p_{i+1,j+1/2}^n - 2p_{i,j+1/2}^n + p_{i-1,j+1/2}^n) \\
& \quad - \frac{\Delta t}{4\Delta y} \left\{ (q_{i+1/2,j+1}^{n+1/2} - q_{i+1/2,j}^{n+1/2} + q_{i-1/2,j+1}^{n-1/2} - q_{i-1/2,j}^{n-1/2}) \right. \\
& \quad \quad \left. - (q_{i-1/2,j+1}^{n+1/2} - q_{i-1/2,j}^{n+1/2} + q_{i-1/2,j+1}^{n-1/2} - q_{i-1/2,j}^{n-1/2}) \right\} \left. \right] \\
& - \frac{1}{2} \varepsilon p_{i,j+1/2}^n - \frac{1}{2} \frac{f}{D_{i,j+1/2}^*} p_{i,j+1/2}^n \sqrt{p_{i,j+1/2}^n{}^2 + q_{i,j+1/2}^n{}^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{3} \vec{h}_{i,j-1/2}^2 \left[-\frac{1}{(\Delta x)^2 \Delta t} \left(p_{i-1,j-1/2}^n - 2p_{i,j-1/2}^n + p_{i+1,j-1/2}^n \right) \right. \\
& \quad + \frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta t} \left\{ \left(q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2} - q_{i-1/2,j-1}^{n-1/2} - q_{i-1/2,j}^{n+1/2} + q_{i-1/2,j}^{n-1/2} \right) \right. \\
& \quad \left. \left. - \left(q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2} - q_{i-1/2,j-1}^{n-1/2} - q_{i-1/2,j}^{n+1/2} + q_{i-1/2,j}^{n-1/2} \right) \right\} \right] \\
& + \frac{V_{i,j-1/2}}{2(\Delta x)^2} \left(p_{i-1,j-1/2}^n - 2p_{i,j-1/2}^n + p_{i+1,j-1/2}^n \right) \\
& + \frac{V_{i,j-1/2}}{(\Delta y)^2} \left(p_{i,j-3/2}^n + p_{i,j-1/2}^n \right) \quad (25)
\end{aligned}$$

後半のタイムステップ

$$b_1 q_{i-1/2,j-1}^{n+3/2} + b_2 q_{i-1/2,j}^{n+3/2} + b_3 q_{i-1/2,j+1}^{n+3/2} = b_4 \quad (26)$$

$$\begin{aligned}
b_1 = & -\frac{1}{4\Delta y} \frac{q_{i-1/2,j}^{n+1/2} + q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2}}{D_{i-1/2,j-1/2}^{**}} - \frac{\Delta t}{4(\Delta y)^2} g D_{i-1/2,j}^{**} \\
& - \frac{1}{3(\Delta y)^2 \Delta t} \vec{h}_{i-1/2,j}^2 - \frac{V_{i-1/2,j}}{2(\Delta y)^2} \quad (27)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_2 = & \frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{4\Delta y} \left(\frac{q_{i-1/2,j}^{n+1/2} + q_{i-1/2,j+1}^{n+1/2}}{D_{i-1/2,j+1/2}^{**}} - \frac{q_{i-1/2,j}^{n+1/2} + q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2}}{D_{i-1/2,j-1/2}^{**}} \right) \\
& + \frac{1}{4\Delta x} \left(\frac{p_{i-1,j-1/2}^{n+1} + p_{i,j-1/2}^{n+1}}{D_{i-1,j}^{**}} - \frac{p_{i-1,j-1/2}^{n+1} + p_{i,j-1/2}^{n+1}}{D_{i,j}^{**}} \right) \\
& + \frac{\Delta t}{2(\Delta y)^2} g D_{i-1/2,j}^{**} + \frac{1}{2} \frac{f}{D_{i-1/2,j}^{**}} \sqrt{p_{i-1/2,j}^{n+1}{}^2 + q_{i-1/2,j}^{n+1}{}^2} + \frac{1}{2} \varepsilon_{i-1/2} \\
& + \frac{2}{3(\Delta y)^2 \Delta t} \vec{h}_{i-1/2,j}^2 + \frac{V_{i-1/2,j}}{(\Delta y)^2} + \frac{2V_{i-1/2,j}}{(\Delta x)^2} \quad (28)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_3 = & -\frac{1}{4\Delta y} \frac{q_{i-1/2,j}^{n+1/2} + q_{i-1/2,j+1}^{n+1/2}}{D_{i-1/2,j+1/2}^{**}} - \frac{\Delta t}{4(\Delta y)^2} g D_{i-1/2,j}^{**} \\
& - \frac{1}{3(\Delta x)^2 \Delta t} \vec{h}_{i,j-1/2}^2 - \frac{V_{i,j-1/2}}{2(\Delta x)^2} \quad (29)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_4 = & \frac{1}{\Delta t} q_{i-1/2,j}^{n+1/2} - \frac{1}{4\Delta x} \left\{ \frac{q_{i-1/2,j}^{n+1/2} \left(p_{i-1,j-1/2}^{n+1} + p_{i,j-1/2}^{n+1} \right)}{D_{i-1,j}^{**}} \right. \\
& \left. - \frac{q_{i-1/2,j}^{n+1/2} \left(p_{i-1/2,j}^{n+1} + p_{i,j-1/2}^{n+1} \right)}{D_{i,j}^{**}} \right\} \\
& - \frac{1}{\Delta y} g D_{i-1/2,j}^{**} \left[\left(\eta_{i-1/2,j-1/2}^{n+1/2} - \eta_{i-1/2,j-1/2}^{n-1/2} \right) \right. \\
& \quad - \frac{\Delta t}{4\Delta y} \left(q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2} - 2q_{i-1/2,j}^{n+1/2} + q_{i-1/2,j+1}^{n+1/2} \right) \\
& \quad - \frac{\Delta t}{4\Delta x} \left\{ \left(p_{i-1,j-1/2}^{n+1} - p_{i,j-1/2}^{n+1} + p_{i-1,j-1/2}^n - p_{i,j-1/2}^n \right) \right. \\
& \quad \left. \left. - \left(p_{i-1,j-1/2}^{n+1} - p_{i,j-1/2}^{n+1} + p_{i-1,j-1/2}^n - p_{i,j-1/2}^n \right) \right\} \right] \\
& - \frac{1}{2} \varepsilon q_{i-1/2,j}^{n+1/2} - \frac{f}{D_{i-1/2,j}^{**}} q_{i-1/2,j}^{n+1/2} \sqrt{p_{i-1/2,j}^{n+1}{}^2 + q_{i-1/2,j}^{n+1}{}^2} \\
& + \frac{1}{3} \vec{h}_{i-1/2,j}^2 \left[-\frac{1}{(\Delta y)^2 \Delta t} \left(q_{i-1/2,j-1}^{n+1/2} - 2q_{i-1/2,j}^{n+1/2} + q_{i-1/2,j+1}^{n+1/2} \right) \right.
\end{aligned}$$

(2) 境界条件

図-3 (a) ~ (c) は水位 $\eta_{i-1/2,j-1/2}$, x 方向線流量 $p_{i,j-1/2}$, y 方向線流量 $q_{i-1/2,j}$ を求めるのに必要な変数をそれぞれ示したものである。境界と接しない中央計算領域の格子点では、必要な変数が全てそろっているため、計算は式 (5), (21) および式 (12), (22) 等によって行うことができる。しかし、この種の数値計算では有限領域を取り扱わざるを得ないため、外境界は陸地または外海と接している。さらに領域内においても防波堤、人工島その他の境界がある。これらの境界と接する格子点では、図に示した変数の一部は計算によっては得られないので、特別な取り扱いが必要である。このような境界においては、任意反射率境界が実現できることが望ましいが、本計算法のような非線形項を含む差分計算法では、現在、任意反射率境界の処理方法は確立されていない。ここでは、完全反射境界、透過境界、入射境界の3つの処理方法について述べる。

a) 完全反射境界

岸壁、護岸等の直立壁と接する境界においては完全反射境界としての処理を行う。また、後述するエネルギー吸収帯の最外縁の境界も本計算法では同様の処理を行った。図-3 (a) ~ (c) の格子列が完全反射境界の場合、 $\eta_{i-1/2,j-1/2}$ まわりの差分式および $p_{i,j-1/2}$ まわりの差分式に $p_{i-1/2}$ が必要となるが、これを

$$p_{i,j-1/2} = 0 \quad (31)$$

と置けばよい。また、 $q_{i-1/2,j}$ まわりの差分式については $p_{i-1/2}$ の他に $p_{i,j-1/2}$, および $q_{i-1/2,j}$ が必要となるが、これらを

$$p_{i,j-1/2} = 0 \quad (32)$$

$$q_{i-1/2,j} = q_{i-1/2,j} \quad (33)$$

と置けばよい。

右側、上側、下側が完全反射境界の場合についても、境界線上の境界直角方向線流量を0、境界線の外側で境界線に沿う線流量を、境界内の線流量で置き換えることにより計算することができる。

b) 透過境界

図-4 は、計算領域全体の形状が長方形で、その1辺(破線で示した線)から波が入射し、他の3辺では波は透

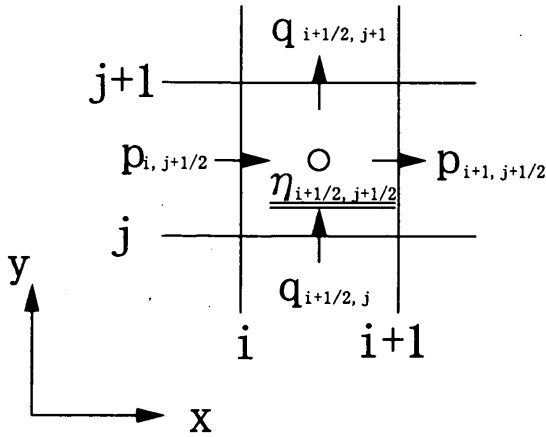


図-3 (a) $\eta_{i+1/2, j+1/2}$ を求めるのに必要な変数

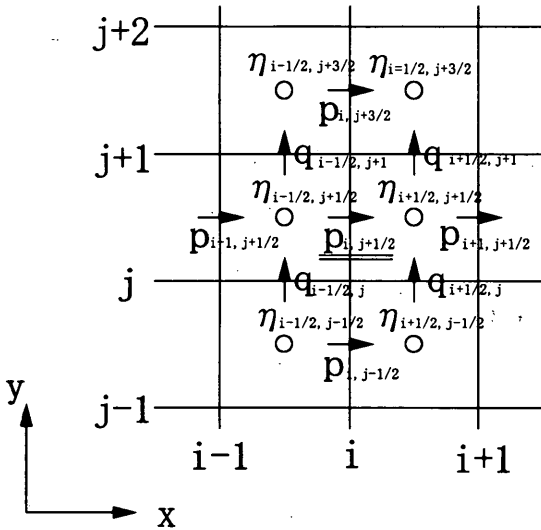


図-3 (b) $p_{i+1/2, j}$ を求めるのに必要な変数

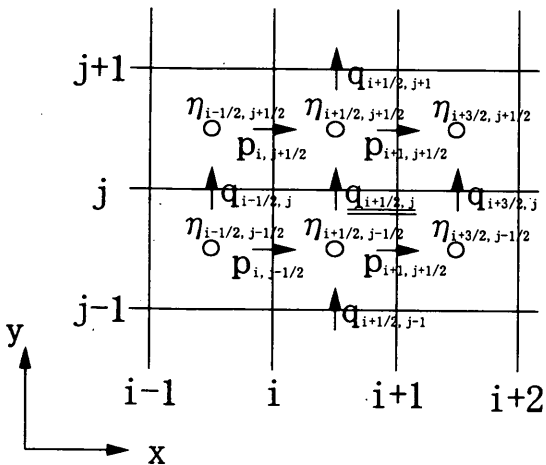


図-3 (c) $q_{i+1/2, j}$ を求めるのに必要な変数

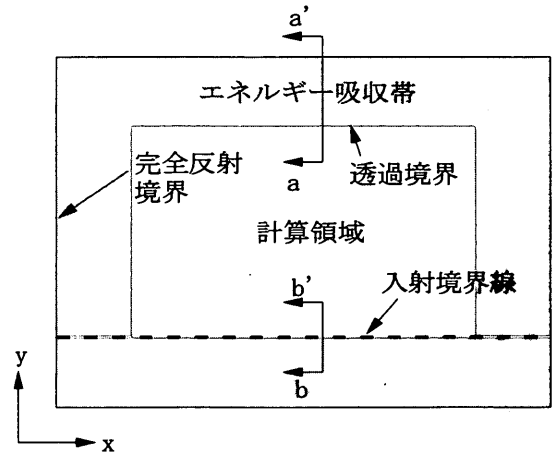


図-4 境界条件の配置

過する場合の境界条件の配置を示したものである。外海と接する境界では、計算領域から領域外へ出ようとする波が反射することなく完全に透過することが必要となる。この条件を満足するため、本計算法では、透過境界の外側にエネルギー吸収帯を配置する方法を用いた。この方法は、水理実験において消波材で波を減衰させ、水槽内に反射波が出ないようにする手法を、数値計算の中で行うものである。図-5に、図-4のa-a'断面に沿って配置するエネルギー吸収帯の考え方を示す。エネルギー吸収帯の設定は、2.1に示した運動方程式中のエネルギー減衰項の係数 ϵ に、透過境界から領域外縁に向かって0から徐々に増加する値を与えることによって行う。この手法に関しては、Cruzら(1993)が詳細な検討を行っている。彼らはブシネスク方程式(断面2次元)に対して吸収帯を適用し、その吸収特性を明らかにした。それによれば、吸収帯幅、吸収係数の分布形・大きさを適当に選べば、透過境界として用いることができる。また、吸収帯の分

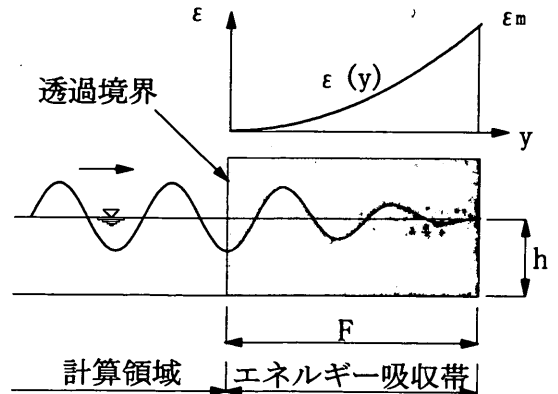


図-5 エネルギー吸収帯の考え方

布関数として、双曲線関数が非線形および線形波の両方に対して吸収特性が良好であることも示した。本計算で用いた吸収帯の吸収係数の分布関数 $\varepsilon(x)$ 、吸収帯幅 F 、および吸収帯背後の吸収係数 ε_a を以下に示す。

$$\varepsilon(x) = \frac{r\varepsilon_a}{2(\sinh r - r)} [\cosh(rx/F) - 1] \quad (34)$$

ここに、 $F=2\sim 3$ 波長、 $\varepsilon_a = \sqrt{gh}$ 、 $r=3$

c) 入射境界

入射境界では、条件として与えられた入射波が計算領域内に入射されるとともに、計算領域からの反射波が自由に領域外に出るというものでなければならない。本計算法では、この条件を実現するため境界線入射法(小竹ら,1992, 石井ら,1993)を用いた。図-6は、図-4のb-b'断面にそって配置する境界線入射法の考え方を示したものである。境界線入射法は、数値計算時に境界を挟む計算格子点を中心とする差分式に、入射波線流量 p_m 、 q_m あるいは入射波水位 η_m を加えたり差し引いたりすることにより、境界の内側では入射波と反射波の共存領域、外側では反射波のみ存在する領域となるようにするものである。図は、入射境界線が格子点 $j=j_0-1$ と $j=j_0$ の間にある

場合の、境界線を挟む領域のy方向線流量 q の空間分布を示している。上の図は、入射共存領域(計算領域)にある $q_{i+1/2,j}$ の計算をするときの考え方を示したものである。 $q_{i+1/2,j}$ を計算する場合、 $q_{i+1/2,j-1}$ が反射波領域にあるため、その値に入射波の線流量 $q_{in,i+1/2,j-1}$ を加えた値を仮の線流量として、 $q_{i+1/2,j}$ の計算を行う必要がある。また、下の図は、反射波領域にある $q_{i+1/2,j}$ の計算をするときの考え方で、 $q_{i+1/2,j}$ が入射共存領域にあるため、その値に入射波の線流量 $q_{in,i+1/2,j}$ を減じた値を仮の線流量として $q_{i+1/2,j-1}$ の計算を行うことを表している。この図ではy方向線流量 q にだけ着目しているが、入射境界線を挟む差分計算では、計算する領域以外の変数全てについて、つまり q だけでなく η 、 p についても入射波成分を差し引きする必要がある。さらに、 η の計算あるいは p の計算についても、入射境界線を挟む差分計算では、同様の処理が必要である。

境界線入射法によって沖側に向かってくる反射波は、前述のエネルギー吸収帯により吸収させ、再反射して計算領域に入らないようにする。これらによって、入射波が計算領域内に入射されるとともに、計算領域からの反射波が自由に領域外に出る条件を満足させることができる。

2.3 砕波計算法

(1) 砕波の判定

本研究で行った計算例では、砕波計算は、断面二次元で規則波を作用させた場合についてのみ行っている。この場合に、砕波の判定に用いたのは、次式で表される合田(1973)の砕波限界波高である。

$$\frac{H_B}{L_0} = 0.17 \left[1 - \exp \left\{ -1.5\pi \frac{h_B}{L_0} (1 + 15s^{1/3}) \right\} \right] \quad (35)$$

ここに、 H_B : 砕波限界波高、 L_0 : 沖波波長、 h_B : 砕波点の水深、 s : 海底勾配。

一方、不規則波の計算では、個々の波の波長が異なる。また、平面計算の場合には、海底勾配としては、波向の方向への底面の傾斜を用いる必要がある。従って、(35)式を直接用いることはできない。そこで、不規則波の計算あるいは平面波浪場の計算を行う場合に対して、水表面における水粒子速度と波速の比で判定する佐藤らのモデル(佐藤ら,1993)を用いることができる。Boussinesq方程式においては、水表面の水粒子速度のx方向成分 u 、およびy方向成分 v は、断面平均流速 $\bar{u} (=p/D)$ 、 $\bar{v} (=q/D)$ を用いて次式で与えられる。

$$u_x = \bar{u} - \left(\frac{D^2}{2} - \frac{h^2}{6} \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial x^2} \quad (36)$$

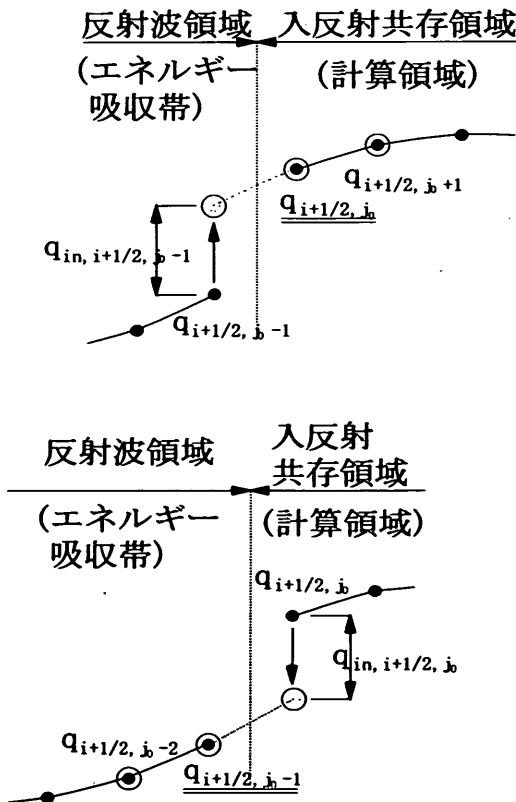


図-6 境界線入射法の考え方

$$v_x = \bar{v} - \left(\frac{D^2}{2} - \frac{h^2}{6} \right) \frac{\partial \bar{v}}{\partial y^2} \quad (37)$$

流速は長波の波速を用いた。したがって、流速と波速の比は、

$$\sqrt{u_x^2 + v_x^2} / \sqrt{gh} \quad (38)$$

となる。片山ら (1993) は、斜面勾配1/10~1/100の一樣勾配斜面を進行する規則波に対して浅水変形を計算し、式 (35) の合田の碎波指標を用いて碎波点を決定した。そして碎波点における波峰の流速と波速の比を計算した結果、規則波の場合、流速と波速の比が0.6~0.7となる点で碎波が生じていることを確認した。さらに不規則波の場合にはこの値の80%で碎波が生じるという仮定で計算を行った。これにならい、式 (38) の値が (0.6~0.7) × 0.8になるとき碎波するものと判定することとした。

(2) 碎波によるエネルギー逸散

碎波によるエネルギー逸散は、基礎方程式 (2), (3) 中の碎波による渦動粘性係数 ν を与えることによって考慮した。断面二次元で規則波を作用させた場合の碎波計算には、渦動粘性係数 ν は佐藤ら (1990) の提案による次式を用いた。

$$\nu = \frac{\alpha_0 s g d}{\sigma^2} \sqrt{\frac{g}{d} \cdot \frac{\hat{Q} - Q_r}{Q_s - Q_r}} \quad (39)$$

$$Q_s = 0.4 (0.57 + 5.3 \cdot \epsilon) \sqrt{gh^3}, \quad Q_r = 0.135 \sqrt{gh^3}$$

ここに、 d : 碎波帯の平均水深、 σ : 角周波数、 α_0 は碎波帯外で0、碎波点を含む一波長の領域で線形的に2.5まで増加し、碎波帯内で2.5となる係数。 \hat{Q} は線流量 $Q = \sqrt{\hat{p}^2 + q^2}$ の振幅で直前の一周期の線流量から求める。

また、平面波浪場で不規則波の計算を行う場合には、渦動粘性係数 ν は片山ら (1993) の提案による次式を用いた。

$$\nu = \frac{\alpha_r \alpha_s' g d}{\sigma^2} \sqrt{\frac{g}{d} \cdot \frac{\hat{Q} - Q_r}{Q_s - Q_r}} \quad (40)$$

ここに、 s' は波向に対する海底勾配、 α_r は規則波と不規則波のエネルギー減衰過程の違いを表すための係数で、片山らは試算の結果から $\alpha_r = 2$ を用いている。本計算法においてもこの値を用いる。

3. 計算法の適用性の検討

本章では、前章で述べた計算モデルを用いて、2次元地形 (3.1, 3.2, 3.3) および3次元地形 (3.4, 3.5, 3.6) を対象として計算を行い、既往の理論、実験結果と比較することにより計算法の適用性を検討した。また、線形

計算と比較するため、ここで行った計算の一部については、同じ条件で非定常緩勾配不規則波動方程式による計算も行った。

3.1 浅水変形計算

微小振幅理論では、浅水変形は入射波の周期が決まれば水深のみの関数となるが、ブシネスク方程式は、有限振幅性が考慮されているため、波形勾配による浅水変形の違いが表現できる。このことを調べるため、一樣勾配斜面上を進行する波の浅水変形を計算した。図-7に示すような海底勾配 $s=1/20$ の一樣勾配斜面上を、周期 $T=10$ sのクノイド波 (堀川,1985) が進行する場合の計算を行った。波形勾配は、 $H_0/L_0=0.001, 0.005, 0.01$ の3種類で、非碎波条件で計算した。数値計算における空間格子間隔 Δx は2.0m、時間積分間隔 Δt は0.125sである。格子間隔は、計算領域内の最大水深の0.05~0.1倍が適当であることが指摘されており (後藤,1984)、本計算では遡上計算は考慮されていないため、岸側は沖波波高の1.2~1.7倍の一樣水深部とし、さらにその後方にエネルギー吸収帯を設けることにより完全透過条件とした。

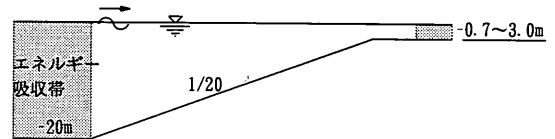


図-7 計算条件

図-8 (a), (b) に計算結果を示す。(a) は、水深 $h=9.0$ m ($h/L_0=0.058$) から $s=1/20$ の一樣勾配斜面で浅くなる地形の計算を行った結果である。比較のため細実線で首藤 (1974) の理論による浅水係数も合わせて示した。この図より、波形勾配が小さい場合に、水深が浅くなると首藤の理論と比較して浅水係数が小さくなる傾向がみられる。しかし、その他の場合には首藤の理論とよく一致し、波形勾配による浅水係数の違いが適切に評価されているのがわかる。(b) は、水深 $h=20.0$ m ($h/L_0=0.128$) から同じ一樣勾配で浅くなる地形の計算を行った結果である。(a) と比較すると、計算値が全体に上側にシフトしているのがわかる。これは、(a) の計算の水深の範囲より深い領域の計算において、波高が大きく計算されているためである。ブシネスク方程式は水粒子速度が水深方向へ変化しないという仮定を持つ長波近似方程式であるので、波長に対して水深が大きくなると誤差が生じると考えられる。したがって、水深がある程度浅くなった領域を入射境界として、港内の波高を計算する必

要がある。

3.2 急勾配斜面上の砕波を含む波浪変形計算

浅水変形および砕波変形への適用性を調べるため、一様勾配斜面上の波の砕波変形について計算結果と実験結果の比較を行った。検討には、河合（1995）が行った急勾配斜面上の波の変形を測定したものをを用いた。実験には、当研究所にある長さ40m×幅0.6mの2次元造波水路を用いている。一様水深部の水深は0.80m、斜面勾配は1/10および1/5である。入射波は、波高 $H=0.121$ m、周期 $T=2.03$ sの規則波である。0.80mまたは0.40m間隔で配置した測点ごとに、波高計で水面変動が測定されている。

数値計算における空間格子間隔 Δx は0.05m、時間積分間隔 Δt は0.0169sとした。入射波は実験の波高および周期を持つクノイド波を与えた。岸側の計算条件は3.1と同様に、一様水深部とし、エネルギー吸収帯を設けた。一様水深部の水深は、0.02~0.03とした。

図-9 (a), (b) に斜面勾配が1/10および1/5の場合の

波高の岸沖分布を示す。斜面勾配が1/10の場合は、数値計算による砕波点より沖側の波高については実験値と計算値はよく一致しているのがわかる。しかしながら、砕波点より岸側の波高は、実験値の方が計算値より大きい。斜面勾配が1/5の場合には、計算による砕波点の位置は実験における砕波点より沖側にあり、砕波点の沖側および岸側の波高分布も実験と計算の一致が悪い。これらの原因としては、計算において、砕波による減衰を、砕波点を中央に含む岸沖方向に一波長分の長さの領域で計算していることが考えられる。この方法では、斜面勾配が急傾斜であるほど、実際には砕波減衰しないと考えられる水深の深い領域にまで、砕波減衰がおよぶことになる。また、数値計算では岸側に一様水深部を設け、その後方にエネルギー吸収帯を配置して透過条件としている。実験では、岸側で波は翹上し、戻り流れが発生している。この岸側における計算と実験での条件の差も、計算値と実験値の一致が悪くなる原因と考えられる。したがって

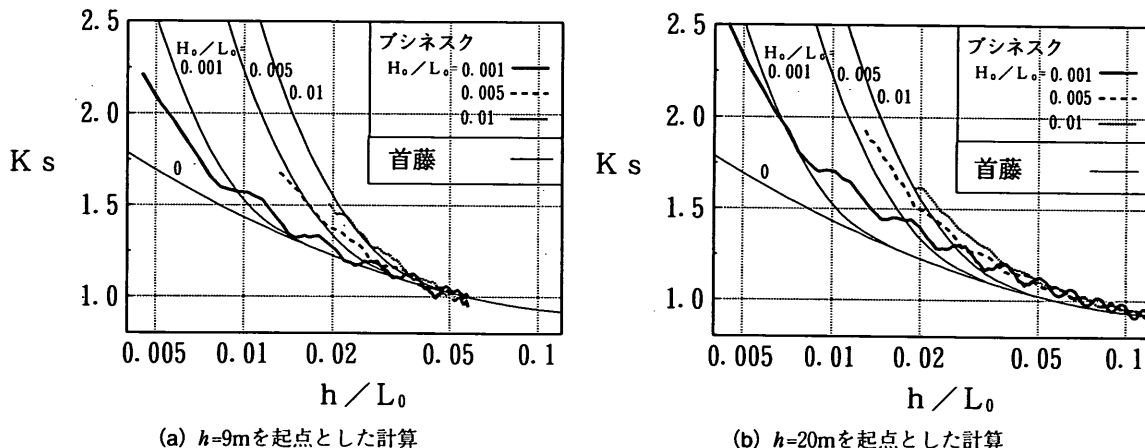


図-8 浅水変形計算

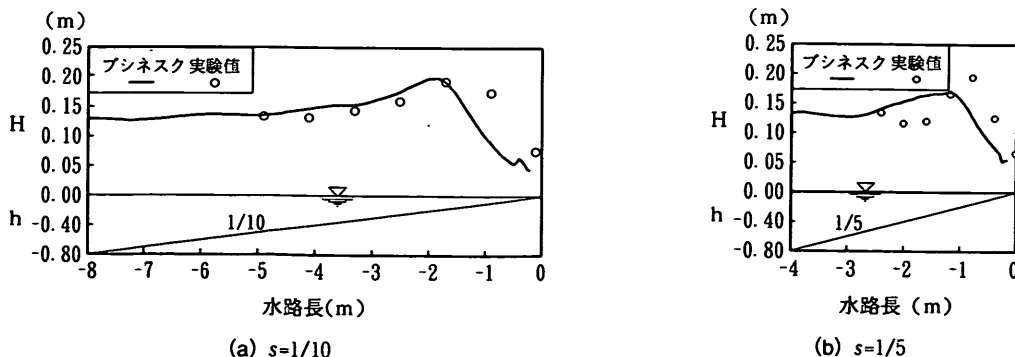


図-9 波高分布

急傾斜海岸の碎波変形については、本計算は誤差を含むため、今後、碎波係数の改良などを図る必要がある。

3.3 台形潜堤上における波形の変化

図-10に示すような台形潜堤上を波が進行していくと、潜堤上で波が分裂する現象が生じる。このような波の変形を数値計算する場合には、波の非線形性と分散性が特

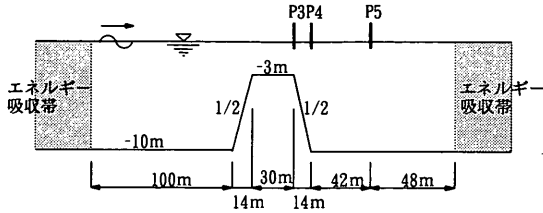
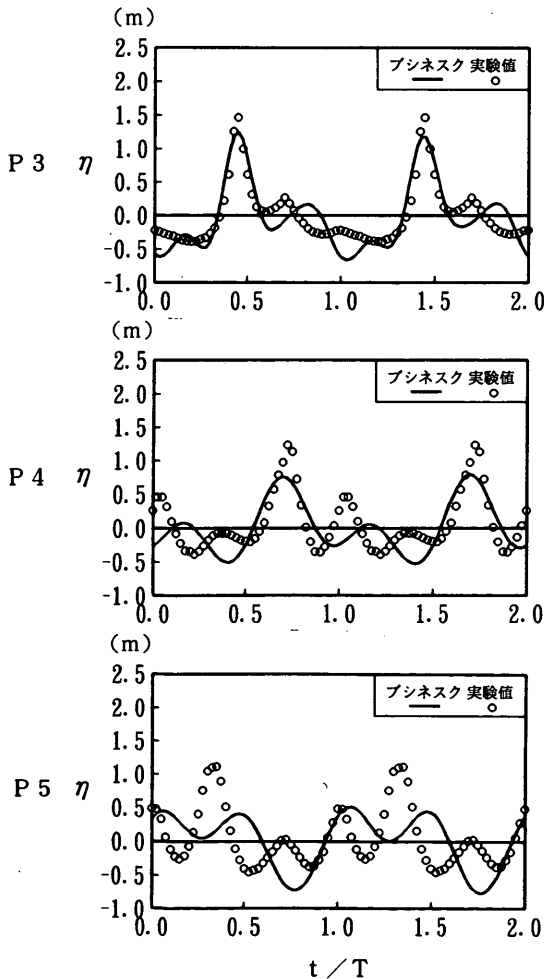
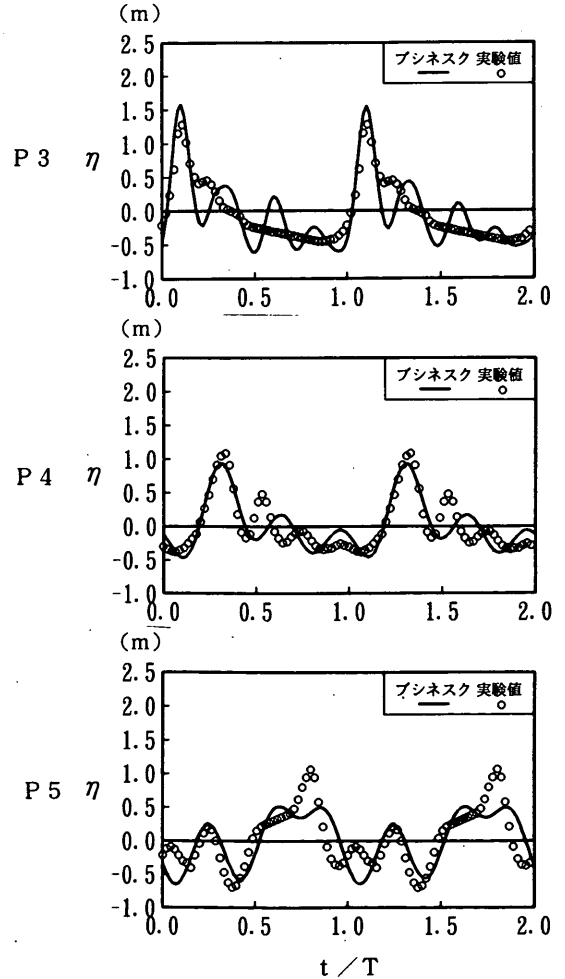


図-10 計算条件

に重要な要素となる。ブシネスク方程式は弱非線形・弱分散性の方程式であるので、潜堤上での波浪変形をある程度表現できると考えられる。このことを調べるため、数値計算と実験結果の比較を行った。検討には、土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会(1994)が行った実験結果を用いた。台形潜堤の形状は図-10の通りである。実験は、長さ65m、幅1m、高さ1.6mの水槽を用いて、1/20スケールで行っている。土木学会海岸工学委員会では、入射波は規則波とし、波高、周期を変えて6ケース行い、潜堤近傍の5地点について波形を測定している。ここでは、土木学会海岸工学委員会が示した6ケースのうち、波高が大きく、周期の長いCASE4とCASE6の2つのケースを選んで、数値計算を行い、潜堤背後の3地点の波形について実験値と比較した。CASE4



(a) CASE4



(b) CASE6

図-11 水位の時系列波形

は入射波高 $H_i=1.0\text{m}$, 入射波周期 $T_i=9\text{s}$, CASE6は $H_i=1.0\text{m}$, 入射波周期 $T_i=12\text{s}$ である。数値計算における入射波はクノイド波を与え, 空間格子間隔 Δx は 1.0m , 時間積分間隔 Δt は 0.1s とした。

図-11 (a), (b) にCASE4, CASE6の各地点の水位の時系列波形を示す。CASE4は潜堤上のP3の波形, CASE6はP3および潜堤背後のP4の波形について比較的よく一致し, 周期の長いCASE6の方が再現性が良いことがわかる。これはブシネスク方程式が長波近傍の周波数帯において弱分散性を表現できる方程式であるので, 周期の長い波の方が適用性が高いためであると考えられる。また, 潜堤背後で, 潜堤から離れているP5の波形はCASE6の計算についても再現性が悪いことがわかる。この領域での再現性を上げるためには, 強分散性の方程式を用いる必要があると考えられる。

3.4 球面浅瀬上における波高変化

屈折変形への適用性を調べるため, 球面浅瀬の計算を行った。球面浅瀬の実験は, 伊藤ら(1972)が数値波動解析法の検証のために行っている。この実験の条件は, 周期 $T=5.11\text{s}$, 一様水深部の水深 $h=15\text{m}$ であり, 長波近似方程式であるブシネスク方程式の適用範囲を水深波長比 $h/L=1/10$ 程度で浅と考えると, この範囲から外れているため, 実験結果と計算結果を直接比較することができない。そこで, まず線形計算である非定常緩勾配不規則波動方程式(窪ら,1991)による計算を行い, 実験結果と比較して, 非定常緩勾配不規則波動方程式の精度を確認した後, 長波近似が可能な領域で, この計算法とブシネスク方程式の計算結果を比較することとした。

非定常緩勾配不規則波動方程式による球面浅瀬の計算については, 伊藤らの実験に合わせ, 図-12のような計算条件とした。一様水深部の水深は 15m , 浅瀬は直径が 160m , 頂部水深が 5m である。入射波の周期 $T_i=5.11\text{s}$, 波高 $H_i=1.04\text{m}$ の規則波とした。図中の L は一様水深部における波長で, $L=40\text{m}$ である。計算領域の左右側の境界は完全反射条件とした。数値計算における空間格子間隔 Δx は 2.5m , 時間積分間隔 Δt は 0.319s とし, 非碎波条件で計算した。図-13に, 図-12の測線 $a-a'$, $b-b'$ に沿う波高分布を示す。数値波動解析法による計算結果も合わせて示した。この図より, 計算結果は実験結果を良く再現しており, 非定常緩勾配不規則波動方程式の精度が高いことがわかる。

上記の検討をふまえて, 浅海域の条件で, ブシネスク方程式と非定常緩勾配不規則波動方程式による球面浅瀬の計算を行った。図-14に計算条件を示す。一様水深部の水深は 15m , 浅瀬は直径が 541.2m , 頂部水深が 5m で

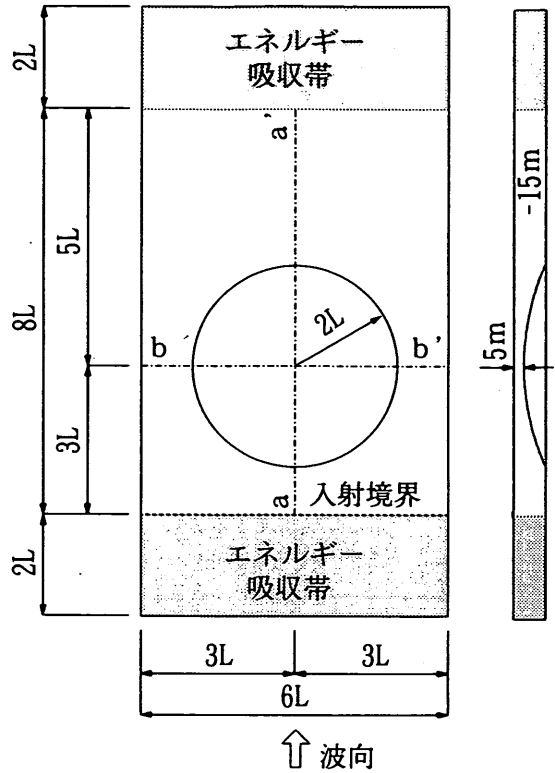


図-12 計算条件

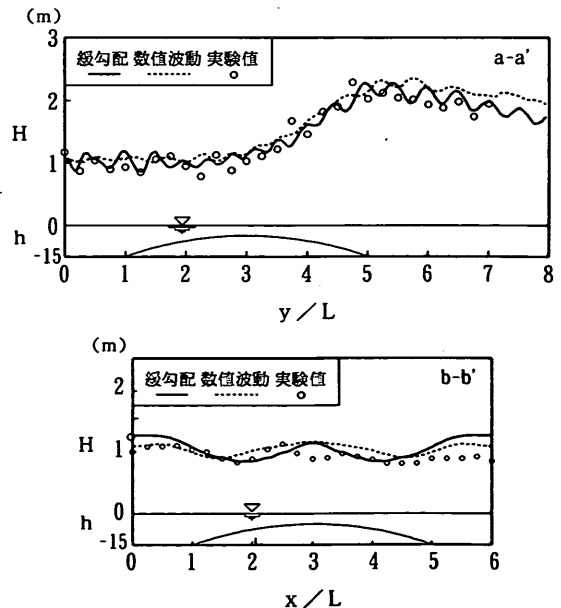


図-13 波高分布 (測線 $a-a'$, 測線 $b-b'$)

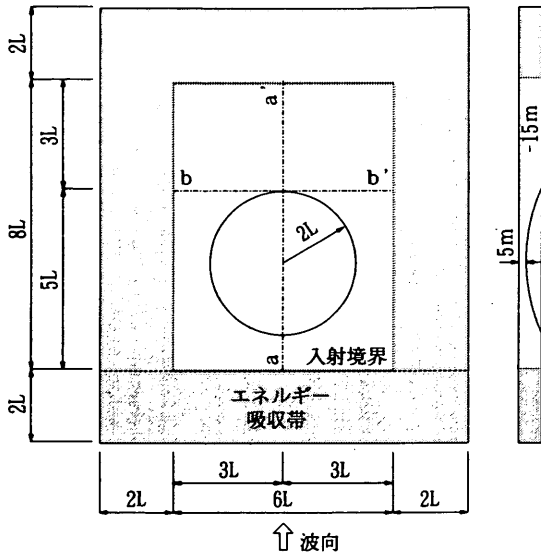


図-14 計算条件

ある。入射波は周期 $T_i=12s$ の規則波とした。波高 H_i は0.1 m, 1.0m, 1.5mの3種類について計算した。図中の L は135.3m(一様水深部の波長)である。計算領域の左右側の境界はエネルギー吸収帯を配置し、完全透過条件とした。数値計算における空間格子間隔 Δx および時間積分間隔 Δt は、ブシネスク方程式と非定常緩勾配不規則波動方程式についてそれぞれ3.87mと0.3s, 8.46mと0.75sとした。両者とも非碎波条件で計算した。

図-15に、図-14の測線a-a'に沿う空間波形を、各入射波高について示した。図-15より、入射波高の小さい $H_i=0.1m$ の場合にはブシネスク方程式と非定常緩勾配不規則波動方程式による計算結果にはほとんど差がないが、入射波高が大きくなると、ブシネスク方程式による空間波形は、浅瀬上で峰が尖り、谷は平たくなっているのがわかる。また入射波高が大きくなるにしたがって、波速が大きくなっているのがわかる。これは、ブシネスク方程式の持つ非線形性が、波高が大きいほど大きく現れるからであると考えられる。

図-16に測線a-a'に沿う波高分布を、各入射波高について示す。空間波形の場合と同様に、入射波高の小さい $H_i=0.1m$ の場合にはブシネスク方程式と非定常緩勾配不

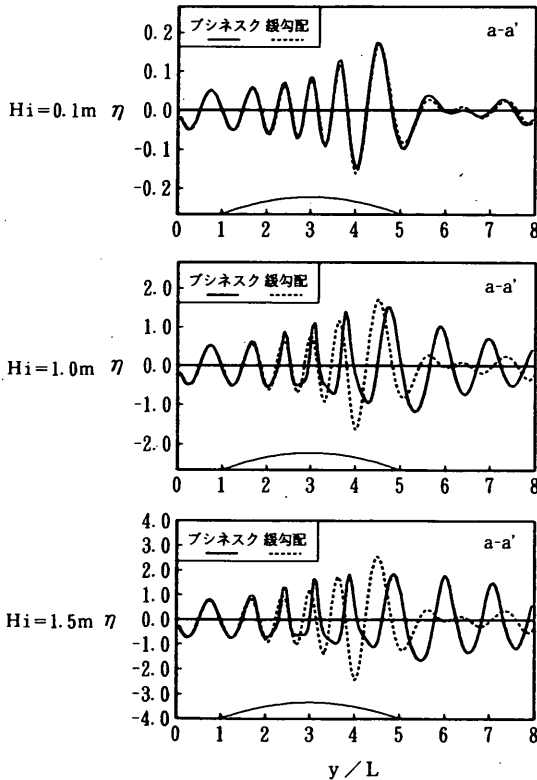


図-15 入射波高による空間波形の比較(測線a-a')

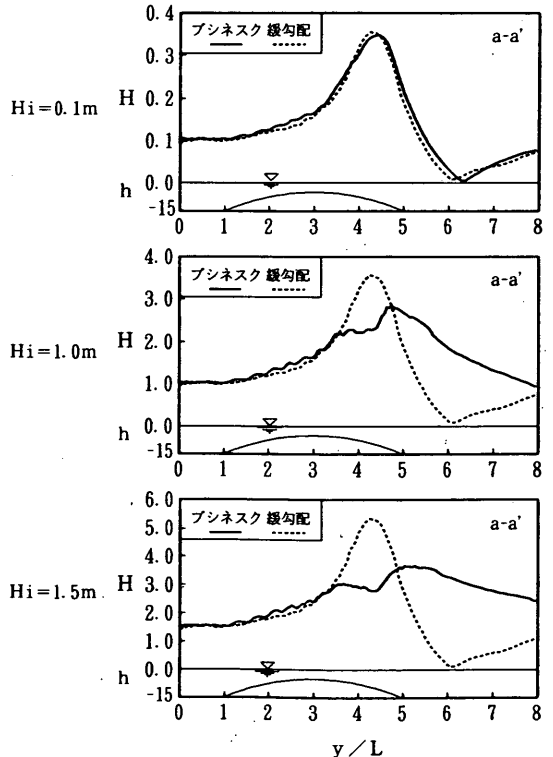


図-16 入射波高による波高分布の比較(測線a-a')

規則波動方程式による計算結果にはほとんど差がない。しかし、入射波高が大きくなると非定常緩勾配不規則波動方程式では、 $y/L=4$ 付近で波の集中により波高が増大するのが明確に見られ、また、 $y/L=6$ 付近で波高がほとんど0になる。これに対し、ブシネスク方程式の場合には波高が大きくなるほど波の集中度が低くなり、波高分布が一様になるのがわかる。図-17に測線b-b'に沿う波高分布を、各入射波高について示す。この測線では、球面浅瀬の背後で屈折により波が交差し、それにより波高の高い部分と低い部分が現れている。図-17より、ブシネスク方程式の結果では入射波高が大きくなるほど波高分布の空間的な変化が小さくなっているのがわかる。これらの結果から、ブシネスク方程式による計算では、波高が大きくなるほど波高の空間的な変化を小さくする傾向を表すと考えられる。図-18に入射波高 $H_i=1.5\text{m}$ の場合の計算領域全体の波高分布を示す。この図からも、線形計算である非定常緩勾配不規則波動方程式と比較し

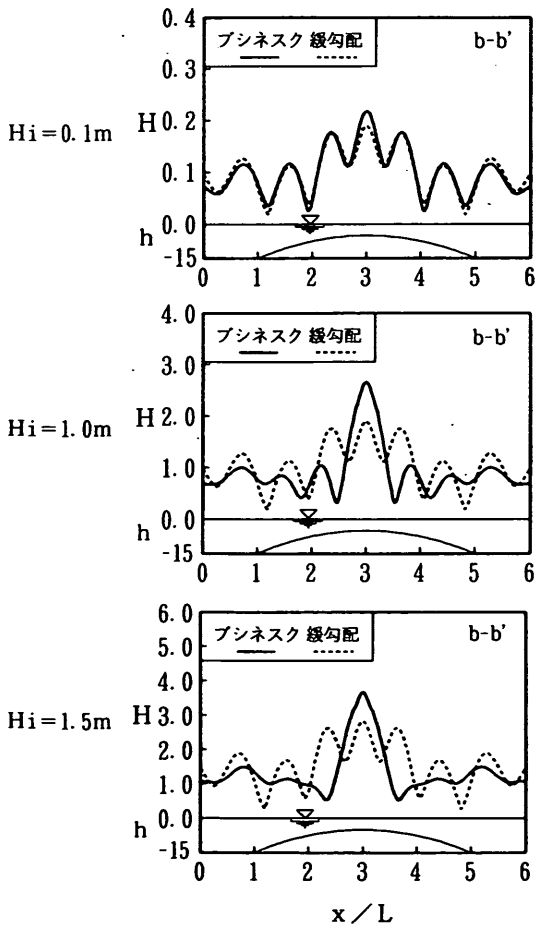
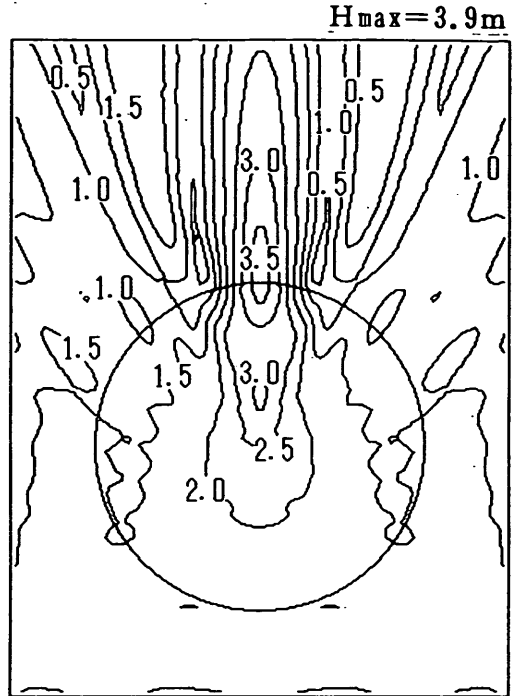
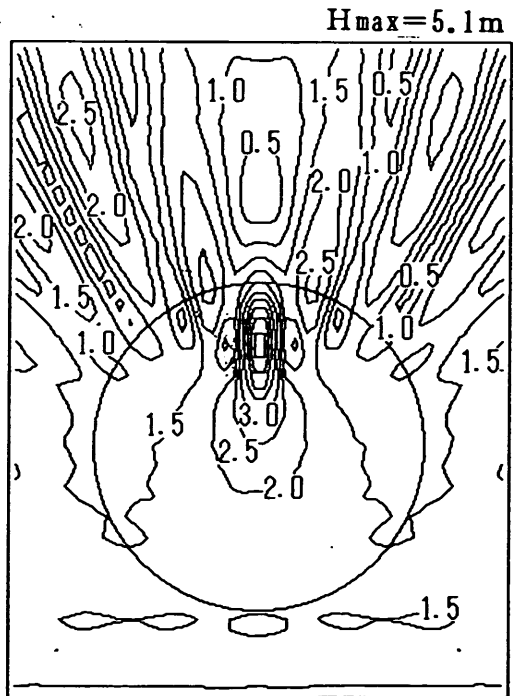


図-17 入射波高による波高分布の比較 (測線 b-b')



(a) ブシネスク方程式



(b) 非定常緩勾配不規則波動方程式

図-18 波高分布の比較 ($H_i=1.5\text{m}$)

法が有効であることが判る。

図-21 (b) より、防波堤背面における波高分布は3者とも良く一致しているのがわかる。これは、防波堤の背後では波高が小さく、計算法の相違による誤差も小さくなるためと思われる。

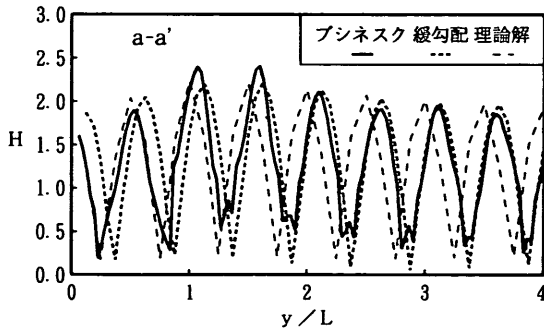
3.6 異型潜堤上における波高の変化

3.3において、断面二次元での台形潜堤上における波浪変形を扱ったが、本節では三次元波浪場における潜堤上の波浪変形について、実験結果との比較により適用性の検討を行った。検討には、著者ら(1995)が行った、異型潜堤上の波の変形を測定したものをを用いた。実験には、当研究所にある縦35m、横27mで、総延長28mの多方向不規則造波装置を有する平面水槽を用いた。そして、水槽内に異型潜堤の模型を1基設置し、波を作用させ、波高計によって波高・波形計測を行った。潜堤模型は斜辺長が4.0mで、3つの角度が 90° 、 60° 、 30° の直角三角形を底面とする、高さが0.2mの木製の三角柱で、周りを碎石で囲み、1/5の法面を持つものを用いている。潜堤天端は一樣水深である。潜堤模型は、三角形の最も長い辺が、造波板面に平行で、板面より3m離れるように設置して

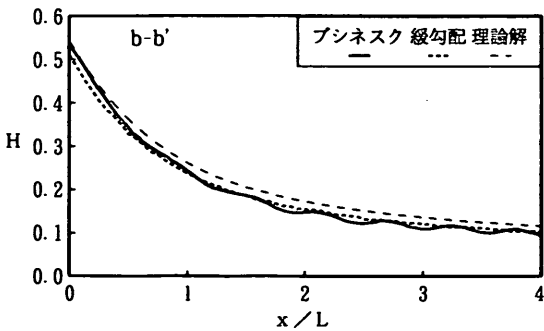
いる。模型縮尺は1/50を想定し、水深 h は、現地スケールで12.5mである。したがって潜堤天端での水深 h は2.5mである。入射波は波高 $H_i=0.75m$ 、周期 $T_i=8.49sec$ 、波向 $\theta_i=45^\circ$ の一方規則波である。なお、波向 0° は造波板より直角方向とした。図-22に示す位置に波高計を設置し、波高、波形の計測を行った。計算はブシネスク方程式および非定常緩勾配不規則波動方程式について行った。

図-23 (a), (b) にブシネスク方程式および非定常緩勾配不規則波動方程式による計算の境界条件をそれぞれ示す。両方の計算法とも、長方形領域外周の4辺すべてにエネルギー吸収帯を配置して計算を行った。ブシネスク方程式の場合には、そのうちの1辺から波を入射させた。入射波が斜め波であるので、潜堤周辺で一樣な波浪場になるように潜堤は計算領域の中央からずらして配置した。非定常緩勾配不規則波動方程式の場合には、3辺から波を入射させて計算を行った。入射波は、実験で測定した波高および周期を持つ正弦波を与えた。数値計算における空間格子間隔 Δx および時間積分間隔 Δt は、ブシネスク方程式と非定常緩勾配不規則波動方程式についてそれぞれ2.5mと0.170s、5.0mと0.531sとした。実験時の目視観測で碎波は起きていなかったため、非碎波条件で計算を行った。

図-24は潜堤周辺における実験および数値計算の波高分布を、図-22の測線a-a'、b-b'に沿って示したものである。縦軸は波高、横軸は入射側の潜堤法面の基部より25m沖側のラインを0としたときの測点の現地スケールでの距離である。測線a-a'の波高分布をみると、潜堤上の測点の11CHと12CHの間で、線形計算では屈折による波の集中のために非常に波高が大きくなっているのに対し、ブシネスク方程式による計算結果はあまり大きい値を示



(a) 測線 a-a'



(b) 測線 b-b'

図-21 波高分布

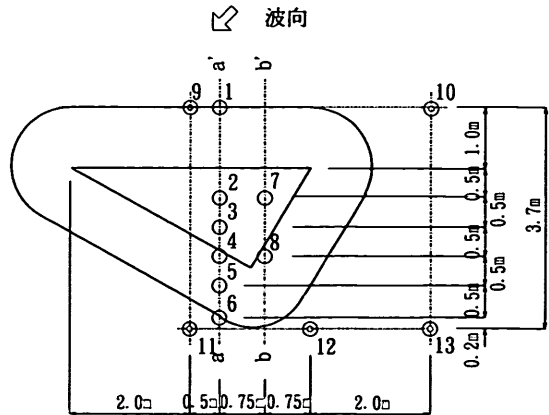
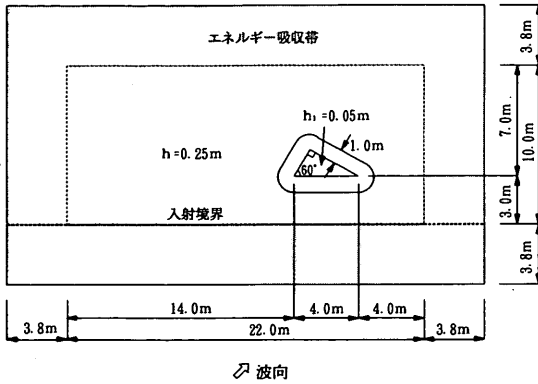
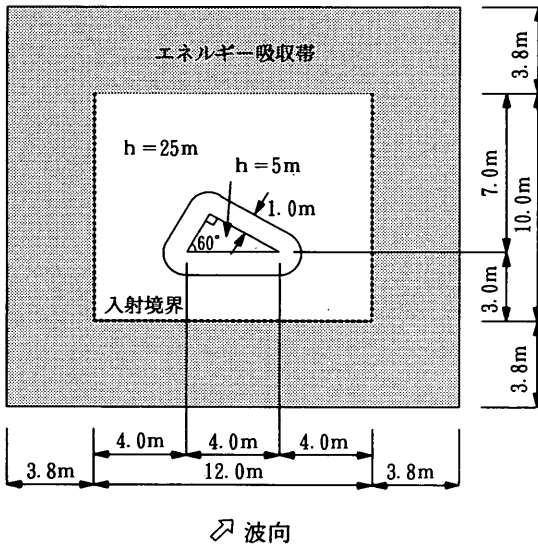


図-22 波高計設置位置



(a) ブシネスク方程式



(b) 非定常緩勾配不規則波動方程式

図-23 計算条件

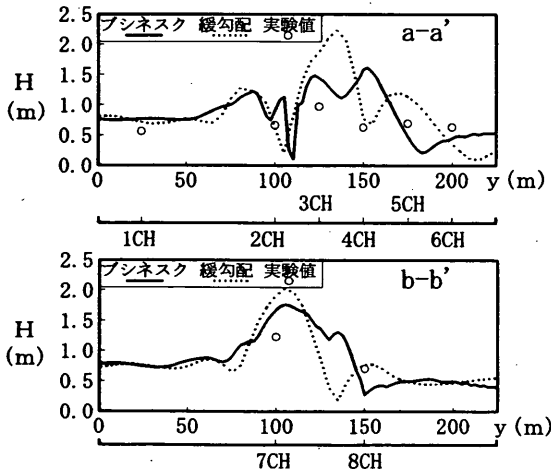


図-24 波高分布 (測線 a-a', 測線 b-b')

さず、実験値に近いことがわかる。これは、線形計算では表現できない波の分裂等の非線形現象により波の集中が緩和されているためであると考えられる。測線b-b'上でも、実験値とブシネスク方程式による計算値はほぼ一致し、計算モデルが異形潜堤周辺の波浪場の計算にも適用できることが判明した。図-25に各測点における水位の時系列波形の実験および計算結果を示す。図-22の○で示した測点と、◎で示した測点は別々に実験しており、○で示した測点の波形は1CH、◎で示した測点の波形は10CHでそれぞれ計算と実験の位相を合わせている。図の横軸は時間を入射波周期で除した無次元時間である。図の実験波形より、潜堤上およびその背後において波の分

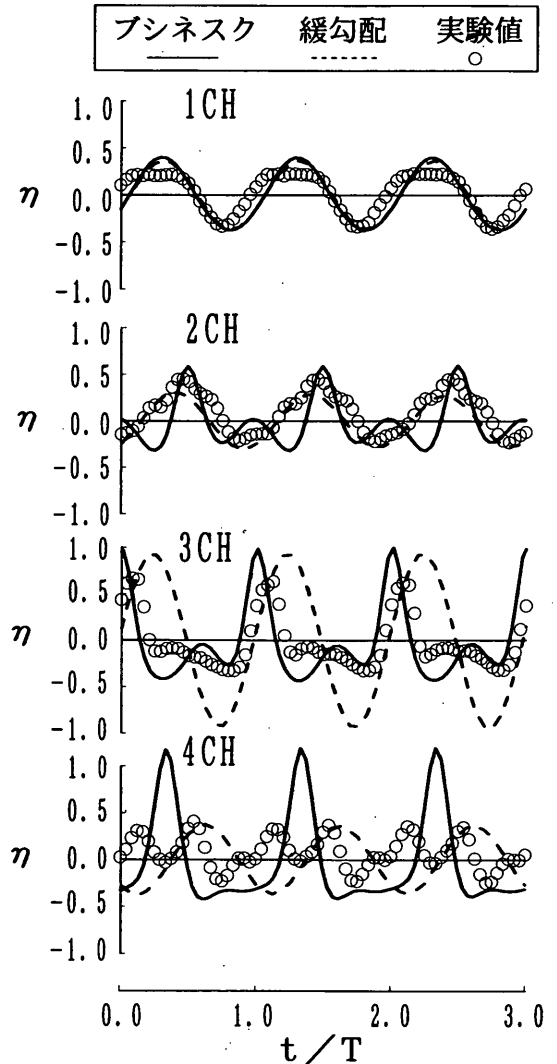


図-25 (a) 水位の時系列波形 (1~4CH)

裂が起きていることがわかる。また、ブシネスク方程式による計算波形も、潜堤上においては波の分裂が表現できているのがわかる。特に潜堤天端上での波形(2CH,3CH,7CH)は、ピークの出現時刻はずれているものの、実験値と比較的よく一致している。潜堤背後側の斜面上の5CH、6CHにおいては、波高はほぼ一致しているが、波形の一致はあまり良くない。これは、計算では実現象で生じる分散特性が正確に再現できないためであると考えられる。また、同じ潜堤背後の斜面上であっても、4CH、8CHの波高および波形はともに一致が悪い。これらの位置は、ブシネスク方程式における計算では、波高の平面的な変動が非常に激しい部分に当たっている。

このような位置では、実現象と計算結果の平面的なずれが小さくても、波形に大きな違いが現れる可能性があり、そのため、このような結果をもたらしているものと思われる。潜堤背後の水平床上(11CH,12CH,13CH)においては、実験値では波形の変形あるいは分裂が見られるが、

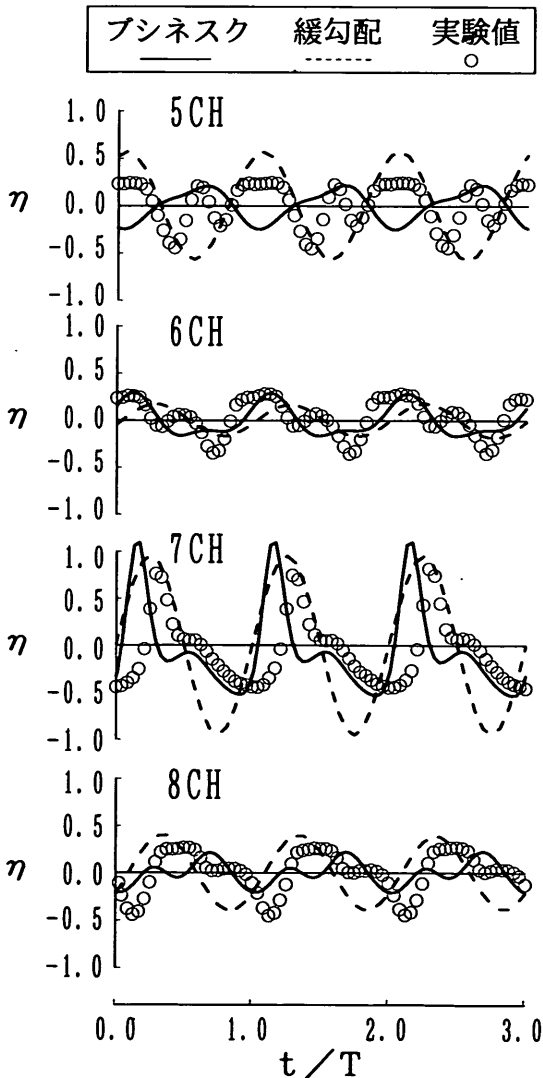


図-25 (b) 水位の時系列波形 (5~8CH)

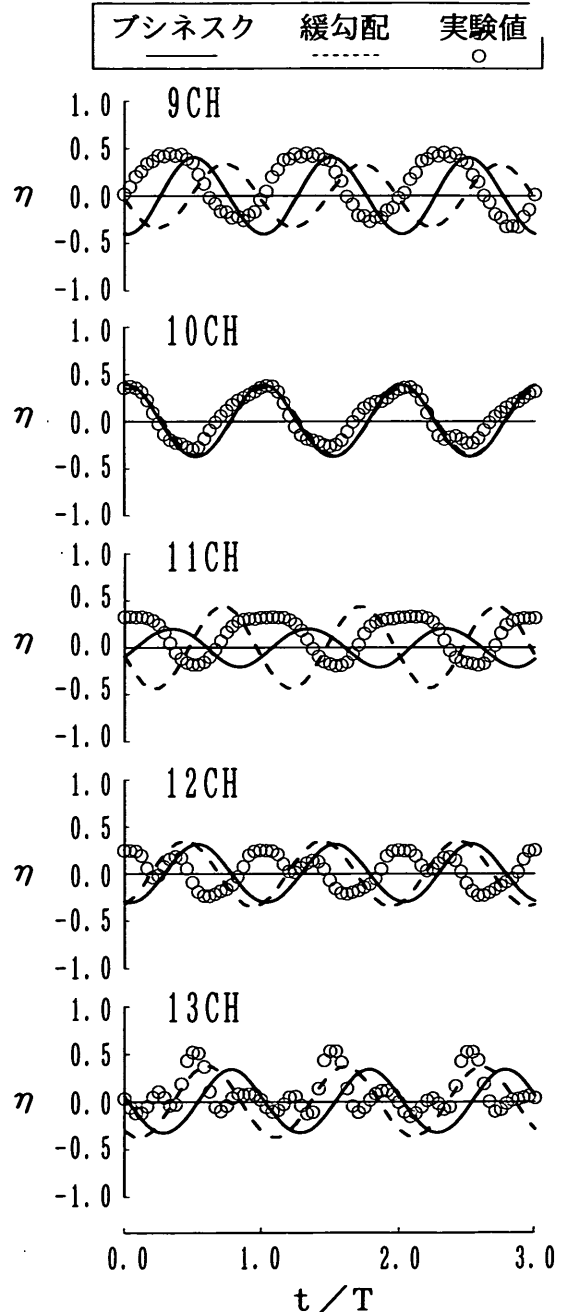


図-25 (c) 水位の時系列波形 (9~13CH)

ブシネスク方程式による計算結果は正弦波に近い波形を示しているのがわかる。潜堤背後において計算結果と実験結果で波形を一致させるためには、強分散性の方程式を用いる必要があるものと考えられる。非定常緩勾配不規則波動方程式による計算では、波の分裂が理論上表現できないため、沖側（1CH,10CH）を除いて、全測点で実験値との一致は悪いのがわかる。

図-26に潜堤周辺の平面的な波高分布を示す。この図より、潜堤天端上において、非定常緩勾配不規則波動方程式による計算と比較して、ブシネスク方程式による計算結果は波高の空間的な変化が小さいのがわかる。波高の最大値もブシネスク方程式の方が小さい。また、潜堤背後の波の集中も、非定常緩勾配不規則波動方程式の方は明確に現れているのに対し、ブシネスク方程式の場合にはあまり明確でない。潜堤前面における反射について

は、非定常緩勾配不規則波動方程式の計算結果が比較的大きくなるのがわかる。

4. まとめ

本研究は、非線形性と分散性を表現できるブシネスク方程式の適用性を検討したものである。そのために種々の条件による計算を行い、既往の理論、実験結果との比較を行い、妥当性を検討した。まず、2次元水路を対象とした計算結果から以下の結論が得られた。

(1) 一様勾配斜面上を進行する波の変形計算（非碎波条件）を行い、微小振幅理論では表現できない波形勾配による浅水係数の違いを求めた。その結果、波形勾配が小さい ($H_0/L_0=0.001$) 場合には、水深が浅くなると首藤の理論と比較して浅水係数が小さくなる傾向があるが、波形勾配が大きい場合には首藤の理論と良く一致した。また、水深の大きい領域を起点として計算を行うと、浅水係数が大きくなる傾向のあることもわかった。

(2) 急勾配斜面上を進行する波の変形計算を、碎波変形を考慮して行い、実験結果と比較した。その結果、波高の岸沖分布は、碎波帯での一致が悪く、碎波減衰係数の与え方、岸側の境界条件を今後改良する必要があることがわかった。

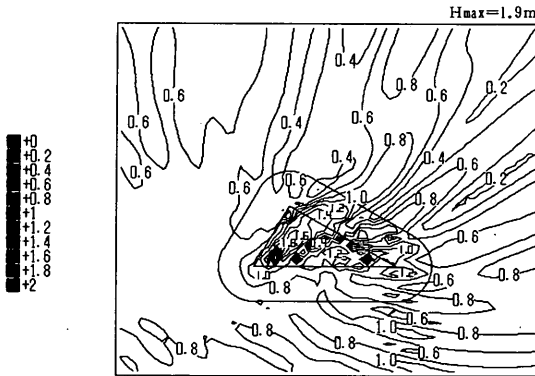
(3) 台形潜堤上を進行する波の変形計算（非碎波条件）を行い、潜堤上および潜堤背後での水位の時系列波形を実験結果と比較した。その結果、周期の長い波の方が実験結果との一致がよいこと、および潜堤上での波形は比較的良く一致するが、潜堤背後については一致が悪いことがわかった。

次に、実際の海浜における波の場が推定できるような平面波浪場の計算を行った。その結果、以下のことが判明した。

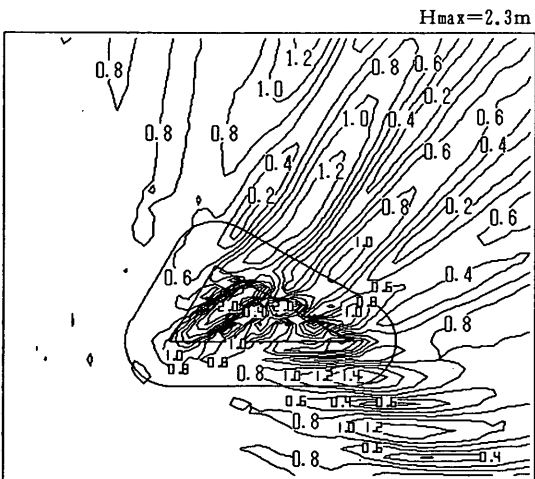
(4) 球面浅瀬上を進行する波の変形計算を行い、非定常緩勾配不規則波動方程式による計算と波高分布を比較した。その結果、入射波高が小さい場合には両者の間にはほとんど差がないが、入射波高が大きい場合には、浅瀬背後での波高の差が顕著になり、線形計算では、屈折による波の集中を過大評価する可能性があることがわかった。

(5) 半無限防波堤による回折計算を行い、非定常緩勾配不規則波動方程式による計算およびSommerfeldの解析解について波高分布を比較した。その結果、3者の結果はほぼ一致し、微小振幅波の回折解との差は顕著でないことがわかった。

(6) 異型潜堤上を進行する波の変形計算を行い、潜堤周辺の波高分布および水位の時系列波形について、実験お



(a) ブシネスク方程式



(b) 非定常緩勾配不規則方程式

図-26 波高分布の比較 ($H_0=0.75m$)

よび非定常緩勾配不規則波動方程式による計算結果と比較した。その結果、ブシネスク方程式による計算と実験値の波高分布は比較的良く一致した。水位の時系列波形については、非定常緩勾配不規則波動方程式では表せない潜堤上での分裂した波形をある程度表現できることが判った。したがって、ブシネスク方程式では碎波直前までの波形変化を、比較的良く計算できると考えられる。なお、潜堤背後では、波の分裂が顕著になるため、ブシネスク方程式による計算結果と実験波形の一致度は低下した。

(7) 今後の課題

本資料では、入射波は全て規則波で計算を行った。今後は、一方向不規則波、多方向不規則波について検討を行う必要がある。碎波計算法についても、規則波の碎波については計算を行っているが、不規則波については、計算法を示したのみで計算を実施していない。また、本計算法を港内に適用するためには、任意反射率境界を実現することが必要であり、これをどのようにして行うかが今後の課題である。

最後に、本研究を遂行するに当たり、研究全般にわたり懇切な指導をいただいた京都大学高山知司教授（前当所水工部長）に深く感謝する次第である。また、急勾配斜面の模型実験を提供していただき、計算結果の図化に対しても御助力いただいた波浪研究室河合弘泰研究官に深く感謝いたします。

(1995年9月27日受付)

参考文献

- 石井敏雅・磯部雅彦・渡辺晃 (1993) : 非定常緩勾配不規則波動方程式における境界条件の改良と実用化の試み, 海岸工学論文集, Vol.40, pp.31-35.
- 石井敏雅・磯部雅彦・渡辺晃 (1994) : 有理化近似に基づく非定常緩勾配不規則波動方程式を用いた平面2次元波浪場計算, 海岸工学論文集, Vol.41, pp.6-10.
- 伊藤善行・谷本勝利・山本庄一 (1972) : 波向線交差領域における波高分布-数値波動解析法への応用-, 港湾技術研究所報告, Vol.11, No.3, pp.87-109.
- 磯部雅彦 (1993) : 有理化近似に基づく非定常緩勾配不規則波動方程式, 海岸工学論文集, Vol.40, pp.26-30.
- Eric Cruz・横木裕宗・磯部雅彦・渡辺晃 (1993) : 非線形波動方程式に対する無反射境界条件について, 海岸工学論文集, Vol.40, pp.46-50.
- L.V.アトキンソンら (神谷紀生ら訳) (1993) : 数値計算とその応用-FORTRAN77-, サイエンス社, pp.148-152.
- 片山裕之・佐藤慎司 (1993) : Boussinesq方程式を用いた不規則波の浅水・碎波変形の計算法, 海岸工学論文集, Vol.40, pp.16-20.
- 河合弘泰 (1995) : 急傾斜海岸における波浪変形に関する水理模型実験報告書, 港湾技術研究所波浪研究室資料, No.85,125p.
- 窪康浩・小竹康夫・磯部雅彦・渡辺晃 (1991) : 非定常緩勾配不規則波動方程式について, 海岸工学論文集, Vol.38, pp.46-50.
- 窪康浩・小竹康夫・横木裕宗・磯部雅彦・渡辺晃 (1992) : 非定常緩勾配不規則波動方程式を用いた波浪場・海浜流場・海浜地形変化の予測モデル, 海岸工学論文集, Vol.39, pp.201-205.
- 合田良実 : 防波堤の設計波圧に関する研究 (1973), 港湾技術研究所報告, Vol.12, No.3, pp.31-69.
- 小竹康夫・磯部雅彦・渡辺晃 (1992) : 非定常緩勾配不規則波動方程式の高精度化, 海岸工学論文集, Vol.39, pp.91-95.
- 後藤智明 (1984) : アーセル数が大きい場合の非線形分散波の方程式, 土木学会論文集第351号/II-2, pp.193-201.
- 佐藤慎司・鈴木秀典 (1990) : 碎波帯における底面流速変動波形の評価法, 海岸工学論文集, Vol.37, pp.51-55.
- 佐藤慎司・Michael Kabiling (1993) : Boussinesq方程式を用いた波浪・海浜流・海浜変形の数値計算, 海岸工学論文集, Vol.40, pp.386-390.
- 首藤伸夫 (1974) : 非線形長波の変化-水路幅,水深の変化する場合, 海岸工学講演会論文集, Vol.21, pp.57-63.
- 鈴木康正・河合弘泰・望月徳雄・松森孝弘 (1994) : スペクトル形状による波群特性の変化, 港湾技術研究所報告, Vol.33, No.2, pp.3-57.
- 鈴木康正・上原功・富田康大・望月徳雄・平石哲也 (1995) : フレネル潜堤による波向・波高変更効果に関する模型実験, 海岸工学論文集, Vol.42, (印刷中)
- 高山知司 (1981) : 波の回折と港内波高分布に関する研究, 港湾技研資料, No.367, 140p.
- 土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会 (1994) : 海岸波動, pp.149-200.
- 日野幹雄・仲座栄三 (1987) : 水理計算における新しい“無反射境界”の数値的検討, 東工大土木工学科研究報告, No.38, pp.39-50.
- 堀江毅 (1980) : 沿岸海域の水の流れと物質の拡散に関する水理学的研究, 港湾技研資料, No.360, 222p.

堀川清司 (1985) : 海岸環境工学, 東京大学出版会,
pp.29-30.

Madsen, P.E., O.R.Sorensen (1992) : A new form of
Boussinesq equations with improved linear
dispersion characteristics, Part 2, A
slowly-varying bathymetry. Coastal Eng., Vol.18, pp.183-
204.

主要記号表

| | |
|---------------|------------------------------------|
| d | : 平均水深 |
| D | : 全水深 ($h + \eta$) |
| f | : 底面摩擦係数 |
| F | : エネルギー吸収帯の幅 |
| g | : 重力加速度 |
| h | : 水深 |
| h_b | : 碎波点の水深 |
| H | : 波高 |
| H_i | : 入射波高 |
| H_0 | : 沖波波高 |
| i | : x 方向の格子番号 |
| j | : y 方向の格子番号 |
| L | : 波長 |
| L_0 | : 沖波波長 |
| n | : 時間ステップ |
| p | : x 方向線流量 |
| q | : y 方向線流量 |
| \hat{Q} | : 線流量の振幅 |
| s | : 海底勾配 |
| s' | : 波向に対する海底勾配 |
| t | : 時間 |
| T | : 周期 |
| T_i | : 入射波周期 |
| \bar{u} | : x 方向平均流速 |
| u | : x 方向の水表面流速 |
| \bar{v} | : y 方向平均流速 |
| v_s | : y 方向の水表面流速 |
| x, y | : 平面座標 |
| ε | : エネルギー吸収帯の吸収係数 |
| η | : 静水面からの水位 |
| ν | : 碎波によって生じる乱れによる運動の混合を 表す渦動粘性係数 |
| σ | : 角周波数 ($2\pi/T$) |

港湾技研資料 No.814

1995・12

編集兼発行人 運輸省港湾技術研究所

発行所 運輸省港湾技術研究所
横須賀市長瀬3丁目1番1号

印刷所 横浜ハイテクプリンティング株式会社

Published by the Port and Harbour Research Institute
Nagase, Yokosuka, Japan.

Copyright © (1995) by P.H.R.I

All rights reserved. No part of this book may be reproduced by any means, nor transmitted, nor translated into a machine language without the written permission of the Director General of P.H.R.I.

この資料は、港湾技術研究所所長の承認を得て刊行したものである。したがって、本資料の全部又は一部の転載、複写は、港湾技術研究所所長の文書による承認を得ずしてこれを行なってはならない。