

港湾技研資料

TECHNICAL NOTE OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

No. 471 Dec. 1983

MAC法による直投土砂の初期拡散に関する数値解析

堀 江 義

運輸省港湾技術研究所



目 次

要 旨	3
1. まえがき	3
2. 直投土砂の初期的挙動の取扱い	3
2.1 一般の流れと拡散に対する取扱いとの相違	3
2.2 従来の取扱い	4
3. 鉛直2次元系による解析	6
3.1 モデルと計算手順	6
3.2 数値計算による検討	9
4. 3次元系への拡張	23
4.1 モデルと計算手順	23
4.2 計算例	25
5. 実際問題への適用に際する問題点	26
6. ま と め	32
参 考 文 献	34

MAC法による直投土砂の初期拡散に関する数値解析

堀 江 肇*

要 旨

土捨船から投下される土砂が海水中を落下し海底に沈積する間の挙動、すなわち、土砂の落下とともに発生する誘起流れと土砂の拡散に対し、MAC法を利用した数値モデルの開発を行ったものである。

数値モデルは、鉛直2次元系と3次元系について組立てた。これらのモデルを用いて、タイムステップ、格子間隔、マーカー質量とマーカー数、沈降速度、底面でのね返り、周囲流の影響などの基本的な項目に対する特性を数値実験的に検討した。

この結果、誘起流れや土砂拡散の定性的な特性は本モデルにより再現できること、土砂の落下は個々の粒子としてではなく粒子群として沈降すること、格子間隔の結果に対する依存度が高いこと、マーカーについては質量と個数との関係よりも全質量の見積りが重要であること、などが確認された。なお実際問題への適用に際しては事前に検討すべき課題が残されていることを示した。

1. まえがき

海上での埋立工事等による渦りの周辺海域への影響予測においては、これまで数十mから数kmまたはそれ以上の領域を対象とし、また時間的にも渦りの発生から一定時間経過後を問題としてきた。したがってシミュレーションに際しては、計算の単位となる空間刻み（格子の大きさ）も高々数十mが限度で、時間刻み（タイムステップ）も数分のオーダーとなった。この場合、渦りの発生点においては格子規模以下の空間スケールの濃度分布は無視して扱えるに十分な時間が経過しており、格子内濃度は一様として扱っている。

一方、土捨船から投下される土砂が海水中を落下し海底に沈積するまでの挙動は、数秒から数分間の比較的小時間スケールで、空間的にも数十m程度までの小空間スケールと考えられる。このような土砂の落下とともに発生する誘起流れ、渦りの発生状況、堆積形状といったような渦り拡散に関する小時間小空間スケールの現象把握もまた渦り予測の精度を高めることや工事管理上極めて重要である。ところがこのような細部の挙動を再現できる手法はいまだ十分に明らかにされていない。

このため、本研究は、土捨船から投下された土砂が落下して着底後、海底に沿って四方に拡がり沈積するまでの数分間の挙動を数値モデルにて表現することを試み、このモデルを用いて、将来的には工事の工程管理や渦り

防止対策に資することを目的としたものである。

そこで本文2においては土捨船からの直投土砂の挙動に対する取扱いと一般的の流れまたは拡散に対する取扱いとの相違、および関連する従来の研究について述べる。3においてはMAC法による鉛直2次元系のモデルを取りあげ数値実験的に支配要因の特性を検討する。4においては2次元系から3次元系にモデルを拡張してその再現性を検討する。さらに5においては本文にて展開したモデルの位置づけと今後の課題について述べる。

2. 直投土砂の初期的挙動の取扱い

2.1 一般的の流れと拡散に対する取扱いとの相違

土捨船から投下される土砂が実海域においてどのような挙動をするかについては、周囲流の影響や渦度、SS等の測定配置に問題があり十分な把握は困難な状況にある。このため、直投土砂の渦りに関する調査例は数少ない。

運輸省第三港湾建設局では昭和52、53年度に大阪湾六甲埋立地近傍（水深7～15m）にて3,000～6,000D.W.T.バージから山土の直投による渦りの現地試験が実施された。付近底層での流れは最大10cm/s程度で一般には弱く、流向は刻々変化し不定であった。投下土砂の中央粒径は約2mmで、礫分、砂分で85%を占めるまさ土が用いられた。この結果によると、投下後50分程度までは大部分が底層（水深10～15m）付近において10～1,000mg/lのSSが投下点から主流方向に

* 海洋水理部 海水浄化研究室長

表-1 一般の渦りと直投土砂の取扱いの相違

	一般の渦り・水質の取扱い	直投土砂の取扱い
拡散の主因	移流、分散	密度流れ
時間	時間、月、年等 長期的持続的	0~数分、短期的、一時的
規模	数十~数百m以上	数十m以内
流れ	潮流、恒流など	静水または一方向流(定常流)
影響因子	沈降速度 フロックなど	土砂投入による誘起流 投入土砂量

前後400mにわたって観測された。

表・中層では各時間ともSS値はほとんどバックグラウンド値と区別がつかなかった。また、土砂の落下には20~100秒を要した。

一方、室内実験として早乙女・加藤³⁾は小水路(長さ3.8m、幅0.32m、水深0.6m)において1,000m³土捨船の1/32模型(両開き、捨土による船体浮上装置付)より7.5kgの土砂を落下させて渦りの流れを観測している。メモーションカメラによる写真によると、開底直後は船底両端から2つの球状フロントを形成して徐々に大きく発達しながら落下する。着底後は円環状のフロントを形成してかなりの速度で両側に拡がる状況が示されている。本実験ではこの間数秒程度とみられる。

上述のような土砂の投下により生ずる流れや土砂拡散の取扱いと、一般海域での渦り、水質の移流拡散との相違はつぎのようである。

すなわち、一般の渦り、水質に対しては移流、拡散、沈降が主因となり、時間的には数時間から年を尺度とする比較的長期にわたるもので空間的にも数十~数百メートルより大きな領域を対象とする。したがって、海域での潮流、恒流といった流れや、粒子の沈降速度、フロック現象などが重要となる。

一方、今回のような場合は、瞬間的な土砂の投入により生ずる衝撃の一時的流れで、数秒~数分間の比較的短期かつ空間的にも数十m程度までの小領域が対象となる。したがってこの間の周囲流れの影響はそれほど重要でなく、静水または一方向の定常流れの場で投しても大差ない。表-1は両者の取扱いについて簡単にまとめたものである。

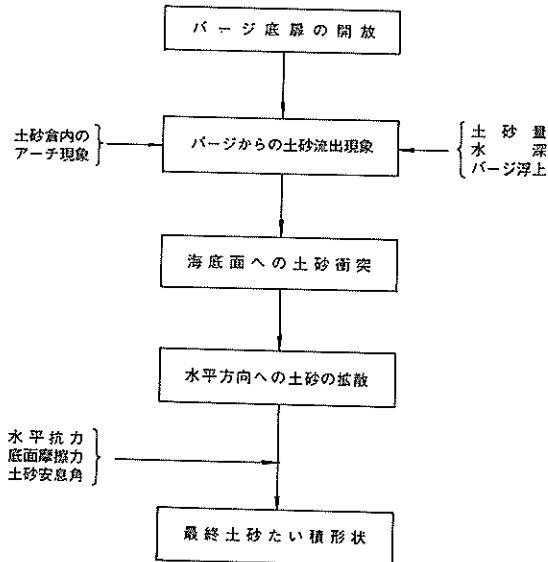
2.2 従来の取扱い

直投土砂の挙動に関する実験的、解析的研究がいくつかなされている。

小川・竹内¹⁾は底開土捨船による土砂の分散に関し、平面148cm×90cm、深さ94cmの水槽においてバー

ジ模型を用いた実験を行っている。砂塊の落下距離と所要時間の関係、砂の分散距離、砂の堆積曲線などに関する計算式が導かれ、適当な定数設定によって堆積曲線が実験値とよく一致することが示されている。さらに、砂の落下速度は個々の砂粒の沈降速度とは全く異なり、一つのかたまりとして速い速度で落下すること、投下土砂は海底のかなり広い範囲になだらかに分散すること、砂の分散は海底面に沿った水平な前進で跳躍は認められないことなどが示されている。

一方、武藤・吉井・石田²⁾は、大型底開土運船からの土投下の挙動が図-1のように表されるとし、7,500m³の実船を対象とした1/15および1/30の模型実験を行い、土砂落下時間、土砂堆積厚、堆積形状、直投限界水深等についての実験式、予測式を提案している。土砂の堆積形状は投下水深が大きくなるに従って三角形状→平

図-1 投下土砂の挙動²⁾(一部改変)

たん状→2つ山状→平たん状の順に変化することが実験で確認されている。また、堆積土の厚さ、拡散幅、頂角、堆積土砂山の間隔などが無次元によりそれぞれ一つの曲線で表されることを示している。これらの関係を用いて予測された1,000 m³型バージによる堆積形状と実測値とパラメータ：

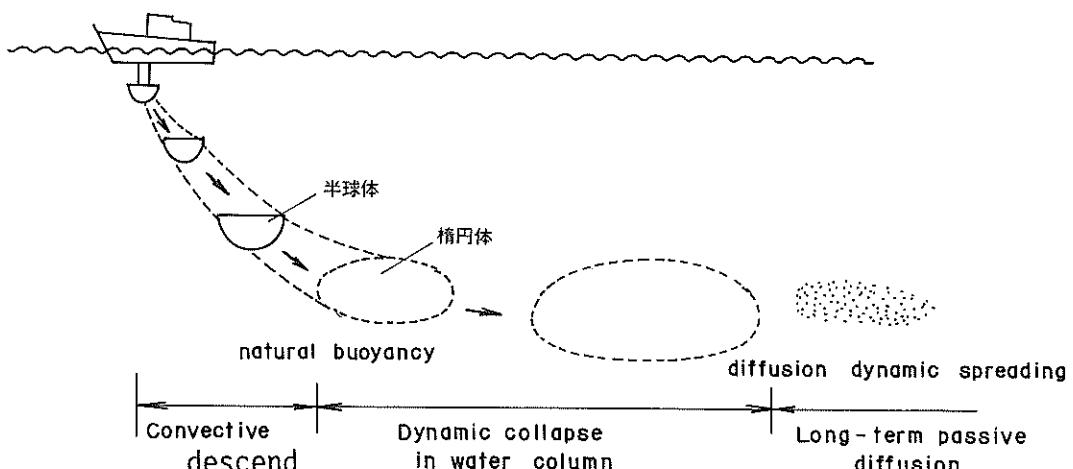
$$\frac{d_f - d_s}{H - d_s} \quad (2.1)$$

ここに、 d_f ：バージの満載吃水、 d_s ：同軽荷吃水、 H ：水深、

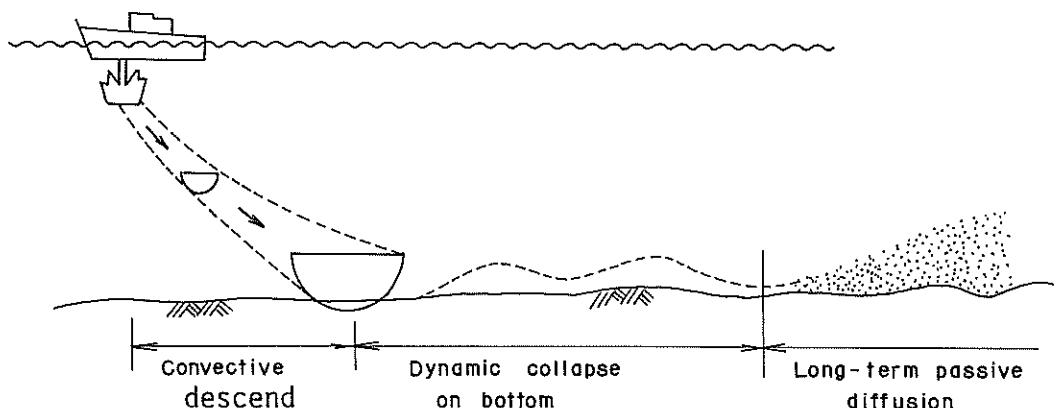
はかなりよく一致することが示されている。

また、早乙女・加藤³⁾は主として流水中での土捨船からの土砂投下により発生する渦りの実験的研究を行っており、これに先行して行われた静水中での実験は前に述べたとおりである。

一方、Koh・Chang⁴⁾は、土捨船から投下される土砂の渦り拡散を図-2に示すように落下、崩壊および拡散の3段階に分けてそれぞれの過程に対するモデル化による予測手法を展開している。まず落下の段階では、初期



(1) 水深が十分大きい、または成層が強い場合



(2) 水深が小さい場合、または成層が弱い場合

図-2 Koh-Changのモデル

の土砂塊は単純な半球体を形成し、落下しながら流体から抵抗を受けつつ周囲の海水と置換り流体を巻き込んでいく。土砂塊の中に含まれる固体粒子のうちある部分はそれから離脱して沈降する。成層した流体中では中立浮力の層に近づくにつれてこの土砂塊は減速し、乱流混合作用を受けて鉛直的な運動は減衰し水平的に拡大して周囲流体と力学的な平衡状態に近づく。成層が強いかまたは十分な水深がある場合は重力と浮力の相互作用で土砂塊は鉛直振動しつつ減衰し梢円体を形成する。逆に成層が弱いかまたは水深が浅い場合には着底して海底で崩壊する。これ以降については周囲流れによる移流拡散として取扱う。Koch & Chang はこれらの各過程に対して質量、運動量、浮力等の保存式を組立て、直投土砂の投下直後の短期的局所的拡散から長期的広域的拡散に至るまでの渦り予測モデルを提案した。このモデルにより、各時刻における土砂塊の大きさ、濃度、重心位置、流速成分等が算出できるようにした。特に初期の土砂塊の細かい力学的挙動を扱っている点、さらには温排水拡散の取扱い等に類似して拡散の時間的空間的スケールに対応した取扱いをしている点にこのモデルの特色がある。

諸条件に対する汎用性から考えると数値モデル（差分法などの）が適用できれば都合がよい。ところが直投土砂の初期拡散はこれまでの渦りや水質に対する取扱いでは擬似拡散や、周囲水と拡散雲との境界面の表現などに問題があった。このため MAC 法（Marker and Cell Method）と差分法との併用によるモデルを検討した。

MAC 法は、マーカーと呼ばれる標識子を配置してこれを移動させながら流れや物質の移動（拡散）を追跡するものである。マーカーには単に位置のみを示す意味しかもたない扱いや、質量その他の物性をもたらせた扱いがある。重い液体と軽い液体との鉛直接触面が混合するいわゆる“Rayleigh-Taylor 不安定”の成長過程の解析⁵⁾、水面への雨滴落下的解析、ダム崩壊時の段波の解析⁶⁾などに MAC 法の適用例がある。

直投土砂の初期的挙動の解析に対しても既報⁷⁾にてこの MAC 法の応用を試み、円筒座標系を用いたモデルにより静水中での土砂の落下、拡散とこれにより生ずる流れが定性的に再現し得ることを確認した。

本研究は、この MAC 法による解法を基本にして、鉛直 2 次元および 3 次元に拡張し、これらの取扱いと再現性などについて検討するものである。

3. 鉛直 2 次元系による解析

3.1 モデルと計算手順

直投土砂の落下・拡散は一般的の場合 3 次元的であり、

平面的、鉛直的に特定の挙動を示すものと思われる。ところがこうした 3 次元解析を始めから行うには計算時間や記憶容量を多量に必要とするため、数値モデルが確立されていない段階においては有利でない。先に円筒座標系を用いてこの種の解析を試みたのはこうした理由から変数と計算時間の節約をはかるためのものであった。ところが円筒座標系においては軸対称性を仮定しているため、土捨船の船底のような長方形開口部の表現や、周囲流がある場合には不都合でそのままでは適用できない。このため直交直線座標系の鉛直 2 次元座標系および 3 次元系について検討することとした。

まず数値モデルの扱い易さから鉛直 2 次元系について検討した。これはある鉛直断面内の水平および鉛直方向の土砂の挙動および流れに注目し、この面に垂直な方向については一様と仮定するものである。これはちょうど 2 次元水路で起きる現象を側壁を通して観測するのに対応している。このように水平方向には一方向に限定した制約条件のもとで 2 次元モデルを構築し、タイムステップ、マーカー数とマーカー重量の関係、格子間隔、沈降速度、流れの存在下での取扱いについていくつかの試算をして MAC 法適用に関する基本的事項の検討を行った。

モデルの組立てにあたり、平均水面上の 1 点を原点 O とし、水平方向に x 軸、鉛直上向きに z 軸をとる。

土砂の投下により誘起される流体の運動は x 軸方向の運動方程式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ = - \frac{\partial p}{\partial x} + \epsilon_z \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \epsilon_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (3.1)$$

z 軸方向の運動方程式：

$$0 = - \frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \quad (3.2)$$

および連続の式：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.3)$$

によって表される。

ここに、 ρ ：海水の密度、 (u, w) ： x, z 方向の流速成分、 p ：圧力、 (ϵ_x, ϵ_z) ： (x, z) 方向の渦動係数、 g ：重力加速度である。

式 (3.2)において、 $\partial w / \partial t, \partial w / \partial x, \partial w / \partial z, \partial^2 u / \partial x^2$ および $\partial^2 u / \partial z^2$ の各項は $\partial p / \partial z$ および ρg に比し小さくこれを無視し得るとして取扱っている。

式 (3.2)の海水密度 ρ は土砂の濃度に応じて変化し、これが流れや土砂粒子移動の力として作用する。

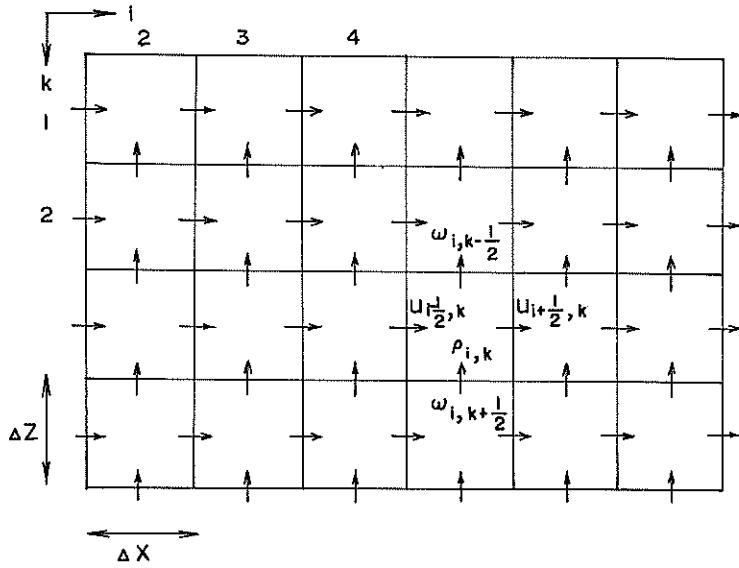


図-3 格子と変数の配置(鉛直2次元系)

いま $x - z$ 鉛直面において図-3に示されるような空間分割および変数の配置を定義することにより、式(3.1)～(3.3)はつぎのような差分式に変換される。

まず式(3.1)は、点 $(i + \frac{1}{2}, k)$ においてつぎのように差分化される。

$$\begin{aligned}
 u_{i+\frac{1}{2},k}^{(n+1)} &= u_{i+\frac{1}{2},k}^{(n)} - \frac{\Delta t}{\Delta x} u_{i+\frac{1}{2},k}^{(n+1)} \\
 &\quad (u_{i+\frac{3}{2}-a,k}^{(n)} - u_{i+\frac{1}{2}-a,k}^{(n)}) \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta z} \bar{w}_{i+\frac{1}{2},k+\frac{3}{2}}^z (u_{i+\frac{1}{2},k-1+b}^{(n)} - u_{i+\frac{1}{2},k+b}^{(n)}) \\
 &\quad + M_x \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} (u_{i+\frac{3}{2},k}^{(n)} + u_{i-\frac{1}{2},k}^{(n)} - 2u_{i+\frac{1}{2},k}^{(n)}) \\
 &\quad + VMIX \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} g \frac{1}{\rho_{i+\frac{1}{2},k}^z} \sum_{l=1}^k H_{i,l} (\rho_{i+1,l}^{(n)} - \rho_{i,l}^{(n)}) \\
 &\quad - \frac{1}{4} \frac{\Delta t}{\Delta x} g \frac{\rho_{i+1,1}^{(n)} + \rho_{i,1}^{(n)}}{\rho_{i+\frac{1}{2},k}^z} (\zeta_{i+1}^{(n)} - \zeta_i^{(n)}) \\
 &\quad - \frac{1}{4} \frac{\Delta t}{\Delta x} g \frac{\rho_{i,1}^{(n)} + \rho_{i+1,1}^{(n)}}{\rho_{i+\frac{1}{2},k}^z} (\zeta_{i+1}^{(n+1)} - \zeta_i^{(n+1)}) \\
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

ここに、

M_x : 水平渦動粘性係数, M_z : 鉛直渦動粘性係数,

$$\bar{\rho}_{i+\frac{1}{2}}^z = \frac{1}{2} (\rho_{i+1,k}^{(n)} + \rho_{i,k}^{(n)}) \tag{3.5}$$

$$\bar{w}_{i+\frac{1}{2},k+\frac{3}{2}}^z = \frac{1}{2} (w_{i+1,k+\frac{3}{2}}^{(n)} + w_{i,k+\frac{3}{2}}^{(n)}) \tag{3.6}$$

$$\begin{aligned}
 H_{i,l} &= \begin{cases} \Delta z_{i,l} & (1 \leq l \leq KMAX-1) \\ (1/2) \Delta z_{i,l} & (l = KMAX) \end{cases} \\
 VMIX &= \begin{cases} M_z \frac{\Delta t}{(\Delta z)^2} (u_{i+\frac{1}{2},k+1}^{(n)} - u_{i+\frac{1}{2},k}^{(n)}) & (k = 1) \\ M_z \frac{\Delta t}{(\Delta z)^2} (u_{i+\frac{1}{2},k+1}^{(n)} + u_{i+\frac{1}{2},k-1}^{(n)}) & (1 < k < KMAX) \\ M_z \frac{\Delta t}{(\Delta z)^2} (u_{i+\frac{1}{2},KMAX-1}^{(n)} - u_{i+\frac{1}{2},KMAX}^{(n)}) \\ - \gamma_b^2 \frac{\Delta t}{(\Delta z)} |u_{i+\frac{1}{2},KMAX}^{(n)}| & (k = KMAX) \end{cases} \\
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

γ_b^2 : 海底摩擦係数,
である。

さらに、 u のサフィックスにある添字 a, b は上流差分をとるためパラメータであり、

- $a = 1$ ($u_{i+\frac{1}{2}, k}^{(n)} \geq 0$ の場合)
 $a = 0$ ($u_{i+\frac{1}{2}, k}^{(n)} < 0$ の場合)
 $b = 1$ ($w_{i+\frac{1}{2}, k+\frac{3}{2}}^{(n)} \geq 0$ の場合)
 $b = 0$ ($w_{i+\frac{1}{2}, k+\frac{3}{2}}^{(n)} < 0$ の場合)

である。

式(3.1)右辺の圧力項 $\partial p / \partial x$ は式(3.2)より得られる関係式：

$$p = \rho g (\zeta - z) + p_0 \quad (3.9)$$

p_0 : $z = \zeta$ (水面)における圧力(大気圧)

を代入して変形されている。

式(3.4)は未知量 $u_{i+\frac{1}{2}, k}^{(n+1)}$, $\zeta_{i+1}^{(n+1)}$ および $\zeta_i^{(n+1)}$ について整理すると、

$$\begin{aligned} u_{i+\frac{1}{2}, k}^{(n+1)} &= GBB_{i+\frac{1}{2}, k} - GTM_{i+\frac{1}{2}, k} \\ &\quad (\zeta_{i+1}^{(n+1)} - \zeta_i^{(n+1)}) \end{aligned} \quad (3.10)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} GBB_{i+\frac{1}{2}, k} &= \frac{BB_{i+\frac{1}{2}, k}}{GAM_{i+\frac{1}{2}, k}} \\ GTM_{i+\frac{1}{2}, k} &= \frac{TEM_{i+\frac{1}{2}, k}}{GAM_{i+\frac{1}{2}, k}} \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} BB_{i+\frac{1}{2}, k} &= u_{i+\frac{1}{2}, k}^{(n)} - \frac{dt}{dz} w_{i+\frac{1}{2}, k+\frac{3}{2}}^{(n)} \\ &\quad (u_{i+\frac{1}{2}, k-1+b}^{(n)} - u_{i+\frac{1}{2}, k+b}^{(n)}) \\ &\quad + M_z \frac{dt}{(dx)^2} (w_{i+\frac{3}{2}, k}^{(n)} + w_{i-\frac{1}{2}, k}^{(n)}) \\ &\quad - 2u_{i+\frac{1}{2}, k}^{(n)}) + VMIX \\ &\quad - \frac{dt}{dx} g \frac{1}{\rho_{i+\frac{1}{2}, k}^z} \sum_{l=1}^k H_{i, l} (\rho_{i+1, l}^{(n)} \\ &\quad - \rho_{i, l}^{(n)}) \end{aligned}$$

$$- \frac{1}{4} \frac{dt}{dx} g \frac{\rho_{i+1, 1}^{(n)} + \rho_{i, 1}^{(n)}}{\rho_{i+\frac{1}{2}, k}^z}.$$

$$(\zeta_{i+1}^{(n)} - \zeta_i^{(n)}) \quad (3.12)$$

$$GAM_{i+\frac{1}{2}, k} = 1 + \frac{dt}{dx} (u_{i+\frac{3}{2}-a, k}^{(n)} - u_{i+\frac{1}{2}-a, k}^{(n)})$$

$$(3.13)$$

$$TEM_{i+\frac{1}{2}, k} = \frac{1}{4} \frac{dt}{dx} g \frac{1}{\rho_{i+\frac{1}{2}, k}^z} (\rho_{i+1, 1}^{(n)} + \rho_{i, 1}^{(n)}) \quad (3.14)$$

である。

一方、式(3.3)を $-h \leq z \leq \zeta$ (h :海底)の範囲で z について積分し、底面の条件式：

$$u \frac{\partial h}{\partial x} + w = 0 \quad (\text{at } z = -h \text{ (海底)}) \quad (3.15)$$

を適用すれば

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} u dz = 0 \quad (3.16)$$

となる。

式(3.16)は点 i において次式のように差分化される。

$$\begin{aligned} \zeta_i^{(n+1)} &= \zeta_i^{(n)} - \frac{dz \cdot dt}{2dx} \sum_{k=1}^{KMAX} (u_{i+\frac{1}{2}, k}^{(n)} \\ &\quad - u_{i-\frac{1}{2}, k}^{(n)}) - \frac{dz \cdot dt}{2dx} \sum_{k=1}^{KMAX} \\ &\quad (u_{i+\frac{1}{2}, k}^{(n+1)} - u_{i-\frac{1}{2}, k}^{(n+1)}) \end{aligned} \quad (3.17)$$

式(3.17)を未知量 $\zeta_i^{(n+1)}$, $u_{i+\frac{1}{2}, k}^{(n+1)}$, $u_{i-\frac{1}{2}, k}^{(n+1)}$ で整理すると、

$$\zeta_i^{(n+1)} = RR_i - CX \cdot \sum_{k=1}^{KMAX} (u_{i+\frac{1}{2}, k}^{(n+1)} - u_{i-\frac{1}{2}, k}^{(n+1)}) \quad (3.18)$$

ここに、

$$RR_i = \zeta_i^{(n)} - \frac{dz \cdot dt}{2dx} \sum_{k=1}^{KMAX} (u_{i+\frac{1}{2}, k}^{(n)} - u_{i-\frac{1}{2}, k}^{(n)}) \quad (3.19)$$

$$CX = \frac{dz \cdot dt}{2dt} \quad (3.20)$$

である。

式(3.18)に式(3.10)を代入して整理すると、

$$\zeta_i^{(n+1)} = PP_i \cdot \zeta_{i+1}^{(n+1)} + QQ_i \quad (3.21)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} PP_i &= \frac{CXT_{i+\frac{1}{2}}}{1 + CXT_{i-\frac{1}{2}} + CXT_{i+\frac{1}{2}}} \\ QQ_i &= \frac{CRR_i + CXT_{i+\frac{1}{2}} \cdot \zeta_{i-1}^{(n+1)}}{1 + CXT_{i-\frac{1}{2}} + CXT_{i+\frac{1}{2}}} \end{aligned} \right\}$$

$$CRR_i = RR_i - CX \sum_{k=1}^{KMAX} (GBB_{i+\frac{1}{2}, k} - GBB_{i-\frac{1}{2}, k})$$

$$CXT_i = CX \cdot \sum_{k=1}^{KMAX} GTM_{i,k} \quad (3.22)$$

式(3.21)において $i \rightarrow i-1$ とすれば、

$$\zeta_{i-1}^{(n+1)} = PP_{i-1} \cdot \zeta_i^{(n+1)} + QQ_{i-1} \quad (3.23)$$

が得られる。式(3.23)を式(3.22)の第2式に代入し、さらに式(3.21)を用いるとつぎの関係式が導かれる。

$$\zeta_i^{(n+1)} = PP_i \cdot \zeta_{i+1}^{(n+1)} + QQ_i \quad (3.24)$$

ここに、

$$PP_i = \frac{CXT_{i+\frac{1}{2}}}{1 + CXT_{i-\frac{1}{2}} + CXT_{i+\frac{1}{2}} - CXT_{i-\frac{1}{2}} \cdot PP_{i-1}} \quad (3.25)$$

$$QQ_i = \frac{CRR_i + CXT_{i-\frac{1}{2}} \cdot QQ_{i-1}}{1 + CXT_{i-\frac{1}{2}} + CXT_{i+\frac{1}{2}} - CXT_{i-\frac{1}{2}} \cdot PP_{i-1}} \quad (3.26)$$

式(3.24)によって水位 $\zeta^{(n+1)}$ が逐次計算される。

一方、流速 $u^{(n+1)}$ は上により計算された $\zeta^{(n+1)}$ を式(3.10)に代入することにより求められる。

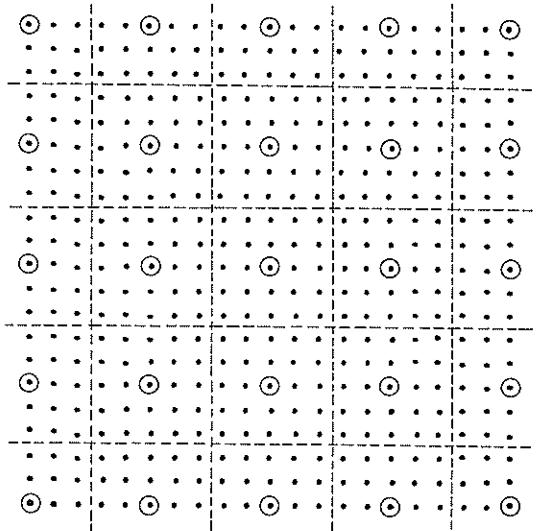
以上により、与えられた海水密度 ρ の分布に対する流れ(u, w)および水位 ζ が計算される。これまでの手順は差分法に基づく流れの計算そのものである。

つぎに直投土砂の移動を追跡するため適当なマーカーを定義しこれを利用する。このマーカーは土砂の粒子に対応させるものであるが、個々の土砂粒子をそれぞれマーカーに対応させるのでは個数が多くて計算時間や計算機の記憶容量を浪費するだけで実用的でない。このため、個々の粒子の運動を同一とみなしても差支えのない程度の粒子群の代表粒子として1個のマーカーを割り当てるという方法をとる(図-4)。この場合、マーカーの質量はマーカーの個数および流れを誘起する密度としてどの程度寄与するかにより見積もる。このことについては次節で検討する。

さて、適当な質量をもたせた適当な数のマーカーが所定の位置に配置され、これが流れにより移動する。このマーカーの移動は次式に従って計算される。

$$\left. \begin{aligned} l_z^{(n+1)} &= l_z^{(n)} + u^{(n+1)} \cdot dt \\ l_z^{(n+1)} &= l_z^{(n)} + w^{(n+1)} \cdot dt \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

ここに、(l_x, l_z)はマーカーの座標であり、(u, w)はマーカー位置における流速である。 (u, w) はマーカーを取り囲む4点の流速を内挿補間して与える。式(3.27)



• 砂粒子

◎ マーカー

図-4 マーカーの定義

にしたがって計算されたマーカーの新しい座標が計算領域外になる場合、海面上または海底に出るとときは海面または海底に戻し、また水平的に領域外に出るとときはそのまま放置して以降の計算にはそのマーカーを扱わないこととする。

式(3.27)により移動したマーカーにより新たに決定される各メッシュの密度は次式により計算される。

$$\rho_{i,k}^{(n)} = \frac{N_{i,k}^{(n)} \cdot w_m}{dx \cdot dz} + \rho_0 \quad (3.28)$$

ここに、 ρ_0 :周囲水の海水密度、 $N_{i,k}^{(n)}$:(i, k)メッシュ内の時刻 $n \Delta t$ におけるマーカーの個数、 w_m :マーカー1個当たりの質量である。

式(3.28)で決定される新しい密度 $\rho_{i,k}^{(n)}$ を式(3.4)に適用することにより、新しい密度場における流れが次の時間ステップで計算される。

以上の計算手順のフローを示すと図-5のようになる。

3.2 数値計算による検討

(1) 計算条件と基本ケースの計算例

3.1で述べたモデルに対していくつかの検討すべき課題がある。その一つは3次元多層流れの解析に付随する問題で、計算時間と記憶容量の大きさに対する取扱いが最大の課題である。これに関しては既報⁷⁾の円筒座標系から、今回の鉛直2次元系および3次元系へと順次モデルを拡張し問題点を明らかにしてきた。タイムステップ

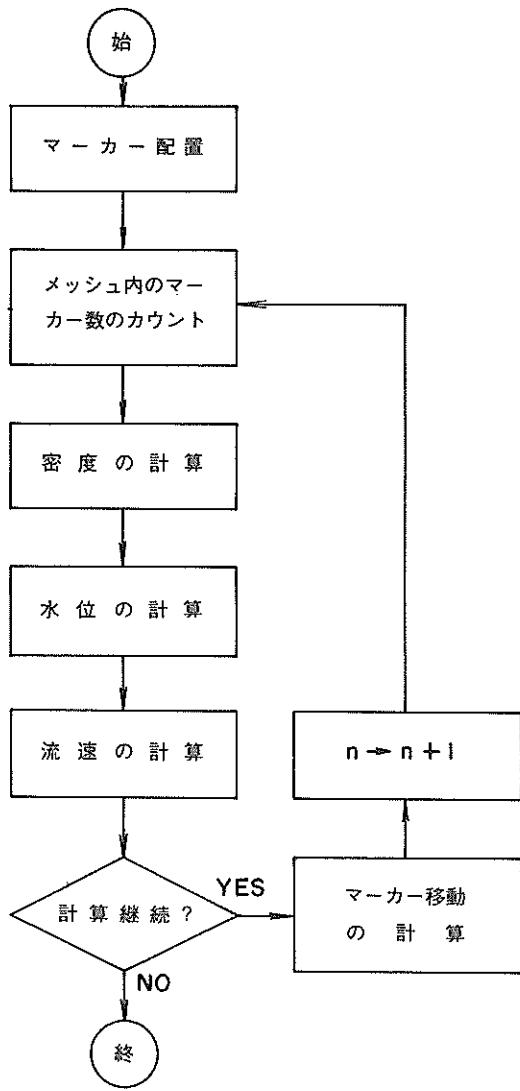


図-5 計算手順

と格子間隔による影響を同時に検討した。また他の一つは MAC 法の計算に付随する問題で、マーカー数とマーカー重量、流水中での拡散、沈降速度をもつ粒子の拡散や海底でのね返りに対する取扱いである。これらの問題点を明らかにするため、主として鉛直 2 次元系のモデルにより表-2 に示す条件で、タイムステップ、水平格子間隔、マーカー数、マーカー質量、粒子の沈降速度、海底でのね返り、周囲流等を変化させたシミュレーションを行い比較した。

計算は全ケース 9 層とし、層厚 d_z はすべて 2 m とした。水平格子 d_x は 5 m または 2.5 m の等格子とした。水平渦動粘性係数 M_x は全ケースとも全域 $10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、鉛直渦動粘性係数 M_z は $10^2 \text{ cm}^2/\text{s}$ とした。海底摩擦係数

γ_b^2 は全域 0.0026 とした。マーカー数およびマーカー質量は、基本ケースにおいては両者の積が 20000 g となるよう設定した。これはマーカーが計算開始時に配置されるメッシュにおいては海水の密度が 0.05 g/cm^3 だけ増加する量に相当している。

計算の開始に当たり、最初に配置されたマーカーは瞬間に解放されるものとして取扱った。

図-6(1)～同(7)はケース 3 の計算結果から土砂投入開始後それぞれ 2 秒、10 秒、20 秒、30 秒、60 秒、120 秒および 300 秒におけるマーカー位置(・点)と誘起流れのベクトルを示したものである。このケースにおいては、 $i = 31, 32, k = 1, 2$ の 4 メッシュのそれぞれに対して 1 個 100 g の質量マーカーを単位の厚さ(1 cm)につき 50 個、系全体としては計 200 個を配置した。同時に $i = (29 + (1/2)), (31 + (1/2)), k = (1/2), (2 + (1/2))$ で囲まれる境界には計 140 個の境界マーカー(質量は零)を配置した。上記質量マーカーの配置により、これを含むメッシュでは

$$\frac{100 \text{ g/個} \times 50 \text{ 個}}{500 \text{ cm} \times 200 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}} = 0.05 \text{ g/cm}^3$$

の海水密度が増加したことと相当する。

各粒子の沈降速度、海底でのね上がりならびに周囲流はいずれもないものとして扱った。

図-6 の結果によると、マーカーし(弛)緩後 2 秒(同図(1))でマーカー直下の流体は下方に移動し、その補流として隣接する外側の流体は上方に移動する鉛直循環流となり、マーカー群表層部は両側からの向心流によって圧縮される。マーカーし緩後 10 秒(図-6(2))、同 20 秒(図-6(3))ではこの傾向が発達しマーカー群上部はますますその幅を減じる一方、マーカー群下部のフロントは半円筒形へと移行していく。この間、鉛直面内の循環流も発達し、表層では投下点中央から 25 m くらいまでその影響が及んでいる。マーカーし緩後 30 秒(図-6(4))では鉛直循環流がさらに発達を続けて投下点中心から 40 m 付近まで及ぶ一方、マーカーの左右のフロントは外側でやや遅れ始める。これは 3 次元的な落下でそのフロントが円環状を形成するのに対応している。マーカーし緩後約 40 秒でマーカー群下面は海底に到達し、以後フロントは海底に沿って左右に 30~40 cm/秒の速度で拡がる。マーカーし緩から着底までに要する時間(約 40 秒)よりマーカー群の沈降速度を計算すると

$$\frac{1,400 \text{ cm}}{40 \text{ 秒}} = 35 \text{ cm/秒}$$

となり、これをストークスの式に従って静水中での単粒

表-2 検討ケース計算条件

ケース	Δx (m)	Δz (m)	層数	タイム ステップ $4T$ (秒)	M_x (cm^2/s)	M_z (cm^2/s)	γ_b^3	マー カ ー 数	マー カ ー 1個の重 量(g)	沈降 速度 (cm/s)	はね 返り	流れ
1	5	2	9	1.0	10^5	10^2	0.0026	200	100	0	-	0
2	5	2	9	0.2	10^6	10^2	0.0026	200	100	0	-	0
3	5	2	9	0.5	10^5	10^2	0.0026	200	100	0	-	0
4	2.5	2	9	0.2	10^5	10^2	0.0026	400	50	0	-	0
5	2.5	2	9	0.2	10^5	10^2	0.0026	168	119	0	-	0
6	2.5	2	9	0.2	10^5	10^2	0.0026	400	25			0
7	2.5	2	9	0.2	10^6	10^2	0.0026	400	50	-	-	5 cm/s 対数分布
8	2.5	2	9	0.2	10^6	10^2	0.0026	400	50	0	-	10 cm/s
9	2.5	2	9	0.2	10^6	10^2	0.0026	400	50	-	-	10 cm/s ^{*)} 対数分布
10	2.5	2	9	0.2	10^5	10^2	0.0026	400	50	0	-	$10 \text{ cm/s}^{(*)}$ 一様流
11	2.5	2	9	0.2	10^5	10^2	0.0026	400	50	10 cm/s	-	0
12	2.5	2	9	0.2	10^5	10^2	0.0026	400	50	10 cm/s	10 cm/s	0
12'	2.5	2	9	0.2	10^5	10^2	0.0026	400	50	10 cm/s	20 cm/s	0

*) マーカー移動時のみ考慮した。

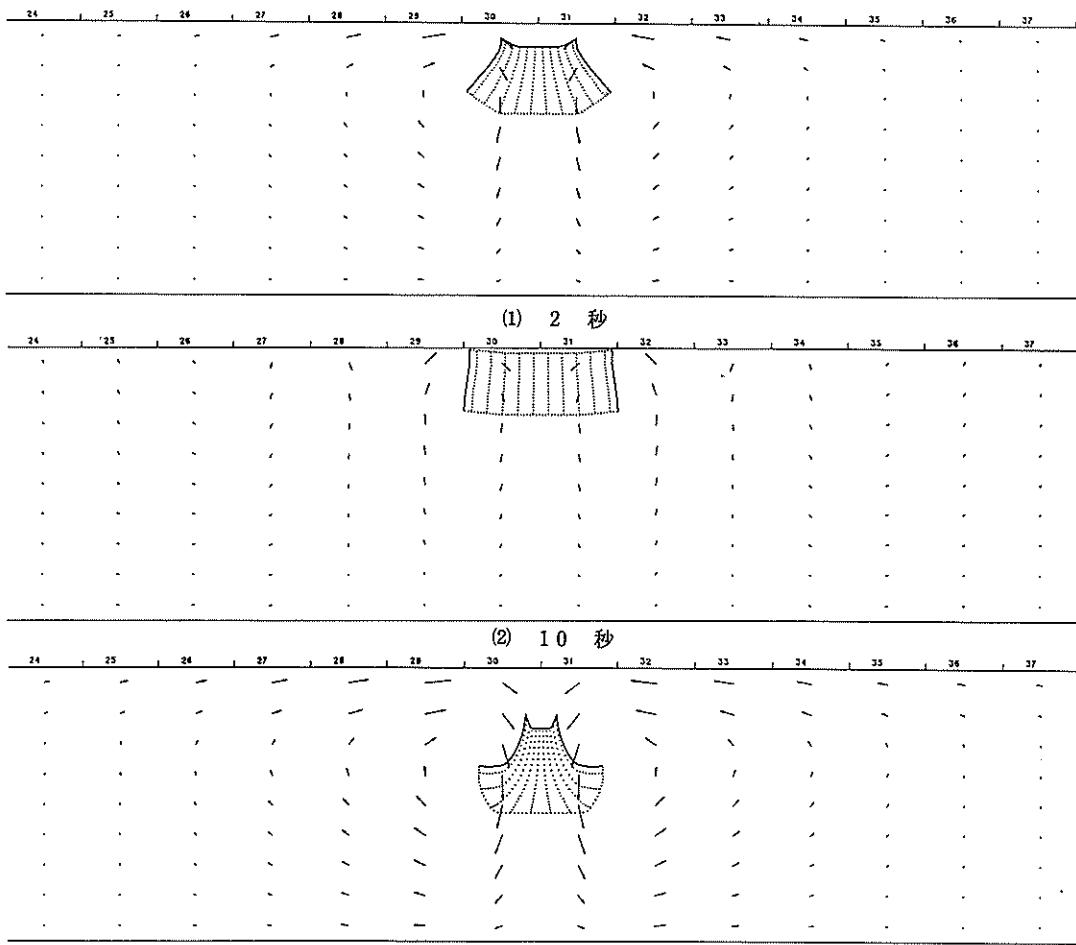


図-6 土砂の拡散と誘起流れ(ケース3)

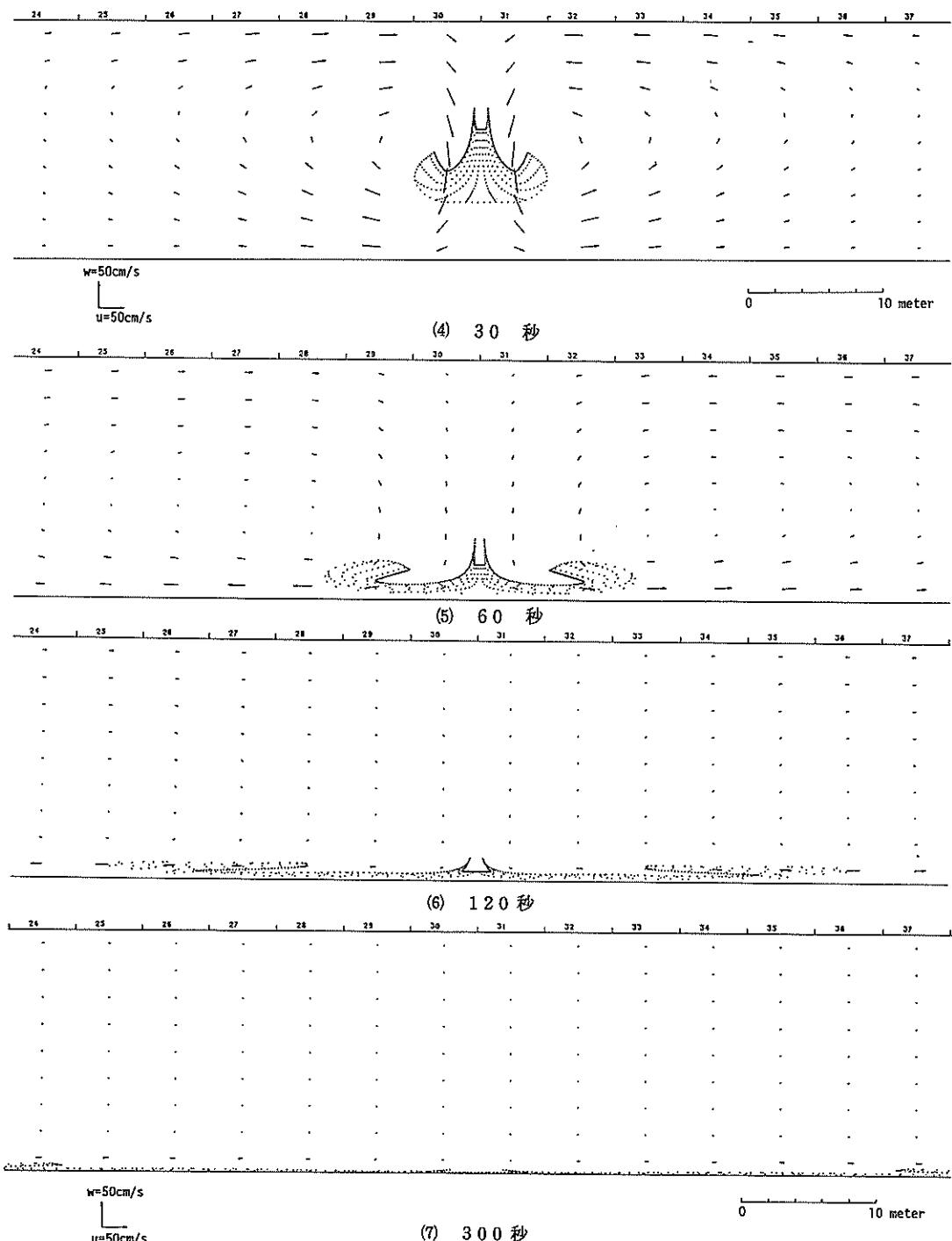


図-6 土砂の拡散と誘起流れ(ケース3)

子の粒径に換算すると約0.6mm径となる。武藤ら²⁾が実験的に確認しているように、直投土砂はその初期においては粒子群として挙動し、個々の単一粒子よりも速い速度で落下することを示している。図-6(5)は60秒後の

状況を示すもので、マーカーは底面に沿って環状(鉛直2次元であるため実際は左右のみ)に外側へ拡がっている。周囲の流れは減衰を経て鉛直循環流の規模も小さくなり始めている。図-6(6)に示すように120秒になると

流れはほとんど減衰し、底面に沿う外向きの水平流のみが依然として残り、この流れがマーカーを外向きに移動させている。図-6(7)に示すように300秒後では底面を沿う流れもほとんど消滅しマーカーの移動はほぼ停止する。この間マーカーは投入点中心から左右にそれぞれ60～65m(水深の3～3.5倍程度)にわたり底面上ほぼ一様に分布している。

以上の結果から、鉛直2次元系内において直投土砂の落下、拡散および誘起流れの定性的な挙動が本モデルにより再現されることがわかる。

(2) タイムステップ

この種の3次元計算においては計算時間を節約するため、タイムステップはできるだけ大きくとったほうが有利である。しかし、計算を安定的に行いかつ現象に適合した結果を得るためにタイムステップにも大きさの限

界があるはずである。タイムステップは格子間隔に関係し、陽解法の場合

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{\sqrt{2gh}} \quad (3.29)$$

ここに、 h :全水深

を満たすことが第1条件となる。

本モデルは3.1で述べたように運動方程式の圧力項に對して台形陰解法を適用しているため、式(3.29)のタイムステップに関する制約は緩和されると考えられる。このため、式(3.29)に対して $\Delta x = 500\text{ cm}$, $g = 980\text{ cm/s}^2$, $h = 1,800\text{ cm}$ を代入して得られる $\Delta t < 0.266\text{ 秒}$ を基準にして0.2秒、0.5秒、1.0秒および2.0秒について試算し結果を比較した。

図-7は $\Delta t = 1.0\text{ 秒}$ (ケース1), 0.5秒(ケース3)および0.2秒(ケース2)に対するマーカーし緩後30秒

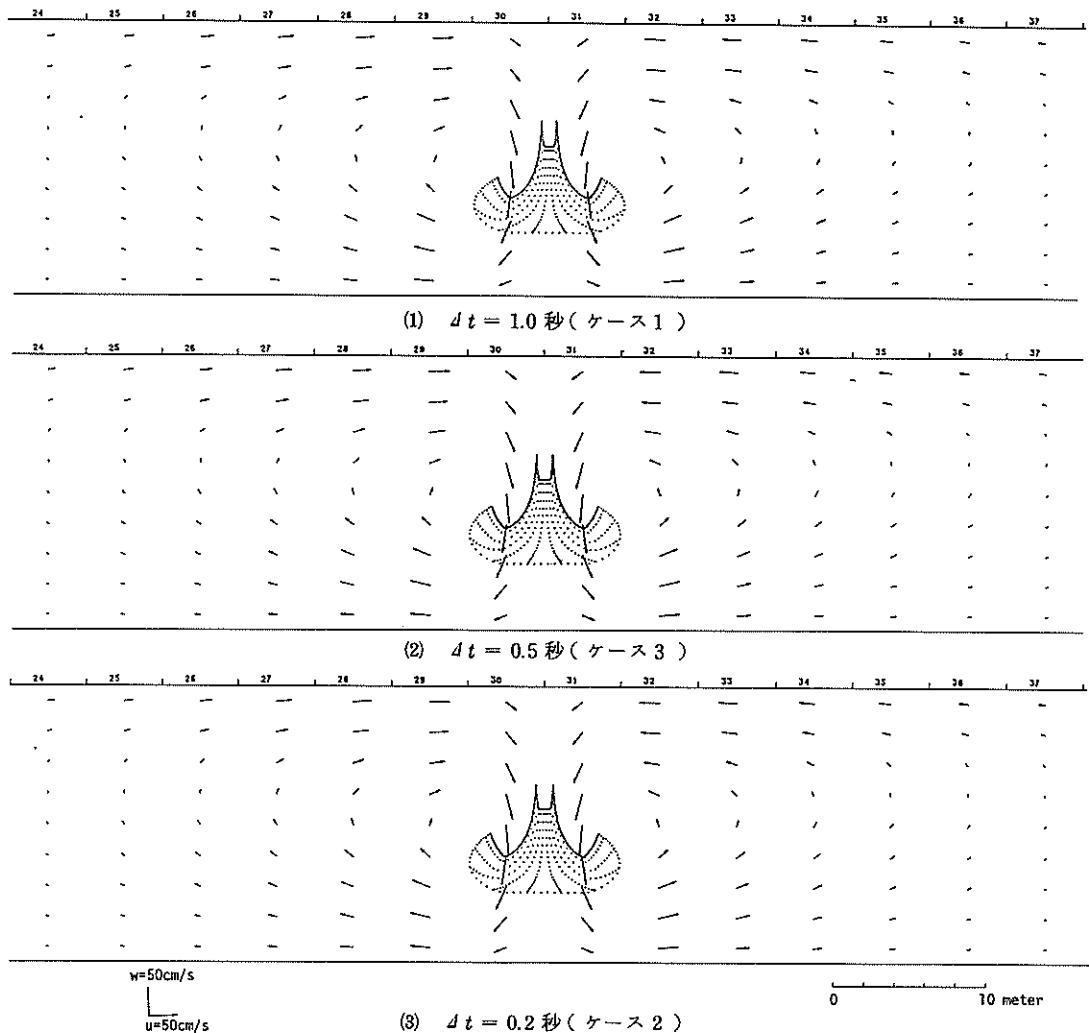


図-7 土砂の拡散と誘起流れ(投下後30秒)

秒の流れベクトルおよびマーカー位置を示したものである。し緩後 2 秒では流れの分布に多少差違がみられタイムステップの小さいほうが鉛直渦の形成は早いようであるが、図-7 の 30 秒後では 3 者の間にほとんど差はない、マーカー群前面の前進速度はほぼ同一といえる。一方、 $\Delta t = 2.0$ 秒については発散して解が得られなかった。このことから安定な計算ができてしまも結果にそれほど大きな影響を及ぼさないタイムステップはおよそ次の関係式より設定されよう。

$$\Delta t < \frac{\alpha \Delta x}{\sqrt{2gh}}, \quad \alpha \leq 3.5 \quad (3.30)$$

(3) マーカー数とマーカー重量

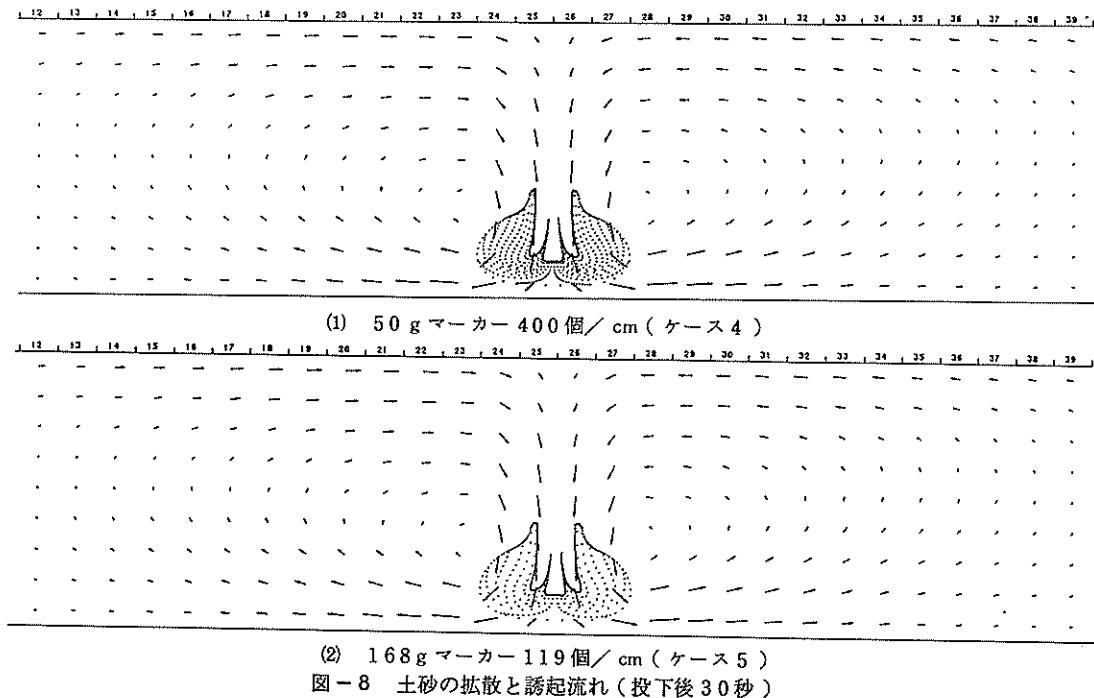
既述のように、マーカーは土粒子と 1 対 1 で対応しているのではなく、粒子の運動が同一とみなせるグループの粒子を代表するものである。したがって、個数は出来るだけ減らし、その分だけマーカー 1 個当たりの質量を大きくしたほうが扱いは容易である。このため、 $\Delta x = 2.5$ m とし、マーカー質量 50 g のものを幅 1 cm 当たり 400 個配置したケース 4、マーカー質量 168 g のものを 119 個配置したケース 5、およびマーカー質量 400 g のものを 26 個配置したケース 6 について計算し比較した。この場合、ケース 4 およびケース 5 においてはマーカーの配置により増加する海水密度は 0.05 g/cm^3 になるようにし、ケース 6 においては海水密度の増分が 0.025 g/cm^3 になるようにしている。

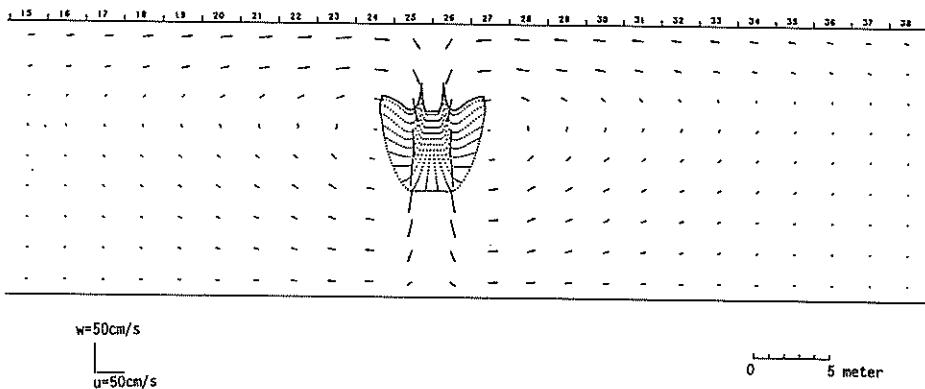
図-8 (1) および同(2) はそれぞれケース 4 およびケース 5 のマーカーし緩後 30 秒の流れベクトルとマーカー位置とを示したものである。両図を対比すると明らかかなように、誘起流れとマーカー群の形状には両者間にほとんど有意な差はない、単位幅当たりのマーカー数を 100 倍余にしても全体としての質量が同じであれば結果はほとんど同一であるといえる。この意味でマーカー数は必要最少限に留めて計算を容易にすることが有利であるが、マーカーによる可視化も本法の特長の一つであるから、本計算例では 300~500 程度のマーカーを配置するのが適当と思われる。一方、図-8 (3) はケース 6 の 30 秒後の結果を示したものである。

ケース 4 とケース 6 のマーカー群の下端、上端および右端の前進状況の経時変化を比較したものが図-9 である。図-8 および図-9 より明らかなように、マーカーの全質量が小さいケース 6 がマーカー群の下端、上端、両側端とも前進速度が小さく、鉛直循環流も小さい。したがって、このような密度差に基づいて生ずる流れ、拡散についてはマーカーの全質量をどれほどに見積もるかが重要な問題となる。

(4) 格子間隔

計算機の記憶容量の節約という点では格子間隔はできるだけ大きくとるほうが有利である。このため、格子間隔 $\Delta x = 2.5$ m としその他のケース 2 と同一としたケース 4 について結果を比較した。30 秒後の結果は図-10 (1),





(3) 400 g マーカー 25 個/cm (ケース 6)
図-8 土砂の拡散と誘起流れ (投下後 30 秒)

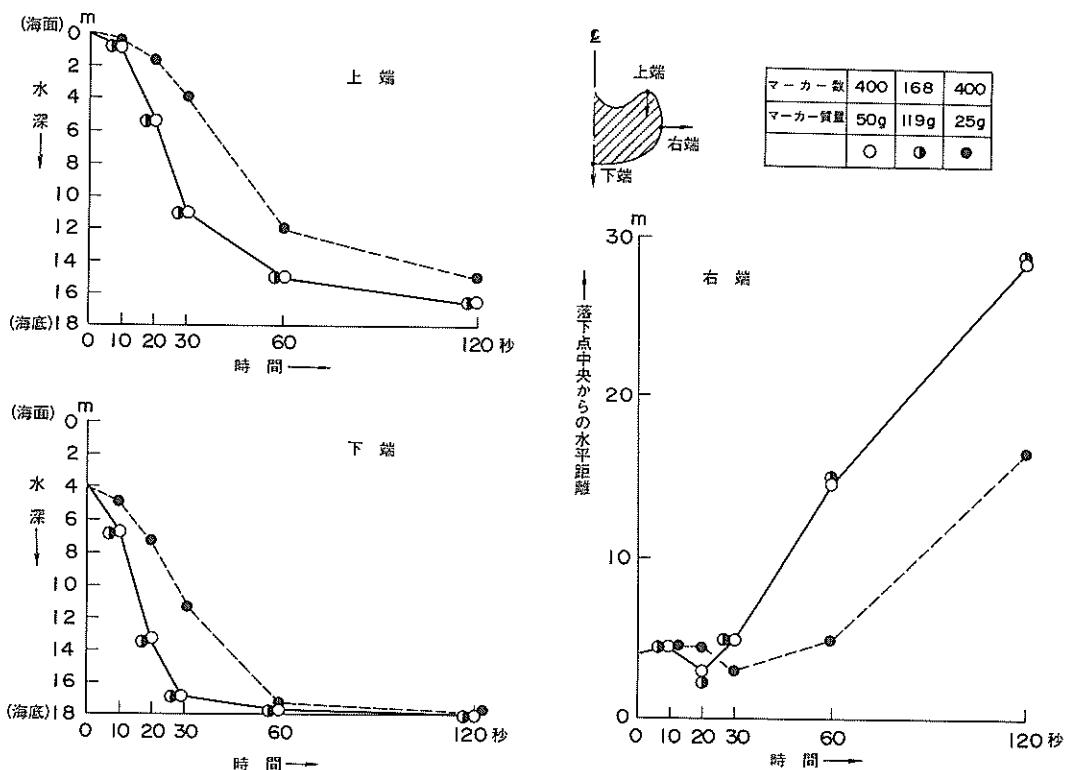


図-9 拡散雲先端位置の時間変化

同(2)に示すようになり、格子間隔 5 m のケース 2 ではマークー群がまだ落下過程にあるのに対し、格子間隔 2.5 m のケース 4 ではほぼ着底している。図-9 と同様にケース 2 とケース 4 のマークー群の下端、上端および右端の経時変化を図に示すと図-11 のようになる。マークー群の運動がほぼ静止するまでの間では格子間隔が小さいケース 4 のほうがマークー群先端の前進速度は大であることがわかる。

このように格子の大きさを細かくすれば流れや粒子の移動速度が大となるが、同じ領域の計算をするには未知量の数が増えて記憶容量が大となるばかりでなく、(2)で述べたタイムステップも小さくとらなければならなくなるため、計算に要する時間は大となる。したがって格子の大きさは再現する現象の規模に応じて決められるもので、水理実験や現地試験などを行って検討されなければならない。

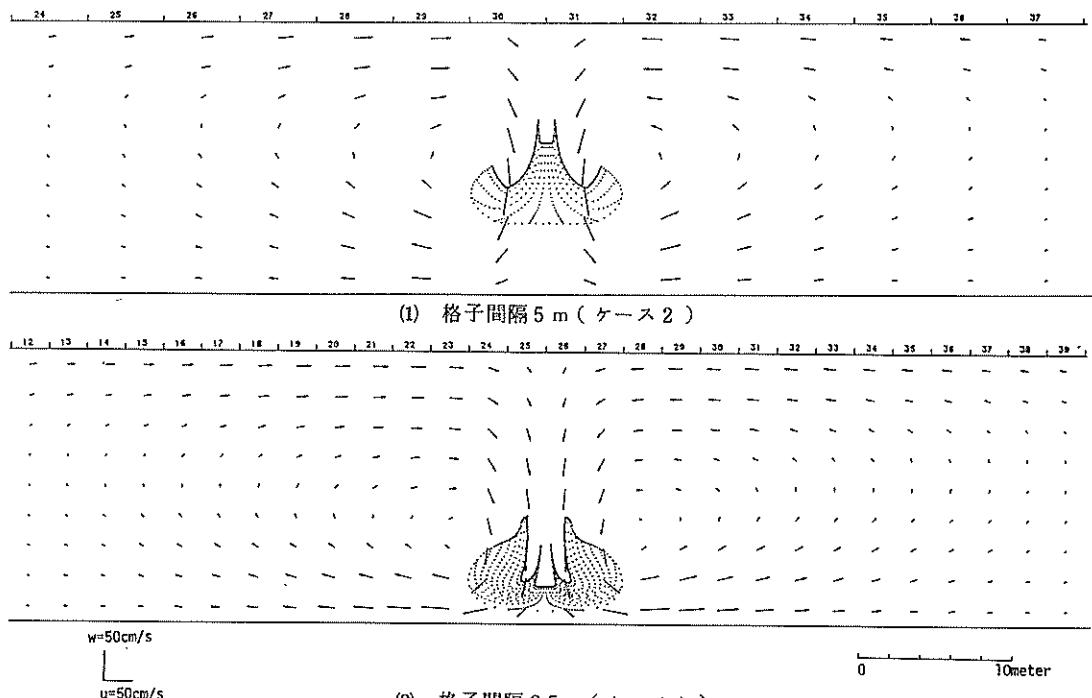


図-10 土砂の拡散と誘起流れ(投下後30秒)

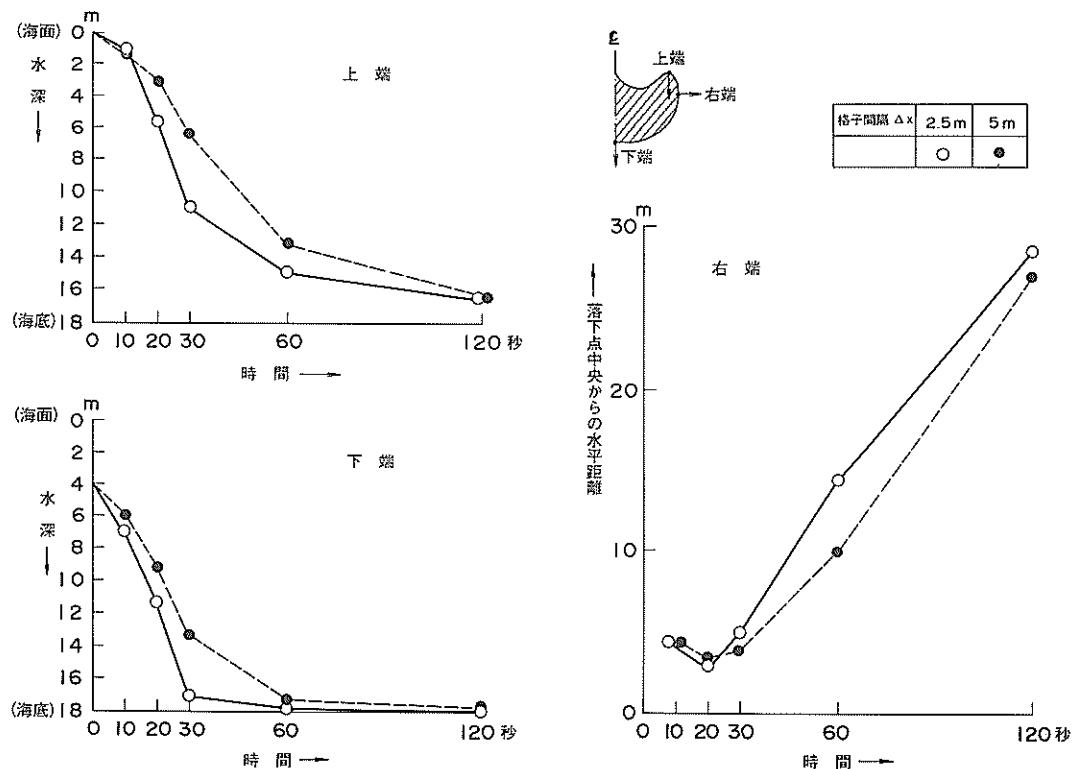


図-11 拡散雲先端位置の時間変化

(5) 沈降速度と海底でのね返り

これまでの扱いではマーカーは流れにより式(3.27)によってのみ移送されるものとしてきた。これは、単一の微小粒子の沈降速度が土粒子塊として沈降する速度に比して小さいため、個々のマーカーが周囲流体と一緒に運動すると考えた場合に成立つ。ところが土粒子径が十分大きくて誘起される周囲流より速く沈降する場合にはマーカー移動に際して式(3.27)の第2式に適当な下向きの成分を次式のような形で与える必要がある。

$$l_z^{(n+1)} = l_z^{(n)} + (w^{(n+1)} - w_0) \Delta t \quad (3.31)$$

ここに w_0 は下向きを正にとった流速成分であるが、この w_0 は静水中で微細粒子の沈降速度そのものではなく、マーカー周辺の流体の流速に対する相対速度に相当する流速である。この相対速度 w_0 の大きさについては評価し難いが、この効果を数値計算で確認するため、ケース11として w_0 に 10 cm/s を与えたシミュレーションを行った。格子間隔 $\Delta x = 2.5 \text{ m}$ 、マーカー質量 50 g を幅 1 cm 当たり 400 個配置等はケース4と同一条件である。図-12はケース11の結果を示したものである。マーカー群の落下速度はケース4に比して大きく、30秒付近で着底し、底面に沿って左右に拡がるが、マーカー

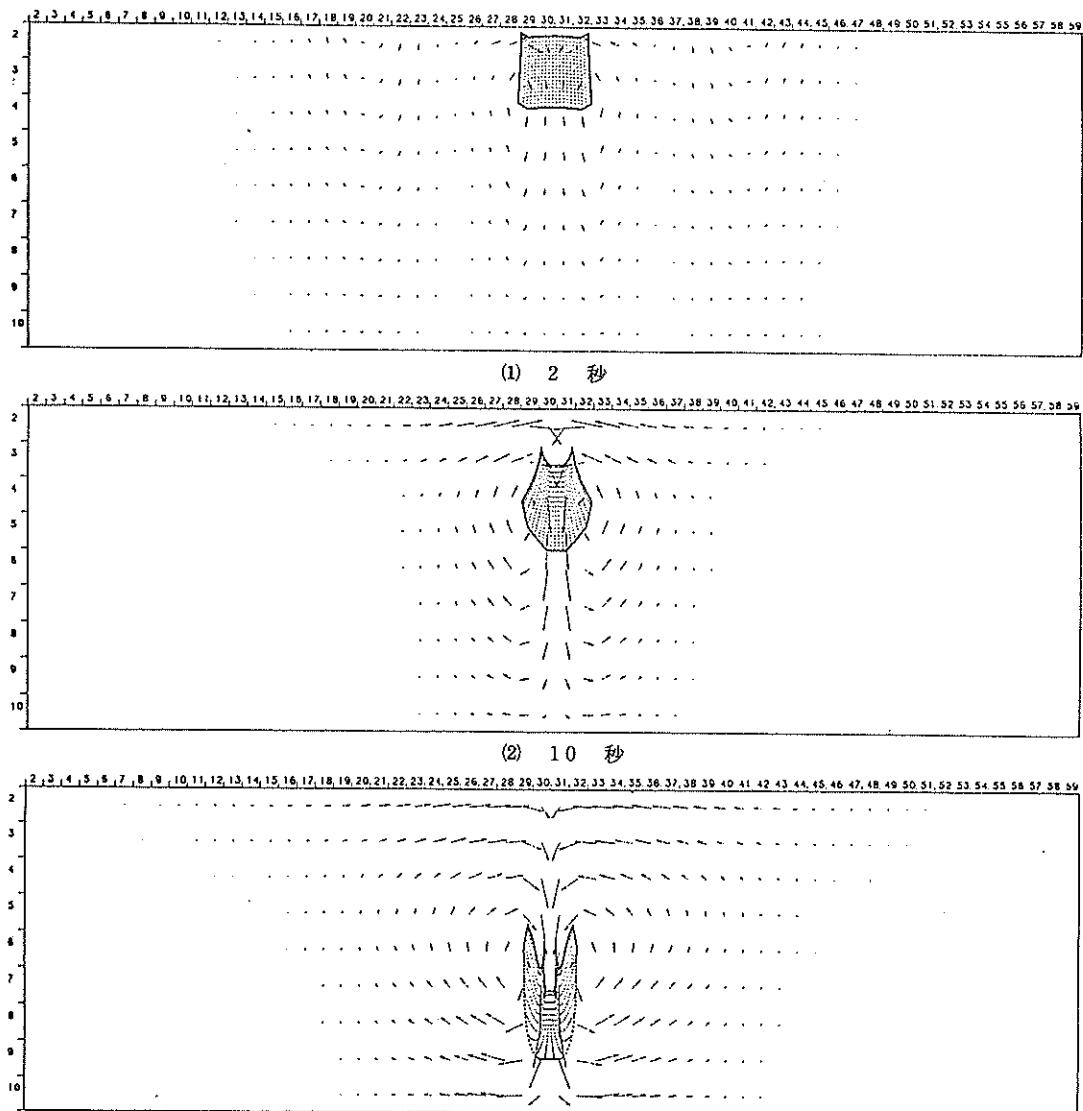


図-12 土砂の拡散と誘起流れ(ケース11)

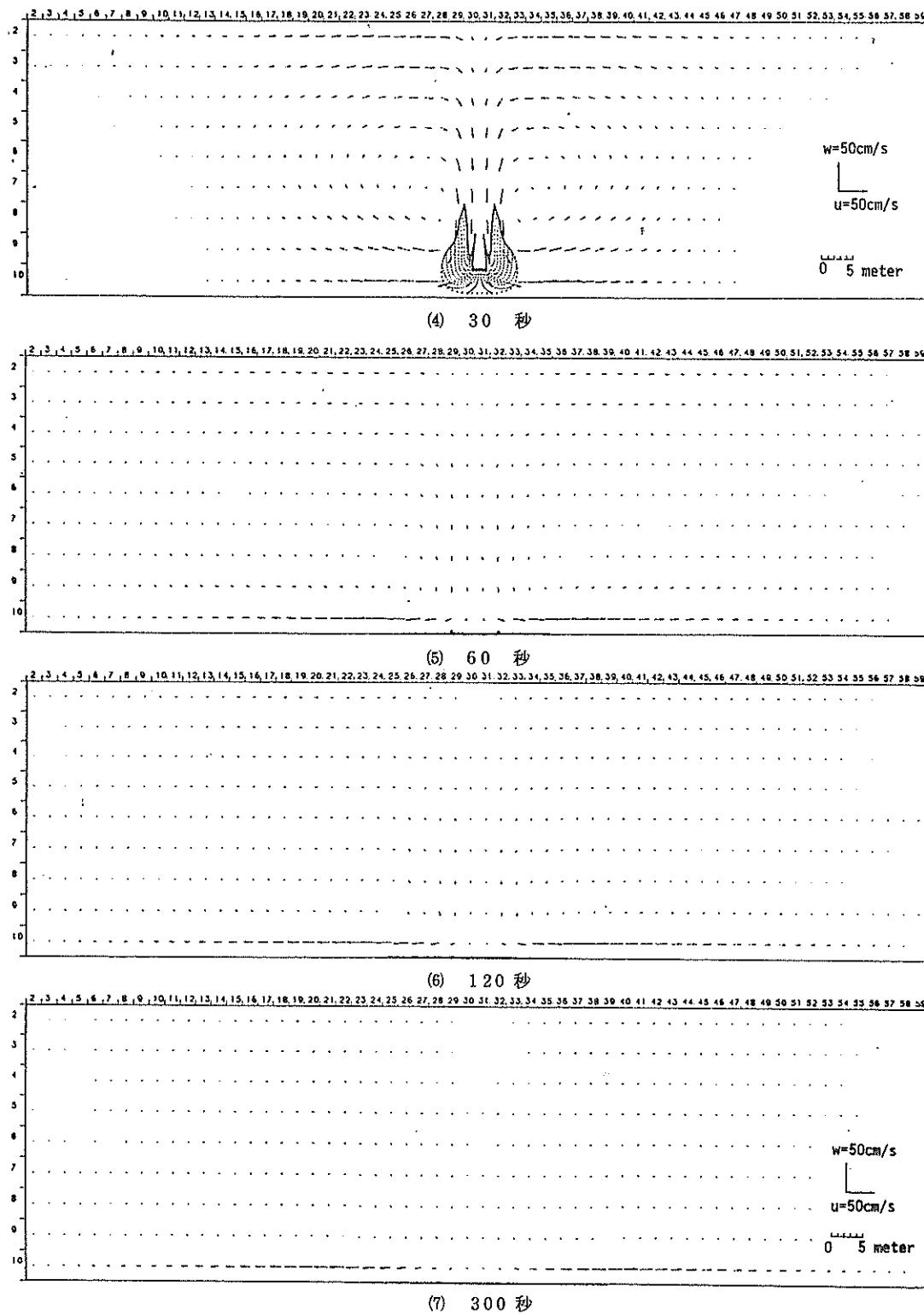


図-12 土砂の拡散と誘起流れ(ケース11)

はなおも沈降速度をもつたためそれぞれ 10 m 余りで移動が止まる。この結果ケース 4 に比べて底面に沿う移動距離は 1/3 程度と小さくなる。

マーカーに沈降速度を与えるとこのようにマーカー群の落下速度が大となり底面に沿う移動は小さくなつて投下点直下の近傍に留まる。

実際問題として、マーカーに沈降速度を与えないで求められるマーカー群の落下速度に相当する粒子（前述(1)の例では 0.6 mm 径）より粒径の小さい粒子については粒体群として個々の粒子のもの沈降速度よりも大きな速度でもって運動するため、沈降速度はそれほど重要とは思われない。ところが、マーカー群の落下速度より大きな沈降速度をもつ粒子に対しては適当な沈降速度をマーカーに与える必要があるようである。

この際、粒径の大きい粒子は投下点直下から比較的の近傍に沈積し、また逆に粒径の小さい粒子は遠方に運ばれるため、底面における堆積分布状況がわかれればマーカーに付与すべき沈降速度についても検討できよう。

一方、海底におけるはね返りまたは舞い上がりに対しては、底面において負の沈降速度（式（3.31）における w_0 ）を付与することで対応できると思われるが、次の瞬間には沈降速度が作用するため、沈降速度より小さい場合には結果的にはね返りも舞い上がりも生じないことになる。このためマーカーに対して底面においてのみではなく継続して負の w_0 を与える必要がある。

(6) 水平流れの下での取扱い

先に扱った円筒座標系によるモデル⁷⁾は、変数の個数を減らし、対称性を仮定して解く方法で、計算機の記憶容量と計算時間の節約をはかるのに効果的であった。しかし、周囲に流れが存在する場合、軸対称性が成立しないため解析は急激に困難となる。

一方、今回扱っている鉛直 2 次元の直交座標系によるモデルでは軸対称性の仮定がないため、周囲に流れがある場合でも検討は可能である。

海域での物質拡散現象では潮せき流が多くの場合重要な役割をはたすが、ここでは数分間程度の短い時間スケールの現象であるため、一方向流れと仮定して十分であり、定常流と考えても差支えない。

そこで、 x 軸正方向の定常流を与えた 2, 3 のケースについて計算した。

まずケース 7 は、計算領域の左右端 ($I = 1$ と $I = 60$) において第 1 層 ($K = 2$) の流速 u_1 を 5 cm/秒とし、第 k 層の流速 u_k として以下の流速を設定した。

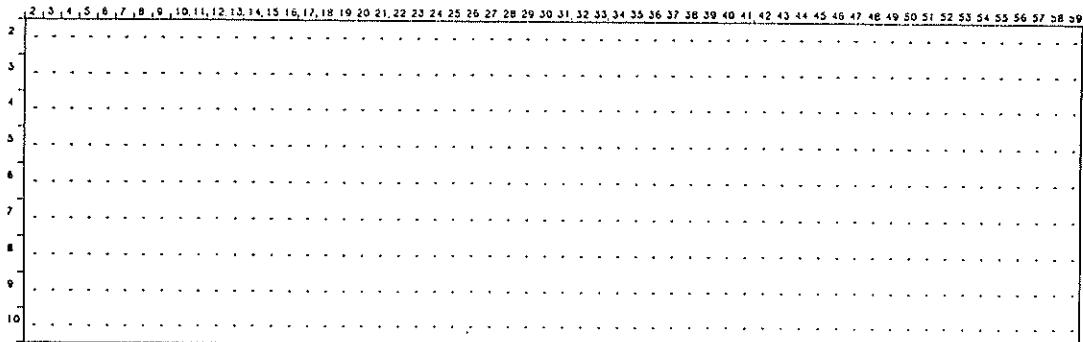
$$u_k = u_1 \cdot \frac{\log h_k}{\log H} \quad (3.32)$$

ここに、 u_1 : 第 1 層の水平流速、 H : 底面から第 1 層（層の中心）までの高さ、 h_k : 底面から第 k 層（層の中心）までの高さ、 u_k : 第 k 層の水平流速、である。

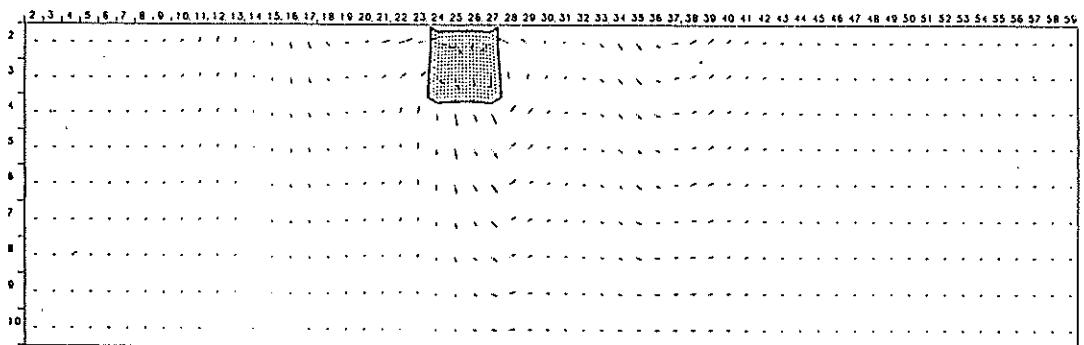
マーカーを配置する前に式（3.31）で定められる境界強制流速に対し、計算の安定をはかるため、計算開始から 300 秒間に正弦的に 0 より u_k に到るようにして 600 秒間計算したところで定常的な流れが得られるものとした。つぎにケース 4 と同様に 50 g マーカー 400 個を $I = 24 \sim 27$, $K = 2 \sim 3$ の 8 メッシュに均等に配置し上記により得られた流れの場でマーカーをし緩した。この結果を示したものが図-13 である。マーカー群の落下速度は、周囲流れがないほかは同一条件となっているケース 4 と比較してほぼ同じであるが、マーカーの拡散形状は本ケース 10 秒あたりから左右の対称性が失われはじめ、落下点上流側の鉛直渦が下方に、また下流側のそれが上方に移行し 30 秒後付近でもっとも顕著となっている。

ケース 7 と同じ方法で第 1 層が 10 cm/秒の場合を計算したのが図-14 に示すケース 8 である。ケース 8 においてもマーカー群の落下に伴つて発生する鉛直渦およびマーカーの分布形状はともに左右非対称となっている。

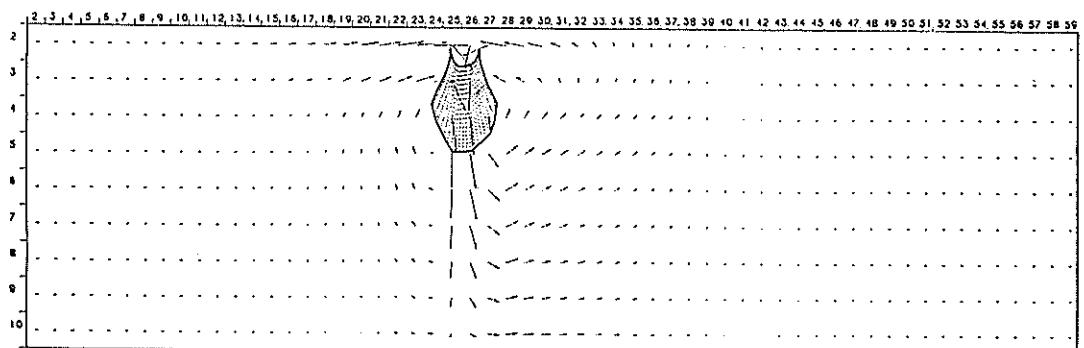
ケース 7, ケース 8 にみられるマーカー群の拡散および周囲流の左右非対称性の原因を調べるために、ケース 9 として、マーカーの移動時のみケース 8 で得られるマ-



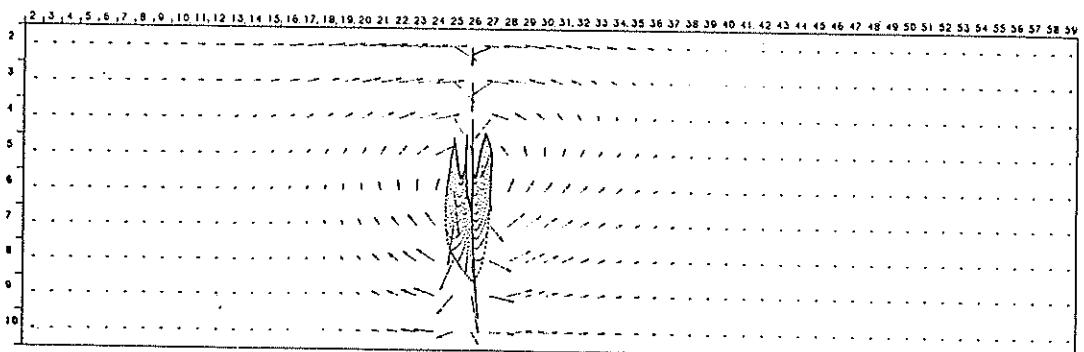
(1) 599 秒 (0 秒)



(2) 602秒(2秒)



(3) 610秒(10秒)



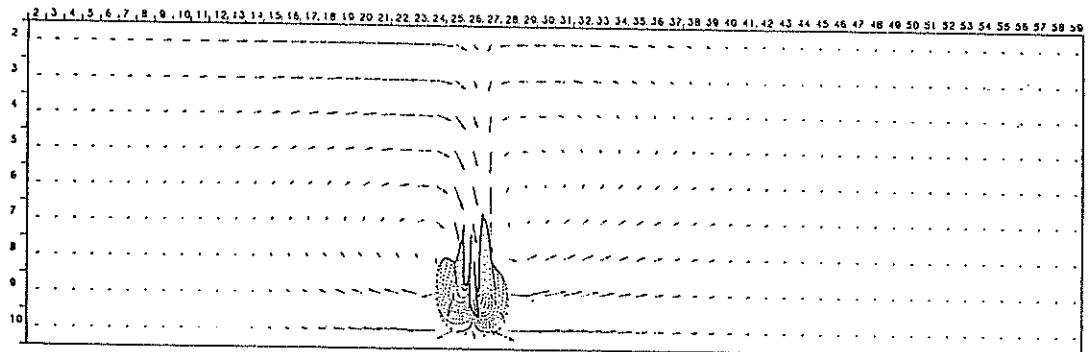
w=50cm/s

u=50cm/s

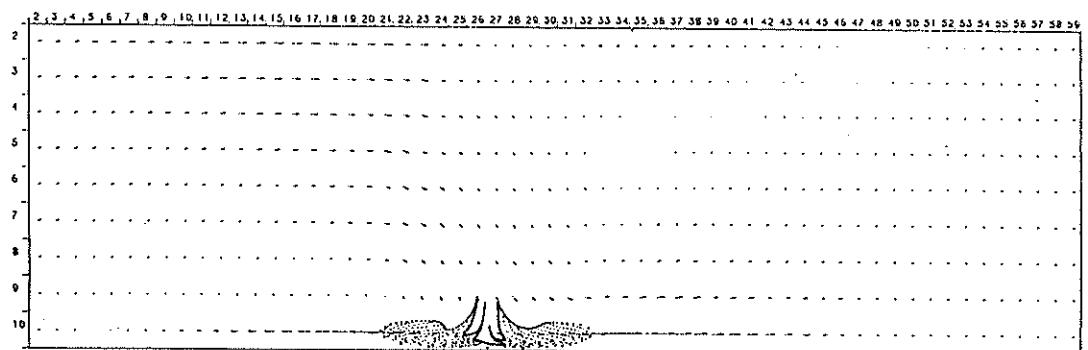
0 5 meter

(4) 602秒(20秒)

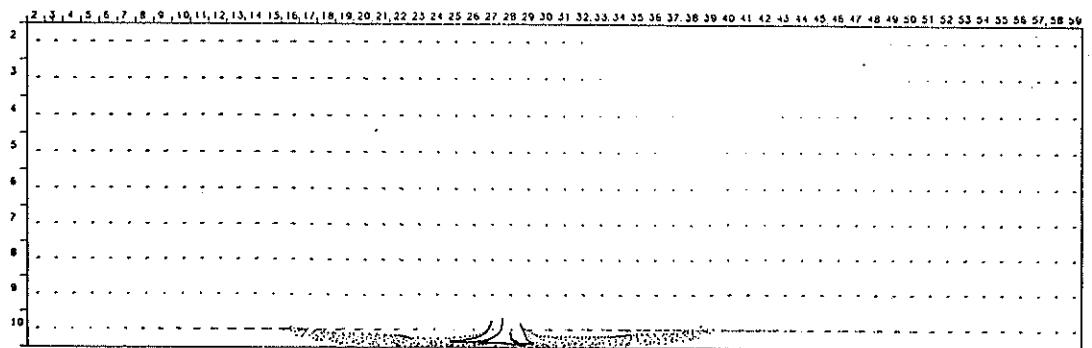
図-13 土砂の拡散と誘起流れ(ケース7)



(5) 630秒(30秒)



(6) 660秒(60秒)



$w=50\text{cm/s}$

$u=50\text{cm/s}$

0 5 meter

(7) 720秒(120秒)

図-13 土砂の拡散と誘起流れ(ケース7)

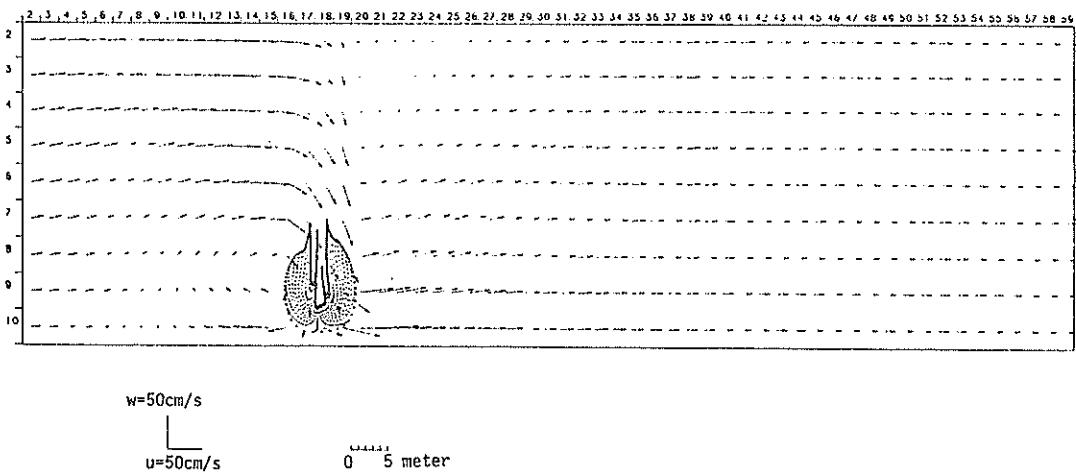


図-14 土砂の拡散と誘起流れ(ケース8, 投下後30秒)

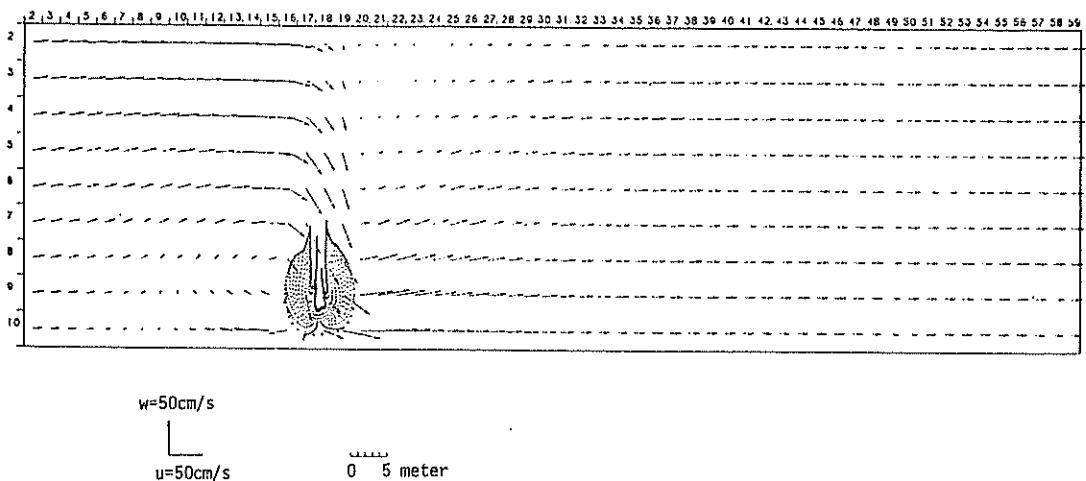


図-15 土砂の拡散と誘起流れ(ケース9, 投下後30秒)

マー配置前の水平流速(左右端境界で式(3.31)で与えられる流速にて600秒計算したもの)を利用した場合を検討した。すなわち、周囲流のない下でマーカー投下によるマーカーの拡散および誘起流れの計算を行い、次にマーカー移動にのみ境界での強制流速による水平流速成分を考慮するという手順を繰返した。その他の条件はケース8と同一である。図-15はこの結果を示したものである。ここで、図-15の流れベクトルについてはマーカーによる誘起流成分と境界での強制流速による流れ成分とを重ね合わせて示している。

図-14と図-15とを対比すれば明らかなように、両者にはほとんど有意な差はない。このことから、境界における強制流速による流れはマーカー群の落下による誘起流れの影響が小さいこと、また逆にマーカー群の拡散

形状、誘起流れはマーカーが水平移動することにより生じていることがわかる。

さらに、ケース9に対してマーカー配置前の全断面水平流速10 cm/秒の一様流場で、マーカー移動時のみこの流れ成分を考慮した計算をケース10として行った。図-16はこの結果示すもので、先のケース9と有義な差はみられない。このことから、水平流のある場合のマーカー群の拡散の左右非対称性は水平流に鉛直分布がなくても生じていることがわかる。

以上のことから、水平流がある場合、マーカー群の拡散形状が上・下流方向で非対称になる主な原因是、マーカーを含むメッシュ内の密度の算定法(式(3.28))によるものと思われる。たとえば、図-17に示すように、マーカー群の上流端および下流端を含むメッシュに注目

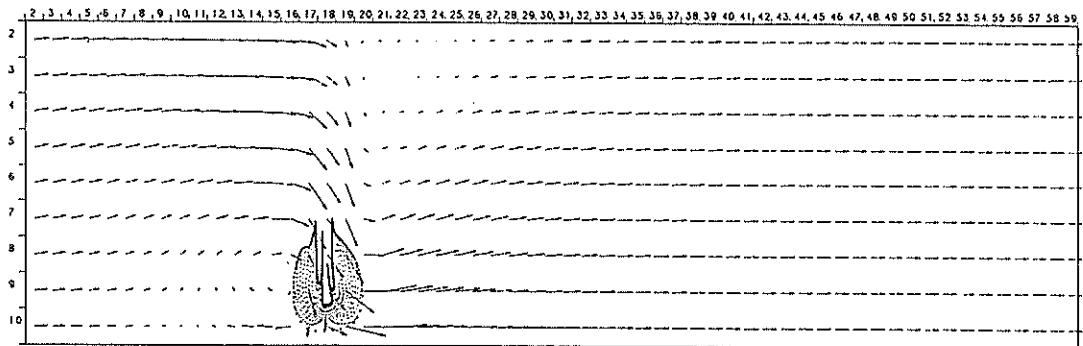


図-16 土砂の拡散と誘起流れ(ケース10, 投下後30秒)

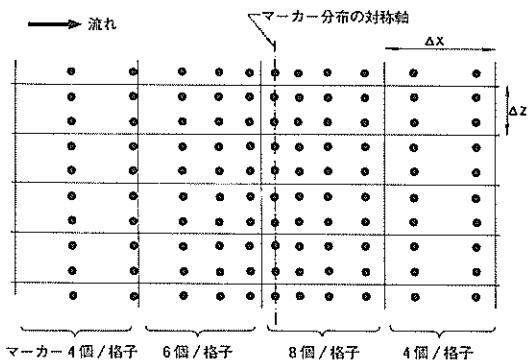


図-17 周囲流によるマーカー群の非対称配置

するとき、水平流れによってマーカー群が下流側に移動しているため、水平流れがない場合に比し、上流側ではマーカー数が少なく、下流側では多くなっている。式(3.27)によるマーカー移動は時間スラップごとに元の位置よりまわりの流れによって順次行われるが、式(3.28)に示される海水密度の計算においては格子単位で行われる。いいかえれば密度計算時には格子内に含まれるマーカーを一時的にその格子内に一様に分散させたと同等の効果として格子の平均密度を計算している。これは誘起流れの計算を格子単位で行うまでの便宜的手法であるが、時間的に固定された格子網においての計算ではマーカー群の境界を忠実に扱ったことにはならず、この結果がマーカー群の形状に非対称性を生ぜしめているといえる。

したがって、こうした問題点を解決するためには、マーカー群の界面を維持して密度計算をする方法、あるいは格子を細かくとって上述問題の影響を軽減するなどの方法を考える必要がある。

4. 3次元系への拡張

4.1 モデルと計算手順

土捨船からの直投による土砂の落下・拡散に関する定性的な特性がまだいくつかの解決すべき課題を残しているものの、MAO法を利用した鉛直2次元モデルによって表現できることが示された。

以下に、このモデルを実際問題に適用可能なよう、水平2方向を鉛直方向を考慮した3次元系モデルの拡張を試みた。

まず、平均水面上の1点を原点0とし水平2方向に x 、 y 軸、鉛直上方に z 軸をとると、土砂の投下により生ずる流体の運動は x 、 y 、 z 軸方向の運動方程式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ = fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \epsilon_z \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \epsilon_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \epsilon_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \\ = -fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \epsilon_z \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \epsilon_y \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \\ + \epsilon_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (4.3)$$

および連続式：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4.4)$$

によって表される。

ここに、 $(u, v, w) : (x, y, z)$ 方向の流速、
 f : コリオリ係数、 ρ : 海水密度、 $(\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z) : (x, y, z)$ 方向の渦動粘性係数、 g : 重力加速度、である。

図-18 に示されるような鉛直格子および変数の位置を定義し、式(4.1)～(4.4)および海面と海底の条件

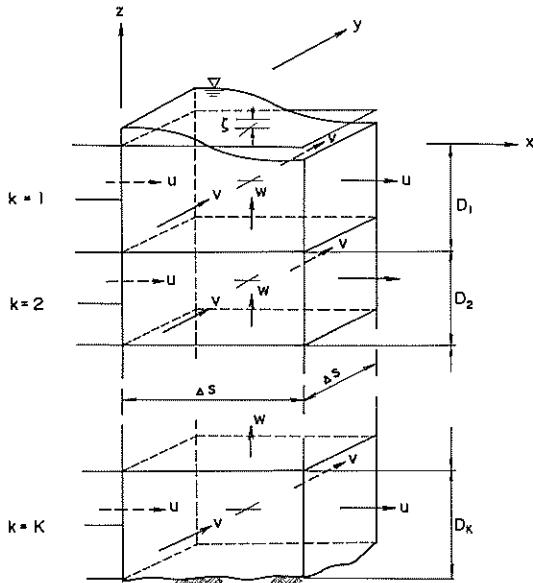


図-18 格子と変数の位置(3次元系)

式を用いて各層に対して z について積分するとつぎのような関係式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_k}{\partial x} + v_k \frac{\partial u_k}{\partial y} - w_{k-\frac{1}{2}} \\ & \cdot \frac{(u_{k-1} - u_k)}{D_k} + w_{k+\frac{1}{2}} \cdot \frac{(u_k - u_{k+1})}{D_k} \\ & = f v_k - \frac{1}{\rho_k} \frac{\partial p_k}{\partial x} + M_z \frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2} \\ & + M_y \frac{\partial^2 u_k}{\partial y^2} + \gamma_i^2 (u_{k-1} - u_k) \cdot \\ & \sqrt{(u_{k-1} - u_k)^2 + (v_{k-1} - v_k)^2} / D_k \\ & - \gamma_i^2 (u_k - u_{k+1}) \sqrt{(u_k - u_{k+1})^2 + (v_k - v_{k+1})^2} / D_k \quad (4.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial v_k}{\partial x} + v_k \frac{\partial v_k}{\partial y} - w_{k-\frac{1}{2}} \\ & \cdot \frac{(v_{k-1} - v_k)}{D_k} + w_{k+\frac{1}{2}} \cdot \frac{(v_k - v_{k+1})}{D_k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = -f u_k - \frac{1}{\rho_k} \frac{\partial p_k}{\partial y} + M_z \frac{\partial^2 v_k}{\partial x^2} + M_y \frac{\partial^2 v_k}{\partial y^2} \\ & + \gamma_i^2 (v_{k-1} - v_k) \sqrt{(u_{k-1} - u_k)^2 + (v_{k-1} - v_k)^2} / D_k \\ & / D_k - \gamma_i^2 (v_k - v_{k+1}) \cdot \\ & \sqrt{(u_k - u_{k+1})^2 + (v_k - v_{k+1})^2} / D_k \quad (4.6) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \sum_{i=1}^K u_i D_i + \frac{\partial}{\partial y} \sum_{i=1}^K v_i D_i = 0 \quad (4.7)$$

$$w_{k-\frac{1}{2}} = w_{k+\frac{1}{2}} + \frac{\partial u_k D_k}{\partial x} + \frac{\partial v_k D_k}{\partial y} \quad (2 \leq k \leq K) \quad (4.8)$$

ここに、添字 k は第 k 層の値、同 $k-(1/2)$ は第 $(k-1)$ 層と第 k 層との間の境界における値、 D : 層厚、 γ_i^2 : 層間内部摩擦係数、 (M_z, M_y) : (x, y) 方向の渦動粘性係数、 K : 全層数、である。

また、 $k=1$ の場合、式(4.5)の左辺第4項、同右辺第5項、さらに式(4.6)の左辺第4項、同右辺第5項が消滅する。一方、 $k=K$ の場合、式(4.5)の左辺第5項は消滅し、同右辺第6項の γ_i^2 は γ_b^2 (海底摩擦係数)となる。同様に式(4.6)においても $k=K$ の場合、左辺第5項が消滅し、同右辺第6項の γ_i^2 は γ_b^2 となる。

式(4.5)～(4.8)の離散化を ADI 法による差分方式で行う。

$$\begin{aligned} & \text{まず } x \text{ 軸方向に対して、 } x \text{ 方向の運動方程式 (4.5) } \\ & \text{を点 } (i + \frac{1}{2}, j, k) \text{ において差分化し整理すると、} \\ & u_{i+\frac{1}{2}, j, k}^{(n+1)} = -R_{i, j, k} \cdot (\zeta_{i+1, j}^{(n+1)} - \zeta_{i, j}^{(n+1)}) + S_{i, j, k} \quad (4.9) \end{aligned}$$

となる。

ここに、

$$R_{i, j, k} = g \frac{\Delta T}{\Delta S} / RRR_{i, j, k} \quad (4.10)$$

$$S_{i, j, k} = BBB_{i, j, k} / RRR_{i, j, k} \quad (4.11)$$

$$RRR_{i, j, k} = 1.0 + \frac{\Delta T}{2 \Delta S} (u_{i+\frac{3}{2}, j, k}^{(n)} - u_{i-\frac{1}{2}, j, k}^{(n)}) \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} BBB_{i, j, k} &= u_{i+\frac{1}{2}, j, k}^{(n)} \\ &- v_k^{(n)} \frac{\Delta T}{2 \Delta S} (u_{i+\frac{1}{2}, j+1, k}^{(n)} - u_{i+\frac{1}{2}, j-1, k}^{(n)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\Delta T}{4D_{i+\frac{1}{2},j,k}^{(n)}} \left((w_{i,j,k}^{(n)} + w_{i+1,j,k}^{(n)}) \right. \\
& \quad \left. + (u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{(n)} + u_{i+\frac{1}{2},j,k+1}^{(n)}) \right) \\
& - (w_{i,j,k-1}^{(n)} + w_{i+1,j,k-1}^{(n)}) \cdot \\
& \quad (u_{i+\frac{1}{2},j,k-1}^{(n)} + u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{(n)}) \\
& + \Delta T \cdot f \bar{v}_k^{(n)} \\
& - \frac{\Delta T}{AS} \frac{1}{\rho_{i+\frac{1}{2},j,k}^{(n)}} \left(p_{i+1,j,k}^{(n)} - p_{i,j,k}^{(n)} \right) \\
& + M_k \cdot \frac{\Delta T}{(AS)^2} \left(u_{i+\frac{3}{2},j,k}^{(n)} + u_{i-\frac{1}{2},j,k}^{(n)} \right. \\
& \quad \left. + u_{i+\frac{1}{2},j+1,k}^{(n)} + u_{i+\frac{1}{2},j-1,k}^{(n)} - 4 \cdot u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{(n)} \right) \\
& - \Delta T \cdot \gamma_i^2 \left(u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{(n)} - u_{i+\frac{1}{2},j,k+1}^{(n)} \right) \\
& \times \sqrt{(u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{(n)} - u_{i+\frac{1}{2},j,k+1}^{(n)})^2 + (\bar{v}_k^{(n)} - \bar{v}_{k+1}^{(n)})^2} \\
& / D_k^{(n)} - \Delta T \cdot \gamma_i^2 \left(u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{(n)} - u_{i+\frac{1}{2},j,k-1}^{(n)} \right) \\
& \times \sqrt{(u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{(n)} - u_{i+\frac{1}{2},j,k-1}^{(n)})^2 + (\bar{v}_k^{(n)} - \bar{v}_{k-1}^{(n)})^2} \\
& / D_k^{(n)} \tag{4.13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{v}_k^{(n)} & = (v_{i,j+\frac{1}{2},k}^{(n)} + v_{i,j-\frac{1}{2},k}^{(n)} + v_{i+1,j+\frac{1}{2},k}^{(n)} \\
& + v_{i+1,j-\frac{1}{2},k}^{(n)}) / 4 \tag{4.14}
\end{aligned}$$

$$p_{i,j,k}^{(n)} = \begin{cases} \rho_{i,j,1}^{(n)} \cdot g + \frac{D_{i,j,1}^{(n)}}{2} & (k=1 \text{ のとき}) \\ p_{i,j,k-1}^{(n)} + \frac{1}{2} g (\rho_{i,j,k}^{(n)} D_{i,j,k}^{(n)} \\ + \rho_{i,j,k-1}^{(n)} D_{i,j,k-1}^{(n)}) & (k \geq 2 \text{ のとき}) \end{cases} \tag{4.15}$$

(ただし $p_{i,j,k}^{(n)}$ は水位による寄与分を除いた圧力)
 M_k : 水平渦動粘性係数 ($= M_x = M_y$)

である。

つぎに連続の式 (4.7) を点 (i, j) において差分化し整理すると、

$$\begin{aligned}
\zeta_{i,j}^{(n+1)} & = Q_i - \frac{\Delta T}{AS} \sum_{l=1}^K (u_{i+\frac{1}{2},j,l}^{(n+1)} \cdot D_{i+\frac{1}{2},j,l}^{(n)} \\
& - u_{i-\frac{1}{2},j,l}^{(n+1)} \cdot D_{i-\frac{1}{2},j,l}^{(n)}) \tag{4.16}
\end{aligned}$$

となる。

ここに、

$$\begin{aligned}
Q_i & = \zeta_{i,j}^{(n)} - \frac{\Delta T}{AS} \sum_{l=1}^K (v_{i,j+\frac{1}{2},l}^{(n)} \cdot D_{i,j+\frac{1}{2},l}^{(n)} \\
& - v_{i,j-\frac{1}{2},l}^{(n)} \cdot D_{i,j-\frac{1}{2},l}^{(n)}) \tag{4.17}
\end{aligned}$$

である。

式 (4.9) を式 (4.16) に代入して $u^{(n+1)}$ を消去し、若干の変形を行うと水位 $\zeta^{(n+1)}$ に関するつぎの漸化式が求められる。

$$\zeta_{i,j}^{(n+1)} = P2_i \cdot \zeta_{i+1,j}^{(n+1)} + Q2_i \tag{4.18}$$

ここに、

$$P2_i = \frac{P_{i+1}}{1 + P_i + P_{i+1} - P_i \cdot P2_{i-1}} \tag{4.19}$$

$$Q2_i = \frac{Q1_i + P_i \cdot Q2_{i-1}}{1 + P_i + P_{i+1} - P_i \cdot P2_{i-1}} \tag{4.20}$$

$$P_i = \frac{\Delta T}{AS} \sum_{l=1}^K D_{i+\frac{1}{2},j,l}^{(n)} \cdot R_{i,j,l} \tag{4.21}$$

$$Q1_i = Q_i - HP_{i+1} + HP_i \tag{4.22}$$

$$HP_i = \frac{\Delta T}{AS} \sum_{l=1}^K D_{i+\frac{1}{2},j,l}^{(n)} \cdot S_{i,j,l} \tag{4.23}$$

である。

したがって式 (4.19)～(4.23) によって $P2_i$, $Q2_i$ が求められ、これらを用いて式 (4.18) により水位 ζ が順次 x 方向に計算される。こうして $j = \text{一定}$ のある行について ζ が決まると、これらを式 (4.9) に代入してこの行の u を求めることができる。

こうして求めた ζ , u を式 (4.6) に代入することにより v を陽的に求める。

つぎに鉛直流 w は式 (4.8) を用いて ζ , u を求めた直後に計算される。

マーカーの移動、密度の計算は鉛直 2 次元モデルと同一の考え方で行っている。

なお、つぎのステップでは、水位 ζ に関する y 方向の漸化式より ζ と v を陰的に求め、 u を陽的に計算してさらに w を計算する。

以後は ζ と u , ζ と v の陰的解法を x , y 方向交互に繰返して 3 次元流れを計算し、マーカーを移動させる。

4.2 計算例

(1) 計算条件

4.1 で述べた 3 次元モデルは、3. の鉛直 2 次元モデルに比して未知量が大きくなるため、その適用にあたっては計算機の容量と計算時間の関係上何ケースも行うこと

は難しい。このため、先の鉛直2次元モデルにより得られた情報にそい、できるだけ2次元モデルに合わせた条件を設定した。

まず、水平格子間隔を z 、 y 方向とも5mとしたそれぞれ27格子、鉛直格子間隔を2mで9層とした $135\text{m} \times 135\text{m} \times 18\text{m}$ を計算対象領域とした。

計算領域の中央8メッシュ($I=15, 16, J=15, 16, K=15, 16$)に対し、10,000gマーカーをメッシュ当たり平面的に $5 \times 5 = 25$ 個、鉛直的に10個、すなわち $25 \times 10 = 250$ 個、配置し、全体として $250 \times 8 = 2,000$ 個とした。したがってマーカーの配置された8メッシュの初期密度は 1.05g/cm^3 となる。

その他の主な計算条件を表-3に示した。

表-3 計算条件

諸元	採用した数値または取扱い
格子間隔(ΔS)	5m
タイムステップ(ΔT)	1秒
渦動粘性係数(M_h)	$10^4\text{cm}^2/\text{s}$
海底摩擦係数(τ_b^2)	0.0026
内部摩擦係数(τ_i^2)	0.0010
格子数	$27(I) \times 27(J) \times 9(K)$
層厚(Δz)	2m
マーカー	10,000g/個 中央4メッシュ×2層に計 2,000個配置

周囲流はないものとし、マーカーはここでも瞬時に海水中に放出されるものとしてタイムステップ1秒で計算を行った。

マーカー放出後10秒の第1～第9層におけるマーカー群形状と誘起流れを図-19に、同30秒後の第5～8層のそれを図-20に、同60秒の第8、9層のそれを図-21に、さらに同120秒のそれを図-22にそれぞれ示した。10秒時点ではマーカー群は第4層まで落下し、第1層から第3層までは中心に向かう流れが、また第4層以下では外側に向かう流れが発生している。30秒時点ではマーカー群は第5層から第8層に分布し、第1～第5層は向心流が、第6層以下は離心流となっている。さらに60秒時点ではマーカー群は第8層と第9層に大部分が分布し、120秒では第9層のみに分布する。

一方、 $I=16$ の $y \sim z$ 鉛直断面における10秒、20秒、30秒、60秒、120秒のマーカー形状と誘起流れの分布を示したもののが図-23である。これを鉛直2次元

の場合(たとえばケース3、図-6)と比較すると、鉛直渦は一般に小さく、マーカー群上部付近の向心流、マーカー群下部付近の離心流ともに弱い。このため、マーカー群形状が上部で収縮、下部で拡大する傾向が2次元の場合より小さくなっている。着底後の水平方向のマーカー移動も $1/2$ 程度となっている。

図-9、図-11と同様の方法でマーカー群の下端、上端および右端の経時変化を3次元モデルと2次元モデルとで対比すると図-24のようになる。両者比較すると、下端と上端の移動速度はそれほど大きな差はないが、右端の移動速度は時間の経過とともに3次元の場合のほうが遅れ、120秒では約 $1/2$ となっている。このように、定性的には2次元、3次元ともマーカーの拡散形状、誘起流れは同傾向となるが、3次元のほうが小さくなる。流れ、粒子ともに3次元的に拡がるため当然の結果といえよう。

なお、図-25は3次元系における本計算結果のうち、拡散雲の形状を3次元表示したものである。前の図-19～23に比べ拡散雲の時間変化が直観的により容易に把握でき、今後ディスプレイなどを活用したこの種の解析手法が3次元流れや拡散の問題に対して有力な手段になるものと思われる。

5. 実際問題への適用に際する問題点

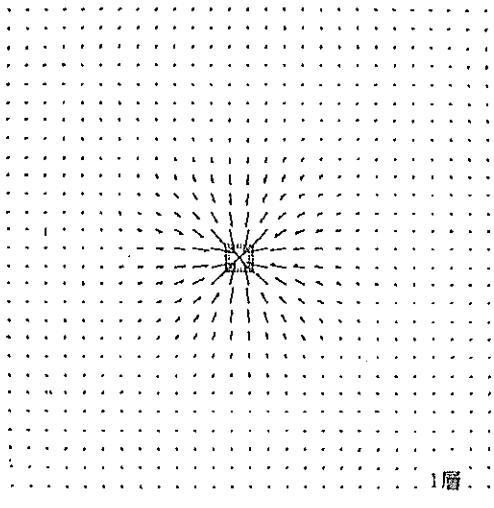
以上、本文に述べたモデルは、土砂の粒子群をマーカーに置きかえて周囲水に付加される密度増加により粒子の移動と誘起流れとを計算するもので、算出される土砂の拡散雲形状は模型実験において観察される結果を定性的にはよく表しているものと思われる。

ところが、本モデルを現場の実際問題に適用するには事前に明らかにされなければならないいくつかの課題がある。

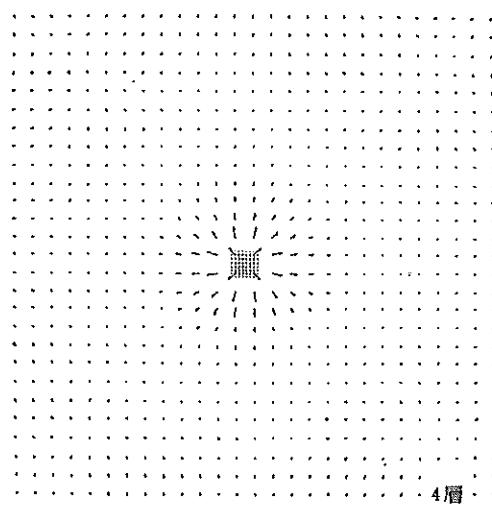
まず、実際海域で直接土砂がどのような挙動を示すかについて十分な情報が得られていない。本文2において述べたように若干の実測例はあるが、測点の配置や測定技術の制約から渦りに対する連続的なデータの取得が難しく、拡散雲の時間変化が明確に把握できていない。また実際には落下時に海底の堆積物を多少ともまきあげ、投下土砂に混って拡散する。

さらに、本モデルでは土捨船の底扉が瞬間に開き、土砂も瞬間に落下するものとして取扱っているが、実際には土捨船からの落下が終了するまでに十数秒から数十秒以上要しており、ある時間帯では土砂が連続的に投入されているものと考えたほうが自然である。

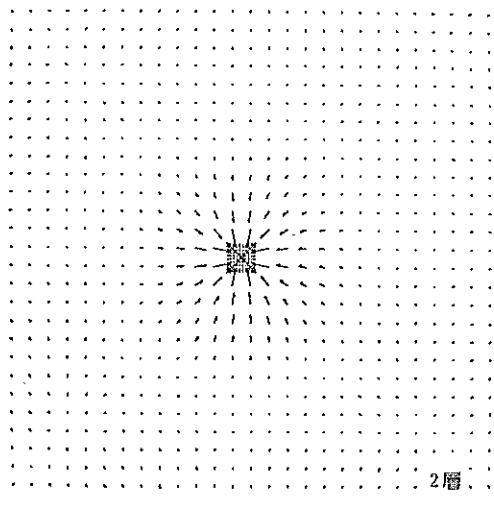
投下土砂については周囲水に対する密度増加分として



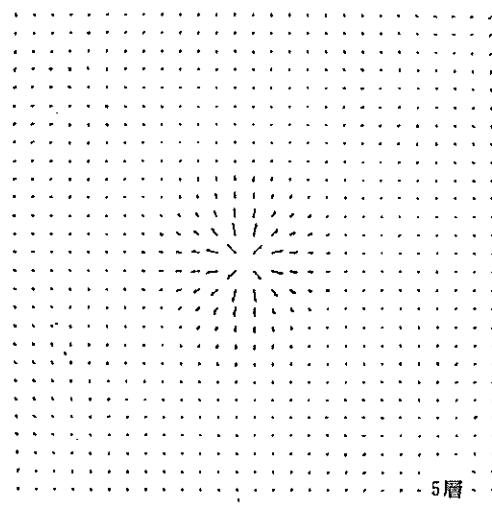
1層



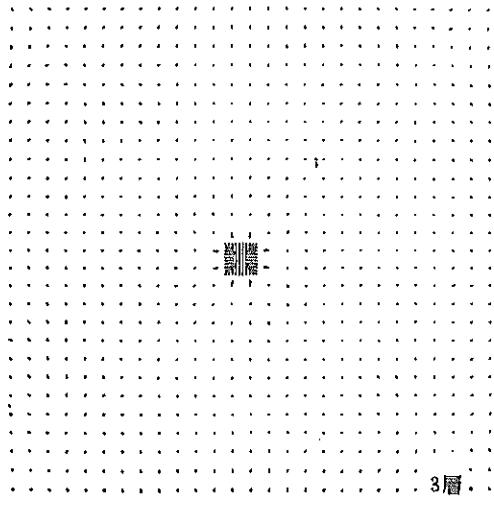
4層



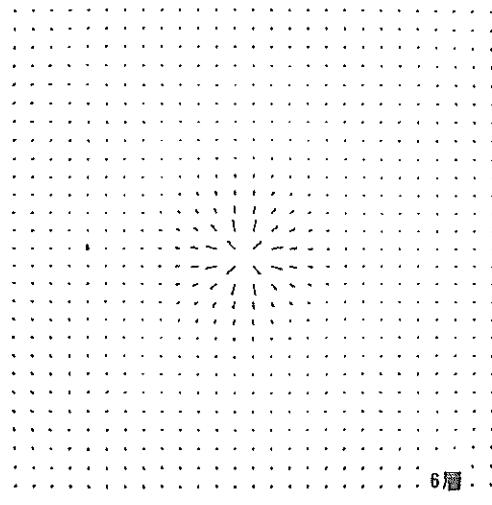
2層



5層



3層



6層

図-19 土砂の拡散と誘起流れ(10秒後)

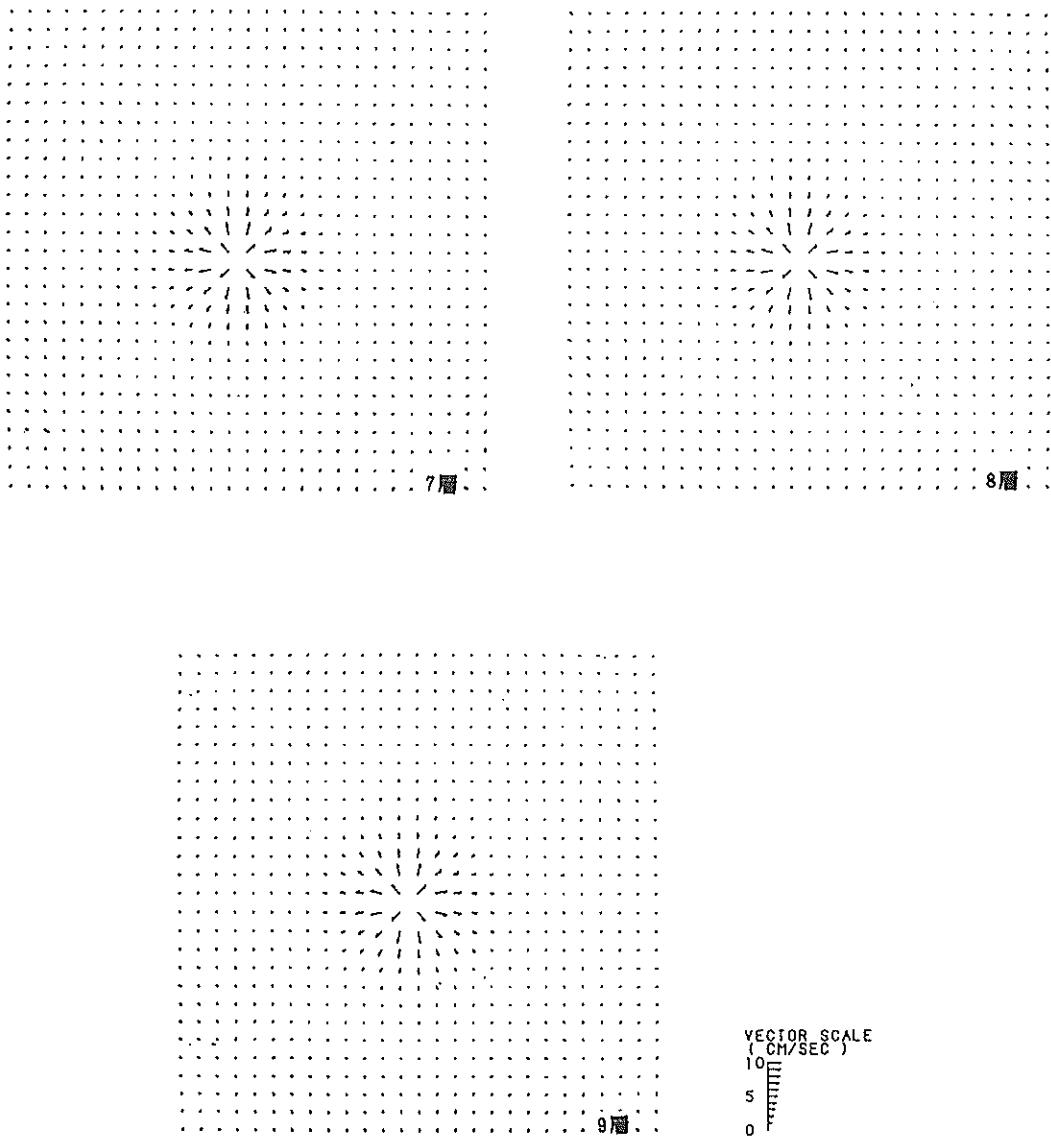


図-19 土砂の拡散と誘起流れ(10秒後)

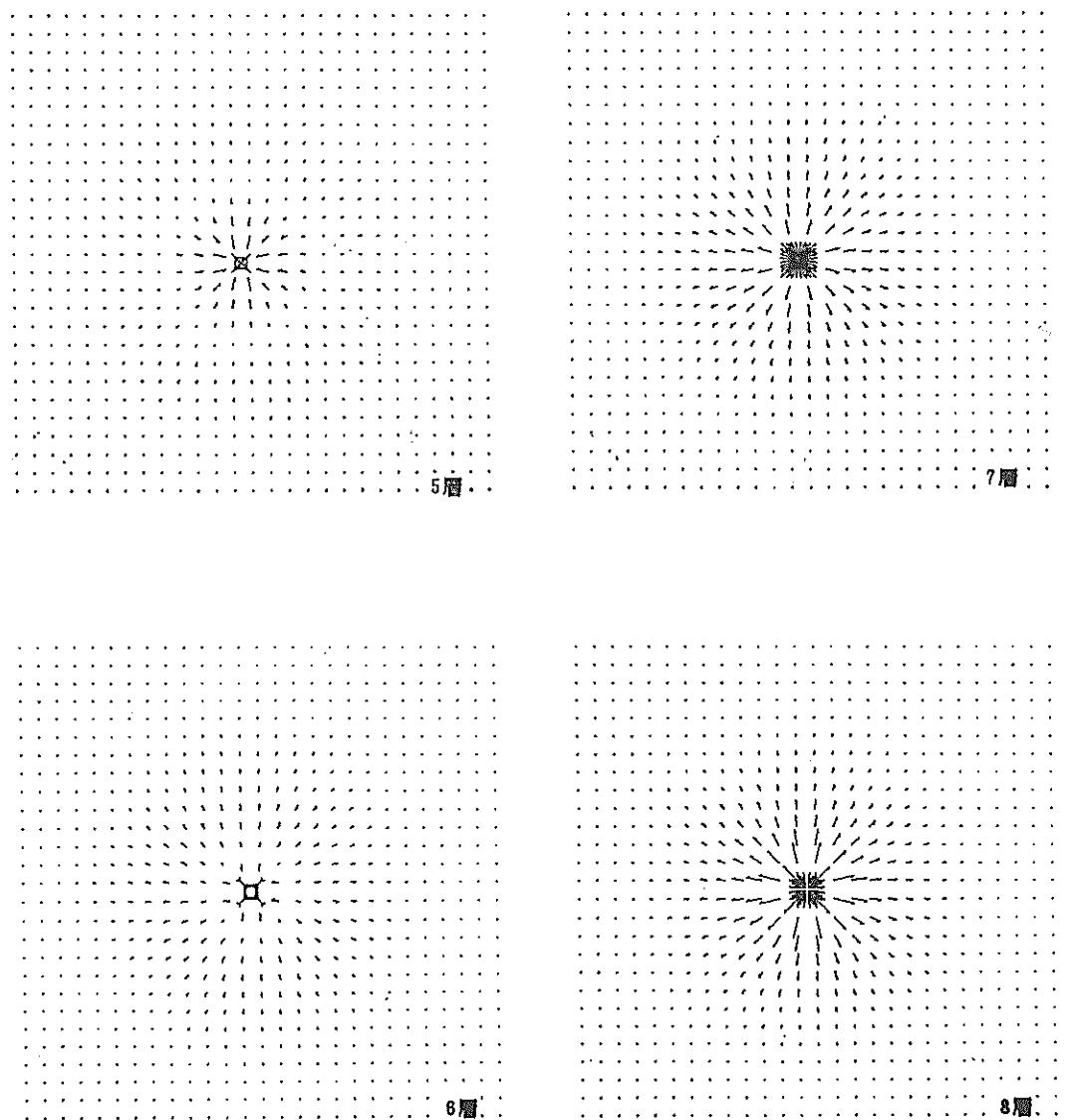


図-20 土砂の拡散と誘起流れ(30秒後)

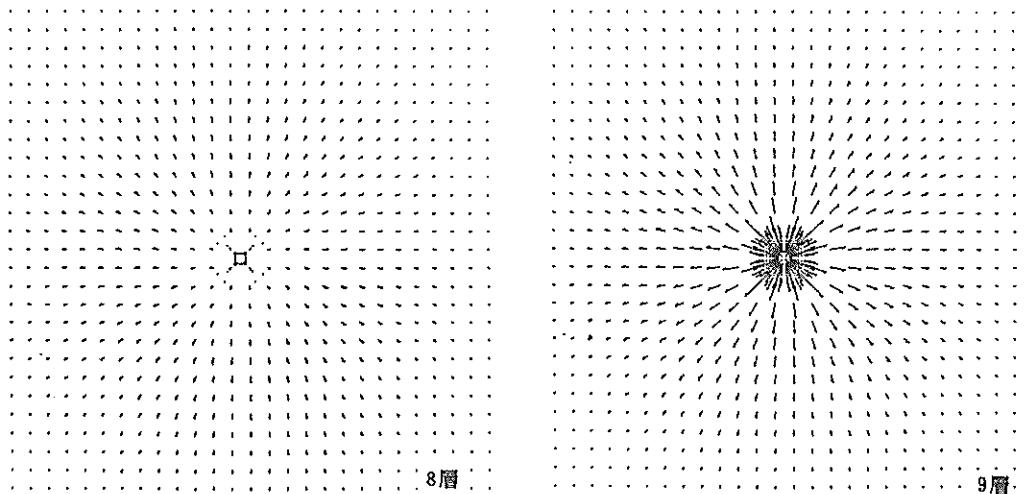


図-21 土砂の拡散と誘起流れ(60秒後)

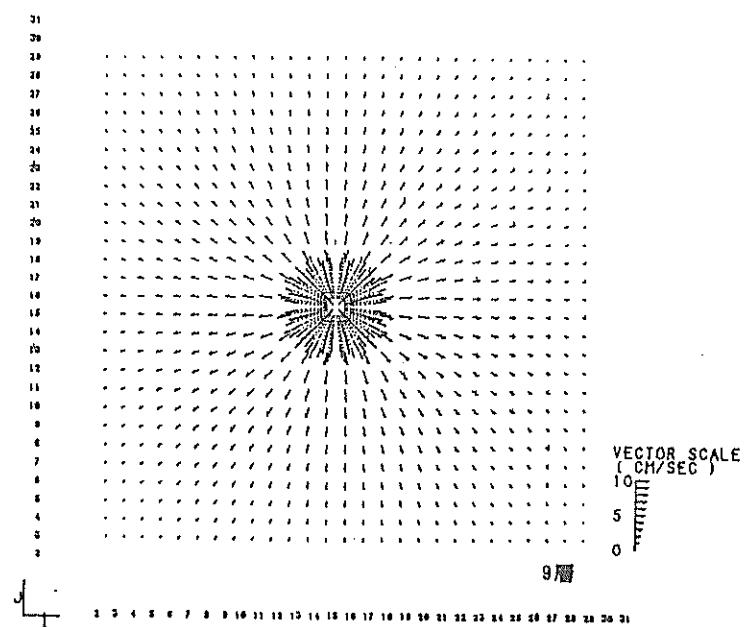
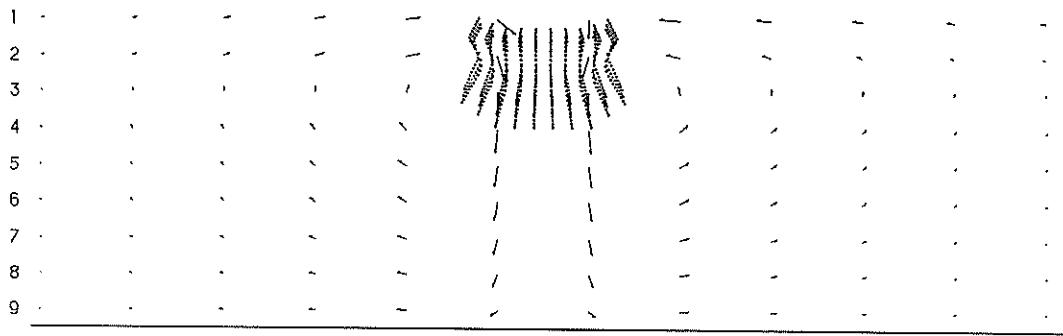
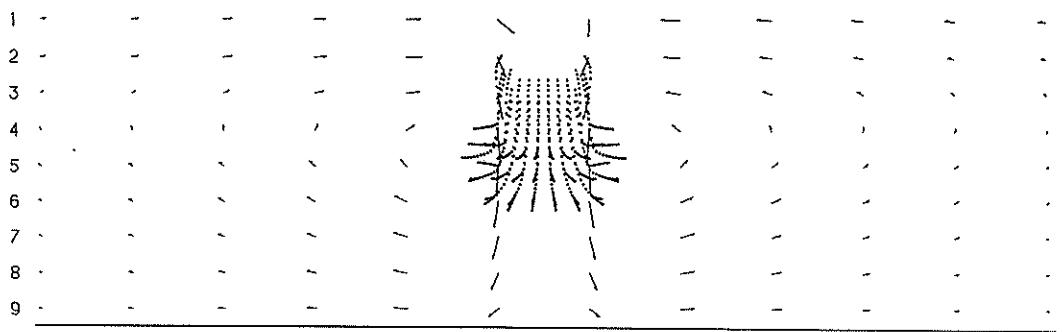


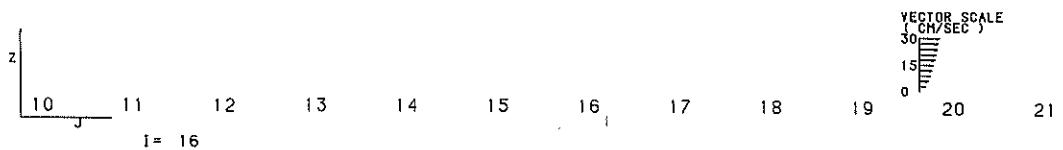
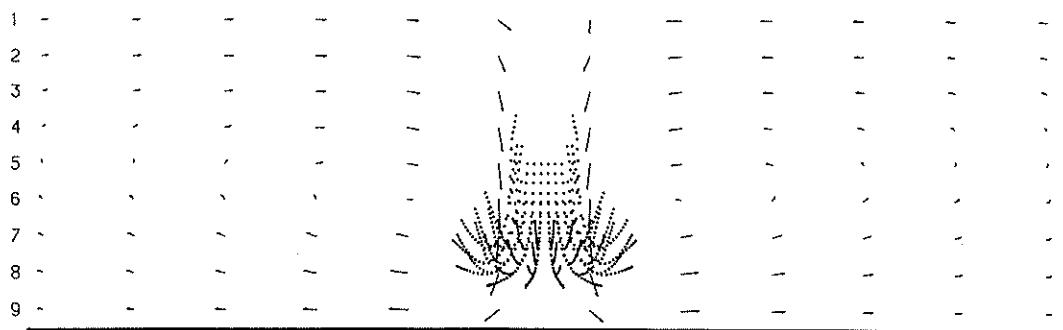
図-22 土砂の拡散と誘起流れ(120秒後)



(1) 10 秒後

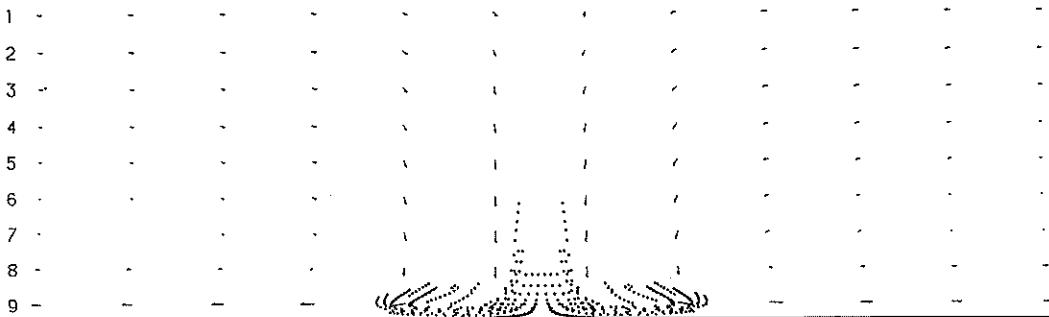


(2) 20 秒後

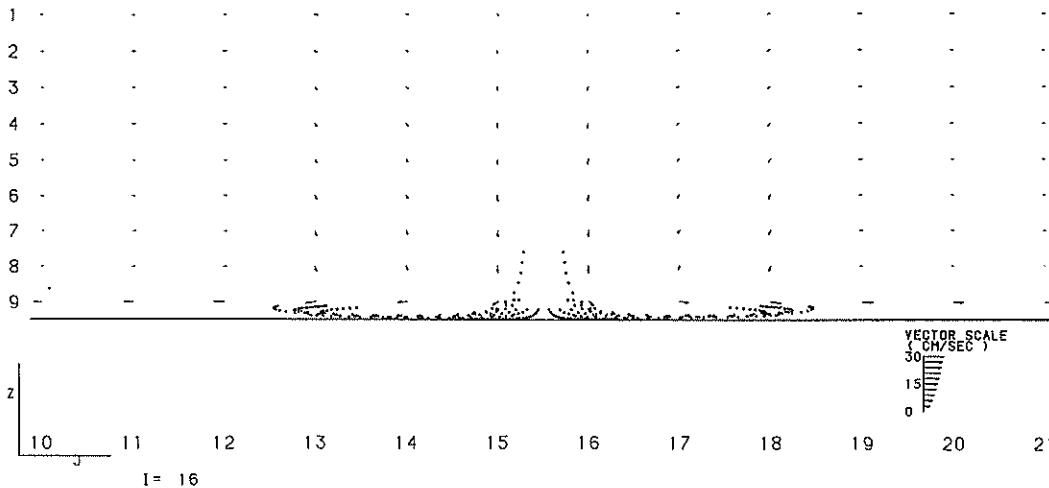


(3) 30 秒後

図-23 土砂の拡散と誘起流れ（3次元モデル）



(4) 60 秒後



(5) 120 秒後

図-23 土砂の拡散と誘起流れ（3次元モデル）

のみ考え、粒径分布や投入土砂の総量などは本計算で直接のパラメーターになっていないが、当然これらの量が周囲水の密度にどの範囲まで寄与するかを見積もっておく必要がある。とくに、直投土砂の粒子群としての落下速度より大きな粒径に対しては、マーカーにもいくつかの段階別沈降速度を与えるなどのくふうが必要かと思われる。

また、投下土砂中には空気が含まれており、これが投下直後から數十秒にわたり気泡となって海底面付近から上昇し続ける。これに伴って若干の渦り成分が上層にもち上げられる。

以上のように実際海域での直投土砂により起きる土砂や流れについては、現場試験や室内水理実験などを通じて観察し定式化していく必要がある。近い将来こうした現場調査が予定されており逐時補完してゆきたいと考え

ている。本モデルの定量的な再現性が確認できれば、渦りの発生や渦り防止効果の予測のみでなく、堆積土砂の形状や施工計画にも有力な資料が提供できるものと思われる。今後も本モデルの改良開発に取組んでゆく予定である。

6. まとめ

以上、土捨船からの直投土砂に対する落下と拡散とを解析するため、従来の実験的研究と数値的研究のおもなものを紹介する一方、数値解析法の一手法として、MAO法を利用した鉛直2次元系および3次元系の数値モデルを開発し、タイムステップ、格子間隔、マーカー数と質量、周囲法の影響、沈降速度とはね返り等について数値モデル上での検討を行った。これらの結果を要約するとつぎのとおりである。

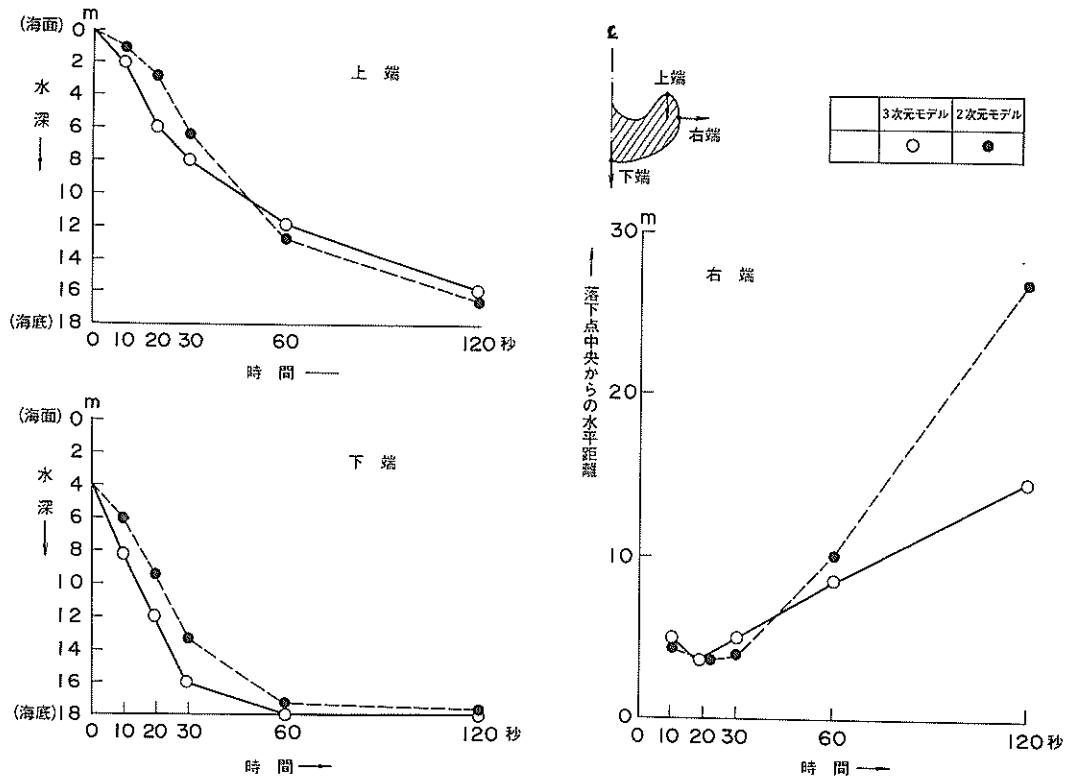


図-24 拡散雲先端位置の時間変化

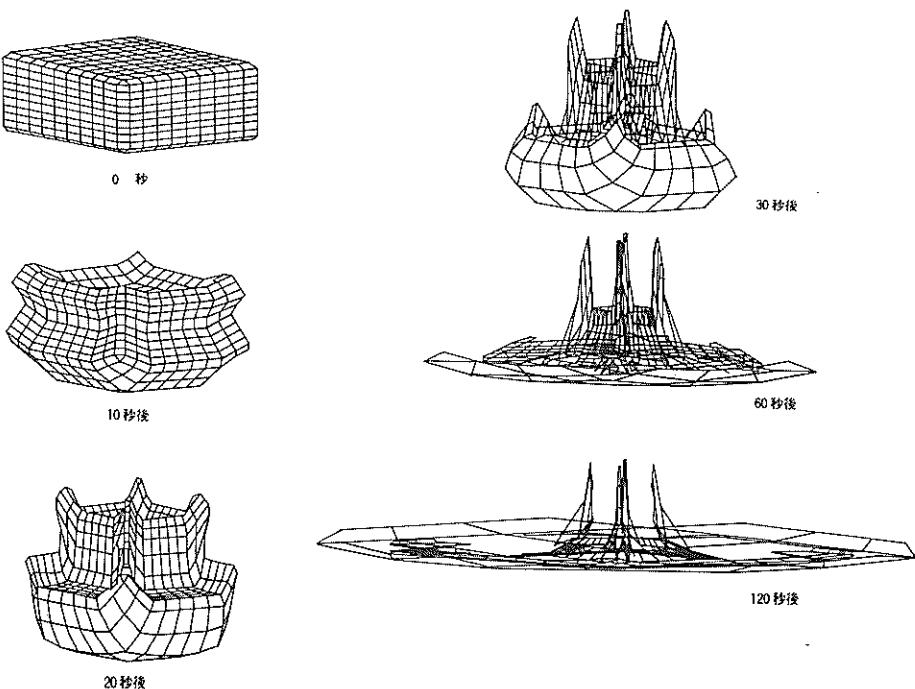


図-25 直投土砂の拡散の3次元表示

- i) 土砂の直投直後では、土砂の直下にある水が下向に押し下げられ、下層で外側に向方向を変える。表層ではこれを補うため両側から水が流れ込み鉛直循環流となって徐々に発達する。
- ii) これと同時に、土砂群の上方部は周囲水の流れ込みによってその幅が縮められる一方、下方部は外向きの流れによって幅が増大していく。
- iii) 着底後は底面に沿って外側に拡がり厚さを減じ、鉛直流が消失するとともに土砂の移動も停止する。
- iv) 土砂の落下に際し、個々の粒子としてではなく粒子群としてかなり速い速度で沈降する。
- v) 投下土砂は着底後底面に沿って側方にかなり拡がるが、鉛直循環流により再び上層に運ばれる割合は小さい。
- vi) 本モデルは流れに対して陰解法を適用しているため、陽解法の場合に比べ、タイムステップは3.5倍程度までとっても安定な解が得られ、しかも算出される結果に大差はない。
- vii) 格子間隔(水平方向)の大小による土砂の落下拡散および誘起流れへの影響は大で、一般の流れ解析の場合と同様、実験や現場試験などによって再現する現象の規模を確認して定めなければならない。
- viii) マーカーの質量と個数との関係は重要ではなく、その積が土砂の拡散と周囲流れを決定する。したがって、マーカーの全質量をどれほどに見積もるかが重要なポイントとなる。
- ix) 土砂群の落下よりも大きな沈降速度をもつ粒子に対してはマーカーに沈降速度を与える必要がある。
- x) 底面でのね返りに対してはマーカーに負の沈降速度相当分を継続して与える必要がある。
- xi) 流水中での拡散については、一様流場においても拡散雲形状がひずむ。マーカー群が周囲による移送をうけて格子間でマーカー群の非対称分布が生ずるために、格子内の密度換算法に改良の余地がある。
- xii) 直投土砂による海水密度の増分寄与が2次元系と同一であっても3次元系では拡散雲の拡がりや誘起流れは小さくなる。
- xiii) 本モデルにより直投土砂の落下拡散の定性的な特性が再現できることは確認されたが、実際問題への適用に際しては実験や現場試験を行って定量的な把握を可能にしておく必要がある。

最後に、本研究は関西国際空港建設に伴う事前影響予測調査に引き続き、昭和56年度より第三港湾建設局関西国際空港計画室の依頼により実施したもの的一部である。

本研究の実施に当たり、東京都立大学工学部堀口孝男教授から終始貴重な助言を得た。また本モデルによるシミュレーションには新日本気象海洋㈱所属糸井正夫氏の協力を得た。

以上の諸氏および第三港湾建設局関係諸氏に深く感謝します。
(1983年9月29日受付)

参考文献

- 1) 小川元・竹内益雄：土捨船による投棄土砂の分散、土木学会論文報告集、第161号、1969年1月、pp 39-48.
- 2) 武藤頼夫・吉井総介・石田勉：大規模埋立用底開バージによる土砂投下の研究、三菱重工技報、Vol. 11, No.1, 1974.1, pp 92-103.
- 3) 運輸省第三港湾建設局神戸調査設計事務所：土砂による海水汚濁の調査手法、昭和55年3月。
- 4) Maynard G. Brandsma, D.J. Divoky : Development of models for prediction of short-term fate of dredged material discharged in the estuarine environment, Report No. D-76-5, May 1976, Tetra Tech, Incorporated, Pasadena, California.
- 5) Dalx, B.J. ; Numerical study of two fluid Rayleigh-Taylor instability, Phys. Fluids, 10 (2), 1967, pp 297-307.
- 6) 中西純一・徳田泰：自由表面をもつ2次元非定常非圧縮粘性流体の解析プログラム—SMAC—，C.R.C コミュニケーション、センチュリリサーチセンター㈱、2月号、1981.2.1 (No. 196).
- 7) 堀江 誠：沿岸海域の水の流れと物質の拡散に関する水理学的研究、港湾技研資料、No. 360, 1980. 12.

港湾技研資料 No.471

1983・12

編集兼発行人 運輸省港湾技術研究所

発 行 所 運輸省港湾技術研究所
横須賀市長瀬3丁目1番1号

印 刷 所 株式会社 東京プリント

Published by the Port and Harbour Research Institute
Nagase, Yokosuka, Japan.