

# 港湾技研資料

TECHNICAL NOTE OF  
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE  
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

No. 474 Dec. 1983

衝撃応答波形からの外力推定法について

谷 本 勝 利  
高 橋 重 雄  
吉 本 靖 俊

運輸省港湾技術研究所



## 目 次

要 旨 .....	3
1. まえがき .....	3
2. 衝撃力に対する応答 .....	4
2.1 1自由度系 .....	4
2.2 2自由度系 .....	7
3. 応答波形からの衝撃外力の推定法 .....	9
3.1 1自由度系における推定法 .....	9
3.2 推定外力波形とその特性 .....	10
3.3 2自由度系における推定法 .....	14
4. アナログ処理による衝撃外力の推定 .....	15
4.1 デジタル計算法の限界とアナログ処理法 .....	15
4.2 ローパスフィルターの活用 .....	15
4.3 応答一入力変換器 .....	19
4.4 実測波形への適用例 .....	21
5. む す び .....	22
参 考 文 献 .....	23
主要記号一覧表 .....	23

# **Estimation Method of Exciting Shock Force from a Response in a Linear Damped Vibration System**

**Katsutoshi TANIMOTO\***  
**Shigeo TAKAHASHI\*\***  
**Yasutoshi YOSHIMOTO\*\*\***

## **Synopsis**

Wave forces on a structure, e.g. breakwaters, are frequently investigated by hydraulic model tests. When very impulsive wave forces act on the structure, the response of the measuring system to the exciting shock brings forth a complicated problem.

In this note, the response time profiles of single and two degree-of-freedom systems to various shock pulses are presented by the calculations, and the estimation method of the exciting shock from the response time history is investigated. Such a method is called as the Response-Input Conversion in the present note.

The Response-Input Conversion can be made by the following procedures:

- (1) To resolve the response time history into the Fourier series having a fundamental period long enough to almost disregard the residual response amplitude.
- (2) To divide the amplitude of each Fourier component by the amplification factor and shift the phase by the phase angle. The amplification factor and the phase angle are given by the steady state solution of the vibration equation to a harmonic excitation.
- (3) To composite the modified Fourier components.

The application of the Response-Input Conversion to the response time histories for various shock pulses establishes that the finally composited time history almost coincides with the original shock pulse.

On the other hand, two analogue devices are investigated as a simple and easy method to a single-of-freedom system. The one is to make the best of the low-pass filter. When the cut-off frequency of the low-pass filter is selected appropriately, the peak value of shock pulse can be estimated within the error of 10% for the range that the duration time of shock pulse is longer than about two times of the natural period of the vibration system.

The other is the Response-Input Analogue Converter which has been recently developed to calculate the exciting shock force from the response. The tests establish that the Analogue Converter is successfully applicable, when the duration time of shock pulse is longer than the natural period.

---

\* Chief of Breakwaters Laboratory, Hydraulic Engineering Division

\*\* Senior Research Engineer, Hydraulic Engineering Division

\*\*\* Member of Breakwaters Laboratory, Hydraulic Engineering Division

# 衝撃応答波形からの外力推定法について

谷 本 勝 利<sup>\*</sup>  
高 橋 重 雄<sup>\*\*</sup>  
吉 本 靖 俊<sup>\*\*\*</sup>

## 要　　旨

実験において波力を測定する場合、それが衝撃的であるときには、測定系の動的特性による衝撃応答が問題となる。そのため、本資料では1自由度および2自由度の振動系に対する種々の条件下での衝撃応答波形を計算によって示し、そうした応答波形から元の作用衝撃力を推定する方法を検討した。こうした方法を応答一入力変換と呼んでいる。

応答一入力変換は、衝撃応答波形を、それが消滅してしまうまでの充分長い時間を基本周期として、フーリエ級数で表示し、その各成分に対し振幅を増幅率で除すとともに位相を補正して、再び合成することによって可能である。ここに、増幅率や補正すべき位相差は正弦外力に対する定常解の関係により与えられる。これを、各種の衝撃パルスによる応答波形に適用した結果、元の衝撃パルスとほとんど一致した波形が得られることが確認された。

また、1自由度系に対する応力一入力変換をアナログ処理によって簡便に行う方法として、ローパスフィルターを活用する方法、および専用に最近開発されたアナログ変換器についてその適用性を検討した。その結果、ローパスフィルターはカットオフ周波数を適切に選定すれば、衝撃パルスの作用時間が固有振動周期の約2倍以上の条件に対して、ピーク値に関する限りほぼ10%の誤差の範囲内で推定できることが明らかとなった。応答一入力アナログ変換器は作用時間が固有周期程度の条件まで元の衝撃パルスの波形をかなりよく再現でき、この範囲では充分実用に供することが明らかとなった。

## 1. まえがき

防波堤等の構造物に働く波力の問題については実験的研究が主体であり、多くの機関において波力実験が行われている。しかし、波力の測定は各種の波に関する実験の中でも最も難しさを伴うもの一つである。特に、高マウンド混成堤の直立部や桟橋上部工には非常に衝撃的な碎波力や揚圧力が働くが、こうした衝撃波力の測定には、実験担当者が最も頭を痛めるところである。

この衝撃波力の測定の難しさは、波力がそれを受ける物があつて初めて具現化するものであるため、何らかの測定センサーの応答結果でしか把えられないことにある。つまり、衝撃波力と測定系の応答特性いかんによっては、波力はどのようにでもその大きさを変えて記録される。したがって、衝撃力の測定に際しては、既に合田<sup>1)</sup>等が指摘しているように測定系の応答特性に充分注意を払うことが必要となる。

しかし、たとえば図-1に測定記録を例示しているように衝撃波圧の作用時間は非常に短く<sup>2)</sup>、必ずしも充分な応答特性を有した測定系で実験を行えないことが多い。

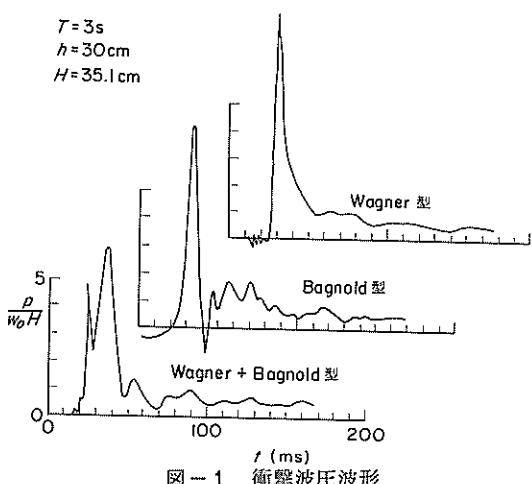


図-1 衝撃波圧波形

\* 水工部 防波堤研究室長

\*\* 水工部 主任研究官(耐波工担当)

\*\*\* 水工部 防波堤研究室

また、この例では認められないが、測定記録に顕著な固有振動が現れて、解析を著しく煩雑なものとすることが多い。そのため、適当な測定系による応答波形から、元の作用衝撃波力を推定する方法の開発、実用化が望まれる。

本資料は、まず1自由度系および2自由度系の種々の条件下での衝撃応答波形を計算によって示し、そうした衝撃応答波形から元の衝撃外力を推定する方法を検討して、二・三の具体的手法についてその適用性を考察したものである。

## 2. 衝撃力に対する応答

### 2.1 1自由度系

波圧計等のセンサーは、外力作用下でセンサー機構部に生じるひずみを出力するものであり、多くの場合、図-2に示すような1自由度のばね・質点系でモデル化することができる。このような系の運動は、周知のように、次の振動方程式で表される。

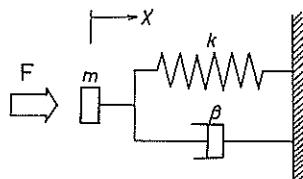


図-2 1自由度系モデル

$$m\ddot{x}(t) + 2\beta\sqrt{mk}\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (1)$$

ここに、 $F(t)$ は外力、 $x(t)$ は応答変位、 $m$ は質量、 $k$ はばね定数、 $\beta$ は減衰定数である。

この振動方程式の正弦変動外力に対する定常解は、後章でその結果を用いるのでここで示しておくと、次のようになる。

すなわち、外力を式(2)で与えると、

$$\begin{aligned} F(t) &= k\xi(t) \\ &= k\xi_p \sin \sigma t \end{aligned} \quad (2)$$

応答変位 $x(t)$ は式(3)のように表される。

$$\begin{aligned} x(t) &= M\xi_p \sin(\sigma t - \varepsilon) \\ &= M\xi(t - \frac{\varepsilon}{\sigma}) \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、

$$M = \frac{1}{\sqrt{(1-\alpha^2)^2 + (2\alpha\beta)^2}} \quad (4)$$

$$\varepsilon = \tan^{-1} \frac{2\alpha\beta}{1-\alpha^2} \quad (5)$$

$$\alpha = \sigma/\omega_N \quad (6)$$

$$\omega_N = \sqrt{k/m} \quad (7)$$

であり、式(2)、(3)中の $\xi(t)$ 、 $\xi_p$ は変位の次元を有する。つまり、 $\xi(t)$ は外力 $F(t)$ を静的変位に換算したものである。

式(3)の関係から、応答変位 $x(t)$ はこの入力変位 $\xi(t)$ の振幅を $M$ 倍とし、かつ位相が $\varepsilon$ だけ遅れた波形となることがわかる。

さて、衝撃波圧のように外力がパルス的な場合であるが、これについても解は容易に求められる。たとえば、合田<sup>1)</sup>はラプラス変換を用いて、各種の衝撃パルスに対する応答波形を示し、これに基づいて衝撃応答の諸特性を考察している。

また、任意形状の外力を作用時間が微小なく矩形パルスの連続と考え、既知である個々のく形パルスの応答波形の合成をデュアメル積分<sup>3)</sup>で表示し、これを数値積分することによって応答波形を求めるこどもできる。ここでは、対称三角形、前傾三角形および後傾三角形のパルスに対し、この方法で求めた応答波形を示す。デュアメル積分の数値計算における時間間隔は、パルスの連続時間 $\tau$ と固有振動周期 $T_N$ によって、 $\tau/T_N \leq 0.5$ のとき $\tau/400$ 、 $0.5 < \tau/T_N \leq 1.0$ のとき $\tau/200$ 、 $\tau/T_N > 1.0$ のとき $T_N/100$ とした。

図-3～11は、3種の衝撃パルスに対し、それぞれ $\tau/T_N = 0.625$ 、1.25、2.50で $\beta = 0.01$ 、0.10、0.30、0.71としたときの計算結果を示したものである。このように応答波形には固有振動が現れ、 $\beta$ が大きいほど、ま

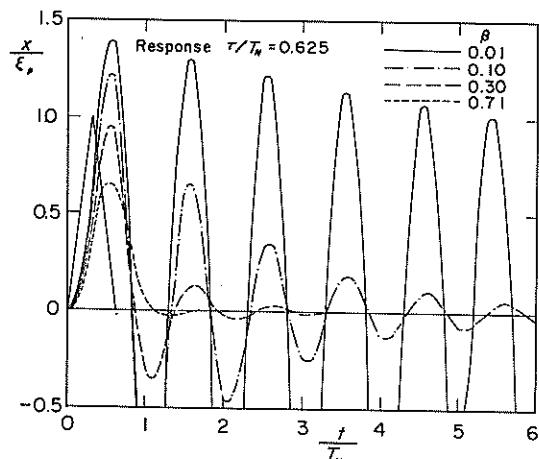


図-3 応答波形(対称三角形型、 $\tau/T_N = 0.625$ )

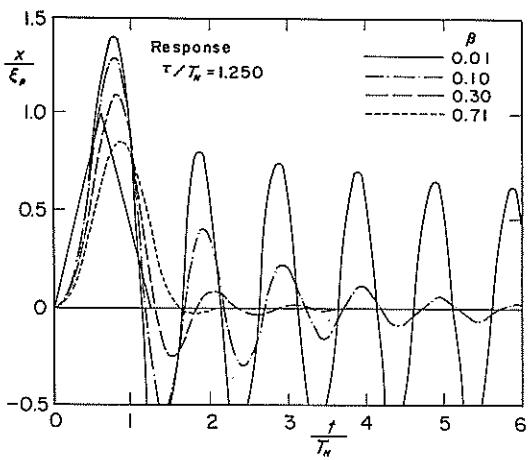


図-4 応答波形(対称三角形型,  $\tau/T_N = 1.250$ )

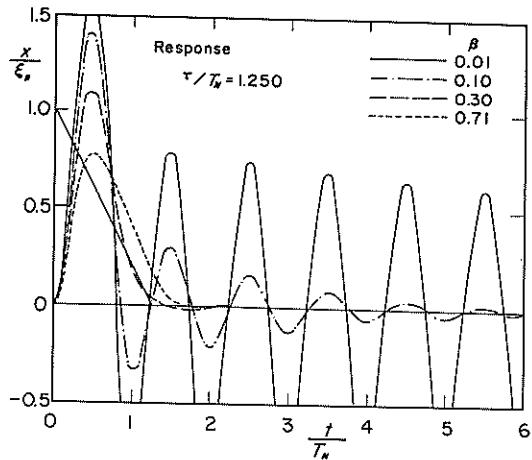


図-7 応答波形(前傾三角形型,  $\tau/T_N = 1.250$ )

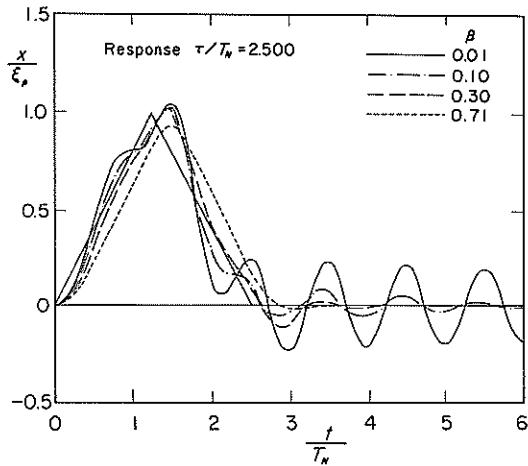


図-5 応答波形(対称三角形型,  $\tau/T_N = 2.500$ )

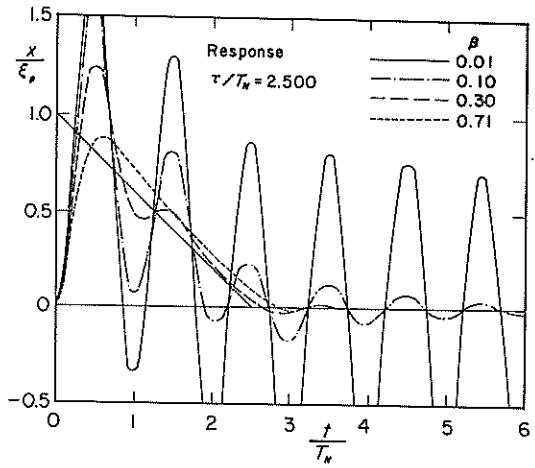


図-8 応答波形(前傾三角形型,  $\tau/T_N = 2.500$ )

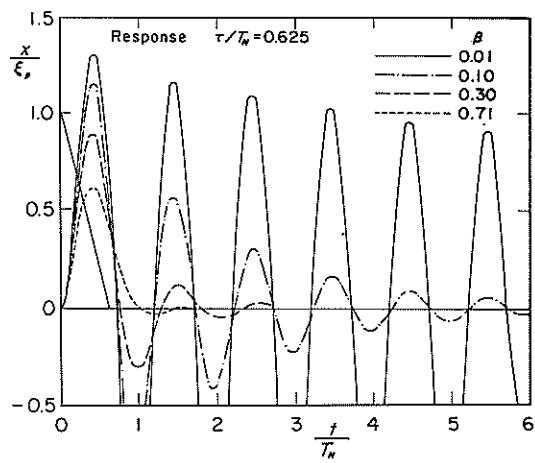


図-6 応答波形(前傾三角形型,  $\tau/T_N = 0.625$ )

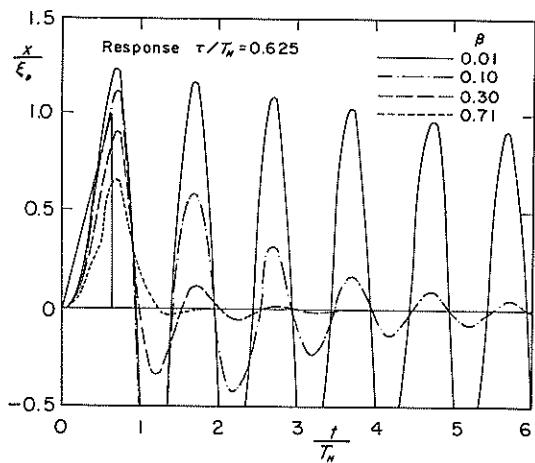


図-9 応答波形(後傾三角形型,  $\tau/T_N = 0.625$ )

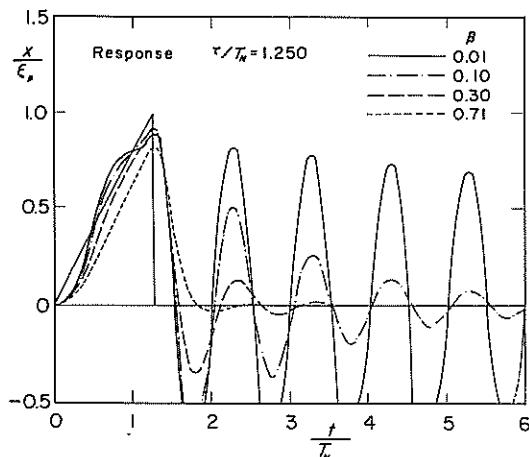


図-10 応答波形(後傾三角形型,  $\tau/T_N = 1.250$ )

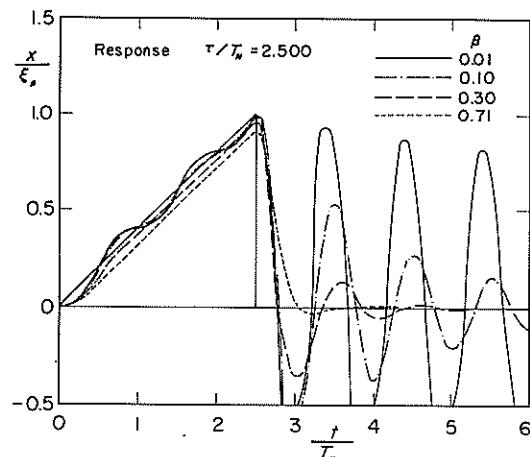


図-11 応答波形(後傾三角形型,  $\tau/T_N = 2.500$ )

た  $\tau/T_N$  が大きいほど早く減衰することが知られる。ただし、前傾三角形や後傾三角形パルスのように、0 からピーク値へ、あるいはピーク値から 0 へと外力が瞬時に変化する場合で、 $\beta$  が小さいときには、 $\tau/T_N = 2.50$  と作用時間が比較的長くても固有振動はかなり顕著に残る。

図-12～14は応答波形のピーク値  $x_{\max}$  と入力パルスのピーク値  $\xi_p$  の比、および位相差  $\Delta t$  と固有振動周期  $T_N$  の比を、横軸に  $\tau/T_N$  をとって示したものである。 $x_{\max}/\xi_p$  の値は、対称三角形および後傾三角形パルスに対して、作用時間が  $\tau/T_N > 2$  と比較的大きい場合には、 $\beta$  の値にかかわらず 0.9～1.2 の範囲となり、1 に近い。しかし、前傾三角形パルスの場合には、 $\beta$  が小さいほど  $x_{\max}/\xi_p$  は大きくなり、たとえば  $\beta = 0.01$  では  $\tau/T_N = 4.0$  であっても 1.8 となっている。

位相差に関しては、対称三角形や後傾三角形パルスの場合には、固有振動周期の約  $1/4$  以下と小さいが、前傾三角形パルスの場合には、 $\tau/T_N \geq 1$  の範囲で固有周期の約  $1/2$  だけ位相遅れが生じていることがわかる。

以上見てきたように、衝撃パルスに対する応答は入力波形の形状、 $\tau/T_N$ 、および  $\beta$  によって変化し、これらによって入力波形と著しく違った波形が output されてしまう。したがって、既に指摘されているところであるが、衝撃力の測定に際しては外力の特性を充分考慮して、適切な測定系を選定することが重要である。

なお、ここでは応答波形を求めるのにデュアメル積分を利用する方式を用いたが、その結果は合田<sup>1)</sup>がラプラス変換を用いて求めた結果と一致している。

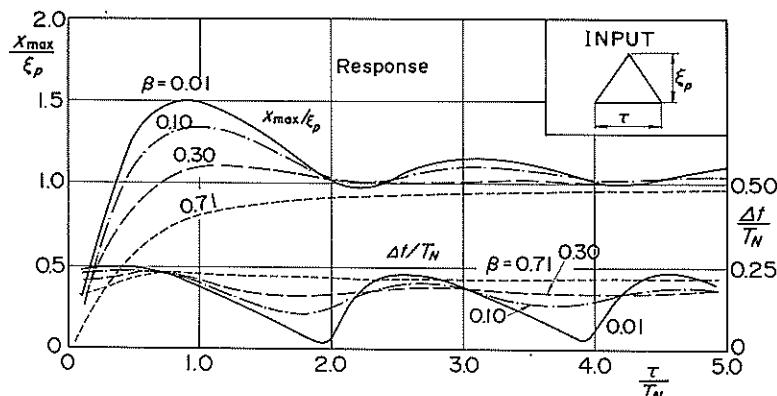


図-12 応答波形の振幅最大値と位相差(対称三角形型)

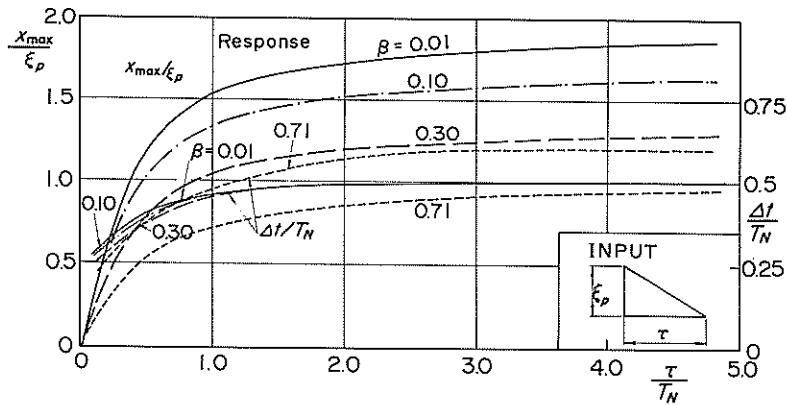


図-13 応答波形の振幅最大値と位相差（前傾三角形型）

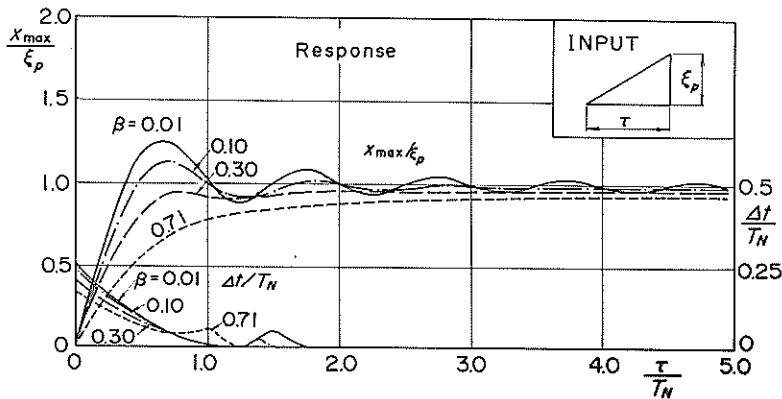


図-14 応答波形の振幅最大値と位相差（後傾三角形型）

## 2.2 2自由度系

測定センサー固定部の剛性が不充分のため、センサー部に作用した外力により、その固定部に変位が生じる場合には、図-15に示すような自由度2の2重ばね系にモデル化することができる。図中、 $x_1, m_1, k_1, \beta_1$ は測定センサーに相当するばね・質点系の、 $x_2, m_2, k_2, \beta_2$ は固定部に相当するばね・質点系のそれぞれ変位、質量、ばね定数、および減衰定数である。ただし、 $x_1$ は $x_2$ とともに移動する原点を基準とした相対変位である。

このようなばね・質点系の運動は次の連立微分方程式で表される。

$$m_1 \{ \ddot{x}_1(t) + \ddot{x}_2(t) \} + 2\beta_1 \sqrt{m_1 k_1} \dot{x}_1(t) + k_1 x_1(t) = F(t) \quad (8)$$

$$m_2 \ddot{x}_2(t) + 2\beta_2 \sqrt{m_2 k_2} \dot{x}_2(t) + k_2 x_2(t) = k_1 x_1(t) \quad (9)$$

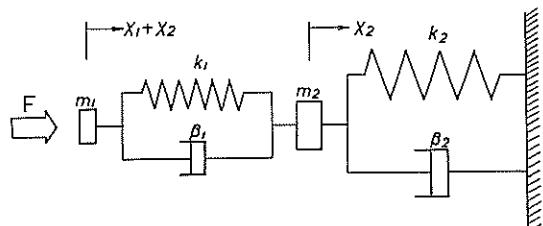


図-15 2自由度系モデル

これについても、前出の式(2)のような正弦外力が作用するときの定常解を示しておく。ただし、式(2)において右辺の \$k\$ は \$k\_1\$ に置き換え、\$x\_1\$ についてのみの解である。

$$x_1(t) = M_2 \xi \left( t - \frac{\varepsilon_2}{\sigma} \right) \quad (10)$$

ここに、

$$M_2 = \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \frac{(1-\alpha_1^2)(1-\alpha_2^2)^2 + 4\beta_2^2\alpha_2^2(1-\alpha_1^2) - \frac{k_1}{k_2}\alpha_1^2(1-\alpha_2^2)}{(1-\alpha_2^2)^2 + (2\beta_2\alpha_2)^2} \right\}^2 \\ + \left\{ \frac{2\beta_1\alpha_1(1-\alpha_2^2)^2 + 8\beta_1\beta_2^2\alpha_1\alpha_2^2 + 2\frac{k_1}{k_2}\beta_2\alpha_1^2\alpha_2}{(1-\alpha_2^2)^2 + (2\beta_2\alpha_2)^2} \right\}^2 \end{array} \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (11)$$

$$\epsilon_2 = \tan^{-1} \left\{ \frac{2\beta_1\alpha_1(1-\alpha_2^2)^2 + 8\beta_1\beta_2^2\alpha_1\alpha_2^2 + 2\frac{k_1}{k_2}\beta_2\alpha_1^2\alpha_2}{(1-\alpha_1^2)(1-\alpha_2^2)^2 + 4\beta_2^2\alpha_2^2(1-\alpha_1^2) - \frac{k_1}{k_2}\alpha_1^2(1-\alpha_2^2)} \right\} \quad (12)$$

$$\alpha_1 = \sigma / \omega_{N1} \quad (13)$$

$$\alpha_2 = \sigma / \omega_{N2} \quad (14)$$

$$\omega_{N1} = \sqrt{k_1 / m_1} \quad (15)$$

$$\omega_{N2} = \sqrt{k_2 / m_2} \quad (16)$$

式(10)から、測定センサーの応答変位  $x_1(t)$  は、入力変位  $\xi(t)$  の振幅を  $M_2$  倍し、位相を  $\epsilon_2$  だけ遅らせたものとなることがわかる。なお、この  $M_2$  および  $\epsilon_2$  は、 $k_2 \rightarrow +\infty$  の場合には、1自由度系の  $M$  および  $\epsilon$  に帰結する。

次に、衝撃パルスが2自由度系に作用したときの応答波形を示す。この解法にも種々あるが、ここではフーリエ級数に展開する方法を用いる。これは、図-16に示しているように、衝撃パルスが何度も繰り返して周期的に作用すると考え、これをフーリエ級数で表示し、それぞれの成分波の解として前出の式(10)を用いて、それを合成することにより全体の解を求めるものである。これによって単発の衝撃パルスに対する応答波形を求める場合には、周期的に作用する個々の衝撃パルスの応答波形が実際に相互に干渉しないように、周期を充分長くとる必要がある。したがって、この周期( $T_0$ )の設定は減衰定数  $\beta$  に大きく依存し、 $\beta$  が小さいほど長くする必要があり、 $\beta = 0$  の場合には無限大としなければならない。ここでは、対称三角形のパルスに対し、 $\beta_1 = \beta_2 = 0.01$  の場合の計算例を示すが、周期は固有振動の振幅がほとんど0となるように  $200\tau$  ( $\tau$  は入力パルスの継続時間) に設定した。また、入力パルスのデータサンプリング間隔は  $\tau / 200$  とした。

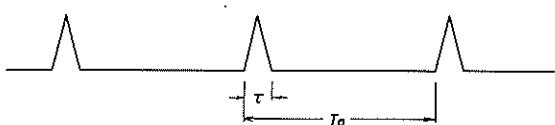


図-16 定常的に作用する外力

図-17～19は、 $\beta_1 = \beta_2 = 0.01$ 、 $k_1/k_2 = 0.1$  で一定として、 $\omega_{N1}/\omega_{N2} = 0.1, 0.9, 2.0, 10.0$ 、および  $\tau/T_{N1} = 0.625$  (図-17)、1.25 (図-18)、2.50 (図-19) と変化させたときの応答波形の一部 ( $t/T_{N1} = 6$ まで) を示したものである。 $\beta_1, \beta_2$  が小さいため、特に  $\tau/T_{N1} = 0.625, 1.25$  の条件において固有振動が顕著に現れている。これらを前出の図-3～5に示した1自由度の場合の  $\beta = 0.01$  の波形と比較すると、 $\omega_{N1}/\omega_{N2} = 0.1$  のときにはほとんど同じであることが知られる。しかし、 $\omega_{N1}/\omega_{N2} = 0.9$  とセンサー部と固定部の固有角振動数が近い場合には、特に  $\tau/T_{N1} = 0.625$  の条件において、2波めのピーク値が小さく、3波め以降のピーク値が増大してゆくような波形となっており、異なる。 $\omega_{N1}/\omega_{N2} = 2.0, 10.0$  と固定部の固有角振動数が小さい場合には、固有振動の位相等に若干の違いがあるものの、1自由度系の場合とそれほど大きな違いはない。

図-20は横軸に  $\tau/T_{N1}$  をとって、 $\xi_p$  で無次元化したピーク値  $x_{max}/\xi_p$  および  $T_{N1}$  で無次元化した位相差  $\Delta t$

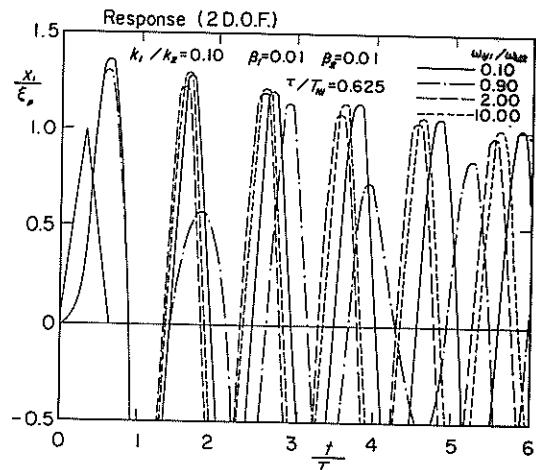


図-17 2自由度系の応答波形(対称三角形型)  
 $\tau/T_{N1} = 0.625$

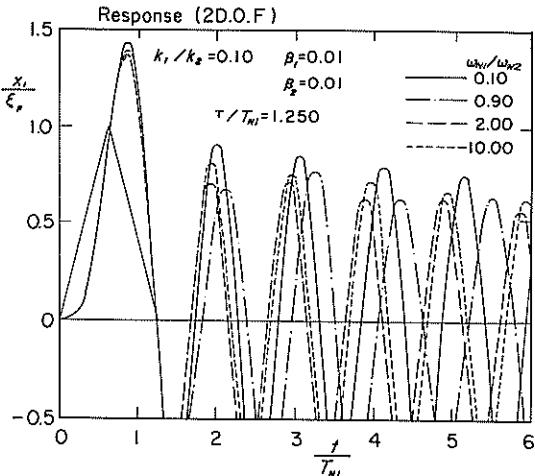


図-18 2自由度系の応答波形(対称三角形型,  
 $\tau/T_{N1}=1.250$ )

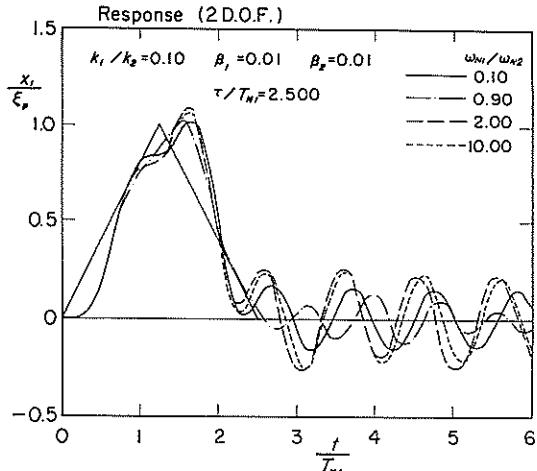


図-19 2自由度系の応答波形(対称三角形型,  
 $\tau/T_{N1}=2.500$ )

$/T_{N1}$ の変化を示したものである。 $x_{\max}/\xi_p$ は、 $\omega_{N1}/\omega_{N2}$ の違いによる差は小さく、図-12に示した1自由度系における $\beta=0.01$ の場合とほぼ同様な傾向である。 $\tau/T_{N1}=1.0$ では $x_{\max}/\xi_p=1.42\sim1.50$ と大きいが、 $\tau/T_{N1}\geq2$ では $x_{\max}/\xi_p=0.99\sim1.18$ となっている。 $\Delta t/T_{N1}$ も、 $\omega_{N1}/\omega_{N2}=0.90$ の場合に他の $\omega_{N1}/\omega_{N2}$ の場合と若干傾向が異なるものの、1自由度系における $\beta=0.01$ の場合とほぼ同様な傾向であり、 $\Delta t/T_{N1}=0.05\sim0.27$ と比較的小さい。

以上、2自由度系の場合の計算例を示したが、この例は $k_1/k_2=0.1$ と固定部の変位がセンサー部に比較して非常に小さい条件であるため、1自由度系の場合と結果はそれほど違っていない。しかし、 $k_1/k_2$ が1に近い場合など、条件によっては固定部の影響が強く現れるので、衝撃力の測定に際しては固定部の剛度にも充分注意を払う必要がある。これらの点については後で考察する。

### 3. 応答波形からの衝撃外力の推定法

#### 3.1 1自由度系における推定法

2で衝撃パルスに対する応答波形の計算例を示し、衝撃力の測定結果には、条件によって、頭著な固有振動が現れて波形が異なるばかりでなく、最大値の大きさも増幅あるいは減衰してしまうことを述べた。そこで、本章ではそうした応答波形から測定系の動的特性を考慮して、元の作用外力を推定する方法を考える。まず、その基本的原理について述べる。

応答波形から作用外力を求めるというのは、たとえば前出の式(1)において、 $x(t)$ から $F(t)$ を求めるに相当する。したがって、測定系の $m$ 、 $k$ 、 $\beta$ が既知であれば、 $x(t)$ から $\ddot{x}(t)$ 、 $\dddot{x}(t)$ を求めて、式(1)を計算すればよい。しかし、これを直接数値的に行う場合数値微分の問題もあるって、実際にはよい結果が得られな

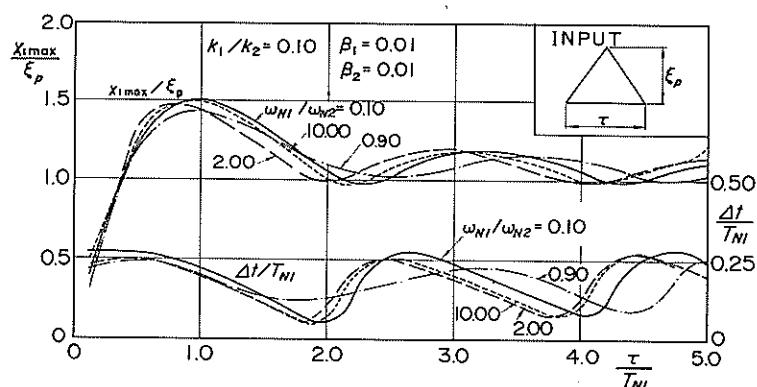


図-20 2自由度系の応答波形の振幅最大値と位相差(対称三角形型)

いのが普通である。そのため、ここでは2.2で述べたフーリエ級数に展開して応答波形を求める方法の逆の過程によって、作用外力を推定する方法を試みる。

既に述べたように、単発の衝撃パルスの場合であっても、周期を充分長くとることによって、実用的には周期的外力に対する定常状態を想定することができる。そのため、衝撃外力による応答波形をフーリエ級数に展開し、多数の成分波の和で表すことが可能である。そこで、応答波形  $x(t)$  をフーリエ級数表示したときの  $n$  番めの成分波を  $x_n(t)$  とすると、作用外力  $\xi(t)$  をフーリエ級数表示したときの成分波  $\xi_n(t)$  の間には、前出の式(3)から次の関係があることがわかる。

$$\xi_n(t) = \frac{1}{M_n} x_n\left(t + \frac{\epsilon_n}{\sigma_n}\right) \quad (17)$$

ここで、 $\sigma_n$  は  $n$  成分波の角周波数、 $M_n$ 、 $\epsilon_n$  はそれぞれ式(4)、(5)から求まる増幅率および位相差である。

こうして求まる  $\xi_n(t)$  を式(18)に示すように全周波数成分波にわたって合成すれば、外力  $\xi(t)$  が求まる。

$$\begin{aligned} \xi(t) &= \sum \xi_n(t) \\ &= \sum D_n x_n\left(t + \frac{\epsilon_n}{\sigma_n}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

ここに、

$$D_n = 1/M_n \quad (19)$$

つまり、作用外力は、応答波形をフーリエ展開して、各成分波について振幅を増幅率  $M_n$  で割り、位相を  $\epsilon_n$  だけ補正して合成すれば求まるということになる。本資料では、このように応答波形から外力すなわち入力波形を求ることを、応答一入力変換( $R-I$  変換)と呼ぶことにする。

図-21は、1自由度系における  $D (= D_n)$  と  $\epsilon (= \epsilon_n)$  を横軸に固有振動数で無次元化した振動数  $\alpha (= \alpha_n)$  をとり、

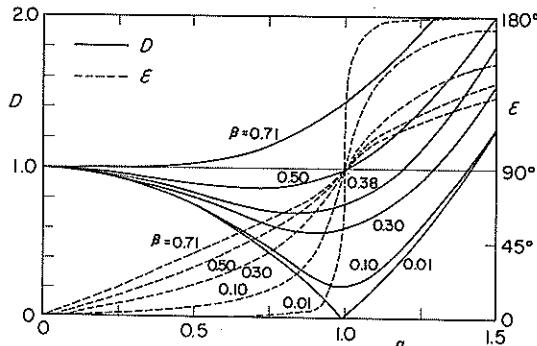


図-21 1自由度系における  $D$  と  $\epsilon$

種々の  $\beta$  について示したものである。

係数  $D$  は、 $\beta$  が 0.71 より小さい場合には、 $\alpha$  が増すにつれ 1 度減少したのち再び増加する。 $\beta$  が 0.38 のときには、その極小値は 0.7 である。 $\beta$  が 0.71 以上では、 $\alpha$  が増すにつれ増大する。

一方、位相差  $\epsilon$  は  $\alpha$  が増すにつれ大きくなり、 $\beta$  が小さいほど、 $\alpha \approx 1.0$  近傍での変化は大きいが、 $\beta$  の値にかかわらず  $\alpha = 1.0$  では  $\epsilon = 90^\circ$  となる。

### 3.2 推定外力波形とその特性

2.1で示した対称三角形型、前傾三角形型、および後傾三角形型の衝撃パルスに対する応答波形について、3.1で述べた応答一入力変換を行って、元の外力波形を求めてみる。その際、応答波形のサンプリング時間間隔は、 $\tau/T_N$  の条件によって変えており、 $\tau/T_N \leq 0.5$  のとき  $\tau/40$ 、 $0.5 < \tau/T_N \leq 1.0$  のとき  $\tau/20$ 、 $\tau/T_N > 1.0$  のとき  $T_N/10$ とした。また、応答波形の基本周期は、 $\tau/T_N \leq 1.0$  のとき  $20T_N$ 、 $\tau/T_N > 1.0$  のとき  $20\tau$  とした。

以下、3種の衝撃パルスについての結果を示すが、応答一入力変換して求められた推定外力波形、およびその最大値は、応答波形と同じ記号  $x(t)$ 、 $x_{max}$  を用いていいるので注意されたい。

#### a) 対称三角形型

図-22～24は外力波形が対称三角形型の場合の推定外力波形を示したものである。 $\tau/T_N = 0.625$  で  $\beta = 0.01$  の場合に項数不足等による計算誤差があるため、若干の振動波形が残っているものの、ほぼ正確に元の外力波形を再現していることがわかる。 $\tau/T_N = 1.25$  のとき  $t/T_N = 0$  で、 $x/\xi_p$  が 0 から始まっていないが、これは数値計算上の誤差である。

図-25は、元の外力のピーク値に対する推定外力波形

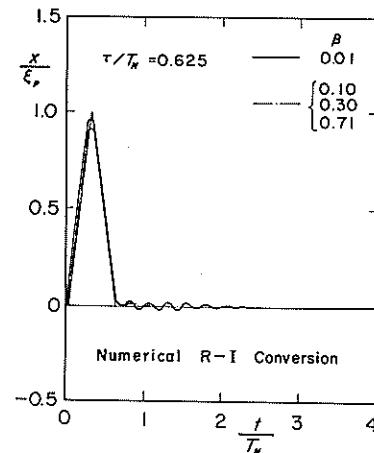


図-22 応答入力変換波形(対称三角形型、 $\tau/T_N = 0.625$ )

のピーク値の比 ( $x_{\max}/\xi_p$ ) および位相差の固有振動周期に対する比 ( $\Delta t/T_N$ ) を示したものである。これよりわかるように、 $\tau/T_N$  が 0.5 より大きいときは  $x_{\max}/\xi_p$

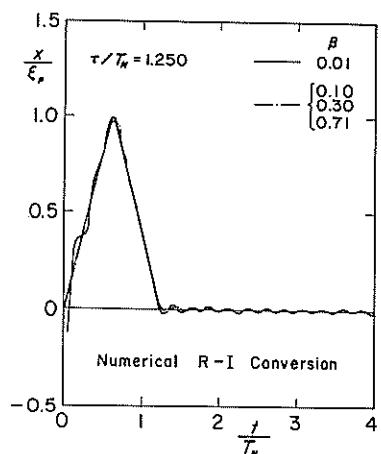


図-23 応答入力変換波形(対称三角形型,  
 $\tau/T_N = 1.250$ )

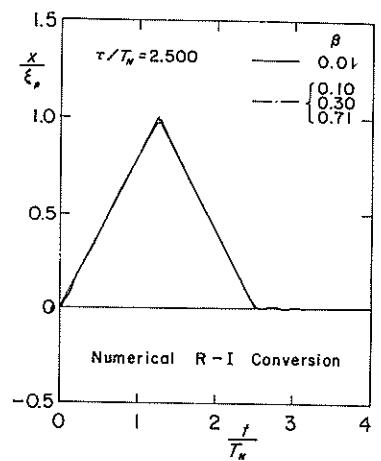


図-24 応答入力変換波形(対称三角形型,  
 $\tau/T_N = 2.500$ )

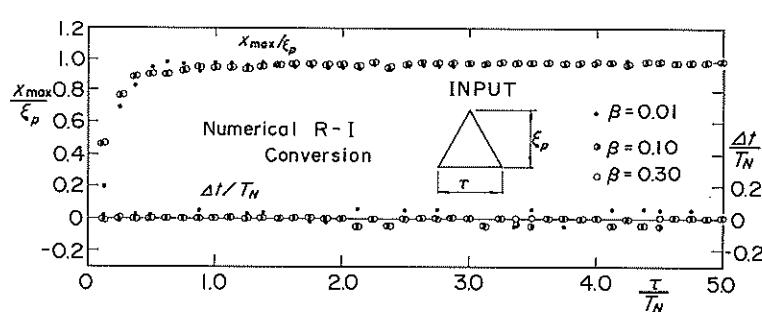


図-25 応答入力変換波形の振幅最大値と位相差(対称三角形型)

はほぼ 1.0 となっている。 $\tau/T_N$  が 0.5 より小さいときには 1.0 より小さくなっているが、これはデータサンプリングの時間間隔を  $\tau/40$  としているものの、それでも項数が不足して、計算上の誤差が大きいことによるものと推測される。したがって、時間間隔をさらに小さくし、項数を多くして計算を行えば、このような領域であっても  $x_{\max}/\xi_p$  の値は 1.0 に近づくと考えられる。

一方、 $\Delta t/T_N$  は  $\tau/T_N$  に関係なくほとんど 0 となっている。0 から若干はずれているデータもあるが、これらはいずれも計算時間間隔の範囲内にあり、離散化したデータのまま読み取った結果であることによる。

ここで、参考のため、対称三角形型の衝撃外力波形とそれによって生じる応答波形をフーリエ級数に展開して得られる各周波数成分ごとの振幅(振幅スペクトル)を図-26 に示す。衝撃外力の振幅スペクトル(入力振幅スペクトル、○印で示す)は、 $\tau/T_N = 0.625, 1.25, 2.50$  の場合のものであり、応答波形の振幅スペクトル(応答振幅スペクトル)は、それぞれの外力につき、3通りの  $\beta$  (0.01, 0.1, 0.71) に対するものである。

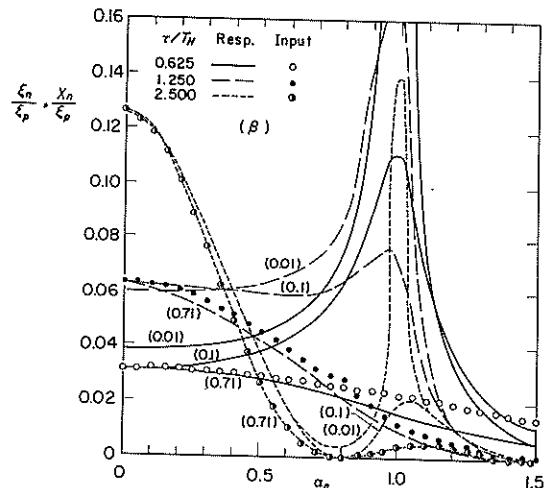


図-26 対称三角形型外力と応答波形の  
振幅スペクトル

入力振幅スペクトルは、当然のことながら  $\tau / T_N$  が大きいほど、低周波側が大きくなり、高周波側が小さくなっている。応答振幅スペクトルも  $\beta$  が 0.71 と大きいときには、若干入力振幅スペクトルを下まわるケースもあるが、ほぼ同じ傾向にある。しかし、 $\beta$  が小さいときには、 $\alpha_n$  が 1.0 において応答振幅スペクトルは大きくなり、入力振幅スペクトルとは大きく異なっていることがわかる。これは、 $\alpha_n = 1.0$  すなわち固有振動周波数成分が大きく增幅されているためである。式(19)に示した  $D_n$  は、応答振幅スペクトルと入力振幅スペクトルの関係を示すものであり、応答振幅スペクトルに  $D_n$  を乗じれば入力振幅スペクトルとなることがわかる。

### b) 前傾三角型

図-27～29は前傾三角形型の場合の推定外力波形である。 $t / T_N$  が 0 に近いところでは、計算上の誤差のため若干の振動波形が残っているが、ほぼ元の外力波形を推定していると言える。また、ピーク値で 1.0 より大きくなる場合もあるけれども、これは波形が急激に変化するところではとび出しが生じるという Gibbs 現象のためで

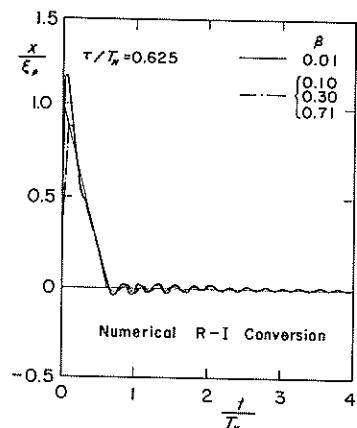


図-27 応答入力変換波形（前傾三角型,  
 $\tau / T_N = 0.625$ ）

ある。

図-30は、 $x_{\max} / \xi_p$  と  $\Delta t / T_N$  を示したものである。この場合、 $\beta = 0.01$  のときは、前述した Gibbs 現象のため 1.0～1.2 と大きくなる場合もあるが、 $\beta = 0.1$ 、0.3

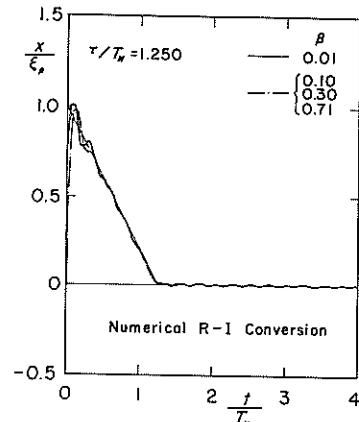


図-28 応答入力変換波形（前傾三角型,  
 $\tau / T_N = 1.250$ ）

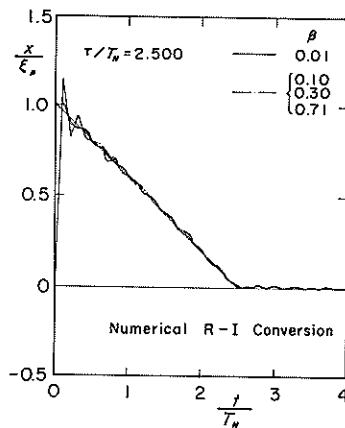


図-29 応答入力変換波形（前傾三角型,  
 $\tau / T_N = 2.500$ ）

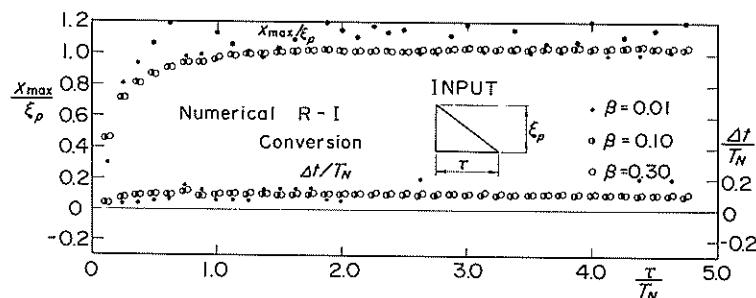


図-30 応答入力変換波形の振幅最大値と位相差（前傾三角型）

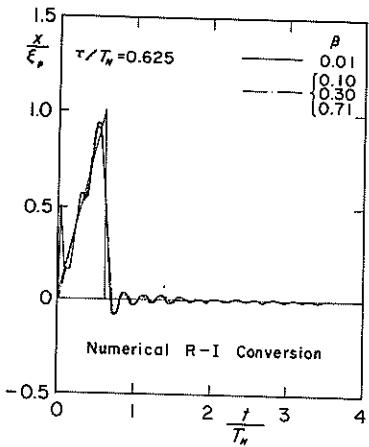


図-31 応答入力変換波形(後傾三角形型,  
 $\tau / T_N = 0.625$ )

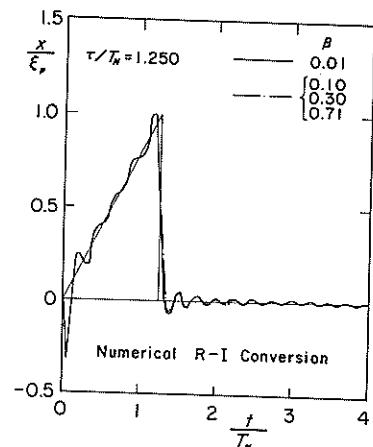


図-32 応答入力変換波形(後傾三角形型,  
 $\tau / T_N = 1.250$ )

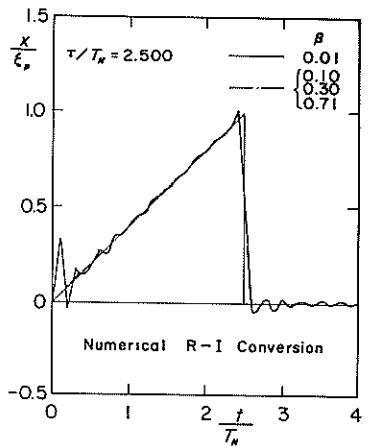


図-33 応答入力変換波形(後傾三角形型,  
 $\tau / T_N = 2.500$ )

のときには  $t / T_N$  が 0.5 以上では  $x_{\max} / \xi_p$  はほぼ 1.0 になっており、 $\Delta t / T_N$  も  $\beta = 0.01$  のとき若干ばらつきがあるものの 0 ~ 0.1 と小さい。 $\tau / T_N$  が 0.5 より小さい領域で、 $x_{\max} / \xi_p$  が急激に低下している理由は、先の対称三角形型の場合と同じである。

### c) 後傾三角形型

図-31~33 は後傾三角形型の場合の推定外力波形である。この場合も  $t / T_N$  が 0 に近いところで振動が生じているが、比較的よく元の外力が波形を表している。また、図-34 は  $x_{\max} / \xi_p$  と  $\Delta t / T_N$  を示したものである。 $x_{\max} / \xi_p$  は  $\tau / T_N$  が 0 に近いところを除いてほぼ 1.0 となっている。 $\Delta t / T_N$  は 0 ~ 0.2 となっており、この場合推定外力の最大値がやや早く生じることがわかる。これは、フーリエ級数で外力を表現すると、項数が有限であるため、ピーク付近での波形がやや丸味を帯びたものとなることによると考えられる。

以上、フーリエ級数を用いた応答一入力変換によって、

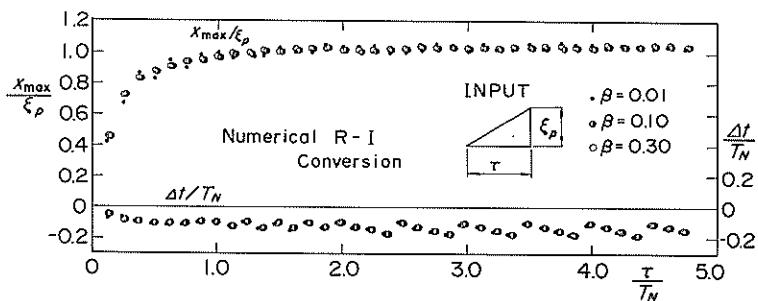


図-34 応答入力変換波形の振幅最大値と位相差(後傾三角形型)

外力の推定結果を示したが、 $\tau/T_N$  が 0.5 以下の比較的小さい条件を除いて、適切に外力を推定できることが例証された。また、 $\tau/T_N$  が小さい条件であっても、サンプリング間隔を小さくすることによって、項数を多くし、かつ基本周期を長くすることによって精度を上げることができると考えられる。

### 3.3 2自由度系における推定法

2自由度系においても1自由度系の場合と全く同様に外力波形を求めることが可能である。すなわち、式(11)に示した増幅率 $M_2$ より、式(20)で求まる係数 $D_2$ と、式(12)に示した位相遅れ $\varepsilon_2$ を用いて、応答一入力変換を行えばよい。

$$D_2 = \frac{1}{M_2} \quad (20)$$

図-35～38は $D_2$ と $\varepsilon_2$ を $k_1/k_2$ 、 $\omega_{NI}/\omega_{N2}$ 、 $\beta_1$ 、 $\beta_2$ の代表的な値に対して示したものである。図-35は、 $\beta_1=0.01$ 、 $\beta_2=0.01$ で $k_1/k_2=0.10$ と測定センサーのばね定数に比べて、その固定部のばね定数が大きい場合で

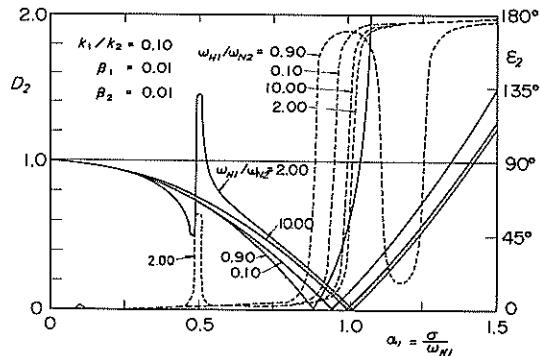


図-35 2自由度系における $D_2$ と $\varepsilon_2$  ( $k_1/k_2 = 0.10$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.01$ )

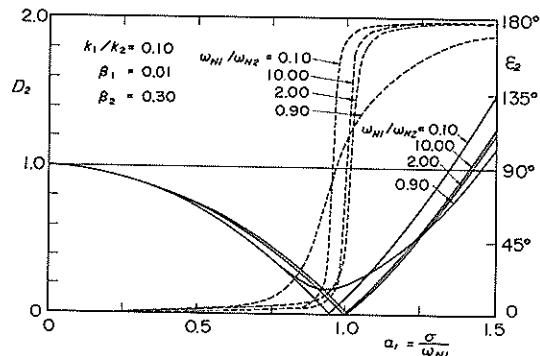


図-36 2自由度系における $D_2$ と $\varepsilon_2$  ( $k_1/k_2 = 0.10$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.30$ )

ある。このとき、 $\omega_{N1}/\omega_{N2} = 0.90$ 、2.00では、それぞれ $\alpha_1 = 1.1$ 、0.5において $D_2$ は不連続的に大きな値となっている。これは、その周波数が $\alpha_2 = 1.0$ 、すなわち、成分波の角周波数と固定部の固有振動角周波数が一致し、成分波と固定部が共振して両者を介在する測定センサーからの応答波形成分波の振幅が小さくなる条件である。このため、応答波形成分波の振幅を増幅する必要があり、 $D_2$ は大きな値となっている。同じ条件でも $\beta_2$ が0.30であれば、図-36に示されるように $D_2$ が大きくなることはない。しかし、図-37に示す $k_1/k_2 = 0.50$ の場合には、 $\beta_2$ が0.3と大きくて、 $\alpha_2 = 1.0$ となる周波数で $D_2$ が大きくなる傾向が表れる。 $k_1/k_2$ がさらに大きくなると、そうした傾向は一層増している。これは、センサー部のばね定数が固定部に比べて大きいため、センサー部の変位がもともと小さいうえに、そのような成分波が固定部と共振するために相対的にさらに小さくなることによる。

これらの $D_2$ および $\varepsilon_2$ を用いて、2自由度系の場合の応答波形から作用外力を推定することができるが、ここ

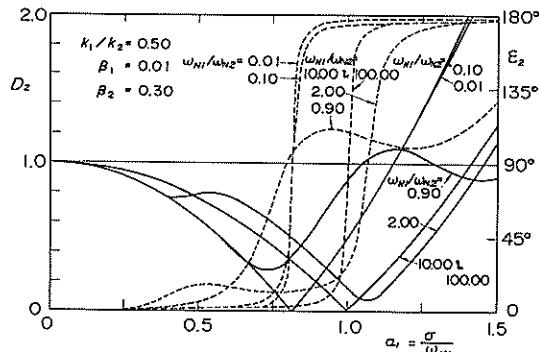


図-37 2自由度計における $D_2$ と $\varepsilon_2$  ( $k_1/k_2 = 0.50$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.30$ )

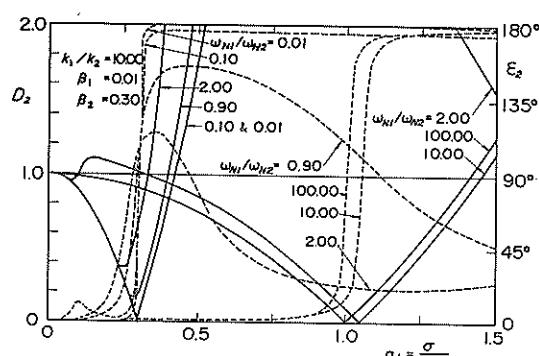


図-38 2自由度系における $D_2$ と $\varepsilon_2$  ( $k_1/k_2 = 10.0$ ,  $\beta_1 = 0.01$ ,  $\beta_2 = 0.30$ )

ではその例を示すのは差し控え、固定部の影響をほとんど無視できる条件をまとめておく。この条件は、図-35～37を図-21に示した1自由度系の場合のD,  $\epsilon$ と比較することによって、以下のようになる。

(1)  $k_1/k_2$ が小さく、 $\beta_2$ が大きければ、 $\omega_{N1}/\omega_{N2}$ にかかわらず無視できる。(例 図-36,  $k_1/k_2 = 0.1$ ,  $\beta_2 = 0.3$ )

(2)  $k_1/k_2$ が小さく、 $\beta_2$ が小さいときには、 $\omega_{N1}/\omega_{N2}$ が、0に近いか、あるいは逆に1.0より非常に大きければ良い。(例 図-35,  $k_1/k_2 = 0.1$ ,  $\beta_2 = 0.01$ ,  $\omega_{N1}/\omega_{N2} = 0.1$ , 10.0)

(3)  $k_1/k_2$ が1.0以下でしかも1.0に近いときには、 $\omega_{N1}/\omega_{N2}$ が、かなり大きいか、あるいはかなり小さければよい。ただし、 $\beta_2$ は大きいほどよい。(例、図-37  $k_1/k_2 = 0.5$ ,  $\beta_2 = 0.3$ ,  $\omega_{N1}/\omega_{N2} = 0.01$ , 100)

(4)  $k_1/k_2$ が1.0以上では、 $\omega_{N1}/\omega_{N2}$ が非常に大きければ良い。この場合も $\beta_2$ は大きいほどよい。(例、図-38,  $k_1/k_2 = 10.0$ ,  $\beta_2 = 0.3$ ,  $\omega_{N1}/\omega_{N2} = 100.0$ )

なお、合田<sup>1)</sup>は、測定センサー取付部材の剛性の影響についても検討しており、本資料で考察しているような自由度が2で2重ね系の場合、減衰の影響が小さいときには、取付部材の有効重量を増し、その固有振動数を測定センサーの固有振動数より高くすることが望ましいと述べている。これは、(2)の $\omega_{N1}/\omega_{N2}$ が0に近い条件と一致している。

#### 4. アナログ処理による衝撃外力の推定

##### 4.1 デジタル計算法の限界とアナログ処理法

3で述べた応答一入力変換法を用いて作用外力を精度高く推定することができるけれども、それにはデジタル

計算機を必要とする。特に、衝撃外力の作用時間が非常に短い場合にはサンプリング時間間隔を短くする必要があり、また項数も多くとの必要があるので、比較的大型で高速処理可能な計算機でなければ実用的でない。そのため、適当なアナログ処理器があれば、大量の実験データを処理するのに非常に好都合となる。

そこで、本章では1自由度系の問題に限定して、実験でノイズ除去などに通常用いられているローパスフィルター、および最近衝撃荷重測定用に新しく開発された応答一入力アナログ変換器の二つを取り上げ、これら適用性、使用上の留意点などを検討する。

##### 4.2 ローパスフィルターの活用

###### (1) 最適カットオフ周波数の決定

一般に、ローパスフィルターは測定系のノイズや固有振動を消去するために用いられているが、ここでは、ローパスフィルターの減衰特性を利用して外力波形ができるだけ精度高く推定するための指針および限界などについて検討する。

初めに、対称三角形型の外力波形と応答波形を例に、ローパスフィルターのカットオフ周波数が変わることにより、ピーク値がどのように変化するかを調べてみた。ただし、このローパスフィルターを用いた処理は、実際の特性を数値的に模擬して電子計算機によって行ったものである<sup>4)</sup>。この減衰・位相特性は後出の図-42に示しているローパスフィルター FV-624 (NF回路ブロック社製) のものである。

図-39～41は、それぞれ $\beta=0.01$ , 0.1, 0.3のときの応答波形をローパスフィルターに通したあとの波形のピーク値を示したものである。横軸は $\tau/T_N$ 、パラメータは、固有角振動数 $\omega_N$ に対するカットオフ角振動数 $\omega_c$ の比である。3種類の $\beta$ とも、 $\omega_c/\omega_N$ が小さくなるにつ

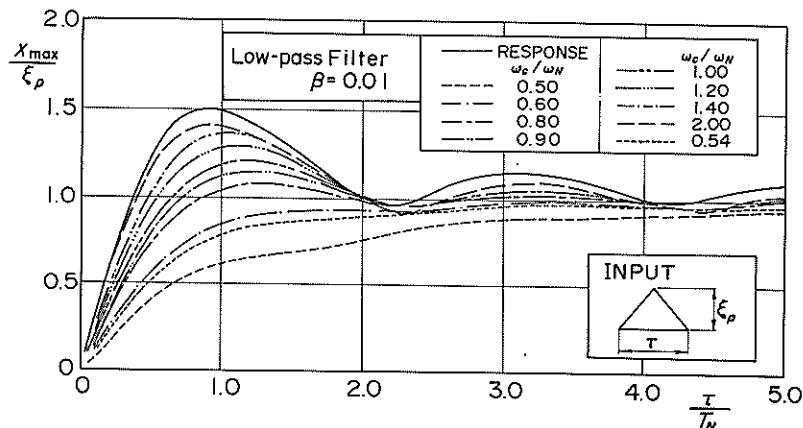


図-39 カットオフ周波数の違いによる  
振幅最大値の変化 ( $\beta=0.01$ )

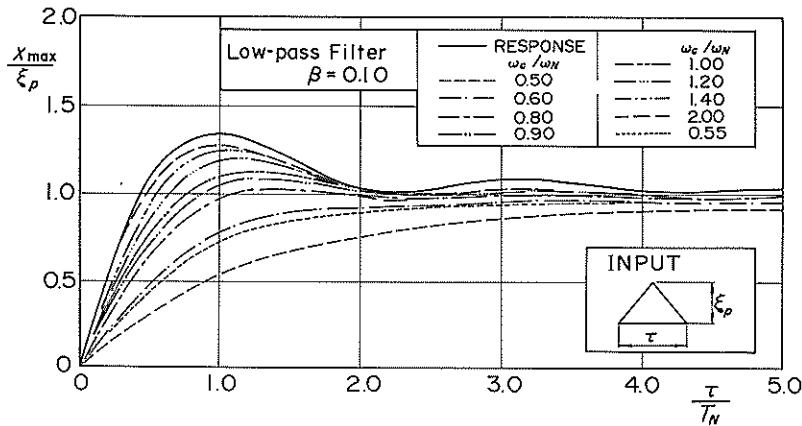


図-40 カットオフ周波数の違いによる  
振幅最大値の変化 ( $\beta=0.10$ )

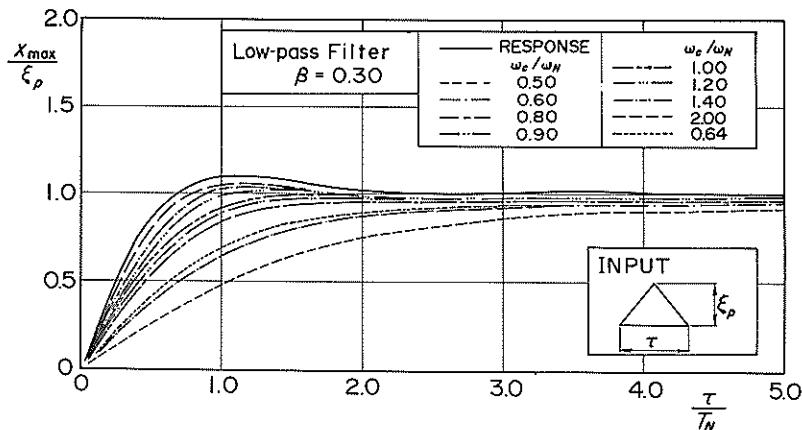


図-41 カットオフ周波数の違いによる  
振幅最大値の変化 ( $\beta=0.30$ )

れて、 $x_{\max}/\xi_p$ は小さくなっているが、 $\tau/T_N \geq 2$ ではその変化は小さい。これらのうち、比較的大きい $\beta=0.01$ の場合には、 $\tau/T_N > 1.0$ の範囲に限れば、 $\omega_c/\omega_N$ を0.6～0.8程度とすることによって $x_{\max}/\xi_p$ をほぼ $1.0 \pm 0.1$ の精度で推定することができる。また、減衰率の大きい $\beta=0.3$ の場合には、 $\omega_c/\omega_N$ を1.0以上とすることによって、 $\tau/T_N > 1.0$ の範囲に限り $x_{\max}/\xi_p$ を $1.0 \pm 0.1$ の精度で推定することができる。このように、 $\beta$ の値や $\tau/T_N$ の範囲によってカットオフ角振幅数 $\omega_c$ を適切に選定すれば、ローパスフィルターを通してかなりの精度で作用外力のピーク値を求めることができる。

前掲図-21に示すように、 $D$ は $\beta$ が小さければ $\alpha < 1.0$ の範囲で、 $\alpha$ が大きいほど小さくなり、 $\alpha \geq 1.0$ では逆に大きくなっている。もし、同図に示されるような $D$ 、

$\epsilon$ と同じ減衰特性 $\tau$ 、位相特性 $\varphi$ を持つローパスフィルターがあれば、応答波形をこのローパスフィルターに通すことにより、外力波形と全く同じ波形が求まることになる。このようなローパスフィルターの設計は不可能でないかもしれないが、現在では入手不可能である。しかし、 $\alpha$ が増大するにつれて $D$ が減少する領域に限定すれば、通常のローパスフィルターでも比較的似た特性を持つものがある。例えば、図-42は前に述べたローパスフィルターFV-624の減衰位相特性を $\beta=0.01$ の場合の $D$ 、 $\epsilon$ とともに示したものである。ここに、横軸はカットオフ角周波数で無次元化した角周波数( $\sigma/\omega_c$ )である。一般にローパスフィルターは、 $D=0.7$ に相当する-3dBの減衰を受ける周波数をカットオフ周波数として定義しており、それより高周波側の波に対しては完全に減衰してしまうわけではなく、急ではあるが徐々に減衰するもの

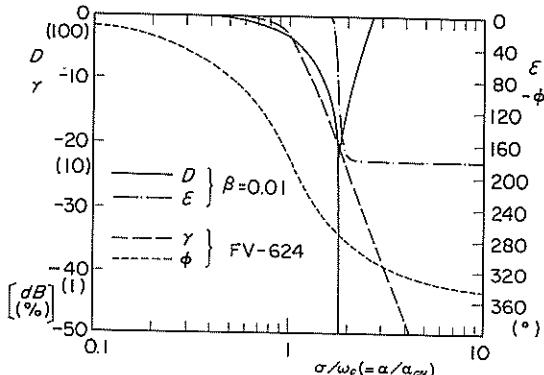


図-42 ローパスフィルターの特性と  $D$ ,  $\epsilon$

である。

最適カットオフ周波数の決定においては、原則としてフィルターを通した波形が最も入力波形に近くなるものを選ぶ必要がある。そのためには、ローパスフィルターの減衰特性と図-21に示した  $D$  ( $\alpha$  が増加するにつれて減少する領域) が、なるべく一致するようにカットオフ周波数を決めてやれば良い。しかし、個々にこれを行なうのは煩雑であり、実際上は若干結果に違いがあるにしても、一義的にこれを決めておいたほうが便利である。そこで、以下のように最適カットオフ周波数を与えることとする。

カットオフ周波数の定義である  $\gamma = -3 \text{ dB}$  すなわち、 $D = 0.7$  を与える  $\alpha$  を  $\alpha_{cN}$  ( $= \omega_c / \omega_N$ : 固有角振動数に対する最適カットオフ角周波数の比) とすると、式(19), (4)より、 $\alpha_{cN}$  は式(21)で与えられる。

$$\alpha_{cN} = \left\{ 1 - 2\beta^2 - \sqrt{(1 - 2\beta^2)^2 - 0.501} \right\}^{1/2} \quad (21)$$

$\beta$  が 0 に近いときには、 $\alpha_{cN}$  の値は 0.55 程度である。図-21 からわかるように、 $\beta$  が大きいほど  $D$  の最小値は大きくなり、 $\beta > 0.38$  では常に  $D > 0.7$  となるため、ローパスフィルターの減衰特性と大きく異なる。このため、 $\beta$  のこの範囲ではローパスフィルターの適用は有効でないといえる。当然、 $\alpha_{cN}$  の解も存在しない。

前掲図-42 には、 $\beta = 0.01$  のときの  $D$  より  $\epsilon$  も併せて示してあるが、ローパスフィルターの減衰特性  $\gamma$  と  $D$  は比較的よく一致していることがわかる。しかし、位相  $\varphi$  と  $\epsilon$  は違いが大きく、例えば  $\sigma/\omega_c = 1.0$  では  $\epsilon = 0^\circ$  であるが、 $\varphi = -180^\circ$  である。これは、ローパスフィルターを通して、カットオフ周波数付近の位相が大きく違ってしまうことを意味し、ローパスフィルターによる外力波形推定上の難点である。

## (2) ローパスフィルターを通した波形とその特性

対称三角形型、前傾三角形型、および後傾三角形型の衝撃パルスに対する応答波形を、(1)で述べた最適カットオフ周波数に設定したローパスフィルターに通して得られる波形およびその特性について述べる。

### a) 対称三角形型

図-43～45 は、対称三角形型の衝撃パルスによる応答波形をローパスフィルターで処理した例である。 $\tau/T_N = 0.625, 1.250$  における  $\beta = 0.01$  の条件では、固有振動波形が残っているが、 $\beta = 0.1, 0.3$  ではそれが非常に小さくなっている。また、 $\tau/T_N = 2.50$  では、 $\beta = 0.01$  でもほとんど固有振動波形が残っていない。ピーク値の位相についてみると、すべてのケースとも約 1 固有周期分の位相遅れが生じていることがわかる。ちなみに、数値計算上、各成分波の位相  $\epsilon_n$  を強制的に 0 として処理を行なった波形 (図中 No Phase) を、2 点鎖線で示してあるが、ピーク値の位相遅れがほとんどなくなっていることがわかる。

図-46 は、ローパスフィルターを通したあとの波形のピーク値 ( $x_{max}/\xi_p$ ) とその位相差 ( $\Delta t/T_N$ ) を示したものである。 $x_{max}/\xi_p$  は  $\tau/T_N \geq 2$  においては 0.9～1.0 となり、 $\beta$  の違いによる差はなくなっているが、 $\tau/T_N < 2$  においては、 $\beta$  が大きいほど  $x_{max}/\xi_p$  は小さくなり、推定の精度が悪くなっている。これは、 $\alpha_n > 1.0$  となる高周波側の成分を、ローパスフィルターによって過度に減衰させているためで、この方法による限界である。

$\Delta t/T_N$  は全ての  $\tau/T_N$  について約 0.9～1.0 と大きく、約 1 固有周期程度の遅れが生じていることがわかる。しかしこれを、図-12 に示した応答波形のピーク値位相

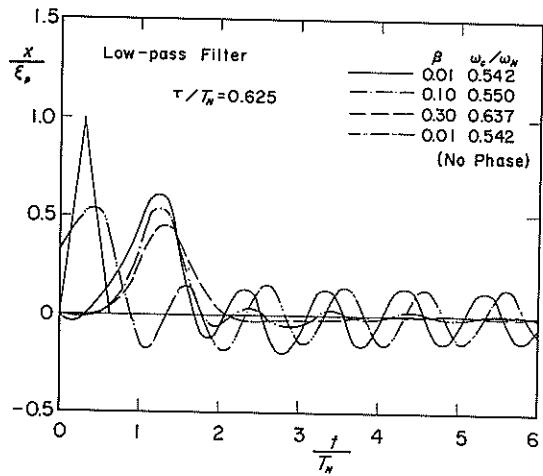


図-43 ローパスフィルター処理波形 (対称三角形型,  $\tau/T_N = 0.625$ )

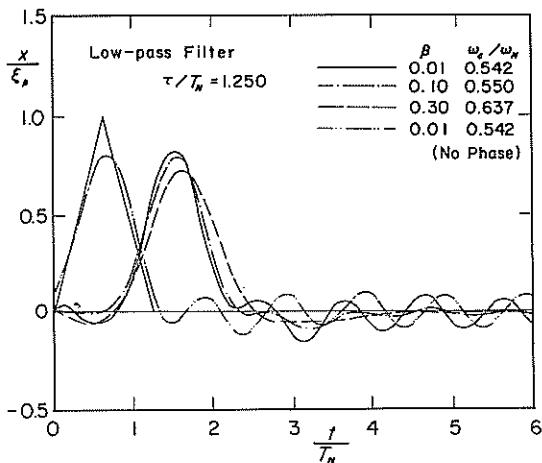


図-44 ローパスフィルター処理波形(対称三角形型,  $\tau / T_N = 1.250$ )

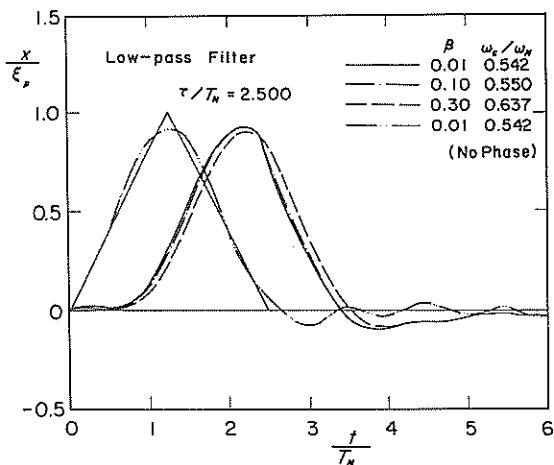


図-45 ローパスフィルター処理波形(対称三角形型,  $\tau / T_N = 2.500$ )

差と異なり,  $\beta$ が小さくても  $\tau / T_N$  によらずほぼ一定であるため, 複数の波圧計を用いた測定の場合には好都合な特性である。

#### b) 前傾三角形型

図-47~49は, 前傾三角形型の衝撃パルスに対するもので, この場合も,  $\beta=0.01$ の場合には固有振動波形が残っているものの,  $\beta=0.10, 0.30$ ではほとんどなくなっている。しかし, 最大値は1固有周期以上の位相遅れを生じ,  $\tau / T_N = 0.625, 1.250$ の場合には前傾三角形型の外力波形が再現されていない。

図-50から,  $x_{\max} / \xi_p$ は, 対称三角形型の場合とほぼ同様な値となっていることがわかる。しかし,  $\Delta t / T_N$ は,  $\tau / T_N$  がきわめて小さい場合を除いて1以上となり,  $\tau / T_N \geq 1$ では, 1.2~1.3となっている。

#### c) 後傾三角形型

図-51~53は, 後傾三角形型の衝撃パルスに対するものである。波形に関しては, 対称三角形型, 前傾三角形型とほぼ同じ傾向である。

図-54に示す  $x_{\max} / \xi_p$  も対称三角形型, 前傾三角形型とほぼ同じ傾向である。しかし,  $\Delta t / T_N$  は, 対称三角形型, 前傾三角形型より小さく,  $\tau / T_N \geq 2$ では  $\Delta t / T_N \leq 0.5$ となっており,  $\tau / T_N$  の違いにより大きく変化していない。

一般に, ローパスフィルターで応答波形を処理して推定外力波形を求める場合には, そのピーク値は, 元の外力波形の違いによる推定精度の違いではなく, 同程度の精度で推定可能である。しかし, そのピーク値発生時刻の推定においては, 波形の違いにより大きな差が生じている。ただ, 後傾三角形型を除いて, その位相遅れが, 同じ外力波形ならその作用時間にかかわらずほぼ一定であるのは好都合である。波形に関しては, 前傾三角形型あるいは後傾

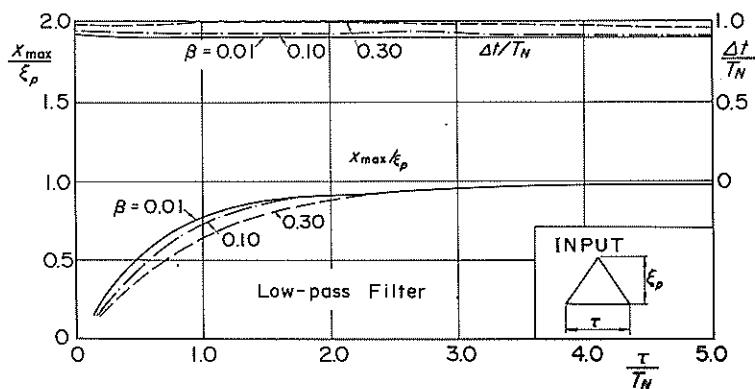


図-46 ローパスフィルター処理波形の振幅  
最大値と位相差(対称三角形型)

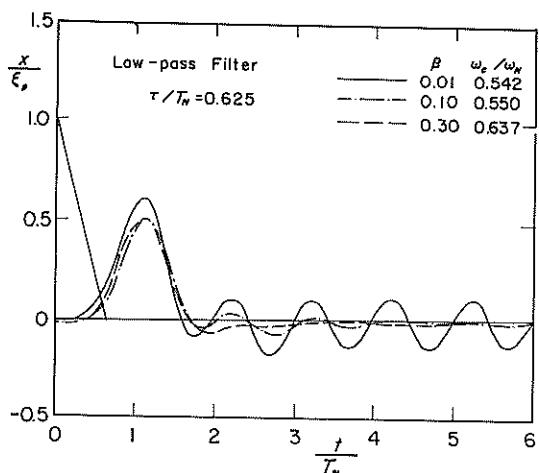


図-47 ローパスフィルター処理波形(前傾三角形型,  $\tau / T_N = 0.625$ )

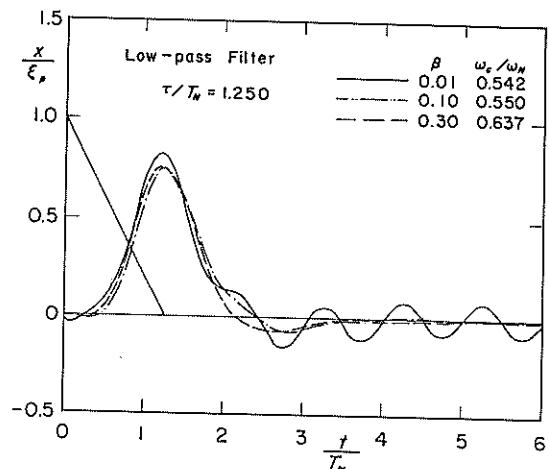


図-48 ローパスフィルター処理波形(前傾三角形型,  $\tau / T_N = 1.250$ )

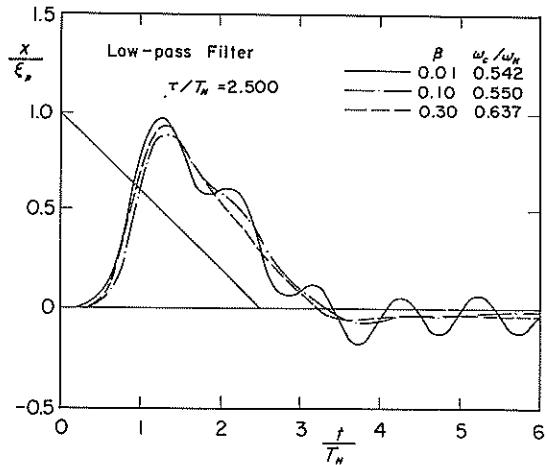


図-49 ローパスフィルター処理波形(前傾三角形型,  $\tau / T_N = 2.500$ )

三角形型のように瞬時に立ち上がり、あるいは減少する外力波形による応答波形の場合には、特にその作用時間が短いほど正しく元の外力波形を再現しえない。

#### 4.3 応答-入力変換器

電気回路による微分器を用いて式(18)の応答-入力変換をアナログ的に直接計算するのが応答-入力変換器(Response-Input Converter)である。この変換器を実用化したものに衝撃荷重演算器(日章電機社製)がある。

当器には、 $\ddot{x}$ 、 $\ddot{\dot{x}}$ の2階微分を行う微分器が組み込まれており、粘性項( $\ddot{x}$ )、慣性項( $\ddot{\dot{x}}$ )の係数に相当する2個の調整ダイヤルが付いている。これを適切に調整することにより、測定波形から固有振動波形が除去され、外力波形が得られる。アナログ的に応答入力変換を行う場

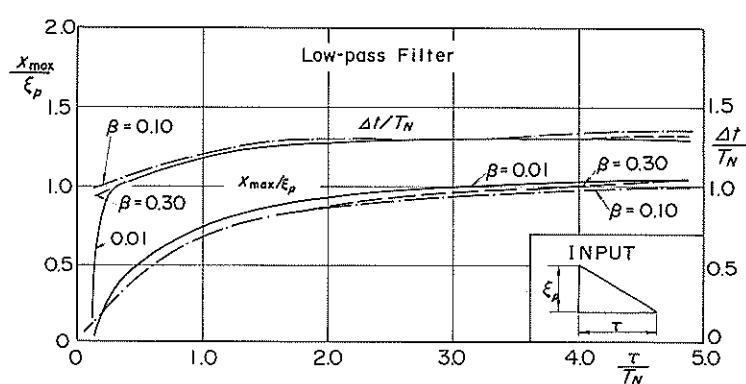


図-50 ローパスフィルター処理波形の振幅最大値と位相差(前傾三角形型)

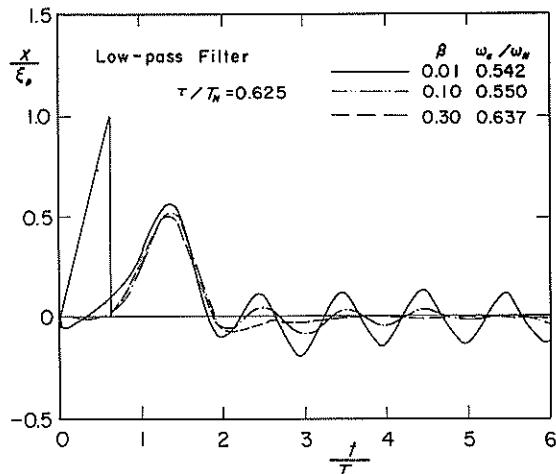


図-51 ローパスフィルター処理波形(後傾三角形型,  $\tau / T_N = 0.625$ )

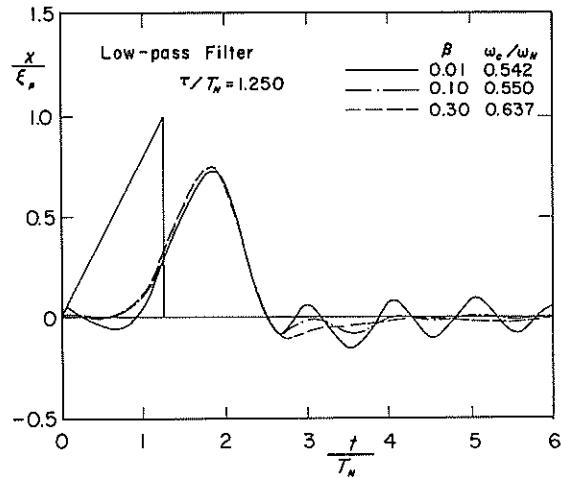


図-52 ローパスフィルター処理波形(後傾三角形型,  $\tau / T_N = 1.250$ )

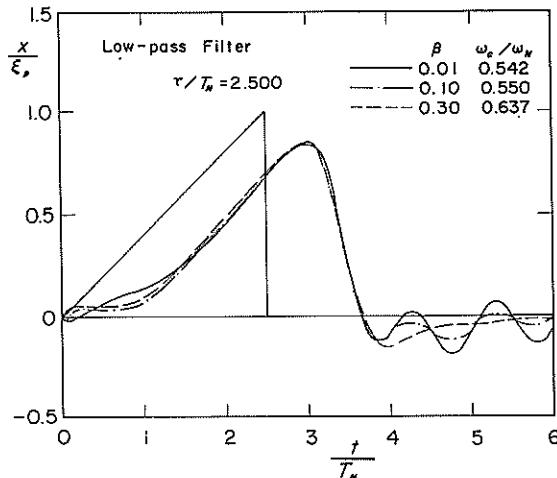


図-53 ローパスフィルター処理波形(後傾三角形型,  $\tau / T_N = 2.500$ )

合でも、微分器を通してにより測定波形に含まれているノイズ成分が増幅されるおそれがある。そこで当器では、測定波形を内蔵のローパスフィルターに通してノイズ成分を除去したのち、応答-入力変換を行い、出力時に再びローパスフィルターを通してノイズ成分を除去している。このように、変換前にローパスフィルターを通しては、デジタル的に行う応答-入力変換で適当なサンプリング周波数でノイズ成分をフィルタリングすることと同じである。

本研究では、この衝撃荷重演算器を例に応答-入力変換器の適用性について、4.2と同様な検討を行った。以下に、その方法と結果を示す。

はじめに、対称三角形型の衝撃パルスとそれが作用したときの応答波形を、ミニコンピューターを利用して作製した。なお、ここでの応答波形は合田が示した解析解<sup>1)</sup>

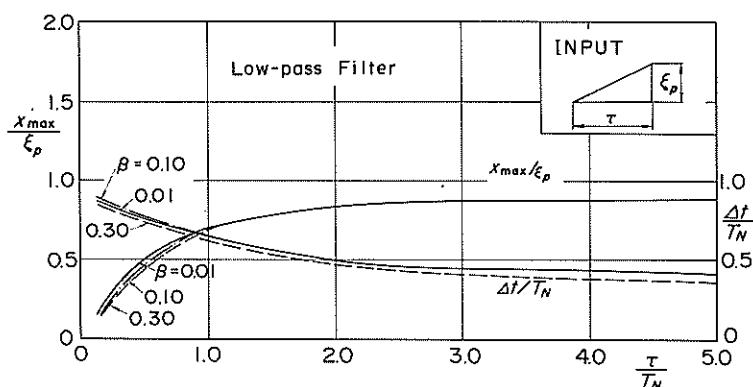


図-54 ローパスフィルター処理波形の振幅最大値と位相差(後傾三角形型)

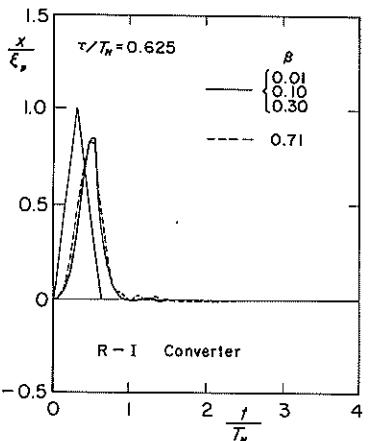


図-55 応答入力変換器処理波形 ( $\tau/T_N=0.625$ )

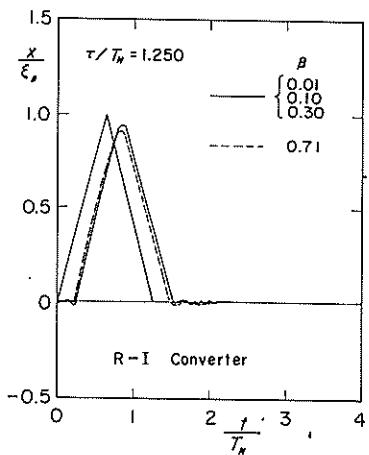


図-56 応答入力変換器処理波形 ( $\tau/T_N=1.250$ )

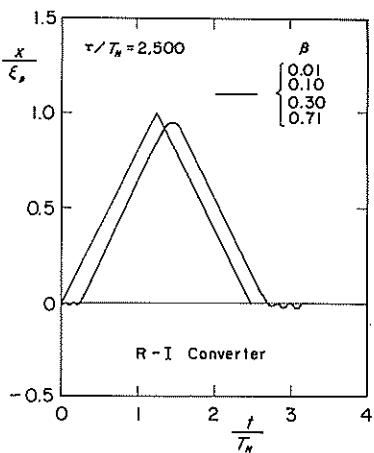


図-57 応答入力変換器処理波形 ( $\tau/T_N=2.500$ )

を利用して求めている。次に、これらをミニコンピューターから繰り返し DA 変換出力し、外力波形(衝撃パルス)はそのままデータレコーダーへ記録し、応答波形は衝撃荷重演算装置を通して固有振動波形を消去したのちデータレコーダーに記録した。次にこれらを、低速でペン書きレコーダーに出力して、真の外力ピーク値と推定外力ピーク値の比および、ピーク値位相差を求めた。

図-55～57 は、こうして求めた推定外力波形である。 $\beta$ によらず固有振動波形が消え、非常によく外力波形を再現していることがわかる。ピーク値の位相差も小さい。

図-58 は、種々の  $\tau/T_N$  について  $x_{\max}/\xi_p$  を示したものである。 $\tau/T_N < 1$  の領域では  $\tau/T_N$  が小さくなるにつれて  $x_{\max}/\xi_p$  が急激に減少するけれども、ローパスフィルターを通した場合(図-46)と比較すると、外力波形の振幅により近い値が得られる。 $\tau/T_N \geq 1$  の領域では、 $x_{\max}/\xi_p \neq 0.90 \sim 0.97$  の範囲でピーク値を推定できる。また、 $\beta$ による影響はほとんどないと言える。デジタル的に応答一入力変換を行った場合(図-25)と比較すると、 $x_{\max}/\xi_p$  は  $\tau/T_N < 1$  で若干小さめであるが、 $\tau/T_N \geq 1$  では、ほぼ同じであると言ってよい。

$\tau/T_N < 1.0$  の領域で  $x_{\max}/\xi_p$  が小さくなっているのは、前述したように応答一入力変換前後に応答波形をローパスフィルターを通して、ある程度以上の高周波成分を除去しているためと考えられる。

また、ピーク値の位相差  $\Delta t/T_N$  についても、 $\tau/T_N$  および  $\beta$ によらず  $\Delta t/T_N = 0.15 \sim 0.20$  とほぼ一定であり、ローパスフィルターの場合より小さい。

以上示したように、応答一入力変換器は  $\beta$  の値のいかんによらず、波形、振幅、位相差においてローパスフィルターより精度よく外力波形を再現していると言える。

#### 4.4 実測波形への適用例

最後に、直立壁に作用する Wagner 型の衝撃波圧<sup>2)</sup>の実測波形を、ローパスフィルターおよび応答一入力変換器を通した後の波形の例を示す。

図-59 はその結果を示したものである。最上段の波形は波圧計により測定された応答波形である。用いた波圧計は固有振動周期  $T_N$  が 1.25 ms、減衰率  $\beta$  が 0.008、受圧面の内径が 2.45 cm のものである。この応答波形には衝撃圧による立ち上がりのあとに顕著な固有振動が現れている。これに対し、2 段めおよび最下段の波形はローパスフィルターおよび応答一入力変換器を通した後の波形であり、応答波形に見られた固有振動は奇麗に消えている。ここに、ローパスフィルターの  $\alpha_{cN}$  は 0.54 で、カットオフ周波数を 432 Hz に選定している。また、応答一入力変換器の場合にはカットオフ周波数 1,800 Hz

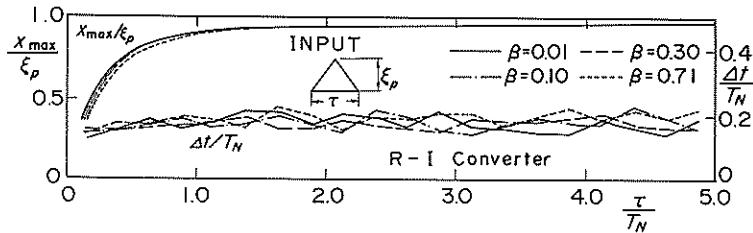


図-58 応答入力変換器処理波形の振幅最大値と位相差

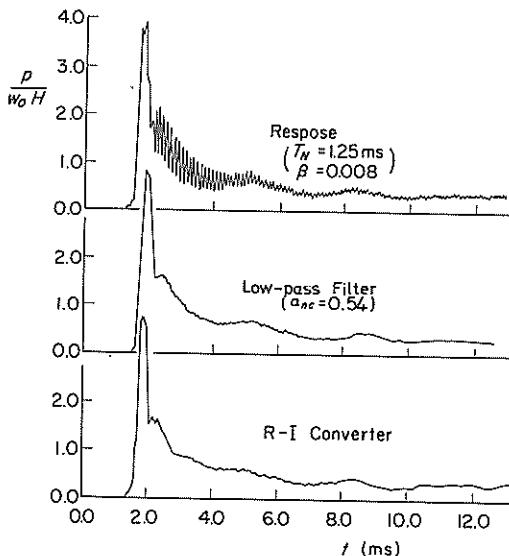


図-59 実測波形への適用例

で内蔵のローパスフィルターを通してしている。

これらの結果による波圧の最大値は、応答波形のままのとき  $3.94 w_0 H$  であり、ローパスフィルターおよび応答一入力変換器を通した後の値はそれぞれ  $3.83 w_0 H$  および  $3.81 w_0 H$  で、あまり変わらない。これは波圧計に作用する衝撃圧の継続時間が固有振動周期よりも大きいためと思われる。

## 5. むすび

前章までに、応答波形から衝撃外力を推定する方法について述べた。これらの結果をもとに、衝撃波圧を測定する際の留意事項をまとめると以下のとおりである。

① 衝撃波圧を測定するセンサーとしては、合田<sup>1)</sup>等が指摘しているように、応答周波数が高く、比較的減衰の高いものが好ましい。ただし、減衰定数が 0.71 を超えると減衰が大となり好ましくない。

② 測定センサーの固定については、固定部での変位

を少なくするため、可能な限り剛性を増し、固有振動数を高めたほうがよい。なお、固定部の振動する部分の重量は小さくするほうが好ましいが、固定部全体の重量は影響をあたえない。

③ 使用する測定センサーの固有振動数および減衰定数を事前に測定しておくことが必要である。ひずみゲージにより部材ひずみを測定するときには、その可動部分がどのくらい水中に没しているかにより付加質量が異なってくるため固有振動数も変化する。また、減衰定数も変化する。このため、実験水深に応じてこれらの値を測定しておく必要がある。

④ 応答波形から直接、衝撃波圧波形およびその最大値を推定できる条件は非常に限られている。元の衝撃波圧波形や測定センサーの減衰定数によって異なるが、一般的には、対称三角形型パルスで  $\tau / T_N$  が約 2 以上の場合である。前傾三角形型および後傾三角形型パルスのように急激な波圧の変化を伴う場合には、固有振動波形の影響が大きく、デジタル的に応答一入力変換を行なうか、条件によってはローパスフィルターあるいは応答一入力変換器を通して推定しなければならない。

⑤ デジタル的に行なう応答一入力変換は、応答波形の基本周期を長くし、サンプリング間隔を短くしさえすれば、原理的にどのような波形、作用時間、および減衰定数の場合にも十分精度よく適用可能である。しかし、一般には計算機の容量、計算時間等の制約を受けるため、推定精度等を考慮してこれらの値を適切に決めなければならない。このうち、基本周期は、固有振動波形がほぼ消滅するまでの範囲を含む必要がある。なお、減衰定数が 0 の場合は、無限に固有振動波形が続くが、通常の測定センサーでは全く減衰がないことは考えられず、比較的早く減衰してしまうので心配はない。一方、サンプリング間隔は、鋭い衝撃波形を表現するためには非常に高い周波数成分までを考慮する必要があり、これを可能な限り小さくするほうが良い。しかし、不必要的ノイズ成分までを拾うほど小さくしてはいけない。

⑥ ローパスフィルターで処理する場合には、測定セ

ンサーの固有振動数や減衰定数によって最適なカットオフ周波数を決めなければならない。減衰定数が小さいときには、固有振動数の約 55%とするのがよく、減衰定数が 0.38 を超えるときには、ローパスフィルターを通して必要はない。最適カットオフ周波数に設定されたローパスフィルターは  $\tau/T_N$  が約 2 より大きい対称三角形型パルスの他に同じ  $\tau/T_N$  の前傾三角形型および後傾三角形型パルスの場合にも、減衰定数にかかわらず適用可能である。

⑦ 応答一入力変換器で処理する場合には、慣性項と粘性項の係数に相当する 2 個のダイヤル値を事前に調整しておかなければならない。これらは、測定センサーの固有振動数と減衰定数のみによって決まるものである。ダイヤル値の調整法としては、使用する測定センサーになるべく作用時間の短い衝撃パルスを加えたときの応答波形（そのほとんどは固有振動波形である。）を応答一入力変換器に通して、これをオシロスコープ等でモニタしながら、固有振動波形が消去されるダイヤル値を求めればよい。計算機があるときは、既知である外力に対する応答波形を解析的にあるいは数値的に求めて、これを DA 変換出力し元の外力が求まるようにダイヤル値の調整を行うと便利である。このように調整された応答入力変換器は、対称三角形型パルスの場合ではあるが、 $\tau/T_N$  が約 0.5 以上において適用可能である。

⑧ 複数の測定センサーから得られる波形の同時性が重要なときには、同じ固有振動数、減衰定数を持つ測定センサーを用いたほうが良い。なお、応答波形の処理にローパスフィルターを用いると、約 1 固有周期分の位相遅れが生じることがあるので注意を要する。

最後に、応答一入力変換器の適用性に関する実験では、昭和 58 年度の研修生石丸敬純氏（P S コンクリート株式会社）の協力を得た。ここに記して感謝の意を表する次第である。

（1983 年 9 月 30 日受付）

## 参考文献

- 合田良実：衝撃荷重の測定について、港湾技研資料、No. 33, 1967, pp. 1~41
- 高橋重雄・谷本勝利・鈴村謙司：直立壁に作用する衝撃波压に関する一考察、港湾技術研究所報告、第 22 卷、第 4 号、1983
- たとえば 小坪清真：土木振動学、森北出版株式会社、1973, 371 p.
- 谷本勝利・高橋重雄・和泉田芳和：水平版に働く揚圧力に関する研究、港湾技術研究所報告、第 17 卷、第 2 号、1978, pp. 3~47

## 主要記号一覧

$D, D_n$	1 自由度系において応答波形成分波の振幅に乘じて入力波形成分波の振幅を求める係数 ( $= 1/M$ )
$D_2$	2 自由度系において応答波形成分波の振幅に乘じて入力波形成分波の振幅を求める係数 ( $= 1/M_2$ )
$F$	外力
$k$	1 自由度系における測定センサーばね定数
$k_1$	2 自由度系における測定センサーばね定数 ( $= k$ )
$k_2$	2 自由度系における測定センサー固定部のばね定数
$M, M_n$	1 自由度系における正弦変動外力の増幅率
$M_2$	2 自由度系における正弦変動外力の増幅率
$m$	1 自由度系における測定センサー可動部分の重量
$m_1$	2 自由度系における測定センサー可動部分の重量 ( $= m$ )
$m_2$	2 自由度系における測定センサー固定部の可動部分重量
$T_N$	固有振動周期
$T_{N1}$	2 自由度系における測定センサーの固有振動周期 ( $= T_N$ )
$T_0$	フーリエ級数に展開するときの基本周期
$x$	1 自由度系における測定センサー質点の変位量（応答波形）
$x_{\max}$	応答波形および推定外力波形振幅最大値
$x_n$	応答波形をフーリエ級数に展開した成分波
$x_1$	2 自由度系における測定センサー質点の相対的変位量（応答波形）
$x_2$	2 自由度系における測定センサー固定部の変位量
$x_{1\max}$	2 自由度系における応答波形振幅最大値
$\alpha$	1 自由度系において $\sigma$ を $\omega_N$ で無次元化した角振動数
$\alpha_n$	1 自由度系において $\sigma_n$ を $\omega_N$ で無次元化した角振動数
$\alpha_{eN}$	最適カットオフ角周波数を $\omega_N$ で無次元化したもの
$\alpha_1$	2 自由度系において $\sigma$ を $\omega_{N1}$ で無次元化した角振動数
$\alpha_2$	2 自由度系において $\sigma$ を $\omega_{N2}$ で無次元化した角振動数
$\beta$	1 自由度系における測定センサーの減衰定数
$\beta_1$	2 自由度系における測定センサーの減衰定数 ( $= \beta$ )
$\beta_2$	2 自由度系における測定センサー固定部の

減衰定数	$\sigma_n$	外力および応答波形をフーリエ級数に展開した成分波の角振動数
$\gamma$ : ローパスフィルターの減衰特性 (dB)	$\tau$	外力の作用時間
$\varepsilon$ : 1自由度系における正弦変動外力による応答波形の位相遅れ角	$\varphi$	ローパスフィルターの位相特性
$\varepsilon_n$ : 1自由度系における応答波形成分波の位相遅れ角	$\omega_c$	ローパスフィルターのカットオフ角周波数
$\varepsilon_2$ : 2自由度系における応答波形の位相遅れ角	$\omega_N$	1自由度系における測定センサーの固有角振動数
$\xi$ : 外力を静的な変位量に換算したもの	$\omega_{N1}$	2自由度系における測定センサーの固有角振動数 ( $=\omega_N$ )
$\xi_n$ : 外力をフーリエ級数に展開した成分波	$\omega_{N2}$	2自由度系における測定センサー固定部の固有角振動数
$\xi_p$ : 外力の最大値による静的変位量		
$\sigma$ : 正弦外力の角振動数		

港湾技研資料 No. 474

1983・12

編集兼発行人 運輸省港湾技術研究所

発 行 所 運輸省港湾技術研究所  
横須賀市長瀬3丁目1番1号

印 刷 所 株式会社 東京プリント

Published by the Port and Harbour Research Institute  
Nagase, Yokosuka, Japan.