

港湾技研資料

TECHNICAL NOTE OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

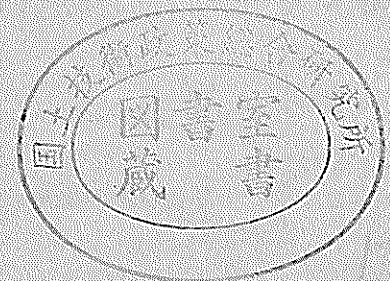
No. 291

June 1978

鋼製護岸の水平パイプ部材群に作用する土荷重の算定

高 橋 邦 夫
沢 口 正 俊

運輸省港湾技術研究所



目 次

要 旨	3
1. ま え が き	3
2. 解 析 方 法	3
2.1 Marston - Spangler の方法	3
2.2 平面問題としての有限要素解析法	7
3. 解析条件および解析モデル	9
3.1 解析条件	9
3.2 有限要素解析モデル	9
4. 解析方法の検討と解析結果およびその考察	12
4.1 Marston - Spangler の方法の検討	12
4.2 Marston - Spangler の方法による解析	14
4.3 有限要素法による解析	16
5. ま と め	17
6. あとがき	20
参 考 文 献	20
記号一覧表	20

The Methods to Calculate the Loads on Pipes in Filling Sand

Kunio TAKAHASHI*

Masatoshi SAWAGUCHI**

Synopsis

The methods to calculate the loads on horizontal pipes in filling sand are studied in this paper. One of which is finite element method assuming the filling sand to be an elastic continuum. Two calculation methods are presented, which make use of the Marston-Spangler's theory which provides a rational method for estimating loads on underground conduits. Reasonable results could be obtained by these two methods comparing with the results by finite element method.

* Member of the Foundations Laboratory, Soils Division
** Chief of the Soil Mechanics Laboratory, Soils Division

鋼製護岸の水平パイプ部材群に作用する土荷重の算定

高橋邦夫*
沢口正俊**

要 旨

鋼製護岸の部材の一つとして中詰砂中に水平方向に並べられた複数のパイプ材が受ける土荷重を算定する方法について検討した。一つの方法として、中詰砂を連続弾性体と仮定した有限要素解析を行った。また暗きょのような土中の埋設管に作用する土荷重の算定方法であるMarston—Spanglerの方法を基礎として、これを複数のパイプに適用しうるように利用した2通りの方法を示した。この2通りの計算方法は、有限要素法による解析に対して、ほぼ妥当な結果を示した。

1. まえがき

この報告は、鋼製護岸の部材の一つとして中詰砂中に存在する水平パイプ部材に加わる鉛直土荷重を算定するための方法について、検討したものである。

このような構造と類似のものとしては、地中埋設管がある。水道管、ガス管、暗きょ等から、大きなものとしては、パイプライン、沈埋トンネル等といった地中埋設管についての理論を、土質工学会のシンポジウムにおいて、著者等の一人が概観している¹⁾が、そのうちで基本的なものは、Marston及びSpanglerのもの^{2), 3)}である。Marston—Spanglerの理論は次章に述べるが、埋設管の設置状況を突出型と溝型との2通りに分けたいうちの突出型に関する理論が、この報告のテーマである中詰砂中の水平パイプ部材にかかる鉛直土荷重の算定に、適用しうるものと考えた。

一方、近年、連続体を解析する方法として有限要素法が脚光を浴びており、地盤、岩盤等に対しても広く適用されている。

したがって、ここでは以下の2つの方法

(1) Marston—Spanglerの方法

(2) 有限要素法

による解析について、両者の比較検討を行うものとする。

有限要素法による解析では、パイプ軸方向に一様な断面であると仮定して、平面ひずみ問題として取扱う。一般に中詰砂は、その応力—ひずみ関係が非線形性を示すため、非線形解析を行うのが適当であるが、ここでは、パイプに作用する荷重を知ることが目的であるので、簡

略的に弾性解析を行うことにする。

2. 解析方法

2.1 Marston—Spanglerの方法

彼等の理論では暗きょ(Conduits)をその設置時の状態によって、溝型暗きょ(Ditch Conduits)と突出型暗きょ(Projecting Conduits)の2つに大別している。溝型暗きょとは、比較的乱されない状態にある土の中に掘られた溝の中に埋め込んだ構造であり、突出型暗きょとは、自然の地表面上に突出した状態で据えつけた暗きょを盛土で被う構造である。文献3)では、この2種をさらに分けて、溝型暗きょを溝型暗きょと不完全溝型暗きょ(Imperfect Ditch Conduits)に、突出型暗きょを正の突出型暗きょ(Positive Projecting Conduits)と負の突出型暗きょ(Negative Projecting Conduits)の4種類としている。この4種類の暗きょを図—2.1.に示す。

彼等の理論では、4種類の状態に対してそれぞれ力の釣り合いの方程式をたて、その解と計算のための図表を示しているが、ここでは、本報告の主題である中詰砂中のパイプ部材なる状況に対応するものとして、正の突出型暗きょに対する理論を取り上げ、紹介する。他の3つの場合でも考え方は同じであって、荷重の加わる幅、および土中に発生するせん断力の方向が異なるだけである。また、正の突出型の分類の中でも、暗きょ(ここでは水平パイプ部材)が、周囲の土との相対的な条件として、

* 土質部 基礎工研究室

** 土質部 土性研究室長

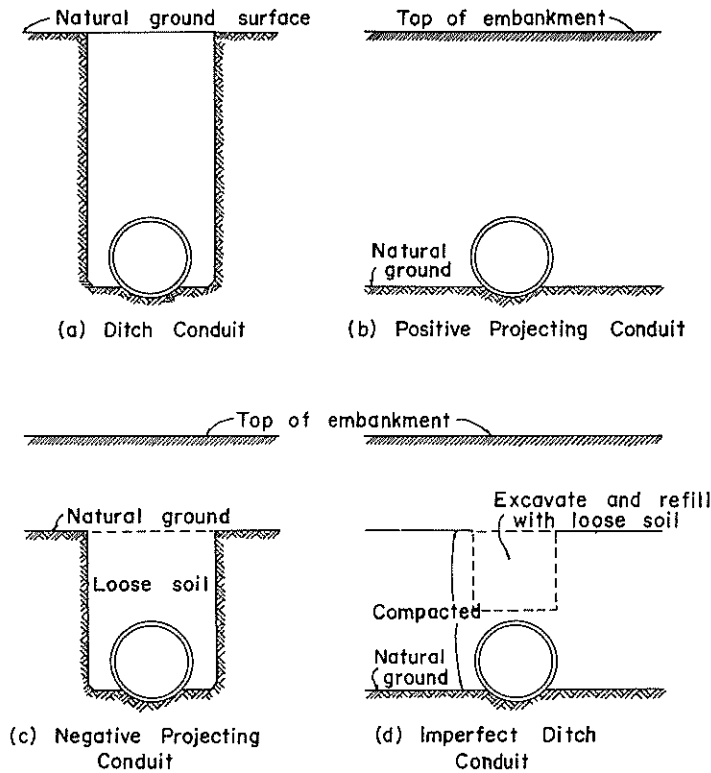


図-2.1 暗きょの設置状態の分類
(Spangler, M. G., 1962³⁾より)

剛なものであるかたわみ性のものであるかによって、正の沈下比 (Positive Settlement Ratio) の場合と負の沈下比 (Negative Settlement Ratio) の場合とに分けられている。ここではパイプには鋼材を想定して、正の沈下比の場合を取り上げる。

正の突出型暗きょで正の沈下比の場合には、図-2.2 に示すような状態となり、パイプの上部に仮想した土柱には、周囲の土から下向きせん断力が加えられる。すなわち、この状態においては、パイプ上の土の重量より大きな土荷重がパイプに加えられることになる。

仮想した土柱の中に厚さ dh の一要素を考える。パイプの長さの方向には単位長さをとって、2次元問題とすると、要素に作用する力は図に示した通り、要素の重量、上下から加わる土の圧力、および両側の土から加えられるせん断力である。パイプ上の盛土厚が小さい場合には内側土柱と外側土塊の沈下量は異なるが、盛土厚がある程度大きくなると、ある深さより上部では内側と外側の沈下量が等しくなると考えられ、沈下量の等しい部分で一

番下の面を等沈下面と呼んでいる。ここではまず等沈下面が現われない場合、すなわち盛土厚が薄くて盛土表面まで沈下量に差のある場合を考えると、力の釣り合い式は次式のようなになる。

$$V + \gamma B_c dh + 2 \cdot K \frac{V}{B_c} dh \cdot \mu = V + dV \quad (2.1)$$

ここに、

V : 土の鉛直土圧

γ : 土の単位体積重量

B_c : パイプの外径

K : 土圧係数

$\mu = \tan \phi$: 土の内部摩擦の摩擦係数

(ϕ は土の内部摩擦角)

この微分方程式は、 $h = 0$ で $V = 0$ なる境界条件を使って解くと、

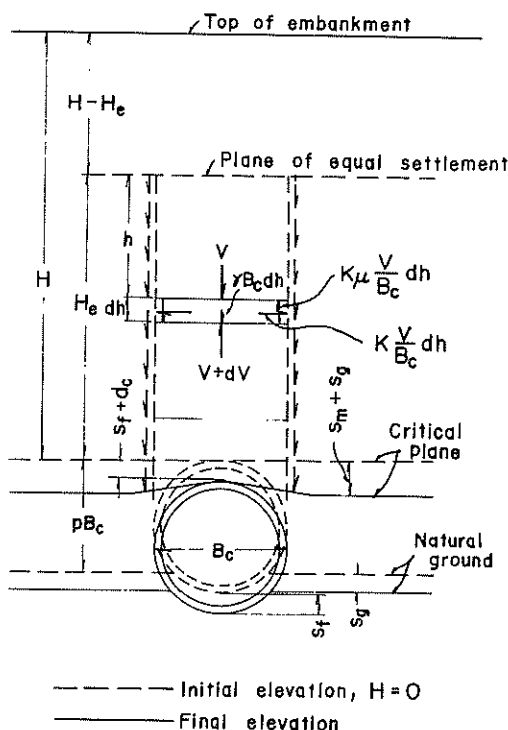


図-2.2 正の突出型暗きよで正の沈下比の場合
(Spangler, M. G., 1962³⁾より)

$$V = \gamma B_c^2 \frac{\exp\left(\frac{2K\mu}{B_c} h\right) - 1}{2K\mu} \quad (2.2)$$

従って $h=H$ としてパイプに加わる鉛直荷重 W_c は

$$W_c = \gamma B_c^2 \frac{\exp\left(2K\mu \frac{H}{B_c}\right) - 1}{2K\mu} \quad (2.3)$$

となる。

次に、盛土厚が厚く、等沈下面が盛土内に生じている場合には、同じ方程式で境界条件を $h=0$ で

$V = (H - H_e) \gamma B_c$ とおいた解

$$V = \gamma B_c^2 \left\{ \left(\frac{1}{2K\mu} + \frac{H}{B_c} - \frac{H_e}{B_c} \right) \exp\left(\frac{2K\mu}{B_c} h\right) - \frac{1}{2K\mu} \right\} \quad (2.4)$$

で $h=H_e$ とおけば、パイプに加わる鉛直荷重 W_c が

$$W_c = \gamma B_c^2 \left\{ \frac{\exp\left(2K\mu \frac{H_e}{B_c}\right) - 1}{2K\mu} + \left(\frac{H}{B_c} - \frac{H_e}{B_c} \right) \exp\left(2K\mu \frac{H_e}{B_c}\right) \right\} \quad (2.5)$$

と得られる。

ここで、 H_e はパイプ上面から等沈下面までの高さであって、Marston-Spanglerの理論では次式によって与えられる。

$$\left[\frac{1}{2K\mu} + \left(\frac{H}{B_c} - \frac{H_e}{B_c} \right) + \frac{r_{sd} p}{3} \right] \frac{\exp\left(2K\mu \frac{H_e}{B_c}\right) - 1}{2K\mu} + \frac{1}{2} \left(\frac{H_e}{B_c} \right)^2 + \frac{r_{sd} p}{3} \left(\frac{H}{B_c} - \frac{H_e}{B_c} \right) \exp\left(2K\mu \frac{H_e}{B_c}\right) - \frac{1}{2K\mu} \frac{H_e}{B_c} - \frac{H H_e}{B_c B_c} = r_{sd} p \frac{H}{B_c} \quad (2.6)$$

上式で r_{sd} は沈下比と名付けられたもので、次式により表わされる。

$$r_{sd} = \frac{(s_m + s_g) - (s_f + d_c)}{s_m} \quad (2.7)$$

ここで

r_{sd} : 沈下比

s_m : パイプの横の厚さ pB_c の部分の土の圧縮量

s_g : パイプに接した自然表面の沈下量

s_f : パイプの沈下量

d_c : パイプの鉛直圧縮量

この式で、 $(s_m + s_g)$ の方が $(s_f + d_c)$ よりも大きい場合には、図-2.2 からわかるように、周囲の土魂のパイプ上面の高さでの沈下量の方が、パイプ天端の沈下量よりも大きいことになり、内側土柱は外側の土魂から下向きのせん断力を受ける。この場合は r_{sd} の値が正となり、正の沈下比の場合であって、ここで考慮している状態である。 $(s_m + s_g)$ の方が $(s_f + d_c)$ よりも小さい場合には今の逆で、 r_{sd} の値は負であり、内側土柱は外側土魂から上向きのせん断力を受け、パイプに加えられる土荷重が、内側土柱の重量よりも小さくなる。これはパイプのたわみ性が比較的大きい場合に相当し、負の沈下比の場合と名付けられている。

pB_c はパイプ上面から自然地表面までの距離で、 p は突出比と呼ばれる量である。

ここに想定している中詰砂の場合では、

$$s_g \gg s_m \cong s_f > d_c \cong 0$$

のような関係になっていると考えられるので、 r_{sd} は十分に大きな値となり、完全突出型つまり H_e が十分に大きく、等沈下面が生じない状態と考えてよい。上の関係はすなわち、パイプの鉛直圧縮量 d_c はほとんどゼロに近く、パイプの横の厚さ pB_c の部分の土の圧縮量 s_m とパイプの沈下量 s_f つまりこの場合ではパイプ長手方向のたわみであるが、これら2つの量は大小関係は定かでないが、何らかの小さな値を持つと考えられる。そしてこれらの量よりも、パイプに性した自然表面の沈下量 s_g がずっと大きな値を持つと考えられる。中詰土を捨て込んでゆく間に、中詰土はどんどん沈下してゆくと考えられるからである。

式(2.3)および(2.5)の表現は、次式のようにまとめられている。

$$W_c = C_c r B_c^2 \quad (2.8)$$

$$C_c = \frac{\exp(2K\mu \frac{H}{B_c}) - 1}{2K\mu} \quad (H \leq H_e) \quad (2.9)$$

$$C_c = \frac{\exp(2K\mu \frac{H_e}{B_c}) - 1}{2K\mu} + (\frac{H}{B_c} - \frac{H_e}{B_c}) \exp(2K\mu \frac{H_e}{B_c}) \quad (H > H_e) \quad (2.10)$$

これが、計算図表として図化されているので、図-2.3に示す。なお、これは Marston-Spangler による図表の一部である。

式(2.6)によって H_e を求める計算は面倒であるが、これも図-2.3から求めることができる。すなわち、図中でそれぞれの $r_{sd}p$ の値の線と完全突出条件の曲線との交点が、 H_e に相当する点になっている。

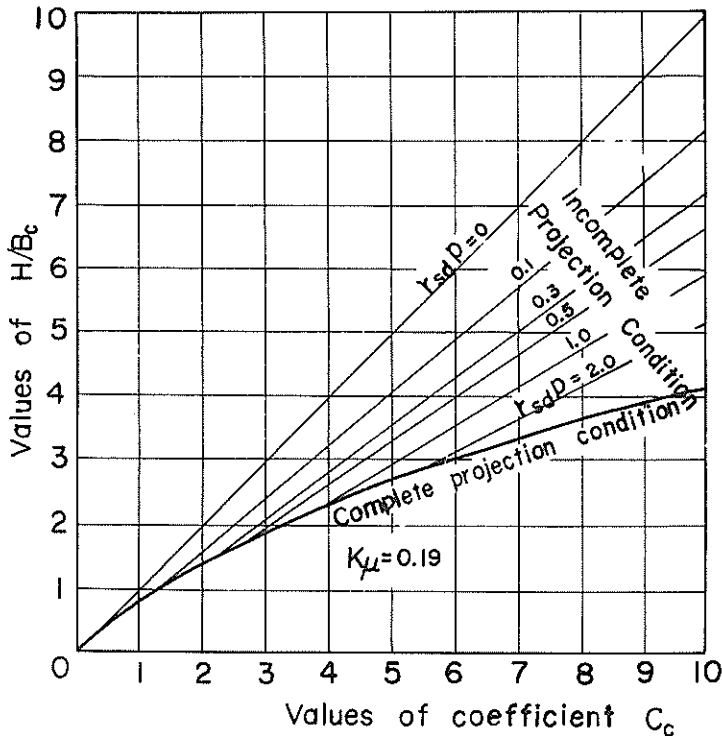


図-2.3 正の突出型暗きよで正の沈下比の場合に対する C_c の値
(Spangler, M. G., 1962³)より)

$K\mu$ の値が、土の内部摩擦角 ϕ により変化するのはもち論である。しかしながら、 K にランキンの主働土圧 $\tan^2(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2})$ を想定して $K\mu = \tan^2(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}) \times \tan\phi$ の値を計算すると、図-2.4 のようになり、 ϕ が大きく変化してもほとんど 0.19 に近い値をとっている。それで Marston-Spangler の理論では $K\mu = 0.19$ としたものと思われる。

以上に紹介した方法により、ここで考えている中詰砂中に存在する水平パイプ部材のような、正の突出型暗きよで正の突出比の場合に、暗きよに作用する土荷重は簡単に計算ができる。

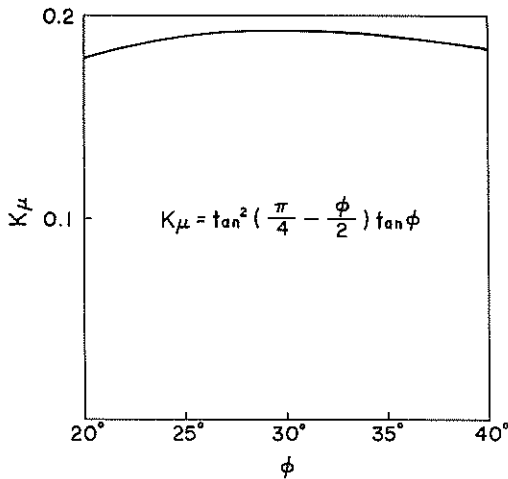


図-2.4 ϕ による $K\mu$ の変化

2.2 平面問題としての有限要素解析法

ここでは平面問題について、3 三角形要素を用いた場合の理論の概要を説明する。なおここで使用するコンピュータ・プログラムは ESTRAN (Elastic Structural Analysis) である。

2.2.1 変位関数

図-2.5 に示す様な代表的な 3 三角形を考える。3 三角形の要素内における変位 u, v が

$$\left. \begin{aligned} u &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\ v &= \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

という線形式で与えられるものとする。3 三角形の各節点を a, b, c で表わすと、各節点の変位は次の様に表わされる。

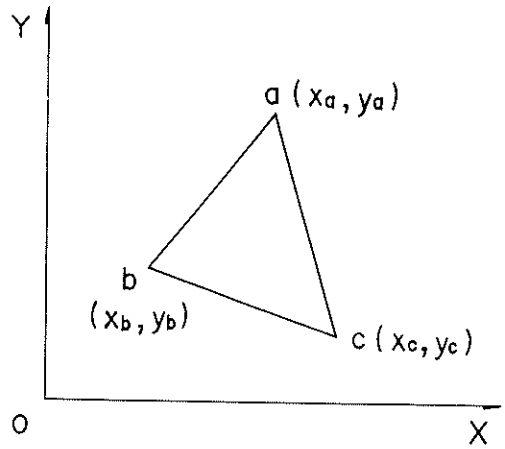


図-2.5 3 三角形エレメント

$$\begin{pmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \\ v_a \\ v_b \\ v_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_a & y_a \\ 1 & x_b & y_b \\ 1 & x_c & y_c \\ \hline & 1 & x_a & y_a \\ & 1 & x_b & y_b \\ & 1 & x_c & y_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

(2.12) 式を簡単に次の (2.13) 式で表わす。

$$\{v\} = [A] \{\alpha\} \quad (2.13)$$

$$\{\alpha\} = [A]^{-1} \{v\} \quad (2.14)$$

2.2.2 ひずみと応力

要素内の任意の点におけるひずみは、内部仕事に寄与する次の 3 つの成分によって定めることができる。

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

(2.14)式を用いて(2.15)式は次のように表わすことができる。

$$\{\epsilon\} = [B]\{\alpha\} = [B][A]^{-1}\{v\} \quad (2.16)$$

弾性範囲内における応力とひずみの関係は、材料のヤング係数を E 、ポアソン比を ν とすると、平面応力の場合

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

平面ひずみの場合

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

となり、(2.17)式、(2.18)式を簡単に

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} \quad (2.19)$$

と表わす。

2.2.3 剛性マトリックスの誘導

3角形要素内の微小体積 dV の応力による内部仕事 dW_I は、

$$dW_I = \frac{1}{2} \{\epsilon\}^T \{\sigma\} dV \quad (2.20)$$

と表わされる。これを積分して、次の(2.21)式を得る。

$$\begin{aligned} W_I &= \frac{1}{2} \int_V \{\epsilon\}^T \{\sigma\} dV \\ &= \frac{1}{2} \{v\}^T [A]^{-1T} \int_V [B]^T [D] [B] dV \\ &\quad \cdot [A]^{-1} \{v\} \end{aligned} \quad (2.21)$$

換算節点力を $\{F\}$ とすると、 $\{F\}$ による外部仕事 W_E は

$$W_E = \frac{1}{2} \{v\}^T \{F\} \quad (2.22)$$

と表わされる。内部仕事と外部仕事の釣合より

$$W_E = W_I \quad (2.23)$$

となり、これより換算節点力 $\{F\}$ と節点変位 $\{v\}$ の関係が次の(2.24)式で表わされる。

$$\begin{aligned} \{F\} &= [A]^{-1T} \int_V [B]^T [D] [B] dV \\ &\quad \cdot [A]^{-1} \{v\} = [K] \{v\} \end{aligned} \quad (2.24)$$

上式の $[K]$ が要素の剛性マトリックスである。

要素の剛性マトリックスが得られれば、各要素がどの節点につながっているかという情報をもとにして、次の様な構造全体の剛性方程式が連立一次方程式の形で得られる。

$$[K_T] \{U\} = \{P\} \quad (2.25)$$

ここで、

$[K_T]$: 全体剛性マトリックス

$\{U\}$: 全ての節点変位ベクトル

$\{P\}$: 各節点に作用する外力ベクトル

(2.25)式の解 $\{U\}$ が求めれば、(2.16)式および(2.19)式から各要素の応力とひずみを求めることができる。本プログラムでは、(2.25)式を解くためにユニット分割法が用いられる。

3. 解析条件および解析モデル

3.1 解析条件

ここで想定している水平パイプ部材と中詰砂の状況は、図-3.1に示す通りである。

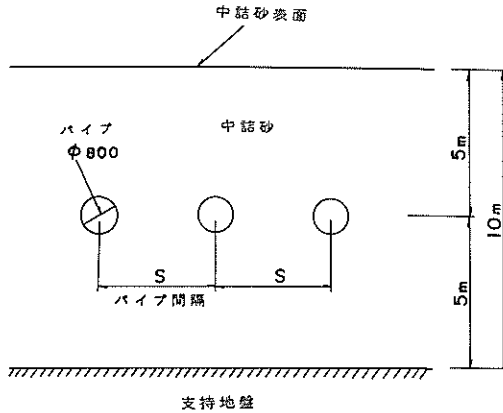


図-3.1 水平パイプ部材と中詰砂の概要

中詰砂表面からパイプ中心までの土被り厚	$H = 5 \text{ m}$
パイプ中心から支持地盤までの距離	$H' = 5 \text{ m}$
パイプの外径	$B_c = 0.8 \text{ m}$
パイプの中心間隔	$S = 1.8 \text{ m}$
	$S = 3.6 \text{ m}$
	$S = 5.4 \text{ m}$
	$S = 7.2 \text{ m}$
中詰砂の単位体積重量	$\gamma = 1.8 \text{ t/m}^3$
中詰砂の内部摩擦角	$\phi = 3^\circ$

3.2 有限要素解析モデル

有限要素法による解析では、平面ひずみ問題として扱う。計算には、3.1で述べた条件の他に、中詰砂のヤング係数 E とポアソン比 ν が必要である。ポアソン比は一般に砂質土に関して0.3~0.4程度の値が採用されており、ここでは $\nu = 0.4$ と設定することにする。ヤング係数は、内部摩擦角から N 値を算定し、 N 値とヤング係数 E の関係から求める。 N 値と内部摩擦角の関係を示す実験式として、

Dunhumの式 $\phi = \sqrt{12N} + 25$

大崎の式 $\phi = \sqrt{20N} + 15$

等がある。これより N 値を4程度と仮定する。また N 値とヤング係数の関係を表わす実験式としては、

$$E = 39 + 4.5 N$$

がある⁴⁾ので、これを用いて、 $E = 57 \text{ kg/cm}^2$ と仮定する。

水平パイプ部材は剛体と考えて、パイプの中心方向に支持点があるとするとする。ここでは、この支持点に発生する鉛直反力を求めて、パイプにかかる土荷重を算定する。

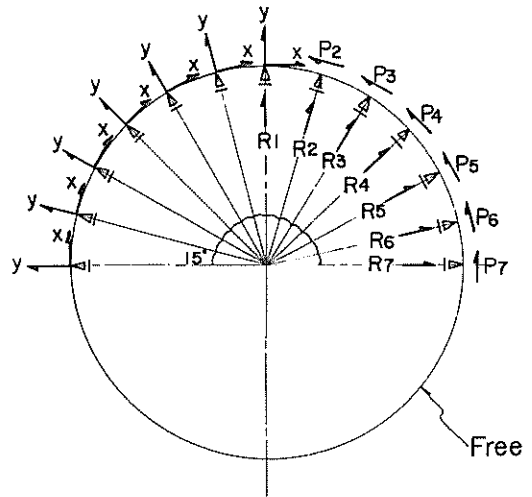


図-3.2 パイプ周辺モデル化

パイプ周辺に関するモデル化は、図-3.2に示す通りである。この支持点は、中詰砂がパイプ表面に沿って自由に滑動できるように、パイプ中心方向に拘束とし、その直角成分はスライドの条件としてモデル化する。この時、中詰砂とパイプの間には摩擦力が働く。両者間の摩擦力を表現する方法としてはいくつかのモデル化が可能であるが、今ここでは簡略的に弾性解析を行うことが目的であるから、この摩擦力を荷重として取り扱うことにする。すなわち、中詰砂がパイプ表面を滑り落ちようとする力に等価な力を逆向きに作用させて、釣り合いを保たせようとするものである。中詰砂の内部摩擦角 ϕ は 3° としているから、これより中詰砂とパイプの摩擦角 δ を

$$\delta = \frac{\phi}{2} = 1.5^\circ$$

と仮定する。図-3.2の右半分に示すような反力 R と作用させる荷重 P を考え、次の関係式を満足するように荷重 P を設定する。

$$P = R \tan \delta$$

この式を満足する P を求めるためには、数回の繰返し計算が必要である。パイプの下半分の部分については、中詰砂がパイプを離れて自由に運動できるように、フリーの条件としてある。

支持地盤は、完全に変位がゼロで支持された場合と、比較的軟弱で1 cm および2 cm の沈下を生ずる場合の計算を行う。

また、パイプの中心間隔を1.8 m, 3.6 m, 5.4 m, 7.2 mの4通りに変化させた場合の検討を行う。

有限要素解析モデルは、図-3.3～3.6に示す通りである。

- 図-3.3 パイプ中心間隔が1.8 mの場合
- 図-3.4 " 3.6 m "
- 図-3.5 " 5.4 m "
- 図-3.6 " 7.2 m "

荷重については、次の2通りの方法により検討する。

- (1) 中詰砂の自重による解析
- (2) 中詰砂の自重に相当する荷重を盛土表面に等分布荷重として作用させた場合の解析(中詰砂の単位体積重量 $\gamma = 1.8 \text{ t/m}^3$, パイプの土被り厚(中詰砂層厚) $H = 5 \text{ m}$ として、等分負荷重 $= \gamma H = 9.0 \text{ t/m}^2$)

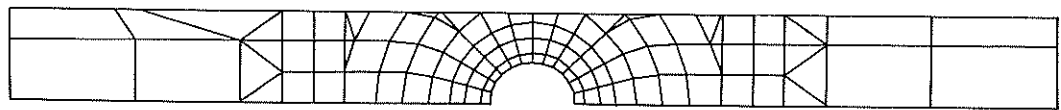


図-3.3 有限要素解析モデル
(パイプ中心間隔が1.8 mの場合)

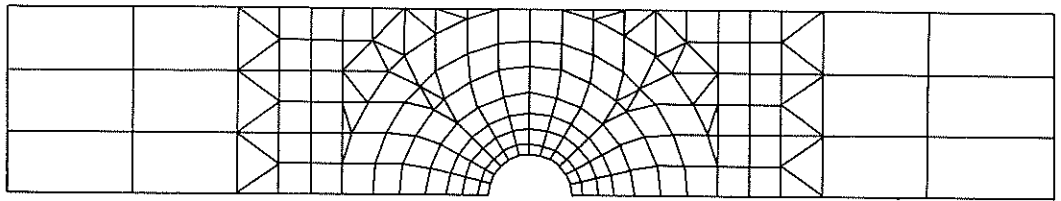


図-3.4 有限要素解析モデル
(パイプ中心間隔が3.6 mの場合)

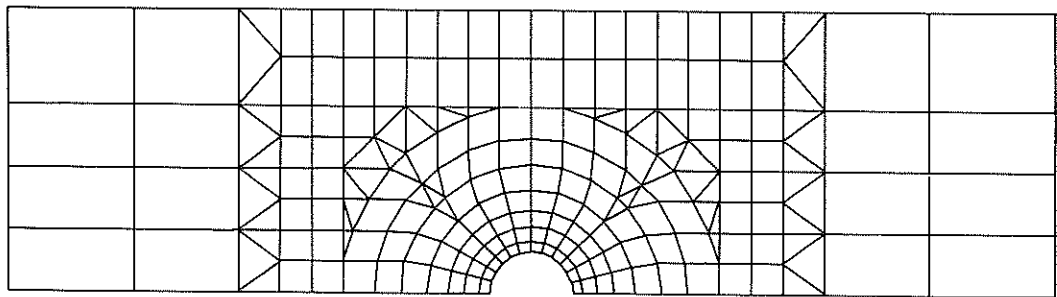


図-3.5 有限要素解析モデル
(パイプ中心間隔が5.4 mの場合)

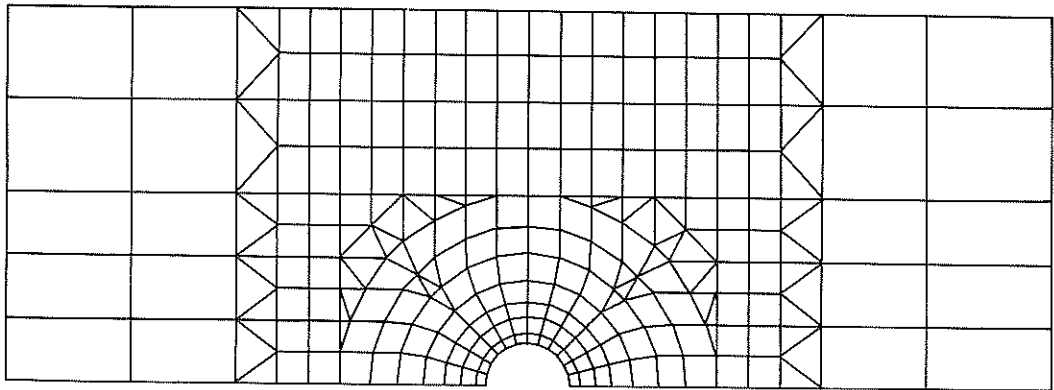


図-3.6 有限要素解析モデル
(パイプ中心間隔が7.2 mの場合)

4. 解析方法の検討と解析結果およびその考察

4.1 Marston-Spangler の方法の検討

2.1 に述べた Marston-Spangler の方法は、1本の水平パイプ部材が中詰砂中に存在する場合に、中詰砂から水平パイプ部材に加えられる土荷重を算定する方法である。そこでこれを、中心間隔 S で並べられた水平パイプ部材群(図-4.1 参照)に中詰砂から加えられる土荷重を算定する方法に応用するための検討を行う。条件は2.1 に述べたと同じく、正の突出比をもつ正の突出型とする。

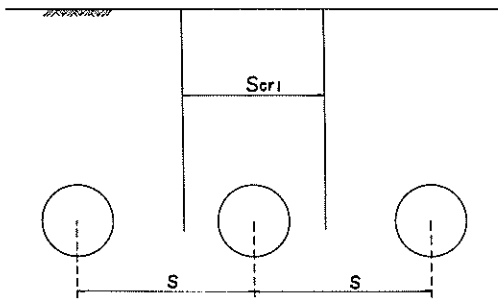


図-4.1 第1の考え方の概念図

図-4.1において、 S が十分に大きければ上に述べた前者の場合と同じく、1本の水平パイプ部材が存在する時にこれに作用する土荷重と等しい荷重が、それぞれのパイプに作用すると考えてよい。そして、 S がある値より小さくなると、荷重が分担されて、1本だけが存在する場合よりも小さくなるであろう。そこで、まず第1の考え方として、パイプに作用する土荷重を簡単にある幅の土柱の重量であると仮定する。すなわち、ある間隔をもつ2枚の鉛直面(その中央に水平パイプ部材が存在する)で区切られた間の土の重量がパイプに加わるものとする。これはもち論仮想的な面であり、この面の間に力のやりとりはない。この土の重量が、Marston-Spanglerの方法により1本の水平パイプ部材にかかるとして計算される土荷重に一致する時のパイプ中心間隔を S_{cr1} とする。そして、 S が S_{cr1} より大きい時は、Marston-Spanglerの方法により計算され、 S が S_{cr1} より小さい時は、パイプを並べた水平面より上の土の重量のパイプ1本当りの分担分として計算する。

これを式により表わすと次のようになる。まず S_{cr1} を求めるには、式(2.8)を使って

$$\tau S_{cr1} H = C_c \tau B_c^2$$

より

$$S_{cr1} = C_c \frac{B_c^2}{H} \quad (4.1)$$

なる S_{cr1} に対して

$$S > S_{cr1} \text{ の時 } W_c = C_c \tau B_c^2 \quad (4.2)$$

$$\left(C_c = \frac{\exp(2K\mu \frac{H}{B_c}) - 1}{2K\mu} \right)$$

$$S \leq S_{cr1} \text{ の時 } W_c = \tau S H \quad (4.3)$$

従って、これを整理すると、

$$W_c = C_{c1}' \tau B_c^2 \quad (4.4)$$

$$S > S_{cr1} \text{ の時 } C_{c1}' = C_c \quad (4.5)$$

$$S \leq S_{cr1} \text{ の時 } C_{c1}' = \frac{S H}{B_c^2} \quad (4.6)$$

である。

第1の考え方の場合には極めて簡略な図式表示が可能である。すなわち、式(4.4)の両辺を $\tau B_c H$ で割って無次元化すると、

$$\frac{W_c}{\tau B_c H} = \frac{C_{c1}'}{H/B_c} \quad (4.7)$$

であり、式(4.1)の両辺を B_c で割って無次元化すると、

$$\frac{S_{cr1}}{B_c} = \frac{C_c}{H/B_c} \quad (4.8)$$

である。こうすると(4.4)、(4.5)、(4.6)の3式は

$$\frac{S}{B_c} > \frac{C_c}{H/B_c} \text{ の時 } \frac{W_c}{\tau B_c H} = \frac{C_c}{H/B_c} \quad (4.9)$$

$$\frac{S}{B_c} \leq \frac{C_c}{H/B_c} \text{ の時 } \frac{W_c}{\tau B_c H} = \frac{S}{B_c} \quad (4.10)$$

と表わすことができる。これはグラフにすると、図-4.2に示されるような1本の切れ線グラフとなる。これに図-2.3と同様な H/B_c と $\frac{C_c}{H/B_c}$ の関係である図-4.3を加えれば、計算も可能である。

$$\frac{C_c}{H/B_c} = \frac{\exp(2K\mu\frac{H}{B_c}) - 1}{2K\mu H/B_c} \quad (4.11)$$

しかしこの図式計算は、式(4.4)~(4.6)の計算と比べて特に簡単という訳ではない。ただ図-4.2を見ると、 S が S_{cr1} より小さい時の W_c は S と H の両方に比例し、 S が S_{cr1} より大きい時の W_c は H のみに比例することがよくわかる。

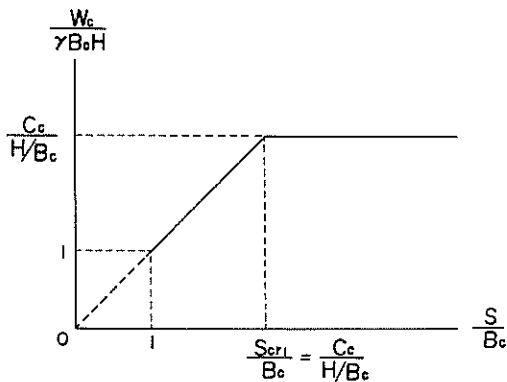


図-4.2 第1の考え方による $\frac{S}{B_c}$ と $\frac{W_c}{\gamma B_c H}$ との関係

次に第2の考え方として、第1の考え方における鉛直面を、Marston-Spanglerの考え方におき忠実となるように精密化する。1本の水平パイプ部材が存在する時にこれに加わる土荷重 W_c は式(2.3)により表わされるが、ある範囲の土の重量が常に式(2.3)に一致するよ

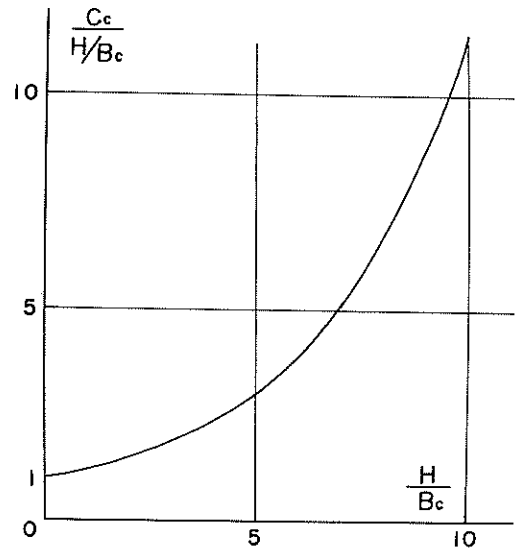


図-4.3 正の沈下比で完全突出状態の場合の $\frac{H}{B_c}$ と $\frac{C_c}{H/B_c}$ との関係

うな曲面を求めると、次式により表わされる(図-4.4(a)参照)。

$$y = \frac{B_c}{2} \exp(2K\mu \frac{x}{B_c}) \quad (4.12)$$

ここで、現象はパイプの中心を通る鉛直面に関して左右対称であるので、 y はパイプ中心から右側にとった距離、 x はパイプ上面から上方にとった距離である。式(4.12)の意味は、この内側の土の重量を $x=0$ (パイプ上面)から $x=H$ (中詰砂表面)まで積分した値が式(2.3)に一致するということである。すなわち、

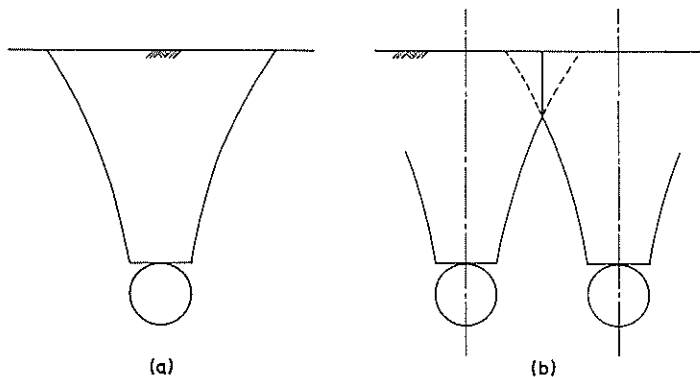


図-4.4 第2の考え方の概念図

$$\begin{aligned}
& 2r \int_0^H \frac{B_c}{2} \exp\left(2K\mu \frac{x}{B_c}\right) dx \\
&= \frac{rB_c^2}{2K\mu} \left[\exp\left(2K\mu \frac{x}{B_c}\right) \right]_0^H \\
&= rB_c^2 \frac{\exp\left(2K\mu \frac{H}{B_c}\right) - 1}{2K\mu}
\end{aligned}$$

Marston-Spanglerの方法により計算される土荷重が、式(4.12)により表わされる曲面の内側の土の重量であるとして、第1の考え方の場合と同様に、この場合 H の関数となる臨界パイプ間隔 S_{cr2} に対する S の大小により分けて考える。臨界パイプ間隔は、相隣れるパイプから描かれる式(4.12)の曲面が中詰砂表面において一致する時のパイプ間隔である。従って、

$$\frac{B_c}{2} \exp\left(2K\mu \frac{H}{B_c}\right) = \frac{S_{cr2}}{2}$$

これより、

$$S_{cr2} = B_c \exp\left(2K\mu \frac{H}{B_c}\right) \quad (4.13)$$

S が S_{cr2} より大きい時の土荷重は、Marston-Spanglerの式(2.3)により表わされる値である。 S が S_{cr2} よりも小さい時には、図-4.4(b)のように考える。すなわち、 S が S_{cr2} よりも小さいために中詰砂中で相隣れるパイプから描かれる式(4.12)の曲面が交差する場合には、その交点より上を鉛直面によって区切るのである。この鉛直面の式は、

$$y = \frac{S}{2}$$

であり、交点の位置 (x_0, y_0) は、

$$\frac{B_c}{2} \exp\left(2K\mu \frac{x_0}{B_c}\right) = y_0 = \frac{S}{2}$$

より、

$$\begin{aligned}
x_0 &= \frac{B_c}{2K\mu} \ln \frac{S}{B_c} \\
y_0 &= \frac{S}{2}
\end{aligned}$$

である。

従って、この場合にパイプに加わる土の重量は、

$$\begin{aligned}
W_c &= 2r \left\{ \int_0^{x_0} \frac{B_c}{2} \exp\left(2K\mu \frac{x}{B_c}\right) dx + \int_{x_0}^H \frac{S}{2} dx \right\} \\
&= r \left[\frac{B_c^2}{2K\mu} \left\{ \exp\left(2K\mu \frac{x_0}{B_c}\right) - 1 \right\} + S(H - x_0) \right] \\
&= r \left\{ SH + \frac{B_c^2}{2K\mu} \left(\frac{S}{B_c} - 1 - \frac{S}{B_c} \ln \frac{S}{B_c} \right) \right\} \\
&= r B_c^2 \left\{ \frac{SH}{B_c^2} - \frac{1}{2K\mu} \left(1 - \frac{S}{B_c} + \frac{S}{B_c} \ln \frac{S}{B_c} \right) \right\} \quad (4.14)
\end{aligned}$$

となる。これを整理すると、

$$W_c = C_{c2}' r B_c^2$$

$$S > S_{cr2} \text{ の時 } \quad C_{c2}' = C_c$$

$$S \leq S_{cr2} \text{ の時}$$

$$C_{c2}' = \frac{SH}{B_c^2} - \frac{1}{2K\mu} \left(1 - \frac{S}{B_c} + \frac{S}{B_c} \ln \frac{S}{B_c} \right) \quad (4.17)$$

である。

第1と第2の考え方により計算される土荷重は、無次元の量 C_{c2}' により図-4.5のように比較することが可能である。図-4.5では、いくつかの H/B_c の値に対して横軸を S/B_c にとり、縦軸の C_{c2}' を中詰砂による土荷重 W_c として比較してよい。図からわかる通り、第1の考え方では、 S_{cr2} の前後において第2の考え方よりも大きい土荷重を算定することになる。

4.2 Marston-Spanglerの方法による解析

まず最初に、パイプが一本だけ存在するという条件で、3.1に示した数値を使って、パイプに加わる荷重を計算する。この荷重は、Marston-Spanglerの方法において、ある土被り厚に対する最大の荷重で、パイプ間隔が狭くなるに従って、パイプに加わる荷重はこの値よりも小さくなる。

3.1に示した通り、パイプの外径 $B_c = 0.8$ m、土被り厚 $H = 4.6$ mであるから、

$$\frac{H}{B_c} = 5.75$$

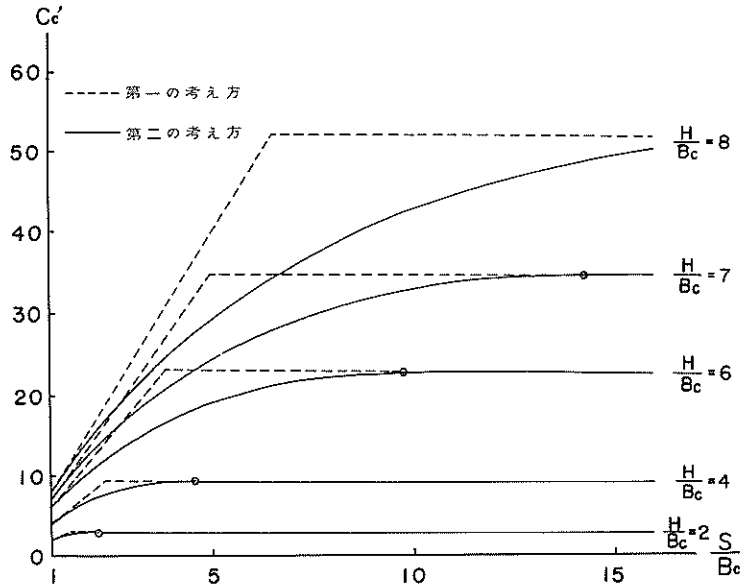


図-4.5 第1と第2の考え方による計算結果の比較

この時荷重係数 C_c は(2.9)式より,

$$C_c = \frac{\exp\left(2K\mu\frac{H}{B_c}\right) - 1}{2K\mu} = 20.765$$

$K\mu$ の値は、既に述べた通り0.19を用いている。これによりパイプに作用する荷重 W_c は、(2.8)式により

$$W_c = C_c r B_c^2 = 23.921 \text{ t/m}$$

と求められる。

これに、複数のパイプが存在するとした時の、その間隔の影響を考慮する。第1の考え方に従えば、臨界のパイプ間隔 S_{cr1} は(4.1)式により

$$S_{cr1} = C_c \frac{B_c^2}{H} = 2.889\text{m}$$

である。従って、 S が2.889mより大きい時 W_c は23.921 t/mとなるが、 S がこの値より小さい時には、(4.3)式より

$$W_c = rSH = 8.28St/m$$

となる。

第1の考え方による図式表示においては、図-4.2の

折れ曲がり点を示す値は、縦軸、横軸に共通で、(4.8)式により

$$\frac{S_{cr1}}{B_c} = \frac{C_c}{H/B_c} = 3.611$$

である。

次に第2の考え方によると、臨界パイプ間隔 S_{cr2} は、式(4.12)により、

$$S_{cr2} = B_c \exp\left(2K\mu\frac{H}{B_c}\right) = 7.113\text{m}$$

である。従って、 S が7.113mより大きい時 W_c は、前と同じで23.921 t/mとなるが、 S がこの値より小さい時には、式(4.14)により、

$$W_c = 1.8 \times 0.8^2 \left\{ \frac{4.6}{0.8^2} S - \frac{1}{0.38} \left(1 - \frac{S}{0.8} + \frac{S}{0.8} \ln \frac{S}{0.8} \right) \right\}$$

という式により表わされる。

以上の第1の考え方と第2の考え方による結果を、縦軸に W_c 、横軸に S をとって示すと、図-4.6のようになる。この図に示された折れ線と曲線の2本の線は、すなわち図-4.5において $H/B_c = 5.75$ とした場合に対応するものである。

表-4.1 解析結果の一覧表

パイプ中心 間隔 (m)	有限要素法による解析						Marston-Spangler の方法による 解析 (t/m)	
	支持地盤の 沈下がない場 合 (t/m)		支持地盤が 1cm沈下す る場合(t/m)		支持地盤が 2cm沈下す る場合(t/m)		第1の 考え方	第2の 考え方
	自重	分布 荷重	自重	分布 荷重	自重	分布 荷重		
1.8	14191	13192	16716	15586	19232	17982	14909	13162
3.6	21898	18766	25202	22490	28464	26212	23921	19900
5.4	—	21134	—	25410	—	29686		23068
7.2	26432	22148	30464	26662	34486	31180	23921	

図-4.6からわかる通り、第1と第2の考え方では、 $S = B_c$ の時と $S \geq S_{cr2}$ の範囲では一致しており、 $B_c < S < S_{cr2}$ の範囲では、第1の考え方の方が第2の考え方より大きい。その違いは $S = S_{cr1}$ の時に一番大きく、この時第1の考え方による値が $W_c = 23.921 \text{ t/m}$ であるのに対し、第2の考え方による値は $W_c = 17.780 \text{ t/m}$ である。

4.3 有限要素法による解析

有限要素法による解析結果の一例として、パイプ中心間隔7.2mで支持地盤の沈下がない場合のものを図-4.7~4.10に示す。図-4.7と図-4.8は自重解析によるもので、図-4.7が変形分布図、図-4.8が主応力分布図である。図-4.9と図-4.10は分布荷重による解析結果で、図-4.9が変形分布図、図-4.10が主応力分布図である。

(1)の中詰砂の自重による解析と(2)の自重に等しい大きさの分布荷重を地表面に加える解析では、前者の方がもち論実際に近いと考えられる。しかし、中詰砂を弾性連続体と仮定しているために、(1)の方法では中詰砂に極度の引張り応力が発生することを避けられない。そこで、便宜的な対応策として、(2)の方法を採用した。これだと中詰砂に引張り応力は発生しない。この方法によって求められる、パイプ上の各節点に作用する鉛直荷重を合計

して、パイプに加わる土荷重とした。その結果を、Marston-Spanglerの方法による結果とも合わせて、表-4.1に示す。また、図-4.6の中にも示す。

図-4.6によれば、支持地盤の沈下の条件が等しい場合には、自重による解析結果の方が分布荷重による解析結果よりも常に大きい。これは前にも述べた通り、中詰砂を弾性連続体と仮定しているために、中詰砂中に引張力が発生し、これがパイプを下から引張る格好になっているからである。すなわち、現実にはあり得ないことと思われるが、パイプの位置より下の砂がパイプにぶら下がるという状態になっているのである。

自重による解析または分布荷重による解析をそれぞれ検討すると、支持地盤の沈下が大きい程、パイプに加わる荷重は大きい。これは当然の結果であろう。

Marston-Spanglerの方法による結果と比較すると、第2の考え方によるものは、有限要素法による計算結果と曲線形状がよく似ている。中でも、 S が小さい範囲では分布荷重で支持地盤の沈下がない場合とほとんど一致しており、 S が大きい範囲では、分布荷重で支持地盤の沈下がない場合と、分布荷重で支持地盤の沈下が1cmの場合または自重で支持地盤の沈下がない場合のほぼ中央の値をとっている。これに対して、第1の考え方によるものは、 S が B_c と S_{cr2} の間にある場合に安全側の値を計算している。特に S が S_{cr2} に等しい時には最

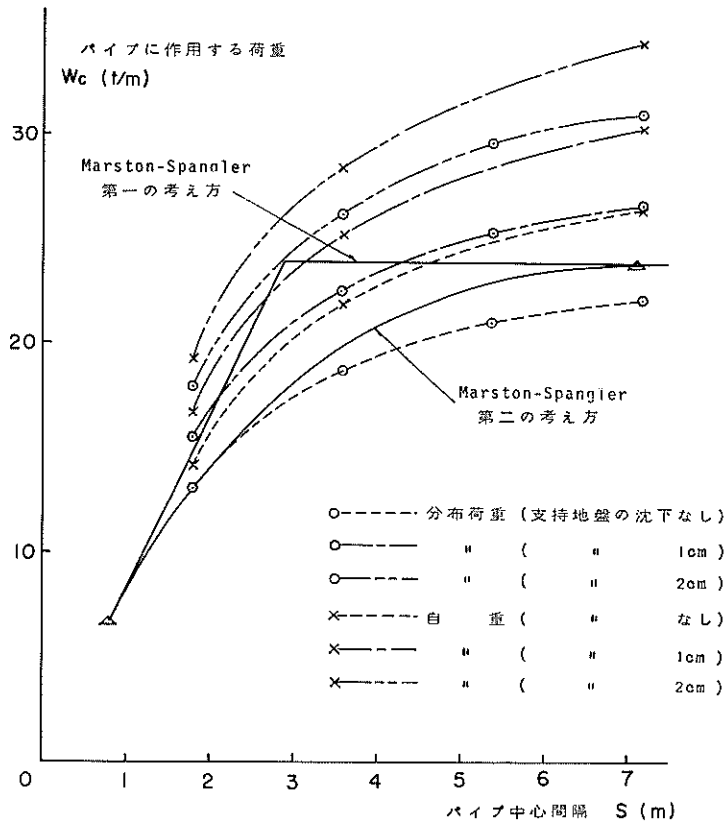


図-4.6 パイプ中心間隔とパイプに作用する荷重 W_c との関係

も大きい結果となっている。

以上の結果から判断する限りでは、中詰砂中に水平方向に並べられた複数のパイプが受ける土荷重を算定するのに、Marston-Spanglerの方法に基いた第1の考え方及び第2の考え方は、概ね妥当であると思われる。ここでは、比較の対象が、有限要素法を用いた弾性解析であるが、第1及び第2の考え方に基いた計算方法が極めて簡単であるので、これは有効な方法であると考えられる。

5. ま と め

以上、中詰砂中に水平方向に並べられたパイプ材が受ける土荷重を算定する方法について検討し、その計算結果を、中詰砂を連続弾性体と仮定した有限要素解析法による数値計算結果と比較した。

これまでに述べてきた内容をまとめて列記すると、以下の通りである。

1. 暗きょのような土中の埋設管に作用する土荷重の算定方法であるMarston-Spanglerの方法を基礎として、中詰砂中に水平方向に並べられた複数のパイプ材に作用する土荷重を計算できるようにこれを利用した2通りの方法を示した。
2. 中詰砂を連続弾性体と仮定した有限要素解析法により、パイプの間隔と支持地盤の沈下量を変化させた時にパイプに作用する土荷重を数値計算した。
3. Marston-Spanglerの方法に基づく2通りの方法により、有限要素解析の結果に対して、概ね妥当な計算結果が得られた。
4. Marston-Spanglerの方法に基づいた2通りの算定方法は、計算が極めて簡単であるので、パイプに作用する中詰砂による荷重を手軽に見つものに有効であると考えられる。

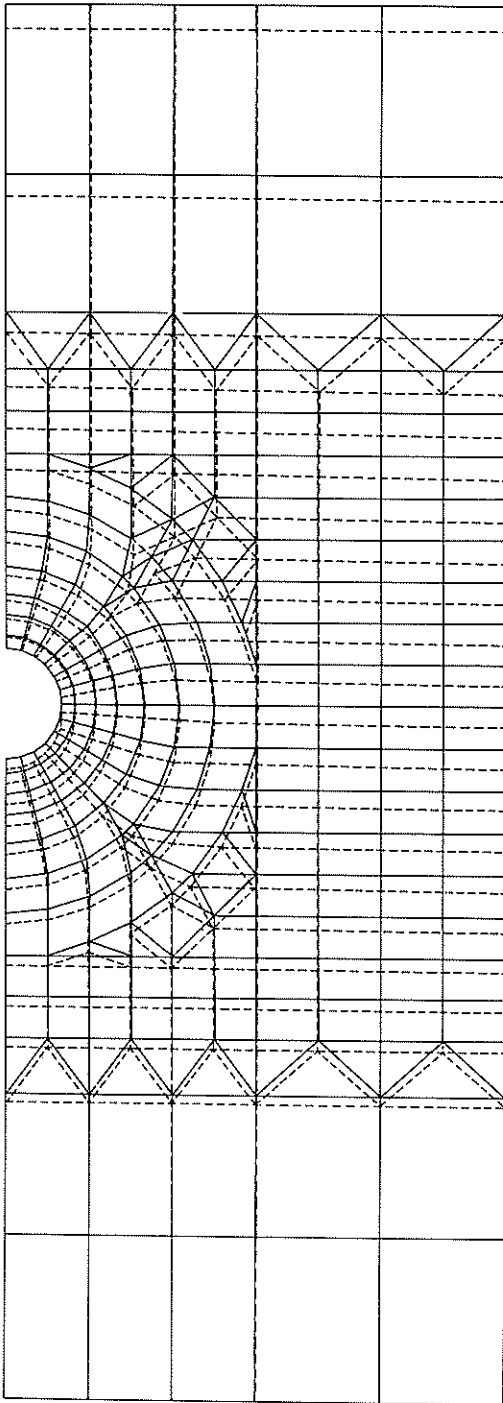


図-4.7 自重解析による変形分布図（パイプ中心間隔 7.2 m で支持地盤の沈下がない場合）

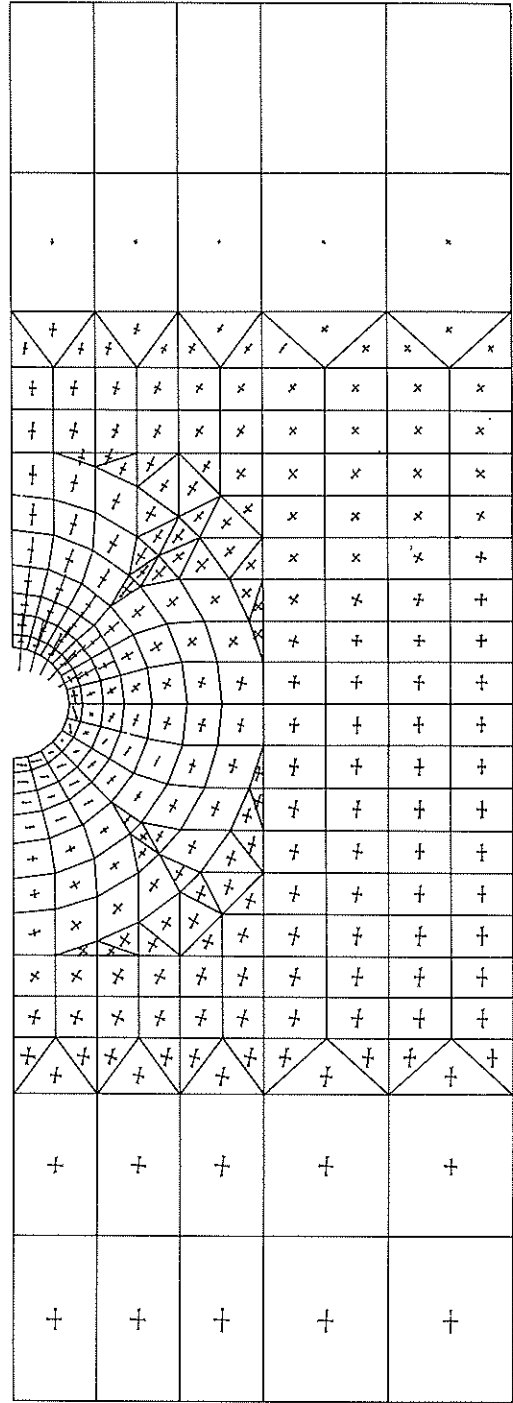


図-4.8 自重解析による主応力分布図（パイプ中心間隔 7.2 m で支持地盤の沈下がない場合）

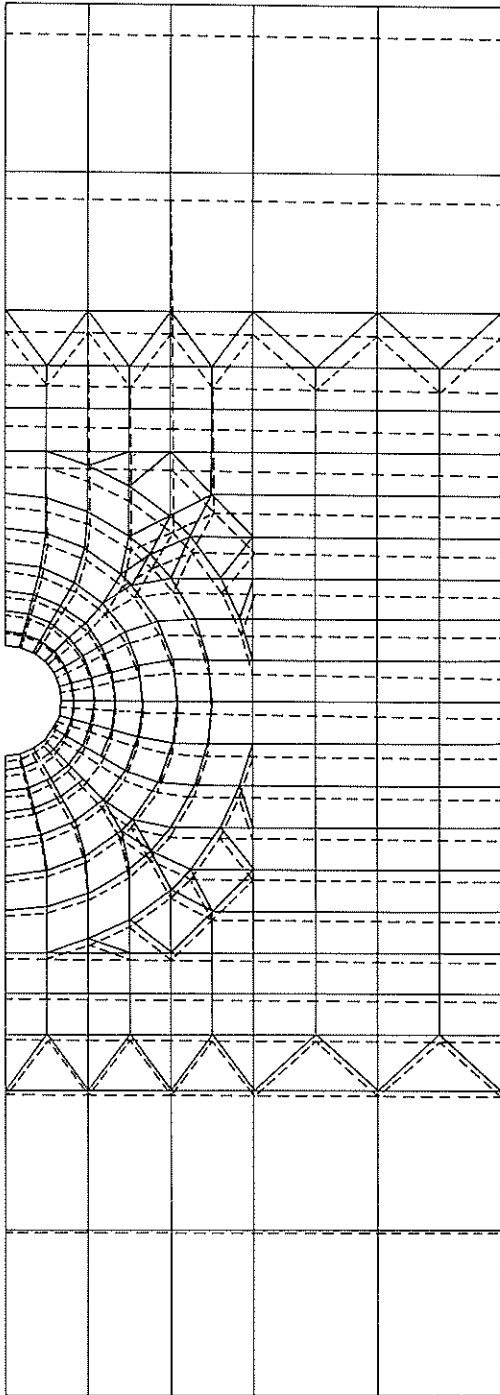


図-4.9 分布荷重解析による変形分布図(パイプ中心
間隔 7.2 m で支持地盤の沈下がない場合)

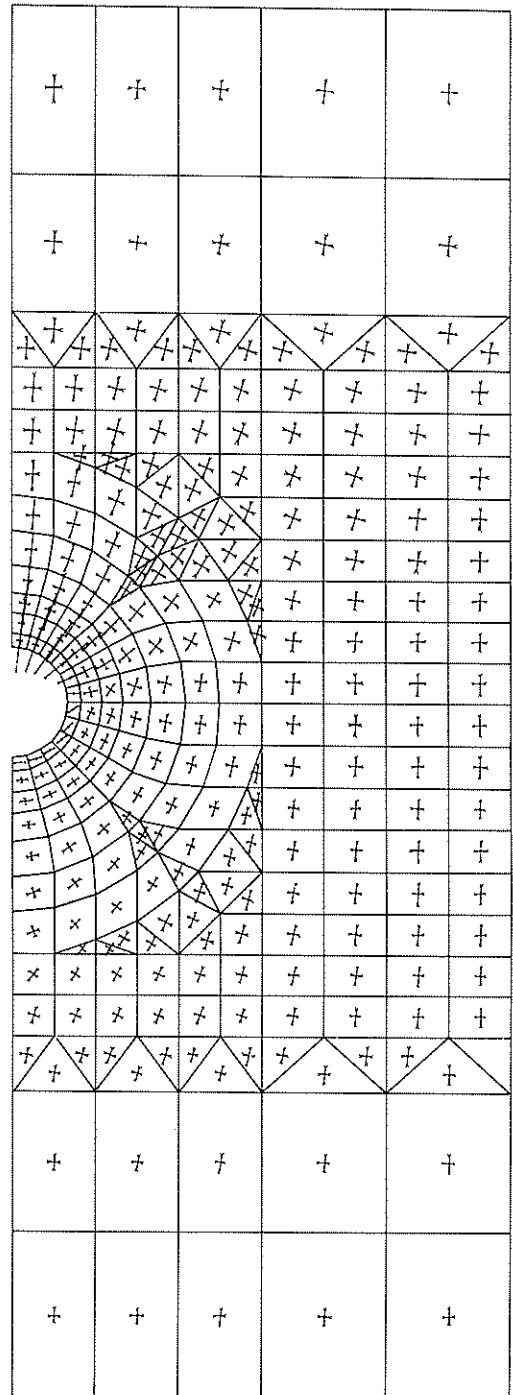


図-4.10 分布荷重解析による主応力分布図(パイプ
中心間隔 7.2 m で支持地盤の沈下がない場
合)

6. あとがき

この研究は、日本港湾協会に設けられた鋼製護岸研究委員会がジャケット式鋼製護岸の開発というテーマの中に取り上げた一項目で、当研究所が受託試験研究として行ったものである。本報告のうち有限要素法による解析の部分については、(株)芙蓉情報センターが計算を行った。

参考文献

- 1) 沢口正俊：地中埋設管に関する文献資料の概要と分類，埋設管に関するシンポジウム発表論文集，土質工学会，地中埋設管研究委員会，昭和50年10月，pp.1~4.
- 2) Spangler, M. G. : Underground Conduits - An Appraisal of Modern Research, Trans ASCE Vol.113, 1948, pp. 316~374.
- 3) Spangler, M. G. : Foundation Engineering (Edited by G. A. Leonards), Chapter 11, Culverts and Conduits, McGraw-Hill, 1962, pp 965~999.
- 4) 土質工学会編：土質調査試験結果の解釈と適用例，土質基礎工学ライブラリー4，土質工学会，昭和43年3月，pp. 50.

記号一覧表

B_c	: パイプの外径 (m)
C_c	: 荷重係数
C_{c1}'	: 第1の考え方における荷重係数
C_{c2}'	: 第2の考え方における荷重係数
d_c	: パイプの鉛直圧縮量 (cm)
E	: 中詰砂のヤング率 (kg/cm ²)
H	: パイプの土被り厚 (m)
H_s	: パイプ上面から等沈下面までの高さ (m)
h	: 盛土表面または等沈下面からの深さ (m)
K	: 土圧係数
P	: パイプ上の各節点に作用する鉛直荷重 (t)
p	: 突出比
R	: P により生ずる摩擦力 (t)
τ_{sd}	: 沈下比
S	: パイプ中心間隔 (m)
S_{cr1}	: 第1の考え方における臨界パイプ中心間隔 (m)
S_{cr2}	: 第2の考え方における臨界パイプ中心間隔 (m)
s_f	: パイプの沈下量 (cm)
s_g	: パイプに接した自然地表面の沈下量 (cm)
s_m	: パイプの横の厚さ $p B_c$ の部分の土の圧縮量 (cm)
V	: 土の鉛直土圧 (t/m)
W_c	: パイプに作用する土荷重 (t/m)
(x_0, y_0)	: 第2の考え方における曲線の交点の座標
γ	: 土の単位体積重量 (t/m ³)
δ	: パイプと中詰砂の摩擦角
μ	: 中詰砂の内部摩擦係数 ($\tan\phi$)
ν	: 中詰砂のポアソン比
ϕ	: 中詰砂の内部摩擦角

港湾技研資料 No. 291

1978・6

編集兼発行人 運輸省港湾技術研究所

発行所 運輸省港湾技術研究所
横須賀市長瀬3丁目1番1号

印刷所 阿部写真印刷株式会社

Published by the Port and Harbour Research Institute
Nagase, Yokosuka, Japan