

# 港湾技術資料

TECHNICAL NOTE OF  
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE  
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

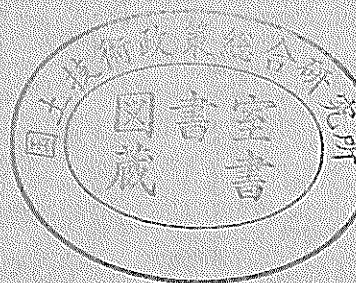
No.315

Mar. 1979

スペクトル幅パラメータと波浪周期の関係

高	橋	智	晴
広	瀬	宗	一
佐	々木	徹	也

運輸省港湾技術研究所



# 目 次

1. まえがき .....	3
2. 波浪統計に関する各種のパラメータ .....	4
2.1 波浪の統計量 .....	4
2.2 波浪の統計量とスペクトルの関係 .....	5
2.3 海洋波のエネルギースペクトルの標準型について .....	6
3. 波浪の統計量の演算結果 .....	7
3.1 波形記録の解析 .....	7
3.2 波高に関する統計量について .....	8
3.3 周期に関する統計量について .....	9
3.4 スペクトル幅パラメータについて .....	13
3.5 波浪の統計量に及ぼす非線型性の影響 .....	13
4. スペクトルに関連するパラメータの推定 .....	14
4.1 推定手法 .....	14
4.2 推定結果, 及び考察 .....	17
5. 波形記録にみられる非定常性 .....	27
5.1 定常性の検定手順 .....	27
5.2 検定結果について .....	27
6. まとめ .....	45
7. あとがき .....	45
参考文献 .....	46
主要記号一覧表 .....	47
付録 MEM(Maximum Entropy Method) について .....	48
付表 各種パラメータの平均値と標準偏差 .....	49
付図-1 $T_p$ の推定図 .....	50
付図-2 $T_1$ の推定図 .....	58

## Relationship between spectral width parameters and wave statistics

Tomoharu Takahashi\*  
Munekazu Hirose\*\*  
Tetsuya Sasaki\*\*

### Synopsis

Wave statistics and their relations with spectral width parameters were investigated for about 140 surface wave records of deepwater waves with an ultrasonic wave recorder at the ports of Sakata, Habu, Hamada and Naha around the Japan Coast.

Furthermore, we developed the estimating method of the wave period parameters and Spectral width parameter  $\nu$  from another spectral width parameter  $\epsilon$  and the zero-crossing period, based on the Rice's theory.

According to the results in this paper, the followings are concluded.

- 1) The significant wave height is the most statistically stable in the wave height parameters, while the average wave period  $T_1$  ( $m_0/m_1$ ) in the wave period parameters.
- 2) The significant wave period  $T_{1/3}$  is the best parameter to be correlated with the peak wave period  $T_p$ , corresponding to the spectral peak.
- 3) The estimated peak wave period  $\hat{T}_{p1}$  from the Rice's theory is more statistically stable than  $T_p$ . The relation between  $T_{1/3}$  and  $\hat{T}_{p1}$  is given by  $\hat{T}_{p1} = 1.10 T_{1/3}$  with the error of about 5 to 6%.
- 4)  $\hat{T}_1$ , the estimate of  $T_1$  from the Rice's theory, is statistically stable and the relation  $\hat{T}_1/T_1 = 1.03$  is approximately correct.
- 5) According to the run analysis of wave records, from  $\eta_{rms}$  sequences in a wave record we can find the nonstationality only for 2-4 hours before the fully-developed state, but we can't find that from skewness  $\sqrt{\beta_1}$  and kurtosis  $\beta_2$  sequences.

---

\* a chief of coastal observation laboratory

\*\* member of coastal observation laboratory

# スペクトル幅パラメータと波浪周期の関係

高橋 智 晴\*  
広瀬 宗 一\*\*  
佐々木 徹 也\*\*

## 要 旨

本稿では波浪に関する拠点観測指定港の内、酒田、波浮、浜田、那覇の各港における取得データ約140例について、波浪の統計量間の関係、及びRiceの理論の成立を仮定して得られる周期パラメータと実際のスペクトルから得られるそれらと比較・検討したものである。主要な結果は以下の通りである。

- (1) 波高諸元の内、最も統計的に安定しているのは $H_{1/3}$ であり、周期のそれは $T_1 (=m_0/m_1)$ である。
- (2) Riceの理論の成立を仮定することによって得られる推定ピーク周期 $\hat{T}_{p1}$ は実際のスペクトルのピーク周期 $T_p$ より統計的に安定しており、 $\hat{T}_{p1} \doteq 1.10 T_{1/3}$  がほぼ成立する。また $\hat{T}_1$ は $T_1$ の非常に良い推定値であり、 $\hat{T}_1 \doteq 1.03 T_1$  が成立する。
- (3) ピーク周期を最もよく説明するパラメータは $T_{1/3}$ である。
- (4) ゼロクロス周期に対してはRiceの理論がほぼ成立するが、クレスト周期に対しては成立しない傾向がみられる。

## 1. まえがき

近年、港湾構造物、外廓施設等の大水深化に伴い波浪観測データの需要は益々高まりつつあるが、これに呼応して観測計器を含むシステムの開発、改良に伴う観測データの信頼性の向上には著しいものがあるように見受けられる。このような観測記録の蓄積を背景として、波浪の発生・発達に関する諸理論の確立、波浪の統計的性質の解明に具体的な成果をみるようになってきた。特に後者については港湾計画における設計諸元の決定に直接的な影響を与えるものであり、波浪観測データの蓄積に伴い逐次適用間における広域化、高度化をもたらすものであると考えられる。

波浪の統計的性質については、Longuet-Higgins<sup>19)</sup>により初めて理論的展開がなされ、その後スペクトルとの関連に基づいたより高次の統計的性質が解明されることによって、波浪推算を初めとする関連諸分野に多大な影響を及ぼしている<sup>10), 17), 25)</sup>。特に最近ではスペクトル解析手法の発達と共に波浪のスペクトル型に関する研究<sup>17), 23), 28)</sup>が著しく進み、海洋波の標準スペクトル型に関して種々の提案がなされていると同時に、これらの設計諸分野への導入が促進されているが、これらはいずれも風波の

fully developed state を基本として作成されたものであるため、風波の発達・減衰過程に対しては全体的な形状を十分に表現できないという欠点を有している。

本稿は、現行の波浪に関する拠点観測体制から近い将来見込まれている沿岸波浪観測体制への移行に伴い、観測データの統計手法及び情報活用方式の標準化に資することを目的として、これ迄に得られている観測成果を背景に、種々の波浪の統計量間の関係、およびRiceの理論<sup>20)</sup>の成立を仮定した周期パラメータの推定手法を提案し、この実用性、およびスペクトル形と周期パラメータの関係について検討したものである。なお、最後に連解析により波形記録中にみられる非正常性を、水位に関する統計量を対象として検定した結果について示している。

本稿で解析に用いたデータは波浪に関する拠点観測指定港の内、酒田、波浮、浜田、那覇の各港における観測記録であり、主としてこれらの各港において発生した異常波浪記録である。ケース数はそれぞれ約60, 35, 80, 15 ケースであるが、本稿に示したのはこの内140 ケースにすぎない。一般的に統計的性質を完全に解明するためには、取得されたデータをすべて対象として処理・解析を実施すべきであるが、時間的、経済的制約のため

\* 水工部 海象観測研究室長

\*\* 水工部 海象観測研究室研究官

少数種の異常波浪に着目してデータを抽出するにとどまっていたが、これで本稿における目的はある程度達成できたと判断できたので報告する次第である。上に示したデータは、いずれも超音波式波高計によって取得された沖波<sup>18),33)</sup>であり、スペクトルの算定にはMEM(Maximum Entropy Method)を用いることにした。本稿における調査・解析結果が、観測システムの波浪の統計的性質に及ぼす影響を考えていく上での比較資料となれば幸いである。

## 2. 波浪統計に関する各種のパラメータ

### 2.1 波浪の統計量

もし、任意の時刻  $t$  における水面の上昇量を  $\eta(t)$  とし、この  $\eta(t)$  が正規分布に従うと仮定すれば、 $\eta(t)$  の確率分布は次のようになる。

$$p(\eta) = \frac{\eta}{\sqrt{2\pi} \eta_{rms}} e^{-(\eta/\eta_{rms})^2} \quad (1)$$

ここで、 $\eta_{rms}$  は  $\eta$  の標準偏差値を意味する。

しかし波の非線型性が強くなってくると、すなわち波の峯が尖り谷が平らになってくると  $\eta^3 \neq 0$  となり、上に示した正規分布よりも次のような分布型の方が良くなると言われている。<sup>4),5)</sup>

$$p(\eta) = \frac{1}{\eta_{rms}} \left[ \phi\left(\frac{\eta}{\eta_{rms}}\right) - \frac{\gamma_1}{6} \phi^{(3)}\left(\frac{\eta}{\eta_{rms}}\right) + \frac{\gamma_2}{24} \phi^{(4)}\left(\frac{\eta}{\eta_{rms}}\right) + \frac{\gamma_1}{72} \phi^{(6)}\left(\frac{\eta}{\eta_{rms}}\right) + \dots \right] \quad (2)$$

ここで、 $\phi\left(\frac{\eta}{\eta_{rms}}\right)$  は正規分布を表わしており、 $\phi^{(3)}$ 、 $\phi^{(4)}$ 、 $\phi^{(6)}$  は  $\phi$  の 3 次、4 次、6 次の微分を意味している。 $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$  はそれぞれ  $\eta$  の歪度 (skewness)  $\sqrt{\beta_1}$ 、尖度 (kurtosis)  $\beta_2$  によって与えられる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= \sqrt{\beta_1} = \frac{\eta^3}{(\eta^2)^{3/2}} \\ \gamma_2 &= \beta_2 - 3 = \frac{\eta^4}{(\eta^2)^2} - 3 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(2)式はEdgeworth<sup>6)</sup>により修正されたGram-Charlier級数分布と呼ばれるものである。Longuet-Higgins<sup>19)</sup>は(2)式を用いることの妥当性を理論的な立場で議論している。しかし、最近光島<sup>22)</sup>は風波の発達

の初期段階ではよく近似できるが波高が増大してくると(2)式の分布が必ずしも適合しないことを示しており、理論分布の確立には今後の研究を待たなければならないが、正規分布からのずれを知る意味で(3)式に示したパラメータの使用は有効であると思われる。

一方、波高分布についてはLonguet-Higgins<sup>18)</sup>により与えられた次のRayleigh分布がよく適用される。

$$p(H) = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{H}{\bar{H}^2} \exp\left[-\frac{\pi}{4} \left(\frac{H}{\bar{H}}\right)^2\right] dH \quad (4)$$

ここで、 $H$  は波高、 $\bar{H}$  は平均波高を表わす。

(4)式のRayleigh分布は $\eta$ が正規分布をし、かつ波の周期(周波数)が狭帯域に分布をするという仮定の下で導かれたものである。波高分布に対して上のRayleigh分布を仮定すると、 $\bar{H}$ 、 $H_{1/3}$ 、 $H_{1/10}$ 等の平均波諸元、および $\eta_{rms}$ の間には次のような関係が成立することが知られている。<sup>18)</sup>

$$\left. \begin{aligned} H_{1/3} &= 4.004 \eta_{rms} = 1.597 \bar{H} \\ H_{1/10} &= 5.090 \eta_{rms} = 2.17 \bar{H} \\ \bar{H} &= 2.057 \eta_{rms} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

また、 $H_{max}$ の期待値については次式で与えられる。

$$\left(\frac{H_{max}}{H_{1/3}}\right) \doteq 0.706 \left[ \sqrt{\ln N_z} + \frac{\epsilon}{2\sqrt{\ln N_z}} \right] \quad (6)$$

ただし、 $\epsilon$ はオイラー一定数であり、その値は0.5772...である。また $N_z$ は波数を表わす。

周期の分布についてはBretschneiderは深海波( $L \sim T^2$ )に対して $T^2$ がRayleigh分布に従うとして次式を提案している。

$$p(T) dT = 2.7 \frac{T^3}{T^4} \exp\left[-0.675 \left(\frac{T}{T^*}\right)^4\right] dT \quad (7)$$

しかし、通常取扱う周期に関する諸元は波高に付随した量であるため、周期を単独に取扱いその分布から(5)式に示した平均波高に対応した周期諸元を求めることは不可能である。したがって、波高と周期の結合分布を求める必要があり古くからこれを見出すために研究がなされていたが、最近Longuet-Higgins<sup>21)</sup>は波高に対してRayleigh分布を導いたのと同じ仮定の下に次の分布を理論的に導いた。

$$p(\xi, \eta_1) = (\xi^2 / \sqrt{2\pi}) \exp(-\xi^2(1 + \eta_1^2)/2) \quad (8)$$

ここに、 $\xi = a/m^{1/2}$ 、 $a$  = 波の振幅 ( $2a = H_c, H_c$ : crest-to-crest法による波高)、 $\eta_1 = (T - T_2)/$

$\nu_1 T_z$ ,  $T = \text{zero-up-cross}$  法で定義される波の周期,  $T_z = T$  の平均値,  $\nu_1 = (m_2/m_0)^{1/2} (T_z/2\pi)$ , また  $m_0, m_2$  はそれぞれスペクトルの 0 次, 2 次モーメントを表わす。<sup>10)</sup>

しかし, 合田によると, 上式の結合確率分布の理論は波高と周期の間に相関のみられない波高比の大きな範囲に対して近似的に適用可能であるが, 波高の小さい波の間では周期との相関が高く適用できないとされている。Longuet-Higgins による上式から得られる周期分布の理論は, 後述するスペクトル幅パラメータ  $\nu_s$  によって分布特性が決まるという特徴を有しているため  $\nu_s$  の値を四分位偏差に基づいて決定すると近似的に適用可能とされている。<sup>10)</sup>

## 2.2 波浪の統計量とスペクトルの関係

波のエネルギースペクトル  $S(f)$  は波浪統計において重要な部分を占めるものであり, これのモーメントは波浪の統計量と直接関連づけられる。エネルギースペクトルの  $n$  次モーメントは次式で与えられる。

$$m_n = \int_0^\infty f^n S(f) df \quad (9)$$

水面変動の標準偏差値  $\eta_{\text{rms}}$  はエネルギースペクトルの 0 次モーメントと次の関係がある。

$$\eta_{\text{rms}} = \sqrt{m_0} \quad (10)$$

この式を前節に示した関係式 (5 式) に代入すると, スペクトルの積分値より波浪諸元, あるいは波浪諸元よりスペクトルの積分値が得られることになる。

周期については, Rice<sup>39)</sup> の理論から, 観測時間を  $t_0$ , その中に含まれるゼロアップクロス点の数を  $N_z$ , 極大点の数を  $N_c$  とすると,

$$\left. \begin{aligned} N_z / t_0 &= \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \\ N_c / t_0 &= \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} \end{aligned} \right\} (11)$$

の関係が,  $t_0 \rightarrow \infty$  の時確率 1 で成立し, それぞれの逆数はゼロクロス周期  $T_z$ , クレスト周期  $T_c$  に等しい。

波のスペクトル形状を表わすパラメータとしては, 以下に示すようなものがよく用いられる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_s &\equiv \sqrt{1 - \frac{m_2}{m_0 m_4}}, \quad \varepsilon_T \equiv \sqrt{1 - \left(\frac{T_c}{T_z}\right)^2} \\ \nu_s &\equiv \sqrt{\frac{m_0 m_2}{m_1} - 1} \end{aligned} \right\} (12)$$

$$Q_p \equiv \frac{2}{m_0} \int_0^\infty f S(f^2) df$$

上式の内,  $\varepsilon, \nu_s$  はスペクトル幅パラメータと呼ばれ, 前者は Cartwright & Longuet-Higgins<sup>3)</sup> が極大値の理論の展開において導入したパラメータであり, 風波の時  $\varepsilon \rightarrow 1$ , うねり時は  $\varepsilon \rightarrow 0$  となるようなパラメータである。また,  $\varepsilon_s$  はスペクトルから,  $\varepsilon_T$  は波形記録  $N_z, N_c$  を数えることによって直接得られるものであり, 理論上  $T \rightarrow \infty$  の時確率 1 で両者は一致するが, 通常  $\varepsilon_s > \varepsilon_T$  の関係があるので (12 式) のように両者を区別しておく。<sup>7)</sup> 後者は, Longuet-Higgins<sup>2)</sup> が波高・周期の結合分布を導く際に用いたパラメータであり, Longuet-Higgins<sup>21)</sup> は  $\varepsilon \ll 1$  の時, 下式の成立することを示している。

$$\nu \equiv \frac{1}{2} \varepsilon$$

$Q_p$  は, 上に示した  $\varepsilon$  が高次のモーメントを使用しているため, ナイキスト周波数 (Nyquist frequency)  $f_n$  でのカットによって生じる aliasing 効果の大きいことを考慮して合田<sup>7)</sup> が提案したものである。 $Q_p$  の値は, white noise の時  $= 1$ , 通常風波の時  $= 2$  前後の値をとるといわれている。したがってスペクトルが尖鋭になるほど大きな値をとる。

一方, スペクトルのモーメントに基づいた平均周期としては以下のようなものが考えられる。

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= m_0 / m_1 \\ T_2 &= \sqrt{m_0 / m_2} \\ T_{24} &= \sqrt{m_2 / m_4} \end{aligned} \right\} (13)$$

(13 式) に示された周期はいずれも (9 式) に示すスペクトルのモーメントによって定義されているため, 高次のモーメントを用いているものほどスペクトルの高周波側の形状に左右されることになる。したがって, 上に述べた aliasing の影響は  $T_{24}$  でもっとも大きいものとなる。この意味では低次のモーメントで定義される  $T_1$  がもっとも真の値に近いことが予想される。

なお, スペクトルのピークに対応する周期  $T_p$  (fp) は次式を満足する。

$$\frac{dS(f)}{df} = 0 \quad (14)$$

(13 式) で定義される周期, および上式のピーク周期はスペクトル形状に左右されるため, 前述のスペクトル幅パラメータの値に依存することが考えられる。実際 Haring et al<sup>14)</sup> は有義波周期等の平均波諸元に対するこれらの周

期の比が、スペクトル幅パラメータに依存することを示している。

### 2.3 海洋波のエネルギースペクトルの標準型について

海洋波のスペクトル型については、早くから波浪推算への適用を第一目的として種々の研究・提案がなされてきた。

最近では、波浪観測機器の開発に伴う観測データの充実と相俟って、スペクトルの高周波側の勾配は  $f^{-5}$  に比例することが明らかにされ、これ以来、Pierson-Moskowitz<sup>26)</sup>、Bretschneider・光易<sup>23)</sup>、JONSWAP<sup>17)</sup>型などが港湾関係諸分野において多用されている。

波浪推算に用いられるスペクトル型では、風速、フェッチ (fetch) 等の関数として表現されている。代表的なものをあげると次のようになる。

#### ① Pierson・Moskowitz 型

$$S(f) = \alpha (2\pi)^{-4} g^2 f^{-5} \exp \left\{ \beta \left( \frac{g}{2\pi U} \right)^4 \right\} \quad (15)$$

ここで、 $\alpha$ 、 $\beta$  は定数であり、 $\alpha = 1.0 \times 10^{-3}$ 、 $\beta = 0.74$  である。また、 $U$  は風速 (m/s) を表わす。

#### ② 光易 II 型

$$S(f) = \left[ 8.58 \times 10^{-4} \left( \frac{gF}{u_*^2} \right)^{-0.312} \right] g^2 f^{-5} \times \exp \left\{ -1.25 \left( \frac{gF}{u_*^2} \right)^{-1.32} \left( \frac{u_* f}{g} \right)^4 \right\} \quad (16)$$

ここで、 $F$  はフェッチ、 $u_*$  は摩擦速度を表わす。

このスペクトルは、①のスペクトル型における  $\alpha$  がフェッチに依存していることを考慮して、光易<sup>23)</sup>が有限な吹送距離に対するスペクトルとして提案したものである。

#### ③ JONSWAP型

$$S(f) = \alpha g^2 (2\pi)^{-4} f^{-5} \exp \left\{ -\beta \left( \frac{g}{2\pi f} \right)^4 \right\} \times \gamma \exp \left\{ \frac{-(f-f_p)^2}{2\sigma^2 f_p^2} \right\} \quad (17)$$

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_a & f \leq f_p \\ \sigma_b & f > f_p \end{cases}$$

ここに、 $\gamma$  はピークの鋭さを表わすパラメータであり、 $\gamma=1$  の時、このスペクトルは①のスペクトルに一致する。 $\alpha$ 、 $\beta$  は①におけると同様である。なお、 $f_p$  はスペクトルのピークに対応する周波数を意味している。

これらの代表スペクトル型を工学的な利用に便利のように、波高、周期パラメータを用いて書き直すと次のようになる。ただし、①、②のスペクトル型はこのように書き直すと一致することになる。

#### ①、② Pierson・Moskowitz (Bretschneider・光易) 型

$$S(f) = 0.257 H_{1/3} H_{1/3}^2 T_{1/3} (T_{1/3} f)^{-5} \exp \left\{ -1.03 (T_{1/3} f)^{-4} \right\} \quad (18)$$

#### ③ JONSWAP 型

$$S(f) = \alpha T_{1/3}^2 T_p^{-4} f^{-5} \exp \left\{ -1.25 (T_p f)^{-4} \right\} \times \gamma \exp \left\{ -(T_p f - 1)^2 / 2\sigma^2 \right\} \quad (19)$$

ここに

$$\alpha = \frac{0.0624}{0.230 + 0.036\gamma - 0.185(1.9 + \gamma)^{-1}}$$

(19)式で示される JONSWAP 型スペクトルについて、前節に示した周期パラメータ  $T_1$ 、 $T_2$  とピーク周期  $T_p$  の比  $T_1/T_p$ 、 $T_2/T_p$  の値を求めると<sup>30)</sup>

$$\left. \begin{aligned} 0.785 \leq T_1/T_p \leq 0.885 \\ (\gamma=1) \quad (\gamma=7) \\ 0.735 \leq T_2/T_p \leq 0.850 \\ (\gamma=1) \quad (\gamma=7) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

のようになる。

上式の値は、高周波側を  $f_N = 4f_p$  でカットすることによって得られる値である。

上に示したスペクトルはいずれもピークが1つの模擬スペクトルであり JONSWAP 型スペクトル以外はいずれもスペクトル形状が一意的に決定してしまう。実際の海洋波ではうねりと風波の混在するのが普通であり、したがって複数個のピークを持つ多峯型スペクトルとなることが多い。風波の飽和状態においては、ある程度エネルギーが大きくなると上に示したスペクトル型は形状的にも量的にもよく満足することが示されているが、港湾諸計画における不規則波シミュレーションにおいても風波だけをとりあげてよいことは極めて少ないといえる。しかし、現在うねりの十分な観測例は極めて少なく、通常海洋においては複数個の波源からうねりが来襲しているため、これらをうまくフィルターリング (filtering) する技術が開発されない限りうねりの特性を確実に把握することは難しく、うねりのスペクトルとしても暫定的に上記スペクトルを適用せざるを得ないと考えられる。この時スペクトル幅パラメータ  $\sigma$  は、たとえば Bretschneider・光易型スペクトルでは次のような値

として固定されていることに注意しなければならない。  
すなわち、簡単な計算により

$$\nu_s = \left\{ \frac{\Gamma(1) \cdot \Gamma(1/2)}{\Gamma(3/4)^2} - 1 \right\}^{1/2} = 0.4247 \quad (2)$$

が得られる。ただし、上式で $\Gamma$ はガンマ関数を意味する。

実際に海洋波のスペクトルに対して $\nu_s$ の値を求めてみると、本稿で用いたデータに対しては $\nu_s = 0.3 \sim 0.6$ の値となっており、かなりのばらつきがみられる。

(2)式に示した $\nu_s$ の値は周波数軸の積分範囲を $0 \sim f_N (= \infty)$ として計算されたものであるが、スペクトルのモーメントが高周波側に依存されるところが大きいのので、 $f_N$ の選択の仕方(サンプリング間隔の設定)によって大きく変化することが予想される。

(8)、(9)式に示したスペクトル型はいずれも単峯型のスペクトルであったが、最近、Ochi & Hubble<sup>27)</sup>は二山型のスペクトルを表現できるパラメトリックモデルを提案している。これは高周波側の形状を表現するスペクトル型と低周波側を表現するスペクトル型をそれぞれ3つのパラメータを有するモデルとして作成し、これらを合成することによって実際のスペクトル型を表現しようとするものである。3つのパラメータとしては、有義波高、ピーク周波数、形状パラメータが用いられており、計6個のパラメータは実際のスペクトルとモデルスペクトルの差が最小になるように数値計算によって決定される。Ochi & Hubbleはスペクトル型を10個のパターンに分類して、計800例に対して計算をおこなっている。このモデルはスペクトルの高周波側の勾配を $f^{-5}$ で規定し、全体的な形状を $\Gamma$ 関数により表現している。

このように、スペクトル型に関する研究は種々の面からなされているが、いずれもスペクトル形状を表現するパラメータの工学的な利用上の決定の仕方に問題が残されているように思われる。

### 3. 波浪の統計量の演算結果

#### 3.1 波形記録の解析

本稿で計算に用いたデータは、酒田、波浮、浜田、那覇の各港における取得記録であり、これら各港における波高計の設置水深は、それぞれ-19.88 m、-49.28 m、-51.00 m、-51.00 mであり、デジタル記録計の感度はそれぞれ6、12、8、12 cm/digである。なお、サンプリング間隔はいずれも0.5 sである。

平均波諸元、 $\bar{H}$ 、 $H_{1/3}(T_{1/3})$ 、 $H_{1/10}(T_{1/10})$ 、 $H_{\max}(T_{\max})$ については、“波浪に関する拠点視測年報”として毎年公刊されているデータの中からそのまま採用し

ている。これらの演算処理は基本的には zero-up-cross 法に依っているが、<sup>38)</sup>上記各港の内酒田、那覇港についてはデジタル記録は山、谷が逆となっており、zero-down-cross 法に依っていることになる。本稿での計算においてもこれに従っている。 $T_0$ 、 $T_z$ 、およびスペクトルの演算には、現地より送布された紙テープを磁気テープに変換し、これらに適当な処理をした後、前者についてはLP紙に出力させた波形記録の時系列からそれぞれゼロアップ、極大値の数を数えたものであり、後者についてはMTから直接以下に示すように電算処理により算出している。

波浪の統計的性質を把握するに際してスペクトル解析は必須となるが、本稿では数種の手法の内比較的新しく・分解能に優れたMEM(Maximum Entropy Method)を用いることとした。MEMについては最近になり種々の方面において適用結果が報告されているが、理論的な概要については付録に示す通りである。

上に述べた各港のデータはいずれも偶数時20分間観測によるもので、これらの利用に際しては波形に混入するノイズは前後の記録を用いて内挿計算をおこなって補正し、これらの異常記録の長さが、5秒をこえる時は計算の対象外とした。

スペクトルのモーメントについては、デジタル記録計感度が乗ぜられていない生データに対して得られたスペクトルを周波数 $0 \sim f_N (= 1/2 \Delta t)$ 、 $\Delta t$ はサンプリング間隔)の間で数値積分をおこない、MEMの特性を考慮して0次のモーメントに対する積分値の差が $0.5 \text{ dig}^2$ 以下となる迄収束計算をおこなって求めた。この結果、ほとんどのケースについては $0 \sim f_N$ の周波数軸を2000分割すると上の収束判定条件を満足した。すなわち、バンド幅は $0.0005(\text{cps})$ となり、このように決定したスペクトルに対して所要のモーメントの計算をおこなっている。

また、MEM使用上問題となる予測誤差フィルターの打ち切り項数は、赤池によるFPE(Final prediction error)によって判断したが、この際鋭敏なスペクトルをもつデータに対してはFPEの極小値が不明瞭となり予測不可能な量迄予測していることになることが考えられるので、打ち切り項数の初期値として $N/2$ ( $N$ はデータ数)を与え、常にこの値より小さくなるようにしてくり返し計算をおこなって決定している。

MEスペクトルは、MEMの手法上各周波数成分間の干渉が小さく、ピーク周波数のシフトも小さいことから他の手法によって得られるスペクトル比し真のスペクトルに近いことが予想されるが、半面分解能があまりに高



すぎてスペクトルが鋭敏となり、低周波成分に対しても比較的顕著に検出するためスペクトルのモーメントの計算結果にも影響を与えている。さらに、複数個のピークを持つ場合にはスペクトルラインの長さの比較により、大きい方をピーク周期として採用したが、MEMにおいては本来スペクトルの積分値に対して比較しなければならないことが知られている。しかし、Lacoss<sup>18)</sup>に依れば、予測誤差フィルターの打ち切り項数が比較的短い場合にはスペクトルラインの長さの比較によって各周波数成分のパワーの大小を判断できるとされているのでこれに依ったものである。

### 3.2 波高に関する統計量について

波高の分布(Rayleigh分布)はスペクトルの幅パラメータ $\epsilon$ がほとんど0に近いとして求められたものである。したがって本稿における試算によると $\epsilon_T$ はほぼ0.4~0.8、 $\epsilon_s$ は0.65~0.9程度の値となっているため先に述べた波高の統計量に関する理論は厳密には成立しなくなるが、これ迄になされた種々の解析例によると波高についてはほぼ $\epsilon$ とは独立に成立することが示されている。合田ら<sup>7)</sup>によると、これは通常波をゼロアップクロス法で定義することにあるとされている。本稿において得られた波高諸元と $\eta_{rms}$ の相関関係を平均値と標準偏差で表わすと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{H}/\eta_{rms} &= 2.415 \pm 0.076 \\ H_{1/3}/\eta_{rms} &= 3.799 \pm 0.093 \\ H_{1/10}/\eta_{rms} &= 4.717 \pm 0.225 \end{aligned} \right\} \text{②}$$

これらの内、 $\bar{H}$ 、および $H_{1/3}$ と $\eta_{rms}$ の関係を図-1、2に示す。

合田ら<sup>7)</sup>によると波高諸元の中では $H_{1/3}$ が最も統計的に安定しているとされているが、本稿における結果もこれを支持していることがわかる。

図-3には②式に示した $H_{1/3}/\eta_{rms}$ のスペクトル幅パラメータ $\epsilon_T$ への依存性を示している。これによるとほとんど顕著な傾向がみられず、上述のようにスペクトルの幅パラメータとはほとんど独立に②式の関係の成立することがわかる。

②式を代表波高間の比の形で表わすと、

$$\left. \begin{aligned} H_{1/3}/\bar{H} &= 1.573 \\ H_{1/10}/\bar{H} &= 1.953 \end{aligned} \right\} \text{③}$$

となる。

②、③式の関係は(5)式に示したRayleigh分布から求められる関係とは多少異なっている。②、③式と(5)式の比較によると値の大きい代表波高ほど小さく見積られ

る傾向のあることがわかる。この原因としてはサンプリング効果、波の非線型性などの影響が考えられる。しかし、②式は代表波高と $\eta_{rms}$ の比例関係が比較的良い精度で成立することを示しており、 $\eta_{rms}$ から代表波高の推定が可能であることを意味している。

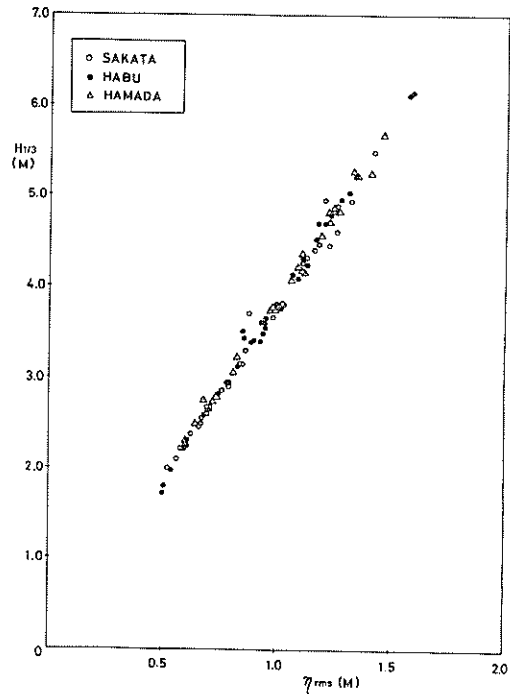


図-1  $H_{1/3}$ と $\eta_{rms}$ の相関関係

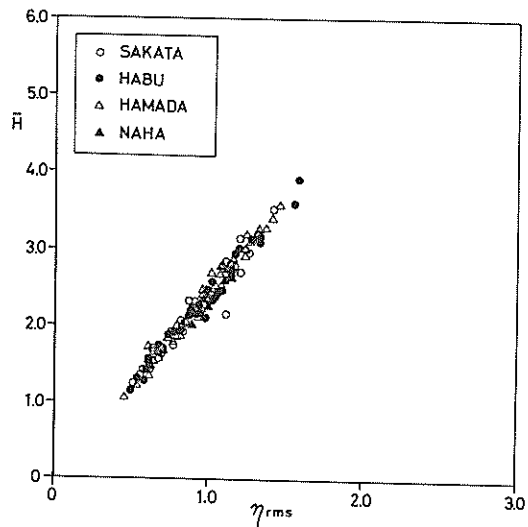


図-2  $\bar{H}$ と $\eta_{rms}$ の相関関係

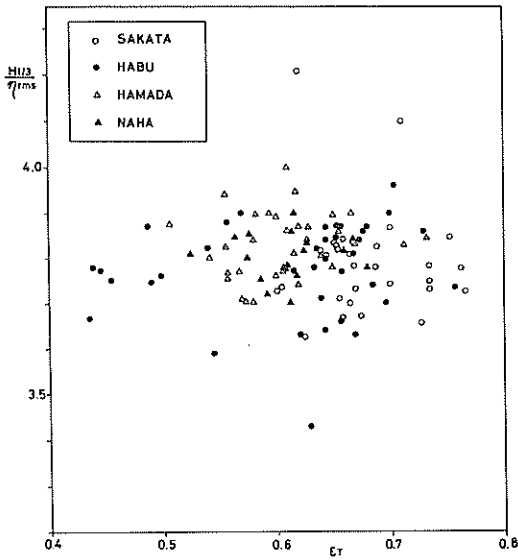


図-3  $H_{1/3}/\eta_{rms}$ のスペクトル幅パラ  
メータ  $\epsilon_T$ への依存性

### 3.3 周期に関する統計量について

周期については、代表的な統計量である平均周期 $T_z, T_c$ がRiceの理論によりスペクトルのモーメントと関連づけられているため、スペクトル形状を表わすスペクトル幅パラメータの影響を受けることが考えられる。したがって代表周期間の関係においても波高におけるよりも統計的なバラツキの大きいことが予想される。また代表周期の算出における母集団は波高との相関の上で、すなわち波高の大きさに準じて決定されるので、平均周期 $T_z$ あるいは $T_c$ を除き周期の分布からは直接代表周期間の関係を求めることができない。したがってこれらの関係は用いたデータにより変動することが予想される。

図-4, 5に、 $T_{1/3}$ および $T_{1/10}$ と $T_z$ の相関関係を示す。また $T_{1/3}, T_{1/10}, T_{max}$ と $T_z$ の関係を平均値と標準偏差の形で表わすと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} T_{1/3}/T_z &= 1.163 \pm 0.057 \\ T_{1/10}/T_z &= 1.179 \pm 0.086 \\ T_{max}/T_z &= 1.198 \pm 0.266 \end{aligned} \right\} \text{④}$$

これによると $T_{1/3}$ の $T_z$ に対する関係は $T_{1/10}, T_{max}$ のそれに比べて統計的に安定していることがわかる。合田ら<sup>7)</sup>によると、 $T_{1/3} \doteq 1.1T_z$ の関係が示されているが、上に示した結果は $T_{1/3}$ が $T_z$ に比し少し大きめとなっている。

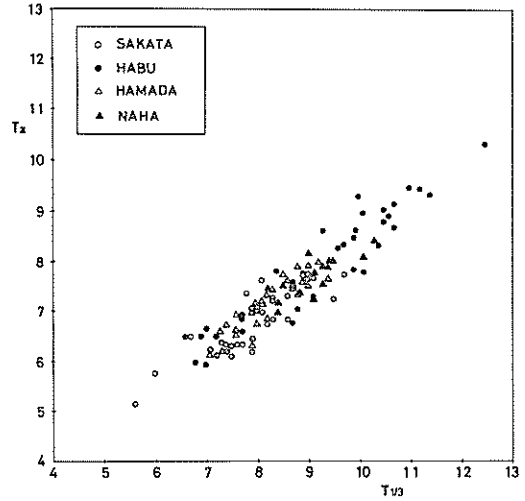


図-4  $T_{1/3}$ と $T_z$ の相関関係

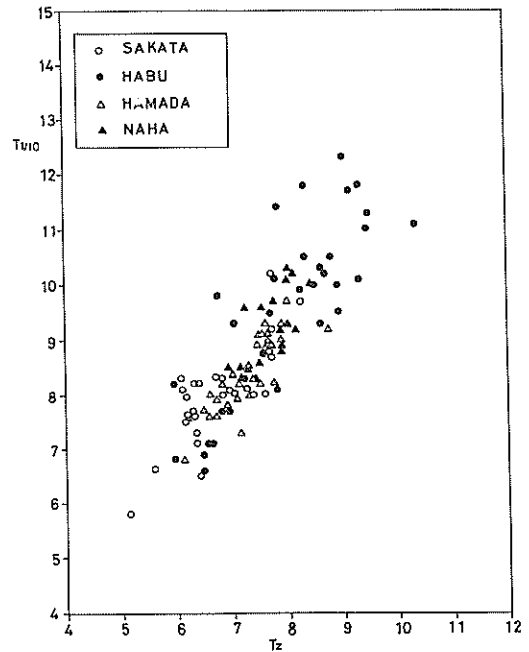


図-5  $T_{1/10}$ と $T_z$ の相関関係

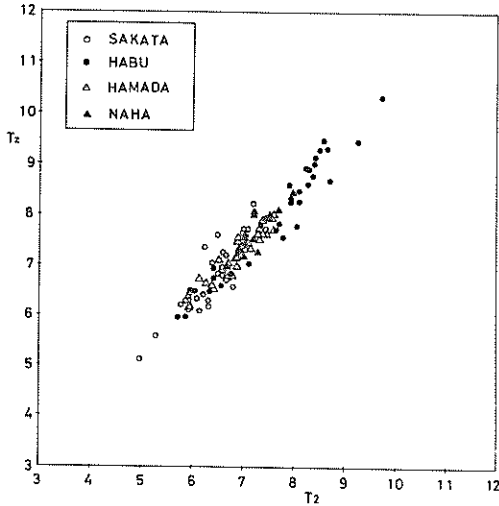
ゼロクロス周期 $T_z$ 、およびクレスト周期 $T_c$ は、それぞれ(1)式に示したようにRiceの理論によりスペクトルのモーメントによる定義 $T_2, T_{24}$ と関連づけられている。

これらの波形記録から直接得られる周期 $T_z, T_c$ とスベ

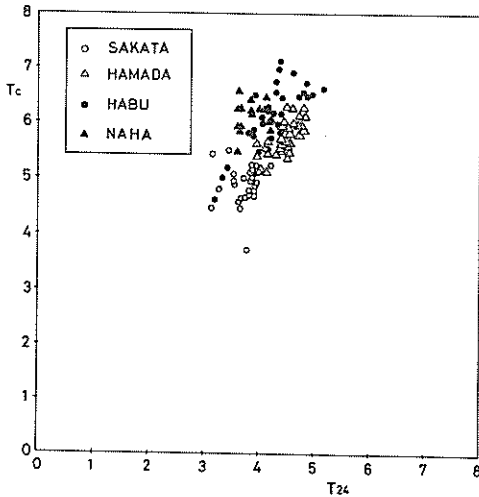
クトルのモーメントから得られる周期 $T_2$ ,  $T_{24}$ の関係を示すと図一6, 7のようになる。またこれらの関係を平均値と標準偏差の形で表わすと

$$\left. \begin{aligned} T_z/T_2 &= 1.048 \pm 0.047 \\ T_c/T_{24} &= 1.377 \pm 0.156 \end{aligned} \right\} \text{㉞}$$

の関係が得られる。



図一6  $T_z$ と $T_2$ の相関関係



図一7  $T_c$ と $T_{24}$ の相関関係

これによると、ゼロクロス周期に関しては $T_z \doteq 1.05 T_2$ が良い精度で成立し、Riceの理論がほぼ成立していると考えられるが、クレスト周期 $T_c$ についてはRice

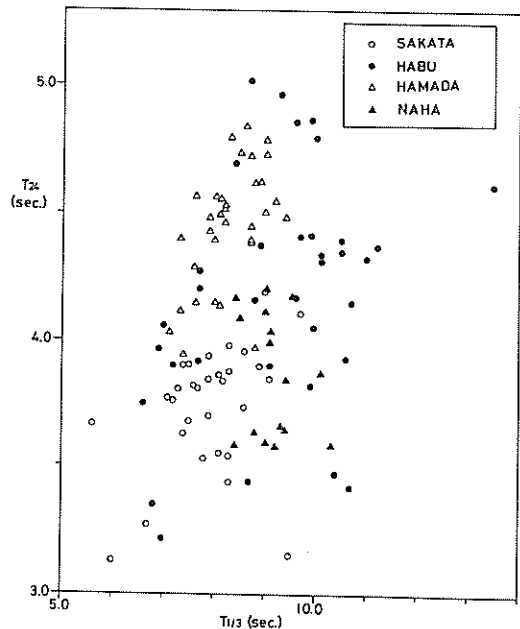
の理論による定義 $T_{24}$ とかなりの開きがみられる。したがってこの意味ではRiceの理論は修正が必要ということになる。合田<sup>7)</sup>によると $T_z \doteq 1.2 T_2$ の関係が得られているが、これと本稿において得られた関係の差は、本稿においてはスペクトル解析にMEMを使用したことによりスペクトルの高周波側がより分解能良く表現されたことに起因するものと考えられる。

一方、クレスト周期に対してはRiceの理論が成立していないが、 $T_c$ ,  $T_{24}$ のそれぞれの絶対値、および統計的変動性を知る意味で $T_{1/3}$ との関係を示すと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} T_{24}/T_{1/3} &= 0.496 \pm 0.071 \\ T_c/T_{1/3} &= 0.674 \pm 0.065 \end{aligned} \right\} \text{㉞}$$

㉞式の第一式に示す $T_{24}$ と $T_{1/3}$ の相関関係は図一8に示されている。これによると $T_{24}$ と $T_c$ の統計的な変動性はほぼ同等であることがわかる。

Collins<sup>4)</sup>によると、 $T_{24}$ が $T_c$ よりも小さく見積られるのは、スペクトルのピーク付近の周波数成分が非線型効果により高周波成分に加算され、高次のモーメントほど大きく見積られるためであるとしている。しかし、ゼロアップ周期に関しては $T_z \doteq 1.05 T_2$ がほぼ成立していることを考えると、サンプリング効果による影響の方が大きいように思われる。このことは観測システムの応答性にも関連している。



図一8  $T_{24}$ と $T_{1/3}$ の相関関係

形で表わすと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} T_p / T_{1/3} &= 1.186 \pm 0.138 \\ T_p / T_z &= 1.379 \pm 0.179 \end{aligned} \right\} (7)$$

これらによると  $T_p$  は  $T_z$  より  $T_{1/3}$  との相関性の高いことが認められる。このことは  $T_p$  を表現するパラメータとしては  $T_{1/3}$  の方が  $T_z$  よりも妥当であることを意味している。一般に、 $T_p$  と  $T_{1/3}$  の関係としては後述するように  $T_p = 1.05 T_{1/3}$  の関係が適用されることが多いが、(7) 式の結果においては  $T_p$  が  $T_{1/3}$  に比べてこれより少し大きめに集積もられている。これは、本稿においてはデータとして風波の発生・発達時、および減衰時を含めて考えていること、およびスペクトルの計算に MEM を用いたことに依存しているものと思われる。すなわち、前者は従来の関係式が風波の fully developed の状態について得られたものであることに関連しており、後者は MEM では分解能の高いスペクトルが得られることによって低周波側の卓越成分波の周期を  $T_p$  として採用したことに対応している。しかし、本来  $T_p$  はスペクトル形状から決定されるものであり、Haring et al<sup>14)</sup> に示されているようにこれと平均波周期との比がスペクトル幅パラメータに依存していることを考えるとある種の平均値として扱えることができるが、スペクトルのピークに対応した周期として決定されるという意味では  $T_{1/3}$  などの平均的に決められる諸元に対して大きい変動性を示すものと考えられる。にもかかわらず  $T_p = 1.05 T_{1/3}$  の関係が用いられているのは、風波の fully developed の状態においては比較的スペクトル形状が安定していること、及び合田ら<sup>7)</sup> により示されているように  $T_{1/3}$  が統計的に安定した諸元であることによるものと考えられる。図-11, 12 には、 $T_1$  と  $T_z$  および  $T_{1/3}$  の関係を示している。これらに  $T_1$  と  $T_{1/10}$  の関係を加え平均値 ± 標準偏差の形で表わすと以下ようになる。

$$\left. \begin{aligned} T_1 / T_z &= 1.046 \pm 0.039 \\ T_1 / T_{1/3} &= 0.900 \pm 0.033 \\ T_{1/10} / T_z &= 0.895 \pm 0.074 \end{aligned} \right\} (8)$$

これらによると、 $T_1$  は有義波周期  $T_{1/3}$  よりもむしろ平均周期  $T_z$  と非常によく対応づけられており、 $T_z$ 、 $T_{1/3}$ 、 $T_{1/10}$  などの平均波周期よりも統計的に安定したパラメータであると考えられる。このことはスペクトルの（低次の）モーメントから得られる平均周期は先に述べた離散的サンプリングによる影響をうけないことに起因しているものと思われる。

次に、 $T_p$  とスペクトルのモーメントから得られる平

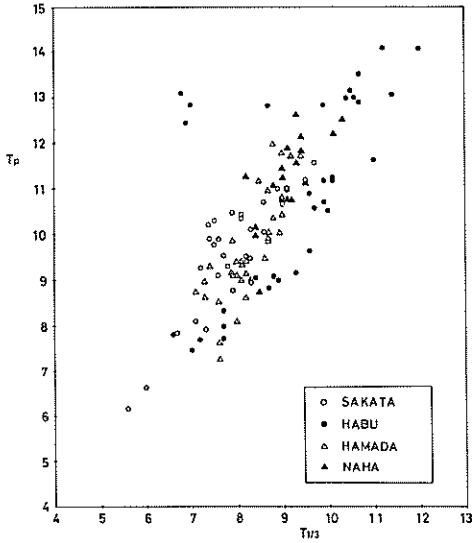


図-9  $T_p$  と  $T_{1/3}$  の相関関係

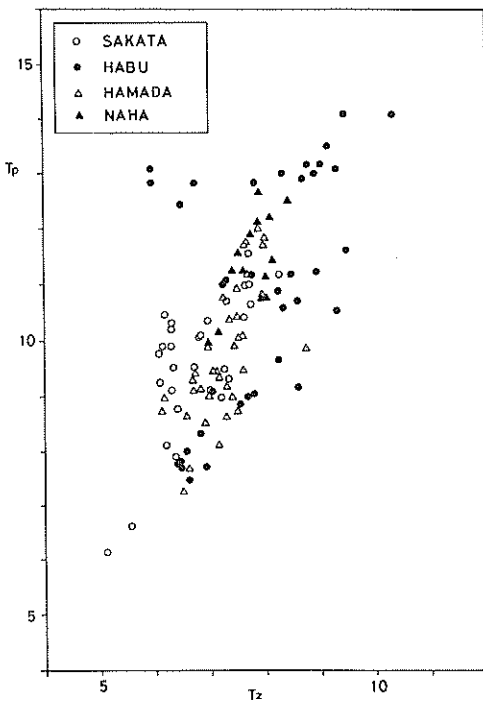


図-10  $T_p$  と  $T_z$  の相関関係

図-9, 10にはスペクトルのピーク周期  $T_p$  と  $T_{1/3}$ 、 $T_z$  の関係を示す。これらの関係を平均値と標準偏差の

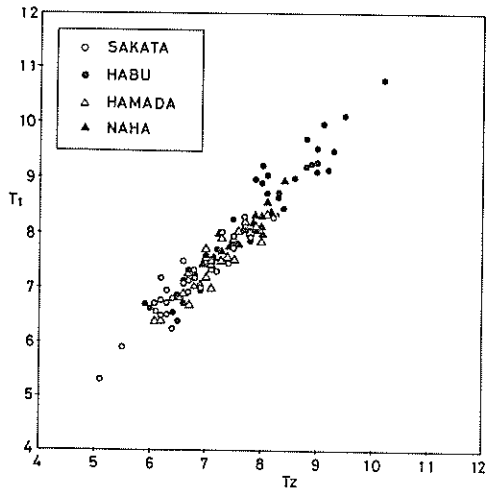


図-11  $T_1$ と $T_z$ の相関関係

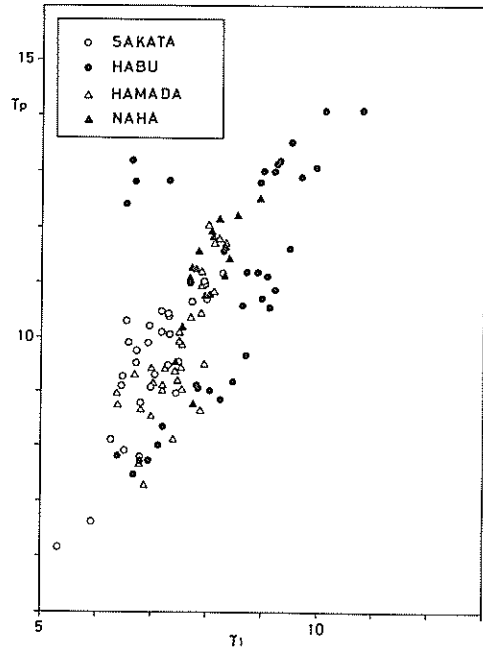


図-13  $T_p$ と $T_1$ の相関関係

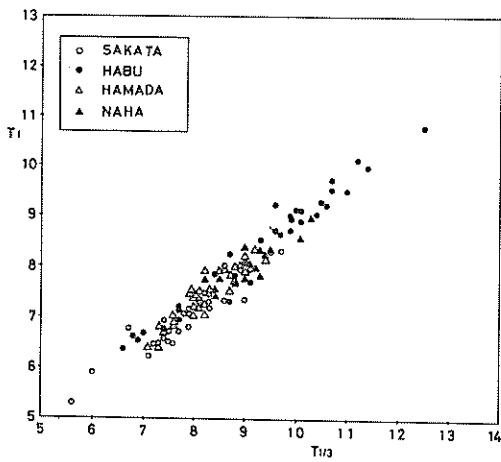


図-12  $T_1$ と $T_{1/3}$ の相関関係

均周期 $T_1, T_2$ の関係を以下に示す(図-13, 14 参照)。

$$\left. \begin{aligned} T_p/T_1 &= 1.318 \pm 0.152 \\ T_p/T_2 &= 1.442 \pm 0.184 \end{aligned} \right\} (2)$$

合田<sup>12)</sup>によると, ISSC スペクトルを用いた場合

$$\left. \begin{aligned} T_p/T_1 &= 1.295 \\ T_p/T_2 &= 1.408 \end{aligned} \right\} (3)$$

となるが、 $T_2$  に対する  $T_p$  の比はスペクトルが尖鋭になるほど小さくなることを考えると、

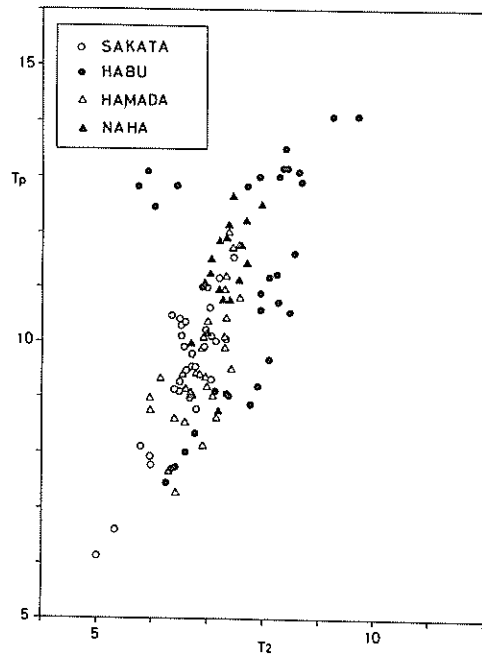


図-14  $T_p$ と $T_2$ の相関関係

本稿で用いたデータは ISSC スペクトルよりも更になだらかなスペクトル形を有したものであることがわかる。

本節で述べた周期パラメータについてその大小関係を表示すると以下ようになる。

$$T_{24} < T_c < T_2 \leq T_z \leq T_1 < T_{1/3} \leq T_{1/10} < T_p \quad (8)$$

### 3.4 スペクトル幅パラメータについて

2.2 に示したように、スペクトル幅パラメータ  $\epsilon$  についてはスペクトルのモーメントによる定義  $\epsilon_s$  と波形記録の  $N_c, N_z$  による定義  $\epsilon_T$  の二通りである。

図-15 に  $\epsilon_T$  と  $\epsilon_s$  の関係を示す。これによると  $\epsilon_s$  は  $\epsilon_T$  が小さくなるほど  $\epsilon_T$  に比し相対的に大きくなる傾向がみられる。これは合田ら<sup>7)</sup> による結果と一致している。図-15 に示される  $\epsilon_T$  と  $\epsilon_s$  は不一致は  $T_c$  と  $T_{24}$  の

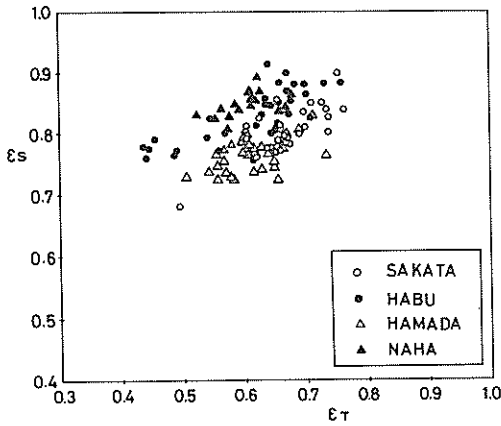


図-15  $\epsilon_T$  と  $\epsilon_s$  の相関関係

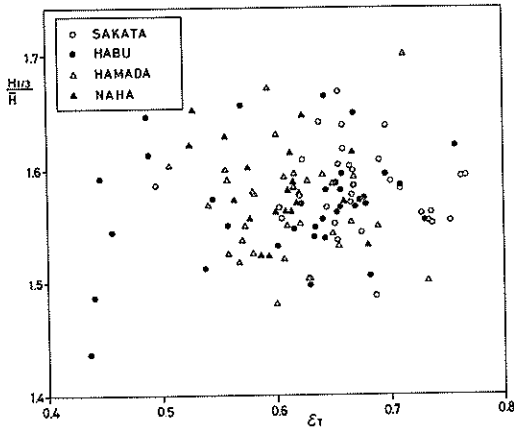


図-16  $H_{1/3}/\bar{H}$  と  $\epsilon_T$  の関係

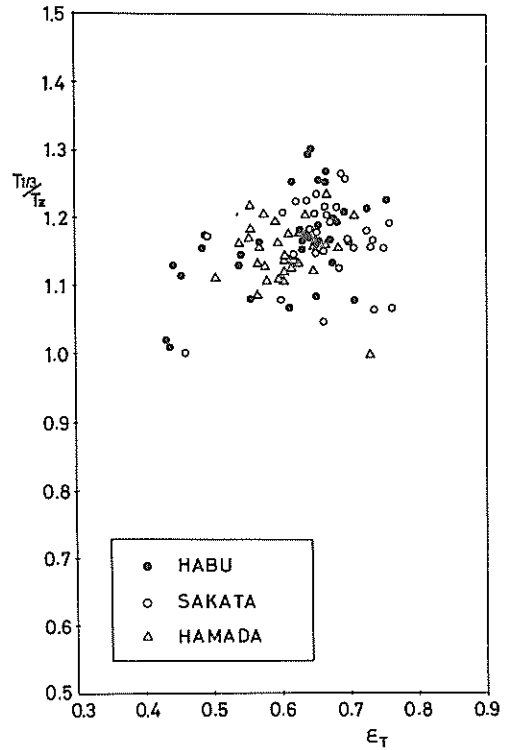


図-17  $T_{1/3}/T_2$  と  $\epsilon_T$  の関係

の不一致に負うところ大であるが、詳細については不明である。

図-16, 17 には、それぞれ波高比、周期比のスペクトル幅パラメータ  $\epsilon_T$  への依存性を示している。波高比についてはほとんど  $\epsilon_T$  と相関がなく、3.2 で示したように波高の統計量については  $\epsilon_T$  とはほぼ独立であることがわかる。一方、周期比については波高比に比べて僅かではあるが  $\epsilon_T$  に依存する傾向がみられる。

### 3.5 波浪の統計量に及ぼす非線型性の影響

非線型性を表わすパラメータとしては、2.1 に示したように skewness  $\sqrt{\beta_1}$  と kurtosis  $\beta_2$  が考えられる。

合田ら<sup>7)</sup> によると、海の波の場合 skewness はほとんど正値をとり、 $H_{1/3}/h$  との間かなりの相関性のあること、また kurtosis については skewness と若干の相関性があるだけで他の諸元とはほとんど無相関であることが示されている。本稿での結果において、酒田、那覇の各港のデータで skewness に負値が多くなっているのは 3.1 で述べたように、これらのデジタルデー

タは山、谷が逆になっていることによる。

図-18, 19には $H_{1/10}/\eta_{rms}$ と skewness, kurtosis の関係を示す。これによると,  $H_{1/10}/\eta_{rms}$ は skewness とは無関係であるが, kurtosis とは多少の相関関係のあることが認められる。

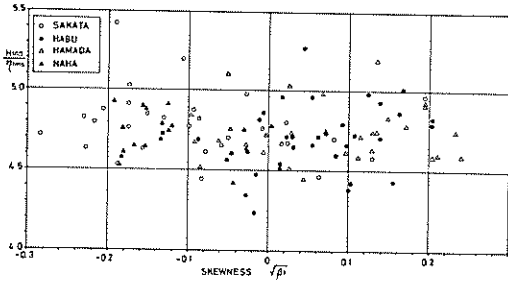


図-18  $H_{1/10}/\eta_{rms}$ と $\sqrt{\beta_1}$ の関係

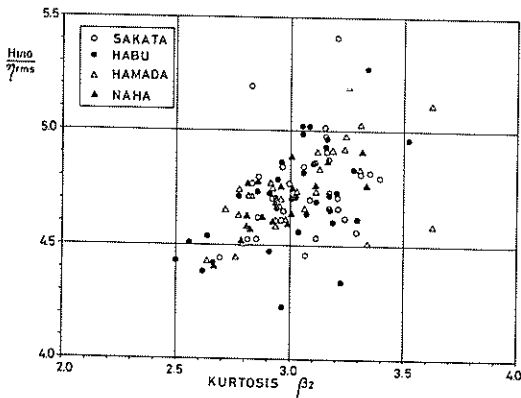


図-19  $H_{1/10}/\eta_{rms}$ と $\beta_2$ の関係

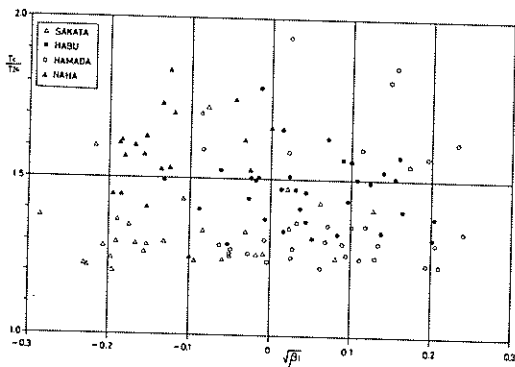


図-20  $T_c/T_{24}$ と skewness の関係

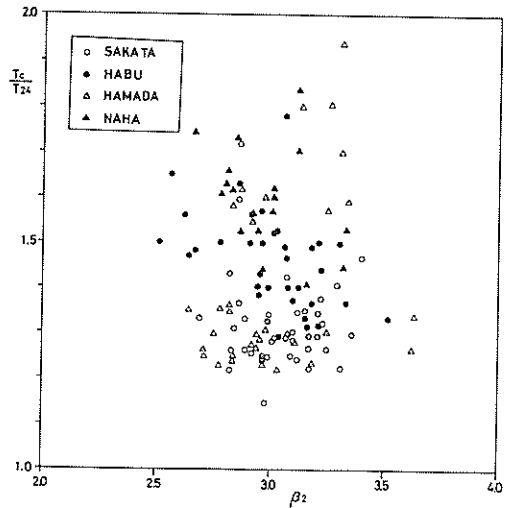


図-21  $T_c/T_{24}$ と kurtosis の関係

図-20, 21には $T_c/T_{24}$ と skewness, kurtosis の関係を示しているが, これらはいずれもほぼ無相関であり,  $T_c$ と $T_{24}$ の不一致の原因を非線型性だけで説明することはできない。

#### 4. スペクトルに関連するパラメータの推定

##### 4.1 推定手法

風波のスペクトルについては2章で示したように, これ迄に種々の標準型が提案され港湾諸計画に活用されているが, 現在のところこれらのスペクトル型が成立するという必然性はなく, 工学的な利用面から暫定的に用いられているにすぎない。2章に示したスペクトル型は一般的に次のようなスペクトル型に基づいている。

$$S(f) = A f^{-5} \exp[-B f^{-4}] \quad (20)$$

この型は実際の海洋波のスペクトルをよく近似していることがこれまでの多くの研究成果により示されている<sup>(7), (17), (23), (28)</sup>。しかし, この型を用いるとスペクトル幅パラメータ $\beta_s$ <sup>(21)</sup>の値が(20)式に示すように一意的に決まってしまう, 波浪諸元についても以下に示すように高周波側の勾配を表わす $\alpha$ とピーク周波数 $f_p$ のみによって決定されることとなる。

今, Pierson-Moskowitz のスペクトルを考えると, これはピーク周波数 $f_p$ により次式のように書かれる。

$$S(f) = \alpha g^2 (2\pi f)^{-5} \exp\left[-\frac{5}{4} \left(\frac{f_p}{f}\right)^4\right] \quad (21)$$

上式に2章に示した関係を用いると、

$$\left. \begin{aligned} H_{1/3} &= 4\sqrt{m_0} = 4\sqrt{\frac{\alpha}{5}} g (2\pi f_p)^{-2} \\ T_z &= 2\pi\sqrt{m_0/m_2} = 2\pi\left(\frac{4}{5\pi}\right)^{1/4} (2\pi f_p)^{-1} \\ &(\div 0.7104 T_p) \end{aligned} \right\} \text{84}$$

また、Bretschneider<sup>37)</sup>は82式に示したスペクトルに対して、ピーク周期で正規化したスペクトル型と、ピーク周波数で正規化したスペクトル型を関連づけるのに次式の関係を用いている。

$$\begin{aligned} T_p &= \sqrt{5/4} T_{1/3} \\ &= 1.057 T_{1/3} \end{aligned} \quad \text{85}$$

光易<sup>23)</sup>は経験的に

$$T_p = 1.05 T_{1/3} \quad \text{86}$$

の関係式を設定している。

このような関係式は、主として有義波によって波浪推算をおこなう有義波法における推算公式と波浪のスペクトル型の関連づけのために重要なものであり、たとえば88式は89式の関係を用いて書き換えられたものである。しかし、3章で示したように $T_p$ は他の周期パラメータに比して統計的変動が大きく、実際に本稿での試算により得られた87式の関係は88, 89に示した関係とかなり異っている。

波高についてはスペクトルの0次のモーメントと一意的に関連づけられるが、周期に関してスペクトルと関連づけられる関係式は81式に示すRiceの理論によるものである。これによると波の周波数特性は波形記録にみられるゼロクロス率と極大値率により規定されることになる。しかし、上に示したPierson-Moskowitz型のスペクトルは、本質的にはゼロクロス率だけで決定されるone-parameterモデルであり、Riceの理論を適用することはできない。この影響は84式のような現実に即さない関係が一元的に決定されるところにみることができ。

そこで、ここでは海洋波の周波数特性だけに着目してRiceの理論の成立を仮定することによってスペクトルに関連した周期パラメータを決定することを考える。スペクトルと波形記録から直接得られる統計量の間で成立する関係としては、80, 81式に示した三式が考えられるが、波形記録が正規化されている場合を考えると81式に示される二つの関係が満たされればよいことになる。したがって、これらを利用するために2パラメータ関数で

モーメントの算出が容易であり、しかも比較的種々の形状に順応性のあるガンマ分布関数をスペクトル型として採用し、これより得られる関係式について議論することとする。

として採用することにする。

今、水位の変動量 $\eta(t)$ が $E\{\eta(t)\}=0, E\{\eta^2(t)\}=1$ を満足するように正規化された弱定常過程とし、上述のように次式で示すガンマ分布でスペクトル型が近似されるものとする。

$$S(f) = \frac{\lambda^r}{2\Gamma(r)} f^{r-1} e^{-\lambda f} \quad \text{87}$$

ここに、 $f > 0$ であり、 $r (> 0)$ 、 $\lambda$ は未知パラメータである。なお $\Gamma$ はガンマ関数を意味する。

上述のように、不規則過程 $\eta(t)$ は正規化されていると仮定しているので次式が成立する。

$$E\{\eta^2(t)\} = R(0) = 2 \int_0^\infty S(f) df = 1 \quad \text{88}$$

ここに、 $R(0)$ はラグ0の自己相関関数を表わす。

87式のスペクトル型に対して81式の関係を用いると次式の関係が得られる。

$$\begin{aligned} N_z/t_0 (= 1/T_z) &= \frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{m_0}} \frac{\int_0^\infty f^2 S(f) df}{\int_0^\infty S(f) df} \\ &= \frac{1}{\lambda} [r(r+1)]^{1/2} \end{aligned} \quad \text{89}$$

$$\begin{aligned} N_c/t_0 (= 1/T_c) &= \frac{\sqrt{m_4}}{\sqrt{m_2}} \frac{\int_0^\infty f^4 S(f) df}{\int_0^\infty f^2 S(f) df} \\ &= \frac{1}{\lambda} [(r+2)(r+3)]^{1/2} \end{aligned} \quad \text{90}$$

89, 90式は $t_0 \rightarrow \infty$ の時確率1で成立する。

このように、観測時間 $t_0$ に対して $N_z(T_z), N_c(T_c)$ が与えられれば87式の二つの未知パラメータ $r$ と $\lambda$ が決定されることになる。

89, 90式を $r$ と $\lambda$ に関する連立方程式として解くと、以下に示すように $r$ と $\lambda$ は $N_z, N_c$ の関数として求められる。

$$\hat{r} = \frac{5N_z^2 - N_c^2 + \sqrt{N_c^4 + 4N_c^2 N_z^2 + N_z^4}}{2(N_c^2 - N_z^2)} \quad \text{91}$$

91式を89式に代入すると、

$$\hat{\lambda} = \frac{t_0}{N_z} [\hat{r}(\hat{r}+1)]^{1/2} \quad \text{92}$$



一方(4)式を(40)式に代入すると

$$\hat{\lambda} = \frac{t_0}{N_c} [(\hat{r}+2)(\hat{r}+3)]^{1/2} \quad (42)$$

(41), (42)式の $\hat{r}$  (ハット記号)はRiceの理論に基づく推定値であることを意味する。

(41)式の分母, 分子を $N_c^2$ で割り, (42)式の第一式に示す $\varepsilon_T$ を用いると, (41)式は次のように $\varepsilon_T$ だけの関数として書き換えることができる。すなわち,

$$\hat{r} = \frac{4 - 5\varepsilon_T^2 + \sqrt{16 - 16\varepsilon_T^2 + \varepsilon_T^4}}{2\varepsilon_T^2} \quad (43)$$

したがって,  $\hat{r}$ は $\varepsilon_T$ のみで,  $\hat{\lambda}$ はゼロクロス周期あるいはクレスト周期と $\varepsilon_T$ のみにより決定されることとなる。なお, 本稿ではクレスト周期についてはRiceの理論が成立し難いことを考慮し,  $\hat{\lambda}$ としてはゼロクロス周期と $\varepsilon_T$ より得られるものを採用する。

次にこれらの分布パラメータ $\hat{r}$ ,  $\hat{\lambda}$ を利用して, スペクトルに関連するパラメータを推定することを考える。

(47)式で与えられるスペクトルのピーク周波数 $f_p$ は,  $\hat{r}$ と $\hat{\lambda}$ により次式で与えられる。

$$\hat{f}_p = 1/\hat{T}_p = \frac{\hat{r}-1}{\hat{\lambda}} \quad (44)$$

また, スペクトルの0次のモーメントと1次のモーメントの比によって定義される平均周期 $T_1$ の推定値 $\hat{T}_1$ は次式のように求められる。

$$\hat{T}_1 = \frac{\hat{\lambda}}{\hat{r}} \quad (45)$$

周期パラメータに関する推定式(43), (44), (45)を用いると, これらの大小関係は次式のように与えられる。

$$T_{24} \equiv T_c < T_2 \equiv T_z < T_1 < T_p \quad (46)$$

(46)式は先に示した現地観測データに対する周期パラメータの関係式(3)式と矛盾しない関係式を与えている。

次にスペクトル幅パラメータ $\nu_s$ ,  $\varepsilon_s$ の推定値 $\nu_T$ ,  $\varepsilon_T$ について考える。

(49), (40)式より $\varepsilon_s$ の推定値 $\varepsilon_T$ については次式で与えられる。

$$\varepsilon_T = \left(1 - \frac{N_z^2}{N_c^2}\right)^{1/2}$$

$$= \left\{1 - \frac{\hat{r}(\hat{r}+1)}{(\hat{r}+2)(\hat{r}+3)}\right\}^{1/2} \quad (47)$$

一方, (47)式で与えられるスペクトルに対して $\nu_s$ の推定値 $\nu_T$ を計算すると

$$\nu_T = \left(\frac{1}{\hat{r}}\right)^{1/2} \quad (48)$$

のように与えられる。上式は $\nu_T$ と $\varepsilon_T$ が一意的に関連づけられることを示している。

このようにピーク周期 $T_p$ , 平均周期 $T_1$ はスペクトル幅パラメータ $\varepsilon_T$ の関数として推定されることになる。本稿末尾には, 参考のため $\varepsilon_T$  (0.0~0.8) および $T_z$  (3~11秒)の関数として $T_p$ ,  $T_1$ を推定するための図(付図-1, 2)を掲載している。

以上に述べた方法では, Riceの理論の成立することが仮定されているが, 実際の海洋波では本章で示したようにクレスト周期に対してはこのRiceの理論は成立していない。この点問題ではあるが, 多峰型スペクトルで混乱の生じるピーク周期に対して他のパラメータと同等の理論的定義式を与えたことは有意義であると考えられる。

上に示した方法は, Riceの理論の成立を仮定して波形記録から得られる $N_z/N_c = T_c/T_z$ の値よりスペクトルに関連するパラメータを推定する方法であり, これにより推定されるピーク周期を $\hat{T}_{p1}$ と定義する。

一方, (47)式のスペクトル形を仮定することによって(48)式の関係が与えられるから, ピーク周期はスペクトル幅パラメータ $\nu$ の関数であるということが出来る。したがってRiceの理論の成立とは別にスペクトルのモーメントから得られる諸量( $\nu_s$ ,  $T_z$ )により(44)式の $\hat{T}_p$ を書き直し, これを $\hat{T}_{p2}$ とすると

$$\begin{aligned} \hat{T}_{p2} &= \frac{\hat{\lambda}}{\hat{r}-1} \\ &= \frac{T_z \left\{ \frac{1}{\nu_s^2} \left( \frac{1}{\nu_s^2} + 1 \right) \right\}^{1/2}}{\frac{1}{\nu_s^2} - 1} \\ &= T_z \frac{(1 + \nu_s^2)^{1/2}}{1 - \nu_s^2} \end{aligned} \quad (49)$$

本稿に示した結果によると $\nu_s$ と $\varepsilon_s$ が一意的に関連づけられることから(49)式の $\nu_s$ の代わりに $\varepsilon_s$ を用いて書き換えることができるが,  $\varepsilon_s$ の定義においては高次(4次)のモーメントが用いられているため, スペクトル解析におけるaliasingによる影響が大きいと考えられる。したがって $\nu_s$

からの推定値である $\hat{T}_{p2}$ は $T_p$ の良い推定値となることが予想され、 $\hat{T}_{p1}$ に対する比較の意味で $\hat{T}_{p2}$ の計算結果についても以下の節で議論することとする。

⑦式の未知パラメータ $r$ 、 $\lambda$ の推定値の分散は、④)、⑧式より明らかなように、ゼロアップクロス率およびmaximaの率の関数として得られる。ゼロアップクロス率、maximaの率の分散については既に種々研究がなされており、<sup>22), 29), 31), 32)</sup>推定スペクトルの信頼性の判定に適用することができる。

#### 4.2 推定結果、および考察

##### 4.2.1 ピーク周期、およびスペクトル形について

ピーク周期に対する推定値 $\hat{T}_{p1}$ 、 $\hat{T}_{p2}$ と実際のスペクトルのピーク周期 $T_p$ の関係を図-22、23に示す。これらの関係を平均値と標準偏差により表わすと以下のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{T}_{p1}/T_p &= 0.942 \pm 0.124 \\ \hat{T}_{p2}/T_p &= 0.959 \pm 0.101 \end{aligned} \right\} 50$$

これによると、推定結果は $\hat{T}_{p2}$ の方が $\hat{T}_{p1}$ に比しやゝ良

$$\left. \begin{aligned} \hat{T}_{p1}/T_{1/3} &= 1.104 \pm 0.058 \\ \hat{T}_{p2}/T_{1/3} &= 1.126 \pm 0.093 \end{aligned} \right\} 50$$

となる。

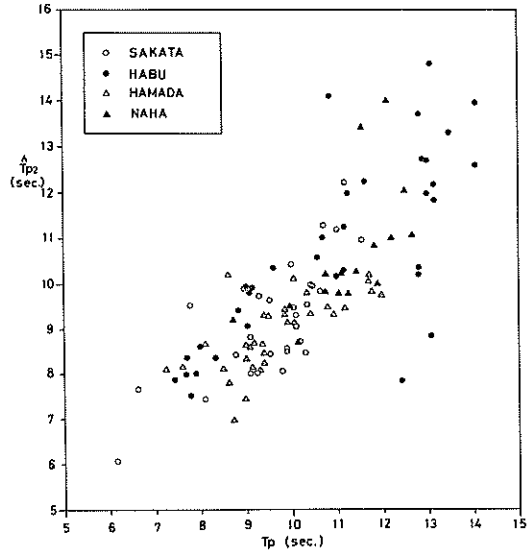


図-23  $\hat{T}_{p2}$  と  $T_p$  の相関関係

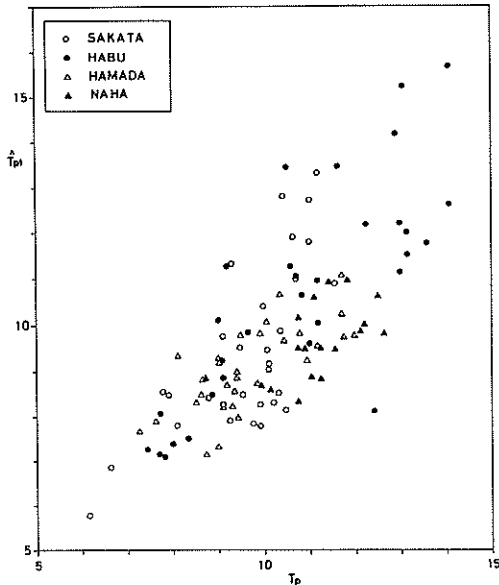


図-22  $\hat{T}_{p1}$  と  $T_p$  の相関関係

好となっているが、いずれも $\hat{T}_p \approx (0.94 \sim 0.96) T_p$ の関係が約1割程度の誤差で成立することを意味している。

一方、推定されたピーク周期と有義波周期の関係を示すと図-24、25のようになる。これらの比を平均値と標準偏差により表わすと

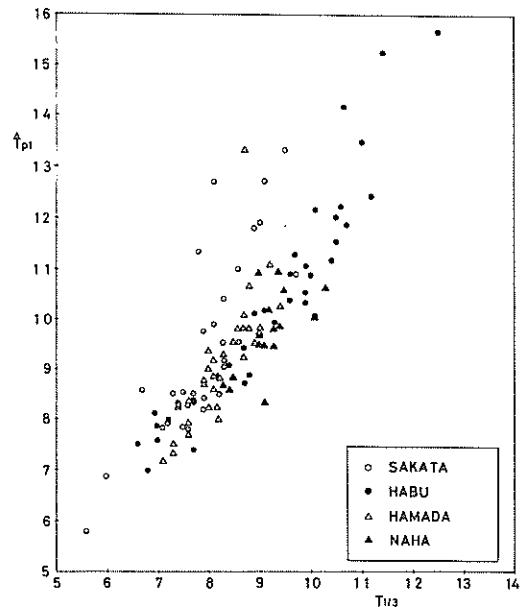


図-24  $\hat{T}_{p1}$  と  $T_{1/3}$  の相関関係

$$\hat{T}_{p2}/\hat{T}_{p1} = 1.028 \pm 0.108 \quad 52$$

このように  $\hat{T}_{p1}$  と  $\hat{T}_{p2}$  は大きさの面ではよく一致している。

図-27, 図-28にはピーク周期の推定結果を時系列として表示したものである。前者は波浮港における昭和53年7月31日12時~8月1日10時の観測記録であり、後者は酒田港における昭和53年2月13日16時~2月14日12時の観測記録に対する結果である。図中  $f_2$  とあるのは  $1/T_2$  を、また  $\hat{f}_{p1}$ ,  $\hat{f}_{p2}$  はそれぞれ  $\hat{T}_{p1}$ ,  $\hat{T}_{p2}$  の逆数を表わしている。なお、これらの観測記録に対して得られる推定スペクトルと、実際にスペクトル解析をすることによって得られるスペクトルの比較を観測地点別にそれぞれ図-29, 30に示す。図中、実線は実際のスペクトルを、破線は推定スペクトルを意味している。実際のスペクトルのエネルギーを示す左側の縦軸は、デジタル記録計感度の乗ぜられていない  $\text{dig}^2$  を単位とする値で示されている。なお、これらの推定スペクトルはいずれも Rice の理論にもとづいて推定されたスペクトルである。

図-27, 28によると、常時うねりの来襲している波浮港の記録に対しては  $\epsilon_T$  は  $\epsilon_s$  に比べて変動が大きく、風波の卓越時には  $\hat{T}_{p1}$  が、うねり成分の卓越時には  $\hat{T}_{p2}$  が  $T_p$  に対する良好な推定値となる傾向がみられる。式において  $\hat{T}_{p2}$  は  $\hat{T}_{p1}$  に比べて  $T_{1/3}$  に対する変動性が大きい結果が得られていたが、図-27, 28の結果によると、本稿において用いたデータは主として風波性の波浪を対象としていることに起因しているものと思われる。

図-29, 30によると、推定スペクトルは実際のスペクトルの形状を良く表現しており、両者におけるピーク周波数の微妙な不一致は主として実際のスペクトルにおける低周波側のエネルギーの卓越、あるいは複数個のピークをもつことに起因していることが認められる。

一方、スペクトルのモーメントにより定義される周期  $T_2$  と推定周期の関係を求めると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{T}_{p1}/T_2 &= 1.347 \pm 0.164 \\ \hat{T}_{p2}/T_2 &= 1.371 \pm 0.140 \end{aligned} \right\} 53$$

上式の左辺のパラメータを逆数の形で示すと、それぞれ、0.7424, 0.7294 となり、これらはいずれも式に示した係数よりも少し大きめとなっている。一方、実際のスペクトルに対する同様の結果は 0.6935 となっており、Pierson-Moskowitz 型スペクトルのピーク周期を  $T_{pb}$  とすれば、次式の関係が得られる。

$$\hat{T}_{p2} > \hat{T}_{p1} > T_{pb} > T_p \quad 54$$

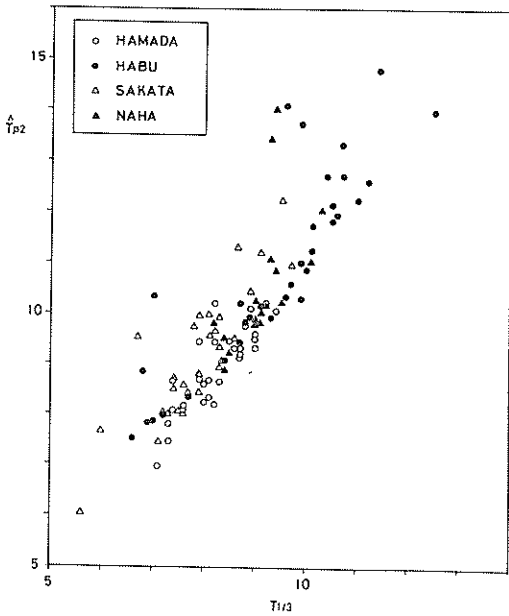


図-25  $\hat{T}_{p2}$  と  $T_{1/3}$  の相関関係

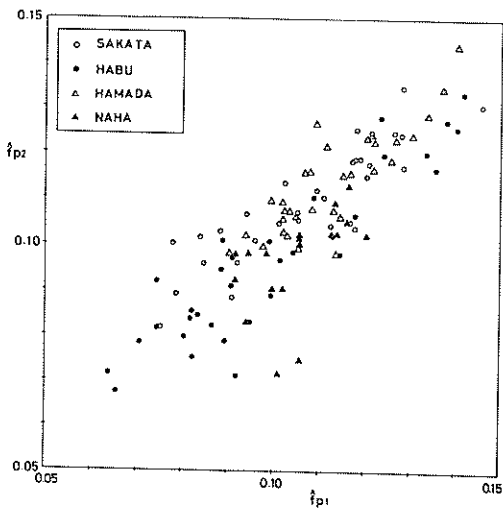
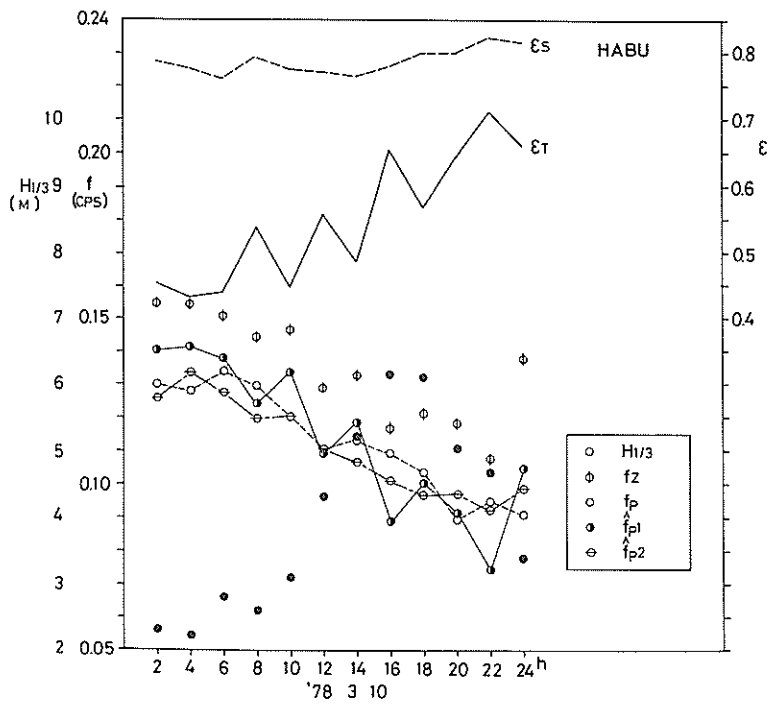


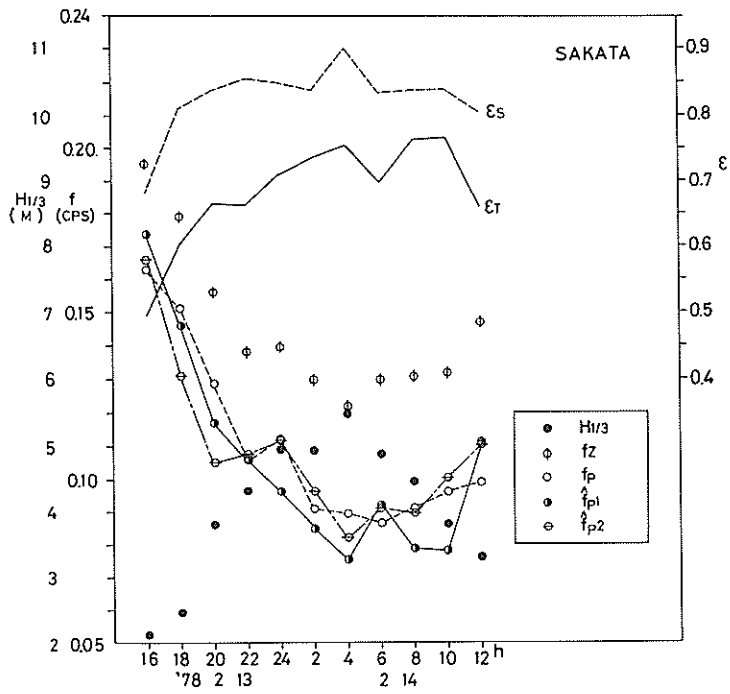
図-26  $\hat{T}_{p1}$  と  $\hat{T}_{p2}$  の相関関係

これらを式第一式に示した結果と比較すると、推定ピーク周期の方が実際のピーク周期に比較して  $T_{1/3}$  に対する変動性が小さいことがわかる。したがって平均波諸元との関連づけにおいては実際のスペクトルのピーク周期を用いるよりも本稿で示した方法により推定した値を用いた方が妥当であると考えられる。

図-26には  $\hat{T}_{p1}$  と  $\hat{T}_{p2}$  の関係を示す。  $\hat{T}_{p2}/\hat{T}_{p1}$  を平均値土標準偏差の形で表わすと、



図一27 波浮港におけるピーク周期の推定値



図一28 酒田港におけるピーク周期の推定値の時系列変化

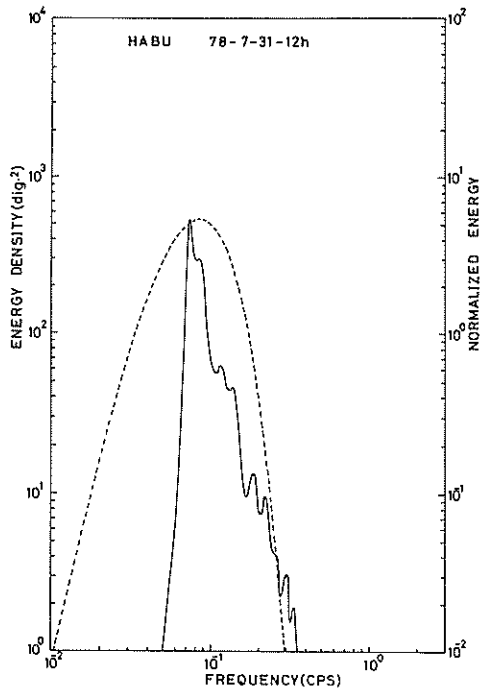


図-29.1

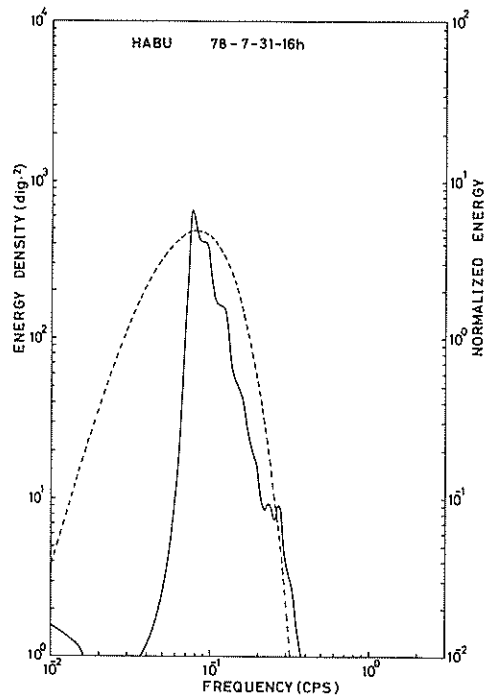


図-29.3

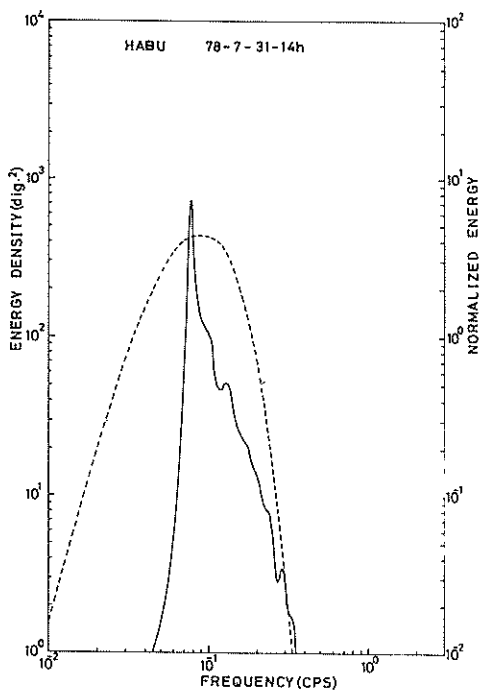


図-29.2

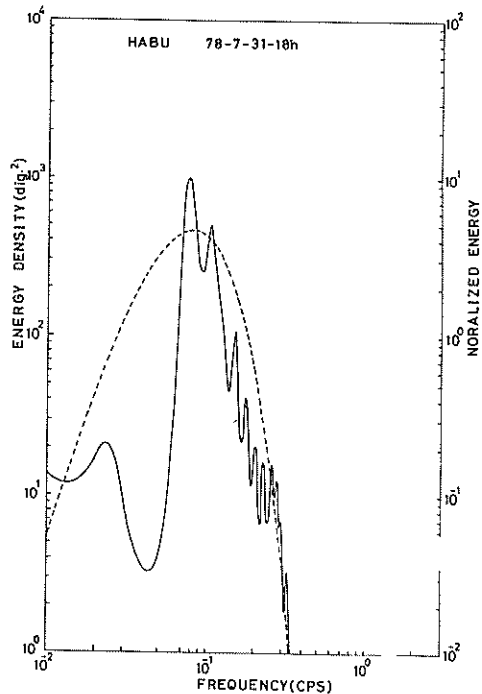


図-29.4

図-29 推定スペクトルと実際のスペクトルの形状比較 (波浮港)

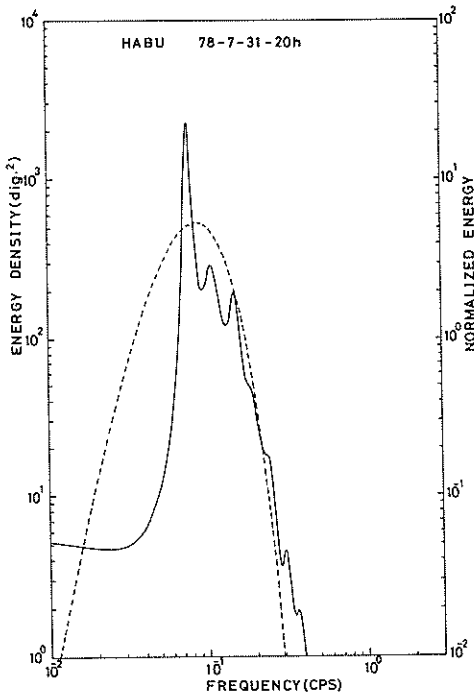


図-29.5

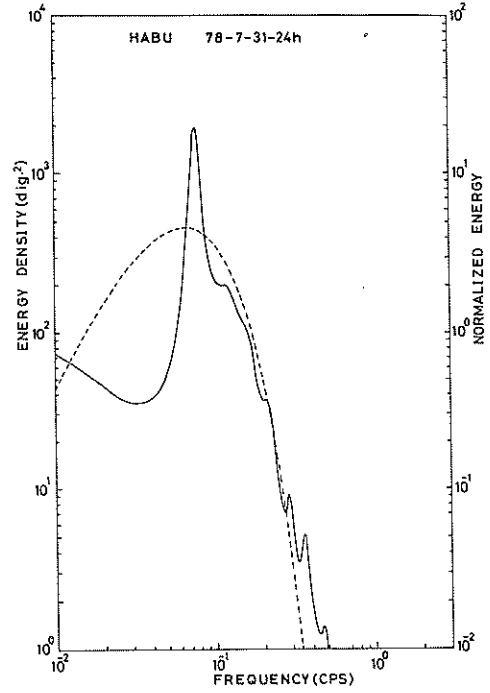


図-29.7

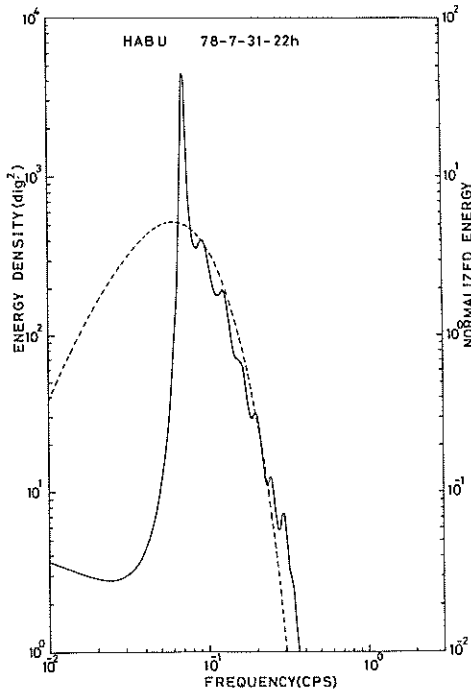


図-29.6

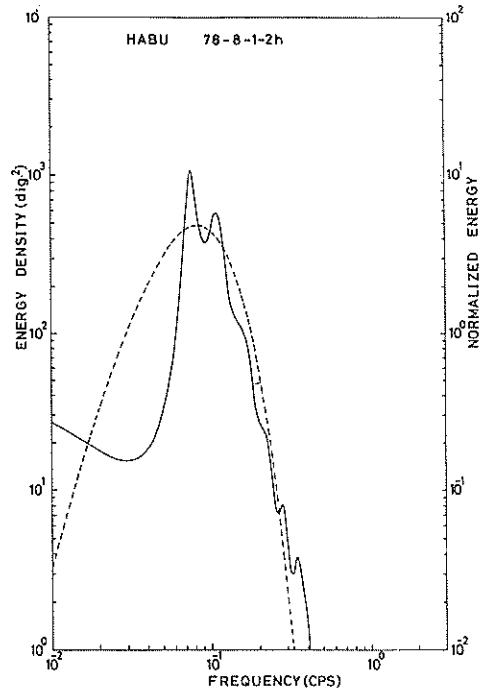
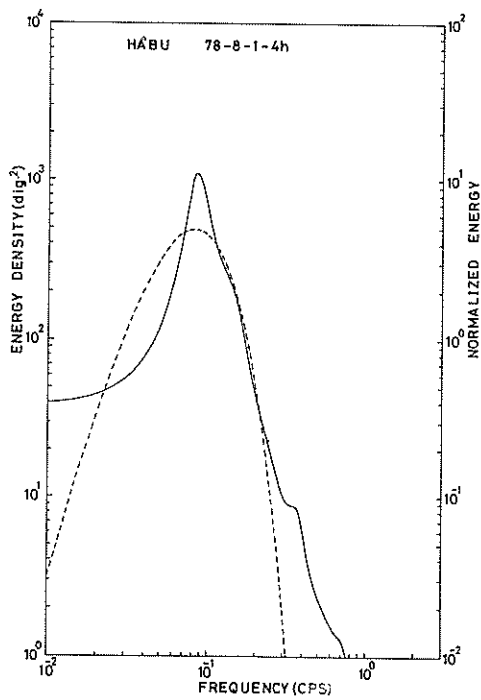
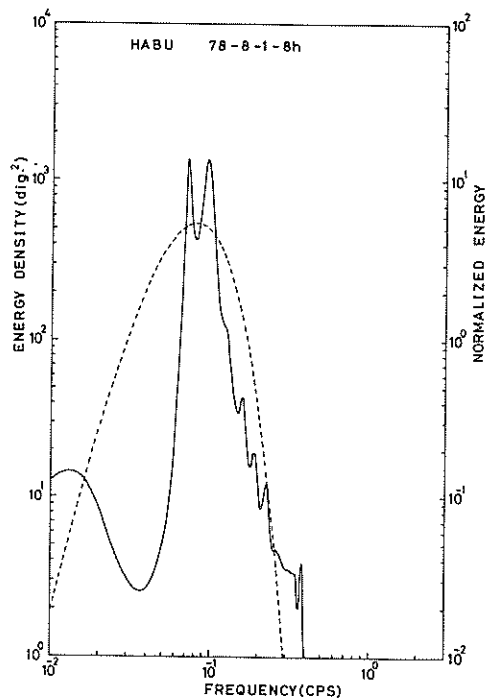


図-29.8

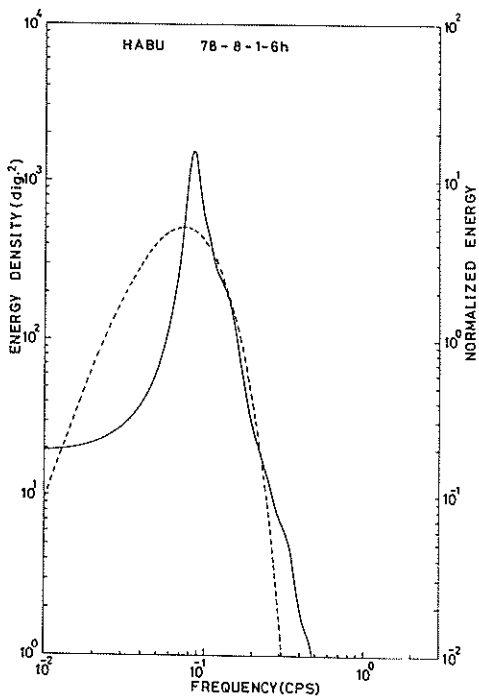
図-29 推定スペクトルと実際のスペクトルの形状比較（波浮港）



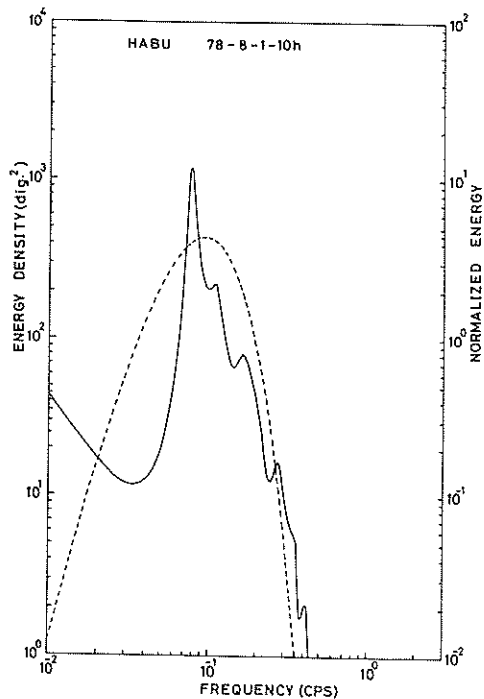
図—29.9



図—29.11



図—29.10



図—29.12

図—29 推定スペクトルと実際のスペクトルの形状比較（波浮港）

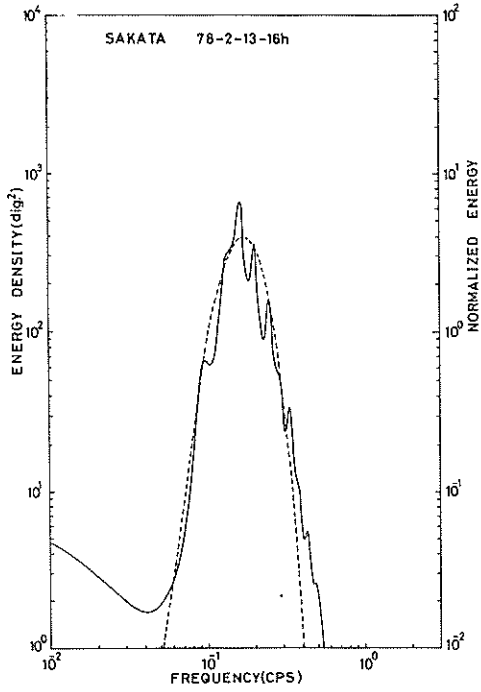


図-30.1

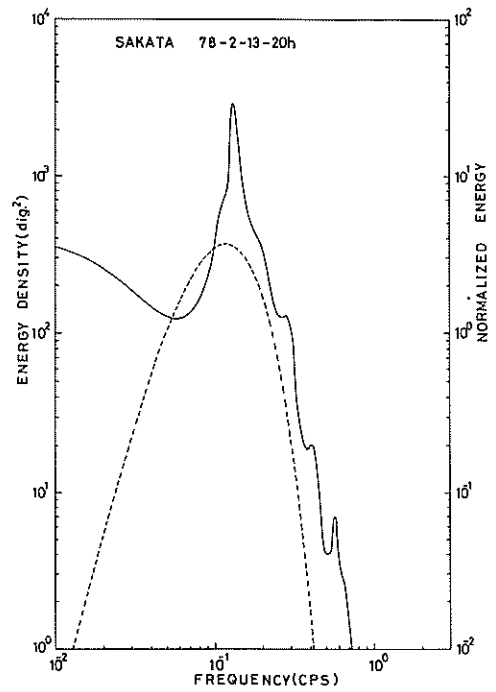


図-30.3

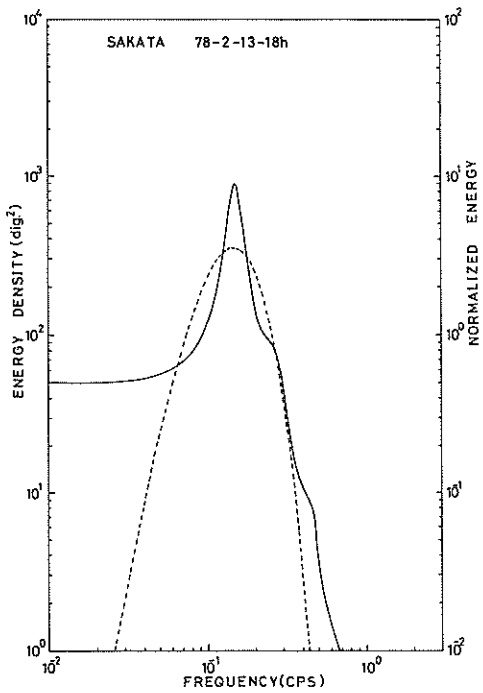


図-30.2

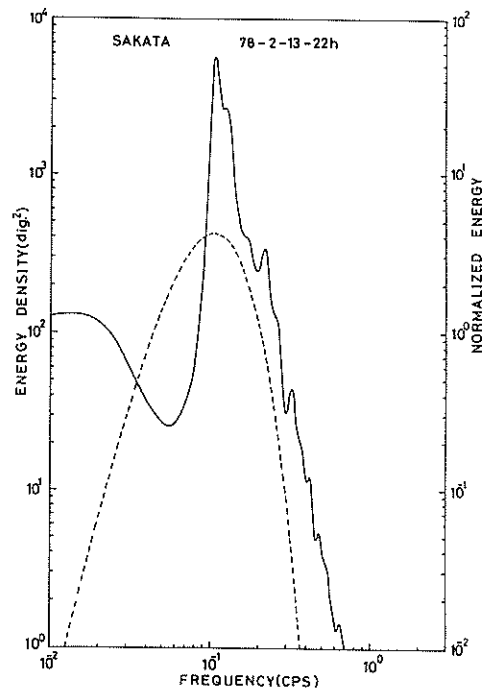
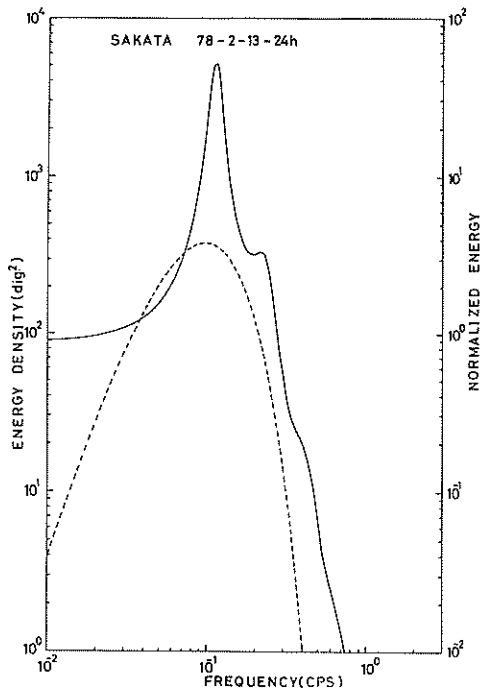


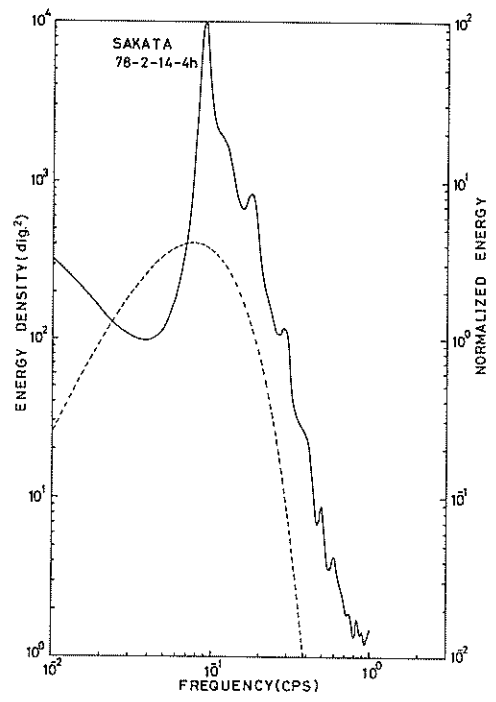
図-30.4

図-30 推定スペクトルと実際のスペクトルの形状比較（酒田港）

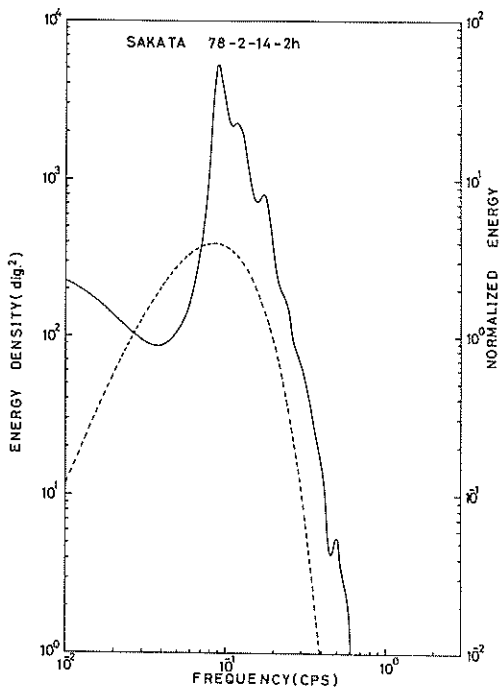




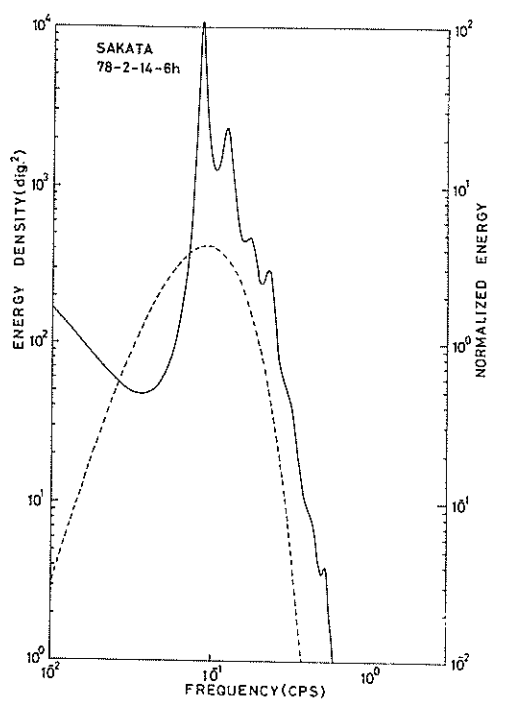
図—30.5



図—30.7



図—30.6



図—30.8

図—30 推定スペクトルと実際のスペクトルの形状比較 (酒田港)

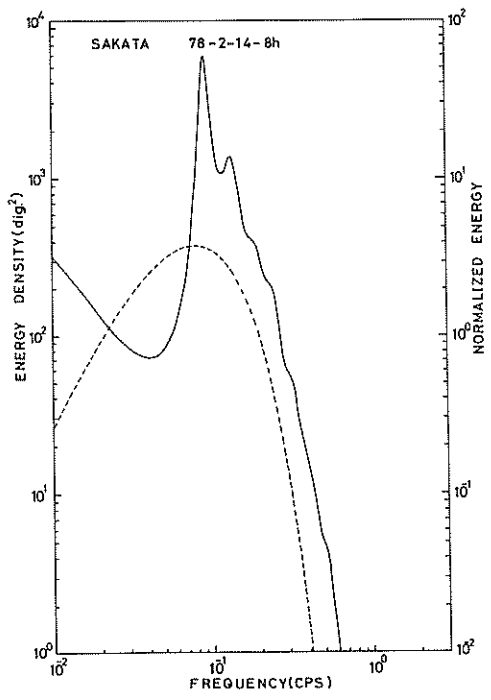


図-30.9

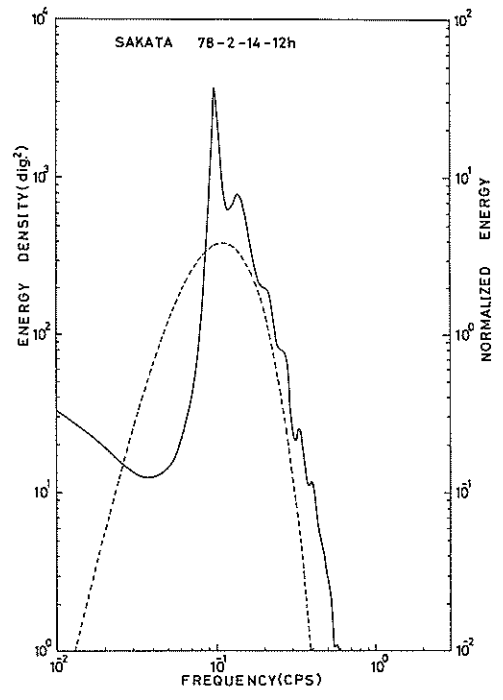


図-30.11

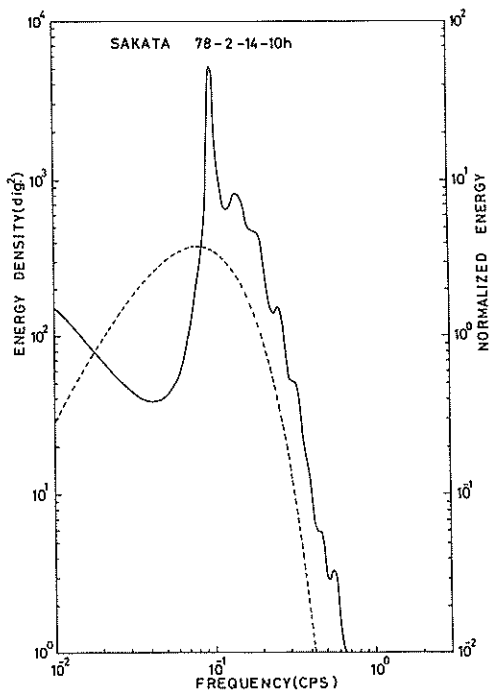


図-30.10

図-30 推定スペクトルと実際のスペクトルの形状比較(酒田港)

#### 4.2.2 平均周期について

スペクトルのモーメントによって定義される平均周期  $T_1$  は(60)式に示す関係式によって推定されるが、この推定値  $\hat{T}_1$  と  $T_1$  の関係は図一31に示すようになる。この比を平均値と標準偏差で表わすと、

$$\hat{T}_1/T_1 = 1.031 \pm 0.050 \quad (65)$$

となる。 $\hat{T}_1$  は  $\hat{T}_{p1}$  同様、波形記録から直接計算される  $T_2$  と  $\varepsilon_T$  による推定値である。上式によると  $\hat{T}_1$  は  $T_1$  の非常に良い推定値となっており、ほぼ  $\hat{T}_1 = 1.03T_1$  の関係が成立している。

一方、 $\hat{T}_1$  と  $T_{1/3}$  の関係を示すと次のようになる。

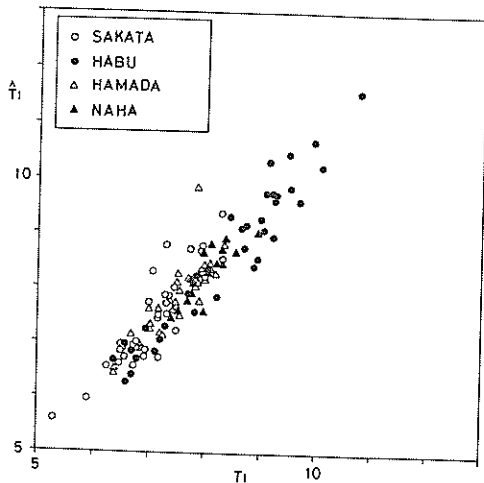
$$\hat{T}_1/T_{1/3} = 0.927 \pm 0.046 \quad (66)$$

$\hat{T}_1$  が  $T_{1/3}$  よりも少し小さい値となることは、先に示した  $T_1$  に対する結果と同様であり、また上式は  $\hat{T}_1$  自体非常に安定した統計量であることを示している。

さらに、 $T_1$ 、 $\hat{T}_1$  を  $\hat{T}_{p1}$ 、 $\hat{T}_{p2}$  と関連づけて示すと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{T}_{p1}/T_1 &= 1.232 \pm 0.136 \\ \hat{T}_{p2}/T_1 &= 1.252 \pm 0.102 \\ \hat{T}_{p1}/\hat{T}_1 &= 1.193 \pm 0.088 \\ \hat{T}_{p2}/\hat{T}_1 &= 1.218 \pm 0.115 \end{aligned} \right\} (67)$$

3章に示したところによると、周期パラメータの中では  $T_1$  がもっとも統計的に安定しているということであったが、 $T_p$  あるいは  $\hat{T}_{p1}$ 、 $\hat{T}_{p2}$  の  $T_1$  および  $T_{1/3}$  に対する変動性は後者の方がやゝ小さくなっている。このことは  $T_p$  を説明する変数としては  $T_{1/3}$  がもっとも良好である



図一31  $\hat{T}_1$  と  $T_1$  の相関関係

ことを意味している。なお、上式で  $\hat{T}_p$  の方が  $\hat{T}_1$  に対する変動性は大きくなっているが、これは  $\hat{T}_{p2}$  が  $\nu_s$  からの推定値であるのに対し、 $\hat{T}_1$  は波形記録からの直接の推定値であることに起因しているものと思われる。

#### 4.2.3 スペクトル幅パラメータについて

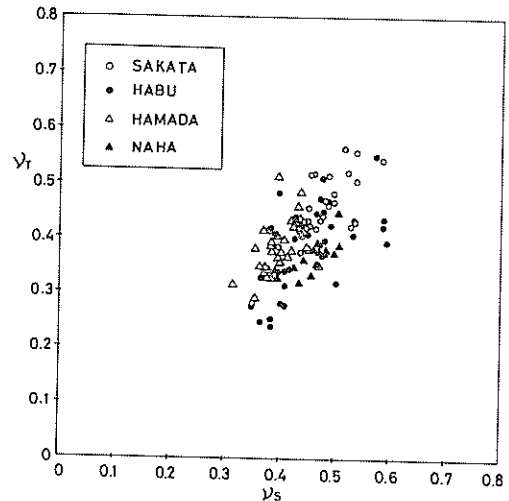
スペクトル幅パラメータとしては、2.2に示したように数種の提案がなされているが、いずれもスペクトルのモーメントに基づくものであり、この意味では平均周期の比のようなものを表わすパラメータであると考えられる。したがって、これらのパラメータも前節に示した周期パラメータ同様推定可能となる。

スペクトル幅パラメータ  $\nu_s$  については、スペクトル型を(67)式のように仮定すると、その推定値は(68)式で与えられる。これをRiceの理論を仮定して波形記録からの推定値として求め、 $\nu_s$  との相関関係として示すと、図一32のようになる。これを比の平均値と標準偏差により表わすと以下の通りである。

$$\nu_T/\nu_s = 0.895 \pm 0.131 \quad (68)$$

この結果は3.4に示した  $\varepsilon_s$  に対する推定結果と比較するとやゝ良好となっている。これは  $\varepsilon_s$  がスペクトルの高次(四次)のモーメントを使用して定義されている量であるのに対して、 $\nu_s$  は低次(二次)のモーメントにより定義される量であることに依るものと考えられる。したがって、波形記録との対応を考えてスペクトル形状を表現する時は  $\varepsilon_s$  よりもむしろ  $\nu_s$  の方が妥当であると判断される。

図一33には周期比  $T_{1/3}/T_2$  と  $\nu_T$  の関係を示す。こ



図一32  $\nu_s$  と  $\nu_T$  の相関関係

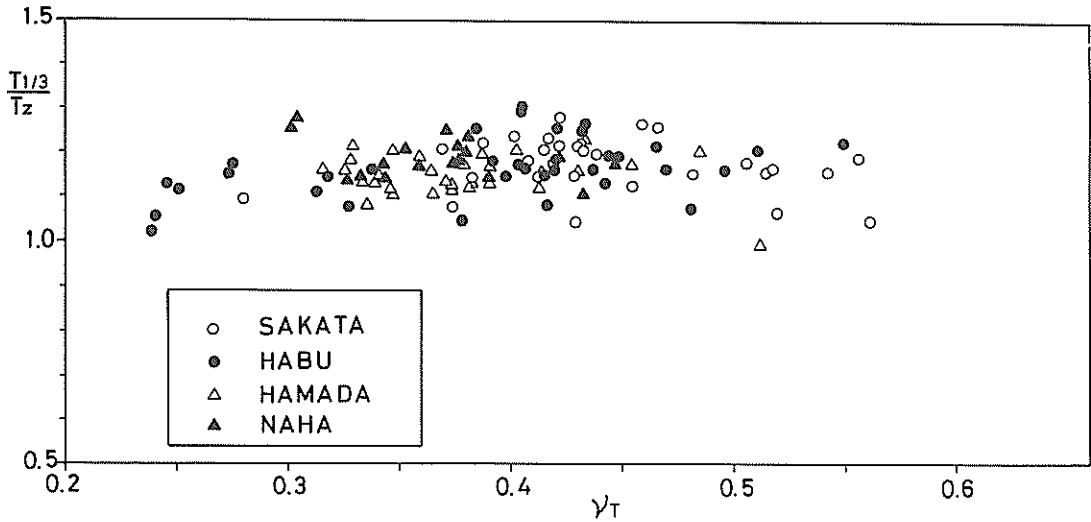


図-33  $T_{1/3}/T_z$ と $\nu_T$ の相関関係

れによると、周期比は $\nu_T$ が小さくなるにつれて $\nu$ も小さくなる傾向がみられるが顕著な傾向とはなっていない。

## 5 波形記録にみられる非定常性

### 5.1 定常性の検定手順

周波の発生・発達現象はこれ迄におこなわれてきた物理的な研究成果により本質には非定常であることが知られている。しかし、我々が通常分析するデータは高々数十分の長さの観測記録であることを考慮して、2章に示した統計理論により近似的に定常であるとして解析されている。したがって実際に観測記録中に非定常性が現われるかどうかが問題となる。このような定常性の検定手法としては種々考えられるが、非定常性は二乗平均値の標本分布が既知であれば $X^2$ 等の統計的な検定手法を用いることができる。しかし、波の場合この分布は未知であるので何らかのノンパラメトリックな手法が要求される。そこで、ここでは以下に示すように連に対する検定により波高記録の非定常性を議論する。

観測値の列に生じる連の数は、観測値が同じ確率変数からの独立な不規則値であるかどうかの目安を与えるものである。

連の分布は次式により与えられる。

$$\mu_r = \frac{2N_1N_2}{N} + 1 \quad (59)$$

$$\sigma_r^2 = \frac{2N_1N_2(2N_1N_2 - N)}{N^2(N-1)} \quad (60)$$

ここで、 $N$ は観測値列の数、 $N_1, N_2$ はそれぞれ(+), (-)の数である。

連の分布関数の100 $\alpha$ 百分比点の表を利用すると、観測値の連の数が $r_{n, 1-\alpha/2}, r_{n, \alpha/2}$ (ただし、 $n=N/2$ )の区間に入るか入らないかを判定することによって、有意水準 $\alpha$ で(+), (-)の観測値列の数と(-)のそれが等しいという仮説を検定することが可能となる。

上に示した連の検定は、二乗平均値のみならず、これよりさらに高次のモーメントで定義される量、あるいは有義波高等の平均波諸元に対しても適用可能である。

従来より非定常性の検出には小区間毎の周波数特性の変化、すなわちランニングスペクトル(running spectra)の視察によりなされていたが、現地波浪の観測記録には一般に比較的低周波成分の混在するのが常であり、主としてスペクトル解析上の問題から非定常性の把握に関しての実施例はほとんど見られないのが実状である。比較的分解能の高い結果が得られるとされているMEMを用いるにしても、データ長が卓越周波数成分の周期と同程度しかないものとすれば、得られるスペクトルの周波数シフトは大きく、スペクトル形状の時間的な変化を定量的に把握することは困難だと思われる。したがって連解析は定常性の検定を簡単におこなう最も有力な方法と考えられる。

### 5.2 検定結果について

ここでは、標本記録(20分間の観測記録)を各区間のデータが独立であると考えられるような50~80個の時間区間に分割し、その各々の区間に対して波形記録の

標準偏差値  $\eta_{rms}$ , skewness  $\sqrt{\beta_1}$ , kurtosis  $\beta_2$  を計算し、これらの列にあらわれる非定常性について調べた。観測値の列の数  $N$  は 25 である。したがって連の分布表によって定常性の仮説を危険率  $\alpha=0.05$  という有意水準で検定しようとする、連の数が 9~18 の間にあれば仮説は 5% の有意水準で棄却されることになる。なお、上で述べたように区間長をデータ数で 50~80 個としたのは、波形記録に現われる基本周期は 2.5 秒以下であろうという推察に基づいている。

図-34.3, 35には、それぞれ波浮港における昭和53年4月6日8時~4月6日20時、酒田港における昭和53年2月13日16時~2月14日8時の記録についておこなった結果を示している。図中、破線は平均値を示している。

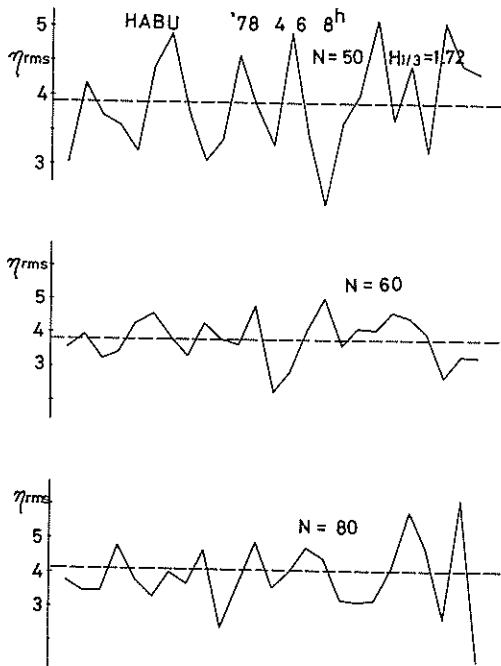


図-34.1 ①

これらによると、波浮港における記録には4月6日16時の  $\eta_{rms}$  列の連の数が8となっており、定常性の仮説は棄却できるが、酒田港の観測記録については2月13日22時の記録の  $\eta_{rms}$  列で著しい連の数の減少がみられるものの、この数は11となっており定常性の仮説は棄却できない。一方、 $\sqrt{\beta_1}$ ,  $\beta_2$  の列については、 $\eta_{rms}$  と同様の時期に多少連の数の減少する傾向がみられるが、定常性の仮説は成立している。

このように、連解析によると、周波がfully developedの状態になる2~4時間前の記録については非定常性の出現する傾向がみられるだけで、他の段階では波形記録の解析で特に非定常性を考慮する必要はないように思われる。

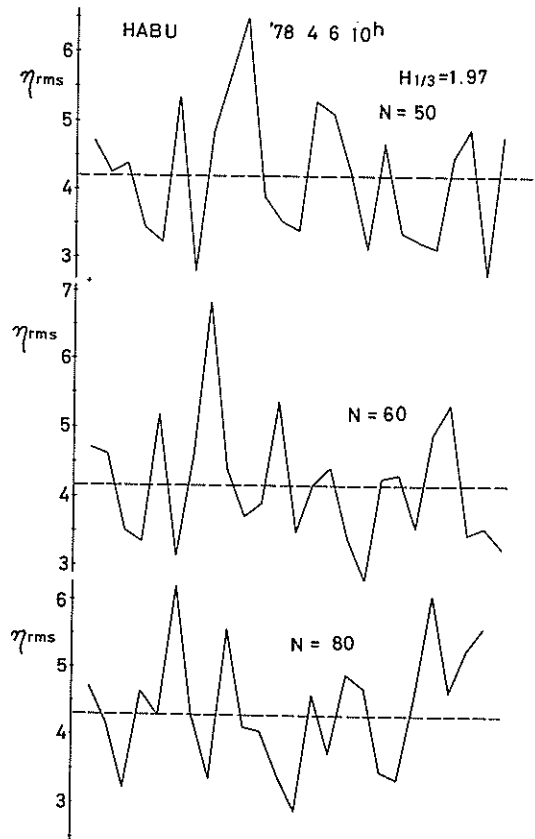


図-34.1 ②

図-34.1 波浮港における  $\eta_{rms}$  の列にみられる連の数

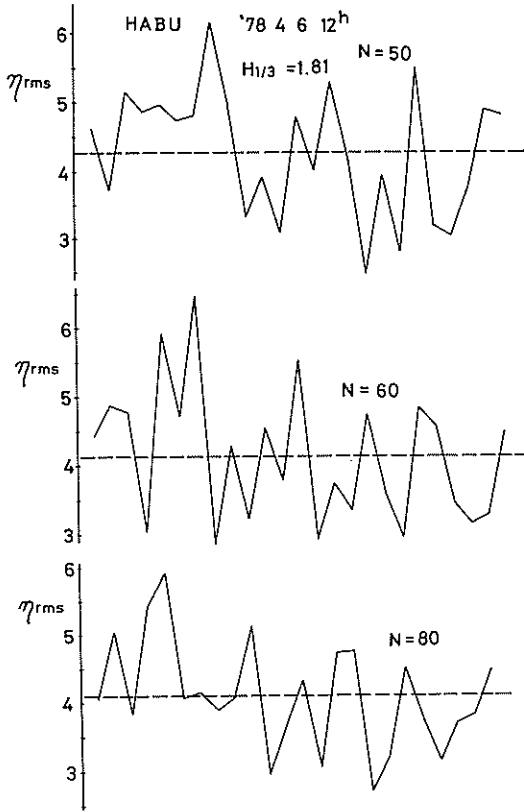


図-34.1③

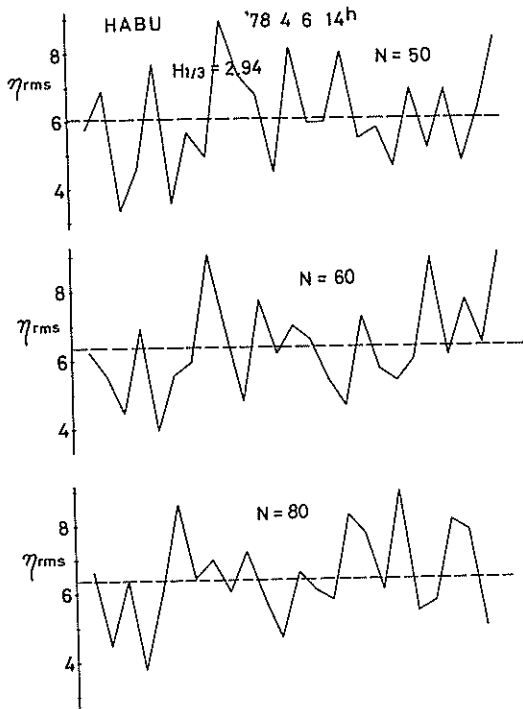


図-34.1④

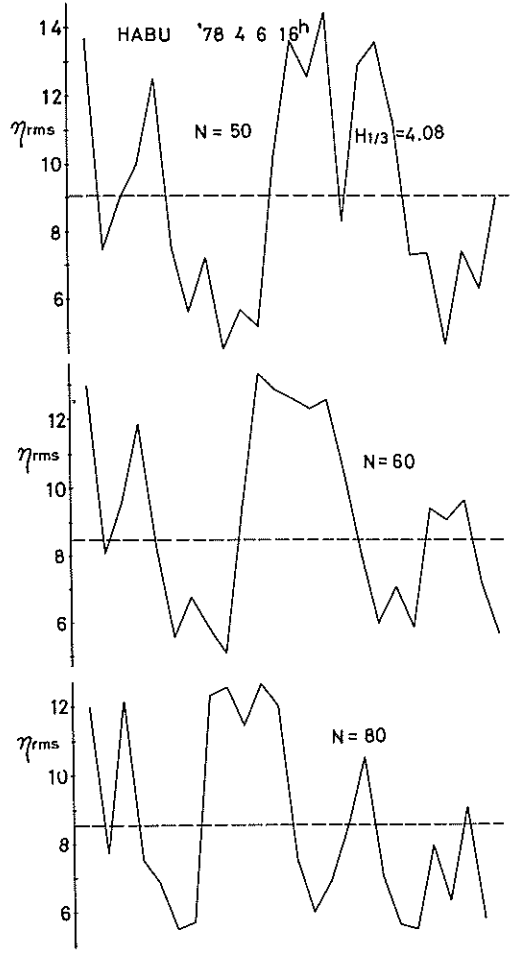


図-34.1⑤

図-34.1 波浮港における  $\eta_{rms}$  の列にみられる連の数

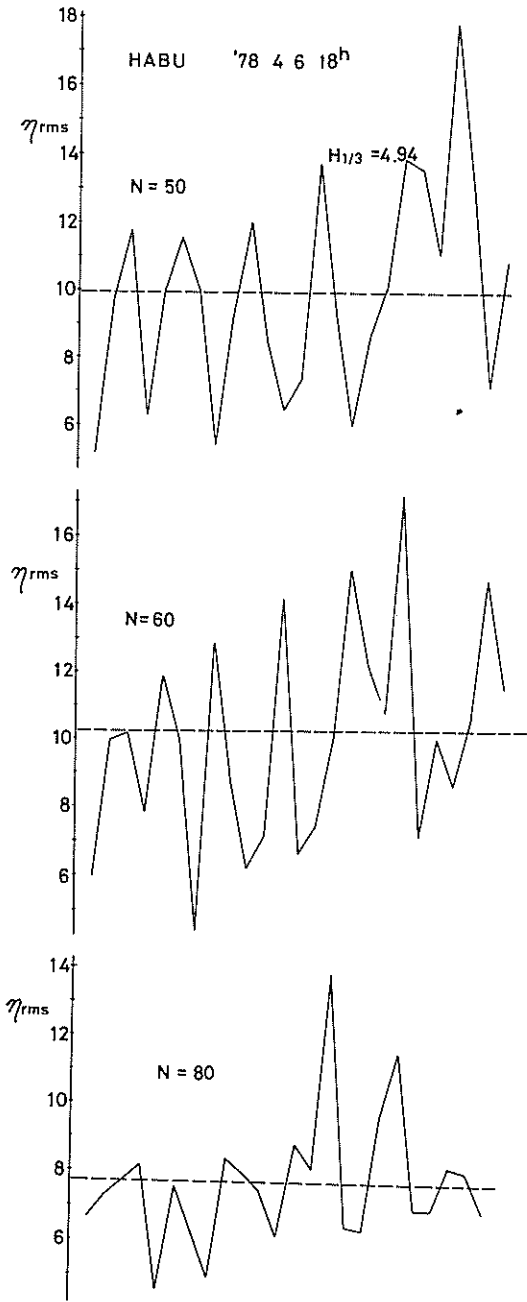


図-34.1⑥

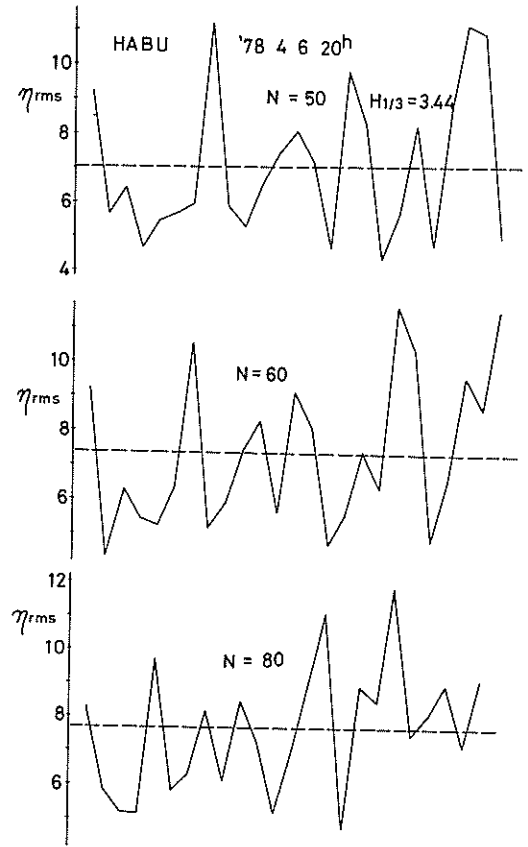


図-34.1⑦

図-34.1 波浮港における  $\eta_{rms}$  の列にみられる連の数

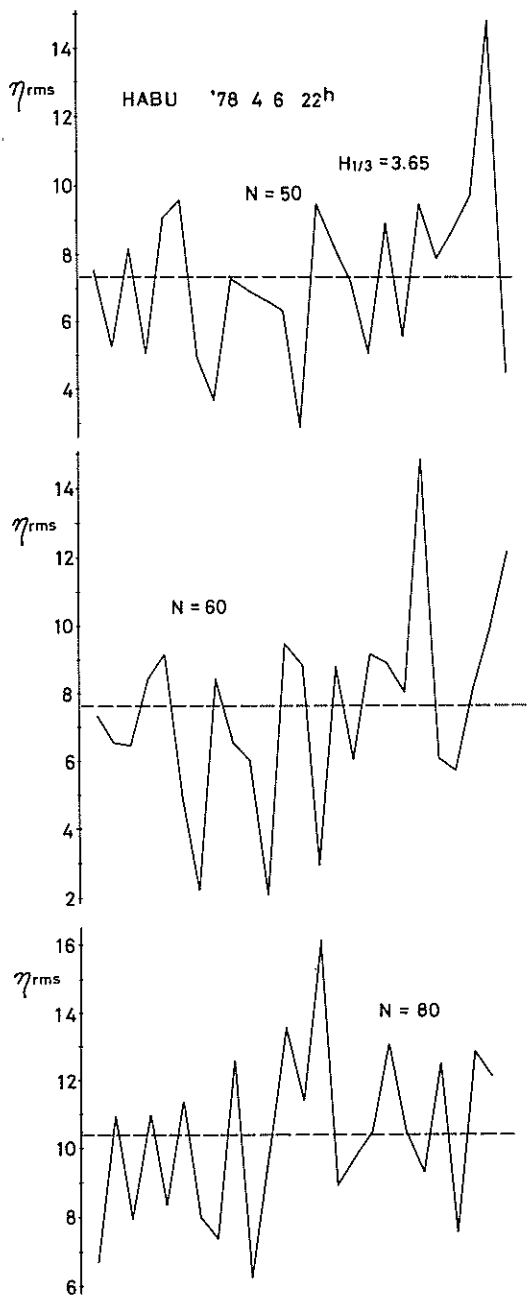


図-34.1 ⑧

図-34.1 波浮港における  $\eta_{rms}$  の列にみられる連の数

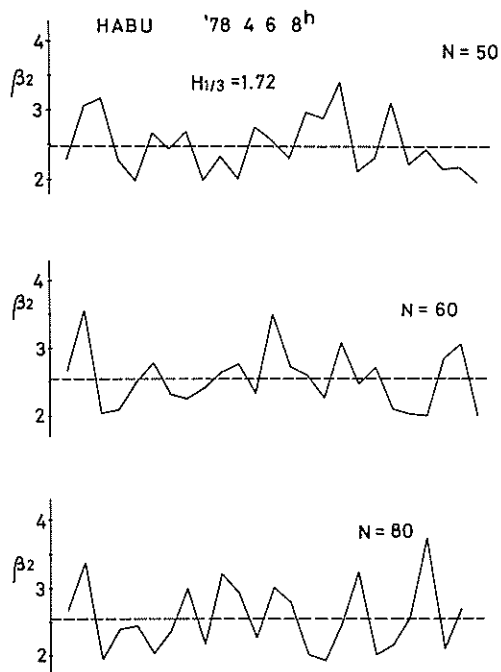


図-34.2 ①

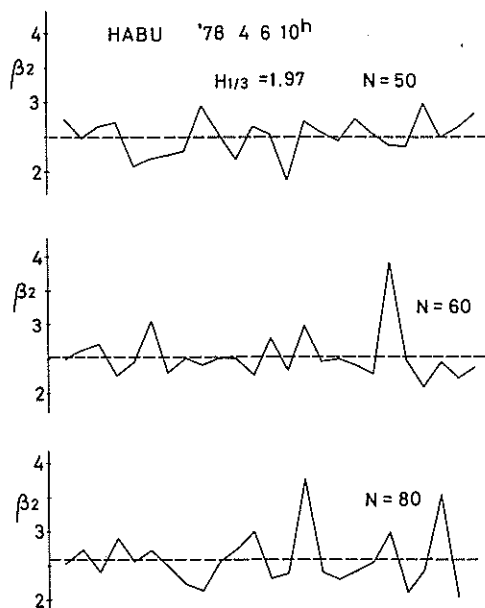


図-34.2 ②

図-34.2 波浮港における  $\sqrt{\beta_1}$  の列にみられる連の数



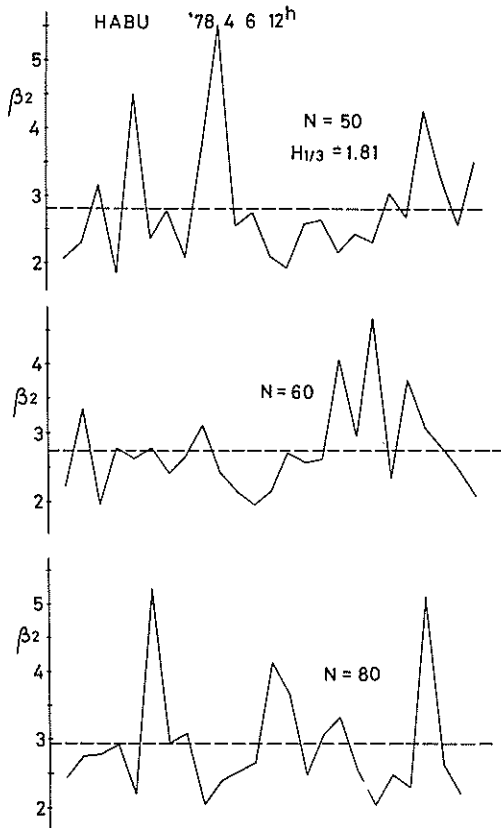


図-34.2③

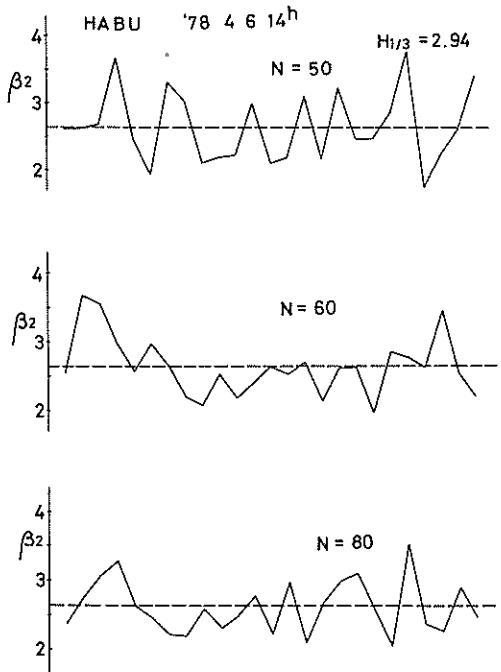


図-34.2④

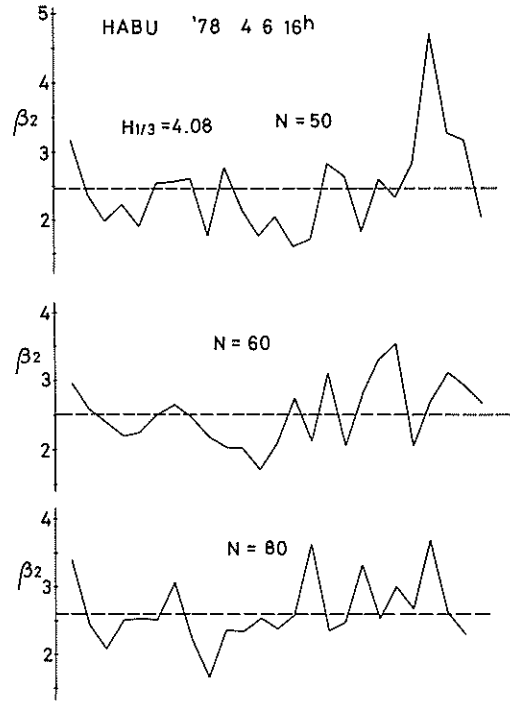


図-34.2⑤

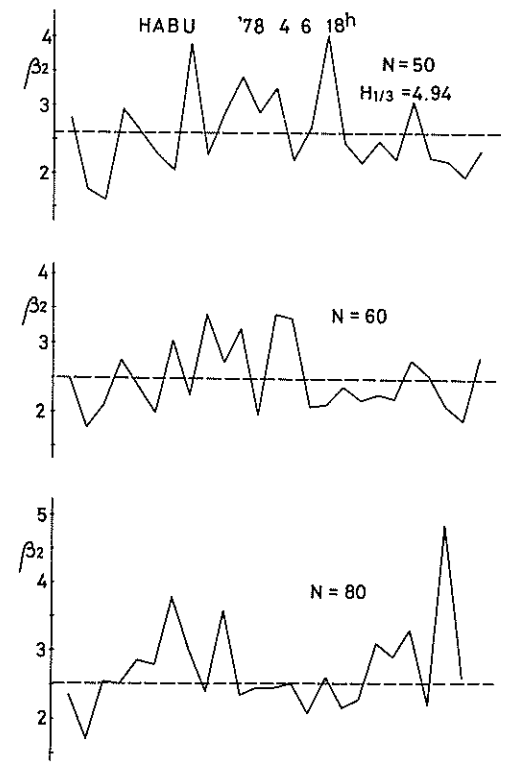


図-34.2⑥

図-34.2 波浮港における $\sqrt{\beta_1}$ の列にみられる連の数

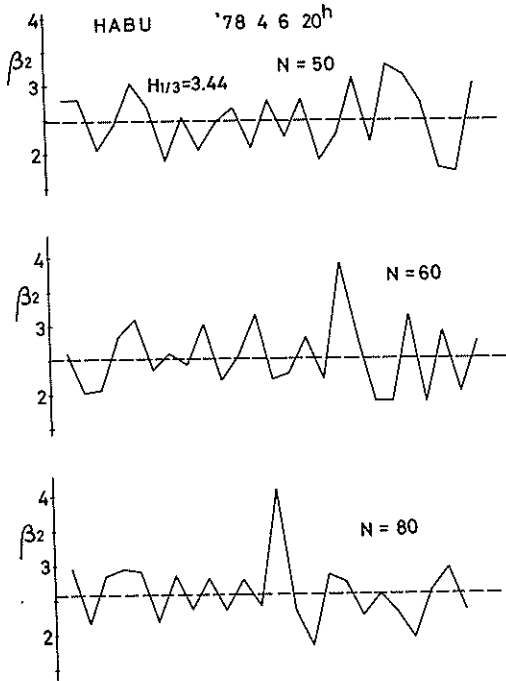


図-34.2⑦

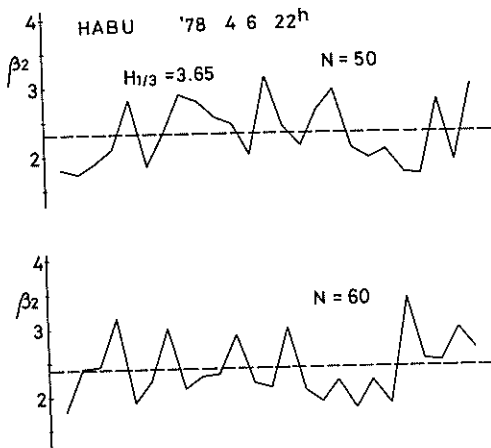


図-34.2⑧

図-34.2 波浮港における $\sqrt{\beta_1}$ の列にみられる連の数

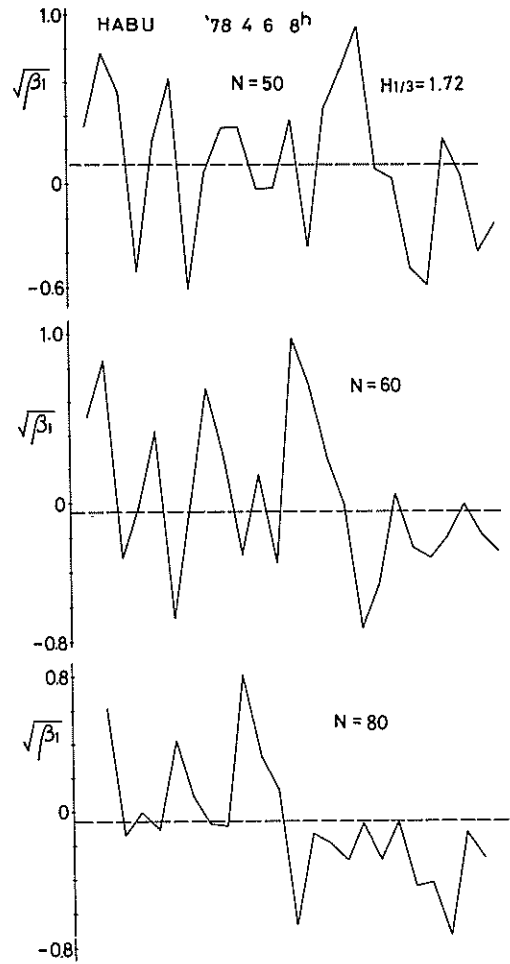


図-34.3①

図-34.3 波浮港における $\sqrt{\beta_2}$ の列にみられる連の数

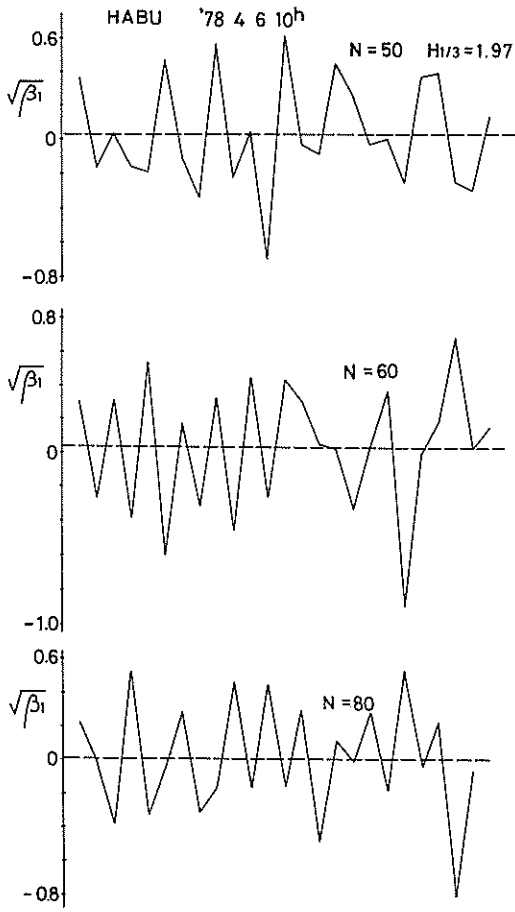


図-34.3②

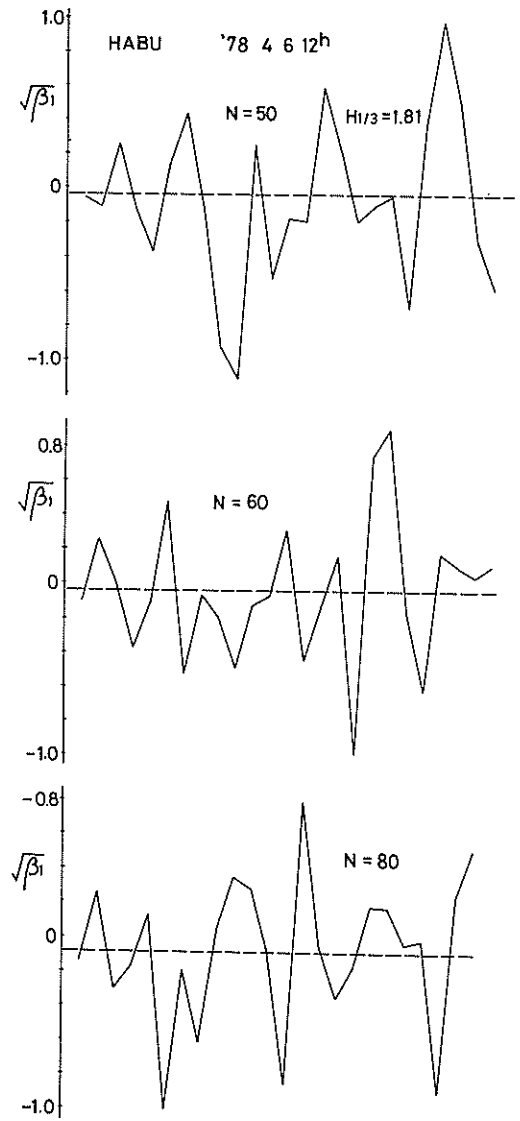


図-34.3③

図-34.3 波浮港における  $\beta_2$  の列にみられる連の数

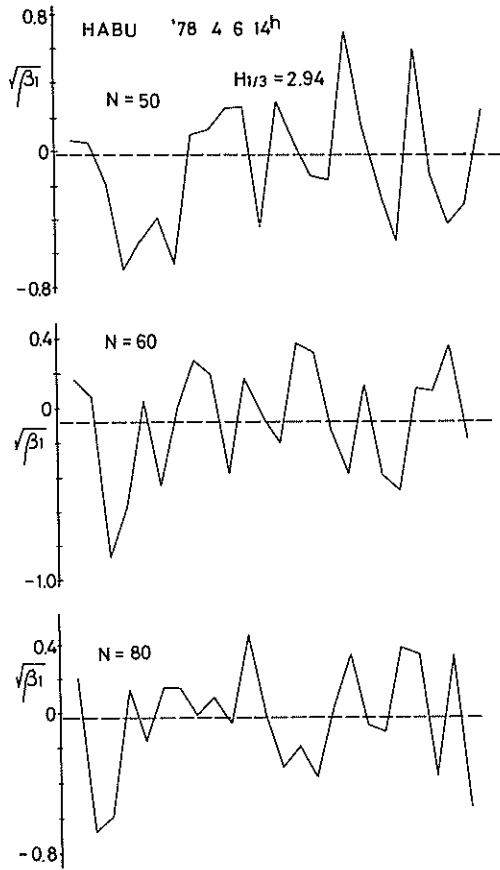


図-34.3④

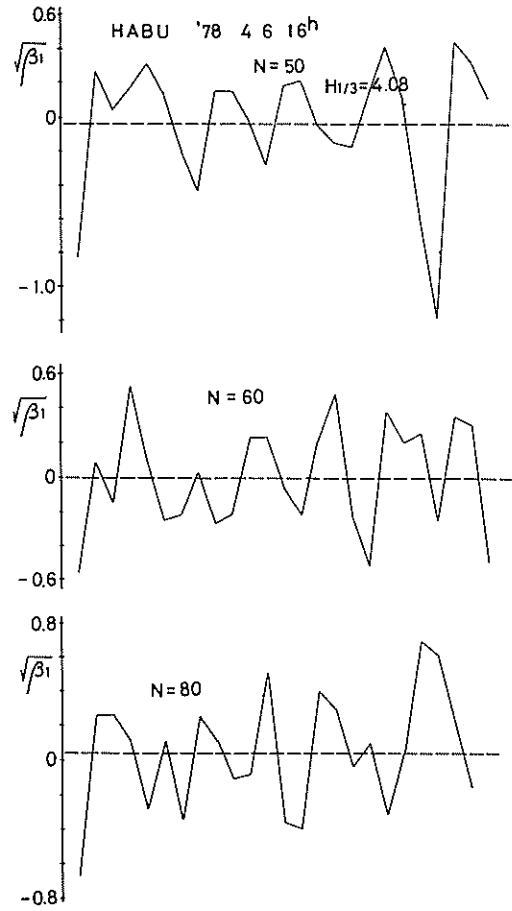


図-34.3⑤

図-34.3 波浮港における $\beta_2$ の列にみられる連の数

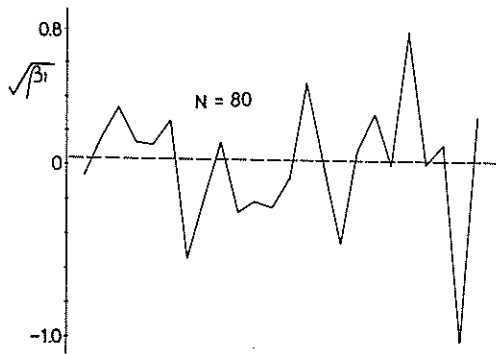
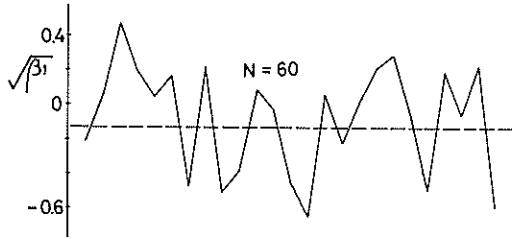
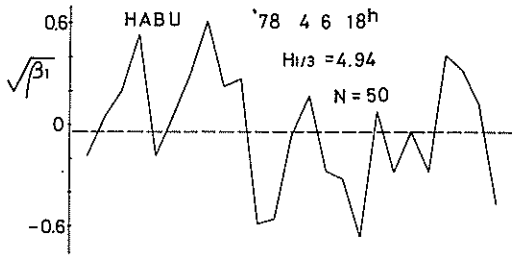


図-34.3⑥

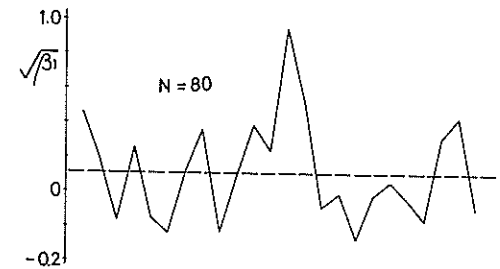
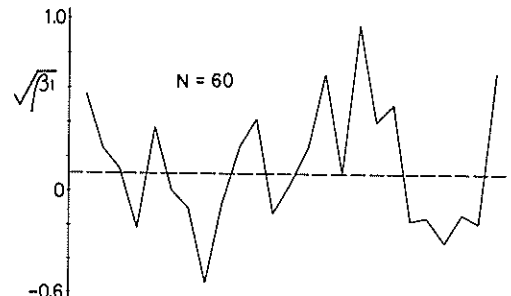
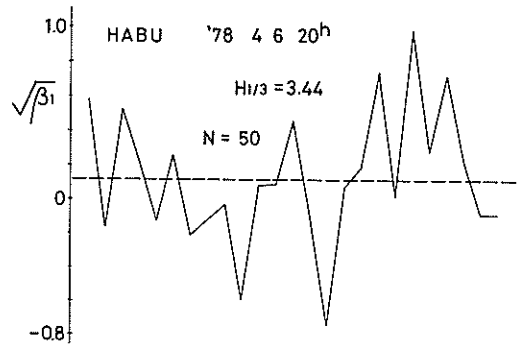


図-34.3⑦

図-34.3 波浮港における  $\beta_2$  の列にみられる連の数

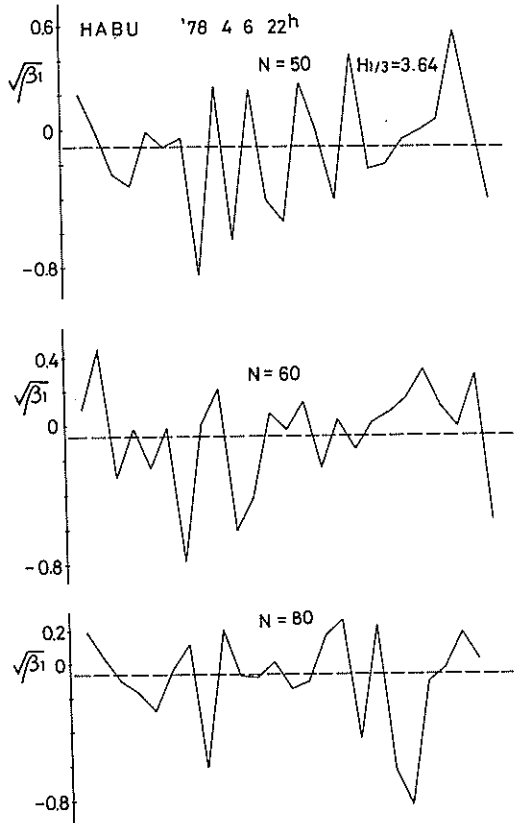


図-34.3 ⑧

図-34.3 波浮港における  $\beta_2$  の列にみられる連の数

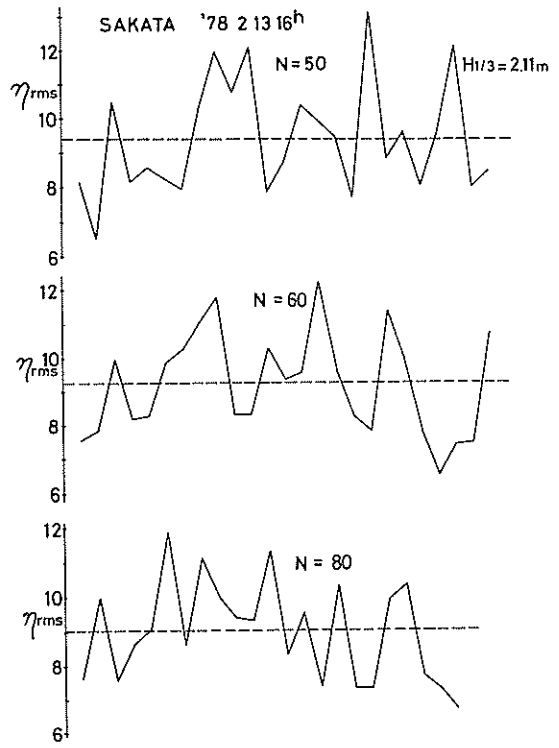


図-35.1 ①

図-35.1 酒田港における  $\eta_{rms}$  の列にみられる連の数

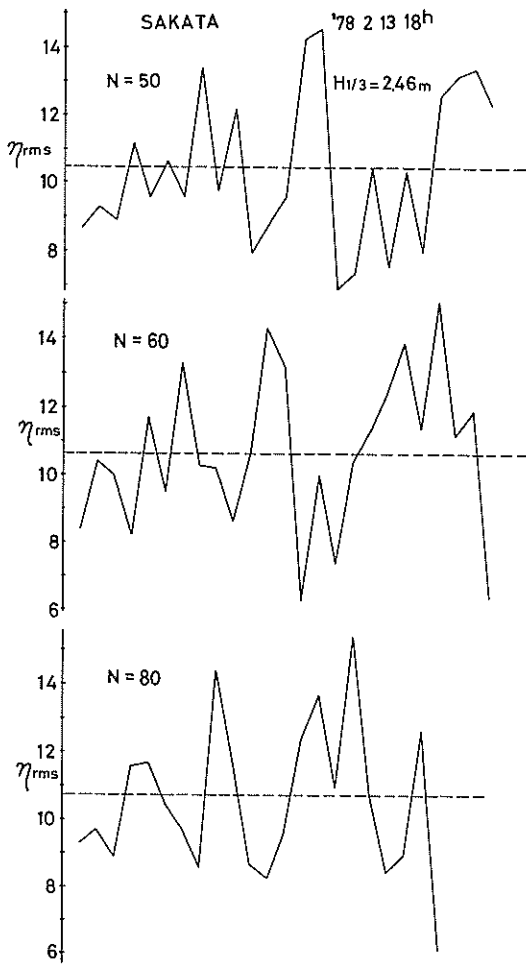


図-35.1②

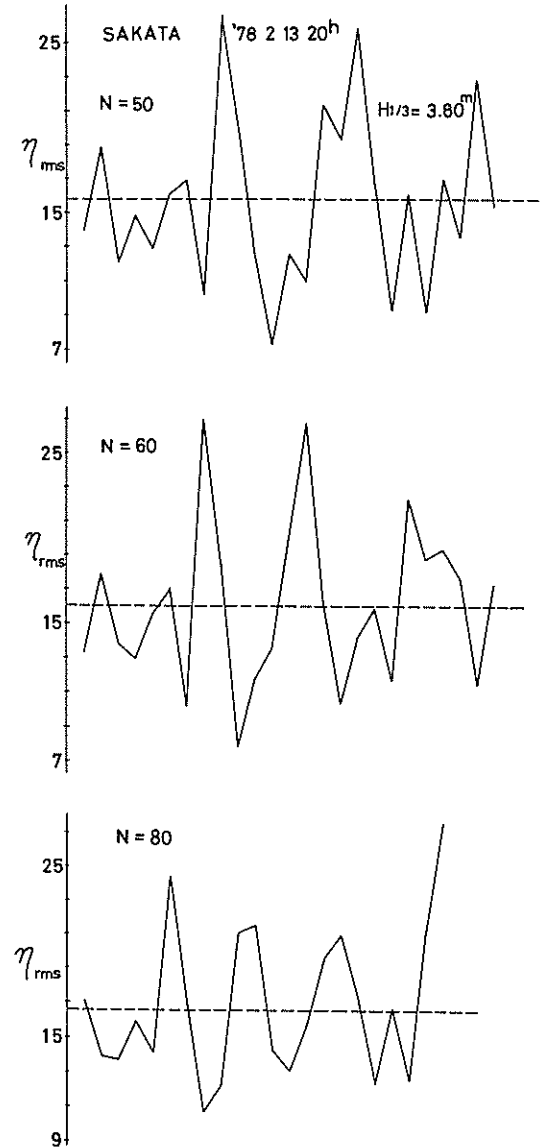
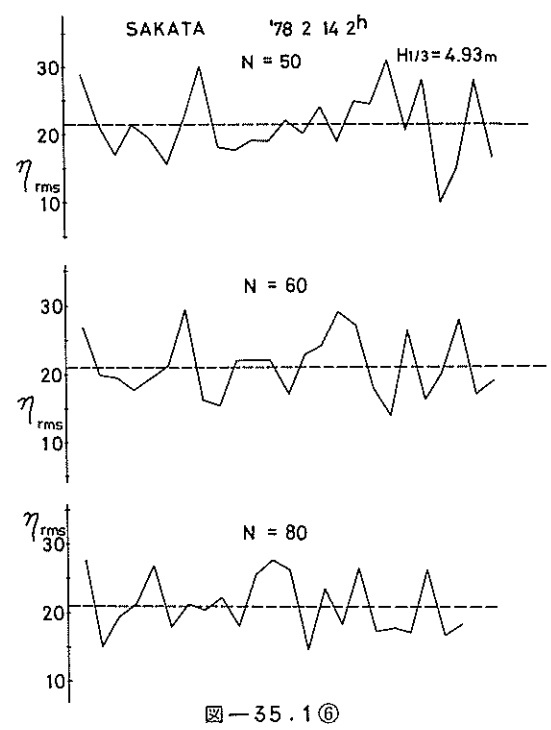
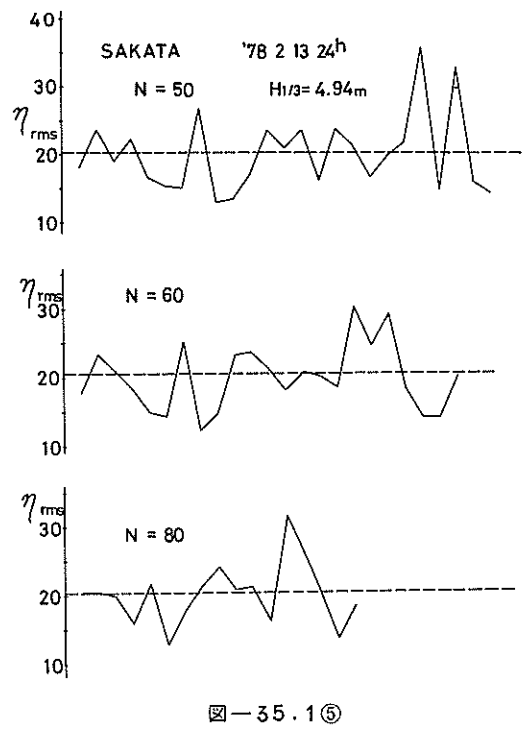
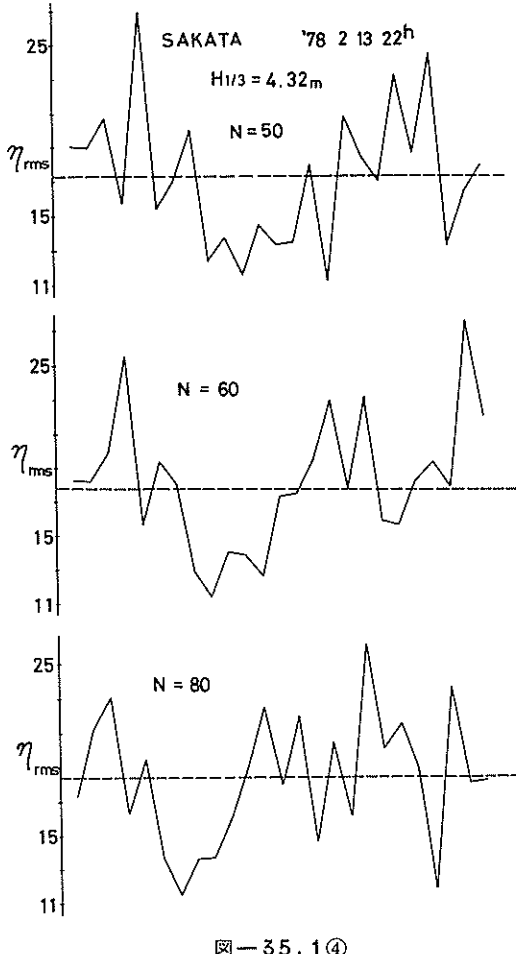


図-35.1③

図-35.1 酒田港における  $\eta_{rms}$  の列にみられる連の数



図—35.1 酒田港における  $\eta_{rms}$  の列にみられる連の数



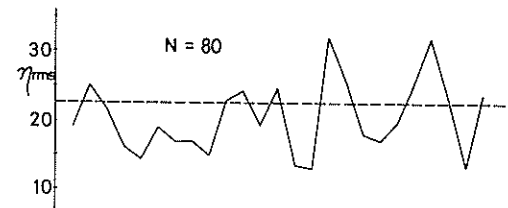
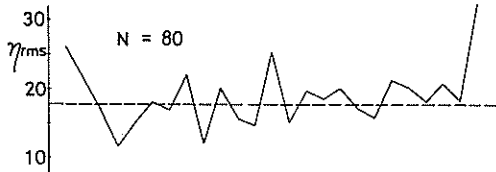
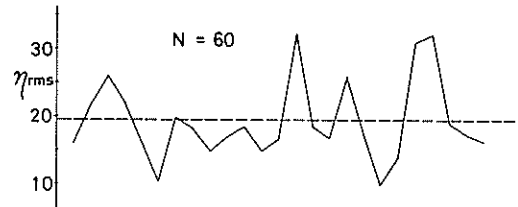
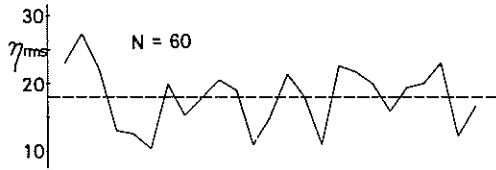
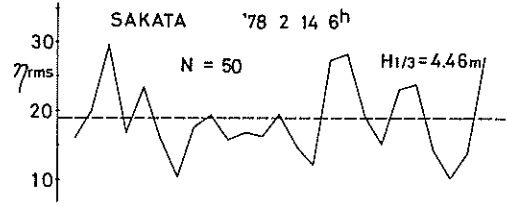
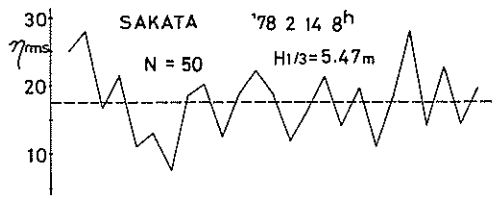


図-35.1⑦

図-35.1⑧

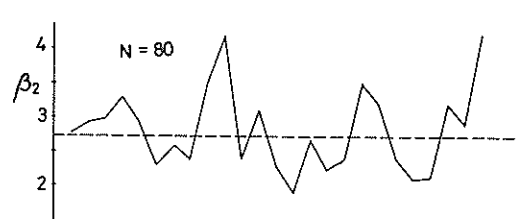
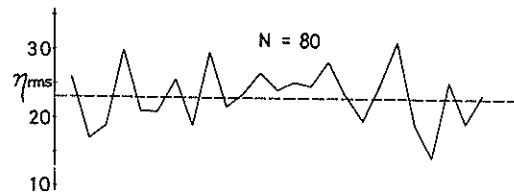
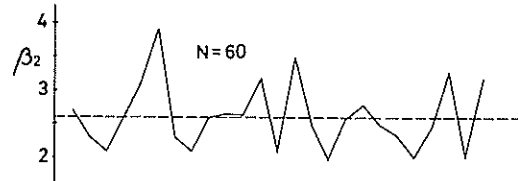
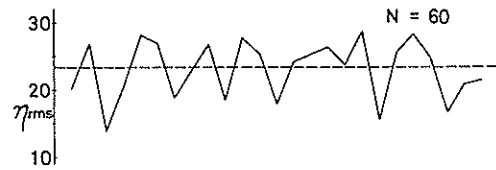
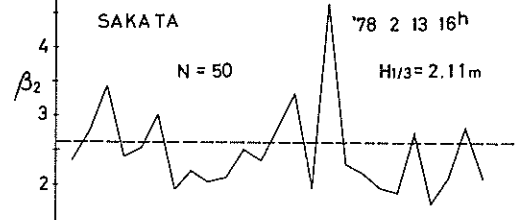
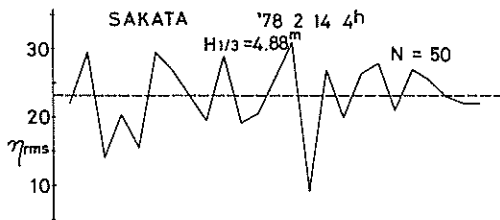


図-35.1⑨

図-35.2①

図-35.1 酒田港における  $\eta_{rms}$  の列にみられる連の数

図-35.2 酒田港における  $\beta_2$  の列にみられる連の数

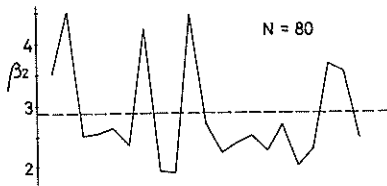
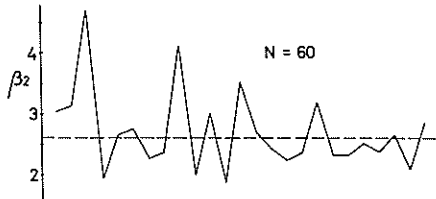
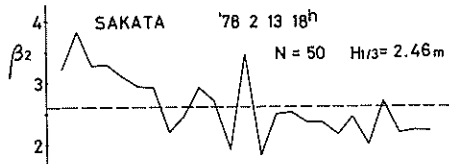


図-35.2②

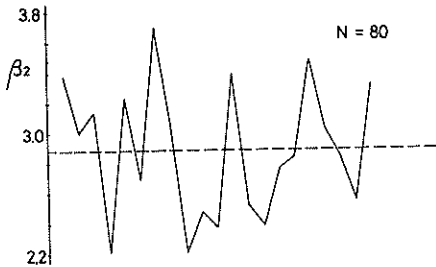
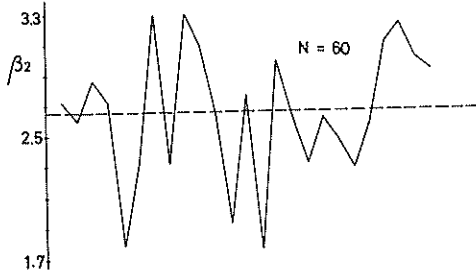
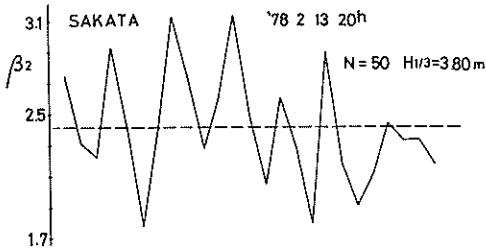


図-35.2③

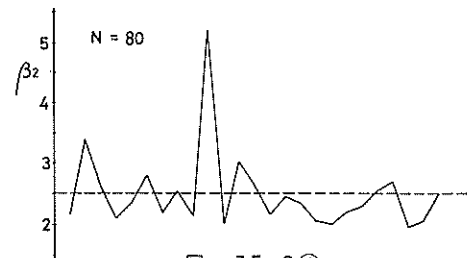
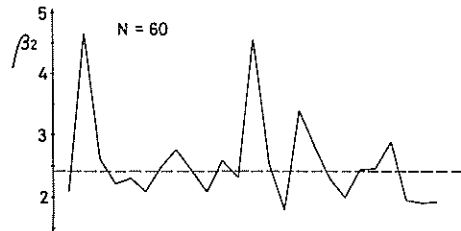
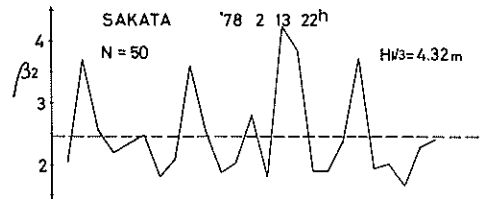


図-35.2④

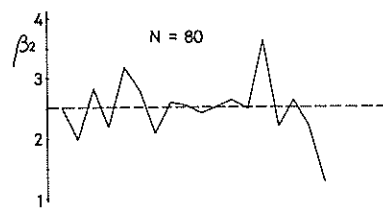
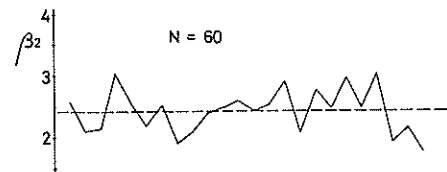
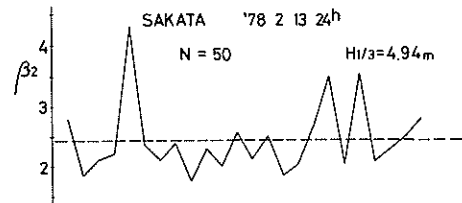


図-35.2⑤

図-35.2 酒田港における  $\beta_2$  の列にみられる連の数

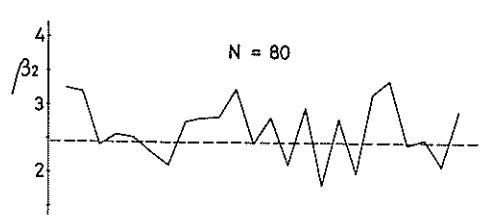
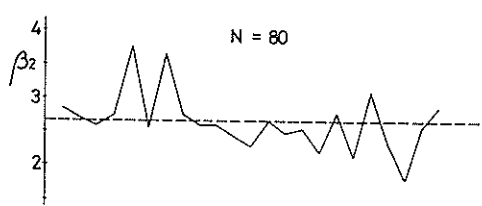
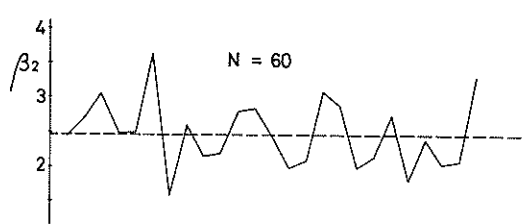
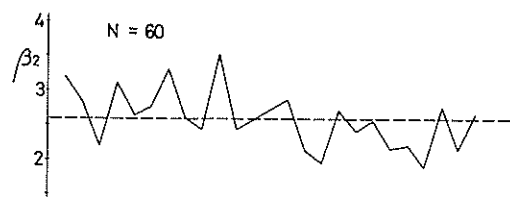
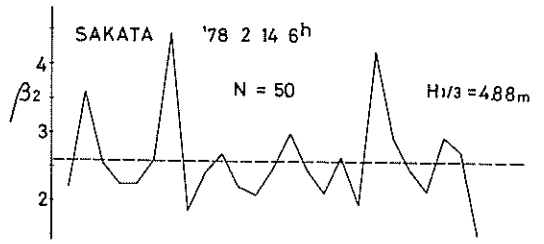
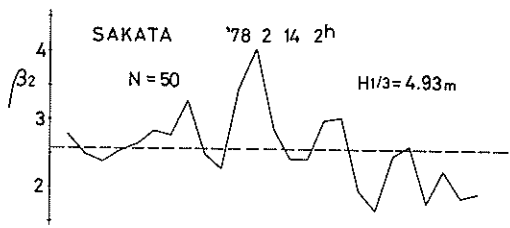


図-35.2⑥

図-35.2⑧

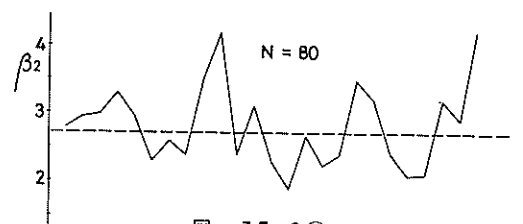
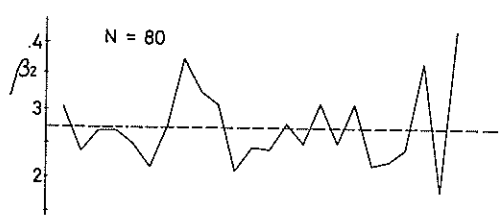
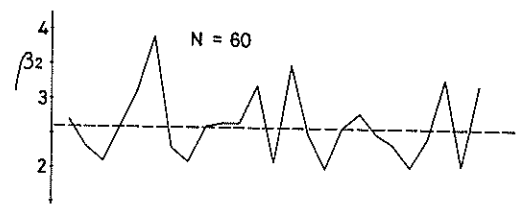
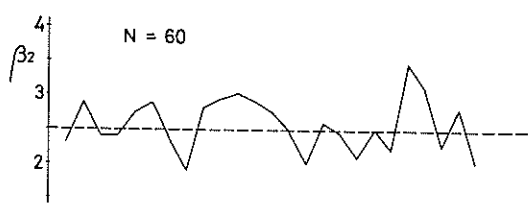
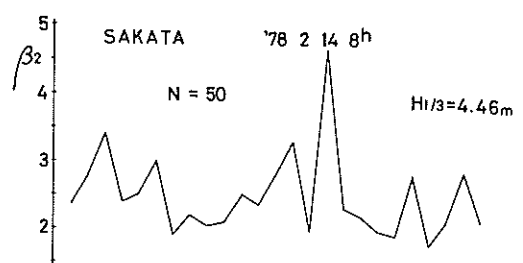
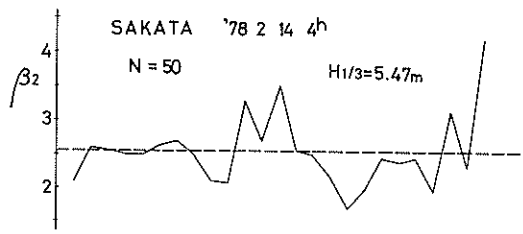


図-35.2⑦

図-35.2⑨

図-35.2 酒田港における  $\beta_2$  の列にみられる連の数

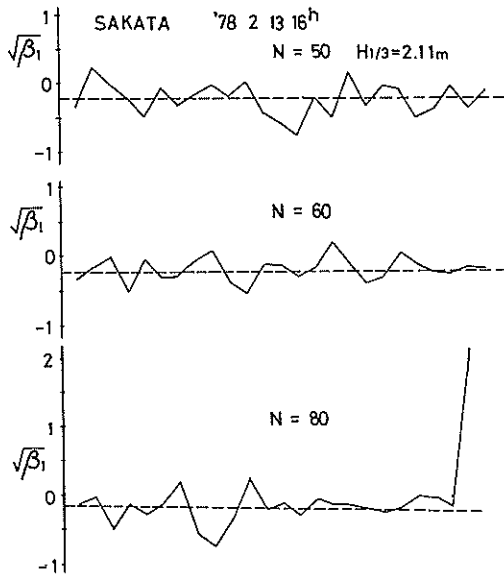


図-35.3①

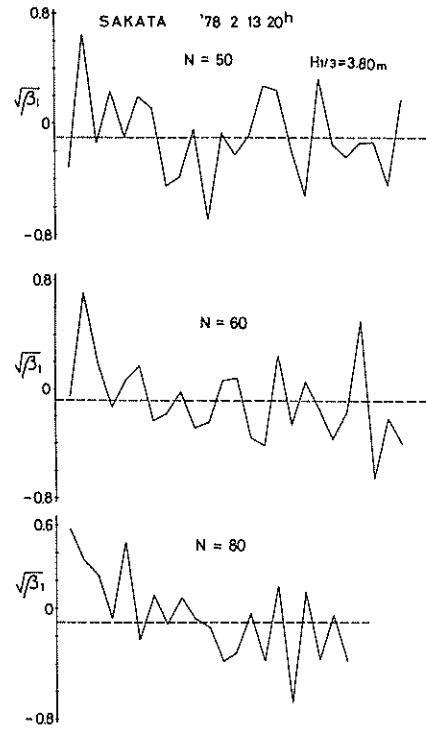


図-35.3③

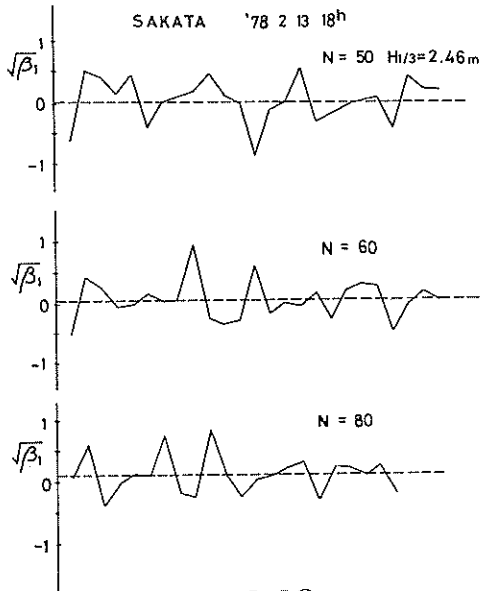


図-35.3②

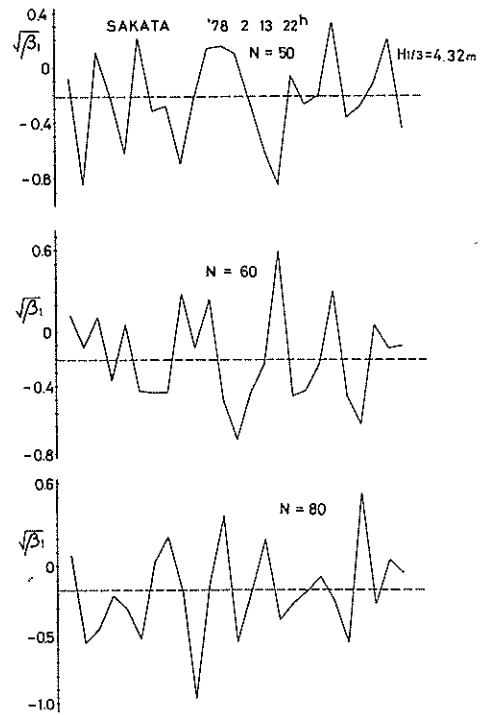


図-35.3④

図-35.3 酒田港における $\sqrt{\beta_1}$ の列にみられる連の数

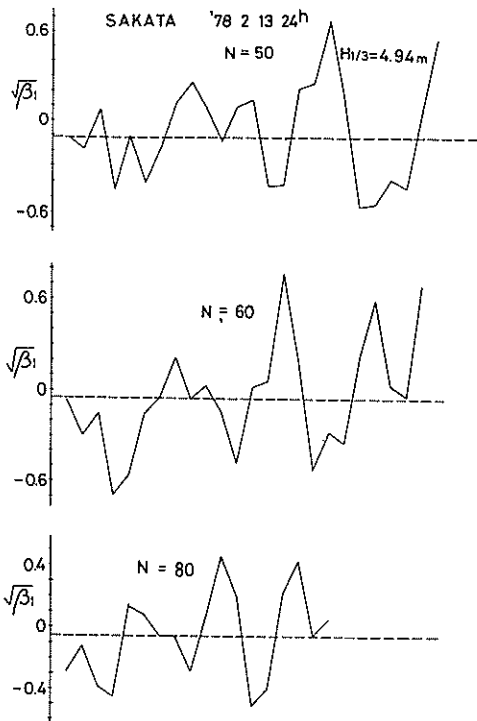


図-35.3⑤

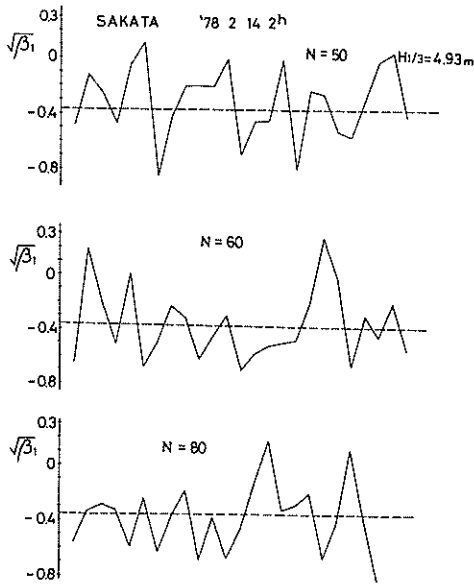


図-35.3⑥

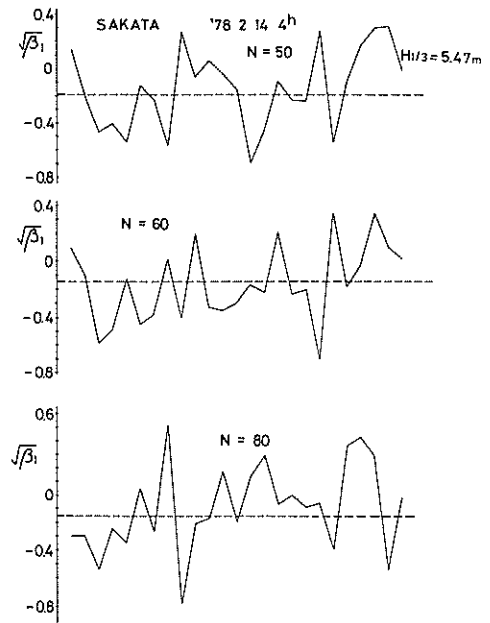


図-35.3⑦

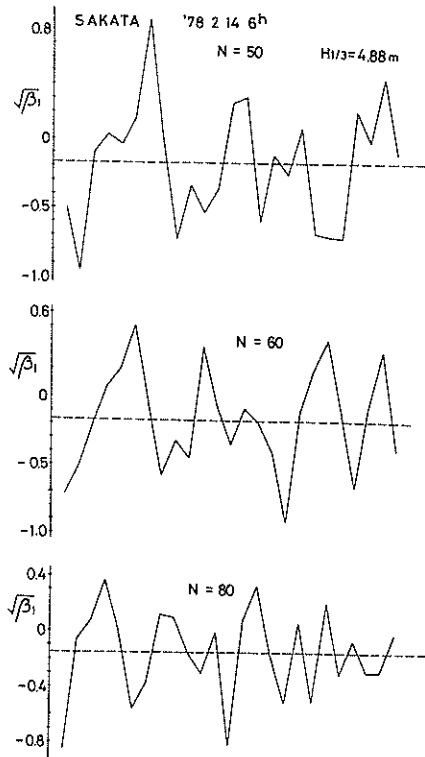
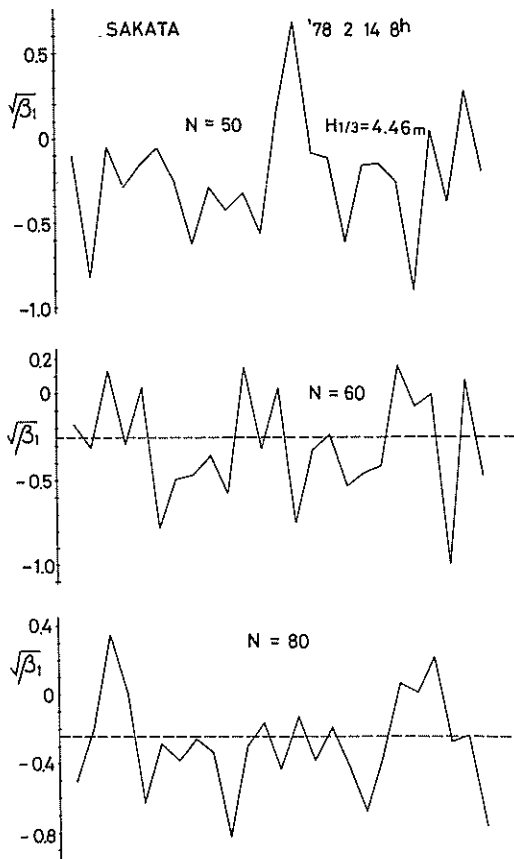


図-35.3⑧

図-35.3 酒田港における $\sqrt{\beta_1}$ の列にみられる連の数



図一35.3 ⑨

図一35.3 酒田港における  $\sqrt{\beta_1}$  の列にみられる連の教

## 6 まとめ

本稿において得られた結果を要約すると以下のようになる。

- (1) 波高諸元はスペクトル幅パラメータとほぼ独立である。
- (2) 波高諸元の中では  $H_{1/3}$  が統計的にもっとも安定しており  $\bar{H}$  がこれについている。
- (3) 波高諸元と  $\eta_{rms}$  の比と kurtosis  $\beta_2$  には多少ではあるが相関関係がみられる。
- (4) 周期パラメータの中では  $T_1$  がもっとも統計的に安定しており、 $T_{1/3}$  がこれに次いでいる。
- (5)  $T_z/T_2 \doteq 1.05$  がほぼ成立しているが、 $T_c/T_{24} \doteq 1.38 \pm 0.156$  となっており、 $T_c, T_{24}$  の不一致から Rice の理論は修正を要する。
- (6)  $T_1 \doteq 0.9 T_{1/3}$ 、および  $T_1 \doteq 1.05 T_z$  が良い精度で成立し、 $T_{1/3}$  と  $T_z$  の間には  $T_{1/3} \doteq 1.16 T_z$  の関係がほぼ成立する。
- (7)  $T_p$  は、 $\hat{T}_{p1}$ 、 $\hat{T}_{p2}$  などの推定値に比べ統計的に不

安定なパラメータである。また、 $T_p$ 、 $\hat{T}_{p1}$ 、 $\hat{T}_{p2}$  等のピーク周期を説明するパラメータとしては  $T_{1/3}$  がもっとも妥当であり、 $\hat{T}_{p1} \doteq 1.10 T_{1/3}$  が比較的良好な精度で成立する。

- (8)  $\hat{T}_1 \doteq 0.93 T_1$  が良い精度で成立し、このことは  $T_1$  は  $N_z/N_c = T_c/T_z$  から推定することが可能であることを示している。
- (9)  $\nu_s$  の推定値  $\nu_T$  は少し小さめの値を与えるが、この差は  $\epsilon_T$  と  $\epsilon_s$  にみられる差ほど顕著でない。この結果、および(5)、(6)を考慮すると、スペクトルの0～2次のモーメントから作られる統計量はこれに対応する波形記録から得られる統計量と比較的関連づけられ易い傾向がある。
- (10) 波形記録の連解析から、風波が fully developed なる約2～4時間前以外では、特に非正常性を考える必要がない。

## 7 あとがき

本稿では冒頭でも述べたように、近い将来見込まれる波浪に関する拠点観測体制から沿岸波浪観測体制への移行に伴う過度状態にあって、これ迄に得られた観測成果をもとに波浪の統計量の間に成立している関係、およびそれらの関係に及ぼす諸要素の影響を見直し、今後の体制を設計・計画してゆく上での端緒とすることを意図したものである。

Rice の理論が成立しないことはこれ迄の種々の研究成果において示されているが<sup>7)</sup>、この成立を仮定することによって得られる統計量の特徴を知ることは、波浪の統計的性質を考える上で重要であろうという判断の下に、モデルスペクトルを設定してピーク周期等の周期パラメータがスペクトルの幅パラメータの関数として得られることを示した。また、これと同時に推定された周期パラメータが、実際のそれに対する比較的良好な推定値となることを現地データを用いた検討の結果示し得たが、本稿で示したモデルスペクトル型(ガンマ分布)に一意性がなく、この設定については問題点が残されている。

波浪の時系列のもつ特異性、統計的変動の大なることを考慮すると、結果についての議論は必然的に本稿での解析に用いたデータの範囲に限られるものである。これ迄に報告されている諸氏の研究成果に依っても容易にこの様相を窺い知ることができる。しかしながら、本稿での解析においては超音波式波高計による沖波のデータを用いたこと、スペクトル解析にMEMを用いたことによって他の成果との比較・検討資料としては十分意味あるものと思われる。

最後に、本稿で解析に用いたデータを取得された関係各位に敬意を表し、今後引き続き絶大なる協力を要望すると共に、本稿を詳細に検討していただき、かつ貴重な文献を提供していただいた当所海洋水理部長合田良実氏に謝意を表する次第である。

#### 参考文献

- 1) Bendat, T.S. and A.G. Piersol : Random data : Analysis and measurement procedures, John Wiley & Sons, 1971
- 2) Bruun, P., O.G. Houmb, H. Rye and H.J. Saetre : wind waves and current data for offshore operation, Vassdrags-OG Havnelaboratoriets Meddelelser, Norwegian Inst. Tech., 1977
- 3) Cartwright, D.E. and Longuet-Higgins, M.S. : The statistical distribution of the maxima of a random function, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, vol. 237, 1956
- 4) Collins, J.I. : Wave statistics from Hurricane Dora, Jour. Waterways and Harbours Div., Proc. ASCE, vol. 93, No ww2, 1967
- 5) Cox, C.S. and Munk, W. : Statistics of the sea surface derived from sun glitter, Jour. Marine Res., 1956
- 6) Edgeworth, F.H. : The law of error, Part I and Part II, Transactions, Cambridge Phil. Soc., vol.20, 1906
- 7) 合田良実・永井康平 : 波浪の統計的性質に関する調査・解析, 港湾技術研究所報告, 第13巻, 第1号, 1974
- 8) 合田良実 : 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版会, 1977
- 9) 合田良実 : 波の連なりの統計的性質について, 港湾技術研究所報告, 第15巻, 第3号, 1976
- 10) 合田良実 : 波浪観測記録による周期と波高の結合分布の解析, 港湾技研資料, No.272, 1977
- 11) Goda, Y. : Numerical experiments on statistical variability of ocean waves, Pept. Port and Harbour Res. Inst., vol.16, No.2, 1977
- 12) Goda, Y. : Statistical interpretation of wave data, Rept. Committee I.1 on environmental Conditions, 7th International Ship Structures Congress, 1978
- 13) Goodnight, R.C. and T.L. Russel : Investigation of the statistics of wave heights, Jour. Waterways and Harbours Div., Proc. ASCE, vol.89, No. ww2, 1963
- 14) Haring, R.E., A.R. Osborne, and L.P. Spencer : Extreme wave parameters based on continental shelf storm wave records, Coastal Engineering, vol.1, chap.10, 1976
- 15) Houmb, O.G. and T. Overvik : Parametalization of wave spectra and long term joint distribution of wave height and period, BOSS, 1976
- 16) Hasselmann, K., D.B. Ross, P. Müller and W. Sell : A parametric wave prediction model, Jour. Phys. Oceanogr., vol.6, 1976
- 17) Hassdemann, K. et al : Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP), Deutsche Hydr. Zeit., Reihe A (8°), No.12, 1973
- 18) Lacoss, R.T. : Data adaptive spectral analysis methods, Geophysics, vol.36, 1971
- 19) Longuet-Higgins, M.S. : On the statistical distributions of the heights of sea waves, Jour. Marine Res., vol. IX, No.3, 1952
- 20) Longuet-Higgins, M.S. : The effect of nonlinearities on statistical distributions in the theory of sea waves, Jour. Fluid Mech., vol.17, part 3, 1963
- 21) Longnet-Higgins, M.S. : On the joint distribution of the periods and amplitudes of sea waves, Jour. Geophys. Res., vol.80, No.18, 1975
- 22) Mc Fadden, J.A. : The axis-crossing intervals of random functions, IRE. Trans. on Information Theory, 1956

- 23) 光易 恒：風波のスペクトルの発達(2)，第17回海岸工学講演会論文集，1970
- 24) Honda, T. and H. Mitsuyasu：The statistical distributions for the elevation, velocity and acceleration of the surface of wind waves, J. Oceanogr. Soc. Japan, vol.31, No.2, 1975
- 25) Nath, J.H. and F.L. Ramsey：Probability analysis of deepwater breaking waves, ASCE National Water Resources and Ocean Engineering Convention, 1976
- 26) Nath, J.H. and F.L. Ramsey：Probability distributions of breaking wave heights emphasizing the utilization of the JONSWAP spectrum, Jour. phys. Oceanogr., vol.6, 1976
- 27) Ochi, M.K. and E.N. Hubble：Six-parameter wave spectra, Coastal Engineering, vol.1, Chap.78, 1976
- 28) Pierson, W.J. and L. Moskowitz：A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaigorodskii, J. Geophys. Res., vol.69, No.24, 1964
- 29) Rice, O.M.：Mathematical analysis of random noise, Dover Pub. Inc., 1954
- 30) Rye, H. and R. Svee：On the parametric representation of a wind-wave field, Vassdrags-OG Havnslaboratoriets Meddelelser, Norwegian Inst. Tech., 1977
- 31) Schultheiss, P.M., C.A. Wogrin and F. Zweig：Short-time frequency measurement of narrow-band noise, Jour. Appl. physics, vol.25, No.8, 1954
- 32) Steinberg, H., P.M. Schultheiss, C.A. Wogrin and F. Zweig：Short-time frequency measurement of narrow-band random signals by means of a zero-counting process, Jour. Appl. phys., vol.26, No.2, 1955
- 33) 高橋智晴・広瀬宗一・佐々木徹也：MEMによる波浪スペクトル計算に関する考察，港湾技研資料，No.273, 1977
- 34) Tucker, M.J.：The analysis of finite-length records of fluctuating signals, British Jour. Appl. Phys., vol.8, 1957
- 35) Wenz, G.M.：Acoustic ambient noise in the ocean, J. Acoust. Soc. Am., vol.34, 1962
- 36) Wooding, R.A.：An approximate joint probability distribution for wave amplitude and frequency in random noise, New Zealand Jour. Sci. and Tech., Ser. A, vol.36, No.6, 1955
- 37) Bretschneider, C.L. and E.E. Tamaye：Hurricane wind and wave forecasting techniques, Coastal Engineering, vol.1, chap.13, 1976
- 38) 副島毅・佐々木弘・高橋智晴：波浪データの取得・処理法について，昭和50年度 港湾技術研究所講演会，1975.

#### 主要記号一覧表

- $\eta(t)$ ：水面の上昇量  
 $\eta_{rms}$ ： $\eta(t)$ の標準偏差値  
 $\phi(\eta/\eta_{rms})$ ：正規分布  
 $\beta_1, \sqrt{\beta_1}$ ：歪度(skewness)  
 $\beta_2$ ：尖度(kurtosis)  
 $H$ ：波高  
 $\bar{H}$ ：平均波高  
 $H_{1/3}$ ：有義波高  
 $H_{1/10}$ ：1/10最大波高  
 $H_{max}$ ：最高波高  
 $\varepsilon$ ：オイラー(Euler) 定数=0.5772……  
 $N_z$ ：波数  
 $T$ ：周期  
 $\bar{T}$ ：平均周期  
 $a$ ：波の振幅  
 $H_c$ ：crest-to-crest法による波高  
 $T_z$ ：平均周期  
 $m_n$ ：スペクトルの $n$ 次のモーメント  
 $S(f)$ ：周波数スペクトル  
 $t_o$ ：観測時間  
 $N_c$ ：クレストの数  
 $\varepsilon_s$ ：スペクトルのモーメントで定義されるスペクトル



ル幅パラメータ

- $\epsilon_T$  :  $N_c, N_2$  で定義されるスペクトル幅パラメータ
- $\nu_s$  : スペクトル幅パラメータ
- $Q_p$  : スペクトルの尖鋭度パラメータ
- $T_1$  : スペクトルのモーメントで定義される平均周期  
( $=m_0/m_1$ )
- $T_2$  : " ( $=\sqrt{m_0/m_2}$ )
- $T_{24}$  : " ( $=\sqrt{m_2/m_4}$ )
- $f_p$  : ピーク周波数
- $T_p$  : ピーク周期
- $f_z$  :  $=1/T_z$
- $\alpha, \beta$  : スペクトル形状を表わすパラメータ
- $U$  : 風速 (m/s)
- $F$  : 吹送距離 (Fetch)
- $u_*$  : 摩擦速度 (m/s)
- $\gamma$  : ピークの鋭さを表わすパラメータ
- $T_{1/3}$  : 有義波周期
- $E$  : 期待値記号
- $\Gamma$  : ガンマ関数
- $T_{1/10}$  : 1/10 最大波周期
- $T_{max}$  : 最高波周期
- $R(\tau)$  : ラグ  $\tau$  の自己相関関数
- $\gamma$  : ガンマ分布の未知パラメータ
- $\lambda$  : "
- $\hat{T}_{p1}$  :  $N_2, N_c$  より推定されるピーク
- $\hat{T}_{p2}$  : スペクトル幅パラメータ  $\nu_s$  より推定されるピーク周期
- $T_{pb}$  : Pierson-Moskowitz スペクトルのピーク周期
- $\nu_T$  :  $N_c, N_2$  から得られるスペクトル幅パラメータの推定値
- $\mu_r$  : 連の数の標本分布の平均値
- $\sigma_r^2$  : " 分散

付 録

MEM (Maximum Entropy Method) について MEM は J. P. Burg<sup>1)</sup> により提案された比較的新しい方法であるが、この本質は Deconvolution と同じであり、自己回帰過程と類似点は多い。

MEM では従来の方法にみられる非現実的な仮定をせずに済むことから、より真のスペクトルに近いものが得られるとされている。また短いデータからでも分解能にすぐれたスペクトルを得ることができるため非定常スペクトル解析の有力な手段とされ、また FFT にみられる

ようなウィンドウ関数を用いないので周波数成分間の干渉も小さくなる合理的な方法だと考えられる。しかし、MEM では以下に示す予測誤差フィルターの長さの決定方法が明示されておらず、現在便宜的に赤池<sup>2)</sup>による FPE 規準を採用している。しかし、筆者らの試算によると、これに従って予測誤差フィルターの長さを決定した場合予測不可能な部分迄予測していることがしばしばみられる。このような場合は偽のスペクトルを得ることになるので注意しなければならない。このことは ME (Maximum Entropy) スペクトルの分散が求められることにも関連しており、MEM によるスペクトル解析をおこなう場合の最大の問題点となっている。また予測誤差フィルターの長さが短い時には ME スペクトルがそのまま通常のパワースペクトルとなる<sup>3)</sup>が、長すぎると各周波数成分のパワーの比は積分値によって与えられるためピーク周波数の判定にわずらわしさが生じる。

以下に MEM の概要を示す。詳細は参考文献に依らるたい。

正規確率過程のスペクトル密度  $S(f)$  とエントロピー  $H$  の間には次の関係が成立する。

$$H = \frac{1}{4} \int_{-f_N}^{f_N} \log S(f) df \quad (1)$$

ここで、 $f_N = 1/2 \Delta t$  は Nyquist 周波数、 $\Delta t$  はサンプリング時間間隔である。

(1) 式を自己相関関数  $\phi_k$  ( $k$  はラグを意味する) を用いて書き換えると次のようになる。

$$H = \frac{1}{4} \int_{-f_N}^{f_N} \log \left( \sum_{-\infty}^{\infty} \phi_k \exp(-i 2\pi f k \Delta t) \right) df \quad (2)$$

自己相関関数の最大ラグを  $m$  とすると、 $\phi_k$  と  $S(f)$  の間には次式が成立する。

$$\phi_k = \int_{-f_N}^{f_N} S(f) \exp(i 2\pi f k \Delta t) df \quad (3)$$

未知の  $\phi_k$  に対して (2) 式のエントロピーを最大にするという条件の下で、次式で与えられる極値問題

$$\partial H / \partial \phi_k = 0 \quad (k \geq m+1) \quad (4)$$

を解けば、最も観測される確率の大きいパワースペクトルがえられる。すなわち、

$$S(f) = \frac{P_m \Delta t}{\left| 1 + \sum_{k=1}^m a_{mk} \exp(-i 2\pi f k \Delta t) \right|^2} \quad (5)$$

上式がMEスペクトルの推定式である。上式で $a_{mk}$ は既知の信号とこれから予測される未知な信号の誤差を出力とする予測誤差フィルターを表わしており、フィルター長は $m+1$ である。 $P_m$ はその予測誤差パワーであり、 $P_m, a_{mk}$ は次の行列方程式を解くことにより決定される。

$$\begin{pmatrix} \phi_0 & \phi_1 & \dots & \phi_m \\ \phi_1 & & & \\ \vdots & & & \\ \phi_m & \dots & \phi_1 & \phi_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ a_{m1} \\ \vdots \\ a_{mm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_m \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

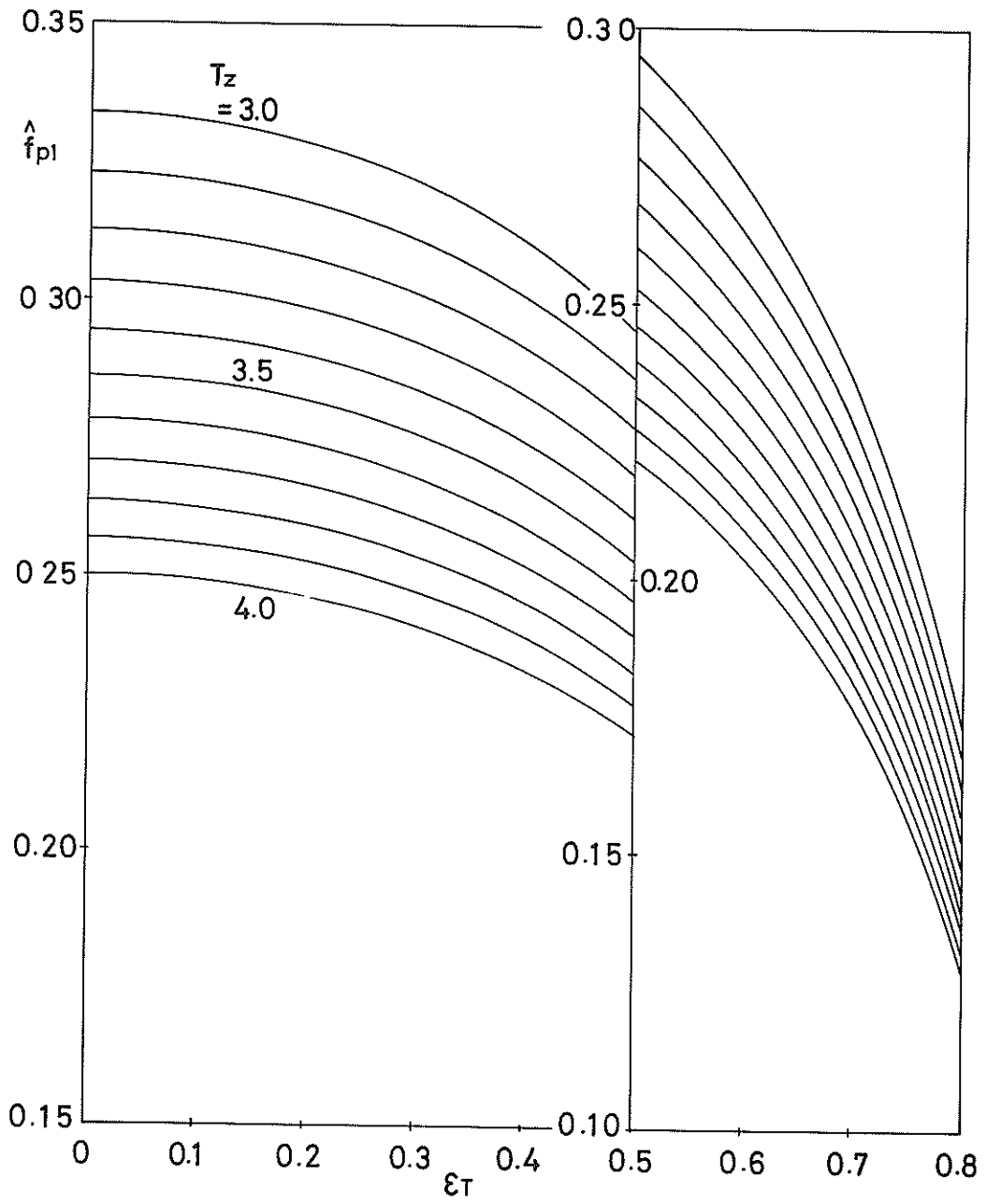
(6)式は、時系列データに予測誤差フィルターを前後に走査させて入力信号と予測値との誤差 $P_m$ を最小にすることにより $a_m, P_m$ が再帰的に求められる。この手法の電算機用のアルゴリズムはAndersen<sup>5)</sup>により与えられている。

### 参考文献

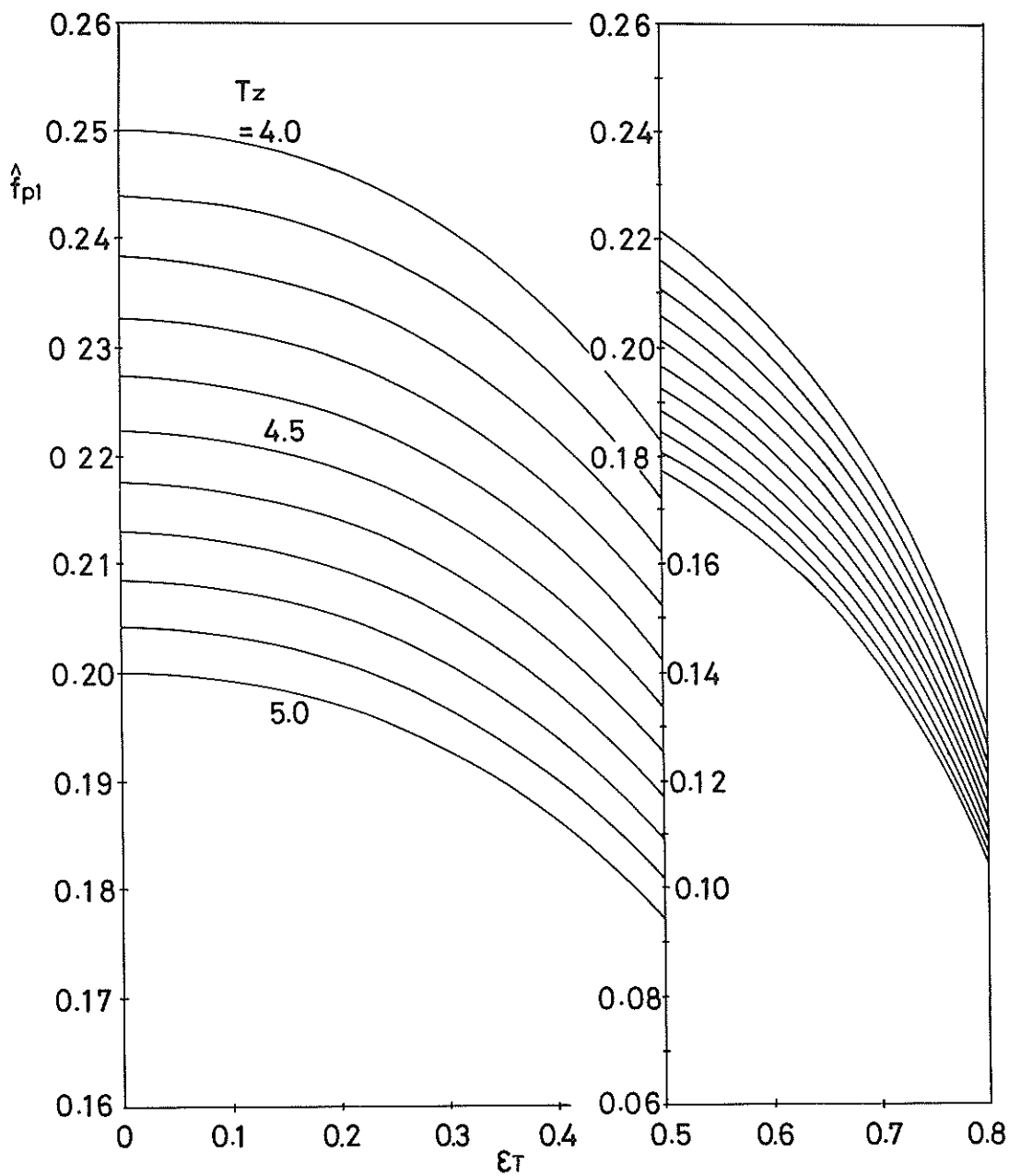
- 1) Burg, J.P.: Maximum entropy analysis, presented at the 37th Annual International SEG Meeting, 1967
- 2) Akaike, H.: たとえば Fitting autoregressive models for prediction, Ann. Inst. Statist. Math., 21, 1969
- 3) Lacoss, R.T.: Data adaptive spectral analysis methods, Geophysics, 36, 1971
- 4) Smylie, D.E., G.K.C. Clarke and T.J. Ulrych: Analysis of irregularities in the earth's rotation in Methods in Computational Physics, 13, 1973
- 5) Andersen, M.: On the calculation of filter coefficients for maximum entropy analysis, Geophysics, 37, 1972

付表 各種パラメータの平均値と標準偏差

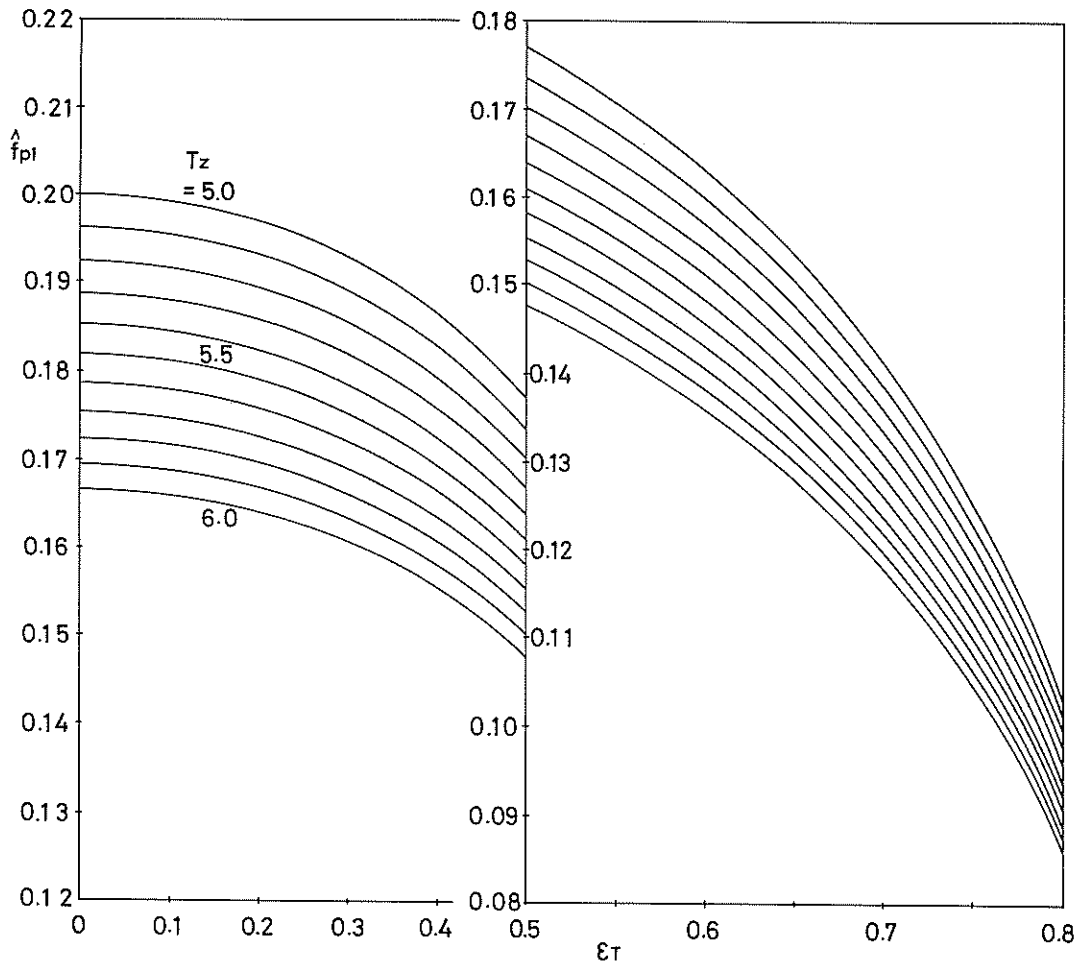
パラメータ	平均値	標準偏差	パラメータ	平均値	標準偏差
$H_{\max}$	5.742	1.620	$T_{1/3}/T_2$	1.216	0.056
$H_{1/10}$	4.517	1.204	$T_1/T_2$	1.046	0.039
$H_{1/3}$	3.657	0.990	$T_1/T_{1/3}$	0.900	0.033
$H$	2.316	0.593	$T_1/T_{1/10}$	0.895	0.074
$T_{\max}$	8.091	2.209	$T_p/T_{1/3}$	1.186	0.138
$T_{1/10}$	8.428	1.909	$T_p/T_2$	1.379	0.179
$T_{1/3}$	8.415	1.192	$T_p/T_1$	1.442	0.184
$T_2$	7.233	0.937	$T_c/T_{1/3}$	0.674	0.065
$T_c$	5.617	0.618	$T_{24}/T_{1/3}$	0.496	0.074
$T_p$	9.972	1.728	$\hat{T}_{p1}/T_p$	0.942	0.124
$T_1$	7.557	0.970	$\hat{T}_{p2}/T_p$	0.959	0.100
$\epsilon_T$	0.619	0.072	$\hat{T}_{p2}/T$	1.027	0.108
$\epsilon_s$	0.797	0.050	$\hat{T}_{p1}/T_{1/3}$	1.104	0.058
$\nu_T$	0.390	0.070	$\hat{T}_{p2}/T_{1/3}$	1.126	0.093
$\nu_s$	0.437	0.058	$\hat{T}_{p1}/T_1$	1.232	0.136
$H/\eta_{\text{rms}}$	2.415	0.076	$\hat{T}_{p2}/T_1$	1.252	0.102
$H_{1/3}/\eta_{\text{rms}}$	3.799	0.093	$\hat{T}_{p1}/T_1$	1.193	0.088
$H_{1/10}/\eta_{\text{rms}}$	4.717	0.225	$\hat{T}_{p2}/T_1$	1.218	0.115
$H_{1/3}/\sqrt{m_0}$	3.800	0.091	$\hat{T}_{p1}/T_2$	1.347	0.164
$T_2/T_2$	1.048	0.047	$\hat{T}_{p2}/T_2$	1.371	0.140
$T_c/T_{24}$	1.377	0.156	$\hat{T}_1/T_1$	1.031	0.050
$T_{1/3}/T_2$	1.163	0.057	$\hat{T}_1/T_{1/3}$	0.927	0.046
$T_{1/10}/T_2$	1.179	0.086	$\nu_T/\nu_s$	0.895	0.130
$T_{\max}/T_2$	1.198	0.266			



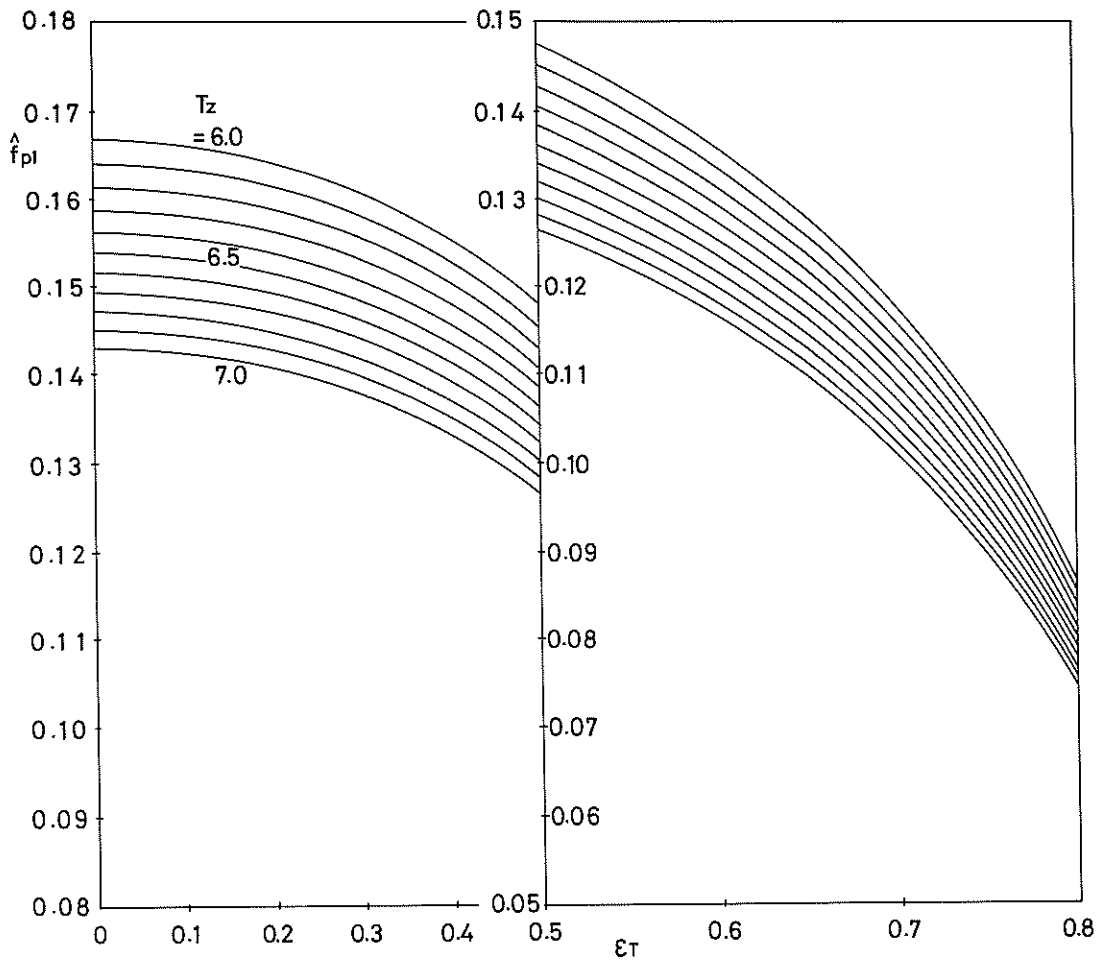
付図一1  $T_p$  の推定図 ( $T_z = 3 \sim 4_s$ )



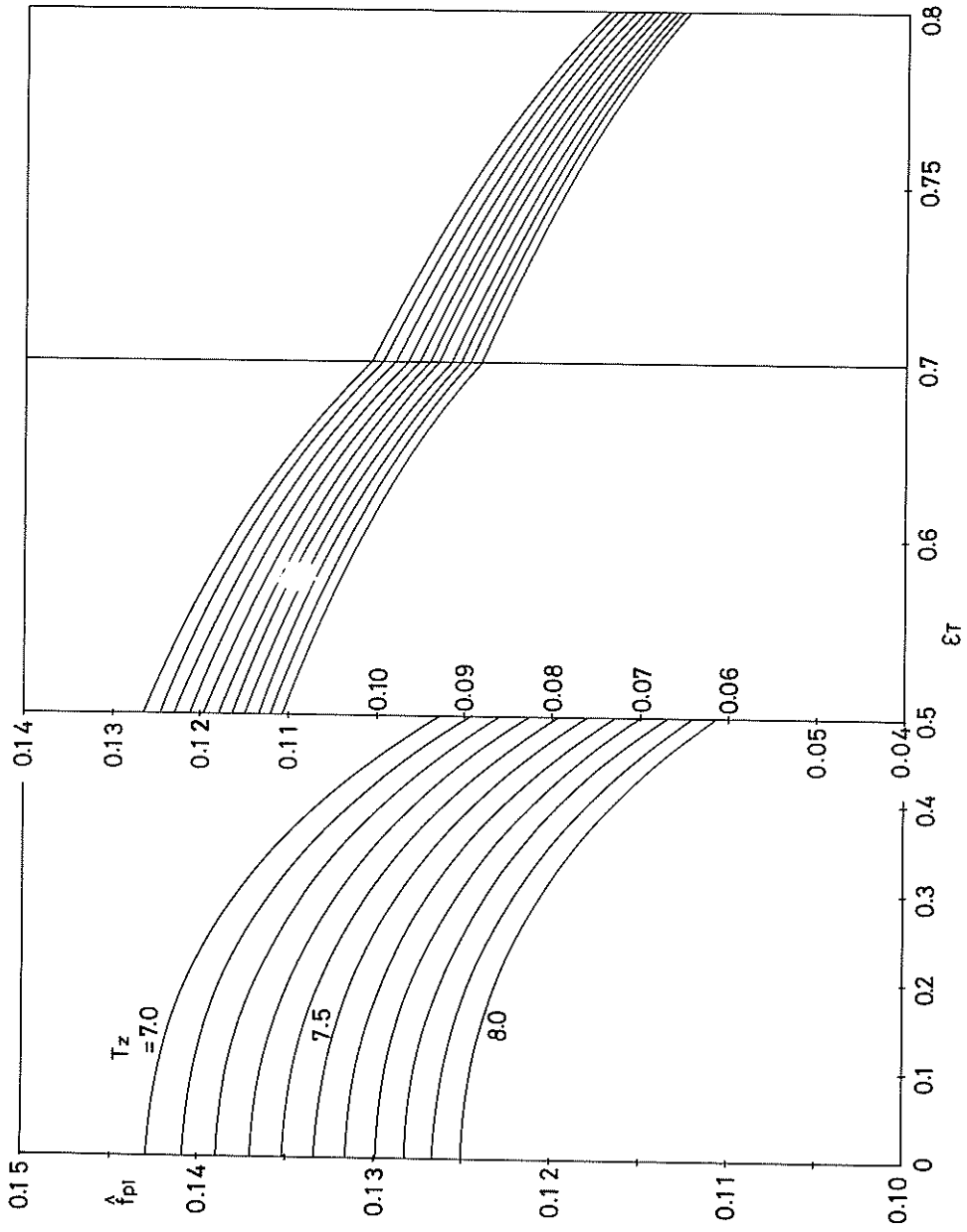
付図一1  $T_p$  の推定図 ( $T_z = 4 \sim 5_s$ )



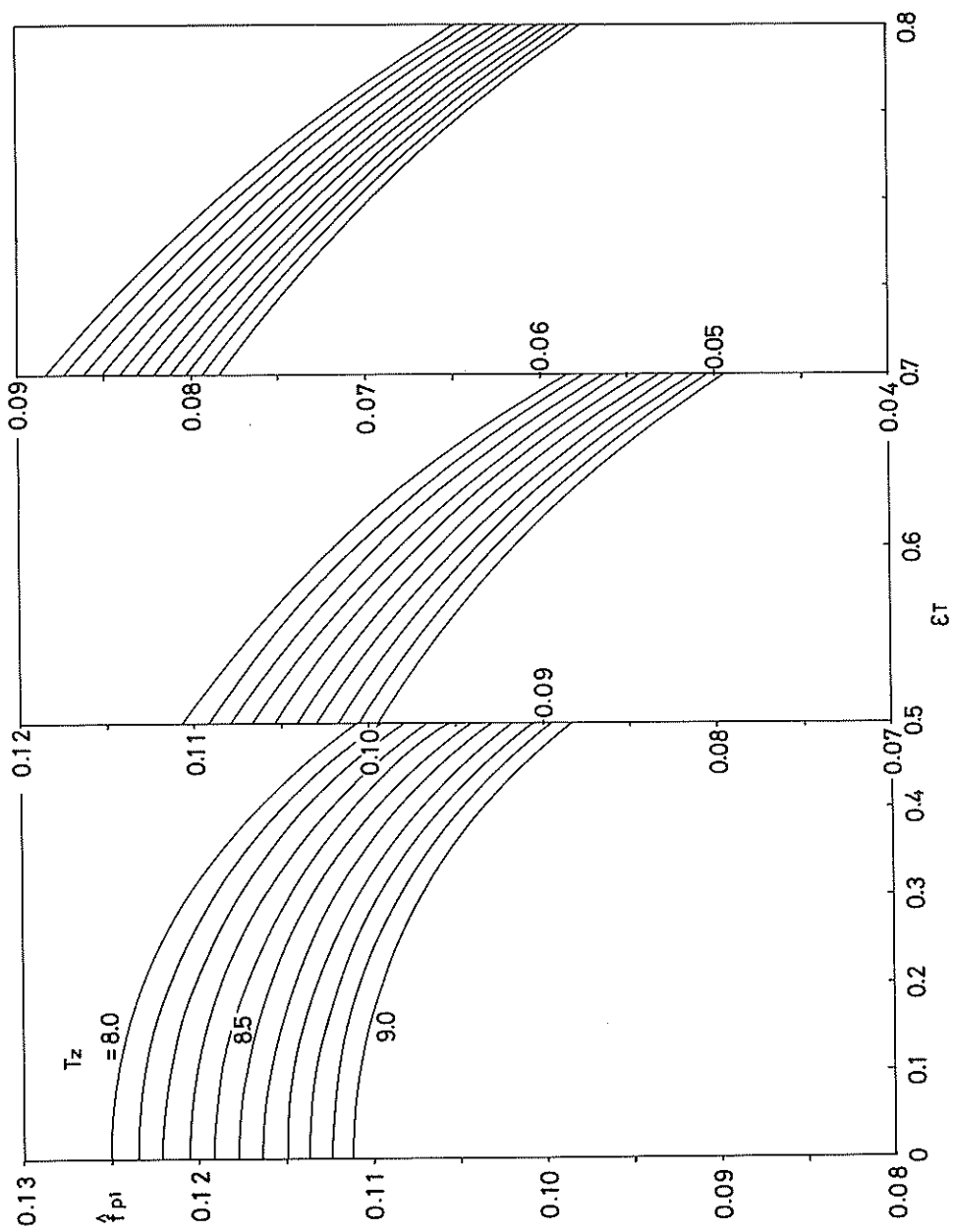
付図一1  $T_p$  の推定図 ( $T_z = 5 \sim 6_s$ )



付図一1  $T_p$ の推定図 ( $T_z = 6 \sim 7_s$ )

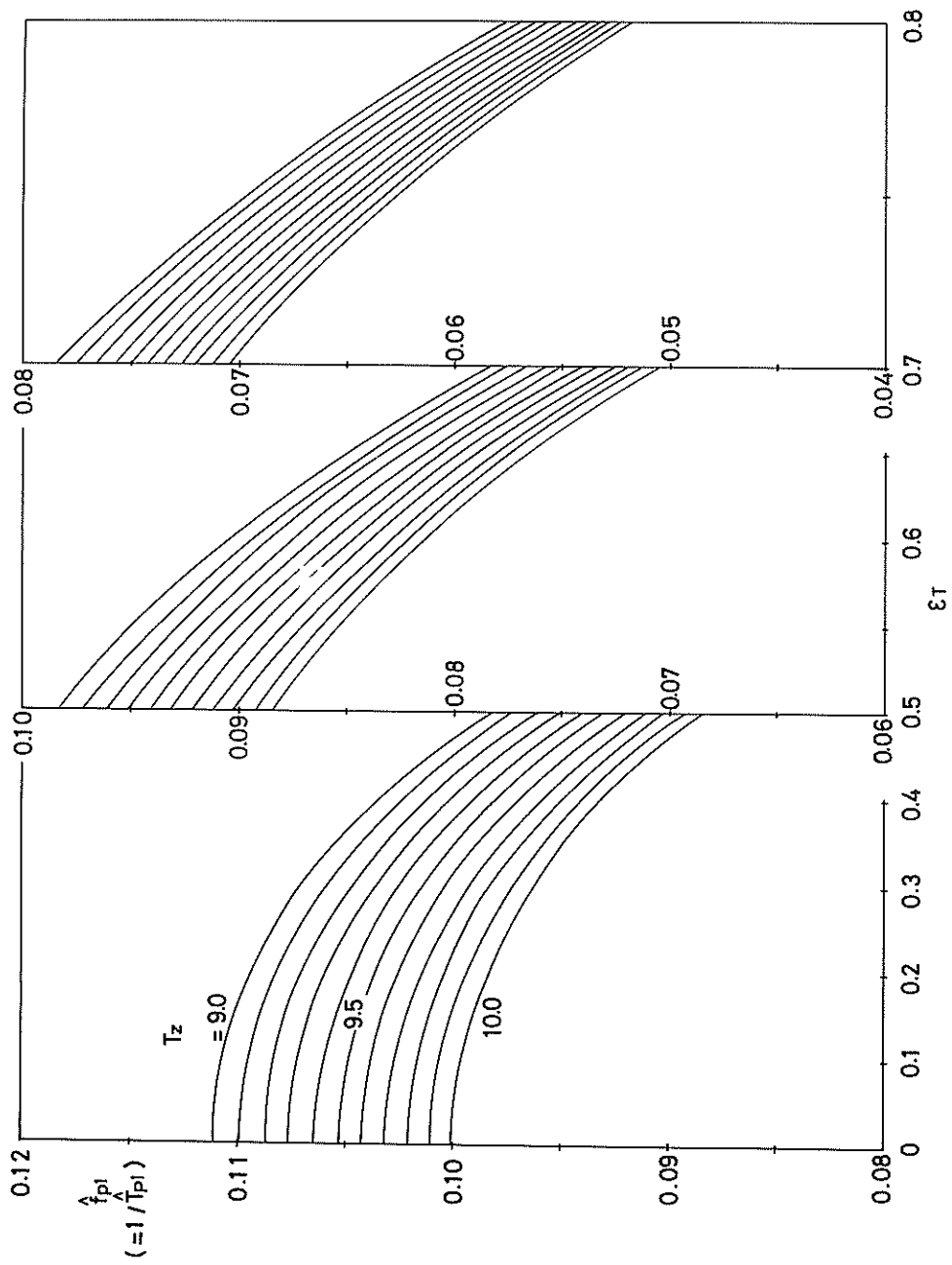


付図一1  $T_p$  の推定図 ( $T_z = 7 \sim 8_s$ )

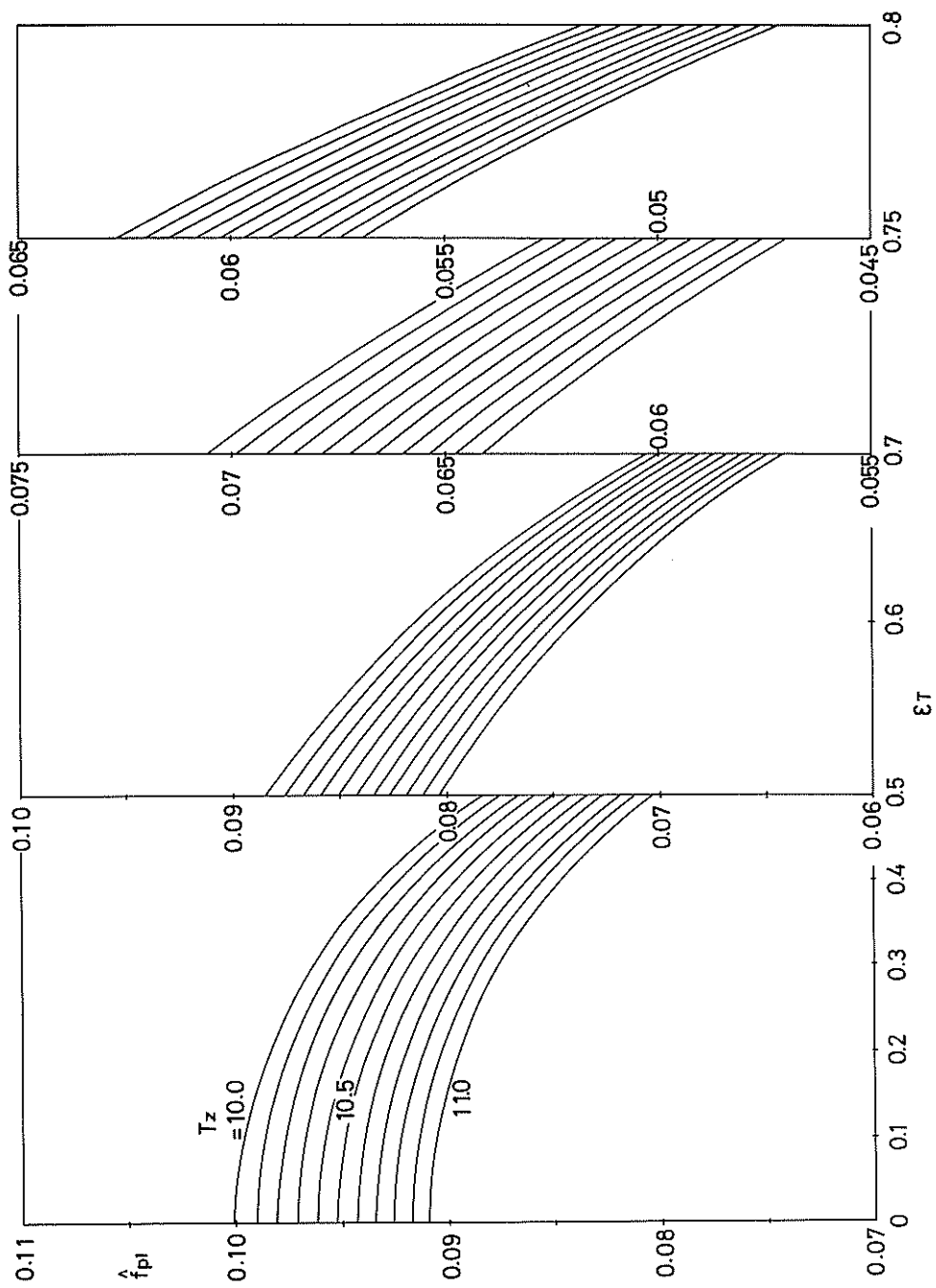


付図一1  $T_p$  の推定図 ( $T_z = 8 \sim 9 s$ )

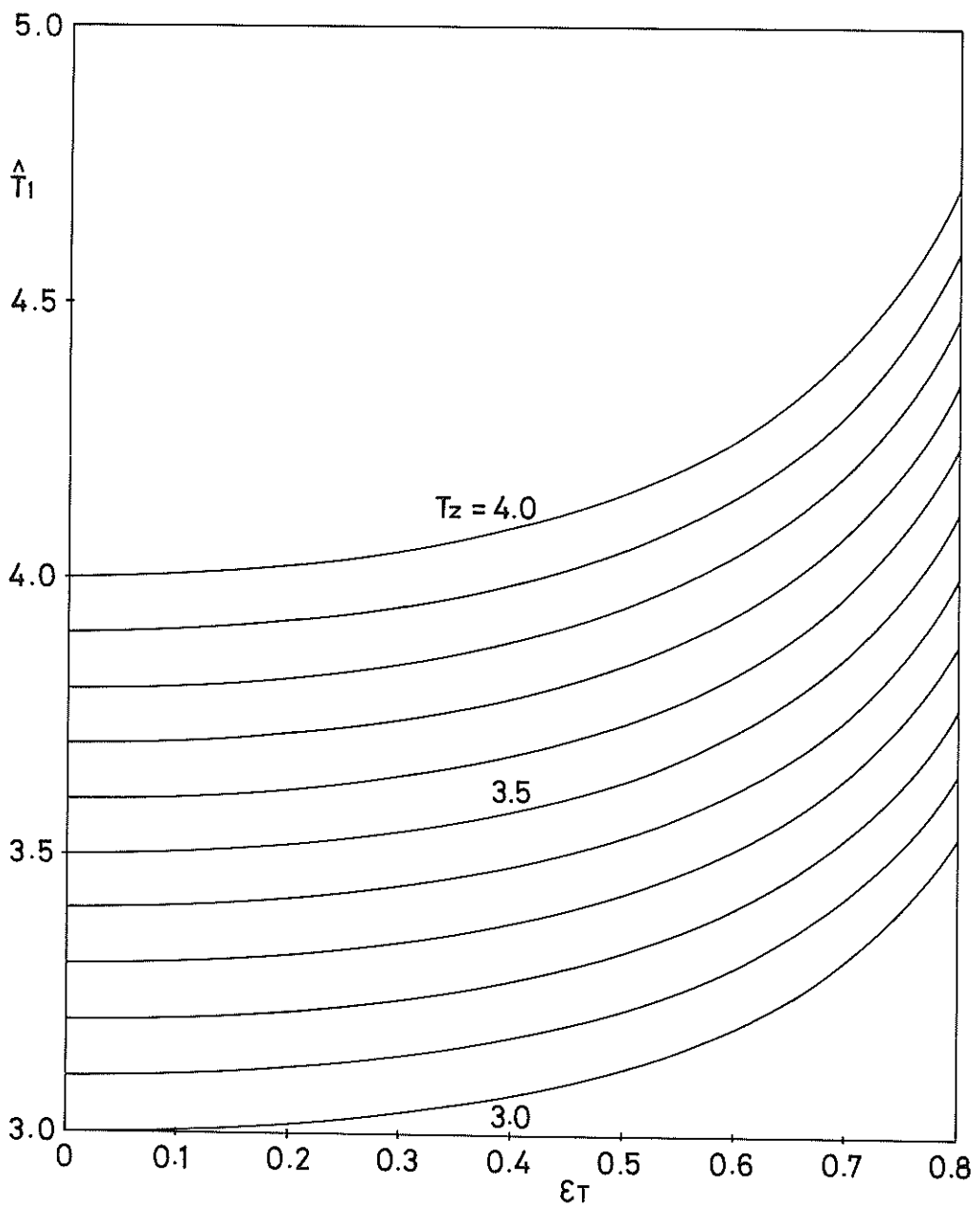




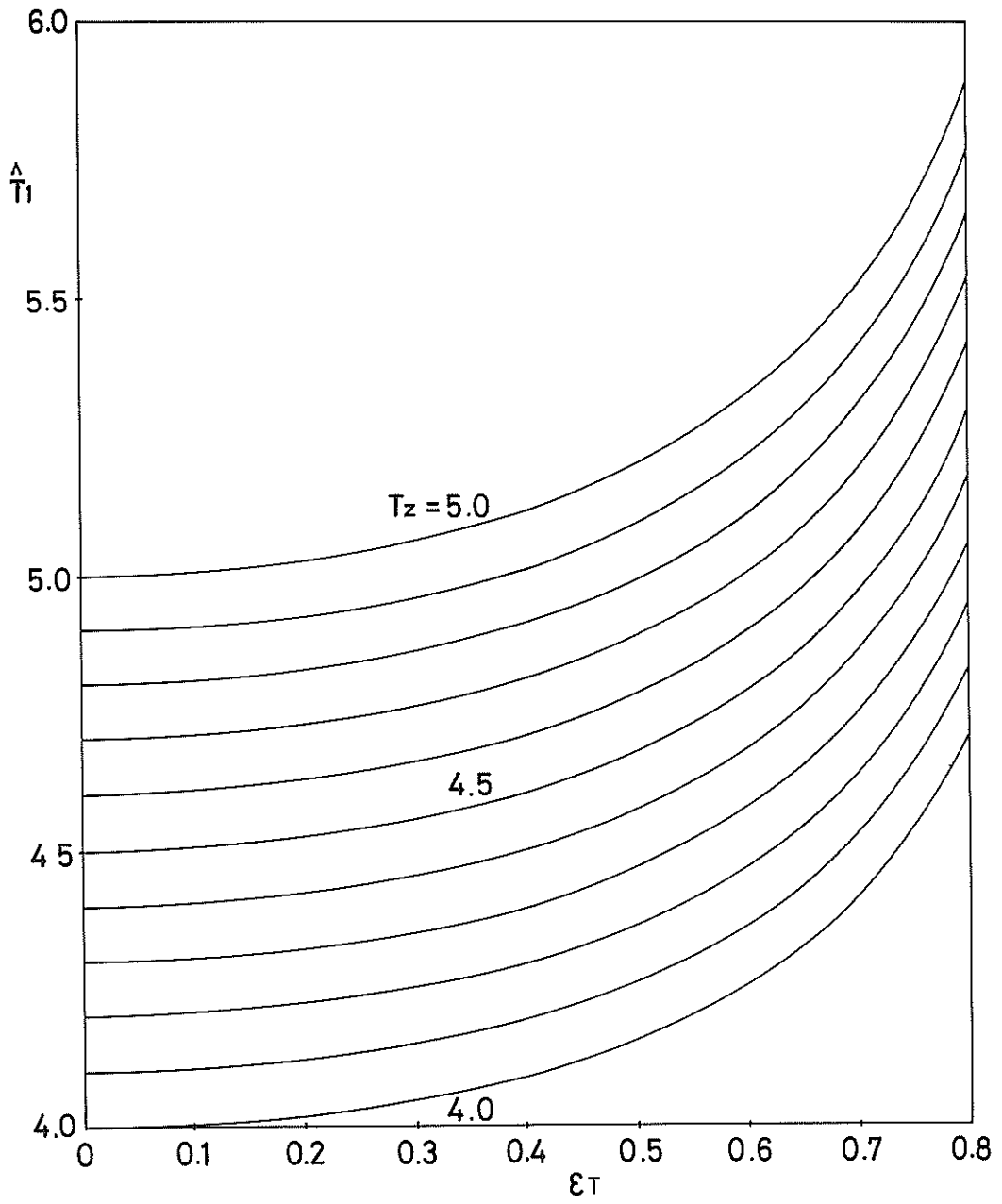
付図一1  $T_p$  の推定図 ( $T_z = 9 \sim 10_s$ )



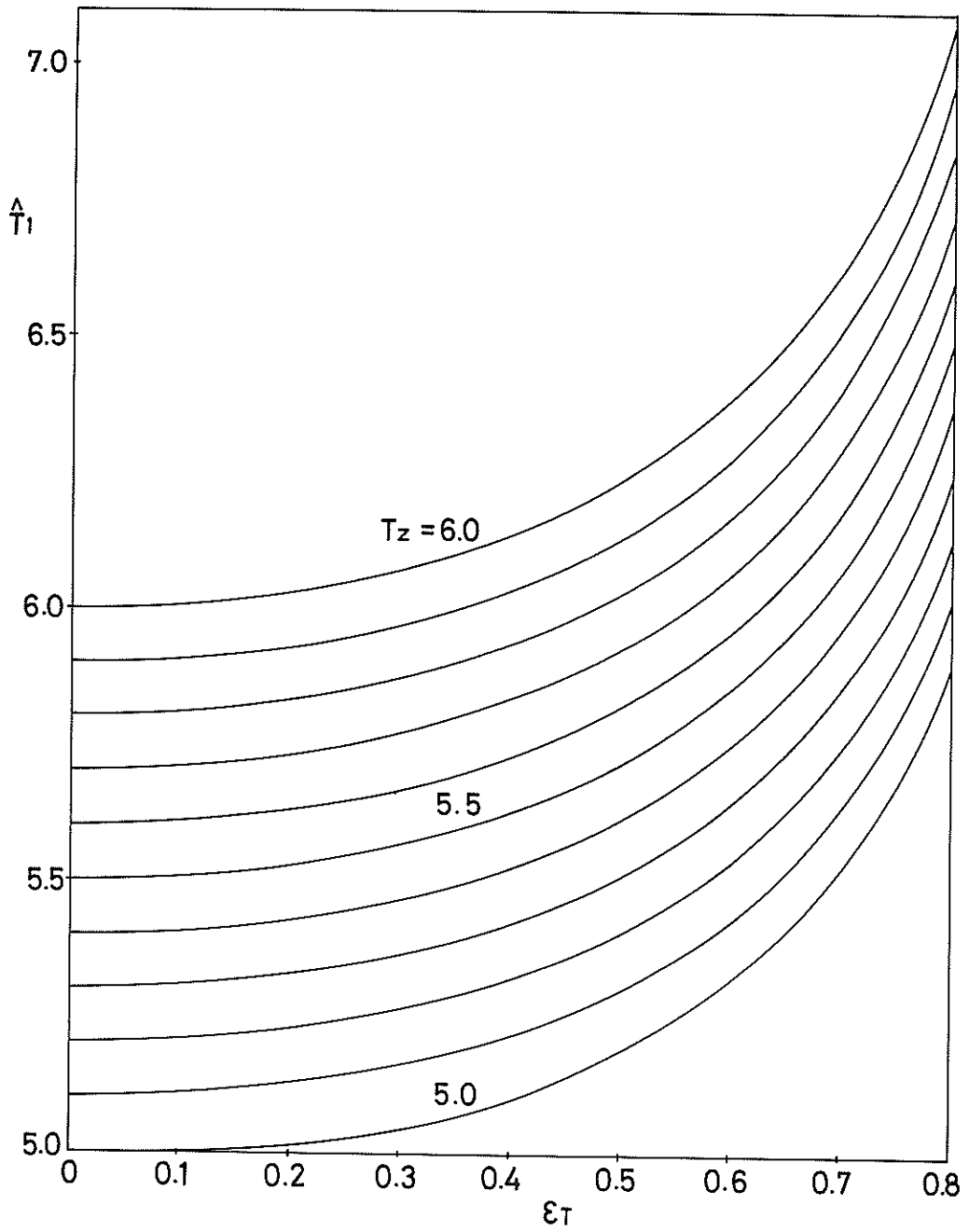
付図一1  $T_p$  の推定図 ( $T_z = 10 \sim 11_s$ )



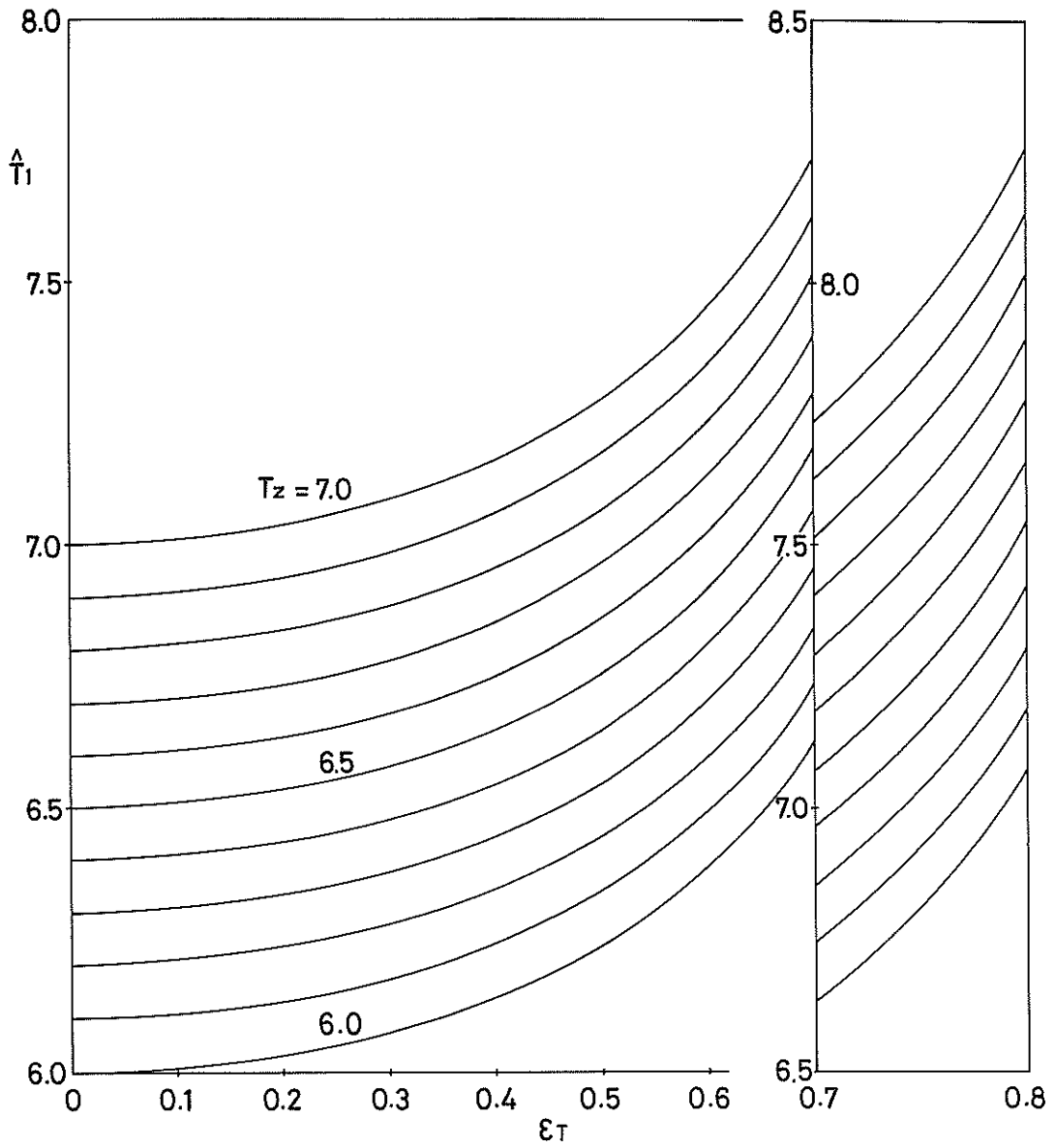
付図一2  $T_1$  の推定図 ( $T_z = 3 \sim 4_s$ )



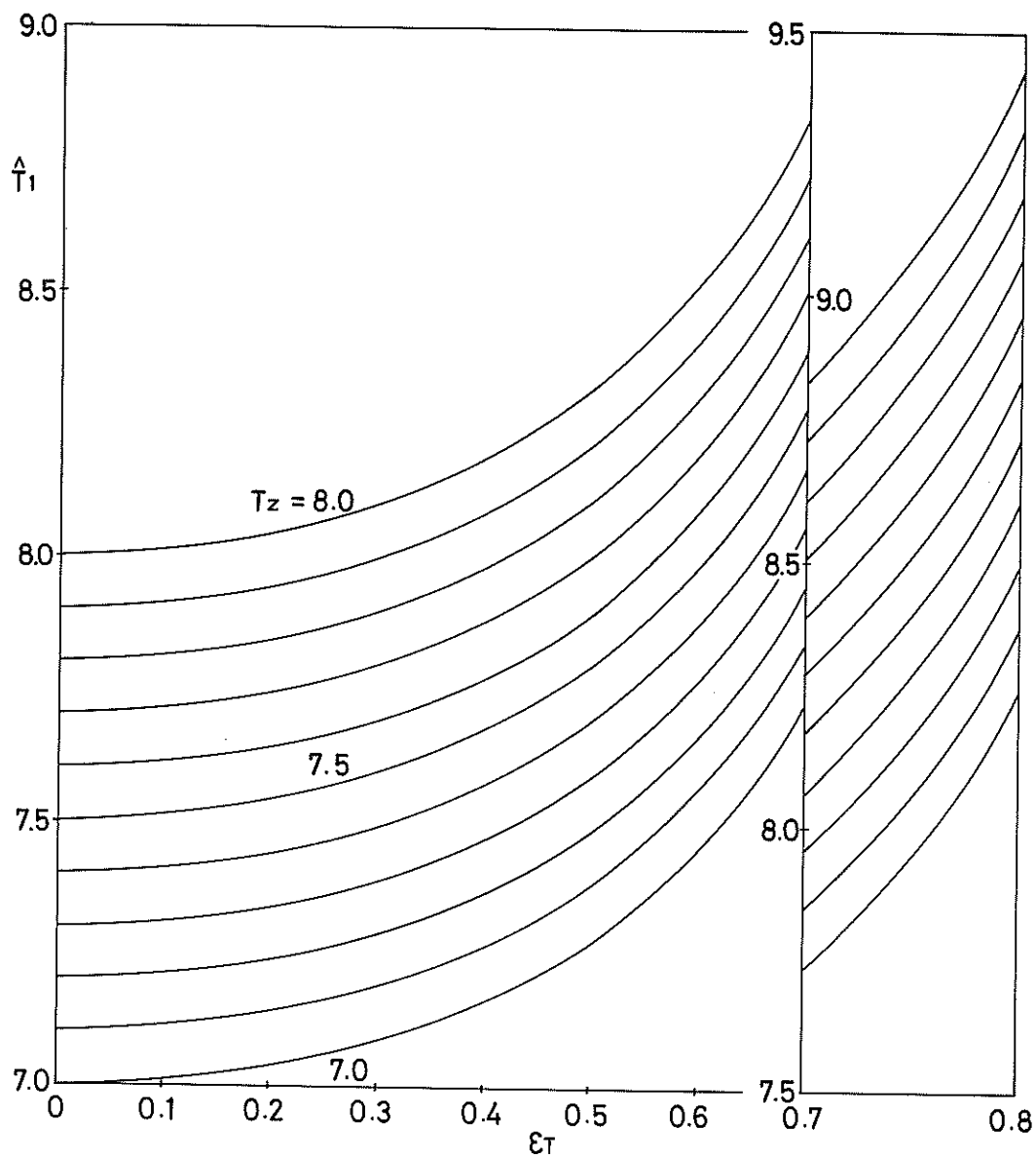
付図-2  $T_1$  の推定図 ( $T_z = 4 \sim 5_s$ )



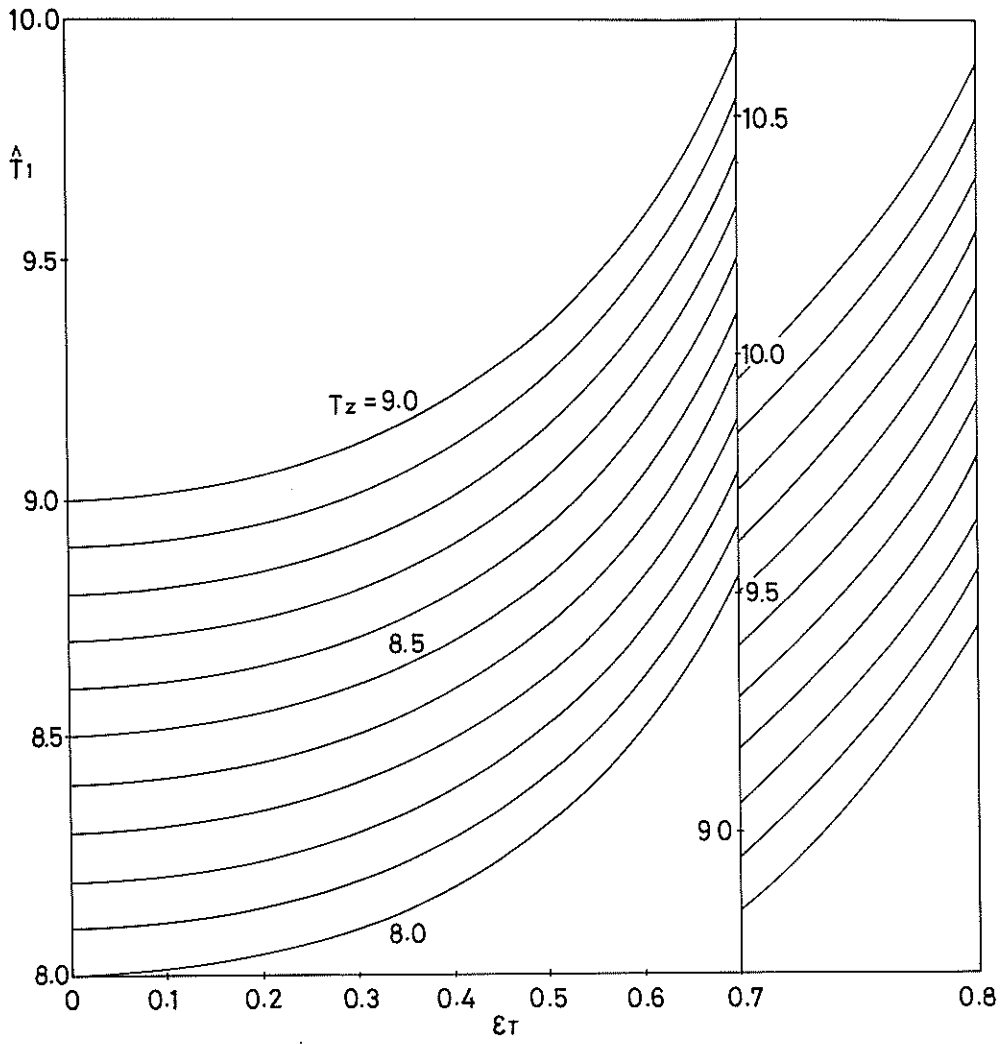
付図一2  $T_1$  の推定図 ( $T_z = 5 \sim 6_s$ )



付図-2  $T_1$  の推定図 ( $T_z = 6 \sim 7_s$ )

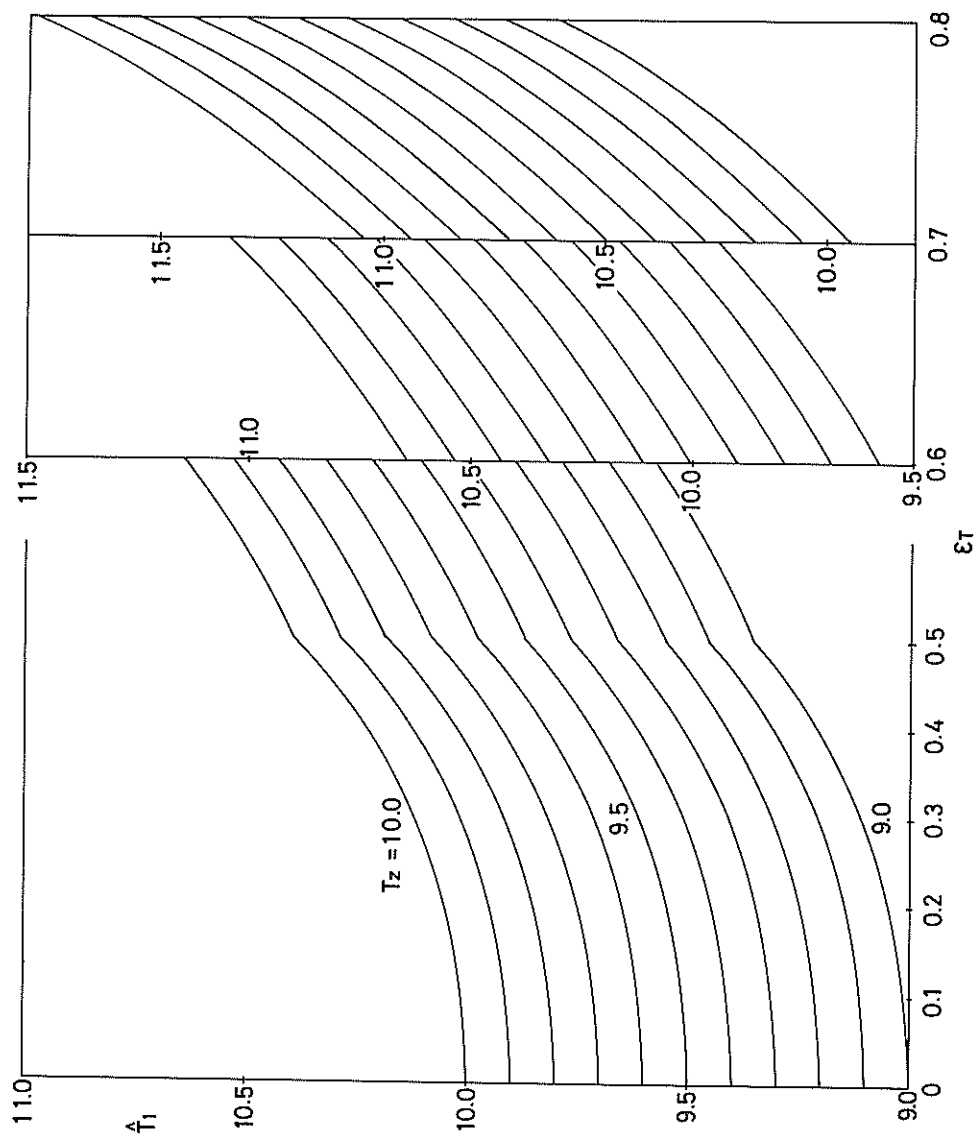


付図-2  $T_1$  の推定図 ( $T_z = 7 \sim 8_s$ )

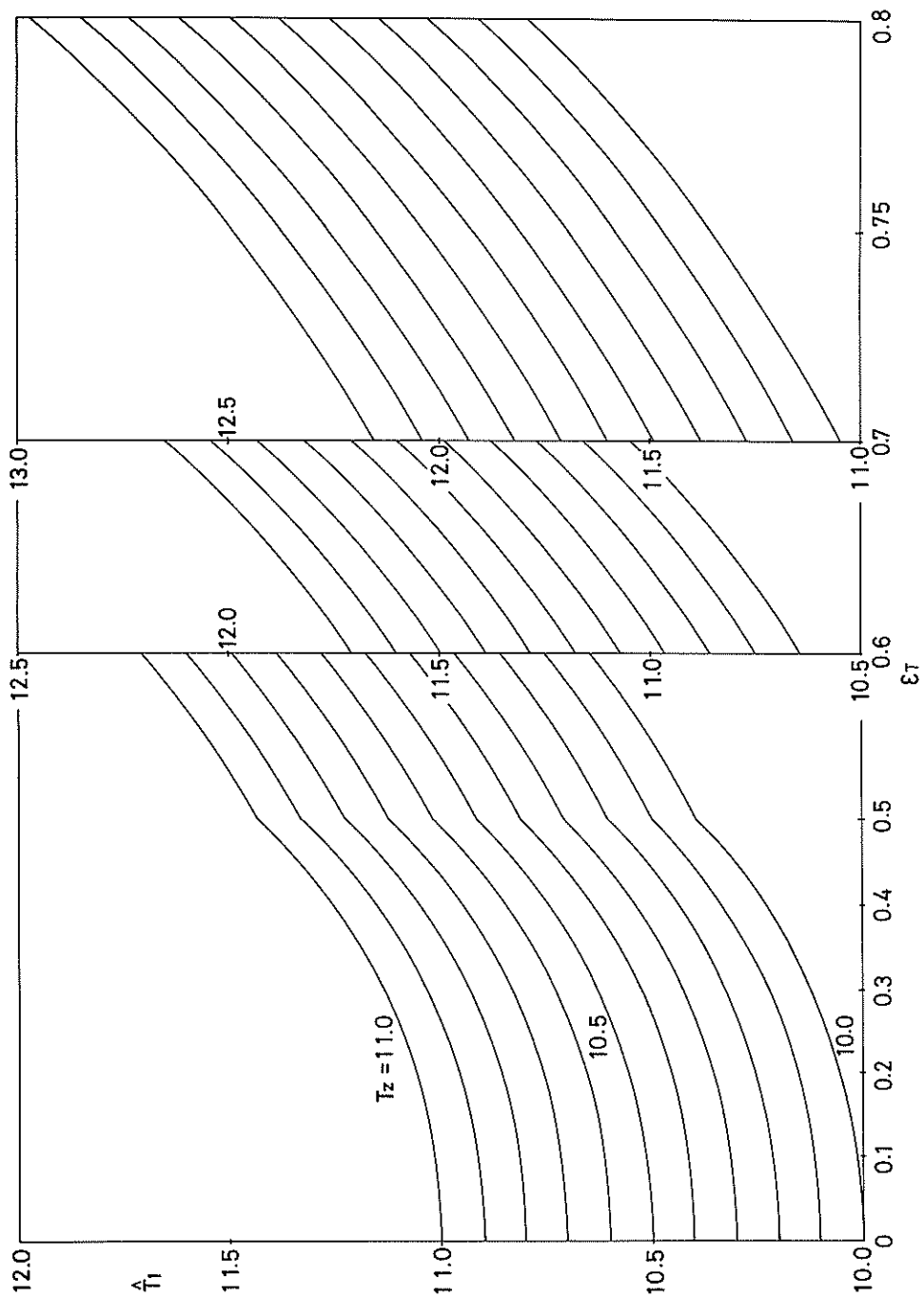


付図-2  $T_1$  の推定図 ( $T_z = 8 \sim 9_s$ )





付図一2  $T_1$  の推定図 ( $T_z = 9 \sim 10_s$ )



付図一2  $T_1$  の推定図 ( $T_z = 10 \sim 11$  s)

港 湾 技 研 資 料      No. 315

1979. 3

編集兼発行人      運輸省港湾技術研究所

発 行 所      運輸省港湾技術研究所  
                 横須賀市長瀬3丁目1番1号

印 刷 所      株式会社 実業公報社

Published by the Port and Harbour Research Institute  
Nagase, Yokosuka, Japan.