

港灣技研資料

TECHNICAL NOTE OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

No. 301 Sept. 1978

混成式防波堤の最適設計

山 本 修 司
塩 沢 俊 彦

運輸省港灣技術研究所



目 次

要 旨	3
1. ま え が き	3
2. 混成式防波堤最適設計への定式化	3
2.1 概要と設計変数	3
2.2 制 約 条 件	4
2.3 目 的 関 数	7
3. 最適化計算	7
3.1 SUMT法	8
3.2 PowellのDirect Search法	8
3.3 Davidon-Fletcher-Powell法	9
3.4 2次式による直線上の最小化	10
4. 数値計算とその精度について	10
4.1 手法および収束条件の検討	11
5. あ と が き	12
参 考 文 献	12

Optimum Design of Composite Breakwater

Shuji YAMAMOTO*
Toshihiko SHIOZAWA**

Synopsis

In this paper non-L.P. optimizing technique was applied to the most economic design of composite breakwater and the computer program was developed. We have ever decided the economic sectional form from experiences or trials at preliminary design but using this program we can obtain the most economic mound height and caisson width in about 10 seconds and so.

This program contains several assumptions in equations and numerical calculation but we think this program become useful for investigation of the cost if those assumptions are improved for the future.

* Member of Automatic Design Laboratory, Design Standard Division
** Chief of Automatic Design Laboratory, Design Standard Division

混成式防波堤の最適設計

山 本 修 司*
塩 沢 俊 彦**

要 旨

混成式防波堤の基本設計において、工費の検討は安定計算と同様重要な要素である。とくにマウンド高とケーソン堤体幅は工費を決定する主要な要素である。これらについては、従来よりトライアルもしくは経験によって決定してきたが、非常に手間のかかる作業である。本報告は建設費最小の断面形状を決定する手段として非線形計画法をモデル防波堤に適用して混成式防波堤の最適設計の可能性について検討したものである。作成したプログラムを利用すると十数秒で最小工費の捨石マウンド厚とケーソン幅を決定することができる。定式化において種々の仮定を設けているので、今後それらを改善すれば基本設計での工費の検討に役立つものと思われる。

1. まえがき

現在、混成防波堤の基本設計において、捨石マウンドの形状とケーソンの諸元を決定する場合、2, 3通りの基本設計を行って経済的な断面を求めている。通常、マウンド構築に関係する工費（捨石投入費、ならし費、被覆石費等）がケーソンに関係する工費（製作費、えい航費等）より大きいのでマウンド高は必要な限り小さい方が経済的であるといわれている。しかし最近のように防波堤の設置水深が20m以上というような大水深になった場合、必ずしも上記のようなことは言えないであろう。しかも、そのような大水深の場合、1m当りの工費も膨大なものとなるので基本設計における経済性の検討が重要な要件になってくる。

基本設計においては断面を決定したのちでないとい工費の算定ができないため、経験豊かな設計者でないとい、始めから経済的な断面を求めることは困難である。よって本研究では、基本設計に先だて、経済性の検討を考慮した概略の設計ができるプログラムを開発しようとするものである。本研究の目的および対象とするものは次のとおりである。

- 1) 港湾構造物への最適設計の導入（とくに、数値計画手法の適用について）
- 2) 地盤改良の必要のない砂地盤もしくは地盤改良済みの地盤上に設置される混成防波堤の最適設計（とくに、経済的なマウンド高、堤体幅の決定）

2. 混成式防波堤最適設計への定式化

2.1 概要と設計変数

従来、基本設計においては、ケーソンの堤体幅を決めると同時に経験的にわかっている各部材厚を決定してケーソン全体の重量を求め、波力に耐えうるか否を検討する。しかし本研究では求めようとする堤体幅がマウンド厚とともに変化するので、ケーソンの部材厚、中詰量等を厳密に考慮することは煩雑であり、定式化が困難なため図-1に示すモデル防波堤により検討を行った。ケーソンの換算重量を空中で $2.1(tf/m^3)$ 、水中で $1.1(tf/m^3)$ とし、上部工を $2.3(tf/m^3)$ とした。求めるべき設計変数はマウンド厚 $x_1(m)$ 、ケーソン堤体幅 $x_2(m)$ 、マウンドのり肩幅 $x_3(m)$ 、ケーソンの法線平行方向長 $x_4(m)$ である。マウンドのり肩幅については現在のところ、それを定量的に決定する方法はないし、偏心傾斜荷重に対する安定計算を組み込むことは計算時間の関係から困難である。よって将来、プログラムの拡張を行えるようダミーの変数として確保しておくことにした。

またケーソンの法線平行方向長は、波力に対する安定計算および最小費用の断面を求める上からは必要ないが、浮遊時の安定計算に必要である。なお浮遊時の安定計算ではバラストを投入することは考慮していない。その他の設計条件は定数として扱ひ入力データとする。それらを列挙すると次のとおりである。

- 防波堤設置水深 $h(m)$
- マウンドこう配 $c(1:c)$
- 海底こう配 $c_c(1:c_c)$
- 港内側のり肩幅と港外側のり肩幅の比 α

* 自動設計研究室
** 自動設計研究室長

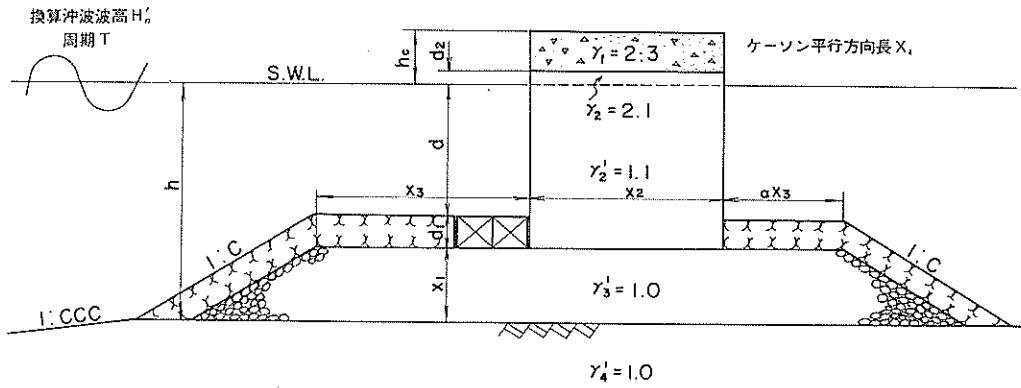


図-1 モデル防波堤

- 換算沖波波高 H'_0 (m)
- 周期 T (s)
- 被覆石または根固めブロックの厚さ d_1 (m)
- ケーソンの検討水位上の高さ d_2 (m)
- 防波堤の天端高 h_c (m)
- フーチング厚 a (m)
- フーチング長 b (m)
- 本ならしの余裕幅 s (m)

2.2 制約条件

防波堤の安定計算上生ずる制約条件は基本設計での計算項目と同じく、滑動、転倒、マウンド上側の端し圧、現地盤上の端し圧、および浮遊時の安定の計算である。なお波圧公式は合田式を使用する。合田式はマウンドの形状による波圧の変化を考慮してあるため、堤体幅は波高、周期のほかマウンド厚の関数となる。

a) 滑動

滑動に対する安定より生ずる制約条件は次式のとおりである。

$$\frac{(W-U) \cdot f}{P} \geq 1.2 \quad (1)$$

$$W = \{ \gamma_1 (h_c - d_2) + \gamma_2 d_2 + (h - x_1) \gamma'_2 \} x_2 + 2ab \gamma'_2 \quad (\text{t/m})$$

$$P = 0.5 \left\{ 1 + \alpha_3 + (1 + \alpha_4) \frac{h'_c}{h'} \right\} P_1 h' \quad (\text{t/m})$$

$$U = 0.5 P_U x_2 \quad (\text{t/m})$$

ここで W は堤体重量、 P は波圧の合力、 U は揚圧力の合力、 P_U は堤体前しでの揚圧力である。その他の記号は周知のとおり¹⁾ 次のように表わされる。

$$P_U = 0.5 (1 + \cos \beta) \alpha_1 \alpha_3 w_0 H_D \quad (\text{tf/m}^2)$$

$$\alpha_1 = 0.6 + 0.5 \left(\frac{\frac{4\pi h}{L}}{\sinh \left(\frac{4\pi h}{L} \right)} \right)^2$$

$$\alpha_2 = \min \left\{ \frac{h_b - d}{3h_b} \left(\frac{H_D}{d} \right)^2, \frac{2d}{H_D} \right\}$$

$$\alpha_3 = 1 - \frac{h'}{h} \left(1 - \frac{1}{\cosh \left(\frac{2\pi h}{L} \right)} \right)$$

$$\alpha_4 = 1 - \frac{h_c}{0.75(1 + \cos \beta) H_D}$$

$$(h_c \leq 0.75(1 + \cos \beta) H_D)$$

$$= 0 \quad (h_c > 0.75(1 + \cos \beta) H_D)$$

$$h_c = \text{入力データ} \quad (\text{入力データ} \neq 0) \quad (\text{m})$$

$$= 0.6 H_{1/3} \quad (\text{入力データ} = 0)$$

$$h'_c = \min \{ 0.75(1 + \cos \beta) H_D, h_c \} \quad (\text{m})$$

$$h' = h - x_1 \quad (\text{m})$$

$$P_1 = 0.5 (1 + \cos \beta) (\alpha_1 + \alpha_2 \cos^2 \beta) w_0 H_D \quad (\text{tf/m}^2)$$

$$h_b = h + 5 \cdot H_{1/3} / c_o \quad (\text{m})$$

ここで $H_{1/3}$ 、 H_D は水深 h での有義波高、および最大波高であり、プログラム・ライブラリー時の設計関係サブルーチンを用いて計算する。

b) 転倒

転倒に対する安定より生ずる制約条件は次式のとおりである。

$$\frac{M_R - M_U}{M_P} \geq 1.2 \quad (2)$$

$$M_R = 0.5 B W \quad (\text{tf/m})$$

$$M_U = \frac{2}{3} U B \quad (\text{tf/m})$$

$$M_P = \frac{1}{6} \left\{ 2 + \alpha_3 + 3(1 + \alpha_4) \frac{h'_c}{h'} \right\}$$

$$+(1+2\alpha_1)\left(\frac{h'_c}{h'_r}\right)^2 p_1 h'^2 \quad (\text{tf/m})$$

ここで M_R は抵抗モーメント, M_U は揚圧力によるモーメント, M_R は波圧によるモーメントであり, B はフーチングを含んだ堤体幅であり, $B = x_2 + 2b$ より求まる。

c) マウンド上側の端し圧

マウンド上側での支持力に対する安定より生ずる制約条件は次式のとおりである。

$$p_1 \leq q_{1a} \quad (\text{tf/m}^2) \quad (3)$$

p_1 はマウンド上側での最大端し圧, q_{1a} は許容支持力である。

ここで

$$p_1 = \frac{2W}{3X_e} \quad (\text{tf/m}^2) \quad (e > \frac{B}{6})$$

$$= \left(1 + \frac{6e}{B}\right) \frac{W}{B} \quad (\text{tf/m}^2) \quad (e \leq \frac{B}{6})$$

$$X_e = \frac{M_R - (M_P + M_U)}{W - U}$$

$$e = \frac{B}{2} - X_e$$

である。

d) 現地盤上の端し圧

現地盤上の支持力に対する安定より生ずる制約条件は次式のとおりである。

$$p_2 \leq q_{2a} \quad (4)$$

p_2 は現地盤上の端し圧, q_{2a} は許容支持力である。

ここで p_2 , q_{2a} は次式により求める。

$$p_2 = \frac{l_1}{l_2} p_1 + \gamma'_s x_1$$

$$q_{2a} = \frac{1}{F} (\beta' \gamma'_4 l_2 N_r + \gamma'_3 x_1 N_q) + \gamma'_3 x_1$$

$$l_1 = 3 \left(\frac{B}{2} - e \right) \quad (e > \frac{B}{6})$$

$$= B \quad (e \leq \frac{B}{6})$$

$$l_2 = l + x_1 \{ \tan(30^\circ + \theta) + \tan(30^\circ - \theta) \}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{P}{W - U}$$

F は安全率

e) マウンド厚およびのり肩幅の制限条件

設計指針 6 編 2 章の防波堤によると捨石部の厚さは 1.5 m 以上を原則としており本プログラムもこれに従う。またマウンド高が大きくなると衝撃砕波を受ける恐れがあるため, マウンド高に上限を設ける。

$$x_{1 \min} \leq x_1 \leq x_{1 \max} \quad (5.1)$$

マウンドのり肩幅については波高に応じて十分な広さをとらなければならないとあり, 波の荒いところでは 5 m 以上の幅をとるのが望ましいといわれている。ここではマウンドのり肩幅に下限を設けることにする。

$$x_3 \geq x_{3 \min} \quad (5.2)$$

f) ケーソン空中重量の制限

ケーソン製作における施工方法の違いや, ヤードの関係でケーソン自体の大きさに制限の生ずる場合があるのでケーソンの空中重量に制限を設ける。ケーソン全体に占めるコンクリート量の割合はおおよそ 20~27% 程度である。ここでは平均をとって 23% として次式により空中重量を略算している。(図-3 参照)

$$W_c \leq W_{c \max} \quad (6)$$

$$W_c = 0.23 \gamma_c V$$

$$V = x_2 x_4 (h - x_1 + d_2) + 2abx_4$$

ここで W_c はケーソン空中重量, V はケーソン全容積, γ_c は鉄筋コンクリートの単位体積重量で 2.45 (tf/m³)

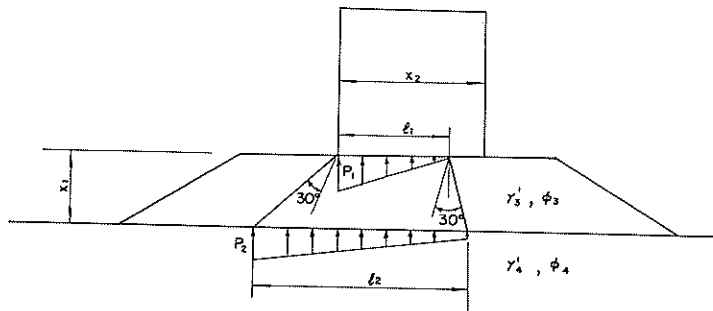


図-2 荷重分散

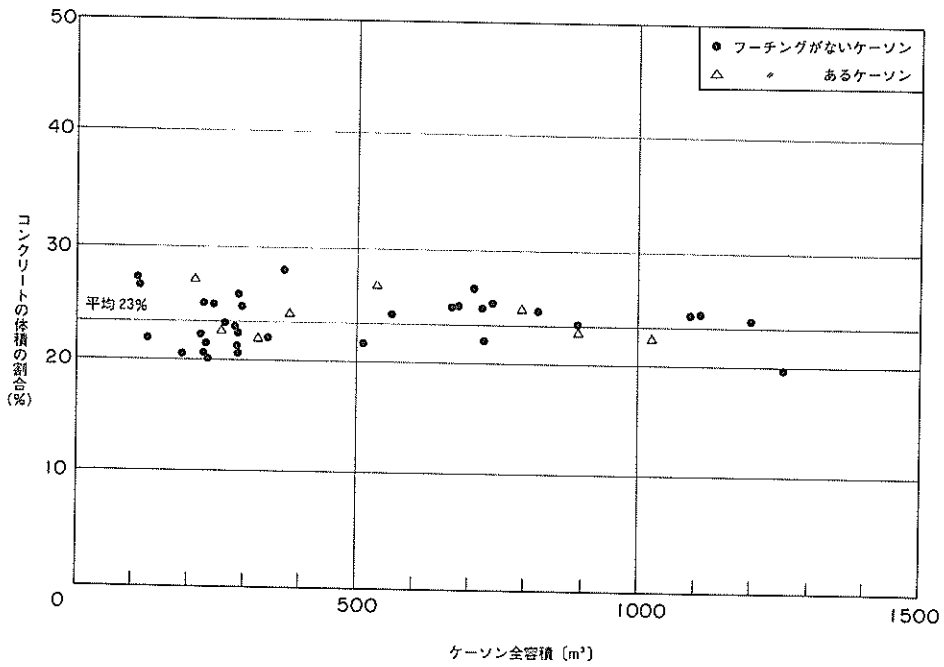


図-3 ケーソン容積に占めるコンクリートの割合

である。

g) 浮遊時の安定条件

自力で浮遊するケーソンについては転覆あるいは傾斜しないよう浮遊時の安定を考慮している。安定条件は次式のとおりである。

$$0.05D - \frac{I}{V'} + (G - C) \leq 0 \quad (7)$$

$$D = \frac{W_0 - 2abx_4w_0}{w_0x_2x_4}$$

$$I = \frac{x_2x_4^3}{12} \quad (x_2 \geq x_4)$$

$$= \frac{x_2^3x_4}{12} \quad (x_2 < x_4)$$

$$V' = x_2x_4D + 2abx_4$$

$$G = 0.4(h - x_1 + d_2)$$

$$C = \frac{D}{2}$$

ここでDは喫水、Gは底面から重心までの距離で、既存のケーソンを取出して整理すると図-5のようになり、平均でケーソン高の40%程度に重心がある。またCは浮心までの距離、Iは喫水面の長軸に対する断面2次モーメント、V'は排水容積である。浮遊時の安定上、傾心と重心の距離は安全をみて喫水の5%以上としている。

以上(1)~(7)が混成堤の最適設計をする場合の制約条件式であるが、いずれの式も変数 $x_1 \sim x_4$ の非線形な条件式となっている。

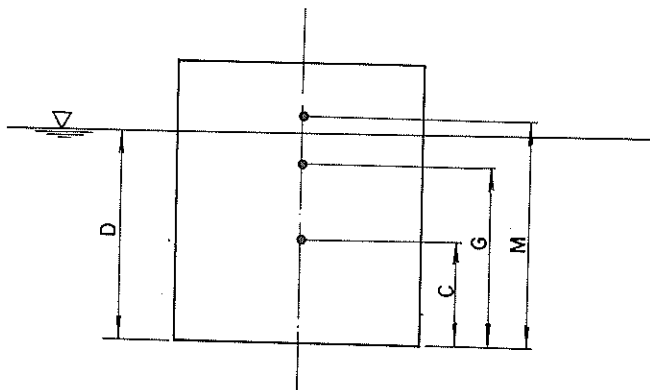


図-4 浮遊時の安定

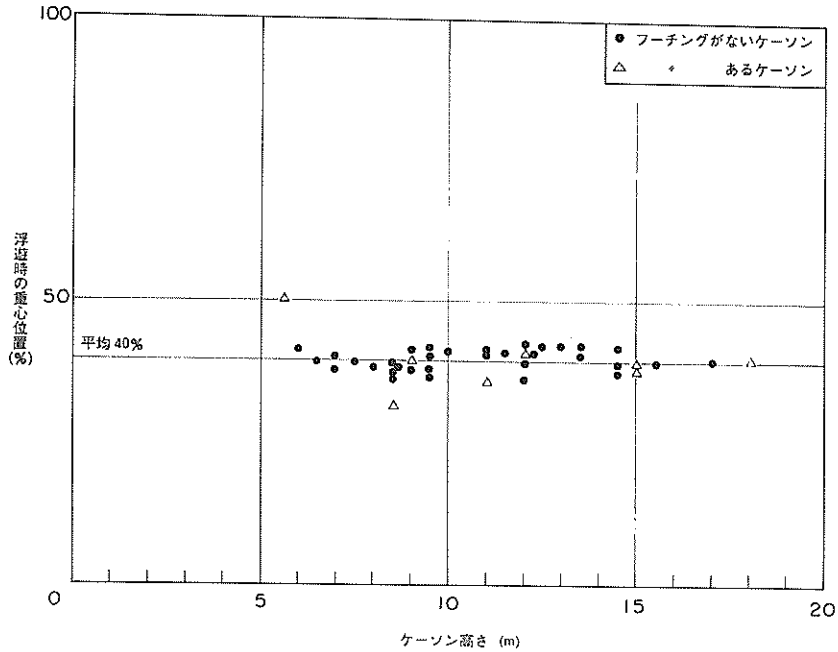


図-5 ケーソン高と浮遊時の重心位置の関係

2.3 目的関数

前述したようにこの問題の経済性の評価は断面を構成しているケーソンと捨石マウンドに関する工費の和を最小にするものである。ここで考慮している工費としては、ケーソン製作費 C_1 (円/ m^3)、上部工打設費 C_2 (円/ m^2)、捨石投入費 C_3 (円/ m^3)、本ならし費 C_4 (円/ m^2)、荒ならし費 C_5 (円/ m^2)、被覆石ならし費 C_6 (円/ m^2)、被覆石費 C_7 (円/ m^3) およびケーソン一基あたりに必要な工費(すえ付け費、えい航費等)、 C_8 (円/基)である。本来これらの単価は水深の大小、ケーソンの大小等によって変化するものであろうが、求めようとしているマウンド厚の変化によってケーソン幅が異なってくるため、それらを考慮することは非常に困難になってくる。ここでは基礎的な研究の意味からも、単価 $C_1 \sim C_8$ を定数として扱うことにする。なお根固めブロックに関する費用は設計変数 $x_1 \sim x_4$ とは関係なく求まるものであるのでここでは除外してある。以上の単価を用いて単位幅あたりの全工費を算出すると次式のようになる。

$$\begin{aligned} \text{COST} &= f(x_1, x_2, x_3, x_4) \\ &= C_1 \{x_2(h+d_2-x_1) + 2ab\} \\ &\quad + C_2(h_c-d_2)x_2 \\ &\quad + C_3\{x_2 + (1+\alpha)x_3\}x_1 + cx_1^2 \\ &\quad + C_4(x_2 + 2b + 2s) \\ &\quad + C_5\{2x_1\sqrt{1+c^2} + (1+\alpha)x_3 - 2b - 2s\} \\ &\quad + C_6\{2(x_1+d_1)\sqrt{1+c^2} + (1+\alpha)x_3 - 2b\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ C_7\{2x_1\sqrt{1+c^2}d_1 + ((1+\alpha)x_3 - 2b)d_1\} \\ &+ \frac{C_8}{x_4} \quad (\text{円}/\text{m}) \end{aligned} \quad (8)$$

ここで c はマウンドこう配、 s は本ならし余裕幅、 α はマウンドのり肩幅の比である。

制約条件(1)~(7)式を満たし目的関数(8)式を最小にする $x_1 \sim x_4$ が最も経済的な混成堤の諸元である。(8)式も制約条件式と同様 $x_1 \sim x_4$ に関して非線形である。

3. 最適化計算

式(1)~(8)に示される制約条件、目的関数は設計変数 $x_1 \sim x_4$ に関して非線形である。したがってこの最適設計は典型的な非線形計画法の問題である。この種の問題を解く最適化計算の手法としては種々なものが現在提案されており、中でも反復線形計画法(SLP)、SUMT (Sequential Unconstrained Minimization Technique)、モンテカルロ法などが比較的良好に用いられている。これらの手法はそれぞれ長所短所を有しており問題に応じて使い分けられている。SLPは最も使い易い手法であるが、制約条件のつくり出す領域が凸であるかどうか見定める有効な方法がないのでこの手法を使用しても正解へ収れんするかどうかの保証がない。またモンテカルロ法によって、本問題を簡単にした例題(変数2)を行って見たが、計算時間が非常にかかった。よってここでは構造関係でかなり実績のあるSUMTの手法を採用した。

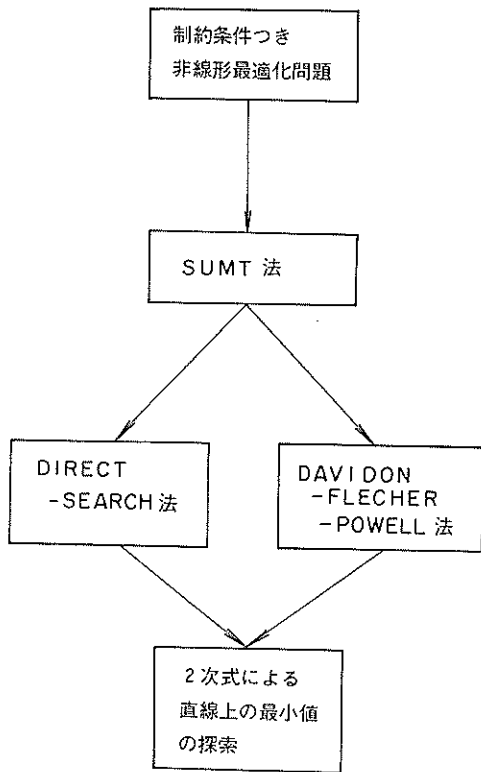


図-6 非線形最適化問題の解法の関係

SUMT法によって「制約条件つき非線形最適化問題」を「制約条件のない非線形最適化問題」に変換して解く場合、最小値の求め方としてPowellのDirect-Search法とDavidon-Fletcher-Powell法(以下Davidon法)を採用している。この種の解法では初期値の与え方、収束条件等により、局所的な解が求まる恐れがあるため、2手法により解を比較して確かめることとした。また上記の2手法を使かって制約条件なしの最適化問題を解く場合でも、ある直線にそって最小値を求める直線探索が必要であり、ここでは2次式による直線上の最小値の探索法を採用している。以上の関係を図示すると図-6のようになる。

3.1 SUMT法

式(1)~(7)をまとめて $g_j(X)$ 、式(8)を $f(X)$ とするとこの問題は次のように定式化できる。

$$\begin{aligned} \text{制約条件 } & g_j(X) \leq 0 \quad (j=1, M) \\ \text{目的関数 } & f(X) \rightarrow \min \end{aligned} \quad (9)$$

今、次のような新しい関数 (Interior-Penalty-Function)

$$P(X, r_k) = f(X) - r_k \sum_{j=1}^M \frac{1}{g_j(X)} \quad (10)$$

を定義する。 r_k は摂動パラメータである。

ある r_k に関する $P(X, r)$ の最小値を求めそのときの X を $X(r_k)$ とするとき

$$\lim_{r_k \rightarrow 0} X(r_k) = X^*$$

が求めれば、 X^* はもとの制約条件つき問題の解である。計算手順は次のとおりである。

手順 1

初期値 X^0 、摂動パラメータ r_1 を与える。

このとき X^0 は実行可能領域内にある必要がある。

$r_1 > 0$ である。 $k=1$ とおく

手順 2

$P(X, r_k)$ の X に関する最小値を X^0 を出発値として求める。そのときの X を $X(r_k)$ とし $P(X, r_k)$ を $P(r_k)$ とする。

手順 3

$|(P(r_{k-1}) - P(r_k)) / P(r_k)| < \epsilon$ ならば計算を終了し、そうでなければ手順4へいく。 ϵ は収束判定定数である。

手順 4

r_{k-1} 、 r_k に対して得られた最小点を $X_M(r_{k-1})$ 、 $X_M(r_k)$ とし、次の段階の出発として $X^0(r_{k+1})$ を次式により求める。

$$X^0(r_{k+1}) = (r^{1/2} + 1)X(r_k) - r^{1/2}X(r_{k-1})$$

ここで $r = r_{k-1} / r_k$ であり $k = k+1$ として手順2へ行く。

手順2での最小値の求め方は次項で述べる。手順4は各段階での出発値を、前段階でわかっている $X(r_{k-1})$ 、 $X(r_k)$ を用いて外挿して求めており、収束計算の改良を行っている。こうして求めた $X^0(r_{k+1})$ は $k+1$ 番目のステップの初期値であるため、 $X^0(r_{k+1})$ が実行可能領域にあることを確かめておく必要がある。そうでない場合は $X_M(r_{k-1})$ と $X_M(r_k)$ を結ぶベクトル $S = X_M(r_k) - X_M(r_{k-1})$ を作り $X_M(r_k)$ からこのベクトルに沿って $P(X, r_{k+1})$ の最小化を行い、得られた最小点を出発点とすればよい。

3.2 PowellのDirect-Search法

本手法は次項でのべるDavidon-Fletcher-Powell法と違って目的関数の減少方向を知るための微分計算が必要でなく、数値計算上のけた落ちや差分間隔のとり方等のわずらわしさが無い。基本的には2次型式の最小化に対して共役方向を利用して解く手法であり、文献(4)、(6)に詳しく説明があるので、ここでは計算の手続をのべることにする。

以下に記す手順は前項のSUMT手法の手順2での最小値を求める具体的手続である。

手順 1

$k = 1$ とおき, n 個の最初の探索方向を座標軸方向にとる。すなわち探索方向の組を (e_1, e_2, \dots, e_n) とする。出発値 X^0 を与える。

手順 2

$P(X^0)$ を計算する。

手順 3

λ を変数とする関数 $P(X^{k-1} + \lambda S^k)$ を最小にする λ_k を求める。

手順 4

$X^k = X^{k-1} + \lambda_k S^k$ を計算する。

手順 5

$k < n$ ならば $k = k + 1$ として手順2へ行く。

$k = n$ ならば手順6へ行く。

手順 6

$P(X^0) - P(X^n) < \varepsilon_p$ または $|X_i^0 - X^n| < \varepsilon_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) ならば計算を終了する。

そうでなければ手順7へ行く。

$\varepsilon_p, \varepsilon_i$ は収束判定定数である。

手順 7

$$\delta = \max_{1 \leq i \leq n} \{P(X^{i-1}) - P(X^i)\}$$

である整数 m ($1 \leq m \leq n$) を求める。

手順 8

$f_1 = P(X^0), f_2 = P(X^n), f_3 = P(2X^n - X^0)$ を求める。

手順 9

$f_3 \geq f_1$ または

$$(f_1 - 2f_2 + f_3)(f_1 - f_3 - \delta) \geq \frac{1}{2} \delta (f_1 - f_3)^2$$

ならば次の反復で現在の探索方向の組 (S^1, S^2, \dots, S^n) を再び使い $X^0 = X^n, k = 1$ として手順2から繰返す。

そうでなければ手順10へ行く。

手順 10

$S = X^n - X^0$ を計算し $P(X^n + \lambda S)$ を最小にする λ を求めて, $X^0 = X^n + \lambda S$ とし新しい探索方向の組を $(S^1, S^2, \dots, S_{m-1}, S_{m+1}, \dots, S_n, S)$ とし $k = 1$ として手順2から繰返す。

3.3 Davidon-Fletcher-Powell法

本手法は点 X^k について求められた傾斜ベクトル g^k と任意の正定値対称行列 H^0 に以下の操作を行なって得ら

れる H^k とで作られる $d^k = -H^k \cdot g^k$ の方向に最小点を探る方法である。詳細は文献4)にゆずって、ここでは計算の手順のみをのべる。

手順 1

$k = 0$ とおき, 出発値 X^0 における目的関数 $P(X^0)$ を計算し $H^0 = I$ とおく。

手順 2

$g^k = \nabla P(X^k)$ を計算する。

ここでは中心差分公式を用いている。

手順 3

$d^k = -H^k \cdot g^k$ を求め, これを正規化した探索方向 $S^k = d^k / |d^k|$ を求める。

手順 4

目的関数の降下方向の正規化された微分

$$\delta^k = \frac{|(S^k)^T \cdot g^k|}{g^k}$$

を計算する。

手順 5

$|\delta^k| < \varepsilon_1$, または $|g^k| < \varepsilon_2$ ならば計算を終了する。そうでないときは手順6へ行く。

手順 6

$(d^k)^T \cdot g^k \geq 0$ ならば $d^k = -d^k, H^k = I$ とおく。

手順 7

直線に沿った最小値の探索

$P(X^k + \lambda d^k)$ を最小にする最適降下幅 λ^k を求める。

手順 8

$X^{k+1} = X^k + \lambda^k d^k$ を求める。

手順 9

X^{k+1} における目的関数 $P(X^{k+1})$ を求める。

手順 10

$P(X^k) - P(X^{k+1}) < \varepsilon_D$ または $\lambda^k < \varepsilon_2$ ならば計算を終了する。そうでなければ手順11へ行く。

手順 11

$k < n$ ならば $k = k + 1$ として手順12へ行く。

$k = n$ ならば $X^0 = X^{k+1}$ として手順1へ行く。 n は変数の数である。

手順 12

次式により H^{k+1} を計算し手順2へ行く。

$$H^k = H^{k-1} + \lambda^{k-1} |d^{k-1}| \frac{S^{k-1} \cdot (S^{k-1})^T}{(g^{k-1})^T H^{k-1} g^{k-1}} + \frac{H^{k-1} \cdot y^{k-1} \cdot (y^{k-1})^T \cdot H^{k-1}}{(y^{k-1})^T H^{k-1} y^{k-1}}$$

ただし

$$y^{k-1} = g^k - g^{k-1}$$

3.4 2次式による直線上の最小化

Direct-Search法の手順3, およびDavidon-Fletcher-Powell法の手順7で, 直線 $X^{k+1} = X^k + \lambda^k d^k$ にそって目的関数 $P(X)$ を最小にする λ^k を求める方法には, 従来より, Fibonacci-Searchが用いられてきた。この方法は確実に最小点を求めることができるという点で良い方法であるが収束の遅い欠点がある。ここでは $X^k + \lambda d^k$ 上の最小点の近傍で $P(\lambda)$ を λ の2次式で近似し, この2次式の最小点を $P(\lambda)$ の最小点とする方法を採用した。いま $P(X^k + \lambda d^k)$ を λ の関数とみて次式で近似できるとする。²⁾

$$P(\lambda) = a\lambda^2 + b\lambda + c \quad (11)$$

直線上の $f(\lambda_1) > f(\lambda_2), f(\lambda_3) > f(\lambda_2)$ を満たす $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ を見つけ, このときの関数の値から

$$\lambda_{\min} = -\frac{b}{2a}$$

を推定する。 $\Delta X = \lambda_{\min} d$ を求め $\text{MAX}_{1 \leq i \leq n} \{|\Delta X_i|\} < \varepsilon$ となったら計算を終了する。

計算手順は次のとおりである。

手順 1

$k = 0, \lambda_0 = 0$ として $\Delta \lambda$ をセットする。

手順 2

$f_1 = P(0)$ を求める。

手順 3

$\lambda_{k+1} = \Delta \lambda_k$ として $P(\lambda_{k+1})$ を求める。

手順 4

$P(\lambda_{k+1}) < f_1$ ならば $f_2 = P(\lambda_{k+1}), \Delta \lambda_{k+1} = 2 \cdot \Delta \lambda_k,$

$f_3 = P(\Delta \lambda_{k+1}), k = k + 1$ とし手順3へ行く。

そうでなければ手順5へ行く。

手順 5

$P(\lambda_{k+1}) > f_1$ ならば $P(-\lambda_{k+1})$ を求め,

$P(-\lambda_{k+1}) > f_1$ ならば最小点は $-\lambda_{k+1}$ と λ_{k+1} の間

にあるので $f_1 = P(-\lambda_{k+1}), f_2 = P(0), f_3 = P(\lambda_{k+1})$

として手順6へ行く。

$P(-\lambda_{k+1}) \leq f_1$ ならば逆の方向へ探索するために

$f_2 = P(-\lambda_{k+1}), \Delta \lambda_{k+1} = -2 \cdot \Delta \lambda_k, f_3 = P(\Delta \lambda_{k+1}),$

$k = k + 1$ として手順4へもどる。

手順 6

$f_1 > f_2, f_2 < f_3$ となる λ_k が求めれば

$$\lambda_{\min} = \frac{f_3 - 4f_2 + 3f_1}{2f_3 - 4f_2 + 2f_1} \cdot \Delta \lambda_k \quad \text{を求める。}$$

手順 7

$\Delta X = \lambda_{\min} d$ として $\text{MAX}_{1 \leq i \leq n} \{|\Delta X_i|\} < \varepsilon_q$ ならば

計算を終了する。そうでなければ $X^0 = X^0 + \Delta X$ として手順1から繰り返す。

4. 数値計算とその精度について

一般に非線形計画法は数値計算上, 種々の難しい問題を含んでおり, 必ず正解の得られるテクニックというものとは存在せず, 問題に応じて, 収束条件, 初期値の与え方等を検討しているのが現状である。この混成堤の最適設計プログラムも, 最適化の手法の選択, およびSUMT法の収束判定定数 ε_r , 最適化法の収束判定定数 $\varepsilon_p, \varepsilon_D$, 直線探索の収束判定定数 ε_q , SUMT法の摂動パラメータ r_k 等の設定法の問題がある。よって次に示す設計条件の問題について, 上記のパラメータを変化させて結果を比較し適切なパラメータを求めることにする。

<設計条件>

$H'_0 = 7.0 \text{ m}, T = 11.0 \text{ s}, c = 2.0, d_1 = 1.5 \text{ m}, d_2 = 0.5 \text{ m},$

$h_c = 0.6 H_{1/3}, \alpha = 2/3, c_c = 100.0, s = 1.5 \text{ m},$

$\beta = 0 \text{ 度}, w_0 = 1.03 \text{ tf/m}^3, a = 0.0 \text{ m}, b = 0.0 \text{ m}$ (フ

チングなし), $\beta' = 0.5$ (基礎の形状係数), $N_r = 6.7,$

$N_q = 8.5, c_1 = 15,000 \text{ (円/m}^3), c_2 = 12,000 \text{ (円/m}^2),$

$c_3 = 10,000 \text{ (円/m}^3), c_4 = 8,500 \text{ (円/m}^2),$

$c_5 = 4,000 \text{ (円/m}^2), c_6 = 5,000 \text{ (円/m}^2),$

$c_7 = 5,000 \text{ (円/m}^3), c_8 = 600,000 \text{ (円/基)},$

$X_{1 \min} = 1.5 \text{ m}, X_{3 \min} = 5.0 \text{ m}, X_{1 \max} = 7.0 \text{ m},$

$w_{o \max} = 2,000 \text{ tf}, h = 14.0 \text{ m}, q_{1c} = 50 \text{ tf/m}^2,$

$f = 0.6$ (摩擦係数), 初期値 $x_1 = 5.5 \text{ m}, x_2 = 25.0 \text{ m},$

$x_3 = 20.0 \text{ m}, x_4 = 15.0 \text{ m}$

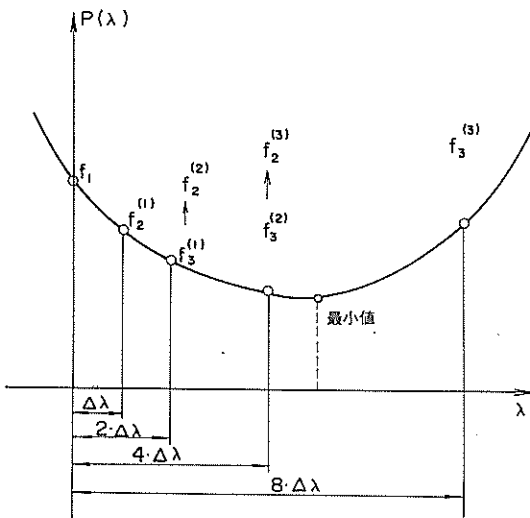


図-7 2次式近似による直線上の最小値の探索

4.1 手法および収束条件の検討

始めに、前述した手法による解が正解であるかどうかをチェックするために単価 C_1 および C_3 以外を 0, $x_3 = 5.0$ m とおき、設計変数を x_1 と x_2 のみにして計算を行い、別途モンテカルロ法による解を求めて比較した。ここで使用したモンテカルロ法の概略は次のとおりである。 x_1, x_2 に関してそれぞれの制約条件の範囲で次々に一組の乱数 (x_1, x_2) を発生させ、その中で制約条件を満たし、かつ目的関数の値を改善して行く一組の変数を次々に求めて目的関数の値がほとんど変化しなくなった場合を解とした。モンテカルロ法によると比較的、全体的最適解を求めやすいが計算時間が他の手法にくらべて長い欠点がある。比較した結果を表-1に示す。

これによると Direct-Search 法の方が非常に短い計算時間でモンテカルロ法より工費の安い断面を求めていることになり、得られた解も全体的最適解と言えよう。

次に、ここで使用している最適化手法 (Direct-Search 法と Davidon 法) の適否を SUMT 法の摂動パラメータの検討とあわせて行う。 r_k が非常に小さく 0 に近い値であれば Interior-Penalty-Function と目的関数の差が小さくなり (8) 式の極値は (8) 式の極値と一致するはずであるが、 r_k が非常に小さいと制約条件の及ぼす影響が小さくなり目的関数自体の局所的な変化の影響が大きくなり正解を得られない可能性がある。 r_k の初期値を非常に大きくすると計算時間が増大する可能性もある。よって解の得られる範囲でなるべく大きな r_k を求めることにする。通常 $r_1 = 1.0 \sim 100.0$ 程度にすればよいといわれている。⁵⁾

検討のための計算ケースを表-2に、結果を表-3に

表-1 モンテカルロ法の解との比較

計算法	変数		目的関数の値 ($\times 10^7$)	備考
	x_1 (m)	x_2 (m)		
Direct-Search法	3.380	18.50	0.422	SUMTの摂動パラメータの初期値 $r=1.0$ 計算時間 20s
Monte-Carlo法	3.276	20.140	0.454	発生させた乱数の組は10万組、計算時間 600s

示す。

Powell の Direct-Search 法では摂動パラメータ (r_1) の初期値が 10^5 の場合、計算時間オーバーとなっている他はすべて同じ結果を得ている。また Davidon の方法では $r_1 = 1.0$ の場合、いずれの制限条件にもかかわらず極値が求まっており、これは r_1 の初期値が小さいため制限条件の影響が小さくなり Local な極値が求まっているようである。また工費を表わす式 (8) で第 8 項はケーソンの浮遊時の安定条件を満たす限り、法線方向の長さが長いほうが工費が安くなるはずで、この場合、浮遊時の安定条件に余裕があるためケーソン空中重量の制限いっぱい x_4 は大きくなるはずである。Davidon の方法ではいずれもケーソン空中重量に余裕があり、Direct-Search 法の場合、ほぼ制限条件いっぱいになっている。ここで検討したケースの範囲では Direct-Search 法の方がいくぶん精度が良いようであり摂動パラメータの初期値は 10^3 程度が良いようである。その他のパラメータについては実用上 $10^{-2} \sim 10^{-3}$ 程度で十分解が求まるようである。

表-2 解法検討のための計算ケース

計算ケース	最適化の方法	SUMT法の摂動パラメータの初期値 (r_0)	SUMT法の収束判定定数 ϵ_s	最適化法の収束判定定数 ϵ_P, ϵ_D	直線探索の収束判定定数 ϵ_q
CASE-1	Powellの Direct- Search法	1.0	10^{-2}	10^{-3}	10^{-3}
CASE-2		10^1	10^{-2}	10^{-3}	10^{-3}
CASE-3		10^3	10^{-2}	10^{-3}	10^{-3}
CASE-4		10^5	10^{-2}	10^{-3}	10^{-3}
CASE-5	Davidon の方法	1.0	10^{-2}	10^{-3}	10^{-3}
CASE-6		10^1	10^{-2}	10^{-3}	10^{-3}
CASE-7		10^3	10^{-2}	10^{-3}	10^{-3}
CASE-8		10^5	10^{-2}	10^{-3}	10^{-3}

表-3 計算結果

計算ケース	収束値				関数値 ($\times 10^7$)	目的								計算 時間 (s)	摂動 パラ メータの 初期 値
	x_1	x_2	x_3	x_4		滑動 (1.2)	転倒 (1.2)	端趾圧 (上) 50 tf/m ²	端趾圧(下)	マウンド厚 $1.5 \leq x \leq 7.00$	マウンドの 肩幅 (5.0m)	ケーソン 空中重量 (2,000tf)	浮遊時 の安定 条件		
CASE-1	3.4	18.5	5.0	18.0	0.561	1.26	2.46	50.0*	$38.7 \leq 38.8$	$1.5 \leq 3.4 \leq 7.0$	5.04	1,998	$-2.8 < 0$	10.8	1.0
CASE-2	3.4	18.5	5.0	18.0	0.561	1.26	2.46	50.0*	$38.7 \leq 38.8$	$1.5 \leq 3.4 \leq 7.0$	5.04	1,998	$-2.8 < 0$	12.4	10
CASE-3	3.4	18.5	5.0	18.0	0.561	1.26	2.46	50.0*	$38.7 \leq 38.8$	$1.5 \leq 3.4 \leq 7.0$	5.04	1,998	$-2.8 < 0$	14.4	10^3
CASE-4	RUN TIME OVER													180.0	10^5
CASE-5	2.9	22.4	19.1	13.8	0.756	1.57	3.58	42.1*	$38.4 \leq 48.2$	$1.5 \leq 2.9 \leq 7.0$	19.1	1,921	$-0.69 < 0$	7.92	1.0
CASE-6	3.4	18.5	5.0	17.1	0.561	1.25	2.45	50.0*	$38.7 \leq 38.9$	$1.5 \leq 3.4 \leq 7.0$	5.04	1,895	$-2.4 < 0$	13.3	10^1
CASE-7	3.4	18.5	5.1	17.2	0.562	1.26	2.46	50.0*	$38.7 \leq 38.8$	$1.5 \leq 3.4 \leq 7.0$	5.10	1,910	$-2.4 < 0$	11.7	10^3
CASE-8	3.4	18.5	5.0	17.3	0.561	1.25	2.45	50.0*	$38.7 \leq 38.9$	$1.5 \leq 3.4 \leq 7.0$	5.04	1,913	$-2.5 < 0$	18.4	10^5

* 断面を決定している制約条件式

5. あとがき

本研究を始めた動機は筆者の一人が以前、設計に携わった時に、混成堤では、最も工費の安いマウンド高というものが存在するのではないかという疑問からである。現在のところ設計法に対する現実的な成果を得るところまで行かず、今後、定式化において設定した仮定を検討し、より現実的な定式化を行うことにより混成堤の基本設計に役立つものと確信している。また非線形計画法は造船、橋梁の分野でかなり成果をあげており、港湾関係にも応用範囲の広い手法であるので本研究が設計、計画の分野で役立てば幸いである。なおプログラムの作成は日本科学技術研修所の許作儒氏に委託した。ここに謝意を表する。

(1978年6月30日受付)

参考文献

- 1) 運輸省港湾局編；港湾施設設計指針，1978年
- 2) 日本鋼構造協会編；最適・自動設計，昭和49.4
- 3) M. J. Box 他；非線形最適化の技法，培風館，1972，

(黒田 充訳)

- 4) J. コワリック，M. R. オスボン；非線形最適化問題，培風館，1970（山本，小山訳）
- 5) 長 尚；構造物の最適設計，朝倉書店，昭和46.9
- 6) M. J. D. Powell；An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives, Computer Journal Vol.7, 1964 p.55
- 7) G. W. STEWART III；A modification of Davidon's Minimization Method to Accept Difference Approximations of Derivatives, Journal of the Association for Computing Machinery, Vol.14, No.1, January 1967, pp.72~83
- 8) R. Fletcher and M. J. D. Powell；A rapidly convergent descent method for minimization, Computer Journal Vol.6, 1963, pp.163-168
- 9) 高力健次郎；ブロック式係船岸の設計について（非線形計画法による最適設計），港湾技術研究所報告，Vol.11, No.3, (1972.9)

港 湾 技 研 資 料 No.301

1978. 9

編集兼発行人 運輸省港湾技術研究所

発 行 所 運輸省港湾技術研究所
 横須賀市長瀬3丁目1番1号

印 刷 所 株式会社 東京プリント

Published by the Port and Harbour Research Institute
Nagase, Yokosuka, Japan.