

港 湾 技 研 資 料

TECHNICAL NOTE OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

No. 272 Sept. 1977

波浪観測記録による周期と波高の結合分布の解析

合 田 良 実

運輸省港湾技術研究所



目 次

要 旨	3
1. ま え が き	3
2. 周期と波高の結合分布に関する理論式	3
3. 数値シミュレーション波形の周期分布	5
4. 現地波浪の波形記録の解析	7
4.1 解析対象の観測データ	7
4.2 観測データにおける周期と波高の分布特性	8
5. 考 察	13
5.1 周期と波高の結合分布特性に関するパラメーターについて	13
5.2 Longuet-Higgins の理論の適用性について	17
6. む す び	17
参 考 文 献	18
主要記号表	18

Analysis of the Joint Distribution of the Periods and Heights of Sea Waves with Observed Records

Yoshimi GODA*

Synopsis

The joint distribution of the wave periods and heights exerts an influence on the problems of irregular wave runup, overtopping, forces, and others. The joint distribution is investigated for 89 surface wave records at the coastal waters, and compared with the theory by Longuet-Higgins based on the assumption of a narrow band spectrum. The observed records are classified into five groups according to the correlation coefficient between individual wave heights and periods. A correlation table between individual wave heights and periods normalized with the mean values is prepared for each wave records, and the accumulated correlation tables are made for five groups separately.

The applicability of the theory is confirmed for a narrow band spectrum with the bandwidth parameter below 0.1 by the analysis of numerically simulated wave profiles. Sea waves also show agreement with the theory when the correlation coefficient between wave heights and periods is low. Disagreement appears and enlarges as the correlation coefficient increases. Even so, the portion of large wave heights in the joint distribution is well approximated with the theory on the condition that the spectral bandwidth parameter is to be estimated by the interquartile range of the marginal distribution of wave periods.

* Chief of the Wave Laboratory, Marine Hydrodynamics Division

波浪観測記録による周期と波高の結合分布の解析

合 田 良 実*

要 旨

波群中の周期と波高の結合分布は、不規則波の波力や越波などの現象に影響を及ぼす。このため、波浪観測記録89例の解析を行ない、Longuet-Higginsの理論と比較した。観測データは波高と周期の相関係数をパラメーターとして5グループに分類し、周期比の累積度数表および周期比・波高比の累積相関表として取りまとめた。

Longuet-Higginsの理論は、狭帯域スペクトルの仮定が満足される場合には周期分布を適切に表示することが、数値シミュレーション波形の解析によって確認される。また、海の波でも波高と周期の相関係数が低い場合には比較的良く適合するが、相関係数が高くなるとずれを生じるようになる。しかし、結合分布のうちの波高比の大きな範囲については部分的に適合が可能である。その際は、スペクトルの帯域幅のパラメーターを周期の分布に合わせて設定することが必要である。

1. まえがき

海の波の不規則性はいろいろな観点から解析される。その一つは波のエネルギーの分布状態を調べるためのスペクトル解析であり、もう一つは波高や周期の分布などの統計量の解析である。波の統計量のデータは、不規則波の波力の計算や護岸の越波量の算定の際に利用され、一般に非線型な波の作用を調べるときに必要となる。

波の統計量のうち、波高についてはゼロアップクロス法で定義したものがレーリー分布¹⁾に従うことが多数の観測記録について確認されており²⁾、また波形の極大値についてはCartwrightとLonguet-Higgins³⁾の理論によってその分布が求められる。ところが、周期分布についてはBretschneider⁴⁾が半経験的な分布を提案したにとどまり、周期と波高の結合分布についてはほとんど検討されずにいた。しかし、1975年にLonguet-Higgins⁵⁾は彼の不規則波の統計理論⁶⁾の一つの応用として、周期と振幅の結合分布の理論式を提示し、その妥当性をBretschneiderの実測データを用いて例証した。また、ChakrabartiとCooley⁷⁾は、船用波浪計による3時間ごと連続27本の高波の波形記録を解析してLonguet-Higginsの理論と比較している。

この理論は、波の統計理論の多くがそうであるように、狭帯域スペクトルすなわち波のエネルギーが周波数の狭い範囲に集中することを前提とするものであるが、この前提は海の波については必ずしも妥当ではない。また、次節で紹介するように、周期と波高の結合分布は平均周期を軸として左右対称であり、波高と周期の相関係数は0である。海の波についてはこの相関係数が-0.2から0.8にまで広がっていることが報告されており²⁾、この点でもLonguet-Higginsの理論の適用性には何らかの留保条件が必要と

思われる。

そこで本資料では、著者が先に解析した現地波浪の波形記録を再整理して周期分布および周期と波高の結合分布を求め、Longuet-Higginsの理論の適用性を検討するとともに、周期に関する分布特性について考察を加えてみた。

2. 周期と波高の結合分布に関する理論式

波高計による海の波の波形記録のように不規則な波形の統計量を論ずる際には、個々の波の定義法を明確にしておく必要がある。ここでは、一般に用いられるゼロアップクロス法で波を定義するものとする。

周期分布の問題は数学的には不規則波形のゼロ点の間隔の問題であり、Rice⁸⁾以来、幾つかの研究が発表されている。中でもLonguet-Higgins⁶⁾は1957年に方向スペクトルを持つ不規則な2次元波形の統計的性質を論じた中で、任意の座標軸に沿う切断面の波形、すなわち1次元波形のゼロ点の間隔の確率分布を計算した。この結果はスペクトルの帯域幅が十分に狭いことを条件にして次のように表わされる。ただし、ここでは簡単のため不規則波形の主軸、すなわちエネルギーが最も集中している方向に沿う切断面の波形に関するものを示す。

$$p(i) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\hat{m}_0}{\hat{m}_2} \right)^{1/2} \times \frac{\bar{u}^2/\nu}{\{i^2/\bar{T}^2 + (i/\bar{T} - 1)^2/\nu^2\}^{1/2}} \quad (1)$$

ここに、

$$\hat{m}_n = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(u, v) u^n du dv \quad (2)$$

* 海洋水理部 波浪研究室長

$$\bar{u} = \hat{m}_1 / \hat{m}_0 \quad (3)$$

$$\bar{l} = \pi (\hat{m}_0 / \hat{m}_2)^{1/2} = \frac{\pi}{u} (1 + \nu^2)^{-1/2} \quad (4)$$

$$\nu = (\hat{\mu}_{20} / \hat{m}_0)^{1/2} / \bar{u} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mu_{20} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(u, \nu) (u - \bar{u})^2 du d\nu \\ &= \hat{m}_2 - \bar{u}^2 \hat{m}_0 = (\hat{m}_2 \hat{m}_0 - \hat{m}_1^2) / \hat{m}_0 \quad (6) \end{aligned}$$

ただし、 l はゼロ点の間隔、 $p(l)$ は確率密度関数、 $S(u, \nu)$ は波数ベクトル (u, ν) についての方向スペクトル密度関数である。このスペクトルが狭帯域であるための条件は、スペクトルの帯域幅のパラメーター ν が十分に小さいこと、すなわち

$$\nu \ll 1 \quad (7)$$

である。

ゼロ点の間隔は、不規則波形の座標を時間に書き換えることによって周期に変換されるので、この理論の応用によってゼロアップクロス周期の分布が求められることになり、これは井島⁹⁾によって紹介されている。しかし、Longuet-Higgins のこの論文はかなり難題であるため、海の波の周期分布に対してはあまり適用されずにいた。また、周期と波高の結合分布については、上記の論文では誘導の途中までしか示されていない。こうした点を配慮したのか、Longuet-Higgins は1975年に海の波の周期分布および周期と振幅の結合分布を分かりやすい形で提示した。理論の前提となっている狭帯域のスペクトルにおいては波高が振幅の2倍と見なすことができるので、上記の理論分布^{*}は次のように書き改めることができる。

(a) 周期比と波高比の結合確率密度関数：

$$p(x, \tau) = \frac{2a^3 x^2}{\sqrt{\pi} \nu} \exp \{ -a^2 x^2 [1 + (\tau - 1)^2 / \nu^2] \} \quad (8)$$

(b) 波高比の確率密度関数：

$$p(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x, \tau) d\tau = 2a^2 x \exp \{ -a^2 x^2 \} \quad (9)$$

(c) 周期比の確率密度関数：

$$p(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x, \tau) dx = \frac{\nu^2}{2[\nu^2 + (\tau - 1)^2]^{3/2}} \quad (10)$$

(d) 周期比の条件付確率密度関数：

$$p(\tau | x) = \frac{p(x, \tau)}{p(x)} = \frac{ax}{\sqrt{\pi} \nu} \exp \{ -a^2 x^2 (\tau - 1)^2 / \nu^2 \} \quad (11)$$

ここに、

$x = H/H_*$: 波高比 (H_* はある基準波高)

$\tau = T/\bar{T}$: 周期比 (\bar{T} は平均周期)

$$a = \frac{H_*}{(8m_0)^{1/2}} = \begin{cases} 1/2\sqrt{2} : H_* = m_0^{1/2} = \eta_{rms} \\ \sqrt{\pi}/2 : H_* = \bar{H} \\ 1 : H_* = H_{rms} \end{cases} \quad (12)$$

なお、パラメーター ν は周波数スペクトル $S(f)$ の積率を用い、式(5)の変形として次のように表示することができる。

$$\nu = [m_0 m_2 / m_1^2 - 1]^{1/2} = \nu_S \quad (13)$$

$$m_n = \int_{-\infty}^{\infty} f^n S(f) df \quad (14)$$

ここで ν_S と添字 S を付したのは、これが周波数スペクトルから求めた値であることを明示するためである。

スペクトルの帯域幅のパラメーターとしては、極大値の分布に関連して Cartwright と Longuet-Higgins³⁾ が提案した次の量がしばしば用いられる。

$$\epsilon = [1 - m_2^2 / (m_0 m_4)]^{1/2} \quad (15)$$

Longuet-Higgins は $\epsilon \ll 1$ のときは次の関係が成立することを証明している。⁵⁾

$$\nu \doteq \frac{1}{2} \epsilon \quad (16)$$

この周期分布に関する Longuet-Higgins の理論は、スペクトル幅に関するパラメーター ν によって分布特性が定まるといふ点が特徴的である。こうした統計理論を離れた半経験的な周期分布の式としては、Bretschneider⁴⁾ が1959年に提案した次式がある。

$$p(\tau) = 2.7 \tau^3 \exp \{ -0.675 \tau^4 \} \quad (17)$$

この式は、風波については τ^2 がほぼレーリー分布に従うという観測結果から導かれたものであり、風波だけの場合にはかなり良い近似式である²⁾。これは、発達した風波のスペクトルがほぼ一定の形状をとることによると考えられ、任意のスペクトル形状の不規則波形一般については適用できない。また、波高と周期の結合分布は与えられていない。

* これらの誘導については、原論文または文献(10)を参照されたい。

Longuet-Higgins による周期と波高の結合分布の具体的な形状は後出の図-6 (p. 10) にその一例を示すようなものであるが、その一般的な性質を簡条書にすると次のようになる。

- 1) 結合分布は $\tau = 1$, すなわち平均周期を中心にして対称形である。
- 2) 波高と周期の相関係数は 0 である。
- 3) 結合確率密度のピーク値は次式で与えられる。

$$p_{\max} = \frac{2a}{\sqrt{\pi} \nu \epsilon}$$

$$: x = 1/a \text{ および } \tau = 1 \quad (18)$$

- 4) 周期分布は理論上は $\tau < 0$ の範囲にも広がっているが、 $\tau < 0$ の出現確率はほぼ $\nu^2/4$ で与えられ、 $\nu < 1$ であるかぎり無視できる。
- 5) 特定の波高比における周期の分布幅は波高比に逆比例する。分布幅の指標として標準偏差をとると、これは次式で与えられる。

$$\sigma_x(\tau) = \frac{\nu}{\sqrt{2} a x} \quad (19)$$

- 6) 周期分布全体としての標準偏差は、理論上は確率密度関数の 2 次モーメントの発散のために求めることができない。ただし、周期比の範囲として $0 < \tau \leq \tau_{\max} < \infty$ の条件を設けると、ほぼ ν に比例する値をとる。
- 7) 周期分布の広がり の指標として 4 分位範囲^{*} (interquartile range) を用いると、これは次式で与えられる。

$$\text{IQR}(\tau) = \frac{2}{\sqrt{3}} \nu \quad (20)$$

- 8) スペクトル幅のパラメーター ν は、式 (20) の関係に基づいて次のように推定することができる。

$$\nu = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{IQR}(\tau) = \nu_T \quad (21)$$

ただし、添字 T は周期分布に基づく推定値であることを明示するためのものである。

なお、周期分布の式(1)と式(10)は分布形が若干異なり、式(1)の場合には分布のピークが $l < \bar{l}$ のところに現われる。この違いは、式の誘導過程における近似誤差の処理方法の差によるもので、Longuet-Higgins⁵⁾ は周期分布のピークが $\tau = 1$ に現われるように式(10)の誘導を行なったものと推測される。

3. 数値シミュレーション波形の周期分布

Longuet-Higgins の理論の検証として、まず狭帯域スペクトルの仮定が成立するような不規則波形の周期分布を調べてみる。海の波の場合にはこの仮定が成り立たないので、ここでは著者¹²⁾ が以前に作成した線型数値シミュレーションによる不規則波形を対象として取り上げる。このシミュレーションでは、周波数スペクトルとして次のようなものを採用した。

$$S(f/f_p) \propto (f/f_p)^{-m} \exp[-\frac{m}{n}(f/f_p)^{-n}] \quad (22)$$

ここに、 f_p : スペクトルのピーク周波数

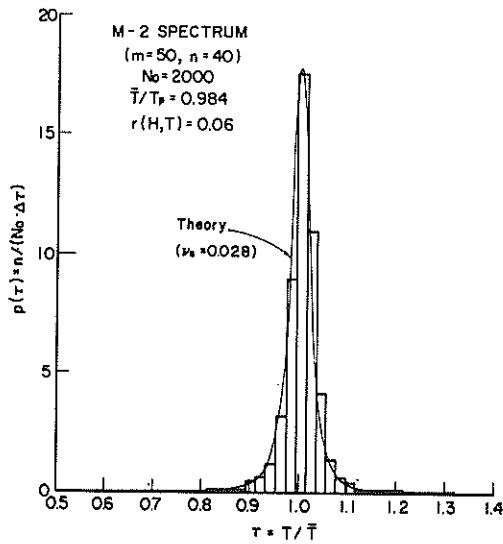
このシミュレーションでは $n = 0.8$ m として $m = 0.5 \sim 5.0$ の範囲で変化させたが、ここではこのうち表-1 に示す 4 種類のスペクトルについて周期比の分布を調べてみた。表-1 の中の f_{\min} および f_{\max} はシミュレーションの際に考慮した周波数範囲の下限値および上限値である。また、 ϵ および ν_S は周波数スペクトルから式 (15) , (13) で与えられるパラメーターであり、これらの値が小さいものについては式(16)がほぼ成立することが認められる。 ν_T は式 (21) を用い、シミュレーション結果の周期分布から求めたものである。 Q_p はスペクトルのピークの尖鋭度を表わすパラメーターとして著者¹²⁾ が導入したもので、次式で定義される。

$$Q_p = \frac{2}{m_0^2} \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} f S^2(f) df. \quad (23)$$

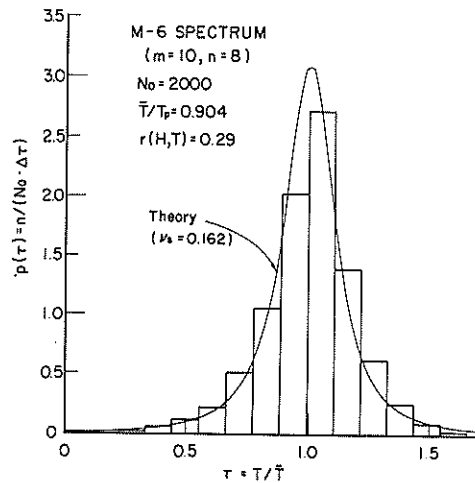
表-1 数値シミュレーションのデータ

種別	m	n	$\frac{f_{\min}}{f_p}$	$\frac{f_{\max}}{f_p}$	$f_p T \nu_S$	$f_p \bar{T}$	ϵ	ν_S	ν_T	Q_p	$\tau(H, T)$
M-2	50	40	0.95	1.25	0.988	0.984	0.057	0.028	0.031	22.6	0.056
M-5	20	16	0.80	1.80	0.966	0.962	0.153	0.082	0.084	8.89	0.091
M-6	10	8	0.75	3.0	0.933	0.904	0.342	0.162	0.183	4.30	0.286
F-4	5	4	0.50	5.0	0.883	0.739	0.705	0.330	0.433	2.01	0.615

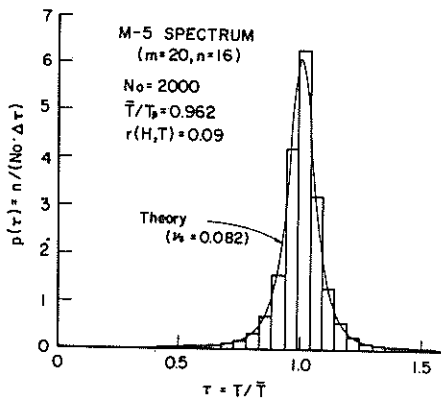
* これは統計量の度数分布において、小さい方から数えて全体の数の 1/4 および 3/4 に位置する値を Q_1 , Q_3 とするとき、 $\text{IQR} = Q_3 - Q_1$ をいう。通常用いられる 4 分位偏差¹¹⁾ $Q = (Q_3 - Q_1)/2$ の 2 倍である。



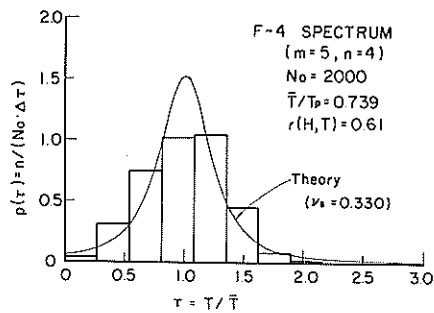
(1) M-2型スペクトル



(3) M-6型スペクトル



(2) M-5型スペクトル



(4) F-4型スペクトル

図一1 数値シミュレーション波形の周期分布

また、 $r(H, T)$ はゼロアップクロス法で定義された波高と周期の相関係数で、シミュレーションで得られた波形について計算した値である。なお、シミュレーションは各10回行ない、各回とも連続200波を含む長さとしてある。

これらのシミュレーション波形の各々について周期比の度数分布を調べ、確率密度の形で表示したのが図一(1)~(4)である。なお、原データは $\tau_* = T/T_p$ (ただし $T_p = 1/f_p$)の形で正規化されているので、計算にあたっては τ_* につ

いての度数分布を求めた結果を \bar{T}/T_p の比率を用いて変換している。

これらの図を見ると、 $\nu < 0.1$ のM-2型およびM-5型スペクトルは周期分布が理論値と良く一致しているが、 $\nu = 0.16$ のM-6型スペクトルでは周期分布のピークが $\tau = 1$ のやや右側にずれていて、分布形全体として負のひずみ度を示すようになることが分る。また、 $\nu = 0.33$ のF-4型スペクトルではこうした理論分布からのずれが明瞭にな

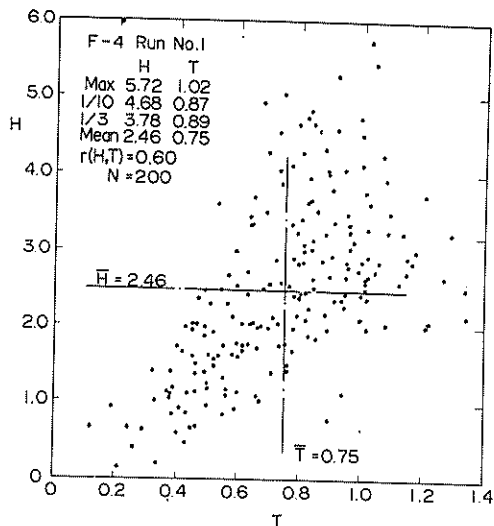


図-2 数値シミュレーション波形における波高と周期の散布図の例 (F-4型スペクトル)

る。さらに、スペクトルの帯域幅のパラメーターの二つの推定値 ν_s, ν_T を比べてみると、表-1から明らかなようにM-2型およびM-5型では有意な差が認められないが、M-6型では ν_T がやや大きく、F-4型では ν_T が ν_s の約3割増となる。結局、線型シミュレーションの波形データによれば、Longuet-Higginsの理論が間違いなく適用できるのは $\nu \leq 0.1$ の場合といえよう。

なお、F-4型スペクトルの波形データの一例について波高と周期の散布図 (scatter diagram) を示したのが図-2である¹²⁾。波高は $H_* = \eta_{rms}$ を基準値、周期は T_p を基準として正規化してある。図から明らかなように、波高の小さな波については周期も短い傾向が強く、このため相関係数 $r(H, T)$ が0.60の値となっている。ただし、波高の大きな波の範囲では周期との相関がほとんど見られない。

4. 現地波浪の波形記録の解析

4.1 解析対象の観測データ

データとしては、先に著者と永井²⁾が解析した171例の波浪記録のうち、周波数スペクトルの形状が滑らかであってピークが単一であり、かつ有義波高が観測地点の水深の約0.4倍以下のもの89例を対象とした。スペクトル形状の条件は周期分布の正常性を確保するためのもので、風波とうねりの重畳の場合などのようにスペクトルが複数のピークを持つときは周期分布もピークが割れた形となる。また、有義波高の絶対値の条件は浅水域における碎波の影響を避けるためのもので、有義波高が水深の0.9~0.4倍以上にな

ると波高分布の上限が頭打ちとなり、レーリー分布からのずれが目立つようになる。

解析を行なった波浪記録89例のうち、名古屋港のデータは42例、留萌港が24例、山背泊港6例、苫小牧港8例、金沢港9例である。名古屋港のデータは高潮防波堤内外の3地点(水深約10m)で観測された $T_{1/3} \pm 2 \sim 4$ secの深海性の風波である。一方、他の諸港のデータは水深10~20mで観測された $T_{1/3} = 5 \sim 14$ secの風波またはうねりである。これらの波形記録は既に解析が行なわれて各種の統計量が算出されているので、各記録の波高と周期の相関係数 $r(H, T)$ の値に応じて5グループに分類し、周期比 τ と波高比 α の相関表の集計を行なった。 $r(H, T)$ の階級値および観測港ごとの各グループ別のデータ数は表-2のとおりである。

表-2 観測港別のデータ数の分類

港名	$r(H, T)$ の階級					計
	-0.25 ~0.19	0.20 ~0.39	0.40 ~0.59	0.60 ~0.69	0.70 ~0.81	
名古屋	13	17	12	-	-	42
留萌	-	-	7	15	2	24
山背泊	-	-	2	2	2	6
苫小牧	-	-	1	6	1	8
金沢	-	1	1	4	3	9
計	13	18	23	27	8	89

表-2から明らかなように、名古屋港のデータは相関係数が小さく(平均値0.265, 標準偏差0.209)、他の沿岸諸港のデータは相関係数が大きい(平均値0.627, 標準偏差0.087)が、この差が何によるものかは不明である。しかし、 $r(H, T)$ は代表波の周期比 $T_{1/3}/\bar{T}$ などと密接な関係にあることが知られており²⁾、またLonguet-Higginsの理論では $r(H, T) = 0$ であるので、 $r(H, T)$ の値そのものが理論分布からのずれの指標となるものと予想される。 $r(H, T)$ の値によるデータの分類はこの予測に基づくものである。

なお、使用データの特性を表わすものとして、代表波の波高比、周期比その他の統計量をグループごとに計算した結果を表-3に示す。表中の数値は各波形記録ごとに求められているものをグループごとに平均値および標準偏差を計算した結果で、括弧内が標準偏差である。なお相関係数 $r_{13}(H, T)$ は波高の大きい方から数えて1/3の波についての波高と周期の相関係数である。

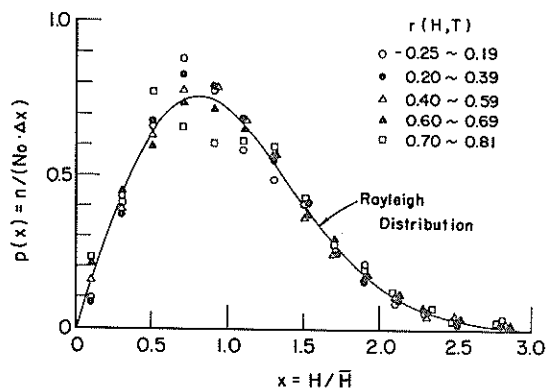
表一三 波浪観測記録の統計量の集計表

項 目	$r(H, T)$ の 階 級					全 データ
	-0.25~0.19	0.20~0.39	0.40~0.59	0.60~0.69	0.70~0.81	
デ ー タ 数	13	18	23	27	8	89
波 数 N_0	1297(211)	1486(146)	1127(316)	1055(394)	976(317)	1189(350)
[波高比]						
$H_{max}/H_{1/3}$	1.702(0.210)	1.752(0.272)	1.693(0.256)	1.597(0.164)	1.536(0.148)	1.663(0.231)
$H_{1/10}/H_{1/3}$	1.281(0.063)	1.276(0.037)	1.285(0.039)	1.284(0.051)	1.267(0.039)	1.281(0.046)
$H_{1/3}/\bar{H}$	1.610(0.058)	1.570(0.042)	1.594(0.074)	1.619(0.053)	1.614(0.057)	1.601(0.061)
[周期比]						
$T_{max}/T_{1/3}$	0.943(0.131)	0.963(0.083)	1.025(0.112)	1.018(0.105)	1.060(0.105)	1.002(0.113)
$T_{1/10}/T_{1/3}$	0.994(0.022)	0.999(0.028)	1.012(0.043)	1.023(0.041)	1.029(0.030)	1.012(0.038)
$T_{1/3}/\bar{T}$	0.983(0.047)	1.061(0.025)	1.156(0.047)	1.252(0.041)	1.331(0.042)	1.156(0.116)
$T_{1/3}/\bar{T}_p$	0.966(0.035)	0.950(0.020)	0.915(0.062)	0.901(0.046)	0.890(0.045)	0.923(0.053)
\bar{T}/T_p	0.983(0.061)	0.895(0.030)	0.794(0.070)	0.720(0.044)	0.669(0.035)	0.808(0.116)
[相関係数]						
$r(H, T)$	0.014(0.137)	0.295(0.064)	0.511(0.048)	0.650(0.034)	0.730(0.033)	0.457(0.239)
$r_{13}(H, T)$	-0.068(0.134)	-0.032(0.104)	0.010(0.163)	0.078(0.160)	0.179(0.098)	0.026(0.159)
[スペクトル]						
ϵ	0.832(0.035)	0.803(0.059)	0.865(0.044)	0.878(0.042)	0.880(0.042)	0.853(0.054)
ν_S	0.515(0.061)	0.487(0.059)	0.489(0.108)	0.562(0.081)	0.657(0.109)	0.526(0.102)
ν_T	0.268(0.048)	0.287(0.028)	0.384(0.086)	0.500(0.062)	0.582(0.054)	0.400(0.123)
Q_p	2.412(0.698)	2.369(0.356)	2.116(0.566)	1.740(0.228)	1.758(0.210)	2.064(0.526)
$\Delta t/T_p$	0.092(0.014)	0.105(0.026)	0.069(0.019)	0.060(0.015)	0.063(0.015)	0.076(0.026)

4.2 観測データにおける周期と波高の分布特性

(1) 波高分布

ゼロアップクロス法で定義された波高はほぼレーリー分布に従うことが多数の観測例で確認されており、今回取り上げたデータについても周波数スペクトルのピークが複数



図一三 観測波形の波高分布

のものも含めたデータの全体について検証済みである²⁾。もっとも、今回は周波数スペクトルのピークが単一のものについて波高と周期の相関係数ごとに分類しているの、各グループごとの波高分布を求めた結果を図一三に示す。これは各波形記録ごとにその平均波高を基準値として波高を無次元化し、 $\Delta H/\bar{H} = 0.2$ の波高比階級ごとの出現度数を求めてこれを累計したものである。ただし、計算結果は確率密度の形で表示してある。

図一三では $r(H, T)$ の階級ごとに棒グラフで表わす代りに、 $\Delta H/\bar{H} = 0.2$ の区間ごと(ただし $H/\bar{H} = 2.6 \sim 3.0$ は1区間)の確率密度の値を記号で示しているの、やや見にくくなっているが、全体として式(9)のレーリー分布に乗っているといえる。全データについて χ^2 検定を行なうと、14階級分割を用いて $\chi^2 = 1.46$ となる。レーリー分布から抽出したサンプルの χ^2 値がこの値を上回る確率は約30%であるので、レーリー分布の仮定は棄却できない。

もっとも、相関係数の階級ごとに調べると、相関係数の小さいグループは波高分布のピークが鋭く、相関係数が大

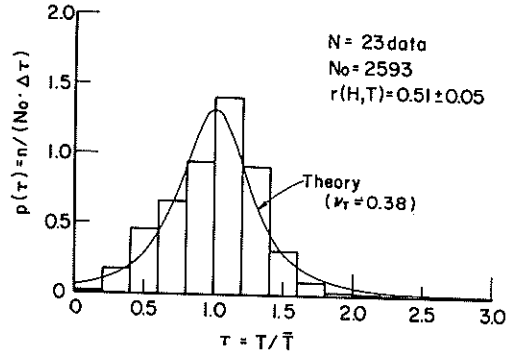
きくなるにつれてピークが低くなる傾向がある。ただし、この差はあまり顕著なものではない。なお、 $r(H, T) = 0.70 \sim 0.81$ のグループは全波数が781波と少ないこともあって波高分布の形のみずみやや大きい。それでも χ^2 検定を行なうと、得られた χ^2 値よりも大きな値が出現する確率が約10%あるので、レーリー分布の仮定を棄却することはまだむずかしい。

(2) 周期分布

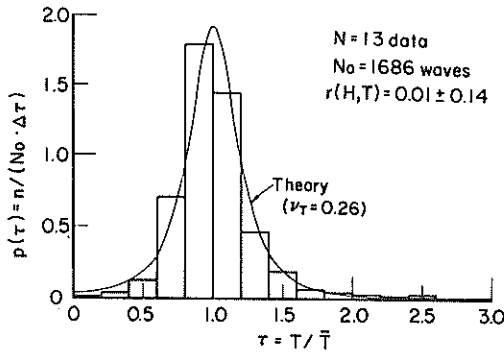
次に、相関係数の各階級ごとに周期の分布を求めた結果を図-4(1)~(5)に示す。波高分布の場合と同じように、各波形記録ごとにその平均周期で周期を無次元化して確率密度を求めたものである。各図に細実線で示した曲線は式(10)の周期比の理論値である。このときのスペクトルの帯域幅のパラメータ ν の値は、全体としての周期分布の4分位範囲から式(21)で推定したもので、いわば周期分布にあてはめた値である。それぞれの波形記録の周波数スペクトルから式(13)で計算した結果は、表-1に示すようにグループごとの平均値で0.47~0.66とかなり大きな値であり、周

期分布の4分位範囲から求めた ν_T の値とは一致しない。

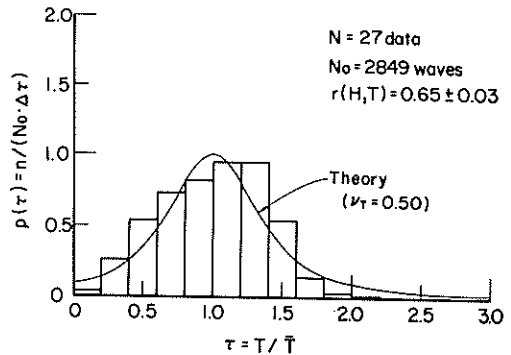
図-4を見ると、波高と周期の相関係数が小さいグループでは実測の周期分布がかなり式(10)の理論分布に一致している。特に $r(H, T) = -0.25 \sim 0.19$ のグループで $\tau = T/\bar{T}$ が2.0以上のものが出現する傾向は理論曲線で良く説明されている。図には示していないけれども、式(17)のBretschneiderの提案式では $\tau > 2.0$ の周期比の出現率が極めて小さくなり、観測データを説明できない。一方、



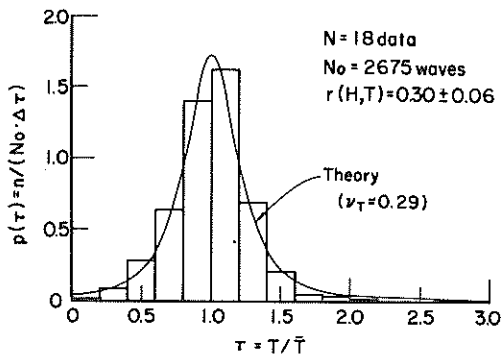
(3) $r(H, T) = 0.40 \sim 0.59$



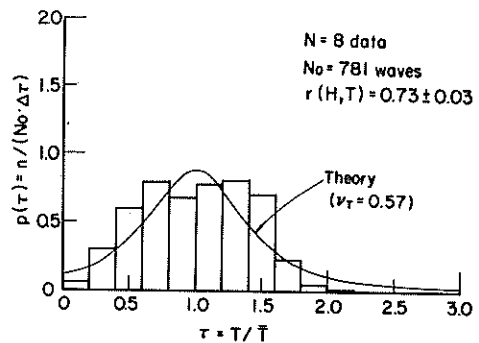
(1) $r(H, T) = -0.25 \sim 0.19$



(4) $r(H, T) = 0.60 \sim 0.69$



(2) $r(H, T) = 0.20 \sim 0.39$



(5) $r(H, T) = 0.70 \sim 0.81$

図-4 観測波形の周期分布

波高と周期の相関係数が大きくなると、それにつれて実測の周期分布はピークが右へずれ、度数分布として負のひずみ度を示すようになる。このため理論分布も実測値と一致しなくなり、 $r(H, T) > 0.6$ では近似式としても適切とはいえなくなる。なお、理論曲線は $\tau = 0$ において 0 とならずに有限の確率密度を保持しているが、これは理論分布が $\nu < 1$ を仮定しているのを無視して ν の値が大きいところまで適用していることによるものである。

波高と周期の相関係数の値による周期分布の変化をまとめて示したのが図-5である。このうち図-5(1)は平均周期 \bar{T} を基準値として周期比を求めたもので、図-4(1)~(5)の棒グラフの値を相関係数の階級ごとの記号で表わして重ね合せたものである。一方、図-5(2)は周波数スペクトルのピークに対応する周期 T_p を基準値として周期比を算出した場合の結果である。この表示を用いると、相関係数が大きくなるにつれて T/T_p の小さい波の出現率が增大することが明らかになる。

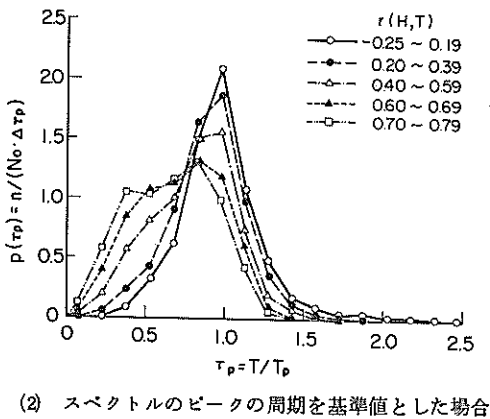
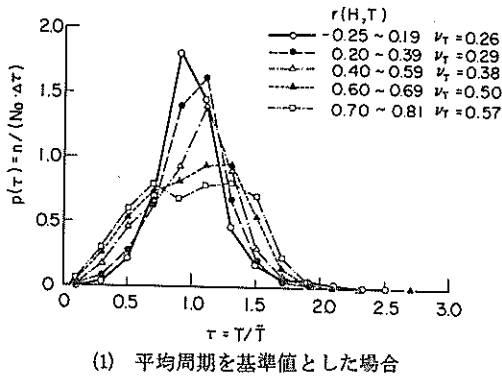


図-5 相関係数の値による周期分布の変化

(3) 周期と波高の結合分布

前項に述べたように、波高と周期がほぼ無相関の場合には周期分布の形が理論値に一致していたので、その分布に対してあてはめた $\nu_T = 0.26$ の値に対する周期と波高の結合分布を計算した結果が図-6である。波高比を $H_* = \bar{H}$ を基準値として計算するときは、結合分布のピークが ν の値にかかわらず $x = 2\sqrt{\nu} = 1.128$ 、 $\tau = 1.0$ の位置に現われ

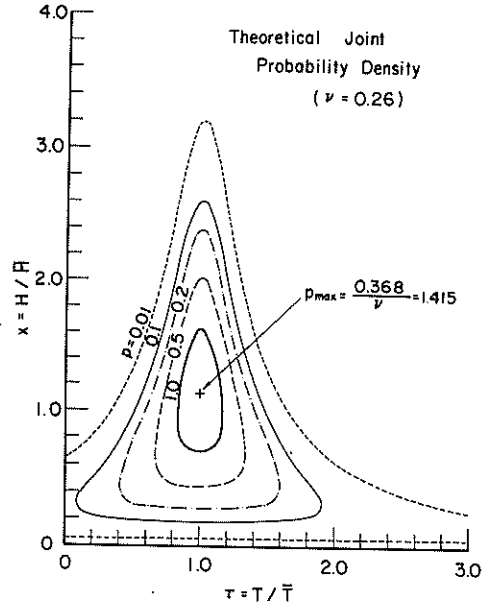
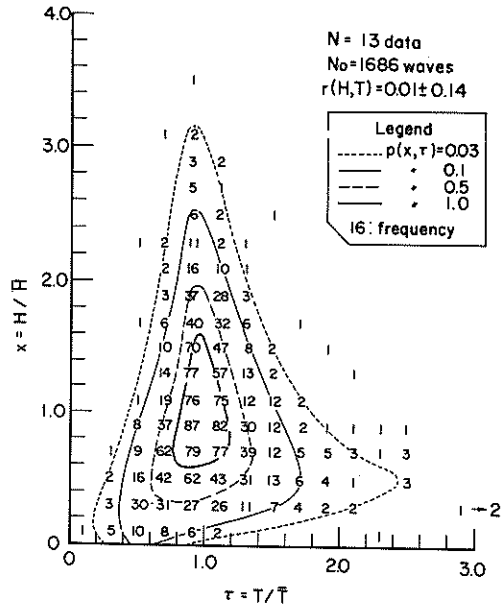
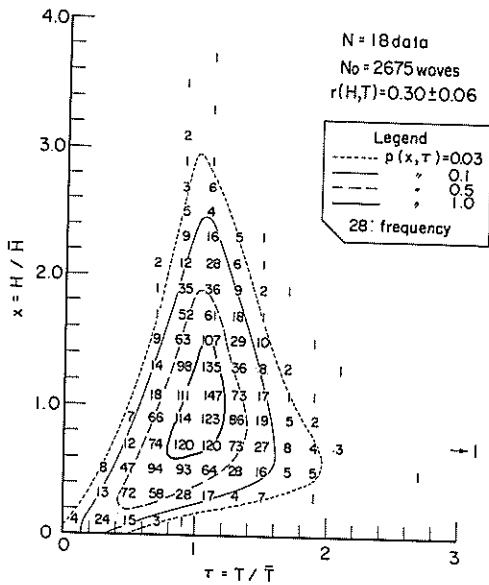


図-6 周期比と波高比の結合確率密度の計算例

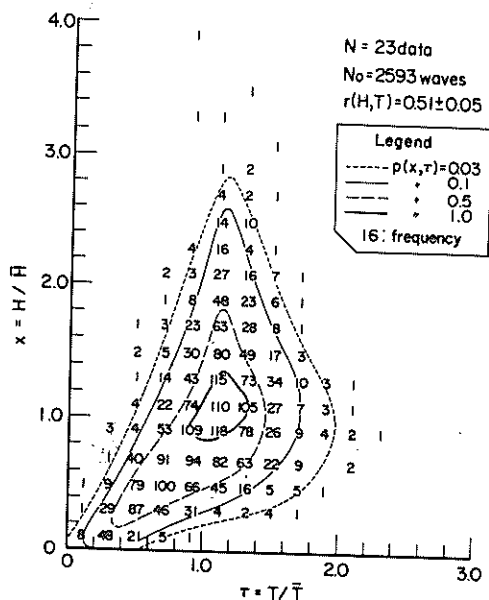


(1) $r(H, T) = -0.25 \sim 0.19$

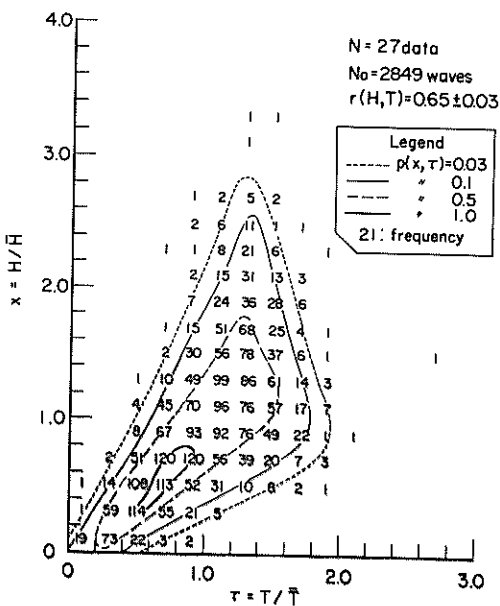
図-7 観測波形における周期と波高の相関図



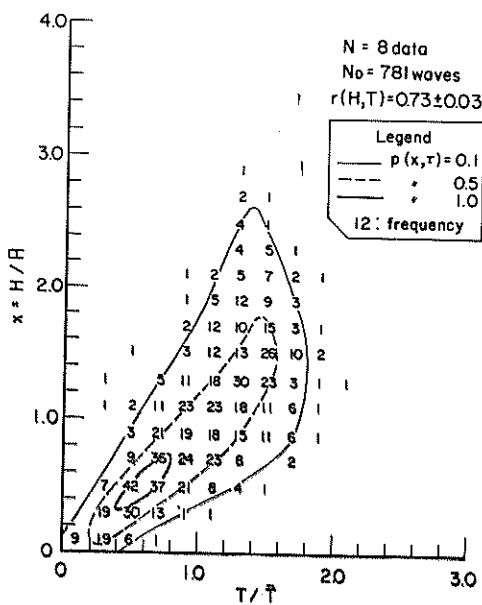
(2) $r(H, T) = 0.20 \sim 0.39$



(3) $r(H, T) = 0.40 \sim 0.59$



(4) $r(H, T) = 0.60 \sim 0.69$



(5) $r(H, T) = 0.70 \sim 0.81$

図一七 観測波形における周期と波高の相関図

る。確率密度の最大値は、式(18)により $\nu = 0.26$ のとき $p_{\max} = 1.415$ である。この理論分布の特徴は2で述べたとおりである。

これに対して、観測波形記録について $x = H/\bar{H}$ と $\tau = T/\bar{T}$ の相関図を作成した結果が図-7(1)~(5)である。このうち、図-7(1)の $r(H, T) = -0.25 \sim 0.19$ 、 $\nu_p = 0.26$ のものは図-6の理論分布と良く似た形状を示す。特に、 $p = 1.0$ および0.5の等確率密度線はほとんど一致している。ただし、 $x \leq 0.4$ の範囲については観測値が左右対称とならず、 $x = 0$ 、 $\tau = 0$ の座標原点へ向って流れるような形を示す。

この波高比の小さい範囲で波高比と周期比の結合分布が左下へ向って流れる傾向は $r(H, T)$ が増すにつれて次第に顕著になり、結合確率密度の最大値の点も座標原点に近づく。また、波高比の大きな波は周期比の大きな範囲に移動する。

観測記録から求めた結合分布の重要な性質は、波高比の大きな範囲では周期比との相関が認められないこと、すなわち周期比の分布が左右対称なことである。試みにこの x の範囲を図-7から目分量で読みとると、表-4のようになる。一方、波高がレーリー分布に従うとき、有義波=1/3最大波を算出する対象は $x \geq 1.183$ の範囲の波である。したがって、有義波の算出対象の波について波高と周期の相関を取れば、非常に低い相関係数を示すはずである。表-3に記載した $r_{1/3}(H, T)$ はこの有義波の算出対象の波につ

表-4 周期の分布が波高と無相関な波高比の範囲

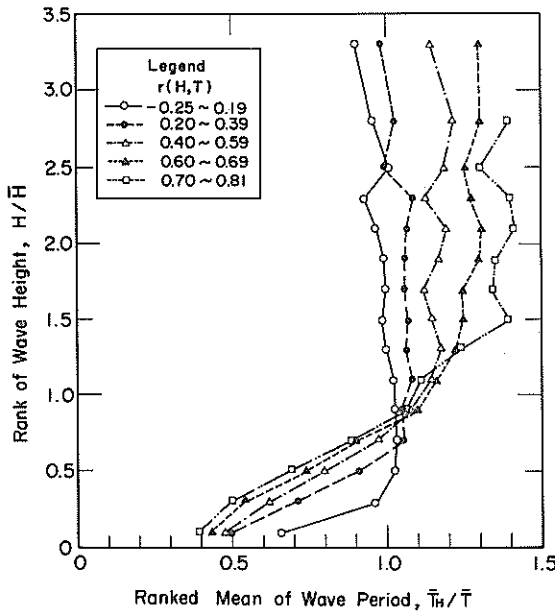
相関係数の階級	波高比の範囲
-0.25~0.19	$H/\bar{H} \geq 0.4$
0.20~0.39	$H/\bar{H} \geq 0.7$
0.40~0.59	$H/\bar{H} \geq 1.0$
0.60~0.69	$H/\bar{H} \geq 1.3$
0.70~0.81	$H/\bar{H} \geq 1.5$

いての相関係数であって、表-3から明らかなように平均値などのグループについても0に近い値となっている。

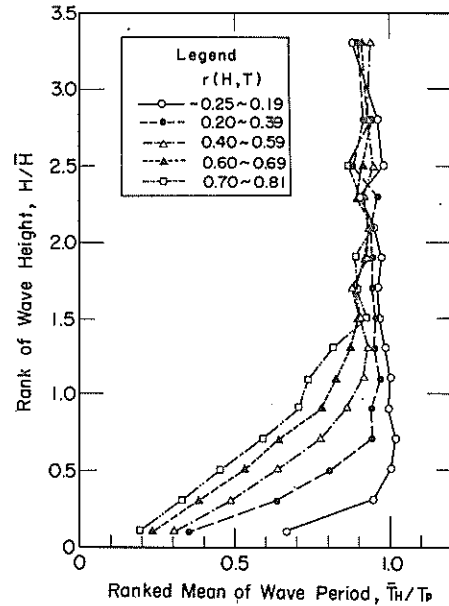
(4) 波高階級別の周期分布

波高と周期の結合分布においてある波高比の階級に所属する波を取り出したとき、その周期の理論分布は式(11)で与えられている。これは平均値が $\bar{\tau} = 1$ と一定で、標準偏差は式(19)のように波高比に逆比例する。

観測データについて、まず波高比の階級ごとの周期比の平均値を求めた結果が図-8(1)、(2)である。前者は周期比を計算する際の基準値として各記録ごとの平均周期 \bar{T} を用いた場合、後者は周波数スペクトルのピークに対応する周期 T_p を用いた場合を示している。周期の基準値として \bar{T} を用いると、相関係数 $r(H, T)$ の増加につれて波高の大きな波の周期が次第に長くなることが明らかになる。これは代表波の周期比 $T_{1/3}/\bar{T}$ が $r(H, T)$ とともに増大することに対



(1) 平均周期を基準とする場合



(2) スペクトルのピークの周期を基準値とした場合

図-8 波高比階級別の周期比の平均値の変化

応している。一方、周期の基準として T_p を用いると、波高比の大きな波の周期は相関係数の値が増加しても平均的に $(0.9\sim 0.95)T_p$ の値を保持していることが示される。しかし、波高比の小さな波の周期は次第に減少する。このため全体の周期の平均値 \bar{T} は T_p に比べて次第に小さくなる。波高比の階級ごとの周期の平均値がほぼ一定値を保つ範囲は表-4に示すものと同一である。

次に、波高比の階級ごとの周期の分布幅の指標として標準偏差を計算した結果が図-9である。この図では、相関係数 $r(H, T)$ のグループごとに求めた値を式(19)の理論値と比較している。この場合、波高比は $H_{*} = \bar{H}$ を基準値としているので $a = \sqrt{\pi}/2$ 、したがって理論値は $\sigma_x(r) = 0.798 \nu/x$ で計算される。図から明らかのように、波高比の大きな波については周期比の標準偏差が理論値にかなり良く一致している。 $r(H, T) = -0.25 \sim -0.19$ および $r(H, T) = 0.70 \sim 0.81$ のグループでずれのやや大きいデータが見られるのは、波高比の区間ごとの波数が少ないことによる統計的変動の影響と思われる。

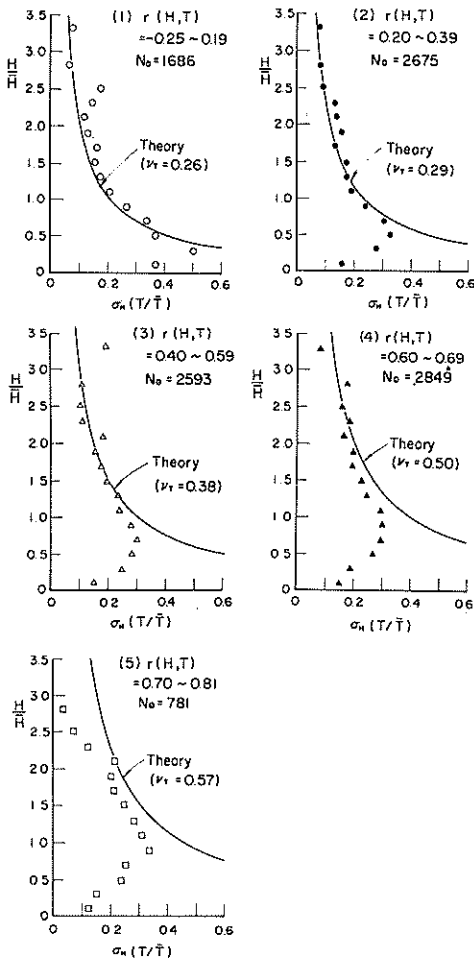


図-9 波高比階級別の周期の標準偏差の変化

これに対して、波高比の小さな範囲では周期比の標準偏差が理論値よりも小さくなり、波高比の減少につれて標準偏差の絶対値が減少するようになる。このため、周期比の標準偏差の波高比に対する変化は、逆「く」の字形をとる。こうした変化は、周期比の4分位範囲についてLonguet-Higgins⁵⁾ならびにChakrabartiとCooley⁷⁾も例示している。周期比の標準偏差が理論曲線にほぼ一致する範囲は表-4で近似することができる。ただし、 $r(H, T) = 0.70 \sim 0.81$ のグループは全般的に理論値よりも小さ目の標準偏差を示すので、表-4の適用には無理がある。

5. 考 察

5.1 周期と波高の結合分布特性に関するパラメーターについて

今まで検討してきたLonguet-Higginsの理論では、スペクトルの帯域幅のパラメーター ν が重要な役割を果たしている。このパラメーターは周波数スペクトルから式(13)によって推定され、また周期分布の4分位範囲から式(21)で推定することもできる。Longuet-Higginsの理論は本来、スペクトルの帯域幅が非常に狭く、 $\nu \ll 1$ を満足するような不規則変動に対して適用すべきものであり、その場合には上記の2方法で求めた値が一致するであろう。これは上で述べた線型シミュレーションによる不規則波形の解析によって確認されている。しかし海の波については $\nu \ll 1$ の条件が満足されていないこともあって、式(13)による値 ν_S と式(21)による値 ν_T が食い違うことが考えられる。

今回解析を行なった89例の波形記録について ν_S と ν_T の相関を散布図で示したのが図-10である。両者の相関は低く、相関係数の値では0.52である。この相関の低さは、一つには広帯域のスペクトルを持つ波浪に対して狭帯域スペクトルの理論を直接適用することの無理によるものである。

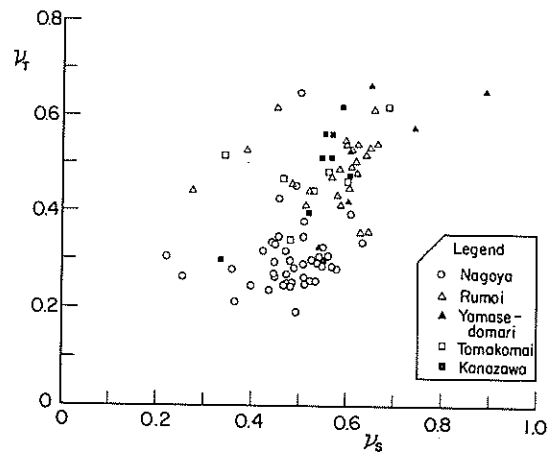


図-10 スペクトル幅パラメーター ν_T と ν_S の関係

すなわち、広帯域スペクトルの波浪の周期分布が必しも ν_S をパラメーターとして表わせないという可能性である。またもう一つには、 ν_S の算定の基である実測スペクトルが高周波側にかなりの強さで非線型成分を含むため、 ν_S の値が見掛け上大きく計算されることによるものである。この波浪スペクトルに含まれる非線型成分は、スペクトル幅のもう一つの指標である ε の値の推定や、ゼロアップクロス法で定義された周期の平均値の推定の際にも影響を及ぼし、誤差を生じる原因となっている²⁾。

なお、波浪の周波数スペクトルの標準形である Bretschneider - 光易型または Pierson - Moskowitz 型 (いずれも式 . 22 で $m = 5$, $n = 4$ としたもの) について ν_S を計算すると $\nu_S = 0.425$ となる。この場合、波形の読取時間間隔の影響でスペクトルの高周波側が打ち切られると ν_S の値が減少し、遮断周波数が $f_c = 2f_p$ のときは $\nu_S \doteq 0.21$, $f_c = 5f_p$ で $\nu_S \doteq 0.33$, $f_c = 10f_p$ で $\nu_S \doteq 0.36$ となる。また、スペクトルのピークが鋭い場合の標準スペクトルである JONSWAP の提案式について ν_S を計算してみても、Bretschneider - 光易型よりもやや小さくなる程度である。これらの標準スペクトルの ν の値は、図 - 10 の実測値と比べると ν_S , ν_T のいずれから見ても小さ目となっている。また、波形の極大値に関するスペクトル幅パラメーターとして用いられている式(15)の ε との関係について、Longuet-Higgins は $\varepsilon \ll 1$ を前提として $\nu \doteq \frac{1}{2} \varepsilon$ (式 . 16) を示しており、標準スペクトルについて計算してみると上述のような ν の値についても $\pm 20\%$ 程度の誤差範囲でほぼ成立する。しかし、実測値の ν_S と

ε_S を比べるとばらつきが非常に大きく、式(16)を仮定することは無理である。

前章で述べたように、周期分布および周期と波高の結合分布の特性は波形記録中の波高と周期の相関係数 $r(H, T)$ をパラメーターにしてかなり適切に説明することができた。一方、理論分布はスペクトル幅の指標である ν をパラメーターとしているので、 ν と $r(H, T)$ の関係を調べてみたのが図 - 11(1), (2) である。前者はスペクトルから求めた ν_S , 後者は周期分布の 4 分位範囲から求めた ν_T である。前者の ν_S の場合は $r(H, T) > 0.7$ のデータの ν_S が大きい傾向が見られる程度で、全体としては相関性が薄く、相関係数は 0.34 の値にしかない。

一方、 ν_T の場合にはデータのばらつきは見られるものの ν_T と $r(H, T)$ の間に一義的な関係があることが明らかである。これは ν_T および $r(H, T)$ の両者が波形記録についてゼロアップクロス法で定義された個々の波のデータに基づいて求められたものである以上、十分に予期される場所である。今回の解析ではデータを $r(H, T)$ の値によって分類して周期に関する分布特性を調べたけれども、 ν_T の値で分類しても類似の結果が得られたものと推測される。しかしながら、スペクトルから求めた ν_S の値で分類したのでは、周期に関する分布特性を明らかにすることはできないであろう。結局、海の波の周期分布および周期と波高の結合分布のパラメーターとしては、 $r(H, T)$ または ν_T が適当と判断される。

次の問題は、 $r(H, T)$ および ν_T が波の特性値とどのように結びついているかということである。周波数スペクトル

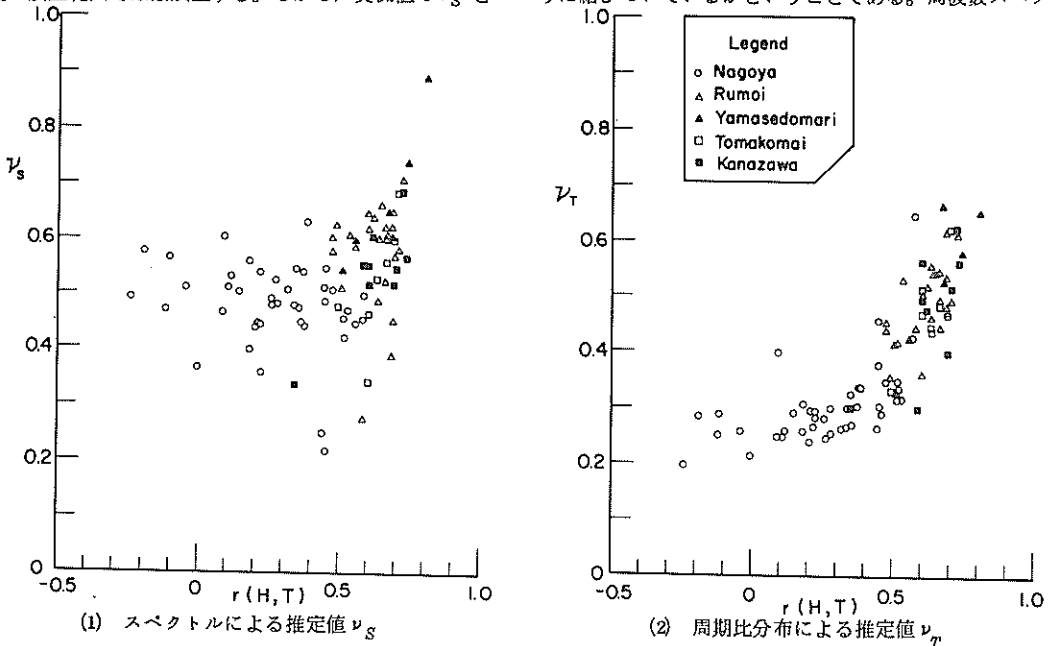


図 - 11 スペクトル幅パラメーターと波高・周期の相関係数の関係

ルとの結びつきは、 ν_S との相関という点では弱いものであり、また式(15)のスペクトル幅パラメーター ε との結びつきもほとんど認められない。図-12は $r(H, T)$ の値で分類したグループごとに代表的な波形記録を選び、その周波数スペクトルを無次元量で表示したもので、図中の細実線

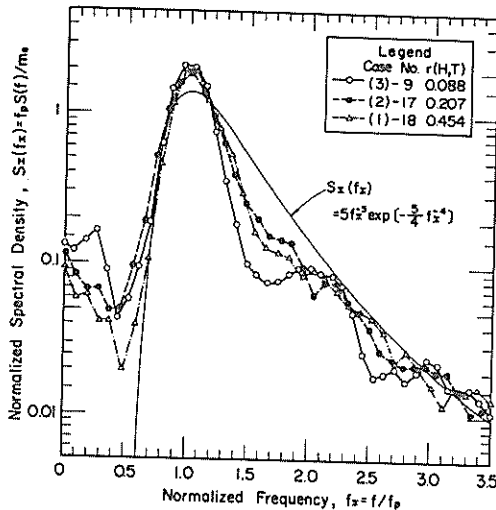
はBretschneider-光易型スペクトルの無次元表示である。図の(1)は名古屋港内の波浪、(2)は沿岸波浪の観測結果であり、それぞれの波形記録の統計量のデータは表-5に示すとおりである。

図-12の例では名古屋港内の波浪はスペクトルのピークが鋭く、 $f \doteq (1.4 \sim 1.8) f_p$ で落ち込みまたは負の曲率を示し、これに対して沿岸波浪はスペクトルのピークが鋭くなく、また高周波側の減衰がBretschneider-光易型よりもゆるやかになっている。こうしたスペクトル形状の差異は、今回解析した名古屋港波浪と沿岸波浪の全般についていえる特徴である。スペクトルのピークの鋭さの一つの指標は著者が提案した式(23)の Q_p であり、ピークが鋭いほど大きな値をとる。平均値士標準偏差の形で示すと、名古屋港波浪については $Q_p = 2.42 \pm 0.53$ 、沿岸波浪については $Q_p = 1.75 \pm 0.26$ である。

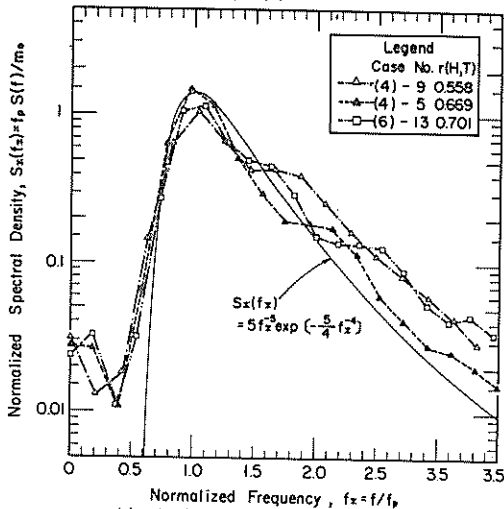
このスペクトルのピークの尖鋭度が $r(H, T)$ および ν_T に対してどのような影響を持っているかを調べたのが図-13(1),(2)である。相関係数 $r(H, T)$ の場合にはデータの分散が大きく、 Q_p との相関係数値で -0.49 にとどまる。しかし、スペクトル幅パラメーター ν_T の場合には Q_p との相関がやや高く、係数値で -0.65 の値を示す。すなわち、スペクトルのピークが鋭いほど ν_T が小さく、周期の分布幅が狭い傾向にある。

周期に関する統計量で Q_p との相関が認められているのは σ_T/\bar{T} すなわち周期の標準偏差と平均値との比である²⁾これは、 ν_T の算出根拠が周期分布の4分位範囲であって、標準偏差と同じく一つの偏差値であることからいっても当然といえる。実際に ν_T と σ_T/\bar{T} の関係を調べてみると、図-14のように高い相関を示す。すなわち、 ν_T は σ_T/\bar{T} と同等といってよい。図中の破線は、3に述べた線型シミュレーションのデータにおける ν_T と σ_T/\bar{T} の関係であり、観測波形のデータと滑らかに接続する。なお、観測波形のデータのうちの最左端の $\nu_T = 0.19$ 、 $\sigma_T/\bar{T} = 0.41$ のものは、総数87波のうちに周期が平均値 \bar{T} の3.6倍のものを1波含んでおり、これが ν_T を大きくしている。

また、表-5を眺めると、名古屋港の波浪と沿岸波浪の統計量のうちでは、波形のサンプリング時間間隔 Δt と T_p



(1) 名古屋港波浪データ



(2) 沿岸波浪データ

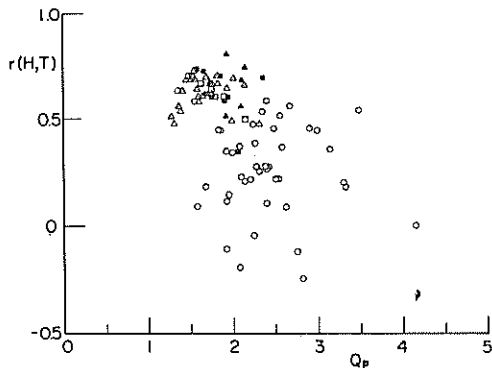
図-12 観測波形記録の周波数スペクトルの例

表-5 観測波形記録の統計量のデータ

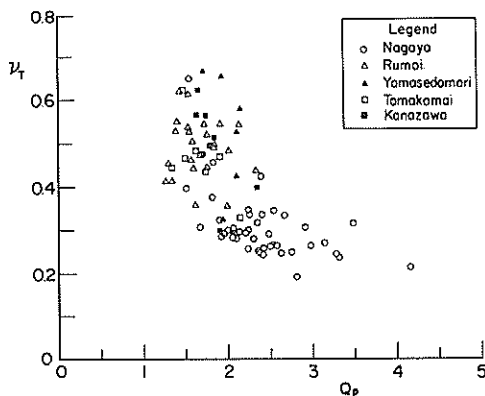
ケース番号	観測港名	波数 N_0	$H_{1/3}$ (m)	$T_{1/3}$ (s)	$\frac{\Delta t}{T_p}$	$r(H, T)$	$r_D(H, T)$	$\frac{T_{max}}{T_{1/3}}$	$\frac{T_{1/10}}{T_{1/3}}$	$\frac{T_{1/5}}{\bar{T}}$	ε	Q_p	ν_S	ν_T
(3)-9	名古屋港	156	0.524	2.17	0.091	0.088	-0.071	0.951	0.993	0.999	0.792	2.63	0.466	0.248
(2)-17	"	165	0.332	2.18	0.108	0.207	-0.038	1.000	0.964	1.064	0.790	2.14	0.447	0.295
(1)-18	"	161	0.319	2.35	0.103	0.454	0.015	0.855	1.031	1.124	0.811	2.49	0.547	0.290
(4)-9	留萌港	90	4.25	8.49	0.049	0.558	0.031	1.157	1.007	1.197	0.907	1.37	0.586	0.414
(4)-35	"	95	4.35	9.04	0.052	0.669	0.069	0.982	1.002	1.251	0.913	1.84	0.608	0.494
(6)-13	苫小牧港	129	2.47	7.38	0.055	0.701	0.172	0.892	1.043	1.346	0.909	1.49	0.685	0.621

との比が前者は大きく、後者は小さいという違いがある。 Δt はスペクトル解析における折り返し周波数を $f_c = 1/(2\Delta t)$ として規定するので $f_c/f_p = T_p/(2\Delta t)$ の関係にあり、この結果、スペクトル幅パラメータ ε_g は $\Delta t/T_p$ と強い相関を示すことが示されている。²⁾この $\Delta t/T_p$ の $r(H, T)$ および ν_T に対する影響を調べたのが図-15である。 $r(H, T)$ および ν_T の両者とも $\Delta t/T_p$ の大きなものほどその値が小さくなる傾向がやや認められる。これは、波形のサンプリングの時間間隔が広くなるとゼロアップクロス点の中で見落されるものが出てきて、このため周期の短い波の数が減少し、周期分布の幅が見掛け上狭くなることに関係しているのではないと思われる。もっとも、 $r(H, T)$ と $\Delta t/T_p$ との相関係数は -0.56 、 ν_T と $\Delta t/T_p$ との相関は -0.65 でそれほど高いものではない。また、今回解析したデータでは Q_p の低い波形記録は $\Delta t/T_p$ も小さいという傾向がたまたまあったため、 Q_p の影響と $\Delta t/T_p$ の影響が入り交じって現われていると考えられる。

結局、周期分布および周期と波高の結合分布に関するパラメータである $r(H, T)$ および ν_T は、 Q_p および $\Delta t/T_p$



(1) 相関係数 $r(H, T)$ に対する影響



(2) パラメータ ν_T に対する影響

図-13 周期分布のパラメータに対するスペクトルのピークの尖鋭度の影響

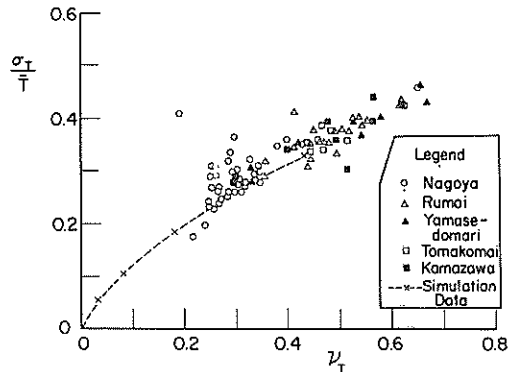
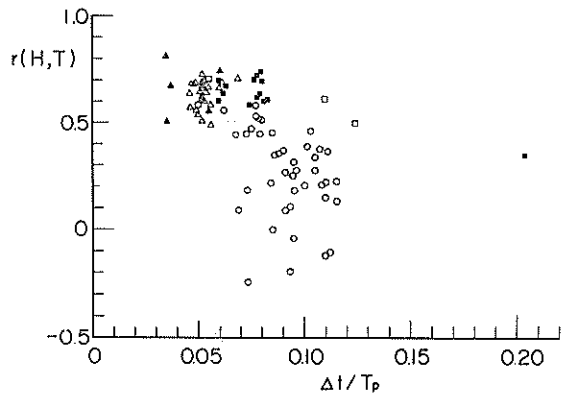
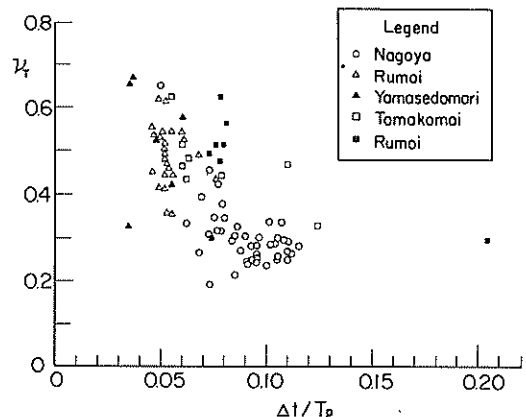


図-14 周期比の標準偏差とスペクトル幅パラメータの関係



(1) 相関係数 $r(H, T)$ に対する影響



(2) パラメータ ν_T に対する影響

図-15 周期分布のパラメータに対する波形のサンプリング時間間隔の影響

T_p に関係しているようであるが、詳しいことはさらに多数のデータについて検討してみなければ確言できない。また、 $r(H, T)$ と ν_T のいずれがより適切なパラメーターであるかについては、この両者の相関が高いところから結論を出し難い。しかし、代表波の周期比の $T_{1/3} / \bar{T}$ は $r(H, T)$ との相関係数が 0.94 であるのに対し、 ν_T との相関係数が 0.92 であって、前者との相関の方が高い。したがって、波高と周期の全般的な結合分布を問題にするときは $r(H, T)$ の方が良くであろう。一方、波高の大きな波だけに着目するときは、図-9 に示したように Longuet-Higgins の理論がほぼ適用できるので、理論との対応がつかつかスペクトルのピークの尖鋭度 Q_p との相関が比較的が高い ν_T の方がパラメーターとして適当ではないかと思われる。

5.2 Longuet-Higgins の理論の適用性について

2 に紹介した周期と波高の結合分布に関する Longuet-Higgins の理論は狭帯域スペクトルを前提とするものではあるが、一般的な統計理論として魅力に富むものである。そこで検討したように、線型シミュレーションによる不規則波形については $\nu \leq 0.1$ を条件として Longuet-Higgins の理論が成立するものと考えられる。

一方、現実の海の波の場合には周波数スペクトルの帯域幅が広く、今回のデータでは ν_g が 0.2~0.9、 ν_T も 0.2~0.7 と大きな値を示すので、Longuet-Higgins の理論をそのままの形で使うことはできない。しかし、パラメーター ν の値を実測の周期分布に合せて定めてやると、部分的にはあるが理論分布の適用が可能になる。これは、Longuet-Higgins 自身が Bretschneider の波浪データと理論を比較したときに用いた手法である。こうした ν の値のあてはめによって理論の適用が可能になるのは波群中の波高の大きな波についてである。こうした波の周期は波高と無相関であり、周期分布の広がりもほぼ理論どおりである。

一方、波群中の波高の小さい波は一般に周期も短い傾向にあるため、こうした波については理論が適用できない。適用可能な範囲は波高比 H/\bar{H} の値で表わすことができ、一般に波高と周期の相関係数 $r(H, T)$ が低くなるにつれて波高比の小さい範囲にまで理論が適用できるようになる（表-4 参照）。それでも、海の波の場合には $r(H, T) \neq 0$ であっても $H/\bar{H} \leq 0.4$ の部分については理論分布があてはまらない。

結局、Longuet-Higgins の理論は、波のうちあげや越波、あるいは不規則波による波力その他、主として波高の大きな波の挙動が重要な問題に対して適用するのが適当と思われる。その場合の ν の値としては実測の周期分布の 4 分位偏差による推定値を参照して選定することが望ましい。

また、理論の適用にあたっては波高の大きな波は平均的に周期が長目であることを考慮する必要がある。なお、海の波についての ν または $r(H, T)$ の一般的な値は今回解析したデータだけでは定めることができない。ただし、深海性の波を対象とし、代表波の周期比の関係として $T_{1/3} / \bar{T} = 1.1$ を標準的に用いる場合には、 $r(H, T) = 0.3 \sim 0.4$ 、 $\nu_T = 0.25 \sim 0.3$ 程度がこれに相当するのではないかと思われる。

6. むすび

波浪中の周期と波高の結合分布および周期の分布について観測波形記録および線型シミュレーションのデータに基づいて検討した結果明らかにすることができた事項は次のとおりである。

1. Longuet-Higgins の理論は、スペクトル幅パラメーター ν の値が 0.1 程度よりも小さいようなスペクトルを持つ不規則変動については適切な周期分布を与える。
2. スペクトル幅パラメーター ν はスペクトルの積率あるいは周期分布の 4 分位範囲に基づいて推定されるが、海の波については後者の推定値を用いるのが適当であり、これにより周期分布に関する Longuet-Higgins の理論が近似的に適用可能となる。
3. 海の波の周期と波高の結合分布は、波高の大きな波の間では周期と無相関、波高の小さい波の間では周期との相関が高いという特徴がある。全体としての波高と周期の相関係数は、結合分布のうちどの波高のレベルまで周期との相関が保たれているかを表示している。
4. 周期と波高の結合分布に関する Longuet-Higgins の理論は、周期との相関が見られない波高比の大きな範囲に対して近似的に適用可能である。
5. 周期分布の 4 分位範囲から推定されるパラメーター ν は、周波数スペクトルのピークの尖鋭度が大きいほど小さな値を取るようである。

海の波の統計的性質の解明は、理論が一つの手掛りを与えるけれども結局は観測資料の積み上げとその解析に待つほかない。本資料で報告したのもそうした共通の努力の一過程である。今後の研究の参考として役立つ幸いである。

(1977年6月30日受付)

- 1) Longuet-Higgins, M.S. : On the statistical distributions of the heights of sea waves, Jour. Marine Res., Vol, K, No.3, 1952, pp.245-266.
- 2) 合田良実・永井康平 : 波浪の統計的性質に関する調査・解析, 港湾技術研究所報告, 第13巻第1号. 1974年3月, pp.3-37.
- 3) Cartwright, D.E. and M.S. Longuet-Higgins : The statistical distributions of the maxima of a random function, Proc. Roy. Soc., Ser. A., Vol. 237, 1956, pp.212-232.
- 4) Bretschneider, C.L. : Wave variability and wave spectra for wind-generated gravity waves, U.S. Army Corps of Engrs., Beach Erosion Board, Tech. Memo., No.113, 1959, 192 p.
- 5) Longuet-Higgins, M.S. : On the joint distribution of the periods and amplitudes of sea waves, Jour. Geophysical Res., Vol. 80, No.18, June 1975, pp.2688-2693.
- 6) Longuet-Higgins, M.S. : The statistical analysis of a random, moving surface, Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A (1966), Vol. 249, 1957, pp.321-387.
- 7) Chakrabarti, S.K. and R.P. Cooley : Statistical distribution of periods and heights of ocean waves, Jour. Geophysical Res., Vol. 82, No.9, March 1977, pp.1363-1368.
- 8) Rice, S.O. : Mathematical analysis of random noise, 1944, reprinted in "Selected Papers on Noise and Stochastic Processes," Dover Pub., Inc., 1954, pp.133-294.
- 9) 井島武士 : 海岸工学, 朝倉書店, 1970年.
- 10) 合田良実 : 港湾構造物の耐波設計 — 波浪工学への序説 —, 鹿島出版会, 1977年9月.
- 11) 日本数学会編 : 岩波数学辞典 増訂版, 岩波書店, 1960年, p.263.
- 12) Goda, Y. : Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, Rept. Port and Harbour Res. Inst.,

主 要 記 号 表

a	: 波高比の確率密度関数の定数(式.12)
e	: 自然対数の底 (= 2.71828……)
f	: 周波数
f_0	: 遮断周波数または折り返し周波数
f_{max}	: 周波数の上限値
f_{min}	: 周波数の下限値
f_p	: スペクトルのピークの周波数
H	: 波高
H_{max}	: 最高波の波高
H_{rms}	: ゼロアップクロス波高の rms 値
$H_{1/10}$: 1/10 最大波高
$H_{1/3}$: 1/3 最大波高すなわち有義波高
\bar{H}	: 平均波高
H_*	: 波高比算出のための基準波高(任意)
IQR(τ)	: 周期比 τ の 4 分位範囲
l	: 空間波形のゼロアップクロス点の間隔
\bar{l}	: 上記の平均値
m	: 指数
m_n	: 周波数スペクトルの n 次の積率(式.14)
n	: 指数
N_0	: ゼロアップクロス法で定義された波の数
$p(\cdot)$: 括弧内の変数の確率密度関数
Q_p	: スペクトルのピークの尖鋭度のパラメーター(式.23)
$r(H, T)$: 波群中の全ての波についての波高と周期の相関係数
$r_{13}(H, T)$: 波群中の波高の大きい方から数えて 1/3 の数の波についての波高と周期の相関係数
$S(u, v)$: 波数ベクトル (u, v) についての方向スペクトル密度関数
$S(f)$: 周波数スペクトル密度関数
T	: 周期
T_{max}	: 最高波の周期
T_p	: スペクトルのピークに対応する周期 (= $1/f_p$)
$T_{1/10}$: 1/10 最大波の周期
$T_{1/3}$: 1/3 最大波すなわち有義波の周期
\bar{T}	: 平均周期
u	: 波数ベクトルの成分
v	: 波数ベクトルの成分
α	: 波高比 (= H/H_*)
Δt	: 波形のサンプリング時間間隔

ε : スペクトル幅のパラメーター (式. 15)
 η_{rms} : 波形の rms 値
 ν : スペクトル幅のパラメーター
 ν_S : スペクトルの積率から求めたスペクトル幅パラメーター (式. 13)
 ν_T : 周期比の 4 分位範囲から求めたスペクトル幅パラメーター (式. 21)

π : 円周率 (= 3.14159.....)
 σ_T : 周期の標準偏差
 $\sigma_x(\tau)$: 特定の波高比階級における周期比の標準偏差
 τ : 周期比 (= T/\bar{T})
 τ_p : スペクトルのピークの周期を基準とした周期比 (= T/T_p)

港湾技研資料 No. 272

1977・9

編集兼発行人 運輸省港湾技術研究所

発行所 運輸省港湾技術研究所
横須賀市長瀬3丁目1番1号

印刷所 株式会社 東京プリント

Published by the Port and Harbour Research Institute
Nagase, Yokosuka, Japan.