

港湾技研資料

TECHNICAL NOTE OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

No. 303 Sept. 1978

新しい波の回折計算法とスペクトルの最適分割数

高 山 知 司
横 田 慎 二
河 内 隆 秀

運輸省港湾技術研究所



目 次

要 旨	3
1. まえがき	3
2. 波の回折計算	4
2.1 不規則波の適応理論	4
2.2 半無限消波堤による波の回折	5
2.3 開口防波堤による波の回折	7
3. 波のスペクトル	11
3.1 波の方向スペクトル	11
3.2 波の周波数スペクトル	11
3.3 波の方向関数	12
3.4 方向集中度パラメータ S_{\max} の推定	13
3.5 スペクトルの分割法	13
3.6 S_{\max} の値に対する $\theta_{\max}, \theta_{\min}$ の制限	14
4. 既存回折プログラムとの比較	15
4.1 規則波の二次回折	15
4.2 不規則波の二次回折	17
4.3 半無限堤による不規則波の回折	17
4.4 開口防波堤による不規則波の一次回折	23
5. スペクトル分割数の最適近似と計算精度	25
5.1 方向分割数の最適近似	25
5.2 周波数分割数の最適近似	30
5.3 計算精度と所要時間	31
5.4 方向分割数の違いによる回折図の比較	31
6. あとがき	34
参 考 文 献	36
記 号 表	36
付 錄 (二, 三の防波堤の配置に対する回折図)	36

New computation program of sea wave diffraction and optimal dividing number of wave spectrum

Tomotsuka TAKAYAMA*

Shinzi YOKOTA**

Takahide KOCHI***

Synopsis

Computing programs of the diffraction of diffracted waves and irregular wave diffraction due to the gap of breakwater have already been developed in the Port and Harbour Research Institute, and have been applied to practical problems. However, the former program is not valid for irregular waves, and the latter one is not applicable to the case where the component waves of irregular ones are reflected by a breakwater and propagate into a port. Therefore, the utilization of those programs be restricted.

Lately, new computation program has been developed by Takayama et al. The new program has resolved the above problems and is applicable to arbitrary alignments and types of breakwaters.

In this report, the outline of the new computation is described. Then, the new program is compared with the previous ones in the computed results, and their coincidence is confirmed in comparison with their computed results which are carried out in valid cases for the previous programs.

The new program has already been applied to practical problems such as the designs of breakwater alignments and extinctions. However, since the relation between the dividing number of wave spectrum and computing accuracy had not sufficiently been discussed, larger dividing number of wave spectrum is apt to be taken in computation. Though the accuracy of computation is promoted with the largeness of the number, on the other hand much more computing time is needed.

Taking into consideration much demand of computer use, it is of great importance to reduce the occupation time of computer by decreasing the dividing number within practically sufficient accuracy.

In this report, an approximate formula for the determination of the dividing number is proposed, referring to the detail investigation of the relation between the computing accuracy and the number.

* Chief of the Wave Laboratory, Marine Hydrodynamics Division

** Member of the Computing Center, Design Standard Division

*** Ex-Member Computing Center, Design Standard Division

新しい波の回折計算法とスペクトルの最適分割数

高山 知司*
横田 慎二**
河内 隆秀***

要旨

今までに、規則波に対する二次回折計算プログラム^{[1][2]}や開口防波堤による不規則波の回折計算プログラム^{[3][4]}が開発されて、実際の実用に供されている。しかし、これらの回折プログラムにはいくつかの問題点があり、十分満足されるものではなかった。近年、高山らによってどのような防波堤配置に対しても、また、半無限堤でも開口防波堤でも、さらには規則波、不規則波を問わず計算できるプログラムが開発された。

本研究では、この不規則波の回折計算手法^{[5][6]}について概説するとともに、従来のプログラムとの比較を行い、この新しい計算法の優位性を確認した。

この新しい計算法はすでに実際問題に適用され、港湾計画における防波堤配置の決定に活用されているが、今まで波の方向スペクトルの分割数と計算精度および計算時間についての検討が十分になされていないため、実際計算する場合には過大な分割数で計算することが多かった。分割数を増せば計算精度は向上するが、逆に計算時間は増大する。現在のように計算機の需要が非常に増している時には、計算結果が実用上十分な精度を満足する範囲内で計算時間を短縮することが是非とも必要となってきた。このようなことを考慮したうえで本研究では、波の回折計算精度と波のスペクトル分割数の関係を詳細に検討し、必要で十分な分割数を求める近似式を提案した。

1. まえがき

波の回折計算は、港湾計画上重要な防波堤の配置や延長を決めるためには強力な手段の一つである。防波堤の配置の良否によって港内の船舶の安全性が決まると言っても言い過ぎではない。このため、波の回折についての研究は古くから活発に行われており、数多くの理論的・実験的研究成果が得られている。

最初は半無限堤や一直線上にある開口防波堤のような単純な形状の防波堤から始めて、次第に複雑な防波堤配置の計算に移って行った。これらの研究は規則波の回折についての研究であったが、その間に海の波の不規則性についての研究も進み、周波数スペクトルはもとより波の方向スペクトルについてもその標準形が提案されるようになった。このような海の波の研究の進歩とともに、波の回折計算においても入射する波を方向スペクトルを持つ不規則波として計算しなければ海の波に関して回折計算したことにはならないという認識のもとに不規則波の回折計算手法の開発が行われてきた。不規則波の回折計算は規則波の回折計算に比して、波の直進領域では小さ

な、しゃへい領域では大きな回折係数を示すため、規則波の回折計算では港内波高を低く見積る可能性がある。

港湾技術研究所においても、現在、開口防波堤による不規則波の回折計算プログラムを所有しており、実際問題に対しても十分活用されている。しかし、この計算プログラムには以下に示すような条件のものには適用できない。

- 1) 任意反射率の消波堤の場合
- 2) 入射する不規則波の成分波が防波堤で反射される場合
- 3) 二次回折が起る場合

このような制約を取り除くために、高山ら^[7]は実用的で適応度の高い計算理論を導入し、はん用性の高いプログラムを新たに開発した。この計算法によると、上記の制約条件は取り除かれると同時に、規則波および不規則波の計算が入力データの値を変えることによって容易に計算できるようになっている。また、この理論の妥当性については、数值波動解析法との比較や单一方向不規則波を用いた模型実験との比較によって実用上十分な精度を持つことが確認されている。

* 海洋水理部 波浪研究室長

** 設計基準部 計算室

*** 前設計基準部 計算室

本論文では、この新しい回折計算法について概説するとともに、すでに得られている規則波に対する二次回折の計算法および開口防波堤による不規則波の回折計算法と比較を行って、新しい計算法がこれらの回折計算法を包含していると同時に、前述のような適用上問題のある条件でも計算可能であることを確認した。

この新しい回折計算法はすでに数多くの実際問題に適用されているが、波の方向スペクトルの分割数と計算精度および計算時間との関連について十分検討がなされていないため、実際の計算では過大な分割数を用いているようである。この方向スペクトルの分割数とは、不規則波に対して回折計算を行う際に必要となる不規則波を成分波に分ける時の成分波の数である。そして、この分割数は周波数と方向分割数の積である。

確かに、分割数を増せば計算精度は向上するが、計算時間は多くかかるようになる。現在のように電子計算機の使用需要が非常に大きく、また、秒単位で計算機使用料がかかる時期には、計算結果が実用上十分な精度を満足する範囲内で計算時間を短縮することが必要となる。

このことを考慮したうえで、本研究では、波の計算精度と波のスペクトル分割数との関係を詳細に検討し、必要で十分な分割数を求める近似式を提案した。

2. 回折計算の方法

回折波の計算法は高山ら¹⁾の論文に詳細に述べられているが、この論文は英文であり、理解を容易にするためその論文の計算法を概説する。

2.1 不規則波の適応理論

港外の一点 (x_0, y_0) における海面の変動 $\zeta(x_0, y_0, t)$ が無数の成分波の重ね合せとして表現できるとすると次式のように表わせる。

$$\zeta(x_0, y_0, t) = \sum_{n,m} \sqrt{S(f_n, \theta_m)} \delta f_n \delta \theta_m \times \exp \{i(k_n x_0 \cos \theta_m + k_n y_0 \sin \theta_m + 2\pi f_n t + \epsilon_{nm})\} \quad (1)$$

ここで、 $S(f_n, \theta_m)$ は波の方向スペクトル、 f_n は n 番目の周波数分割区域内の中心周波数、 θ_m は m 番目の方向分割区域内の中心方向角、 δf_n および $\delta \theta_m$ はそれぞれ n 番目の周波数分割区間幅および m 番目の方向分割区間幅、 ϵ_{nm} は n, m 次の成分波の位相角である。波数 $k_n = 2\pi/L$ は f_n に対して次に示すような分散関係をもつ。

$$4\pi^2 f_n^2 = gk_n \tanh k_n h \quad (2)$$

ここで、 g は重力加速度、 h は水深である。

波の回折理論が線型であることから港内的一点 (x, y) における海面の変動は次のように表わすことができる。

$$\zeta_a(x, y, t) = \sum_{n,m} \sqrt{S(f_n, \theta_m)} \delta f_n \delta \theta_m \psi(x, y, f_n, \theta_m) \times \exp \{i(k_n x_0 \cos \theta_m + k_n y_0 \sin \theta_m + 2\pi f_n t + \epsilon_{nm})\} \quad (3)$$

ここで、 $\psi(x, y, f_n, \theta_m)$ は周波数 f_n と方向角 θ_m をもつ成分波の回折を示す関数である。

$\zeta_a(x, y, t)$ の周波数スペクトル $S_a(f_n)$ は容易に次式のような形で求まる。

$$S_a(f_n) = \sum_m S(f_n, \theta_m) \psi(x, y, f_n, \theta_m) \times \psi^*(x, y, f_n, \theta_m) \delta \theta_m \quad (4)$$

ここで、 $\psi^*(x, y, f_n, \theta_m)$ は $\psi(x, y, f_n, \theta_m)$ の共役関数である。

不規則波群の波高確率分布が Rayleigh 分布に従うなら有義波高 $H_{1/3}$ と周波数スペクトル $S_c(f)$ の間には次式のような関係が理論的に導かれる。

$$H_{1/3} = 4.0 \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} S_c(f) df} \quad (5)$$

合田²⁾によるシミュレーション解釈結果では zero-up-crossing 法によって波高を定義する限り、波高分布は Rayleigh 分布によく一致している。また、他の研究者¹³⁾による海の波について調べた結果でも合田と同じような結論を導き出している。さらに、合田は海の波のデータの統計的分析から式(5)における比例定数が 4.0 よりもむしろ深海域においては 3.8 に近いと述べているが、不規則波の回折係数を回折波と入射波の有義波高の比として定義すると、この係数の値に関係なく、回折係数 K_a は次の式によって与えられる。

$$K_a = \sqrt{\frac{\sum_n S_a(f_n) \delta f_n}{\sum_{n,m} S(f_n, \theta_m) \delta f_n \delta \theta_m}} \quad (6)$$

また、Rice の理論によると、不規則波群の波の周期の平均 \bar{T} は次のように周波数スペクトルから計算することができます。

$$\bar{T} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} S_c(f) df}{\int_{-\infty}^{\infty} f^2 S_c(f) df}} \quad (7)$$

式(7)によって計算された波の平均周期は実際の平均周期と比べるとかなり異なっているという報告もあるが、現実に、波の平均周期を推測する効果的な方法が他にないこともあって、本計算では式(7)を用いることにした。

多くの波浪データの解釈から平均周期と有義波周期 $T_{1/3}$ との間には、次に示す関係があることがわかっている。

$$\bar{T} = 0.9 T_{1/3} \quad (8)$$

周期比を回折波と入射波の有義波周期の比として定義すると式(7)と式(8)の関係から波の周期比 K_{dT} は次式のようになる。

$$K_{dT} = \sqrt{\frac{\left\{ \frac{\sum_n S_a(f_n) \delta f_n}{\sum_n f_n^2 S_a(f_n) \delta f_n} \right\}}{\left\{ \frac{\sum_{n,m} S(f_n, \theta_m) \delta f_n \delta \theta_m}{\sum_{n,m} f_n^2 S(f_n, \theta_m) \delta f_n \delta \theta_m} \right\}}} \quad (9)$$

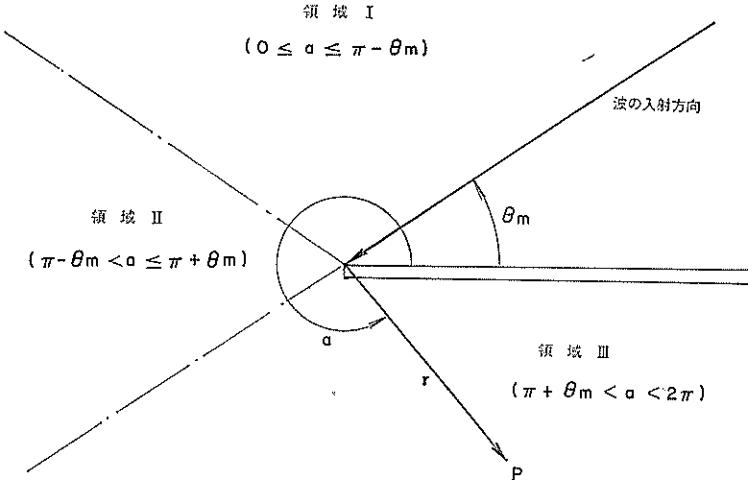


図-1 半無限堤による波の回折

したがって、 $\psi(x, y, f, \theta)$, $S(f, \theta)$ の型が与えられれば K_d と K_{dr} は式(6)と式(9)によって計算することができる。

2.2 半無限消波堤による波の回折

図-1に示すように規則波群が θ_m の角度をもって半無限堤に入射するとき、図中的一点 P における波は

$$\begin{aligned} \psi(r, \alpha, f_n, \theta_m) = & \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left[i \left\{ k_n r \cos(\alpha - \theta_m) + \frac{\pi}{4} \right\} \right] \\ & \times \left[\left\{ C(r_1) + \frac{1}{2} \right\} - i \left\{ S(r_1) + \frac{1}{2} \right\} \right] \\ & + \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left[i \left\{ k_n r \cos(\alpha + \theta_m) + \frac{\pi}{4} \right\} \right] \\ & \times \left[\left\{ C(r_2) + \frac{1}{2} \right\} - i \left\{ S(r_2) + \frac{1}{2} \right\} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

として与えられる。

ここで、

$$\begin{aligned} r_1 &= \sqrt{\frac{4k_n r}{\pi}} \cos \frac{\alpha - \theta_m}{2} \\ r_2 &= \sqrt{\frac{4k_n r}{\pi}} \cos \frac{\alpha + \theta_m}{2} \end{aligned} \quad (11)$$

$C(r)$ と $S(r)$ は次のような Fresnel の積分を表わす。

$$\begin{aligned} C(r) &= \int_0^r \cos \frac{\pi}{2} x^2 dx \\ S(r) &= \int_0^r \sin \frac{\pi}{2} x^2 dx \end{aligned} \quad (12)$$

式(10)は Penny と Price³⁾ によって導かれた解析解である。関数 $\psi(r, \alpha, f_n, \theta_m)$ は式(3)における $\psi(x, y, f_n, \theta_m)$ に相当し、式(3)を極座標表示したものである。したがって、式(10)の $\psi(r, \alpha, f_n, \theta_m)$ を式(3)の $\psi(x, y, f_n, \theta_m)$ の代りに用いれば半無限堤による不規則波の回折係数の計算ができることになる。

式(10)を消波堤の回折計算に応用するためには、まず(10)式の物理的な意味を明らかにしておくことが必要となる。

まず最初に、式(10)の右辺における第一項目について考える。 $\alpha < \pi + \theta_m$ の範囲において $r_1 > 0$ であるから $S(r_1) > 0$ かつ $C(r_1) > 0$ となる。式(10)を次のように変形するならその物理的な意味を明確にすることができます。

$$\begin{aligned} (10) \text{式の第一項目} = & \exp \left[i \left\{ k_n r \cos(\alpha - \theta_m) \right\} \right] \\ & + \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left[i \left\{ k_n r \cos(\alpha - \theta_m) + \frac{\pi}{4} \right\} \right] \\ & \times \left[\left\{ C(r_1) - \frac{1}{2} \right\} - i \left\{ S(r_1) - \frac{1}{2} \right\} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

$r \rightarrow \infty$, $C(r_1) \rightarrow 1/2$, $S(r_1) \rightarrow 1/2$ となるから、その極限において式(13)の右辺第二項目は 0 になり、最初の項だけが残る。すなわち、入射波だけが無限遠で存在することになる。

このことから $\alpha < \pi + \theta_m$ の範囲において式(10)の最初の項は入射波と入射波によって誘発された散乱波とから成っていることがわかる。

一方、 $\alpha > \pi + \theta_m$ のしやへい領域においては $r_1 < 0$ であるから、 $S(r_1) < 0$ 、かつ $C(r_1) < 0$ となる。この領域において、 $r_1 \rightarrow \infty$ とすると $S(r_1) \rightarrow -1/2$, $C(r_1) \rightarrow -1/2$ となる。その結果、式(10)の右辺第1項目は $r \rightarrow \infty$ のとき 0 となる。これはこの第1項自身が散乱波を表わしていることを示している。

次に、式(10)の右辺における第2項目の式のもつ意味について考えてみよう。

$\alpha < \pi - \theta_m$ の領域において式(10)は $r_1 > 0$ であるから $S(r_1) > 0$ かつ $C(r_1) > 0$ である。式(10)の第1項目ですでに取扱ったように第2項目の式を次のように記述する

とその式の意味を理解するのに都合がよい。

式[10]の第2項目 = $\exp [i \{k_n r \cos(\alpha + \theta_m)\}]$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left[i \left\{ k_n r \cos(\alpha + \theta_m) + \frac{\pi}{4} \right\} \right]$$

$$\times \left[\left\{ C(r_2) - \frac{1}{2} \right\} - i \left\{ S(r_2) - \frac{1}{2} \right\} \right]$$

[14]

この領域において $r \rightarrow \infty$ とすると, $S(r_2) \rightarrow 1/2$, そして $C(r_2) \rightarrow 1/2$ であるから, そのとき式[14]の最初の項だけが残り, そして第2項目はその極限で0になる。すなわち反射した波だけがそこに存在する。このことは式[10]の第2項目の式が反射波によって誘発された散乱波とからなっていることを意味している。

$2\pi > \alpha > \pi - \theta_m$ の領域においては $r_2 < 0$ であるから, $S(r_2) < 0$, そして $C(r_2) < 0$ となる。この領域で $r \rightarrow \infty$ とすると, $C(r_2) \rightarrow -1/2$, かつ, $S(r_2) \rightarrow -1/2$ となるから, 式[10]の右辺の第2項目の式は0になる。その結果, この第2項目はこの領域においては反射波に伴って起きる散乱波のみを表わしている。

式[10]について考察した結果をもとにして, 次に示すように全領域を3つの領域に分割することができる。

1) $\alpha < \pi - \theta_m$ の反射波領域

ここでは反射波, 入射波と散乱波とが共存する。

2) $\pi - \theta_m < \alpha < \pi + \theta_m$ の入射波領域

ここでは入射波と散乱波とが共存する。

3) $\alpha > \pi + \theta_m$ の回折波領域

ここでは散乱波だけが存在する。

領域I, II, IIIとして各々の領域を図-1に示す。

式[10]は次に示すような条件のもとに, 消波堤の場合に応用することができる。

1) 消波堤によって波のエネルギーがどのようにして逸散されるのかその機構については考えないこととする。

2) 反射波の波高だけが入射波高の K_r 倍に減少したとする。ここで, K_r は反射率を表わす。

3) 消波堤による反射波の位相の変化は考えないことにする。

4) 消波堤で波のエネルギーが消散されるときに生じる短周期波の発生は無視する。

以上の条件と式[10]の物理的な意味の考察から, 消波堤の回折波の式は次式によって与えることができる。

$$\phi(r, \alpha, f_n, \theta_m) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left[i \left\{ k_n r \cos(\alpha - \theta_m) + \frac{\pi}{4} \right\} \right]$$

$$\times \left[\left\{ C(r_2) + \frac{1}{2} \right\} - i \left\{ S(r_2) + \frac{1}{2} \right\} \right]$$

$$+ \frac{K_r}{\sqrt{2}} \exp \left[i \left\{ k_n r \cos(\alpha + \theta_m) + \frac{\pi}{4} \right\} \right]$$

$$\times \left[\left\{ C(r_2) + \frac{1}{2} \right\} - i \left\{ S(r_2) + \frac{1}{2} \right\} \right]$$

[15]

完全反射堤の場合 ($K_r=1.0$) には, 式[15]は式[10]に一致する。波のエネルギーが防波堤において完全に消波されるとき, すなわち $K_r=0$ のとき, 式[15]の第1項だけが残り入射波と入射波によって散乱された波だけがその海面に存在することになる。

図-2は半無限堤に法線方向から入射する規則波に対する回折係数を示している。この図において, 破線と実線はそれぞれ完全反射堤 ($K_r=1.0$) と完全消波堤 ($K_r=0.0$) に対する回折係数を示している。防波堤の前面では, 回折係数は完全反射堤の場合およそ $K_d=2.0$ であり, 反射が全くない完全消波堤の場合には約 $K_d=1.0$ になる。この結果は反射率 K_r を式[15]の形で導入してもよいことを示している。反射のない防波堤の先端においてはその回折係数は常にどのような入射角に対しても 0.5 になる。これは防波堤における波の吸収の機構を考えることなしに反射係数だけを導入したことによると推察される。

防波堤の背後においては, その回折係数は防波堤の近

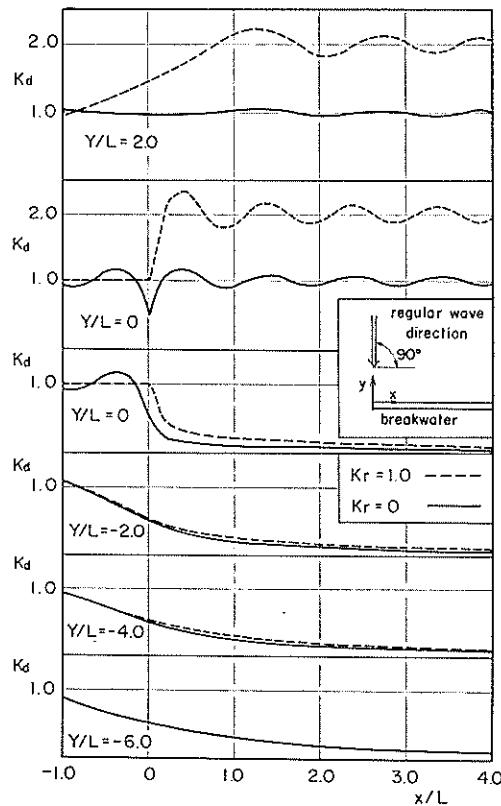


図-2 規則波の半無限堤による回折係数

傍を除いて反射率 K_r の値にあまり関係しない。たとえば、 $y/L \leq -2.0$ においては、 $K_r=1.0$ と $K_r=0.0$ との差は大きく 0.05 である。

次に、図-3は図-2と同様な配置で、方向スペクトル(注2)の方向集中度パラメータが $S_{max}=10$ である不規則波に対する回折係数を示したものである。

図に示すように、防波堤の前面において完全消波堤に対する回折係数は防波堤の先端部を除いてほとんど 1.0 である。したがって、完全消波の条件は満足しているといえる。

また、完全反射堤では、回折係数は反射波領域の $y/L = 2.0$ では 1.4、そして、 $y/L=0$ では 2.0 である。このように防波堤の前面では、反射率 K_r の値によって回折係数は大きく異なるが、防波堤の背後では $y/L=0$ の場合を除いて回折係数はほぼ同じ値を示す。このことから反射率は、防波堤の前面では回折係数に非常に大きく影響し、防波堤の背後ではほとんど影響しない。したがって、防波堤の反射率がどんな値であっても、防波堤のしゃへい域での回折係数は防波堤の反射波が入って来

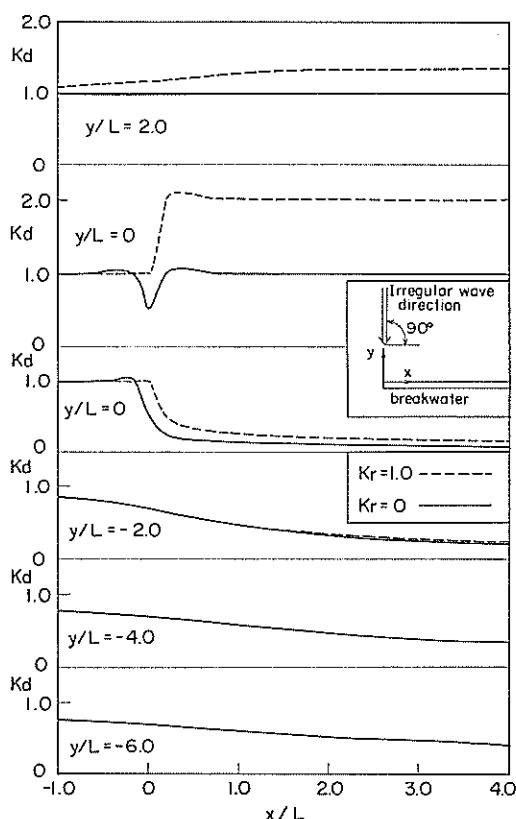


図-3 不規則波の半無限堤による回折係数

(注 2); 方向スペクトルについての取扱いは後述。

なければほとんど変わらないと推定される。

2.3 開口防波堤による波の回折

この節において、開口部を通って港内に波の侵入する問題を取り扱う。この問題では、波の侵入形体は次に示す 5 つのタイプにクラス分けできる。

- 1) 防波堤による反射波が港内に入らないで港外に反射されるとき(図-4(a))。

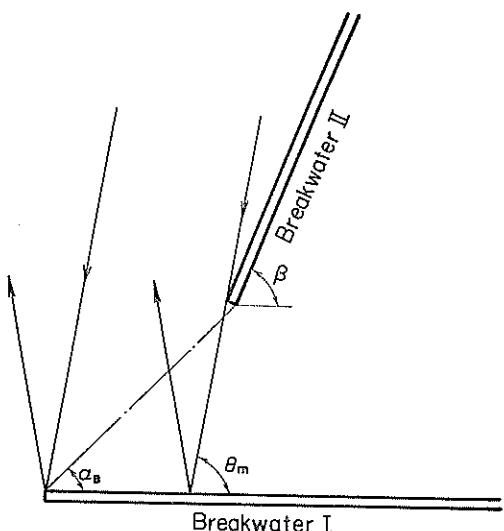


図-4(a) 反射波が港外に散乱する場合

- 2) 防波堤によって反射した波がもう一方の防波堤によって再度反射されるとき(図-4(b))。
- 3) 防波堤によって反射された波がもう一方の防波堤によって回折されることなく港内に直接侵入するとき(図-4(c))。
- 4) 港口を通った波が防波堤の背後で反射される場合(図-4(d))と反射されることなく、入射波が港内に侵入(直進)するとき(図-4(d'))。
- 5) 防波堤によって回折された波が再びもう一方の防波堤によって回折(二次回折)されるとき(図-4(e))。

このように分類した波の回折の各々のタイプに関して半無限堤に対する波の解析解の重ね合せとして一つの近似式が導かれる。ここでは式(4)が数式化のための基本式として用いられる。数式化のための基本的な考え方はどのタイプに関しても全く同じであるから一つの例を通して開口防波堤による波の回折の近似式を導くことにする。

例としてはタイプ 2) の場合を取り上げる。このタイプでは波の入射角 θ_m は $\pi/2 < \theta_m < \pi - \alpha_B$ 以内にある。

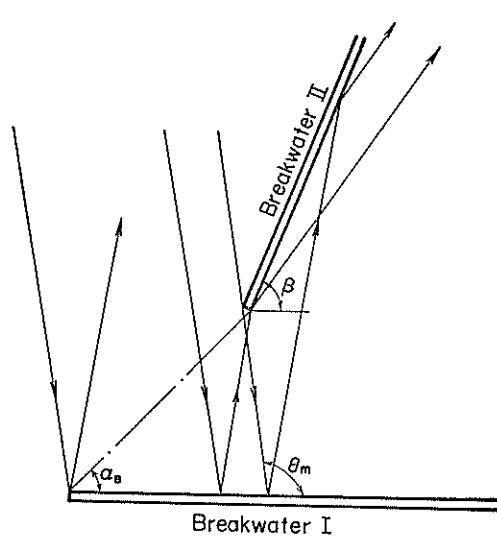


図-4(b) 防波堤 I による反射波が防波堤 II で再び反射する場合

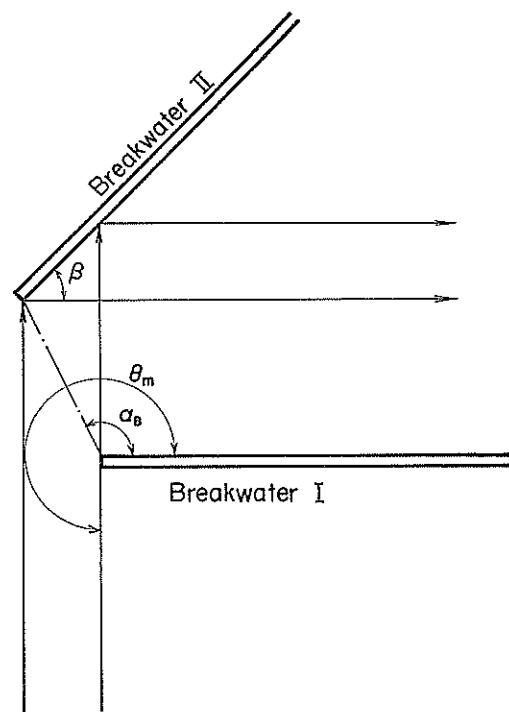


図-4(d) 入射波が防波堤 II によって反射する場合

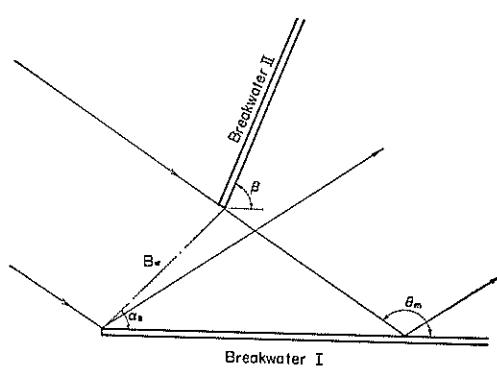


図-4(c) 防波堤 I による反射波が直接港内に侵入する場合

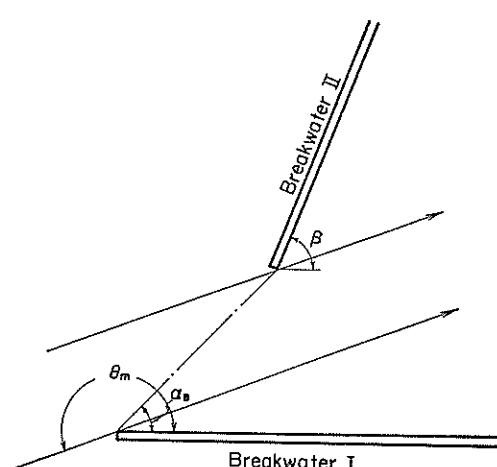


図-4(d)' 入射波が直接港内に侵入する場合

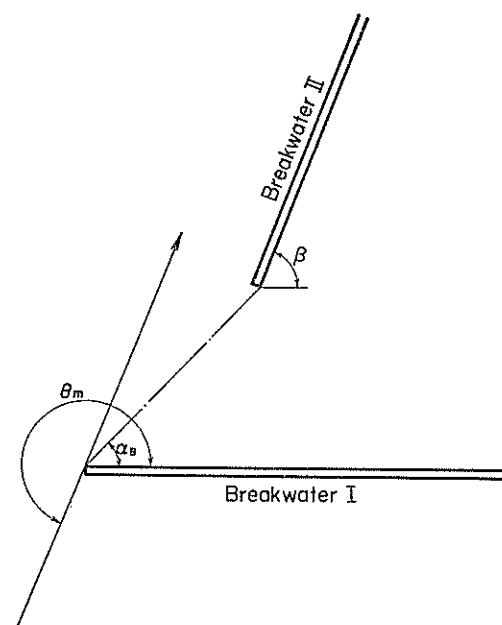


図-4(e) 防波堤 I により回折した波が更に防波堤 II によって回折する場合。(二次回折波)

防波堤 I と II の反射率は K_{rI} と K_{rII} とする。図-4(b) にその防波堤の配置を示す。防波堤 II がないとすると、港内の任意の点 P では、防波堤 I によってその回折波の式が次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \phi_I(r_I, \alpha_I, f_n, \theta_m) = & \\ & \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left[i \left\{ k_n r_I \cos(\alpha_I - \theta_m) + \frac{\pi}{4} \right\} \right] \\ & \times \left[\left\{ C(r_{I1}) + \frac{1}{2} \right\} - i \left\{ S(r_{I1}) + \frac{1}{2} \right\} \right] \\ & + \frac{K_{rI}}{\sqrt{2}} \exp \left[i \left\{ k_n r_I \cos(\alpha_I + \theta_m) + \frac{\pi}{4} \right\} \right] \\ & \times \left[\left\{ C(r_{I2}) + \frac{1}{2} \right\} - i \left\{ S(r_{I2}) + \frac{1}{2} \right\} \right] \quad (16) \end{aligned}$$

ここで、 r_I と α_I は防波堤 I の先端から P 点までの距離と防波堤 I に対する P 点の角度である。 r_{I1} と r_{I2} は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} r_{I1} &= \sqrt{\frac{4k_n r_I}{\pi} \cos \frac{\alpha_I - \theta_m}{2}} \\ r_{I2} &= \sqrt{\frac{4k_n r_I}{\pi} \cos \frac{\alpha_I + \theta_m}{2}} \quad (17) \end{aligned}$$

防波堤 II への入射波は防波堤 I への入射波に対して $k_n B_w \cos(\alpha_B - \theta_m)$ の位相遅れをもつ、防波堤 II へ $\theta_m - \beta$ の角度で入射する。そのとき、防波堤 I がなければ、防波堤 II による P 点での回折式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \phi_{II}(r_{II}, \alpha_{II}, f_n, \theta_m) = & \\ & \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left[i \left\{ k_n r_{II} \cos(\alpha_{II} - \theta_m + \beta) + \frac{\pi}{4} \right\} \right. \\ & \left. + k_n B_w \cos(\alpha_B - \theta_m) \right] \\ & \times \left[\left\{ C(r_{II1}) + \frac{1}{2} \right\} - i \left\{ S(r_{II1}) + \frac{1}{2} \right\} \right] \\ & + \frac{K_{rII}}{\sqrt{2}} \exp \left[i \left\{ k_n r_{II} \cos(\alpha_{II} + \theta_m - \beta) + \frac{\pi}{4} \right\} \right. \\ & \left. + k_n B_w \cos(\alpha_B - \theta_m) \right] \\ & \times \left[\left\{ C(r_{II2}) + \frac{1}{2} \right\} - i \left\{ S(r_{II2}) + \frac{1}{2} \right\} \right] \quad (18) \end{aligned}$$

ここで、 r_{II} と α_{II} は防波堤の先端から P 点までの距離と防波堤 II に対する P 点への角度である。そして、 r_{II1} と r_{II2} は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} r_{II1} &= \sqrt{\frac{4k_n r_{II}}{\pi} \cos \frac{\alpha_{II} - \theta_m + \beta}{2}} \\ r_{II2} &= \sqrt{\frac{4k_n r_{II}}{\pi} \cos \frac{\alpha_{II} + \theta_m - \beta}{2}} \quad (19) \end{aligned}$$

防波堤 I による反射波は防波堤 II への入射波となるからこれらの位相の遅れ角は $k_n B_w \cos(\alpha_B + \theta_m)$ として与えられる。そして、防波堤 II に入射する波の角度は図-4(b) によって示されるように $(2\pi - \theta_m - \beta)$ である。以

のことから、反射した波に対する回折式は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \phi_{I,II}(r_{II}, \alpha_{II}, f_n, \theta_m) = & \\ & \frac{K_{rI}}{\sqrt{2}} \exp \left[i \left\{ k_n r_{II} \cos(\alpha_{II} + \theta_m + \beta) + \frac{\pi}{4} \right\} \right. \\ & \left. + k_n B_w \cos(\alpha_B + \theta_m) \right] \\ & \times \left[\left\{ C(r_{III1}) + \frac{1}{2} \right\} - i \left\{ S(r_{III1}) + \frac{1}{2} \right\} \right] \\ & + \frac{K_{rI} K_{rII}}{\sqrt{2}} \exp \left[i \left\{ k_n r_{II} \cos(\alpha_{II} - \theta_m - \beta) + \frac{\pi}{4} \right\} \right. \\ & \left. + k_n B_w \cos(\alpha_B + \theta_m) \right] \\ & \times \left[\left\{ C(r_{III2}) + \frac{1}{2} \right\} - i \left\{ S(r_{III2}) + \frac{1}{2} \right\} \right] \quad (20) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} r_{III1} &= \sqrt{\frac{4k_n r_{II}}{\pi} \cos \frac{\alpha_{II} + \theta_m + \beta - 2\pi}{2}} \\ r_{III2} &= \sqrt{\frac{4k_n r_{II}}{\pi} \cos \frac{\alpha_{II} - \theta_m - \beta + 2\pi}{2}} \quad (21) \end{aligned}$$

図-5に示すように、港の内側の範囲を A, B, C, D, E の 5 つの領域に分けて考えると便利である。

図に示す各々の領域では、次に示すように近似的に波の回折式を求めることができる。

1) 領域 A では次式のようになる。

$$\begin{aligned} \phi_A &= \phi_I(r_I, \alpha_I, f_n, \theta_m) + \phi_{II}(r_{II}, \alpha_{II}, f_n, \theta_m) \\ &+ \phi_{III}(r_{II}, \alpha_{II}, f_n, \theta_m) - \exp[i k_n r_I \cos(\alpha_I - \theta_m)] \\ &- K_{rI} \exp[i k_n r_{II} \cos(\alpha_{II} + \theta_m + \beta)] \\ &+ k_n B_w \cos(\alpha_B + \theta_m) \quad (22) \end{aligned}$$

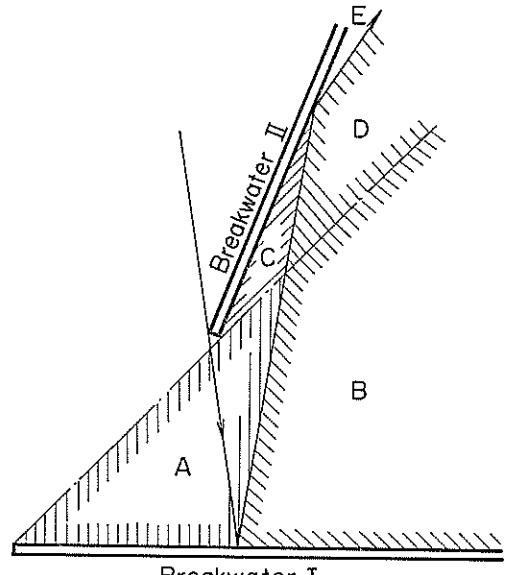


図-5 港内波の解折

この領域では、 $\phi_I(r_I, \alpha_I, f_n, \theta_m)$ と $\phi_{II}(r_{II}, \alpha_{II}, f_n, \theta_m)$ の中にはすでに入射波の式がどちらにも含まれているから入射波 $\exp[i k_n r_I \cos(\alpha_I - \theta_m)]$ の項が一つ差引かれている。また、 $\phi_{II}(r_{II}, \alpha_{II}, f_n, \theta_m)$ と $\phi_{I\ II}(r_{II}, \alpha_{II}, f_n, \theta_m)$ の中には防波堤 I による反射波がそれぞれ含まれているので反射波のうち、 $K_{rI} \exp[i k_n r_I \cos(\alpha_I + \theta_m + \beta)]$ が一つ引かれている。

2) 領域Bでは次式のようになる。

$$\begin{aligned}\phi_B = & \phi_I(r_I, \alpha_I, f_n, \theta_m) + \phi_{II}(r_{II}, \alpha_{II}, f_n, \theta_m) \\ & + \phi_{I\ II}(r_{II}, \alpha_{II}, f_n, \theta_m) - \exp[i k_n r_I \cos(\alpha_I - \theta_m)] \\ & - K_{rI} \exp[i k_n r_I \cos(\alpha_I + \theta_m)] \\ & - K_{rI} \exp[i k_n r_{II} \cos(\alpha_{II} + \theta_m + \beta)] \\ & + k_n B_w \cos(\alpha_B + \theta_m)\end{aligned}\quad (23)$$

この領域では、防波堤 I への入射波と防波堤 II による反射波がなく、また、防波堤 I の反射波が防波堤 II への入射波となっているが、この領域ではこの入射波が不需要であるので、不必要的波を示す式が引かれている。

3) 領域Cでは次式のようになる。

$$\phi_c = \phi_{II}(r_{II}, \alpha_{II}, f_n, \theta_m) + \phi_{I\ II}(r_{II}, \alpha_{II}, f_n, \theta_m) \quad (24)$$

この領域では防波堤 I による回折波の式は後述するよ

うな理由で考える必要はない。

4) 領域Dでは次式のようになる。

$$\begin{aligned}\phi_D = & \phi_{II}(r_{II}, \alpha_{II}, f_n, \theta_m) + \phi_{I\ II}(r_{II}, \alpha_{II}, f_n, \theta_m) \\ & - K_{rI} \exp[i k_n r_{II} \cos(\alpha_{II} + \theta_m + \beta)] \\ & + k_n B_w \cos(\alpha_B + \theta_m)\end{aligned}\quad (25)$$

この領域では防波堤 I の反射波が存在しないからその式を差し引いている。

5) 領域Eでは次式のようになる。

$$\begin{aligned}\phi_E = & \phi_{II}(r_{II}, \alpha_{II}, f_n, \theta_m) + \phi_{I\ II}(r_{II}, \alpha_{II}, f_n, \theta_m) \\ & - K_{rI} \exp[i k_n r_{II} \cos(\alpha_{II} + \theta_m + \beta)] \\ & + k_n B_w \cos(\alpha_B + \theta_m) \\ & - K_{rI} K_{rII} \exp[i k_n r_{II} \cos(\alpha_{II} - \theta_m - \beta)] \\ & + k_n B_w \cos(\alpha_B + \theta_m)\end{aligned}\quad (26)$$

この領域では、防波堤 I の反射波が防波堤 II への入射波にならないと同時に防波堤による反射波とならないためこれらの式が差し引かれている。

これらの式の誘導において、防波堤によって回折した波は防波堤 I の先端から半径方向に進むものと考えられるが他の波と比較して非常に小さいので、この波の影響は $\alpha_I > \alpha_B$ の領域では無視している。このため、領域C,

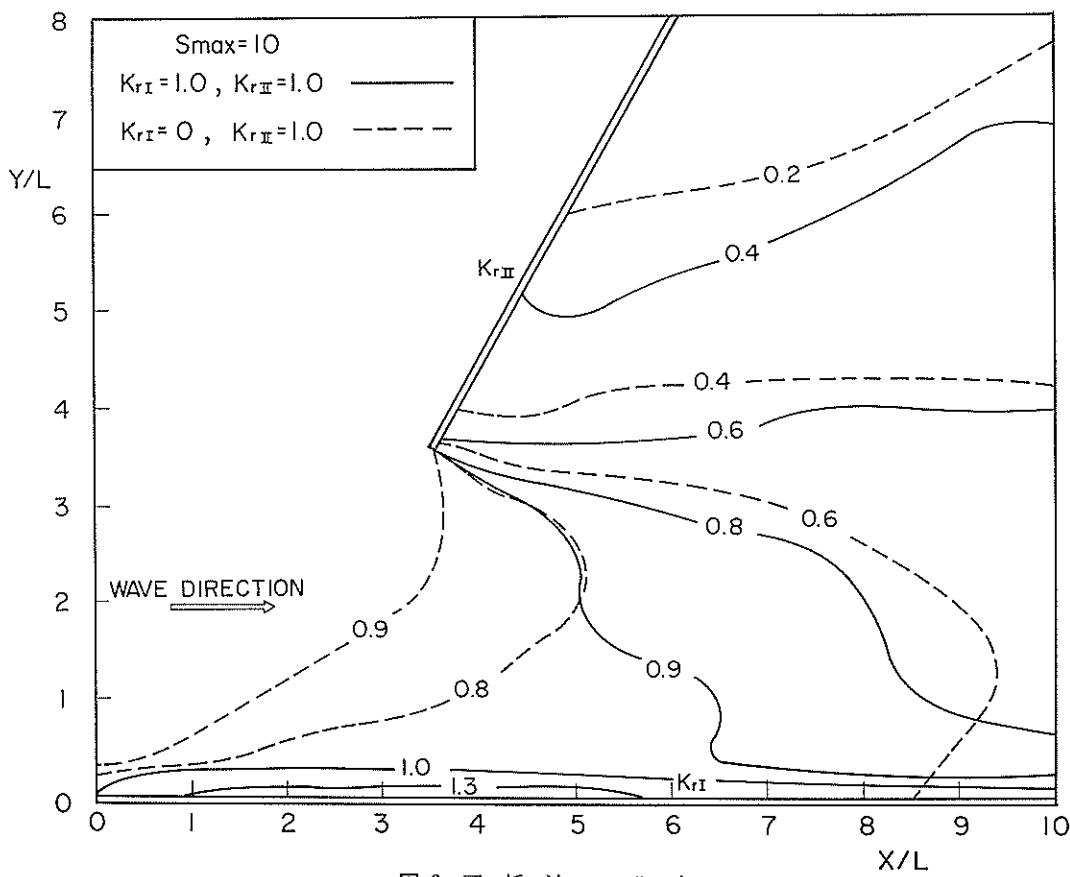


図-6 回折波の分布

D, Eにおいては、回折波の式は $\psi_I(r_I, \alpha_I, f_n, \theta_m)$ の項を含まない。図-5に示すように、各々の領域を幾何学的な条件で分割しているため、ここで得られた式はこれらの領域の境界線上では連続しない。しかしながら、 B_w が重ね合せの条件を十分満足できる幅であれば境界での不連続は無視できる位小さいものと考えられる。

ここでは、得られた他のケースの近似式を示さないけれど 2) のタイプの例で示したのと同じ方法で導くことができる。

図-6は方向集中度パラメータ $S_{max}=10$ の不規則波の回折図を示す。この図において、各実線は等しい反射率 ($K_{rI}=1.0, K_{rII}=1.0$) を持つ直立防波堤の場合の回折係数を示し、破線は一方の防波堤が完全消波堤 ($K_{rI}=0.0$) でもう一方が直立防波堤 ($K_{rII}=1.0$) の場合の回折係数を示している。この図から判るように、港内の波高は防波堤 I の反射率の値を 0 にすることで大きく下がることができる。このように、反射した波が港内に侵入する図-6のような場合には、反射率の値を小さくすることによって港内波高を小さくできることが分かる。

しかし、2.2 で述べたように、反射した波が直接港内に侵入しないような場合には、防波堤の反射率を下げたとしてもこのように港内波高を小さくすることはできないと推察される。

本計算法の妥当性については、数値波動解析法や模型実験との比較によって確認されている。詳細については文献 1) を参照して頂きたい。

なお、防波堤の配置および反射率の違いによる港内波高の変化については、各種の防波堤配置に対する回折図が付録に示してあるので、参考されたい。

3. 波のスペクトル

3.1 波の方向スペクトル

回折係数 K_a と波の周期比 K_{ar} を計算するためには式(6)と式(9)に示すように入射波のスペクトル $S(f, \theta)$ を決める必要がある。海の波の方向スペクトルは通常次式のような形で表わされる。

$$S(f, \theta) = S_c(f) G(f, \theta) \quad (27)$$

ここで、 $S(f, \theta)$ は方向スペクトルであり、 $S_c(f)$ は周波数スペクトル、そして $G(f, \theta)$ は方向関数である。

先の 2.1 では波のスペクトルが $-\infty < f < \infty$ の two-side スペクトルで定義されていたのに対し、この節では波のスペクトルは $0 < f < \infty$ の周波数帯域内で定義された one-side スペクトルであるとする。one-side のエネルギースペクトルは $f > 0$ において two-side のエネルギースペクトルの 2 倍の値を示す。

方向スペクトル $S(f, \theta)$ と周波数スペクトル $S_c(f)$ と

の関係は

$$S_c(f) = \int_{-\pi}^{\pi} S(f, \theta) d\theta \quad (28)$$

として与えられる。そのため、波の方向関数は次式で示す方程式を満足しなければならない。

$$\int_{-\pi}^{\pi} G(f, \theta) d\theta = 1 \quad (29)$$

式(28)は一点で観測された海面の変動が異なる方向角をもつ不規則波群の重ね合せとして表現できることを意味している。波の周波数スペクトル $S_c(f)$ あるいは、方向関数 $G(f, \theta)$ の型については、海洋のデータの解析あるいは理論的な考察によって多くの研究がされてきた。

3.2 波の周波数スペクトル $S_c(f)$

Pireson と Moskowitz⁴⁾ は次元解析からの周波数スペクトルの型を次式のように与えている。

$$S(f) = 0.0081 \frac{g^2}{(2\pi)^4} f^{-5} \exp \left\{ -0.74 \left(\frac{w_0}{2\pi f} \right)^4 \right\} \quad (30)$$

ここで $w_0 = g/U_{19.5}$, $g(\text{m/s}^2)$ は重力加速度であり、 $U_{19.5}(\text{m/s})$ は海面上 19.5m のところの風速である。

このスペクトルは十分発達した波の周波数スペクトルとして提案されたものである。しかしながら、この式には、 $U_{19.5}$ という容易に与えることができない量が含まれているので実際にすぐ役立つ式ではない。そこで、永井⁵⁾は式(5), (7)そして式(8)の関係を用いることによって、次に示すような実際的に有効な型に式(30)を変形している。

$$S(f) = 0.1212 \frac{H_{10}^2}{T_{10}^4} f^{-5} \exp \left\{ -0.48515 (T_{10} f)^{-4} \right\} \quad (31)$$

また、Bretschneider は数多くの海洋波のデータの解析から波の周波数スペクトル型を提示したが、そのスペクトルは海面変動と波のスペクトルとの間の基本的な関係式(2)を満足していなかった。

$$\zeta^2 = \int_0^\infty S_c(f) df \quad (32)$$

そこで、光易⁶⁾は式(32)を満足するようにスペクトルの係数を修正した。修正した波の周波数スペクトルは式(33)のようになる。

$$S_c(f) = 0.2572 \frac{H_{10}^2}{T_{10}^4} f^{-5} \exp \left\{ -1.0288 (T_{10} f)^{-4} \right\} \quad (33)$$

その他に Neuman⁷⁾ や Hasselman⁸⁾ らによって提案された波のスペクトルもあるが、上記の 3 種類のものが最も単純かつ実用的である。また、これらのスペクトルは実測したスペクトル型ともかなりよい一致を示している。

これらの理由から上記の3種類のスペクトルの中から一つを選び出し、回折計算に応用することにした。

式30の Pierson と Moskowitz¹⁾ のスペクトルは十分発達した波のスペクトルであり、また $U_{19.5}$ の未知量を含んでいる。

式30で示す変換されたスペクトルは実用的で単純な型ではあるがこの式はその変換の過程で用いた式(7)の Rice の式は現実の海洋波に対して適用するには疑問がある。波の記録データから得られた平均周期は Rice の理論を用いてスペクトルから計算した平均周期より約20%大きめになるということが言われている。

Pierson と Moskowitz のスペクトルとその変換したスペクトルの上記のような問題点を考えて、波の回折計算に式33で示す光易-Bretschneider 型の周波数スペクトルを採用することにした。

3.3 波の方向関数

Cote らは飛行機から同時撮影した海面の航空写真を立体写真解析して得たいわゆる SWOP の方向関数として次式の形のものを提案した。

$$G(f, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \left\{ 1 + \left[0.5 + 0.82 \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{2\pi f}{w_0} \right)^4 \right) \right] \cos 2\theta \right. \\ \quad \left. + 0.32 \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{2\pi f}{w_0} \right)^4 \right) \cos 4\theta \right\} & (|\theta| \leq \frac{\pi}{2}) \\ 0 & (|\theta| > \frac{\pi}{2}) \end{cases} \quad (34)$$

ここで、 $w_0 = g/U_s$ であり、 U_s は海面上 5 m のところの風速を示す。

また、次に示す式は、しばしば波浪推算などに利用されている。

$$G(f, \theta) = \begin{cases} \frac{(2l)!!}{(2l-1)!! \theta_{\max}} \cos^{2l} \left(\frac{\pi}{2} \frac{\theta}{\theta_{\max}} \right) & (|\theta| \leq \theta_{\max}) \\ 0 & (|\theta| > \theta_{\max}) \end{cases} \quad (35)$$

ここで、 l は波の方向集中度の度合で決まるある整数値で、 θ_{\max} は卓越波向から測定した波の最大偏角である。また、 $(2l)!! = 2l \cdot (2l-2) \cdots 4 \cdot 2$ 、 $(2l-1)!! = (2l-1) \cdot (2l-3) \cdots 3 \cdot 1$ を示す。

光易²⁾ はクローバ・タイプのブイ式波浪計を用いて波の観測を行い、次に示す方向関数を提示している。

$$G(f, \theta) = \frac{1}{\pi} 2^{2s-1} \frac{\Gamma^2(s+1)}{\Gamma(2s+1)} \cos^{2s} \frac{\theta}{2} \quad (36)$$

ただし、 $\Gamma(s)$ は Gamma 関数であり、 s は波の方向集中度を示すパラメータである。

式36の s が正の整数であるとすると

$$G(f, \theta) = \frac{1}{\pi} 2^{2s-1} \frac{(s!)^2}{(2s)!} \cos^{2s} \frac{\theta}{2} \quad (36')$$

となる。

s は次式によって与えられる。

$$s = \begin{cases} S_{\max} \left(\frac{f}{f_p} \right)^{-2.5} & (f > f_p) \\ S_{\max} \left(\frac{f}{f_p} \right)^5 & (f \leq f_p) \end{cases} \quad (37)$$

ここで、 f_p はスペクトルのピーク時の波の周波数であり

$$f_p = \frac{1}{1.05 T_{19.5}} \quad (38)$$

によって与えられる。

式34の SWOP 型の方向関数は U_s という未知の量を含んでいるし、また、式35の cos 型の方向関数は l という未知のパラメータを含んでいるという問題があるので以降の波の回折計算でとくにことわりのない場合には、方向関数としては式36で示す光易型の方向関数を用いる

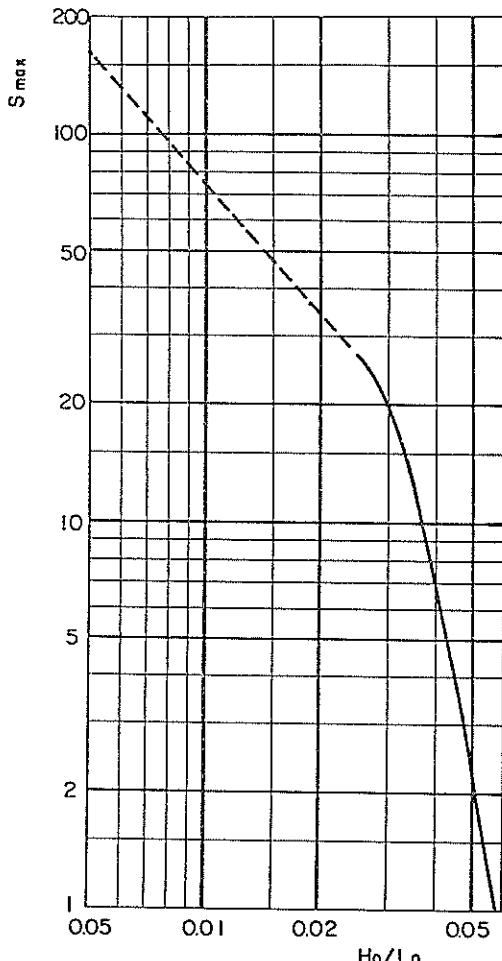


図-7 S_{\max} 沖波の波形勾配 H_0/L_0 との関係

ことにする。

3.4 方向集中度パラメータ S_{max} の選定

波の方向分布関数は波の回折計算に大きな影響をおぼすので、波の方向分布の最大集中度を表わす S_{max} の与え方は慎重に行なう必要がある。光易らの観測結果から、風波の発達状況を表わすパラメータの一つである $2\pi f_p U_{10}/g$ の値が減少するほど S_{max} が増大することが明らかにされ、次式のような関係式が提示されている。

$$S_{max} = 11.5 (2\pi f_p U_{10}/g)^{-0.5} \quad (39)$$

ここで、 U_{10} は海面上 10m での風速である。

一方、波浪推算の基本として現在用いられている

Wilson の風波の発達の関係式によれば、 $2\pi f_p U_{10}/g$ の減少は深海波の波形勾配 H_0/L_0 の減少と関係づけられている。図-7は Wilson の波浪推算式と式(39)を関連づけ S_{max} と H_0/L_0 の関係を示したものである³⁾。

ただし、 $H_0/L_0 < 0.026$ の範囲では波浪推算式が使えない、それまでの曲線のこう配からの推測で引かれたものである。図-7は S_{max} と H_0/L_0 の関係を推定したものであるが、実際の海の波ではこの推定曲線をはさんで上下に相当大きくばらつくものと予想される。これは

Wilson の波浪推算式自体が観測データの平均値を与えていることによる。このようなデータのばらつき等を考慮すると、方向スペクトルの観測がいろいろ行なわれ、その性質が詳しく分るようになるまでは S_{max} の値として次のような値を暫定的に用いるべきであると合田と鈴木⁹⁾は提案している。

- | | | |
|------------------|----------------|------|
| i) 風 波 | $: S_{max}=10$ | (40) |
| ii) 減衰距離の短いうちねり | $: S_{max}=25$ | |
| (波形こう配が比較的大) | | |
| iii) 減衰距離の長いうちねり | $: S_{max}=75$ | |
| | (波形こう配が小) | |

式(40)あるいは図-7の S_{max} の推定は沖波に対するもので港湾構造物が設置される浅海域においては屈折の影響によって波の方向がそろい、波峰線が長く連なりやすくなる。この変化は海底地形によって異なる。この変化に対応して、方向スペクトルの形状も変化する。

海底地形が直線状平行等深線で表示される場合については、方向関数の変化を図-8のような S_{max} の見掛け上の増大として表わすことができる¹⁰⁾。ただし、 $(\alpha_p)_0$ は沖側の等深線に対する入射角である。

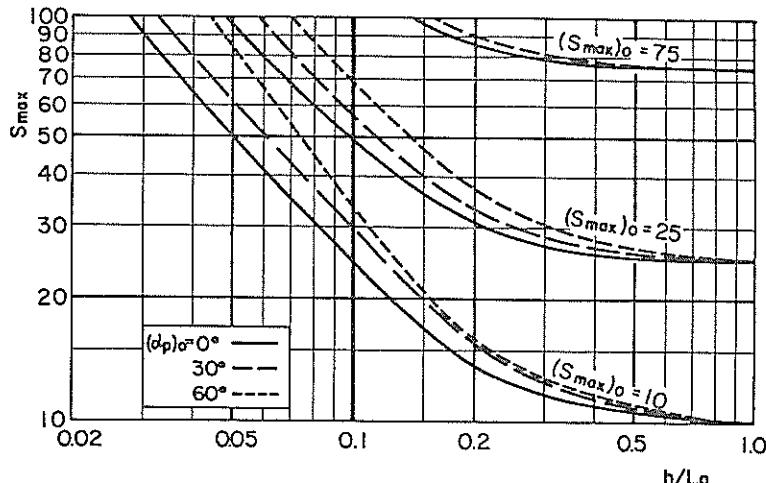


図-8 屈折による S_{max} の変化図

また、横軸の分母の L_0 は有義波周期に対応する沖波の波長であり、[m, s] 単位では $L_0 = 1.56 T_{1/3}^2$ である。この計算結果では、沖波の入射角 $(\alpha_p)_0$ の影響が小さいことから、一般的の海底地形に対しても図-8が近似的に適用できるものと思われる。

3.5 スペクトルの分割法

式(1)で表示したように、回折した波のスペクトルを得るためにその入射波のスペクトルを成分波の数で分割する必要がある。ここで、波の周波数スペクトルの分割数を N 、そして波の方向スペクトルの分割数を M とする。

まず、周波数スペクトルの分割について考える。それぞれに分割された区間のもつ波のエネルギーは各々等しい値を持つとおくと、次の式(41)が成立立つ。

$$S_t(f_n) \delta f_n = \int_0^\infty S_t(f) df / N \quad (41)$$

そして、 n 番目の部分の中心周波数 f_n は

$$f_n = \frac{1}{0.9 T_{1/3}} \sqrt{\frac{2.9124 N}{\operatorname{Erf}\left(\sqrt{2 \ln \left(\frac{N}{n-1}\right)}\right)} - \operatorname{Erf}\left(\sqrt{2 \ln \left(\frac{N}{n}\right)}\right)} \quad (42)$$

ここで、 $Erf(*)$ は誤差関数で次式で与えられる。

$$\begin{aligned} Erf(*) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^* \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \\ * &= \left[2 \ln \left(\frac{N}{n-1} \right) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (43)$$

式(42)は Bretschneider の周波数スペクトルに対して永井⁵⁾が求めた式である。

次に、方向分割数については、 θ_{\max} と θ_{\min} を図-9 で示すように卓越した波向からの偏角とする

$$M = \frac{\theta_{\max} - \theta_{\min}}{\delta\theta} \quad (44)$$

で与えられる。ただし、 $\delta\theta$ は方向角の分割幅を示している。

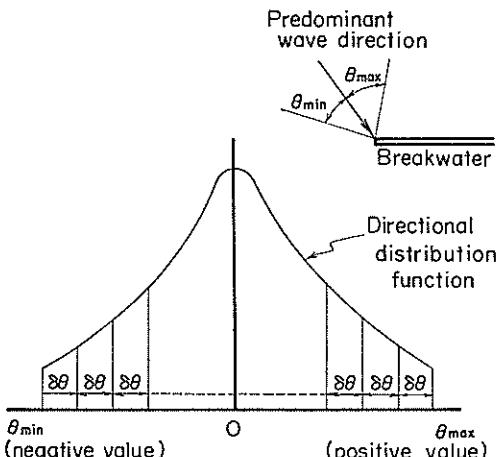


図-9 方向分布関数の分割

図-9は方向分布関数を θ_{\min} から θ_{\max} の範囲で M 等分したものを示し、各部分の幅は $\delta\theta$ である。また、分

割幅の中心角を各々の成分波の波向とする。

計算時間を節約するために、これらのスペクトル分割数 N, M の値は精度的に許容できる範囲内で、できる限り小さな値をとることが望ましい。

なお、入射成分波の方向は通常主方向に対して $\pm 90^\circ$ の範囲と考えられるが、半島が入射成分波の領域に突き出ている場合や、 $\pm 90^\circ$ の範囲に取ると水深の浅い方向から成分波が入射してくる場合には、成分波の方向を制限する必要がある。

周波数スペクトルの分割数 N を、 $N \geq 5$ とするならば計算値は実用上十分な精度を示すが、さらに精度を必要とする場合でも $N=10$ にとれば十分であることが高山¹³⁾らによって確認されている。

また、高山らは計算領域が大きくなるにつれ、つまり座標原点からの距離 R が増大するにつれて波の方向分割数を大きくする必要があることを示しており、実際の数值計算から方向分割数について以下のように取ることが望ましとしている。 L を有義波の波長とする、 M の値としては $R/L < 30$ 以内であれば 20, $30 < R/L < 80$ の範囲では 36 程度、 $R/L > 80$ ではさらに大きな値をとる。ここで示した周波数分割数 N と方向分割数 M の値については多くの計算結果を詳細に検討して得られたものではなく、簡単な試算によって求めたものである。そのため、 N と M の値については本資料の 5. で詳細に検討を行う。

3.6 S_{\max} の値に対する $\theta_{\max}, \theta_{\min}$ の制限

方向集中度を示すパラメータ S_{\max} が大きくなると、成分波は主方向付近のみ集中し、主方向から離れた方向からの波のエネルギーは少なくなる。このため S_{\max} が大きな値に対しても、波向を -90° から 90° の範囲で

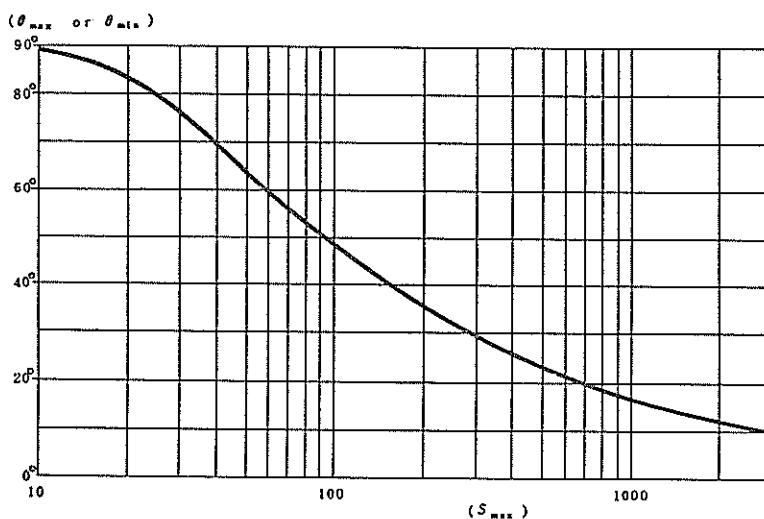


図-10 S_{\max} に対する θ_{\max} と θ_{\min} の制限

等分割して、エネルギーの小さな成分波に関しても計算する必要はない。そこで、 S_{max} の大きな値に対しては主方向からある波向以上の波は計算から除外することにする。図-10 はこの除外する境界の値を示したものである。

たとえば、 $s_{max}=75$ では主方向から 55° 以上傾いた波については計算する必要がないことを示している。このとき、 $\theta_{max}=55^{\circ}$ 、 $\theta_{min}=-55^{\circ}$ とすればよい。

このように、 θ_{max} 、 θ_{min} の値は前述の地形による制限のほか S_{max} の値によって決まり、その絶対値の小さい

方を実際の計算には採用する。たとえば、図-11(a) に示す地形において考えてみよう。 $S_{max}=75$ としたときの θ_{max} 、 θ_{min} の値は図-10 から $\theta_{max}=55^{\circ}$ 、 $\theta_{min}=-55^{\circ}$ となるが地形的な条件からは $\theta_{max}=90^{\circ}$ 、 $\theta_{min}=-44^{\circ}$ となるので実際計算に用いる値は $\theta_{max}=55^{\circ}$ 、 $\theta_{min}=-44^{\circ}$ としてデータを入力すればよい。

図-11(b) は前図とは異なり馬蹄形をした半島が突きでている。この半島を横切って来る波はないので、 θ_{max} は図で示したような形になる。

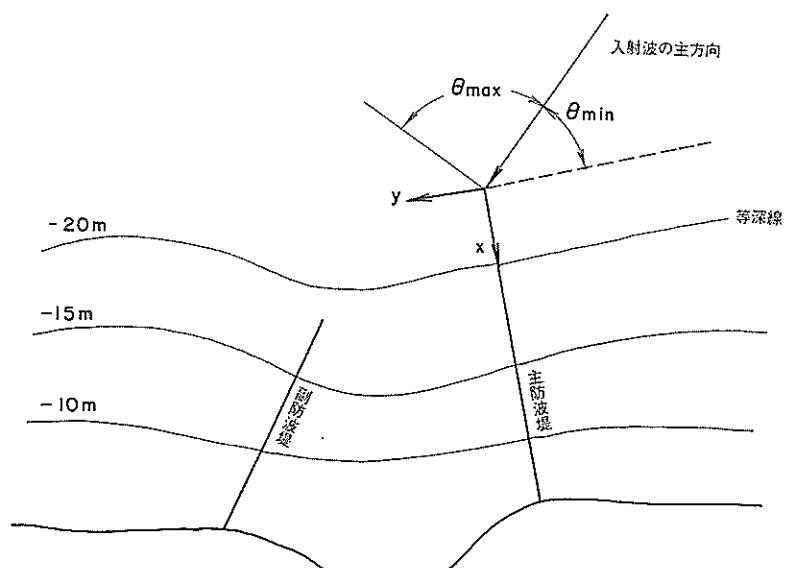


図-11(a) θ_{max} 、 θ_{min} の決め方（その1）

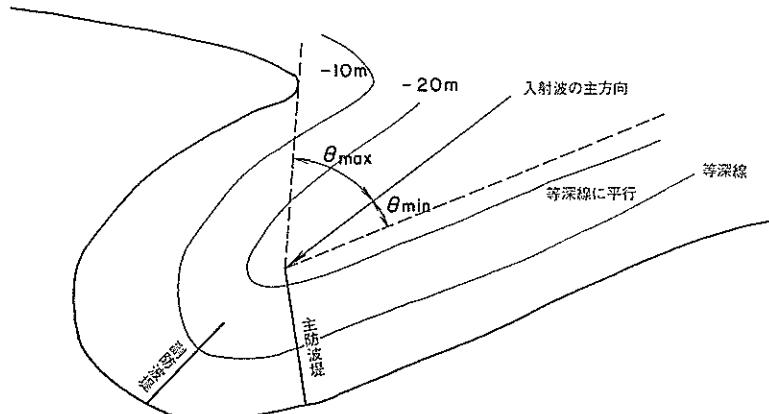


図-11(b) θ_{max} 、 θ_{min} の決め方（その2）

4. 既存プログラムとの比較

4.1 規則波の二次回折

二次回折とは、防波堤あるいは半島によって回折された波が再度防波堤等で回折されることをいう。規則波の二次回折については、すでに、高井¹⁰⁾によってその計算法

が示されており詳細については文献10)を参照されたい。

すでに2.で概説した高山らのプログラム(プログラムB)と既存の二次回折計算プログラム(プログラムA)との比較には図-12に示すような防波堤の配置のモデルを考えた。

入力諸元は表-1に示すとおりである。この表で明らかのようにプログラムAとプログラムBとは各防波堤の座標、あるいは入射波の条件の与え方が異っているが、両プログラムを同じ条件で比較できるよう各々の入力データを設定している。

高山の解析プログラムでは波の方向スペクトルの分割数 $M(\text{ISPEC})=1$ および周波数スペクトルの分割数 $N(\text{MSPEC})=1$ とし、 $\theta_{\max}=\theta_{\min}=0$ とすることによって全く規則波と同様に扱うことができる。この場合、 S_{\max} の値はどのような値をとってもよいがここでは不規則波と区別するために $S_{\max}=0$ としている。

以上のような条件で数値計算を行い、二次回折波の回折係数の分布を図に表わしたもののが図-13である。

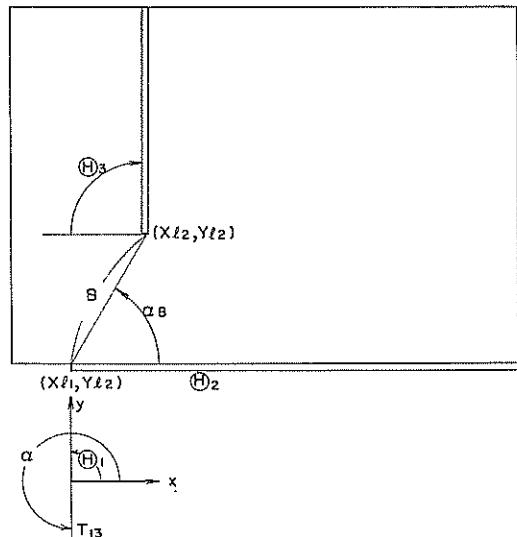


図-12 二次回折波の防波堤の配置

表-1 二次回折波の入力諸元

諸元 プログラム・モデル	A		B		備考
	変数名	データ	変数名	データ	
入射波の有義波周期	T(s)	12.0	T13(s)	12.0	
防波堤先端水深	D(m)	16.0	DEP(m)	16.0	
卓越波向の入射角	THY(1)	90.0°	WANG	270°	
右防波堤の傾斜角	THY(2)	0.0°	—	—	
左防波堤の傾斜角	THY(3)	90.0°	—	—	
メッシュ間隔	DM(km)	0.05	DX, DY(m)	50.0	
右防波堤のx座標	XL1(km)	-0.80	IXC	5	
右防波堤のy座標	YL1(km)	0.0	JYC	1	
左防波堤のx座標	XL2(km)	-0.4536	—	—	
左防波堤のy座標	YL2(km)	0.6	—	—	
X方向格子点数	—	—	IMAX	41	
Y方向格子点数	—	—	JMAX	41	
計算領域X方向最小格子点	—	—	ICP	1	
計算領域Y方向最小格子点	—	—	JCP	1	
主防波堤と開口部との傾き	—	—	ALFB	60.0°	
主防波堤と副防波堤との傾き	—	—	TH2	90.0°	
開口幅	—	—	B(m)	692.8	
周波数スペクトルの分割数	—	—	MSPEC	1	
方向スペクトルの分割数	—	—	ISPEC	1	
入射成分波の最大方向角	—	—	THMX	0.0	
入射成分波の最小方向角	—	—	THMN	0.0	
方向関数のパラメータ S_{\max}	—	—	SMAX	0.0	(1000)
主防波堤の反射率	—	—	RK1	1.0	(0.0)
副防波堤の反射率	—	—	RK2	1.0	(0.0)

ただし、プログラムA：規則波の二次回折計算プログラム(L005)

プログラムB：波の回折計算プログラム(L018)

(L005, L018はそれぞれ港研計算室プログラムライブリ番号を示す)

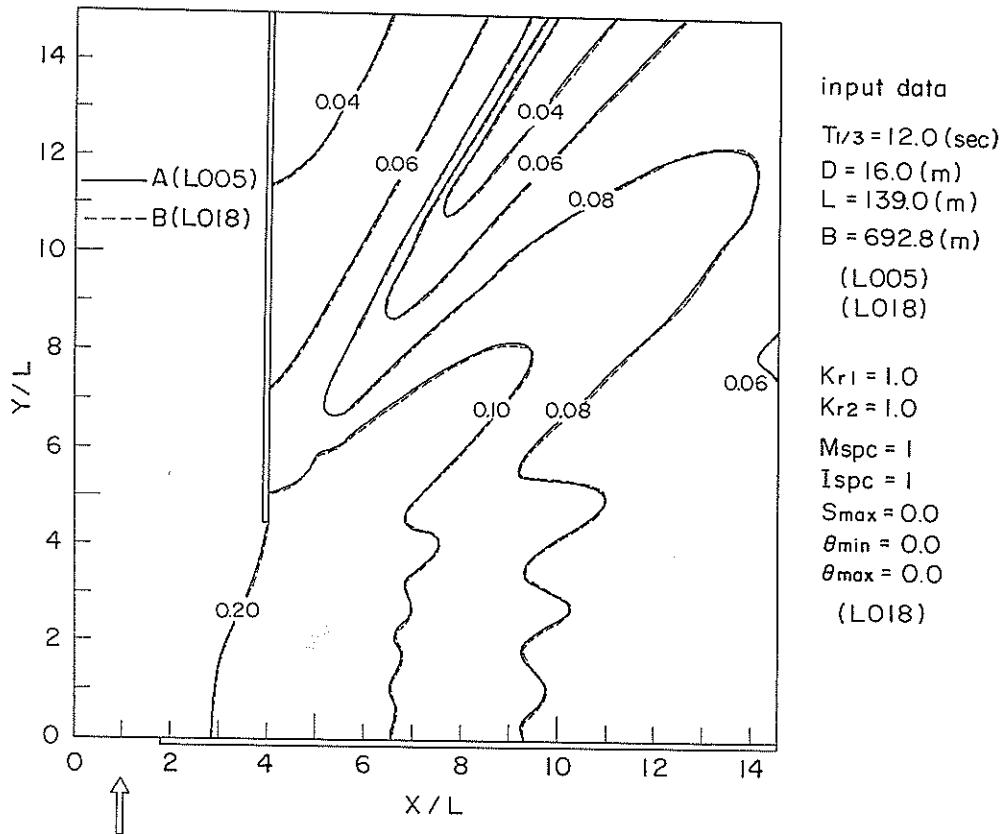


図-13 規則波の二次回折の比較

図-13 に示すように図の上では両プログラムとも全く等しい結果が得られ数値結果から見てもその違いは僅か 0.3% 以内である。

従って、既存二次回折計算プログラムの代りにプログラム B は規則波の二次回折計算にも十分適用できることがわかる。更に加えて、波の回折計算プログラム B は同一の入力形式で、二、三の入力データの値を変えるだけで不規則波の回折計算に容易に拡張することができる。

図-14 は防波堤の反射率以外は全く同じ条件で回折計算を行って、回折係数の分布の相違を調べたものである。この図で実線は図-13 と同じ完全反射堤の場合の回折係数で、破線は完全消波堤の場合の回折係数である。図に示すように回折係数そのものは非常に小さな値であるが港内の中央部では 0.02 程度完全消波堤の方が小さな値を示している。

4.2 不規則波の二次回折

従来のプログラムでは不規則波に対する二次回折計算が出来なかつたが本プログラム B ではそれが可能である。そこで、不規則波での二次回折に関して 4.1 に示し

たのと同じ条件のもとに計算した結果の一例を図-15 に示す。ただし、この場合は集中度パラメータ $S_{max} = 1000$ として非常に集中度の高い入射波を想定している。

図-15 に示すように S_{max} の値が非常に大きいため回折係数の分布は規則波の分布形に近くなっていることが判かる。ただし、この場合、防波堤は反射率 $K_r = 1.0$ の完全反射堤である。

このように、本プログラムでは規則波あるいは不規則波の別なくどのような入射波に対しても二次回折計算が可能であることがわかる。なお、波の方向分割数 M を 1 にとり周波数分割数を適当な値にし、 $\theta_{max} = \theta_{min} = 0$ とすれば单一方向不規則波による回折計算もできる。

なお、従来の二次回折計算プログラムでは、ある条件で開口部の近くに非常に高い波高比を示すことがあり十分な二次回折計算ができなかつたが、今回計算プログラムを用いることでこのような場合も問題なく計算できることが判った。

4.3 半無限堤による不規則波の回折

半無限堤に対する不規則波の回折計算は最も古くから理論的に解析されてきた。とくに、港研プログラムライ

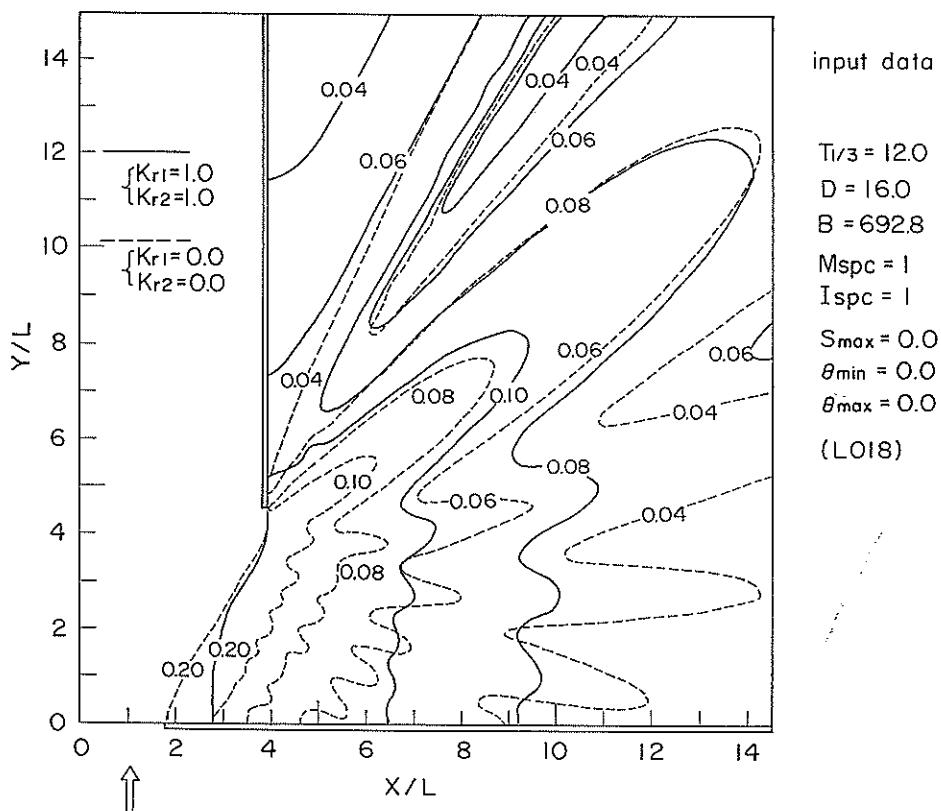


図-14 規則波の二次回折における防波堤反射率の影響

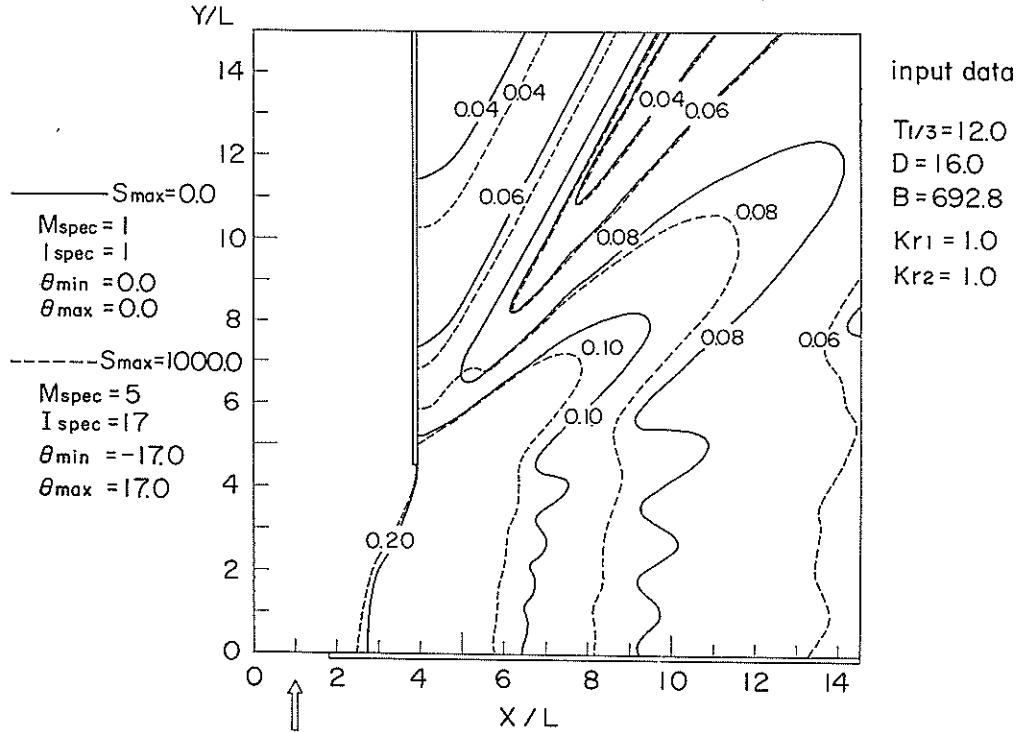


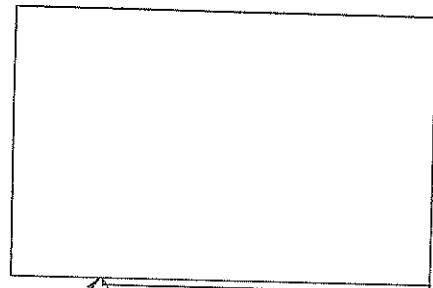
図-15 集中度パラメータ $S_{max} = 1000$ のときの2次回折波

本リリースには、新たに改良および機能追加されたプログラムを含め半無限堤については3種のプログラムが登録されている。ただし、各々のプログラムにはそれぞれ特色があるのでその使用に際しては十分プログラムの内容を理解した上利用する必要がある。

表-2に示す計算モデルについて3種類のプログラムの比較を行った。各モデルについて防波堤の裏側で一部の成分波が反射される場合とそうでない場合との各々について比較を行なった。

表-2 半無限堤不規則波の回折モデル

モデル	周波数スペクトル	方向関数	s_{max}	タイプ No.	備考
A	Pierson-Moskowitz	$\cos^2\theta$	—	L 005	$I = 0.115 s_{max}$ $= 3.0$
B	B-M型	光易型	25	L 011	
C	B-M型	光易型	25	L 018	



Θ_1, Θ_2 ; モデル A, B
 θ_1, θ_2 ; モデル C

図-16 半無限堤回折波の計算領域

ただし、B-M型：Bretschneider-光易型を示す。
なお、この表で計算モデルAでは方向関数 $\cos^2\theta$ 型を

表-3 半無限堤不規則波回折の入力諸元

入力諸元	モデル No.		A		B		C		備 考
	変 数 名	データ	変 数 名	データ	変 数 名	データ	変 数 名	データ	
X方向格子点数	IMAX	23	IMAX	23	IMAX	23			
Y方向格子点数	JMAX	15	JMAX	15	JMAX	15			
X方向格子間隔	DX	100	DX	100	DX	100			
Y方向格子間隔	DY	100	DY	100	DY	100			
計算領域X方向最小格子番号	—	—	—	—	ICP	1			
計算領域Y方向最小格子番号	—	—	—	—	JCP	1			
防波堤先端X方向格子番号	IXC	6	IXC	6	IXC	6			
防波堤光端Y方向格子番号	JYC	1	JYC	1	JYC	1			
右防波堤の傾き	PSI1	0.0	PSI1	0.0	—	—			
左防波堤の傾き	PSI2	0.0	PSI2	0.0	—	—			
主防波堤と開口部との傾き	—	—	—	—	ALFB	0.0			
主防波堤と副防波堤との傾き	—	—	—	—	TH2	0.0			
開口部と右防波堤との傾き	DELMX	180.0	DELMX	0.0	—	—			
開口幅	B(km)	0.0	B(km)	0.0	B(m)	0.0			
周波数スペクトルの種類	NOF	0	NOF	1	(B-M型)	—			
方向関数の種類	NOD	3	NOD	3	(光易型)	—			
周波数スペクトルの分割数	MSPEC	5	MSPEC	5	MSPEC	5			
方向スペクトルの分割数	ISPEC	32	ISPEC	32	ISPEC	32			
入射成分波の方向角 θ	THMAX	90.0	THMAX	90.0	—	—			
入射成分波の最大方向角	—	—	—	—	THMX	80.0			
入射成分波の最小方向角	—	—	—	—	THMN	-80.0			
防波堤先端水深 (m)	DI	17.3	DI	17.3	DEP	17.3			
入射波の有義波周期	TI	10.0	TI	10.0	T13	10.0			
計算上の周期と実測周期との比	RT	1.0	—	—	—	—			
卓越波向の入射角	THA	120.0	THA	120.0	WANG	300.0			*1
方向関数のパラメータ s_{max}	—	—	SMAX	25	SMAX	25			
主防波堤の反射率	—	—	—	—	RK1	1.0			
副防波堤の反射率	—	—	—	—	RK2	1.0			

注 *1; THA, WANG は図-19の Θ_1, Θ_2 あるいは θ_1, θ_2 に対応する。

用いており、モデル B, C との方向集中度パラメータ ($\theta_{\max}=25$) と同程度の波の方向集中度を与える I の値を用いる必要がある。ところで、 I と S_{\max} との間には $I=0.125 S_{\max}$ なる近似関係^① があるので、この場合は $I=3.0$ として計算を行った。

計算領域は図-16に示すように、横方向×縦方向が23×15の格子座標の範囲とした。図-16において $\theta_1(\theta_1)$, $\theta_2(\theta_2)$ は卓越波向の入射角で、 $\theta_1(\theta_1)$ は防波堤の裏側で反射される成分波が無い場合、そして、 $\theta_2(\theta_2)$ は防波堤の裏側で反射される成分波が存在する場合に相当する。

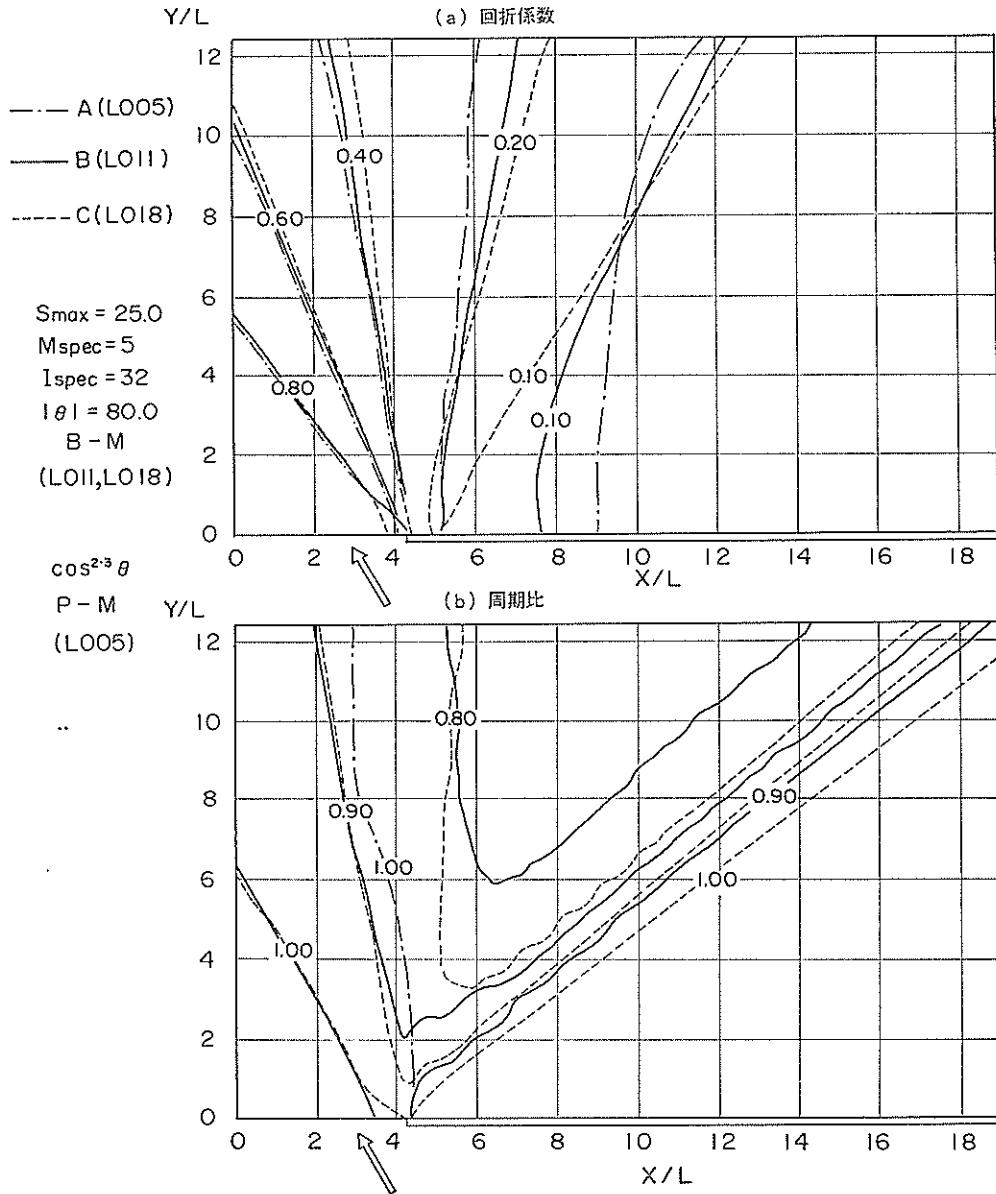


図-17 半無限堤における回折波（直接進入波の成分がない場合）

ここで、()内の波向角はプログラムモデルCの場合の値である。

表-3はこれら半無限堤の回折計算における入力諸元である。表-3に示す入力条件のもとに不規則波の回折計算を行ない、その結果を図-17(a), (b) から 図-18(a), (b) に示した。これらの図において一点鎖線、実線、および破線はそれぞれ計算モデル A(L005), B(L011), C (L018) に対応する。そして、横軸、縦軸のスケールは単位波長当りの距離 (X/L , Y/L) で表示した。

図-17(a) は防波堤背後に直接には波が進入しない場

合の回折係数の分布を示したものである。この図から判るように防波堤の先端近くでは $K_d=0.5$ 以上の値に対しては 3 種のモデルともほとんど差がないが防波堤の先端から遠ざかるに従って多少相異が見られる。とくに、図の $K_d=0.1$ の値については防波堤の背後に近づくにつれて各モデルの差が顕著に現われてくる。とくに、モデル C ではその傾向が異なっているのは、他のモデルでは波向角を $\pm 90^\circ$ の範囲に取っているにもかかわらず、モデル C では図-10で計算した値を上限に取って $\theta_{\max}=80^\circ$, $\theta_{\min}=-80^\circ$ としているため、取り除いた波の影響

が出ていているものと思われる。

図-17(b) は周期比を示す。この図で容易にわかることは計算モデル A(L005) すなわち, Pierson-Moskowitz¹⁾型の周波数スペクトルを用いた場合の周期比の分布が他の二つのものに比べてくに異なった様子を示しているということである。この原因としては、Bretschneider と Pierson-Moskowitz のスペクトル形はかなり異なり、スペクトルのピーク周波数 f_p についてみてても、Bretschneider 型では $f_p=0.95/T_m$ であるのに、Pierson-Moskowitz 型では $f_p=0.79T_m$ であることが

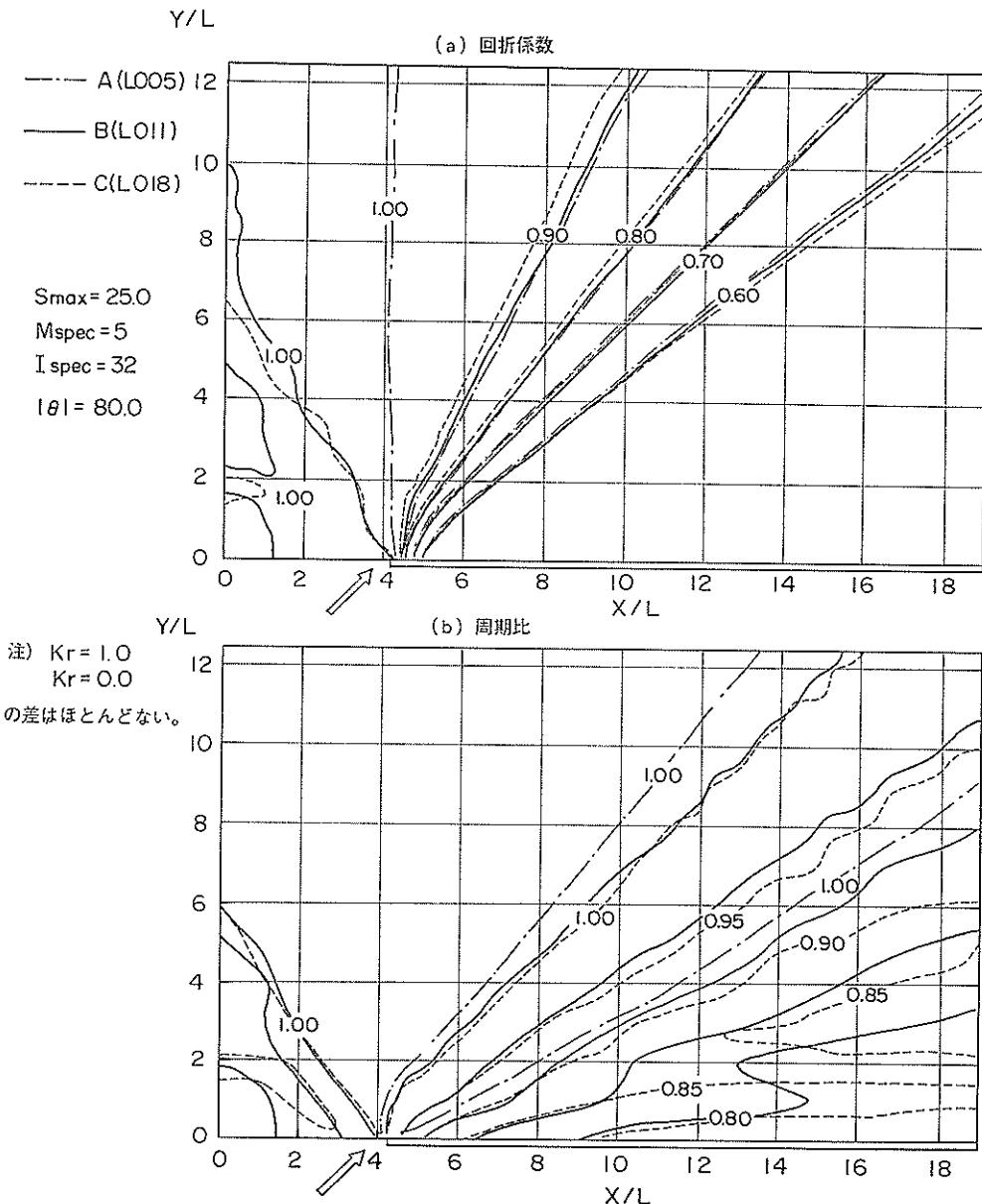


図-18 半無限堤における回折波（直接進入波の成分がある場合）

考えられる。

図-18(a),(b) は直接進入波領域に成分波が存在する場合で、3種の計算モデルについて波の回折係数と周期比の分布を比較したものである。

図-18(a) はそのうち回折係数の比較を行ったものである。この図で明らかなように、防波堤先端部の外側で回折係数の値に多少の差異がみられるが内側に向うに従ってこれら3種の計算モデルともほとんど一致した値を示している。なお、防波堤の先端より x/L が小さい領域では計算モデル A(L005) の回折係数の値がすべて 1.0 になっており他のモデルとは異っている。

図-18(b) は上記(a)の場合と全く同じ条件のもとに、周期比の比較を行なったもので、モデル A を除いた2種のモデルでは防波堤背後の近くでわずかに違いが見られるがほとんど変わらない。ところが、モデル A についてはさきの図-17(b)と同様にその分布の様子が他のものに比べ異なる。これも図-17(b)について説明したのと同じ原因によると考えられる。

表-4 開口防波堤による一次回折波の入力諸元

入力諸元	A		B		備考
	変数名	データ	変数名	データ	
X方向格子点数	IMAX	23	IMAX	23	
Y方向格子点数	JMAX	19	JMAX	19	
X方向格子間隔	DX	50.0	DX	50.0	
Y方向格子間隔	DY	50.0	DY	50.0	
計算領域 X 方向最小格子番号	—	—	ICP	1	
計算領域 Y 方向最小格子番号	—	—	JCP	1	
防波堤先端 X 方向格子番号	IXC	5	IXC	5	
防波堤先端 Y 方向格子番号	JYC	1	JYC	1	
右防波堤の傾き	PSI1	0.0	—	—	
左防波堤の傾き	PSI2	135.0	—	—	
主防波堤と開口部との傾き	—	—	ALFB	120.0	
主波堤と副防波堤との傾き	—	—	TH2	45.0	
開口部と右防波堤との傾き	DELMAX	120.0	—	—	
開 口 幅	B(km)	0.4	B(m)	400.0	
周波数スペクトルの種類	NOF	1	(B-M型)	—	
方向関数の種類	NOD	100	(光易型)	—	
周波数スペクトルの分割数	MSPEC	5	MSPEC	5	
方向スペクトルの分割数	ISPEC	32	ISPEC	32	
入射成分波の方向角 θ	THMAX	90.0	—	—	
入射成分波の最大方向角	—	—	THMX	80.0	
入射成分波の最小方向角	—	—	THMN	-80.0	
防波堤の先端水深(m)	DI	21.0	DEP	21.0	
入射波の有義波周期	TI	8.6 (30.0) 90.0	T13 WANG SMAX	8.6 (210.0) 270.0 25.0	*1
卓越波向の入射角	THA	—	—	—	
方向関数のパラメータ s_{max}	SMAX	25.0	—	—	
主防波堤の反射率	—	—	RK1	1.0	
副防波堤の反射率	—	—	RK2	1.0	

ただし、プログラムモデル A：不規則波の回折計算プログラム (L011)

プログラムモデル B：波の回折計算プログラム (L018)

*1；卓越波向の入射角は図-22で示すように $\theta_1(\theta_1)$ と $\theta_1'(\theta_1')$ の2種類について扱う。

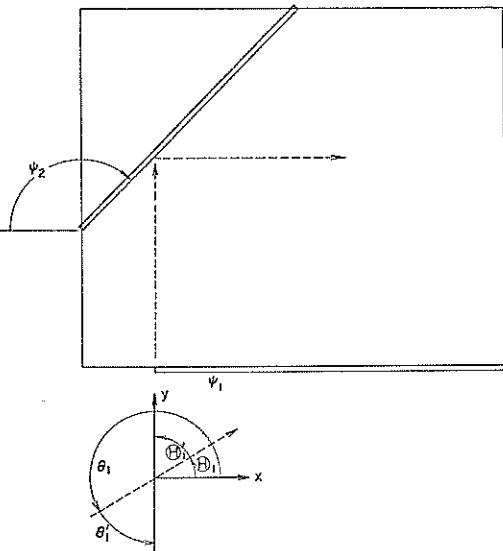


図-19 一次回折の開口防波堤の配置

なお、図-18(a),(b)に関して、防波堤の反射率 K_r が 1.0 の完全反射の場合のほかに $K_r=0.0$ の完全消波堤の場合についても実際に計算を行い、比較した結果では反射率による違いは前述したようにわずかであることが確かめられた。

4.4 開口防波堤による不規則波の一次回折

最後に、開口防波堤に対して不規則波が進入する場合の回折計算の比較検討を行った。さきに述べたように、不規則波に対する二次回折波の計算は従来のプログラムでは計算することができないので、ここでは一次回折波だけを扱う。

図-19 に、その計算領域および防波堤の配置の概形が示されている。この図において、 $\theta_1(\theta_1)$ より小さな入射角の成分波は防波堤開口部を通って直接港内に侵入する。また、 $\theta_1'(\theta_1')$ と $\theta_1(\theta_1)$ の間に入射角を持った成分波は一方の防波堤の裏側で反射されて港内に侵入する。つまり、防波堤の反射波が港内に侵入する場合である。ここで、 θ_1 と θ_1' はプログラムモデルとして用いた改訂版・不規則波の回折計算プログラム (L011) と新しい波の回折計算プログラム (L018) に対応するそれぞれの入射角である。

計算領域は横方向×縦方向を 23×19 の格子点で分割した範囲で一格子間隔を $50(m)$ とし、開口部における

平均水深を $21.0(m)$ 、そして、入射波に対する有義波周期を $8.6(s)$ として計算した。また、入射波の方向集中度を示すパラメータとしては $S_{max}=25.0$ を用いた。これら入力諸元をまとめると表-4 のようになる。

表-4 に示す入力諸条件のもとに不規則波の一次回折波の計算を行なった。その結果を 図-20 から 図-22 に示す。

図-20 は卓越波向の成分波が防波堤などによって反射されることなく港内に直接進入する場合である。この図において実線および破線は表-4 に示したプログラムモデル A (L011) および B (L018) による計算結果を示している。この図から分かるように、プログラム A, B とも回折係数の分布としては多少似寄った傾向を示しているが、港の中央部でおよそ 0.1 ほど B モデルの回折係数が小さい。これは、プログラム A では、入射波の波向の範囲を防波堤による反射波が起きない範囲に限定していてその範囲内の波のエネルギーから求まる入射波高を 1 に取っていることによるものである。また、この図-20 の破線 (プログラム B) で示した 0.5 および 0.6 の回折係数の変化に特徴がある。すなわち、これらの値が主防波堤の背後に近づく従って急に港奥に延びた曲線になっており、防波堤の背後で波高が高くなっている。

これは主防波堤の反射係数を $K_{r1}=1.0$ とし、完全反

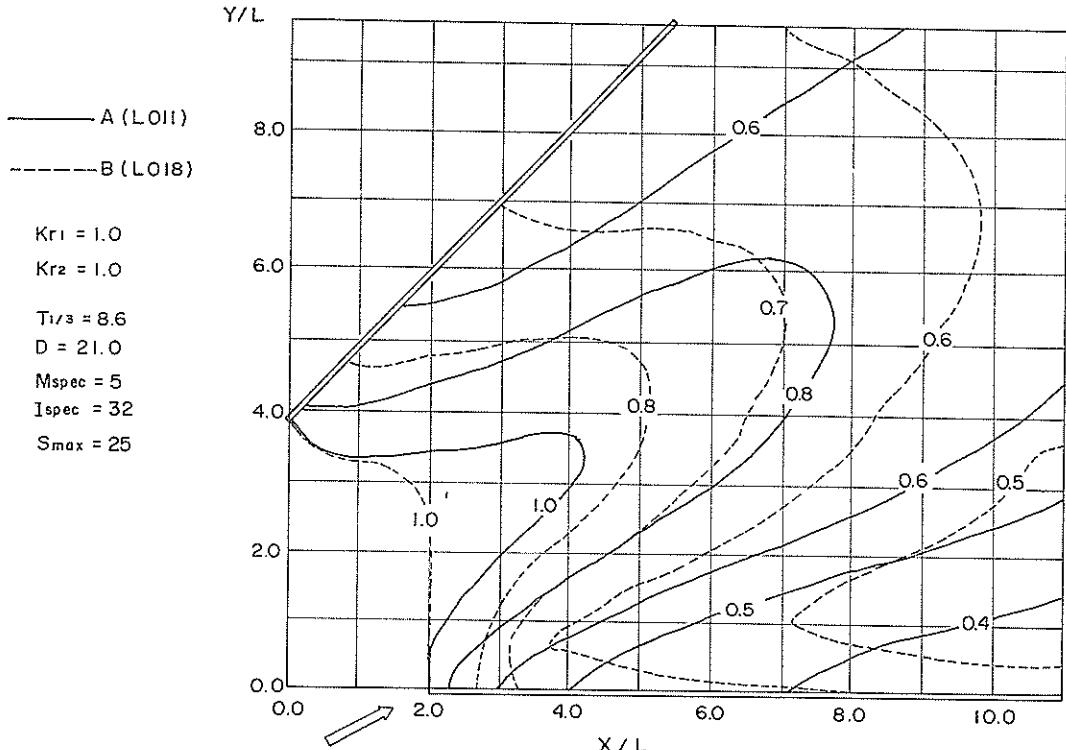


図-20 開口防波堤による不規則波の一次回折 (直接進入波)

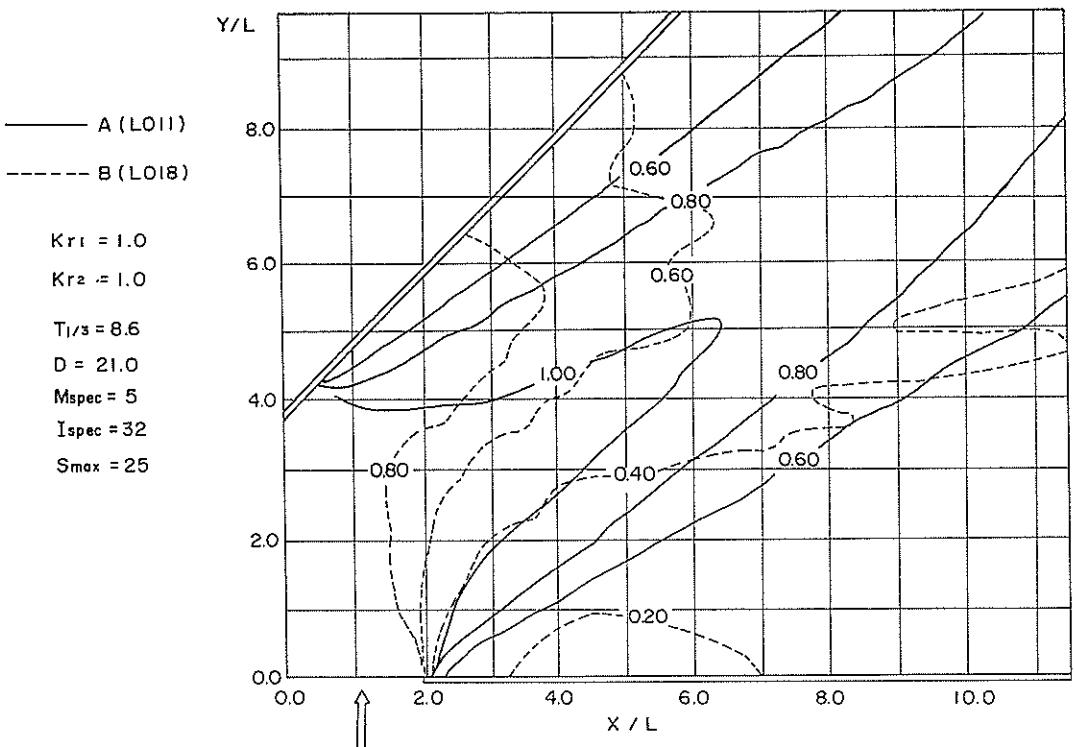


図-21 開口防波堤による不規則波の一次回折（一次反射波）

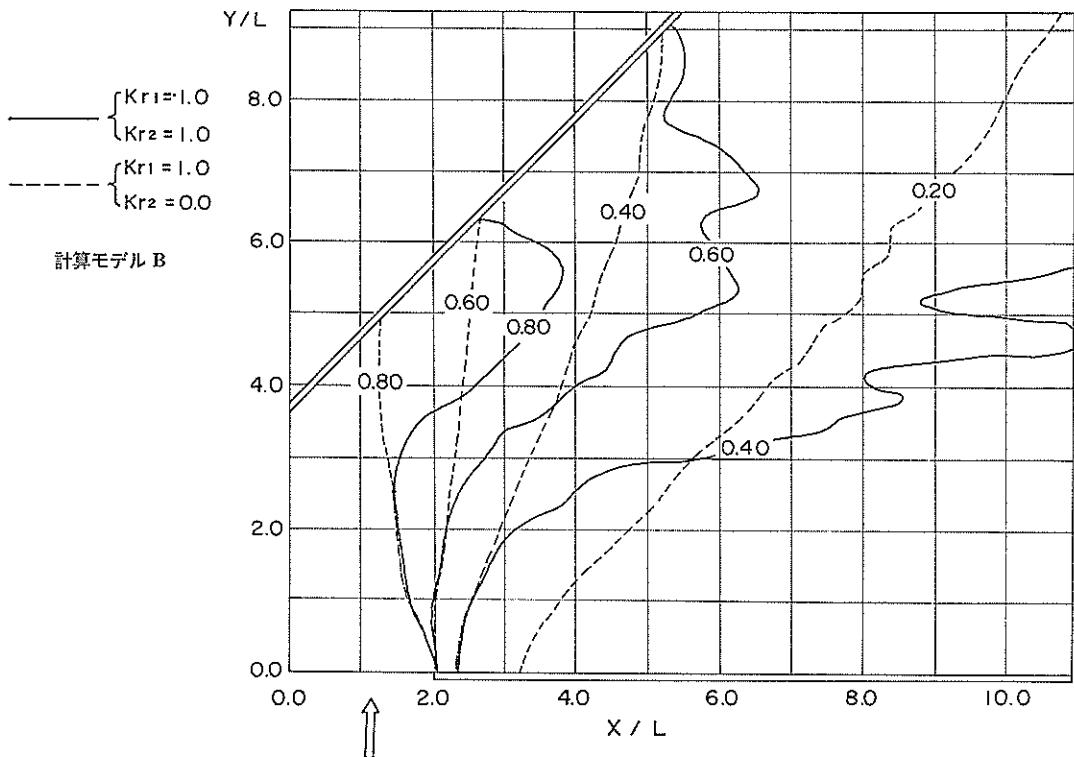


図-22 開口防波堤の反射率の相違による一次回折波の比較

射堤を仮定していることから起るもので、入射成分波の反射によるものである。

逆に、プログラムモデル A(L011)ではその効果が全く現われていない。このことは次に示す図-21 で非常に顕著である。

図-21 は卓越波向の入射波が副防波堤によって直接反射されて、反射波が港内に進入する場合である。図-23 と同様に、実線はプログラム A を破線はプログラム B を示す。この図で明らかに両プログラムによる回折係数の分布は全く異なっている。すなわち、プログラム A による計算結果は防波堤による反射波の効果を全く考慮していないため、あたかも港内に直接進入波だけが存在するかのような回折係数の分布を示している。それに反し、プログラム B は両方の防波堤の反射による影響を考慮しているので破線に示すように反射の影響がよく現われている。すなわち、このような入射成分波に防波堤背後で反射される波があるような場合には従来のプログラムでは厳密な意味で精確に波の回折計算を行なうことができないことがわかる。

最後に、プログラムモデル B の回折計算例を図-22 に示す。

図-22 の主防波堤の反射率を $K_{r1}=1.0$ 副防波堤の反射係数を $K_{r2}=0.0$ としたときの等回折係数線を破線で示す。なお、実線は両防波堤の反射係数 $K_r=1.0$ にしたときのものである。この図で明らかに、副防波堤が完全消波堤であることによって、防波堤に達した波のエネルギーは全て吸収されてしまい、あたかもにも破線の分布形は半無限堤のときの回折係数の場合と非常によく似た形になる。一方、両防波堤とも完全反射堤である場合は、副防波堤のために等回折係数の線が港内深く入り込んでくる。

以上、既存回折計算プログラムと新しい波の回折計算プログラムについて具体例を通して比較検討を行った。これらの結果より、半無限堤に対する不規則波の回折計算および一直線上にある開口防波堤による一回折波の計算を除いて既存プログラムを利用する際は十分注意する必要があることがわかった。

5. スペクトル分割数の最適近似と計算精度

5.1 方向分割数の最適近似

一般に、方向分布関数は $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ の範囲で与えられ、方向分割幅は式(4)で示したようにその方向分割数 M で等分に分割される。方向分割数 M の値を大きくすると方向分割幅 $\delta\theta (= (\theta_{\max} - \theta_{\min})/M)$ はそれだけ小さくなるので波の回折係数値は数値的には、より精度の高い値が得られる。しかしながら、演算時間はこの分割

数に比例して増加するのでそれだけに長い間計算機を専有することになる。また、分割数を増せば増すほど精度の高い数値結果が得られるけれども、ある値以上では計算時間の増大に見合うだけの計算精度の向上は期待できない。つまり、計算時間に比例して計算精度は向上しない。さらに、3.5 で述べたように主防波堤先端から計算点の距離が増大すれば、分割数 M の値を大きく取る必要がある。このことは分割数 M を一定に取ると主防波堤先端(計算座標原点)付近では計算誤差が小さく、これから離れるにつれて誤差が大きくなることを意味している。

ここで、計算精度あるいは計算誤差の持つ意味を明確にしておく必要がある。計算精度とは計算誤差の逆数で計算誤差は一般には絶対誤差と相対誤差に分けられるがここでいう計算誤差とは絶対誤差ではなく相対誤差を意味する。

任意の $\epsilon > 0$ に対して、ある方向分割数 M のときの回折係数の値を K_d および方向分割幅を $\delta\theta$ 、分割数 M' ($M' > M$) のときの回折係数の値を K'_d とすると

$$\left| \frac{K_d - K'_d}{K_d} \right| < \epsilon$$

を満足させる $\delta\theta > 0$ が存在するとき、 ϵ を計算誤差といい、 $1/\epsilon$ を計算精度という。ただし、波の回折係数関数 $K_d[S_d(f_n), S(f_n, \theta_m)]$ はこの区間 $(\theta_{\min}, \theta_{\max})$ で連続一価関数であるとし、周波数分割数はある常数であると仮定する。

なお、この定義は連続関数の収束条件から導入したもので、いわゆる Cauchy の $\epsilon-\delta$ 法¹¹⁾に基づいている。

すなわち、ある方向分割数 M で定まる方向分割幅がある値以上に小さくなれば、そこから先はどのような分割数をとっても計算誤差は分割数 M でおさえられて、 ϵ 以上に大きくなることはない。

波の周期比に対する計算誤差あるいは計算精度についても同様に定義することができる。

ところで、計算精度に関する変数として分割数を取り上げてきたが、波の回折係数を計算する上で考えておかなければならぬ変数として、方向集中度を示すパラメータ S_{\max} がある。先の 3. で述べたとおり方向集中度 S_{\max} の値が大きくなればそれだけエネルギーの集中度が高くなり方向分布関数の範囲を狭くすることができる。その結果、方向分割数を減じることができると期待される。

方向分割数あるいは方向集中度と回折係数の計算精度との相関関数を調べるために次の図-23 に示すような防波堤配置のモデルを考える。

図-23 の防波堤の配置で入射波の方向がその防波堤に対し、垂直方向なら計算された回折係数の分布は左右対

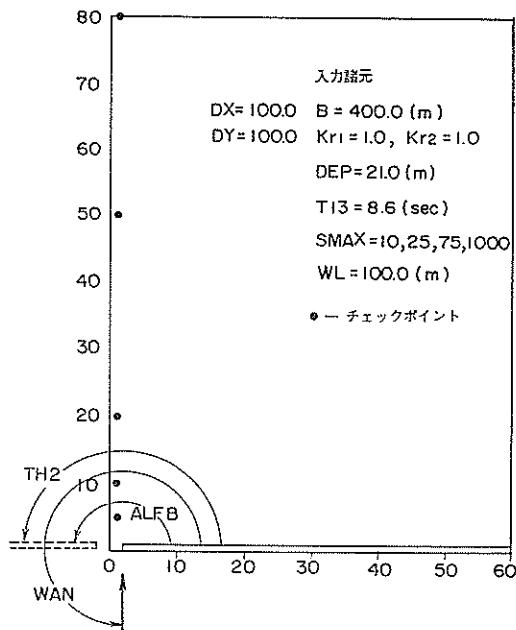


図-23 分割数と計算精度の相関関係
チェック時の防波堤の配置

称となるので、右側半分だけの計算領域で計算を行なうこととする。・印の各格子点での方向分割数に対する回折係数の計算結果を S_{\max} ごとに図に表わすと、図-24

(a) から図-24(d) のようになる。ただし、これらの計算では周波数分割数は $N(\text{MSPEC})=20$ とし、波向の範囲は図-10で求めた値を用いている。まず、図-24(a)についてみると、格子点 (1,5) では分割数 $M(\text{ISPEC})=8$ 以上の値では回折係数の値はほとんど一定値に収束しているが、主防波堤から遠ざかるにつれて序々に分割数の値を増さないと安定した回折係数値が得られない。例えば、格子点 (1,50) では $M(\text{ISPEC})=25$ 位の分割数が必要となる。

図-24(b) は $S_{\max}=25$ のときの各計算格子点での方向分割数に対する回折係数の変化を示す。また、図-24(c) は $S_{\max}=75$ 、図-24(d) は $S_{\max}=1000$ のときの回折係数の変化を示しており、これらの図から分かるように方向集中度パローメータ S_{\max} の値が次第に大きくなるに従って、「同一格子点では方向分割数を少なくしても十分安定した値が得られる。例えば、 $S_{\max}=1000$ では方向分割数 $M(\text{ISPEC})=13$ にすればほとんどすべての計算領域において安定した計算精度で回折係数値を求めることが可能である。

以上の回折係数の数値計算結果と、先に定義した方向分割数に対する計算誤差（計算精度）の関係から、いま $\epsilon=0.02$ とすると主防波堤先端（座標原点）からの距離 R/L に関する必要最小限の分割数が各々の S_{\max} の値に対して得られる。これらの結果をまとめると表-5のようになる。なお、 R/L は有義波長を単位長さにした距離で

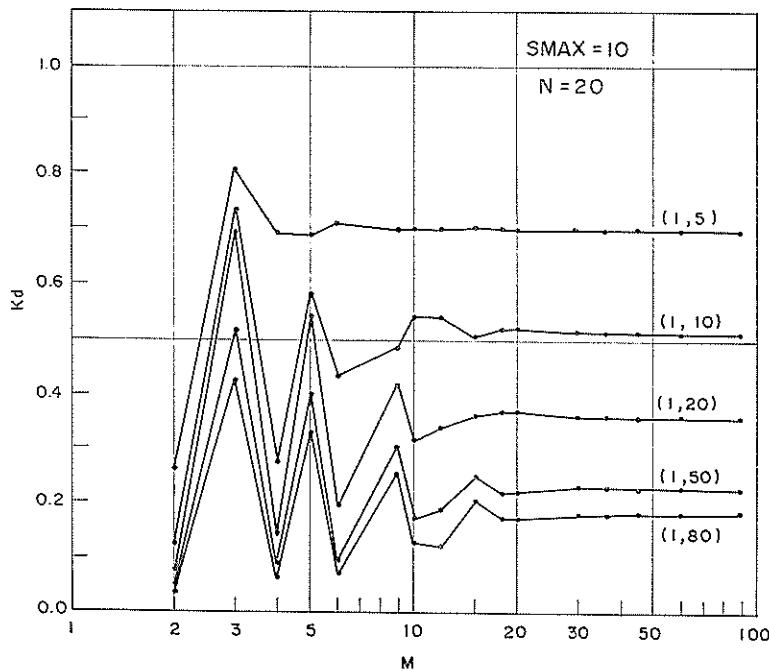


図-24(a) 方向分割数に対する計算精度 ($S_{\max}=10$)

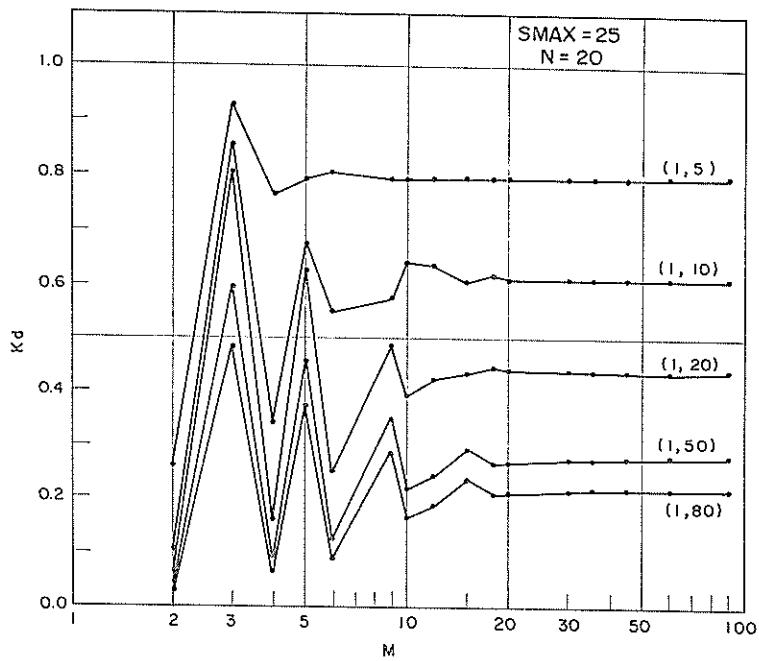


図-24(b) 方向分割数に対する計算精度 ($S_{\max}=25$)

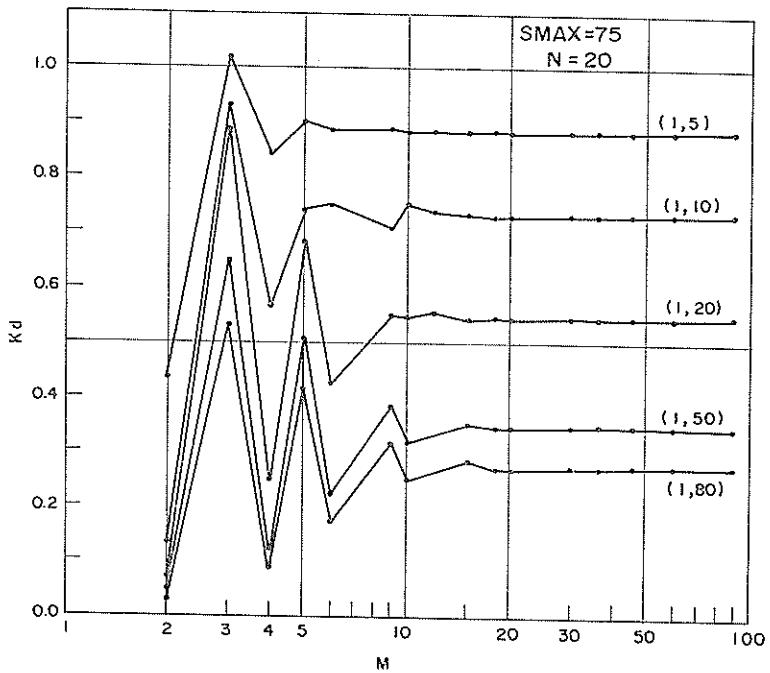


図-24(c) 方向分割数に対する計算精度 ($S_{\max}=75$)

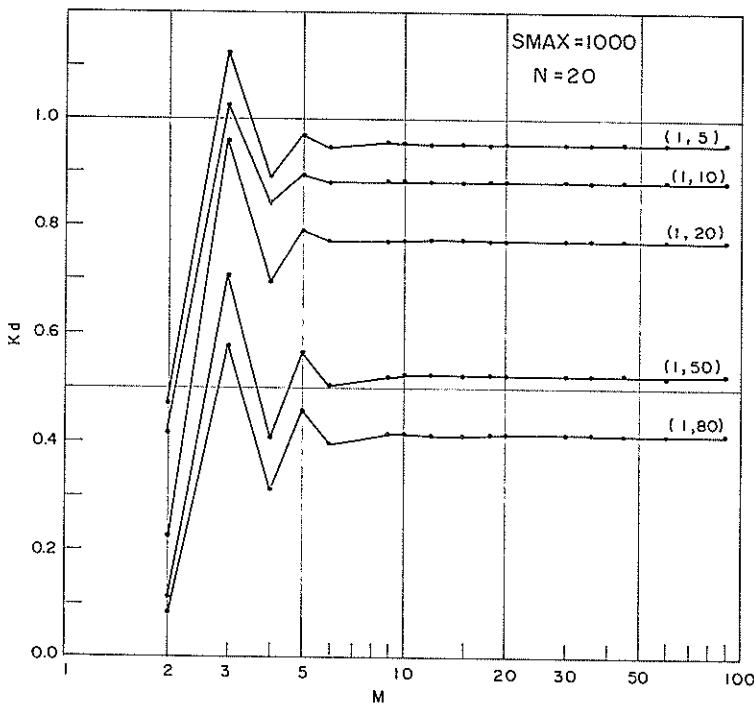


図-24(d) 方向分割数に対する計算精度 ($S_{\max}=1000$)

表-5 最適方向分割数と R/L

R/L	$S_{\max}=10$	$S_{\max}=25$	$S_{\max}=75$	$S_{\max}=1000$
5	8	8	6	6
10	18	15	12	9
20	20	19	16	10
50	25	23	20	12
80	30	25	23	13

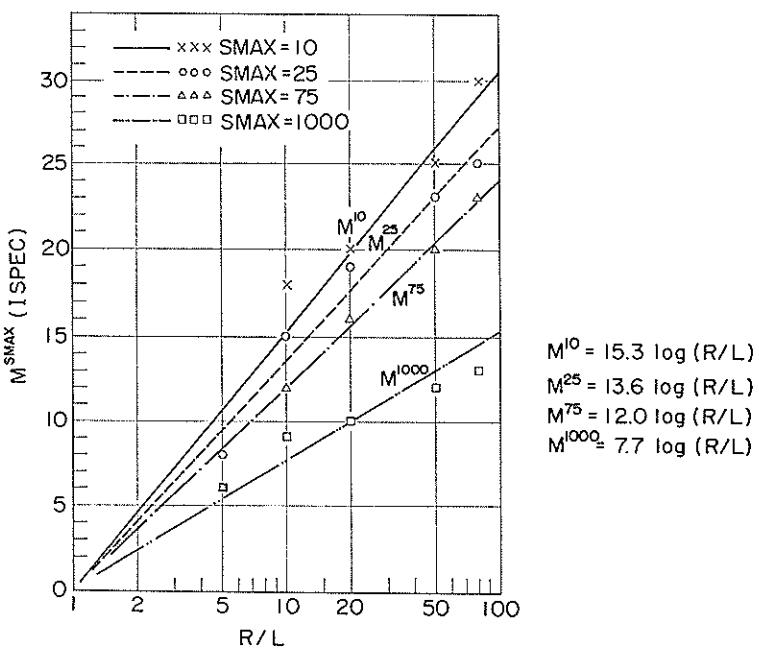


図-25 最適方向分割数と距離波長 (R/L)

ある。

表-5から横軸に R/L を対数に、そして縦軸に方向分割数をとると、各方向集中度パラメータ S_{max} に対する R/L と方向分割数 M (ISPEC) の関係が得られ、図-25 のように示される。

この図-25において実線、破線、一点鎖線および二点鎖線の方向集中度 S_{max} の値がそれぞれ 10, 25, 75, および 1000 のときの波長距離 (R/L) に対する方向分割数の関係を示している。各計算格子点で多少のちばりはあるとしても許容できる範囲で直線近似できることがわかる。この図-25 から、それぞれの S_{max} の値に対する最適方向分割数の式 $M^{S_{max}}$ は次式(46)で与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} M^{10} = 15.3 \log(R/L) \\ M^{25} = 13.6 \log(R/L) \\ M^{75} = 12.0 \log(R/L) \\ M^{1000} = 7.7 \log(R/L) \end{array} \right\} \quad (46)$$

式(46)より回折係数を計算する範囲 (R/L) が決まれば各々の方向集中度パラメータ S_{max} の値に応じて必要となる最適方向分割数を求めることができる。ところが、式(46)は任意の S_{max} では適用できない。そこで、この関係式を任意の S_{max} に応用できるようにすることを考える。

横軸に S_{max} を対数座標に、そして縦軸に $M^{S_{max}}$ の直

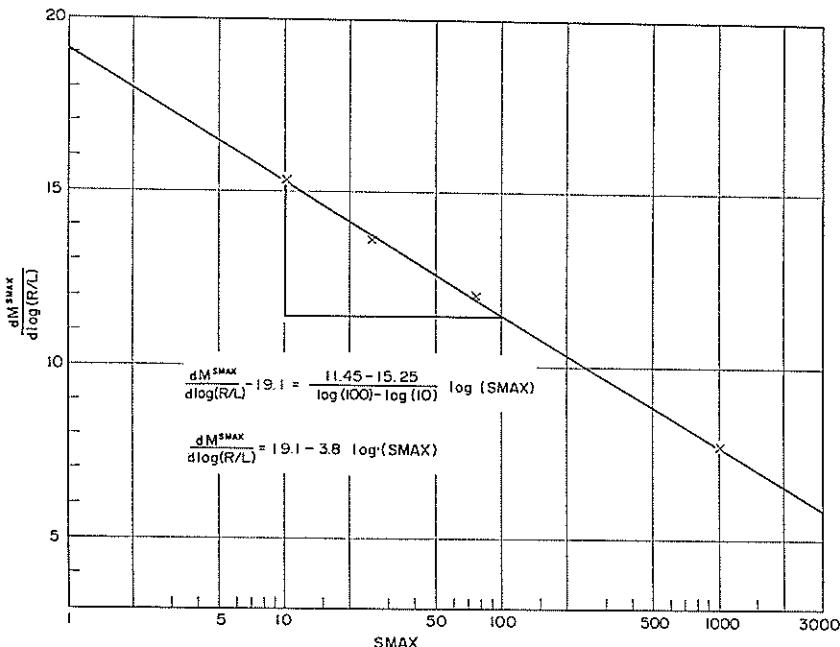


図-26 S_{max} と $dM^{S_{max}}/d \log(R/L)$ の関係

線の勾配 $dM^{S_{max}}/d \log(R/L)$ を線形座標にとって式(46)の各 S_{max} に対応する傾きをプロットすると、与えられた 4 点はきれいに直線上に乗ることがわかる。これを式で示すと次の近似式として表現できる。

$$\frac{dM^{S_{max}}}{d \log(R/L)} = 19.1 - 3.8 \log(S_{max}) \quad (47)$$

以上の結果により式(46)の関係を式(47)に代入すると

$$\begin{aligned} M^{S_{max}} &= \frac{dM^{S_{max}}}{d \log(R/L)} \log(R/L) \\ &= [19.1 - 3.8 \log(S_{max})] \log(R/L) \end{aligned} \quad (48)$$

を得る。したがって、式(48)を用いれば計算領域のどのような位置、あるいは S_{max} の値に対しても許容できる誤差範囲において最も少ない方向分割数で回折係数の値を求めることができる。ただし、計算誤差は相対誤差で

0.02程度である。以降、式(48)を波の回折スペクトルの最適方向分割式と呼ぶ。

式(48)は図-23 で示した防波堤の配置から導かれたもので、図のように港内に侵入する波が直接防波堤などによって反射しない場合はそのままの型で適用できるが、例えば、直接侵入波による反射波が生じる図-22 のような防波堤の配置では式(49)のように主防波堤からの距離 (R/L) と反射率 $K_r(i=1, 2)$ に関する定数 λ を乗じた式で近似的に表わされる。

$$\begin{aligned} M^{S_{max}} &= [19.1 - 3.8 \log(S_{max})] \\ &\quad \{\log(R/L) + \log \lambda\} \end{aligned} \quad (49)$$

ただし、 $1 < \lambda \leq 30$

この λ の値は反射率 K_r の他に防波堤の配置や入射波

向によって異なるが図-22 の防波堤配置で入射角が 270 度の場合に $\lambda=30$ 度が必要となる。

5.2 周波数分割数の最適近似

5.1 で述べたと同様に、ここでは周波数分割数 N (MSPEC) および方向集中度パラメータ S_{\max} に対する回折係数の計算精度について検討する。

図-23 で示した防波堤の配置と、各入力諸元を用いて各々の S_{\max} に対応する周波数分割数で波の回折係数値を計算した。なお、このときの方向分割数は M (ISPEC)

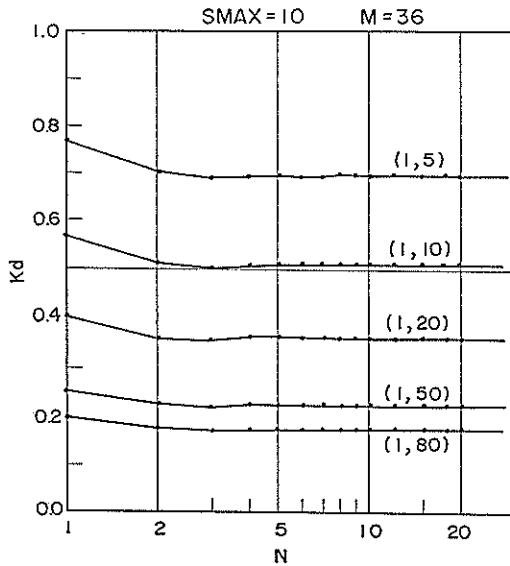


図-27(a) 周波数分割数に対する計算精度
($S_{\max}=10$)

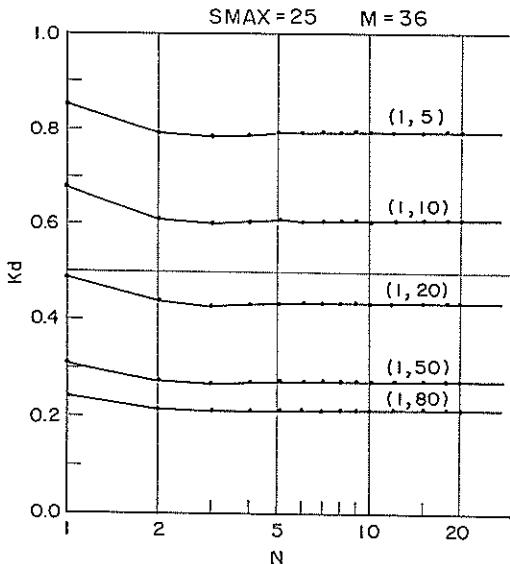


図-27(b) 周波数分割数に対する計算精度
($S_{\max}=25$)

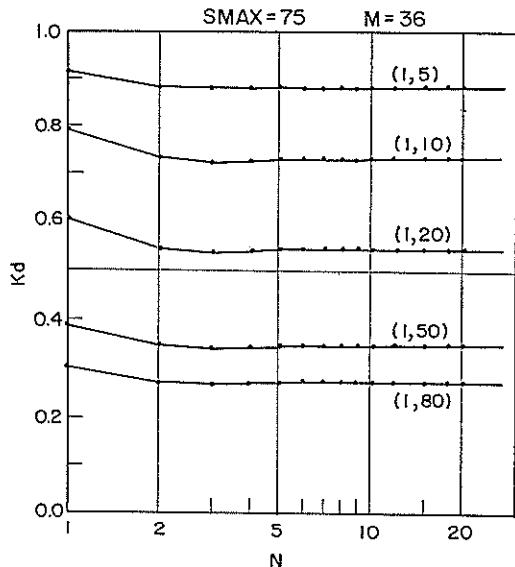


図-27(c) 周波数分割数に対する計算精度
($S_{\max}=75$)

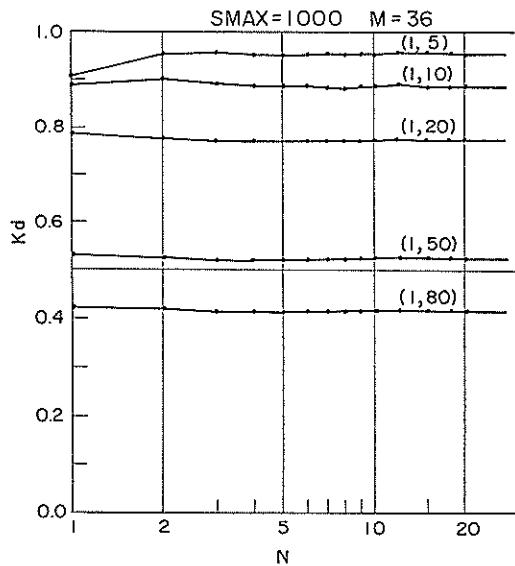


図-27(d) 周波数分割数に対する計算精度
($S_{\max}=1000$)

=36 に固定した値を用いている。

図-27(a) から図-27(d) に上記の計算結果を示す。これらの中から明らかのように、5.1 の方向分割数における場合と比較すると分割数の少ない範囲では全く対照的な様子を示している。すなわち、方向分割数に関しては非常に大きな振幅で振動しながらある一定値に収束したのに対し、この周波数分割数 N に対する回折係数値の変化は非常に少なく安定している。 $N=2$ とすれば、ほとんどの S_{\max} の値に対しても収束値に近い値になっ

ていることがわかる。また、周波数分割数に対する回折係数の計算精度には方向分割数の場合と異なり計算座標の原点からの距離(R/L)あるいは方向集中度(S_{\max})による影響は全くないと言える。

これらのことから、図-27(a)から図-27(d)と先の5.1で定義した計算誤差 ϵ の定義式から次式が成りたつようになに周波数分割数 N を決めればよい。

$$\left| \frac{K_d - K_d'}{K_d'} \right| < \epsilon = 0.02 \quad (50)$$

ただし、 K_d および K_d' は周波数分割数が N および N' ($N' > N$)のときの波の回折係数の値である。式50が成り立つための周波数分割数 N は $N=10$ では十分過ぎ $N=5$ にすれば十分であることが判る。多少 ϵ を大きく見積ってもよいなら $N=2$ で十分である。この結果は3.5で述べた周波数分割数 $N=5$ がほぼ妥当な線を示しているものといえる。

5.3 計算精度と所要時間

波の回折計算から回折係数あるいは周期比を求めるために必要となる演算所要時間は計算領域を一定だとすると波のスペクトルの方向分割数と周波数分割数の積に比例する。したがって、一演算格子点での演算時間 $T_{i,j}$ はその比例定数を C_t とすると

$$T_{i,j} = C_t \cdot N \cdot M \quad (51)$$

全計算領域の総演算時間は式51より式52で表わされる。

$$T_{\text{cpu}} = \sum_{i,j,k} T_{i,j} = (i \cdot j \cdot k) C_t \cdot N \cdot M \quad (52)$$

ここで、 $(i \cdot j \cdot k)$: 格子座標総数のうちで、実質の演算格子点数である。これらの式で C_t の値は使用する計算機の種類によって異なるが当研究所の TOSBAC-5600/160 では約 $C_t = 5.84 \times 10^{-3}$ (s)である。

したがって、波の回折計算の演算所要時間は演算格子点の数が等しければ方向分割数と周波数分割数の積によって決まり、例えば、所要時間を1時間必要とする計算でもその分割数が1/2あるいは1/3で十分な精度で計算できることが判ればそのために要する演算時間は30分あるいは20分で済むことになる。

式51の関係をグラフに表わすと図-28 のようになる。この図より周波数分割数 $N=10$ 、方向分割数 $M=36$ にとると1格子点当たりの演算所要時間は $T \approx 2.0$ sとなり、次の図-32(a)の例に示すように 30×50 メッシュで約55分の演算時間を必要とする。ところが式の最適方向分割式によって分割数を $M(\text{ISPEC})=24$ として求め周期分割数を $N(\text{MSPEC})=5$ として計算した結果を示すと図-29(b)となり図-29(a)に比べ、多少回折係数の分布にひずみはあるが実際に十分な精度で結果が得られる。このときの演算所要時間は約1/3の18分となった。この

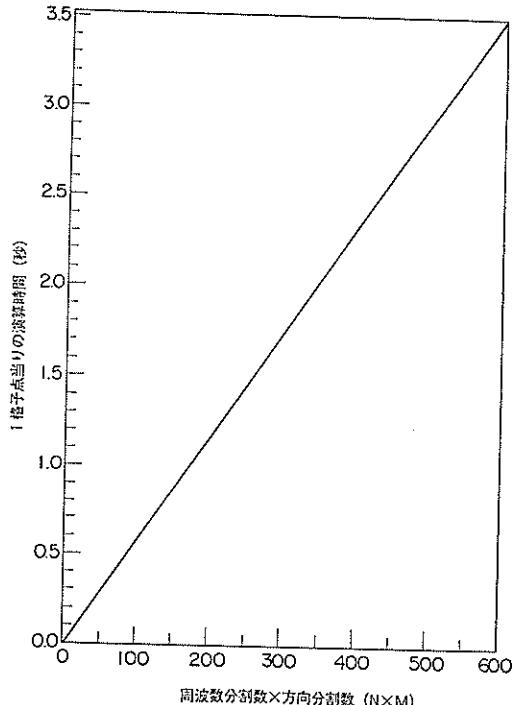


図-28 スペクトル分割数と演算時間

ようにして、提案したスペクトルの最適方向分割式を用いることによって、波の回折計算に要する演算時間を非常に短縮することができる。

5.4 方向分割数の相違による回折図の比較

今まで述べてきた内容を具体的な数値計算結果によって図示する。ここで示す数値計算のモデルは図-23 と全く同じもので方向分割角度として 3° , 5° , 10° , 20° , そして、 S_{\max} の値として $S_{\max}=10$, 25 , 75 の各々について比較を行なった。なお、このときの周波数分割数は $N(\text{MSPEC})=10$ である。

図-30(a)は方向集中度 $S_{\max}=10$ のときの回折係数分布であり、実線、破線、点線はそれぞれ 20° ($M=9$), 10° ($M=18$), そして 5° ($M=36$)のときの方向分割角度に相当する。この図より明らかのように、分割角度としては 20° では不十分であるが、 5° では細かすぎる。そこで、先の最適分割数を式50より求めると次のようになる。

$$M_{50}^{10} = \{19.1 - 3.8 \log(10)\} \log(80) \\ \approx 29.11 \quad (53)$$

この式53で M_{50}^{10} の添字10は S_{\max} の値、80は R/L の値を表わす。全領域を最適精度で計算するためには方向分割数 $M(\text{ISPEC})=29$ (分割角度= 6.2° 程度)の値を必要とする。また、計算範囲が $R/L \leq 40$ であるとすると最適分割数は

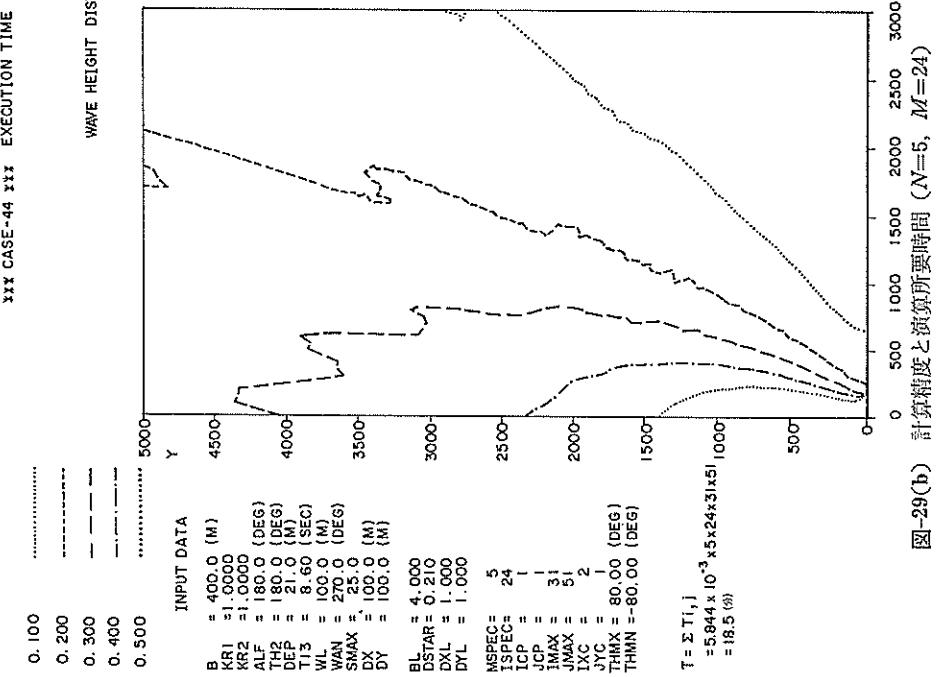
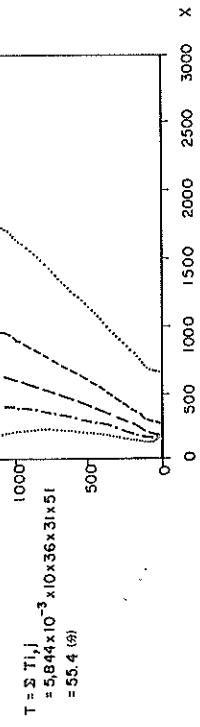
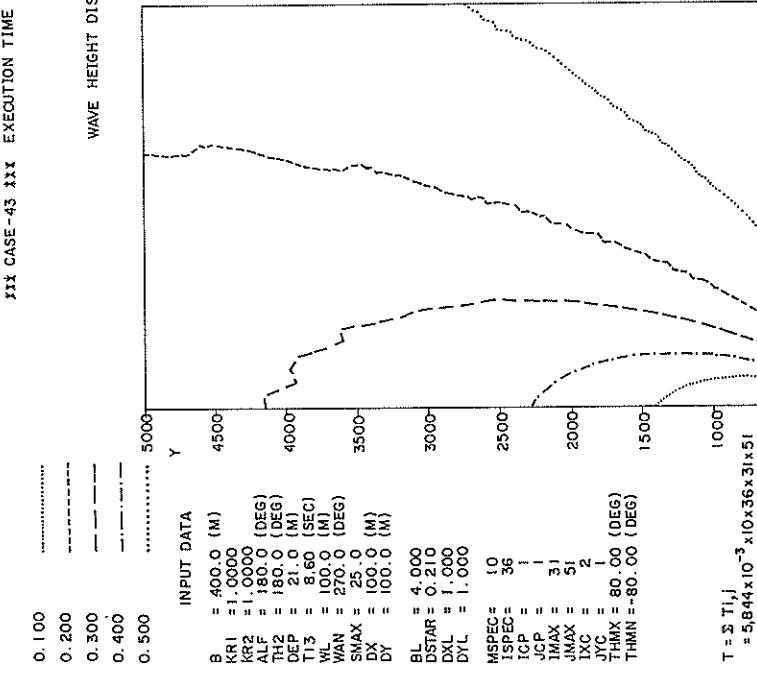


図-29(b) 計算精度と演算所要時間 ($N=5, M=24$)

図-29(a) 計算精度と演算所要時間 ($N=10, M=36$)



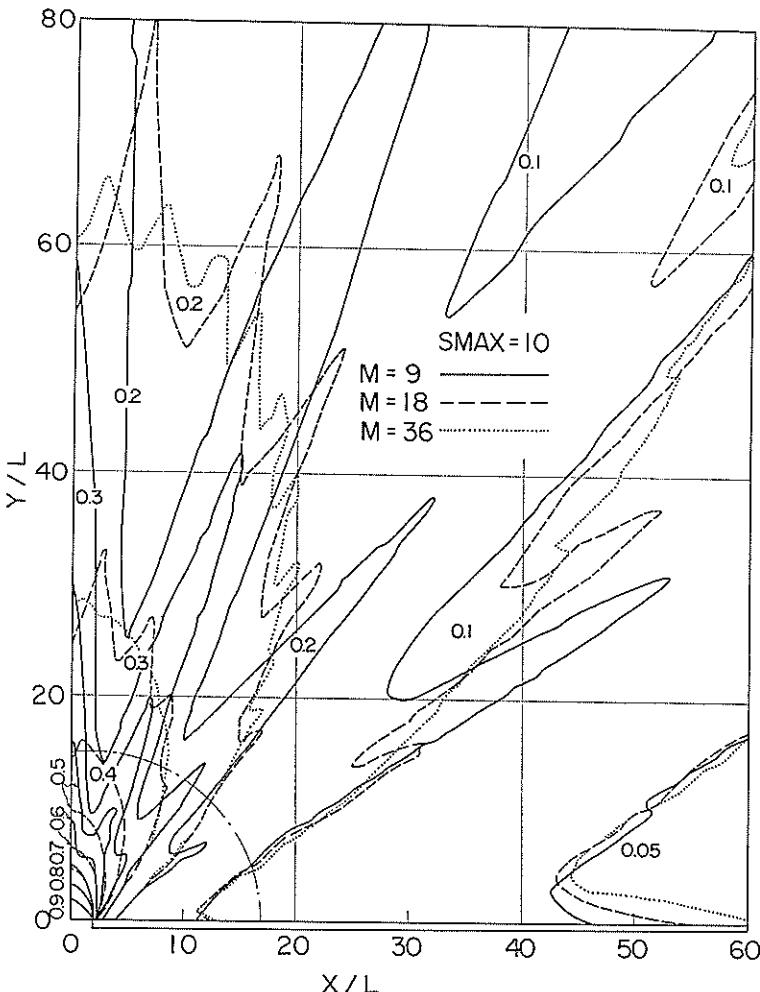


図-30(a) 方向分割角度 $20^\circ, 10^\circ, 5^\circ$ のときの回折図
($S_{\max}=10, N=10$)

$$M_{40}^{10} = [19.1 - 3.8 \log(10)] \log(40) \\ = 24.5 \quad 54$$

となり、方向分割数 $M(\text{ISPEC})=25$ にすればよいことがわかる。逆に $M(\text{ISPEC})=18$ のとき

$$\log(R/L) = \frac{18.0}{19.1 - 3.8 \log(10)} = 1.176 \quad 55$$

$$R/L = 10^{1.176} = 15.01 \quad 56$$

となる。

式56より $R/L=15.0$ であるから $M(\text{ISPEC})=18$ とすると図の一点鎖線で囲まれる主防波堤先端から1500(m)程度のところまでは十分な精度で計算できていることがわかる。

図-30(b) は $S_{\max}=25$ のときの回折図を各々の方向分割数において示したものである。 S_{\max} の値が $S_{\max}=10$ より大きくなつて方向集中度が増しているので、波は

しやべい域の奥深くまで入りにくくなつてゐるが、傾向としては大差がない。

ところが、 $S_{\max}=75$ のときには方向集中度が先の2つの図に比べ数倍に高くなつてゐるため次の図-30(c)に示すようにますます波は防波堤しゃへい域に入りにくくなり次第に規則波の回折図に近づいてゐる。

計算精度からみると $R/L=10$ まではすべての方向分割の場合に十分な精度で求められていることがこの図より容易に判る。ところで、先の導入式によって $R/L=10$ のときの最適分割数を求める

$$M_{10}^{75} = [19.1 - 3.8 \log(75)] \log(10) \\ \approx 12.0 \quad 57$$

また、 $M(\text{ISPEC})=22$ のときの R/L を求める

$$\log(R/L) = \frac{22.0}{19.1 - 3.8 \log(75)} = 1.837 \quad 58$$

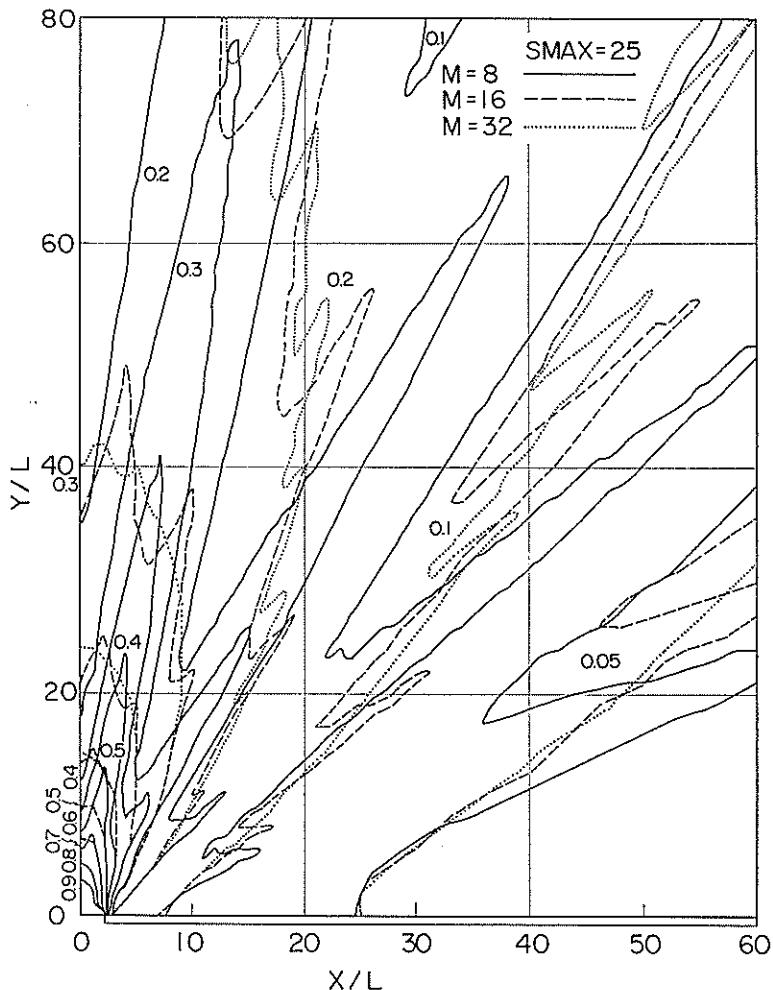


図-30(b) 方向分割角度 $20^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ のときの回折図
($S_{\max}=25, N=10$)

$$R/L = 10^{1.837} = 68.74$$

59

となりほぼ全領域で十分な精度で回折係数が求められることになる。このように、波の回折係数を近似式によって求めるときは、波のスペクトル分割数、とくに方向分割数による影響がこれらの回折図からもよくわかる。またここで示した二、三の例を通じて、前の章で導入した方向スペクトルの最適分割式を用いることが、実際に回折計算を行う上で非常に効果的な方法であることが確かめられた。

6. あとがき

波の回折現象を数値解釈の面から既存の港研プログラムライブラリを通して、比較、検討した結果、次のことが確かめられた。

- 規則波の二次回折計算は新しい波の回折計算プロ

グラムと既存のプログラムと同じ条件にすることにより全く同一の計算結果が得られた。

2. 不規則波の回折計算において半無限堤の場合は、回折波の波高比の違いはあまりないが周波数スペクトルに Pierson-Moskowitz 型のものを用いた場合と Bretschneider-光易型のものとでは周期比の分布は大部異なっていることがわかった。

3. 開口防波堤の背後で反射波の存在する場合には従来の既存プログラムでは回折波の計算が不可能であり、主方向の波が直接反射されなくても、成分波が防波堤によって反射される場合には新しい波の回折計算プログラムによって計算することが必要であることがわかった。

4. 新しい回折計算プログラムでは防波堤の形状あるいは種類による消波効果を反射率という形で導入できることがわかった。以上のことから、波の回折計算には規

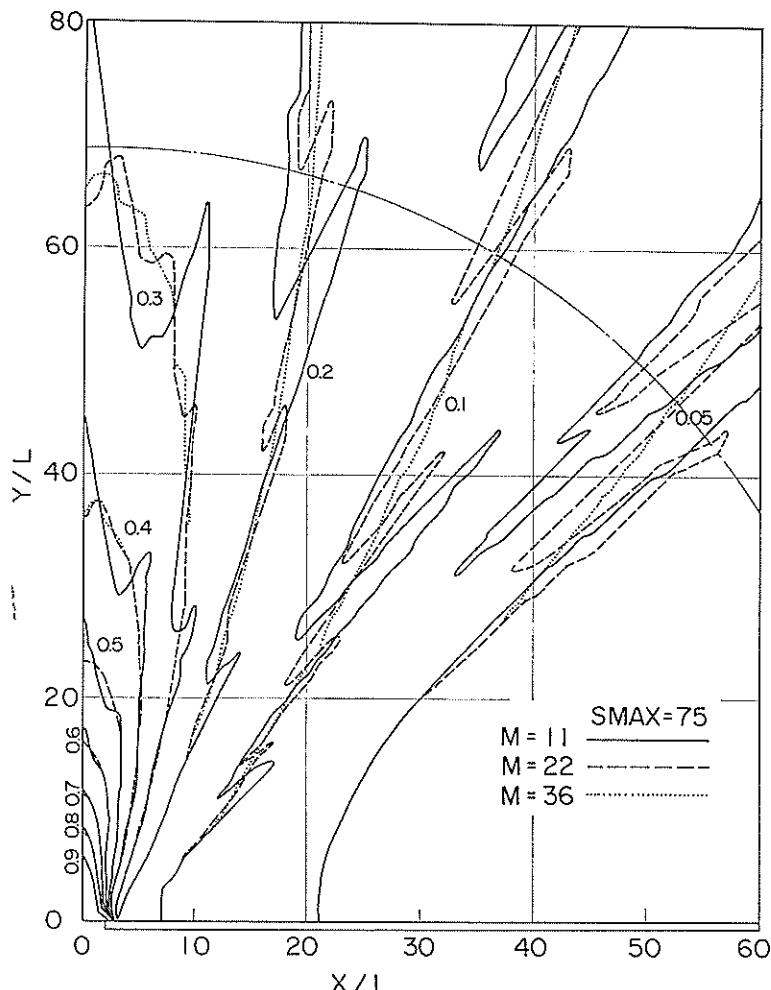


図-30(c) 方向分割角度 $10^\circ, 5^\circ, 3^\circ$ のときの回折図
($S_{\max}=75, N=10$)

則波・不規則波を問わずプログラムライブラリ(L018)の波の回折計算を使用すべきであることが確かめられた。

5. 波の回折計算プログラムを一例に、数値解法の面から電算機の有効利用法について検討を行った。その結果、計算精度と電算機利用時間に直接関係する波のスペクトルの方向分割数と周波数分割数について最も適当だと思われる値を算出する近似式を導いた。この近似式を用いて回折計算を行うと、今までの所要時間より非常に短い演算所要時間で許容できる精度の回折係数を計算できることが確かめられた。

6. 周波数分割数 N について、 $N=5$ をとれば実用上十分であり、また、精度を少し落すなら $N=2$ としてもよいことがわかった。

本資料の作成に当たり、理論的検討は波浪研究室高山が、多くの数値計算例には前計算室河内が、全体的な構成および取りまとめは計算室横田がそれぞれ担当した。また、当所計算室生堀武技官には一部計算結果の整理および作図の作業を手伝って頂いたことに感謝する次第である。さらに、本研究の遂行に当り、計算室石塙室長を始めとして、計算室の多くの方々の温かい御援助に深く感謝するものである。

なお、本資料で行った計算はすべて当所電子計算機TOSBAC 5600/160を使用し、使用した波の回折計算プログラムはすべて港研プログラムライブラリに登録されているものである。

参考文献

- 1) Takayama, T. and Y. Kamiyama: Diffraction of sea waves by rigid or cushion type breakwaters, Report of the Port and Harbour Research Institute, Vol. 16, No. 3, Sept. 1977, pp. 1~37
- 2) Goda, Y.: Numerical experiments on wave statistic with spectral simulation. Report of the Port and Harbour Research Institute, Vol. 9, No. 3, 1970, pp. 3~57
- 3) Penny, W.G. and A.T. Price: Diffraction of sea waves by breakwater, Artificial Harbour, Dire. Misc. Weapon. Tech. His. No. 66, 1944
- 4) Pierson, W.J., Jr., and L. Moskowitz: A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kiraigorodskii, JGR, Vol. 69, No. 24, pp. 5181~5190
- 5) 永井康平: 不規則な海の波の屈折および回折計算 港湾技術報告, 第11巻第2号, 1972年6月, pp. 47~119
- 6) 光易恒: 風波のスペクトル発達(2), 第17回海岸工学講演会論文集, 1970, pp. 1~7.
- 7) Neuman, G.: On ocean wave spectra and a new method of forecasting wind generated sea, Tech. Memo. No. 43, BEB, 1953
- 8) Hasselmann, K. and et al.: Measurement of wind wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP), Deutsches Hydrographisches Institute, 1973
- 9) 合田良実・鈴木康正: 光易型方向スペクトルによる不規則波の屈折・回折計算, 港湾技研資料, No. 230 1975年12月
- 10) 高井俊郎: 防波堤開口部に斜めに入射する波の回折図, 港湾技研資料, No. 66, 1969年3月
- 11) 高木貞治: 解析概論(改訂第三版), 岩波書店
- 12) 合田良実: 港湾構造物の耐波設計(波浪工学への序説) 鹿島出版会
- 13) For example, Collines, J.I.: Wave statistics from Hurricane Dora, Proc. ASCE, Vol. 93, No. WW 2, pp. 59~77
- 14) 合田良実・高山知司: 波の回折と港内静穏度について, 昭和52年度港湾技術研究所講演会論文集, pp. 37~61
- 15) 一松信・戸川隼人: 数値計算における誤差, bit, 共立出版, 1975年12月
- 16) 戸川隼人: 誤差解釈の基礎, 総合サイエンス社, 1974年9月
- 17) 港湾技術研究所: プログラムライブリ
 - (i) 計算室資料 No. L005; 二次回折, 不規則波の回折
 - (ii) 計算室資料 No. L011; (改訂版)不規則波の回折
 - (iii) 計算室資料 No. L018; 波の回折計算

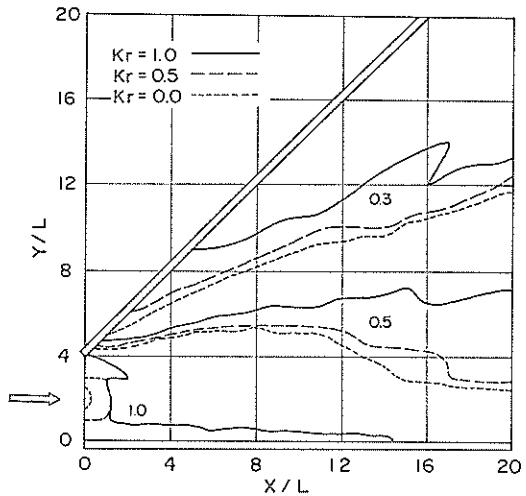
記号表

- α : 主防波堤からの方角
 B_m : 防波堤の開口幅
 $C(r)$: フレスネル積分
 f : 波の周波数
 f_n : n 次の周波数成分
 f_p : スペクトルのピーク周波数
 $G(f, \theta)$: 波の方向分布関数
 g : 重力加速度
 $H_{1\eta}$: 入射波の有義波高
 h : 水深
 K_d : 回折係数
 K_{at} : 回折波の周期比
 K_r : 反射係数
 L : 入射波の有義波長
 $M(\text{ISPEC})$: 波の方向分割数
 $N(\text{MSPEC})$: 波の周波数分割数
 $M_{R/L}^{\max}$: S_{\max} , R/L での最適方向分割数
 r, R : 座標原点からの距離
 $S(f, \theta)$: 方向スペクトル
 $S_t(f), S_d(f_n)$: 周波数スペクトル
 $S(r)$: フレスネル積分
 S_{\max} : 波の方向集中度パラメータ
 $T_{1\eta}$: 入射波の有義波周期
 \bar{T} : 波の平均周期
 $U_{1\eta, s}$: 海面19.5m上の風速
 $r_1: r_1 = \sqrt{\frac{4k_n r}{\pi}} \cos \frac{\alpha - \theta_m}{2}$
 $r_2: r_2 = \sqrt{\frac{4k_n r}{\pi}} \cos \frac{\alpha + \theta_m}{2}$
 ε_{nm} : 成分波の位相差
 ζ : 海面の変動
 θ, Θ : 入射波の主方向
 θ_m : 入射波の m 次成分方向角
 $\phi(r, \alpha, f_n, \theta_m)$: 回折波の変換関数

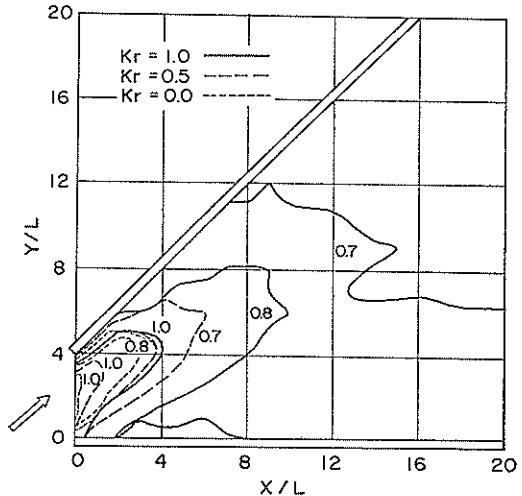
付録

防波堤の形状および反射率の影響がどのような形で港内の波高に関係するかを示す。ここで、使用した入力諸条件のうち共通して用いられているデータを示すと次下のようになる。

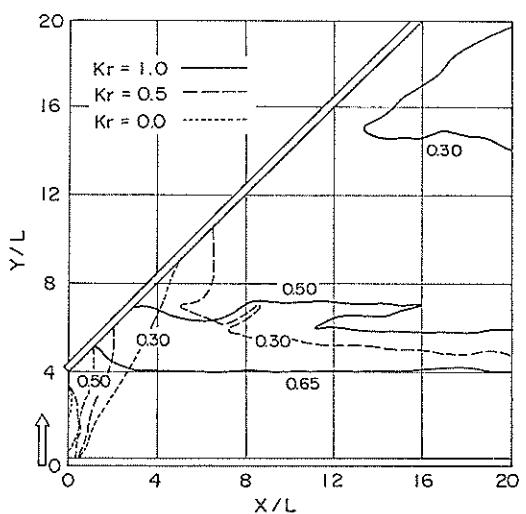
- 入射波の有義波周期 [$T_{1\eta}$]: 8.6(s)
 開口部の平均水深 [D]: 21.0(m)
 X, Y 方向の格子間隔 $\Delta X, \Delta Y$: 100.0(m)
 方向集中度パラメータ [S_{\max}]: 25
 周波数分割数 $N(\text{MSPEC})$: 10
 方向分割数 $M(\text{ISPEC})$: 16
 防波堤の反射率 [K_r]
- | | |
|------|-------|
| 1.0: | ----- |
| 0.5: | ----- |
| 0.0: | ----- |



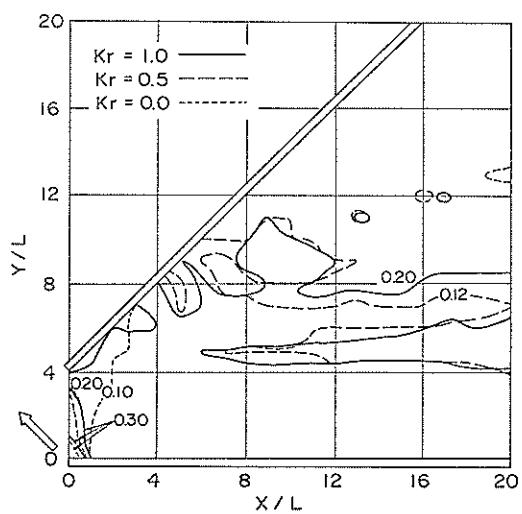
付図-1(a) 入射角 $\alpha=180$ 度の回折図
($S_{\max}=25$)



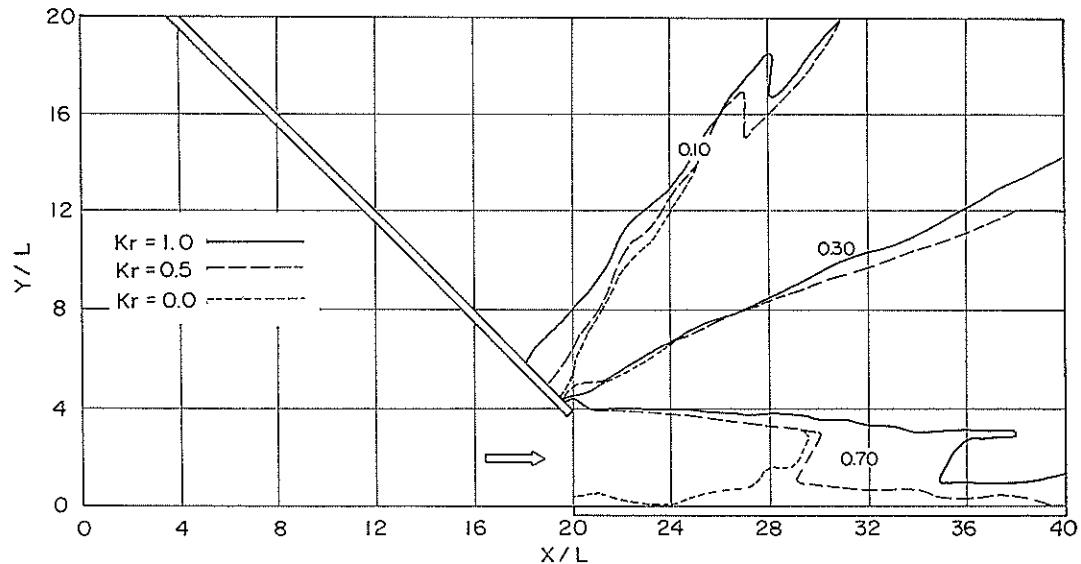
付図-1(b) 入射角 $\alpha=225$ 度の回折図
($S_{\max}=25$)



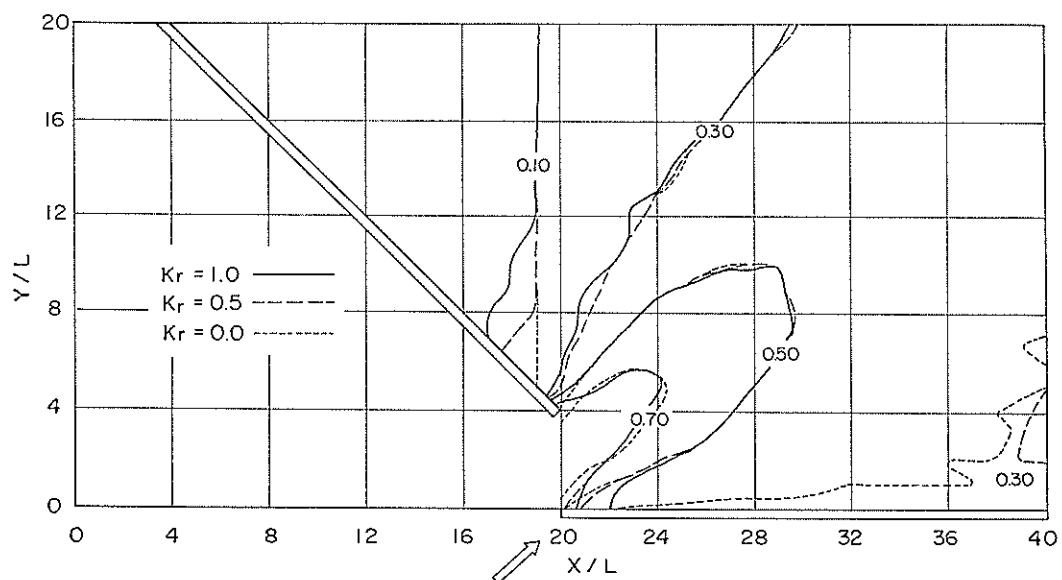
付図-1(c) 入射角 $\alpha=270$ 度の回折図
($S_{\max}=25$)



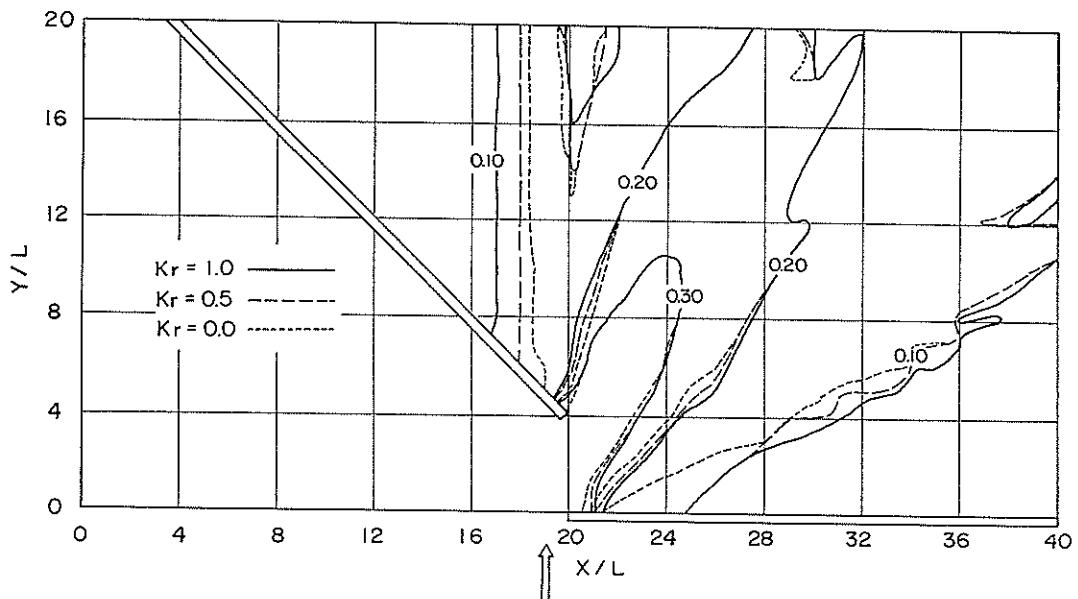
付図-1(d) 入射角 $\alpha=315$ 度の回折図
($S_{\max}=25$)



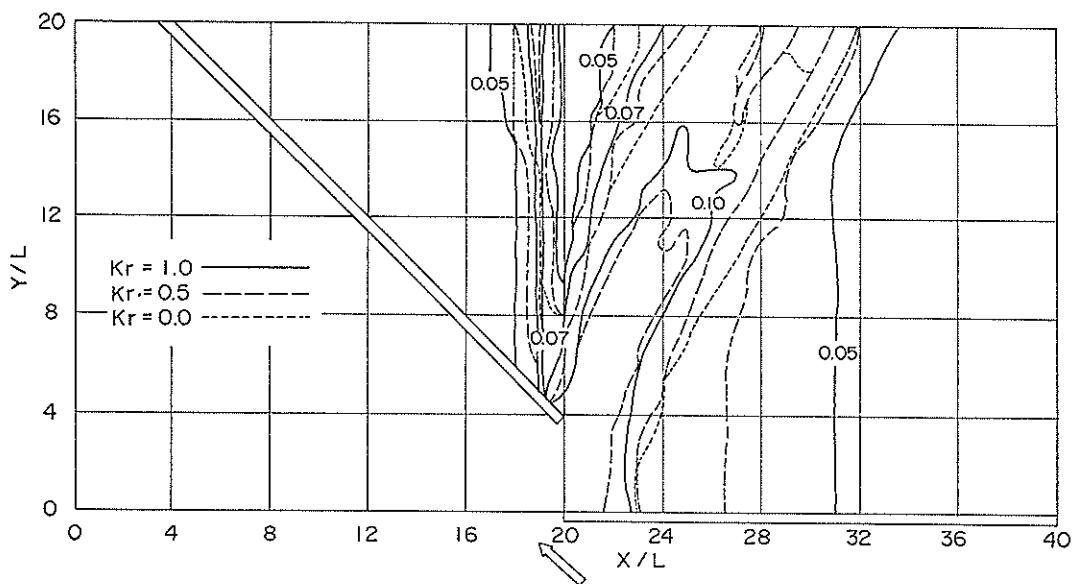
付図-2(a) 入射角 $\alpha=180$ 度の回折図 ($S_{\max}=25$)



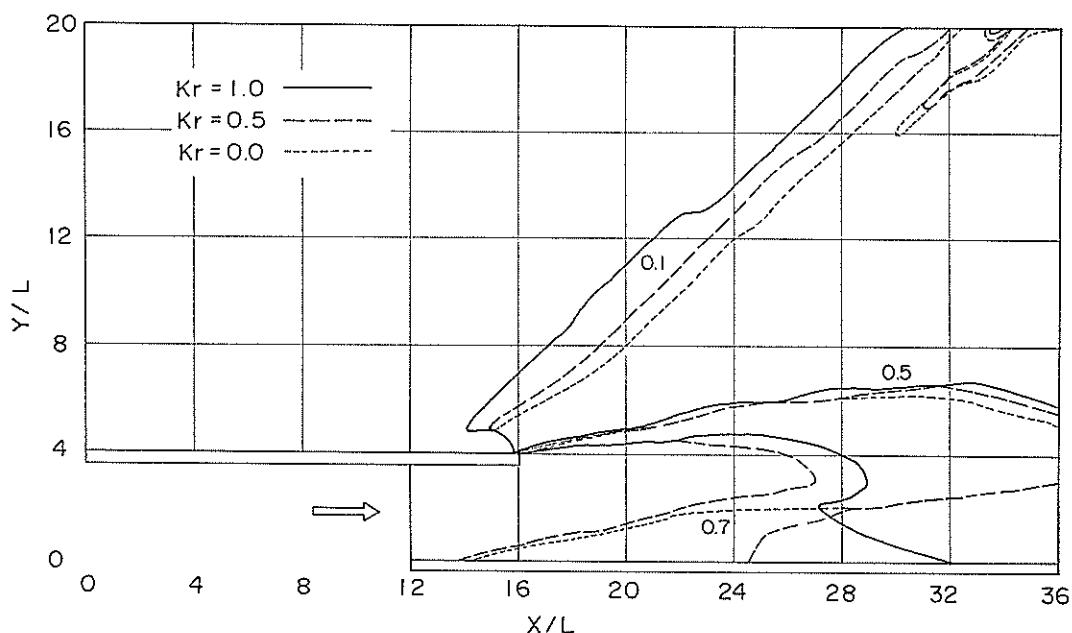
付図-2(b) 入射角 $\alpha=225$ 度の回折図 ($S_{\max}=25$)



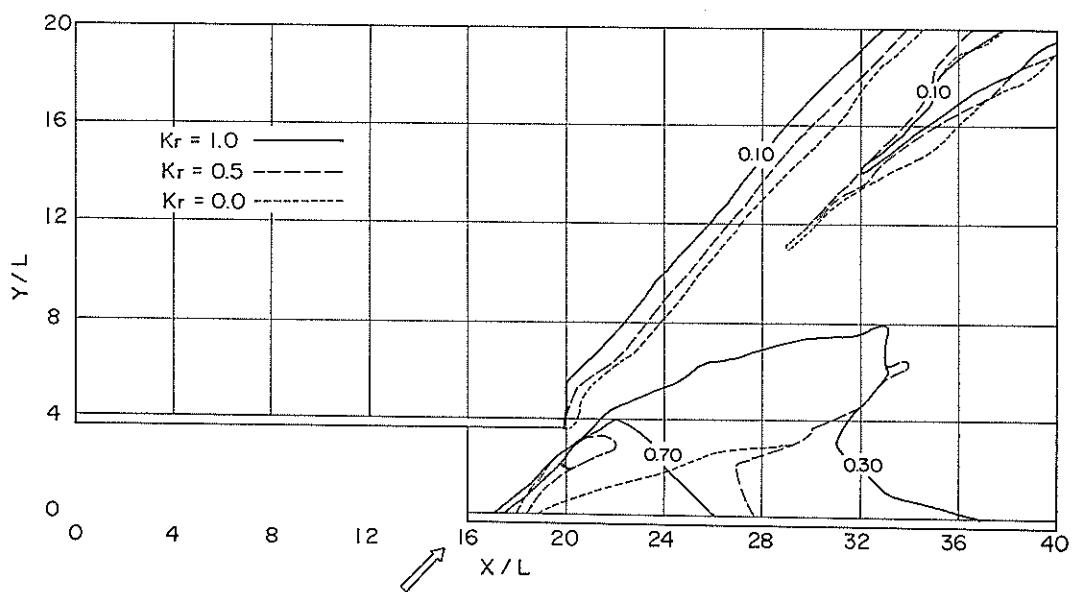
付図-2(c) 入射角 $\alpha=270$ 度の回折図 ($S_{\max}=25$)



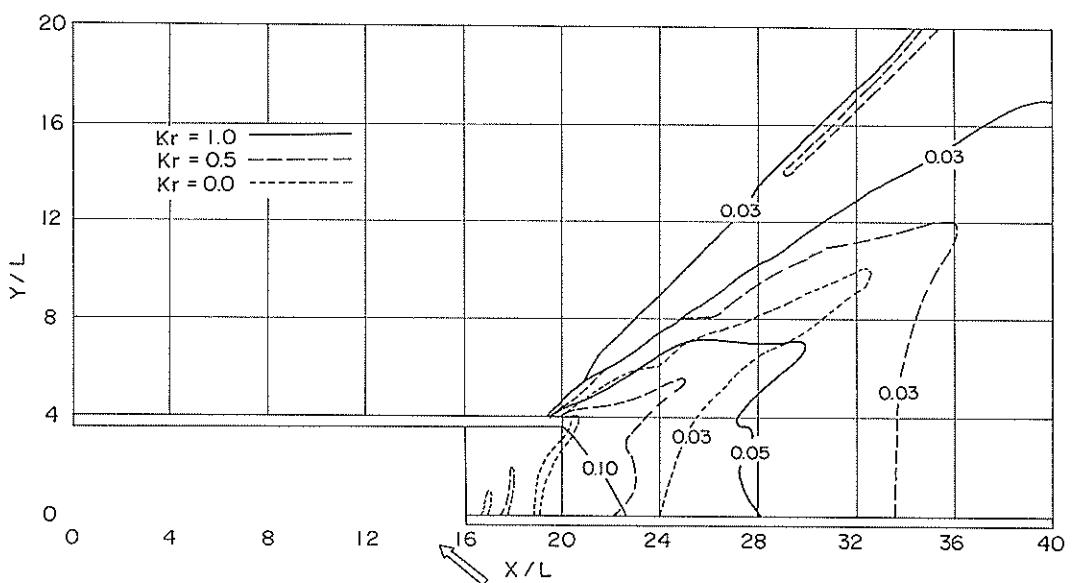
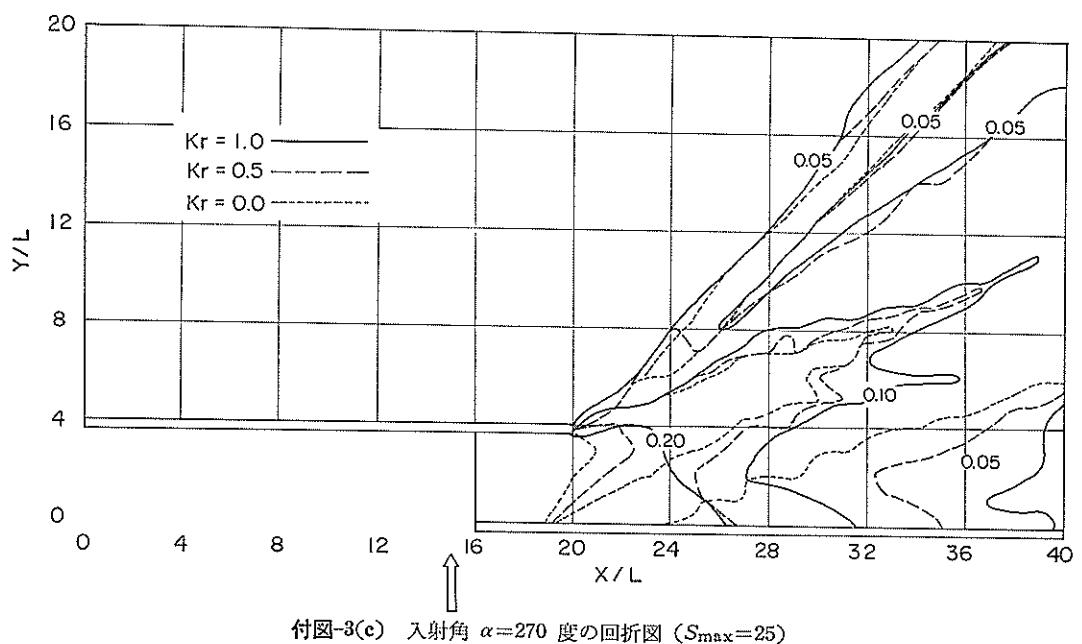
付図-2(d) 入射角 $\alpha=315$ 度の回折図 ($S_{\max}=25$)

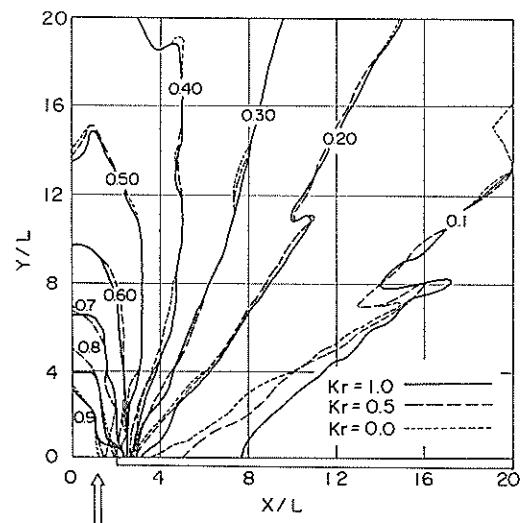


付図-3(a) 入射角 $\alpha=180$ 度の回折図 ($S_{\max}=25$)

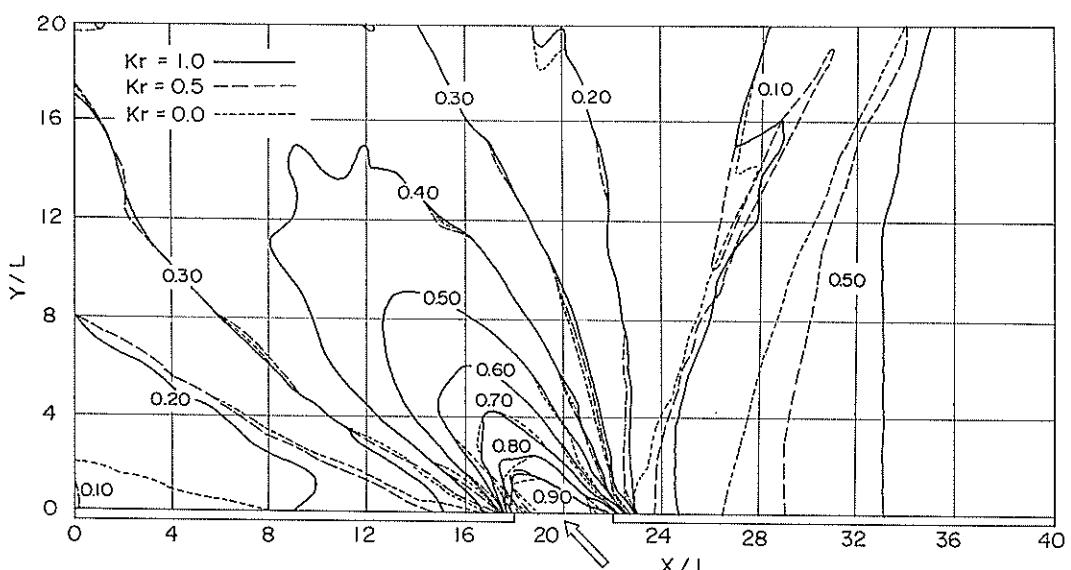


付図-3(b) 入射角 $\alpha=225$ 度の回折図 ($S_{\max}=25$)





付図-4(a) 入射角 $\alpha=270$ 度の回折図 ($S_{\max}=25$)



付図-4(b) 入射角 $\alpha=315$ 度の回折図 ($S_{\max}=25$)

港湾技研資料 No. 303

1978・9

編集兼発行人 運輸省港湾技術研究所

発行所 運輸省港湾技術研究所
横須賀市長瀬3丁目1番1号

印刷所 株式会社 第一印刷所

Published by the Port and Harbour Research Institute
Nagase, Yokosuka, Japan