

港湾技研資料

TECHNICAL NOTE OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

No. 248 Dec. 1976

不規則波実験における入・反射波の分離推定法

合 鈴 岸 菊
田 木 良 地
良 康 安
実 正 治

運輸省港湾技術研究所



不規則波実験における入・反射波の分離推定法

目 次

要 旨

1. まえがき	3
2. 分離推定法の理論	4
3. 入・反射波高推定の具体的方法	5
3.1 規則波実験による分離推定法の検証	5
3.2 不規則波に対する分離推定法	8
3.3 波高計の設置位置の選定	10
4. 分離推定法の精度の考察	12
4.1 誤差の発生要因とその影響について	12
4.2 推定精度について	14
5. 不規則波実験における分離推定法の適用例	14
5.1 混成防波堤の越波伝達波の実験	14
5.2 スリット式ケーソンの反射特性試験	16
6. むすび	18
参考文献	18
主要記号表	19
付録A：造波水路内の多重反射系について	21
B：規則波に対する分離推定の計算例	22

Estimation of Incident and Reflected Waves in Random Wave Experiments*

Yoshimi GODA **
Yasumasa SUZUKI ***
Yasuharu KISHIRA ****
Osamu KIKUCHI ***

Synopsis

A technique to resolve the incident and reflected waves from the records of composite waves is presented. It is applicable to both regular and irregular trains of waves. Two simultaneous wave records are to be taken at adjacent locations, and all the amplitudes of Fourier components are analyzed by the FFT technique. The amplitudes of incident and reflected wave components are estimated from the Fourier components, and the incident and reflected wave spectra are constructed by smoothing the estimated periodographs.

The wave resolution is effective in the range outside the condition of the gauge spacing being even integer of half wavelength. The ratio of incident and reflected wave energies in the effective resolution range is employed in estimating the overall reflection coefficient. The incident and reflected wave heights are estimated from the composite wave heights by energy consideration.

* A slightly shortened version of the present note has been presented at the 15th International Conference on Coastal Engineering, Hawaii, July 1976.

** Chief of the Wave Laboratory, Marine Hydrodynamics Division.

*** Member of the Wave Laboratory, Marine Hydrodynamics Division.

**** Ex-Member of the Wave Laboratory, Marine Hydrodynamics Division.

不規則波実験における入・反射波の分離推定法

合 田 良 実 *
鈴 木 康 正 **
岸 良 安 治 ***
菊 地 治 **

要 旨

本資料は、造波水路内の隣接する2点の同時波形記録から入・反射波の波高を分離推定する方法を提示するものである。この方法は規則波、不規則波の両者に適用可能であり、特に不規則波実験のための有力な解析手法を提供する。2点の同時波形記録はFFT法によって解析し、全成分波のフーリエ係数を求めてこれから入・反射波の各振幅を推定する。入・反射波のスペクトルはこの結果を平滑化することによって求められる。入・反射波の分離は、波高計間隔が半波長の整数倍の条件の近傍では誤差の増大のために適用困難である。このため、不規則入・反射波高は分離推定の有効周波数範囲内のエネルギーをまず求め、この比の平方根として反射率を定義した上で、合成波のエネルギーを配分する形で推定するのが適当である。

1. ま え が き

港湾や海岸の構造物に作用する海の波は、波高、周期ともに不規則に変動することがその一つの特性である。こうした海の波の不規則性の重要性は、最近次第に認識され、不規則波に関する研究が急速に進展しつつある。このことは、世界各国における不規則波造波装置の普及ぶりからうかがうことができる。我が国においても、港湾・海岸工学関係の研究機関10個所以上に不規則波造波装置が設置され、各種の実験に活用されている。

不規則波を用いる実験の場合、実験手法の多くは今までの規則波実験と共通であるが、それでも中には不規則波に特有な実験手法の開発を必要とするものが幾つかある。本資料で取り扱う入射波と反射波の分離推定法もその一つである。これは、水路内に反射性の模型構造物を設置して波の作用を調べようとするときに必要となる手法である。

周期一定の規則波の実験では、造波板で起きた波が模型構造物に達して反射されたあと造波板の位置まで戻って再反射され、この再反射波が重畳されて波形のひずんだ入射波が模型に到達する前に所要の測定を行うことが原則となっている。すなわち、規則波実験における有効測定時間は、造波板による発生波の先端部分が造波

路内を往復する時間に等しく、これは波の先端の伝播速度を用いて計算される。(この速度は、波の位相速度と群速度の中間的な値をとる¹⁾。)

不規則波の場合には、この有効測定時間が著しく短くなり、条件によっては反射波の影響を受けずに実験を行うことが不可能になる。これは、不規則波はその本質上、広い周波数帯にわたってエネルギーが分布しており、低周波数(長周期)の波は伝播速度が大きく、高周波数(短周期)の波は伝播速度が小さいことによる。すなわち、不規則波は造波板を離れて進行するにつれて高周波数の成分波が波群の先端部分から遅れがちになり、高周波成分が模型構造物に到達する頃には低周波成分が造波板で再反射されていたり、あるいは再反射波が先に模型に到達していたりする。

また、不規則な波群の性質は、100～200波以上の波を統計的に調べて初めて明らかになるものであり、構造物に対する不規則波の作用の実験でも、多数の波を作用させる必要がある。上述の造波板の再反射波の影響を避けようと思えば、短い有効測定時間内の不規則波の実験を何回も繰り返し(波形は変える)、合計の波数が十分多くなるようにしなければならない。これは実験の手間としても大変であり、また、実験の対象とする現象によ

* 海洋水理部 波浪研究室長

** 海洋水理部 波浪研究室

*** 前 海洋水理部 波浪研究室

つてはこうした短い不規則波列の断続では正しい答が得られないこともある。

こうした問題を解決する一つの方法は、模型構造物と造波板との間の多重反射が起こるものであればこれを十分に発達させ、その状態で入射波と反射波を分離推定して実験波を定めることである。不規則波に対する入・反射波の分離推定が可能になれば、不規則波の連続実験も可能であり、越波、反射その他種々の問題についての不規則波実験を遂行できるようになる。

不規則な波列に対する入・反射波の分離推定は、まず鹿島^{2)～4)}によって試みられた。これは水路内の2点または3点での波形の相関関数を求め、これから入・反射波のパワースペクトルを求める方法である。また、ThorntonとCalhoun⁵⁾は2点での部分重複波の波形記録から入・反射波の振幅を計算する式を導き、実際の捨石防波堤前後の波形記録のスペクトル解析によって防波堤の反射率および伝達率を推定した。

本資料で紹介する方法は、原理的にはThorntonとCalhounの方法と同じであるが、不規則波のスペクトル解析にFFT法を導入することによって計算を簡明にした点が異なる。また、この方法は規則波に対しても適用可能であり、これによって分離推定の精度を検証することができる。特に、孔あきケーソンやスリット式ケーソンの反射の問題などでは、波の反射の際に高調波の波が発生するが、本資料の方法によればこうした高調波の波を検出することが可能である。従来のいわゆるHealy法(部分重複波の腹と節の波高から反射率等を計算)では高調波成分の検出が不可能なので、ここに紹介する方法は規則波実験の場合にも有効な解析方法を提供するものといえる。

この入・反射波の分離推定法は著者らが1973年に開発し、若干の実験による検討結果とともに紹介^{6),7)}したが、このほど分離精度その他について実験的にやや詳しく検討したので、その成果と併せてここに報告する次第である。

2. 分離推定法の理論

まず、水路内に一定周期、一定波高の規則波を発生させている状態を考える。造波板で起こされた波は水路内を進行し、模型構造物で反射されて反対方向に進んで造波板で再反射される。この再反射波は最初の発生波とともに模型へ向って進行し、上述の過程が繰り返される。それでも、多重反射波は反射の度に幾つかのエネルギーを失い、また水路内を進行する途中での側壁および底面

での摩擦抵抗によって減衰するので、何回かの反射の繰り返しのあとでは無視できるくらい小さなものとなる。

このように水路内に多重反射系が形成されているときは、入射波、反射波ともに多数の波が重複されたものである。しかし、付録Aに示されるように、周期が一定であれば、これらの波は入射方向および反射方向に進むそれぞれ一つの波に重ね合せられてしまう。そこで、多重反射系の合成波のうち、入射方向に進むものをまとめて一つの入射波、反射方向に進むものをまとめて一つの反射波と呼ぶことにする。この合成入・反射波の波形はそれぞれ次のように表示される。

$$\begin{aligned}\eta_i &= a_i \cos(kx - \sigma t + \epsilon_i) \\ \eta_r &= a_r \cos(kx + \sigma t + \epsilon_r)\end{aligned}\} \quad \dots \quad (1)$$

ここで、

η_i, η_r ：入・反射波による水面変動量

a_i, a_r ：入・反射波の振幅

ϵ_i, ϵ_r ：入・反射波の位相角

k ：波数 = $2\pi/L$ (L は波長)

σ ：角周波数 = $2\pi/T$ (T は周期)

なお、座標軸 x は造波板から模型へ向う方向を正にとつてある。

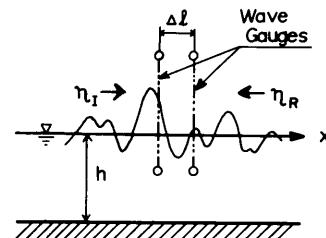


図-1 造波水路内の波

今、図-1 のように距離 $\Delta\ell$ だけ離れた2点、 $x = x_1$ および $x = x_2 = x_1 + \Delta\ell$ で波形が同時に記録されているものとすると、この波形は一般に次のように表示することができる。

$$\begin{aligned}\eta_1 &= (\eta_i + \eta_r)|_{x=x_1} = A_1 \cos \sigma t + B_1 \sin \sigma t \\ \eta_2 &= (\eta_i + \eta_r)|_{x=x_2} = A_2 \cos \sigma t + B_2 \sin \sigma t\end{aligned}\} \quad \dots \quad (2)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned}A_1 &= a_i \cos \phi_i + a_r \cos \phi_r \\ B_1 &= a_i \sin \phi_i - a_r \sin \phi_r \\ A_2 &= a_i \cos(k\Delta\ell + \phi_i) + a_r \cos(k\Delta\ell + \phi_r) \\ B_2 &= a_i \sin(k\Delta\ell + \phi_i) - a_r \sin(k\Delta\ell + \phi_r)\end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned}\phi_i &= kx_1 + \epsilon_i \\ \phi_r &= kx_1 + \epsilon_r\end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (4)$$

これらの式のうち、式(3)は四つの未知数 a_i , a_r , ϕ_i , ϕ_r に対する四つの方程式群である。今、 A_2 , B_2 の表式から a_r , ϕ_r を消去すると、

$$\begin{aligned} A_2 &= (A_1 \cos k\Delta t + B_1 \sin k\Delta t) - 2a_i \sin k\Delta t \sin \phi_i, \\ B_2 &= (-A_1 \sin k\Delta t + B_1 \cos k\Delta t) + 2a_i \sin k\Delta t \cos \phi_i, \end{aligned}$$

となるので、これから ϕ_i を消去すれば a_i が求められ、同様の演算を行えば a_r が求められる。この結果は次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} a_i &= \frac{1}{2|\sin k\Delta t|} [(A_2 - A_1 \cos k\Delta t - B_1 \sin k\Delta t)^2 \\ &\quad + (B_2 + A_1 \sin k\Delta t - B_1 \cos k\Delta t)^2]^{1/2} \\ a_r &= \frac{1}{2|\sin k\Delta t|} [(A_2 - A_1 \cos k\Delta t + B_1 \sin k\Delta t)^2 \\ &\quad + (B_2 - A_1 \sin k\Delta t - B_1 \cos k\Delta t)^2]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

すなわち、 $A_1 \sim B_2$ の振幅および 2 点間の位相角 $k\Delta t$ から入・反射波の振幅 a_i , a_r が求められるわけである。同様にして位相角 ϕ_i , ϕ_r も求められるが、このデータは波高の推定には不要なのでここには示していない。

なお、この計算においては水深 h , 周期 T に対する波長 L をまず求め、位相角 $k\Delta t$ を計算する必要がある。この波長計算は、微小振幅波理論に基づく次式によることになる。

$$L = \frac{g}{2\pi} T^2 \tanh \frac{2\pi h}{L} \quad (6a)$$

または、

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \quad (6b)$$

実際の波形記録にこの方法を適用する場合、波形は式(2)のような基本周期だけではなく、2倍、3倍、その他の m 倍周波数成分を含んでいる。したがって、2測点のそれぞれの波形についてフーリエ分析を行い、基本周期の余弦および正弦成分の振幅 A_1 , B_1 および A_2 , B_2 を求め、その上で式(5)によって a_i , a_r を求めればよい（付録 B 参照）。

以上は規則波の多重反射系に対する入・反射波の振幅の分離推定法であるが、不規則波の場合も原理は同一である。ただ、不規則波の場合は無数の成分波の重ね合せと考えられるので、成分波の各々に対して上記の方法を適用し、その結果を合成すればよい。不規則波を成分波に分解する方法としては、自己相關関数によるパワースペクトルの計算が早くから行われているが、入・反射波の分離推定計算の目的には与えられた不規則波形を有限フーリエ係数として表示する FFT 法が最適と考えられる。この方法によれば、不規則波形を N 個の点のデータで与えたとき、その波形は次のように表示される⁸⁾。

$$\begin{aligned} \eta(t) &= a_0 + 2 \sum_{m=1}^{\frac{N}{2}-1} a_m \cos \frac{2\pi m}{N} \cdot \frac{t}{\Delta t} + a_{N/2} \cos \pi \frac{t}{\Delta t} \\ &\quad + 2 \sum_{m=1}^{\frac{N}{2}-1} b_m \sin \frac{2\pi m}{N} \cdot \frac{t}{\Delta t} \quad : 0 \leq t \leq N\Delta t \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、 Δt は波形の読み取り時間間隔である。

この結果、周波数として $f_m = m/(N\Delta t)$ の成分波の余弦および正弦振幅 a_m , b_m が $m = 1, 2, \dots, (N/2-1)$ に対して求められる。一般のスペクトル解析の場合には、個々の波形記録そのものよりはその波形を生み出したもとの不規則波のエネルギー分布構造を知るのが目的であるので、 a_m , b_m の計算結果は隣接する数組～数十組を自乗平均し、その結果に基づいてスペクトルを推定する。

しかし、今問題にしている分離計算の場合には FFT 法によって分析された各成分波の振幅を用いてます式(5)を適用するのが適当である。そして a_i および a_r を $m=1 \sim (N/2-1)$ の成分波について求めた上で、適当な周波数帯ごとに自乗平均を行って、入・反射波のスペクトルを推定すればよい。

なお、FFT 法の基本式として式(7)を用いる場合、式(5)との対比から $A = 2a_m$, $B = 2b_m$ となるので、結果の整理の段階でこの点に注意する必要がある。

3. 入・反射波高推定の具体的方法

3.1 規則波実験による分離推定法の検証

前章で述べたように、規則波の場合には式(5)の計算によって入射波および反射波の振幅が直接に推定できる。そこで、この分離推定の妥当性を規則波についてまず検討してみた。

実験は、著者らが以前から使用している当所大型水工実験場内に仮設したブロック積み水路⁹⁾で行った。この水路は長さ 30m, 幅 5.0m で、この側壁の一方から 60cm 離して仕切壁が造波板の前方 60cm から水路端 1m の所まで設けられている。今回の実験ではこの小水路の方を使用した。なお、このような水路配置のために模型構造物からの反射波が造波板に戻ったときは、そのエネルギーの相当部分が幅の広い水路の方に逃げて行く。造波板側での反射率は 50% 程度と推定されている。小水路の末端には碎石を約 10 割勾配に並べて消波装置とした。

実験では周期 1.088 sec および 1.410 sec の規則波を使用した。進行波としての波高は平均値として 8.98 cm および 9.23 cm であった。この周期は、反射状態の実験のために造波板から 15.0m の位置に直立壁を設置したとき、

多重反射系が打ち消し合って合成波が安定となる周期として選んだものである。実験水深は $h = 43 \text{ cm}$ であるが、水路内は $1 \sim 2 \text{ cm}$ の高さの不同がある。

測定にあたっては、反射時も含め、すべて波が安定したあととの連続 102.4 sec 間の記録をとり、これを $\Delta t = 1/15 \text{ sec}$ 間隔で読み取って解析した。記録はデータレコーダー、読み取りは A-D 変換器、解析は当所の電子計算機である。

このようにしたのは、実験・解析の能率、および後述の不規則波実験と同一の方法（プログラムを含む）で行うためである。なお、データ個数としては 1,536 個であるが、拡大 FFT 法による演算⁸⁾に際しては 0 を付加した $N = 1,792$ 個のデータを用いているので、周波数の分解能は $\Delta f = 1/(N\Delta t) = 0.0084 \text{ Hz}$ である。なお、波高計は容量式であり、実験はすべて 2 回ずつ繰り返した。

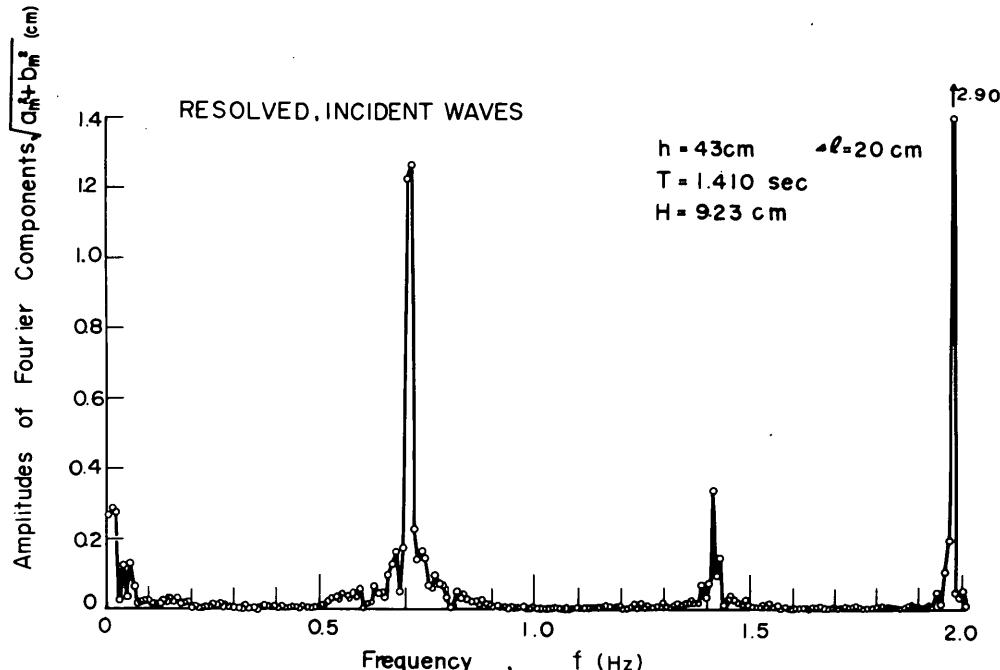


図-2 進行波状態における入射成分波の振幅の分離推定例

まず、模型構造物を設置する前の進行波の状態で波を測定し、式(5)で入・反射波の振幅を分離した結果の 1 例が図-2 である。周期は 1.41 sec 、波高計間隔は $\Delta\ell = 20 \text{ cm}$ である。なお、進行波の状態では反射波高が小さいため、 a_r はここには示していない。また、式(5)の計算の際に式(7)のフーリエ級数の振幅 a_m, b_m をそのまま用いているので、実際の振幅としては図-2 の 2 倍の値である。図-2 で明らかなように、入射波は $f = 0.71 \text{ Hz}$ およびその 2 倍周波数である $f = 1.42 \text{ Hz}$ の所に鋭いピークを示している。しかし、規則波といつても周期・波高が完全に一定ではなく、特に水路内には長周期の水面動搖が誘発されることの影響などがあるためか、ピークの周辺には若干のエネルギーが広がっている。

図-2において $f = 1.97 \text{ Hz}$ の所に見られるピークは実在のものではなく、式(5)の分離計算に特有な見掛けの現象である。この周波数成分の波長は、式(6)によって $L =$

40.0 cm と求められ、丁度、波高計間隔 $\Delta\ell$ の 2 倍である。このため $k\Delta\ell = \pi$ となり、式(5)の分母の $\sin k\Delta\ell$ が 0 となる。理論上はこれと同時に分子も 0 となり、不定形が生じるはずであるが、実際計算ではノイズその他のために分子が有限な値を保ち、この結果 a_i, a_r の推定値が非常に大きな値となる。図-2 で $f \approx 0$ の付近で振幅が大きくなっているのも、これと同じ理由によるものと考えられる。

こうした解の発散点近傍の分離精度を調べるために、波高計の間隔を $\Delta\ell = 10 \sim 250 \text{ cm}$ に変えて測定・解析を行ってみた。その結果が図-3 である。図の横軸は波高計の間隔と波長との比 $\Delta\ell/L$ 、縦軸は基本周期の振幅比である。この場合、基本周期といつても図-2 に見られるように若干の広がりが存在するので、 $T = 1.088 \text{ sec}$ の波については 3 個、 $T = 1.410 \text{ sec}$ の波については 4 個の周波数成分の振幅の算術和を用いた。エネルギー的

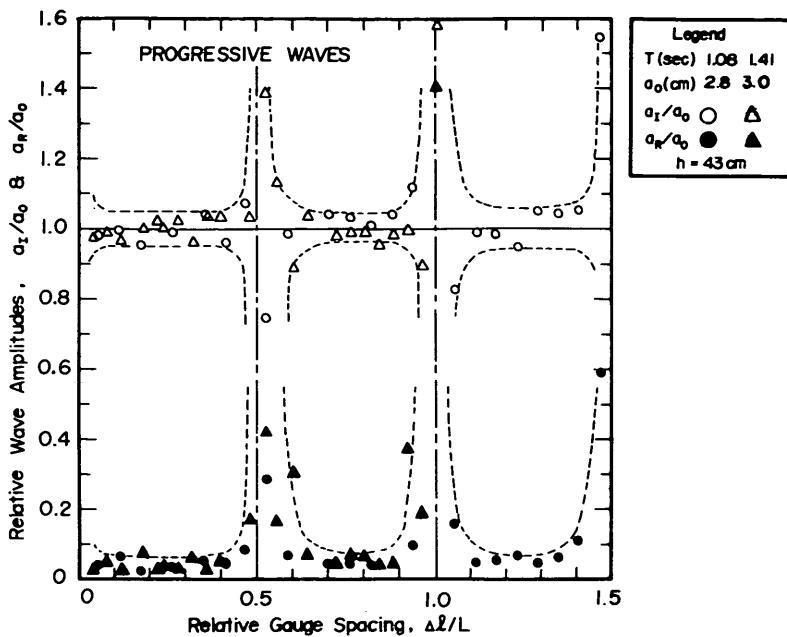


図-3 進行波状態における入・反射波の推定振幅と波高計の相対間隔との関係

は自乗和であろうが、位相の影響などを検討していなかったので、簡単のために算術和を用いたものである。また、振幅比の基準としては、式(5)の発散点の影響が少ないと見られる $4\ell/L < 0.4$ および $0.6 < 4\ell/L < 0.9$ の範囲における入射波の推定振幅 a_r の平均を用い、これを a_0

で表示した。図中の白印は入射波、黒印は反射波の振幅比であり、予想通り $4\ell/L = 0.5, 1.0$ 、および 1.5 の近傍で推定値の発散が認められる。

同じような実験を完全反射の状態について行った結果が図-4である。これは、造波板から 15.0 m の位置に高

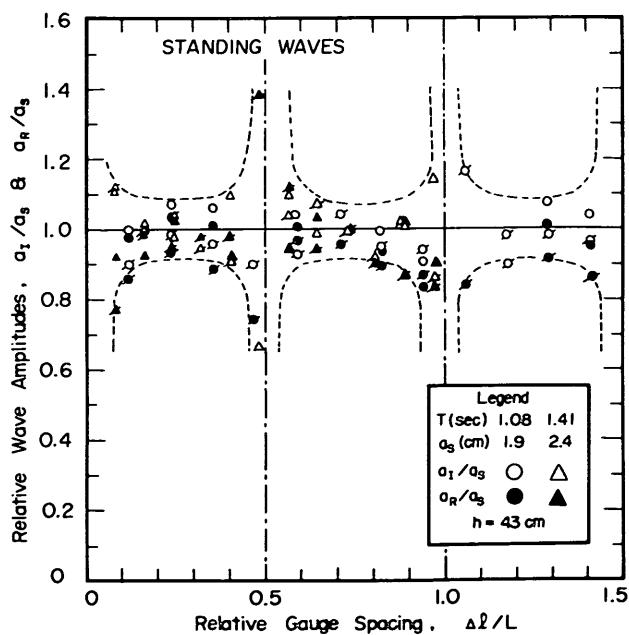


図-4 完全反射状態における入・反射波の推定振幅と波高計の相対間隔との関係

さ 62 cm (天端高 19 cm), 奥行 30 cm の箱を置き、水路側壁とのすき間は油粘土でふさいで実験したものである。波高計の間隔は $\Delta l = 20 \sim 240$ cm に変え、模型とそれに近い波高計との距離を $x_1 = 1$ cm および 100 cm の二通りについて測定した。図-4 で短い斜線を付した記号が $x_1 = 100$ cm のデータである。図-3 の進行波の実験結果に比べてデータのはらつきがやや大きいが、 $\Delta l/L = 0.5, 1.0, 1.5$ における発散の傾向は同一である。また、 $\Delta l/L = 0$ の近傍でも精度低下の傾向が認められる。なお、振幅の基準値とした a_s は、発散点の影響範囲を除いた入射波の推定振幅 a_r の平均値である。完全反射時の入射波の振幅の平均 a_s が進行波状態の平均振幅 a_0 よりも小さいのは、多重反射系が部分的に打ち消す形になる周期を選定したためと思われる（付録A 参照）。

図-3, 4 では、 $\sin k\Delta l = 0$ の発散点の近傍を除けば、入・反射波の振幅の分離推定値が波高計間隔 Δl に影響されず、安定した結果を与えている。また、反射波の推定振幅の平均は、図-3 の進行波状態で $\bar{a}_r/a_0 = 0.05$ 、図-4 の完全反射状態で $\bar{a}_r/a_0 = 0.95$ であり、それぞれの実験における反射状況を的確に表示している。

こうした反射率の推定精度をさらに検討するため、直立潜堤の模型について実験を行った。潜堤の天端高は水面下 -6 cm、堤幅は 30 cm である。波高計の間隔は $\Delta l = 20$ cm と一定に保ちながら、潜堤前面との距離を 1 ~ 130 cm に変化させた。進行波および完全反射の場合と同様にして入射波および反射波の振幅を推定した結果が

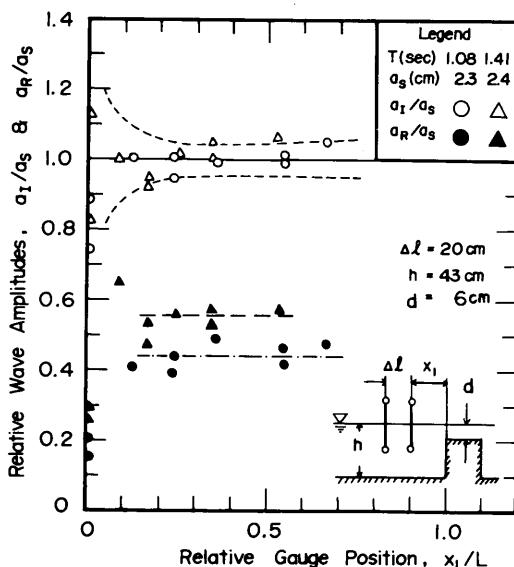


図-5 波高計の設置位置による
入・反射波の推定振幅の変化

図-5 である。ただし、 $x_1 = 1$ cm のデータは他に比べて値に差が見られたので、入射波の推定振幅の平均値 a_s の算出には $x_1 \geq 21$ cm ($x_1/L > 0.085$) のデータを使用している。

この入射波の推定振幅 a_s を基準にすると、この潜堤の反射率は 40 ~ 60% となる。 $x_1 \geq 21$ cm のデータについて平均すると、 $T = 1.088$ sec の波が $\bar{a}_r/a_s = 0.44$ 、 $T = 1.410$ sec の波が $\bar{a}_r/a_s = 0.55$ であり、この値は図中に水平な 1 点鎖線および破線で示されている。この潜堤について通常の Healy の方法で反射率を測定し、有限振幅効果の補正¹⁰⁾を行った結果は、 $T = 1.088$ sec に対して $K_r = 0.51$ 、 $T = 1.410$ sec に対して $K_r = 0.58$ であった。前者の波の場合には本資料がやや小さ目の反射率の推定値を与えており、その差は小さく、測定精度を勘案すれば有意な差とはいえない。

以上のように、2 測点間の波形の位相差を利用する本資料の入・反射波の分離推定法は、規則波に対する検証実験によってその妥当性が確認されたと考えられる。本節では解析の都合上、連続記録を電子計算機で処理したが、オシログラフの記録を机上で読み取り計算することは十分可能であり、その計算例は付録B に示すところである。

3.2 不規則波に対する分離推定法

前述のように、不規則波の場合にはフーリエ級数で表わされる各成分波ごとに分離の計算を行ってその振幅を求める。今、分離後の入射波の m 番目の成分波の振幅を $a_i(m)$ で表わすと、入射波のスペクトルは重みつき平滑化関数（フィルター） $H(j)$ を用いて次のように推定される。（反射波についても同様にして求められる。）

$$S_i(f_m) = \sum_{j=-p}^p H(j) \frac{1}{2} a_i^2(m-j) N \Delta t \quad \dots \dots \dots (8)$$

ただし、 $H(j)$ は正の値をとり、かつ

$$\sum_{j=-p}^p H(k) = 1 \quad \dots \dots \dots (9)$$

でなければならない。このフィルターとして最も簡単なものは $H(j) = 1/(2p-1)$ の単純平均型であり、他にも三角形、逆数三角形、放物線型などいろいろなものがある。著者らは、拡大 FFT 法のスペクトル計算での検討結果⁸⁾に従い、放物線型フィルターを使用し、 p 番目ごとの計算結果を表示させる方式をとっている。なお、拡大 FFT 法では入力データに若干個数の 0 を加えて計算のためのデータ個数 N としているので、式(8)を用いるときは、

この補正として入力個数と計算個数の比を乗じて補正する。

不規則波を直立潜堤(天端高 - 6 cm)に作用させたときのスペクトルの推定結果の1例を図-6に示す。

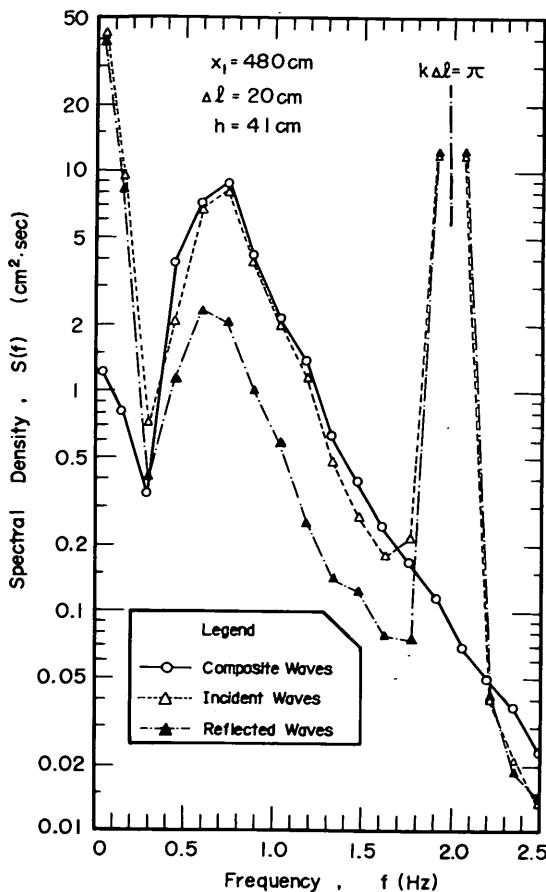


図-6 不規則波の入・反射波のスペクトルの分離推定例

波高計は潜堤前面から $x_1 = 4.80$ および 5.00m ($\Delta\ell = 20\text{cm}$) の位置に設置され、この2点での波高および周期の平均は $H_{1/3} = 8.21\text{cm}$, $T_{1/3} = 1.440\text{sec}$ であった。波形は連続 68.3sec 間記録され、 $\Delta t = 1/15\text{sec}$ でサンプリングされた。データ個数は入力時、計算時ともに $N=1024$ であり、スペクトル計算における平滑化本数としては、 $2p-1=19$ を使用した。また、本資料に示す不規則波の実験値は、すべて同一の目標スペクトルに対して波形を変えて発生させた3回の不規則波による結果の平均である。

図-6のスペクトルのうち、白丸は2点での測定波形(合成波)の平均であり、白三角および黒三角印がそれ

ぞれ入射波および反射波の分離推定結果である。規則波の場合の図-2と同様に、 $f = 0$ および 1.97Hz の近傍で推定値が著しく過大となっており、 $\sin k\Delta\ell = 0$ の発散の影響が明瞭である。したがって、入・反射波のスペクトルの分離、推定は、こうした発散点の近傍を除く周波数帯でのみ有効であり、入・反射波高の推定の際にこの取扱いが問題となる。

周波数の範囲が限定されたスペクトルから波高を推定する方法としては幾つか考えられるが、著者らは次のような方法を提案する(図-7参照)。

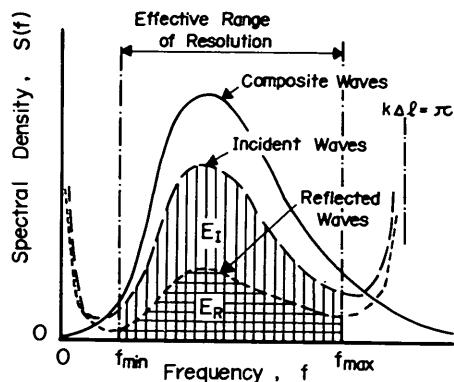


図-7 不規則波の入・反射波高推定のための説明図

まず、与えられた波高計間隔 $\Delta\ell$ に対して、有効周波数範囲を設定する。(実験計画としては、実験波の周期に対して最も適切な $\Delta\ell$ を選定することになる。) このため、あらかじめ進行波の状態で波の測定を行い、フーリエ級数の成分波ごとの振幅を調べることが望ましい。この場合の判定の基準の一つは、反射波と入射波の振幅比であり、もう一つは入・反射波の振幅の自乗和(エネルギー和)と分離前の合成波の振幅の自乗値(2点の平均)との比である。先に著者らは、反射波の振幅が入射波の振幅の $1/4$ 以下を一つの目安として、 $\Delta\ell = 10 \sim 100\text{cm}$ に対する有効周波数範囲を検討した⁶⁾。この結果では、周波数の下限値が $\Delta\ell$ に無関係に $f_{\min} \approx 0.30\text{Hz}$ とほぼ一定であった。これは、こうした低周波数の波に対しては反射率が実際にも高かつたためかも知れない。

有効周波数範囲、特に低周波側の下限値を明示することは仲々むずかしいが、一つの目安としては次式を参考にすることができるよう。

$$\left. \begin{aligned} \text{下限 } (f_{\min}) : \frac{\Delta\ell}{L_{\max}} &= 0.05 \\ \text{上限 } (f_{\max}) : \frac{\Delta\ell}{L_{\min}} &= 0.45 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

上式中の L_{\max} および L_{\min} は、有効周波数範囲の下限周波数 f_{\min} および上限周波数 f_{\max} にそれぞれ対応する波長である。式(10)は図-3, 4の規則波の実験結果や不規則波実験における成分波ごとの振幅の吟味結果を参照したものである。ただし、 Δf が小さいときは下限周波数を $\Delta f/L_{\max} = 0.03$ 程度にまで引き下げるようにも思える。著者らの実験では $\Delta f = 20 \text{ cm}$ に対して $f_{\min} = 0.30 \text{ Hz}$, $f_{\max} = 1.40 \text{ Hz}$ を用いた例が多い。ただし、この上限値は式(10)によれば 1.8 Hz まで引き上げることが十分可能と考えられる。

次には、この有効周波数範囲に含まれる入・反射波のエネルギー E_I および E_R を計算する。これは推定スペクトルの積分として次式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} E_I &= \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} S_I(f) df \\ E_R &= \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} S_R(f) df \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここに、 $S_I(f)$, $S_R(f)$ は入・反射波の推定スペクトル密度である。ただし、分離推定法の発散点の影響を最小にするため、 $S_I(f)$, $S_R(f)$ は式(8)によって平滑化した値ではなく、フーリエ級数の成分波ごとのスペクトル密度を用いる方がよい。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} S_I(f) &= I_I(m) = \frac{1}{2} a_I^2(m) N \Delta t \\ S_R(f) &= I_R(m) = \frac{1}{2} a_R^2(m) N \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式(11)で求めた入・反射波のエネルギー E_I , E_R はそれぞれ波高の自乗に比例しているはずであるから、波高比で定義される反射率は次のように推定される。

$$K_R = \sqrt{\frac{E_R}{E_I}} \quad (13)$$

この反射率は波群全体としての平均的な値を表わすと考えられる。入射波高 H_I および反射波高 H_R は、この反射率 K_R と合成波の波高 H_s (2点の平均) を用いて次式で推定できる。この波高は、有義波高、平均波高など、どのような定義でもよい。

$$\left. \begin{aligned} H_I &= \frac{1}{\sqrt{1+K_R^2}} H_s \\ H_R &= \frac{K_R}{\sqrt{1+K_R^2}} H_s \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式(14)は、入射波高と反射波高の自乗和が合成波高の自乗に等しいと置いたものである。この計算の基礎となっているのは二つの仮定である。その一つは、複数の不

規則波列が重畠して形成される合成不規則波のエネルギーは、個々の波列のエネルギーの和であるということである。もう一つは、こうした合成波の波高、たとえば有義波高、平均波高等も、合成エネルギーの平方根に比例するというものである。第1の仮定は、不規則波浪の解析における一つの公理と考えられるものである。第2の仮定は、現地あるいは実験室の不規則波について直接に証明することは不可能であるけれども、不規則波形のシミュレーションでは証明することができる。また、海の波についてスペクトルのピークが2個以上ある場合、すなわち方向の異なる風波とうねりが重畠していると考えられる場合について調べてみると、波高のレーリー分布がほぼ成立し、また有義波高と波形の標準偏差との間に $H_{1/3} \approx 4.0 \eta_{rms}$ の関係が成り立っている¹¹⁾ので、このことは第2の仮定を間接的に証明するものといえる。

なお、本方式においては、反射率を式(13)のように波群全体としての平均値としてのみ求め、周波数ごとの値としては求めていない。これは、一つには反射の現象が多くの場合に碎波やうず損失を伴う非線型現象であること、また、一つには周波数の高い領域については後述のように波の非線型性の影響で真値を示さないと考えられることなどを考慮に入れたものである。

3.3 波高計の設置位置の選定

本資料の方法を用いる場合、模型構造物の反射率のみが問題であるならば、波高計を模型の近くにまで接近させることができる。前出の図-5は規則波についてこれを調べたものであり、 $x_1/L \gtrsim 0.1$ であれば入・反射波の振幅がほぼ一定となっている。

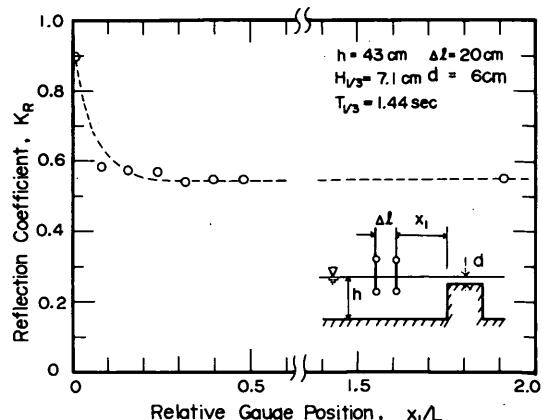


図-8 不規則波の反射率に及ぼす
波高計設置位置の影響

また、図-8は同じ直立潜堤に不規則波を作用させ、

波高計と模型との距離を $x_1 = 1 \sim 480 \text{ cm}$ に変えて、反射率に及ぼす波高計の位置の影響を調べたものである。入・反射波のスペクトルの推定例を示した図-6は、この実験のデータの一つである。波長 L は $T_{1/3}$ に対する値である。図で明らかにように、 $x_1 = 1 \text{ cm}$ のデータが高い反射率を示す以外はほとんど変わらない値である。なお、天端高が +19 cm の直立壁を設置した状態について波高計の位置を $x_1 = 1 \sim 480 \text{ cm}$ に変えて測定したが、反射率はどの場合も 1.0 に近い値を示していた。

一方、入・反射波高の推定の場合には、波高計を模型構造物からある程度以上離しておく必要がある。これは式(14)で用いている合成波高 H_s が反射境界面の近傍で変動するためであり、この意味では波高計は造波板からもある程度以上離しておかなければならぬ。反射性構造物前面の不規則波の波高変化がスペクトル計算によって求められることは石田^{12),13)}によって例証されており、また永井¹⁴⁾は半無限長防波堤前面の波高変化を不規則波の回折との関連において例示している。

こうした不規則波の波高変化の基礎となるものは一定周期の成分波の波高変化である。今、角周波数 $\sigma = 2\pi/T$ 、波数 $k = 2\pi/L$ の成分波を考えると、反射境界面から x_1 の距離における部分重複波としての波形は次式で表わされる。

$$\begin{aligned}\eta &= a_i \cos(kx_1 - \sigma t) + K_R a_i \cos(kx_1 + \sigma t) \\ &= (1+K_R)a_i \cos kx_1 \cos \sigma t + (1-K_R)a_i \sin kx_1 \sin \sigma t \\ &= \sqrt{1+2K_R \cos 2kx_1 + K_R^2} a_i \cos(\sigma t - \varepsilon_1) \quad \dots \dots \dots (15)\end{aligned}$$

ここで、

$$\varepsilon_1 = \tan^{-1} \frac{(1-K_R) \sin kx_1}{(1+K_R) \cos kx_1} \quad \dots \dots \dots (16)$$

したがって、入射波のスペクトルが $S_r(f)$ であれば、不規則部分重複波の波形の標準偏差値 $(\eta_s)_{\text{rms}}$ は式(15)の関係を用いて次の計算で求められる。

$$(\eta_s)_{\text{rms}}^2 = \int_0^\infty (1+2K_R \cos 2kx_1 + K_R^2) S_r(f) df \quad \dots \dots \dots (17)$$

前述のようになれば、不規則波の重複波形についても、波高と η_{rms} との比例関係は成立すると仮定できるので、不規則部分重複波の有義波高、平均波高などの代表波高は、

$$H_s = \frac{(\eta_s)_{\text{rms}}}{(\eta_r)_{\text{rms}}} H_r \quad \dots \dots \dots (18)$$

と入射波の諸元から計算されることになる。

式(18)の関係を確認するため、今回の不規則波の実験のデータを反射境界面からの距離 x_1 に対してプロットしたのが図-9である。図中の黒丸は図-8に示した直立潜堤の反射率の実験の際の有義波高のデータであり、白

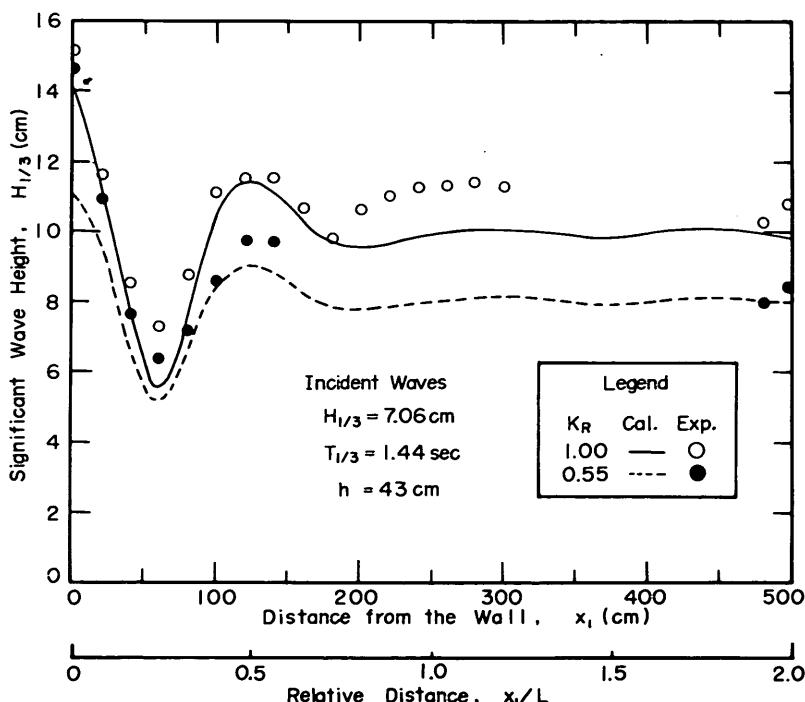


図-9 不規則波の重複波高の場所的变化の例

丸は天端高 + 19 cm の直立壁前面の波のデータで完全反射に近い状態である。また、図中の曲線は実線が $K_n = 1.0$ 、破線が $K_n = 0.55$ として式(17), (18)で計算した値である。入射波のスペクトルとしては、模型設置前の進行波の状態で測定したものを使用しており、これは図-10 に示すとおりである。図中の細線は $H_{1/8}$ と $T_{1/8}$ を一致させた次の Bretschneider - 光易型標準スペクトルを表わしている。

$$S(f) = 0.257 \left(\frac{H_{1/8}}{T_{1/8}^2} \right)^2 f^{-5} \exp[-1.03(T_{1/8}f)^{-4}] \quad \dots(19)$$

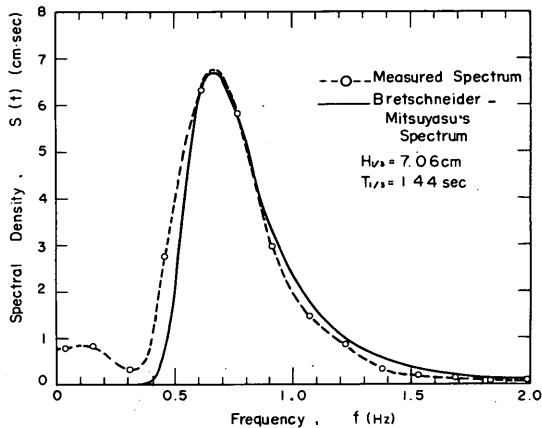


図-10 実験に用いた不規則波のスペクトル

実験に用いたスペクトルは低周波部分でサーフビートなどによるふくらみが見られる点、および全体としてやや低周波側へかたよっている点が式(19)の標準スペクトルと異なっているが、ピークの位置やその尖り具合などは一致している。

図-9 に戻り、波高変化を眺めてみると、反射境界面の近傍では変化が著しいけれども、1 波長以遠では波高変化が急減し、計算上は 1.5 % 以下となる。測定値は計算値に比べて全般に大き目であるが、これは模型構造物と造波板との多重反射によって模型への入射波のスペクトル密度が図-10 の値よりも増大していたことによる可能性が大きい。また、 $x = 0$ の近くの部分反射時の波高が大きくなっているのは、模型にぶつかって跳波的な挙動を示す波があつたためではないかと思われる。しかし、全体として波高の場所的变化は式(17), (18)の計算値の傾向に良く一致しており、計算式の妥当性を検証している。

このように、反射境界面の近傍では合成波としての波高の場所的变化が著しいので、このような測定波高を式(14)の計算に用いると、入・反射波高の推定に誤差を生

じることになる。したがって、不規則波に対する入・反射波高の分離推定に際しては、波高計を模型構造物および造波板から 1 波長以上離して設置する必要がある。

なお、図-9 のような波高変化は不規則波に特有なものであって、規則波の場合には発生波の周期が一定に保たれている限り、重複波の腹と節における波高の変化が 1 波長間隔で規則的に繰り返される。このため、規則波の実験の場合にはフーリエ級数の成分波の振幅の分離推定結果を直接使用することになる。

4. 分離推定法の精度の考察

4.1 誤差の発生要因とその影響について

以上に述べた入・反射波の分離推定法はあくまでも一つの推定法であり、推定の精度は幾つかの要因によって影響される。分離推定にあたって誤差を生じると考えられるものは、以下のようなものである。

- 1) 波の非線型性等による波長の基本式(6)の誤差
- 2) 進行波における非線型高調波成分の存在
- 3) 重複波における波の非線型干渉
- 4) 造波水路内における横波その他のじょう乱の発生
- 5) 波形の偶発的変動およびノイズ

まず、第 1 の波長の基本式の問題についていえば、ここで採用している式(6)は本来、波高が微小な波に対する理論式であり、波高がある程度大きくなると若干の差が見られることが知られている¹⁵⁾。進行波の場合には波高の増加とともに波長が漸増し、碎波点近傍では 13~28 % の増大率を示すとされている¹⁶⁾。一方、重複波の場合は様相が複雑であり、反射率が高いときには深海性の波の場合に波長が式(6)の値よりも短くなる現象が現われる^{17), 18)}。浅海性の重複波では式(6)の値よりも大きいけれども、進行波に比べると若干減少することが理論計算によって示されている¹⁰⁾。

また、風洞水路での風波の実験でも式(6)の関係からやすれることは報告されている¹⁹⁾。もっとも、これは主として風によって起こる吹送流の影響のようであり、今回使用したような機械的不規則波発生装置による波の場合については調べられていない。いずれにしても、本資料の分離推定法は 2 測点間の波の位相差 $k\Delta l$ を基にしているので、波長の算定値に誤差があればそれが直接に結果に影響する。入・反射波の振幅を求める式(5)から明らかなように、波長の誤差の影響は $k\Delta l = n\pi$ 、すなわち、 $\sin k\Delta l = 0$ のときに最も大きく、 $k\Delta l = (n+1/2)\pi$ 、すなわち $\sin k\Delta l = 1$ のときに最小となる。図-3, 4 の a_l, a_r あるいは図-6 の $S_l(f), S_r(f)$ が $k\Delta l = n\pi$ の近

傍で発散していたのは、こうした波長の誤差によるところが大きいものと思われる。

第2の非線型高調波成分は、波高の大きな波の波形が山が尖り、谷が平らになる現象に伴うもので、理論的には基本周期の波と同じ波速で進行する。したがって、こうした高調波成分については式(6)の波長の基本式が成立しない。このため、測定波形をフーリエ分析して求められる m 倍周波数成分について単純に式(5)を適用しても、正しい結果が得られない。もっとも、造波水路内の発生波はこうした基本成分波とともに進行する高調波成分だけではなく、造波板の運動と水粒子の運動との差に起因する自由な進行波としての高調波成分、およびこれらが基本成分波と干渉して生成する非線型干渉波が存在する²⁰⁾。(この結果、造波水路内では波の山の間に二次波峰が出現し、その相対位置が場所とともに変化する現象がしばしば見られる^{21)~23)}。)

非線型高調波成分の問題は規則波だけでなく不規則波の場合にも存在し、スペクトル解析の結果でピークの2倍、3倍周波数などの位置に二次的なピークとして現われる。しかし、得られたスペクトルのうちどれだけが非線型成分であり、どれだけが自由な線型成分であるかを解明することは非常に困難である。ただし、規則波の場合も含め進行波状態における非線型成分の問題は高調波に対する分離推定の誤差として現われ、基本周期またはスペクトルのピーク部分に対する推定値には影響を及ぼさないと考えられる。

第3の非線型干渉の問題も規則波についてはある程度解明されているが、不規則波については十分に検討されていない。規則波について波高の大きな波が部分反射されて入射波と重なり合う場合を理論解析すると、入射波および反射波のほかに $\cos[(\bar{k} \pm 2\Delta k)x \pm 3\omega t]$ や $\cos[(3\bar{k} \pm 2\Delta k)x \mp 3\omega t]$ などの位相項を有する非線型干渉波が現われることが導かれる¹⁰⁾。ここに、 \bar{k} は重複波状態における入・反射波の波数の平均、 Δk はその差である。この非線型干渉波のうち、前者は見掛け上は3倍周波数成分波、後者は基本周波数成分波であるが、その波速は式(6)から求められる値と大幅に異なっており、これらはいずれも入・反射波の分離推定における誤差を生む要素となる。

この第2、第3の非線型成分の問題は理論計算が繁雑なため一般的の取扱いが面倒であり、入・反射波の分離推定に対する影響を定量的に吟味することはむずかしい。ただ、こうした非線型性の影響を示唆すると思われる1例が図-11である。これは著者らが先に報告した不規則

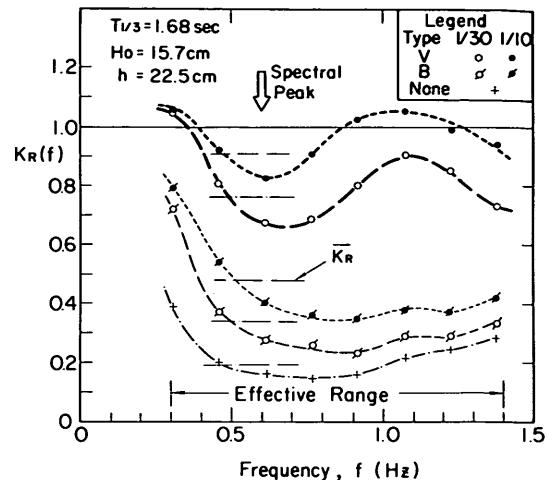


図-11 護岸の反射率の周波数別表示⁹⁾

波の越波実験⁹⁾のデータであり、直立壁（記号V）および消波護岸（記号B）の反射率を周波数別に表示したものである。ただし、反射率としては反射波および入射波の分離推定スペクトル密度（式(8)による平滑化操作後のもの）の比の平方根として求めている。実験は海底勾配1/30（白丸）、1/10（黒丸）、および斜面なしの進行波状態（+印）について行われた。

図-11では直立壁の場合にスペクトルのピーク付近で反射率が低く、その高周波側で反射率が高まるという変化が認められ、特に海底勾配1/10の場合には反射率が僅かながら1を上回っている。これは実際の現象というよりも非線型成分の存在による見掛けのものではないかと思われる。図-11では反射率が高まる周波数がスペクトルのピーク周波数の2倍よりもやや低い所にあるが、他のデータではピークの2倍、3倍周波数付近で反射率が極大を示す場合が多く、上述の非線型成分の影響をうかがわせていた。なお、図中の細1点鎖線の水平線は式(13)による全体としての平均反射率である。また、低周波側で反射率が急増しているのは、式(8)の平滑化操作によって有効周波数帯外の発散域のデータの影響を幾分受けているためではないかと思われる。

本資料の方式は、式(13)のように反射率を波群全体に対する平均値として表示することを標準としており、図-11のような表示は特例である。こうした周波数別の反射率の表示を用いる場合には、その中に非線型成分の影響が含まれていることを十分に認識した上で種々の検討を進める必要がある。また、規則波の実験の場合には、 m 倍周波数成分に対しては $T_m = T/m$ の周期を持ち、波長が式(6)で求められる波として分離推定の計算を行いうこ

となるけれども、その結果の解釈にあたっては常に非線型成分の影響について留意することが必要である。

第4の誤差要因としての横波その他のじょう乱²⁰⁾および第5の波形の変動およびノイズは実験にあたってできるだけ小さくするよう努力すべき問題であるので、ここではこれを指摘することにとどめる。なお、規則波の実験の場合に波高および周期の変動が精度を低下させることは他の実験と同様である。

4.2 推定精度について

前節に述べた種々の要因に基づく誤差の大きさを定量的に評価することは容易でないが、その目安は図-3～5でつけることができる。これらの図は規則波に対する分離推定において波高計同志あるいは波高計と模型構造物との間隔を変えて入・反射波の振幅を推定したもので、推定値の分散状況が推定精度を表わすと考えられる。すなわち、 $k\Delta\ell = n\pi$ の発散条件あるいは模型構造物の極く近傍を除外すれば、進行波および部分反射の状態ではデータの分散が±5%，完全反射の状態では±10%以内である。この分散はある程度までは波高、周期の変動によるものであろうから、今回の分離推定法の精度はもう少し良いものと思われる。ただし、誤差の主な原因是波の非線型性あるいは非線型干渉であり、これらは水深波長比が小さく波形勾配が大きい波ほど顕著になる。したがって、そのような実験波に対しては精度が低下する可能性がある。

ただここで注意したいのは、従来のHealyの方法では非線型性の影響をさらに強く受け、精度が著しく低下することである。たとえば、反射率の高い模型構造物に対してHealyの方法を適用すると反射率が見掛け上低くなり、波形勾配の大きな波ほどこれが著しい¹⁰⁾。従来の反射率の測定方法は本質的に波高の微小な線型性の強い波に対するものである。また、高調波成分が存在する場合にもこれを検出することはできず、逆に高調波成分のために推定結果が影響されて誤差を生むという問題もある。したがって、従来の方法は解析が簡単であるという長所があるけれども、総合的な精度の点では本資料の方法よりも劣るといえよう。

なお、前節で考察した諸要因は反射率の推定結果に直接影響を及ぼすけれども、不規則波実験における入射波高の絶対値に対してはそれほど影響を及ぼさない。これは入射波高を式(14)のように合成波の波高に基づいて推定しているためである。たとえば、いま合成波の波高が $H_s = 20\text{ cm}$ と測定され、真の反射率が0.6であるとする。

このとき何らかの理由によって反射率が0.7と推定されたとすると、入射波高の推定値は式(14)により $H'_s = 16.4\text{ cm}$ となる。これに対し真の入射波高は同じく式(14)により $H_s = 17.1\text{ cm}$ である。すなわち、誤差は約4%である。反射率が小さいときは入射波高の推定誤差が一層小さくなる。したがって、斜面堤その他、反射率が小さいと予想される構造物について不規則波による実験を行う場合、入射波高をまず知りたいときには規則波実験などで反射率の概略値を推定し、これを式(14)に代入して入射波高を求めて誤差は微小と考えられる。

5. 不規則波実験における分離推定法の適用例

5.1 混成防波堤の越波伝達波の実験

まえがきで述べたように、本資料の方法は著者らが3年以上にわたって使用してきたもので、先に報告を行った不規則波による護岸の越波実験⁹⁾は全面的に本方法によるものである。しかし、これ以外にも一、二予備的な実験を行ったものがあるので、ここに紹介しておく。

第一の実験例は混成防波堤の越波伝達波に関するものである⁷⁾。規則波については既に幾つかの実験報告があり、著者の一人も波高伝達率および反射率に関する実験式を提案している²⁴⁾。これを不規則波について調べるために越波伝達波を数十波以上連続して測定する必要があり、一方、混成防波堤は反射率が大きいために造波板との間の多重反射の問題を避けることができない。このような不規則波の連続的作用を必要条件とする実験は本資料の方法がその有効性を發揮するケースの一つである。

実験は水深 $h = 30\sim 35\text{ cm}$ の所に高さ15cmの碎石マウンドを設け、その上に木製の堤体を設置したもので、天端高は $h_c = 0\sim 15\text{ cm}$ 、天端幅は $B = 30\text{ cm}$ である。マウンド上の水深は $d = 15\sim 20\text{ cm}$ である。使用した水路は3.で述べた幅5.0mの水槽内に仕切られた幅60cmの小水路である。なお、模型堤体と水路側壁との間には両側約4mmずつのすき間をあけたまま実験した。

作用させた波は有義波周期が $T_{1/3} = 1.07$ および1.89secの2種類で、式(19)のBretschneider-光易型スペクトルを目標値として発生させた。分離推定後の入射波高は全体の平均で $(H_{1/3}) = 8.1$ および13.5cmであった。模型防波堤の背後4.2mの地点において伝達波を測定し、入射波に対する波高比、すなわち波高伝達率を求めた結果が図-12である。伝達波は波形を変えた3種類の発生波に対して約100波ずつ測定し、各回ごとに波高伝達率を求めてから3種類の波に対する平均値を算出した結果が示されている。図-12には反射率の推定結果(3回の平均

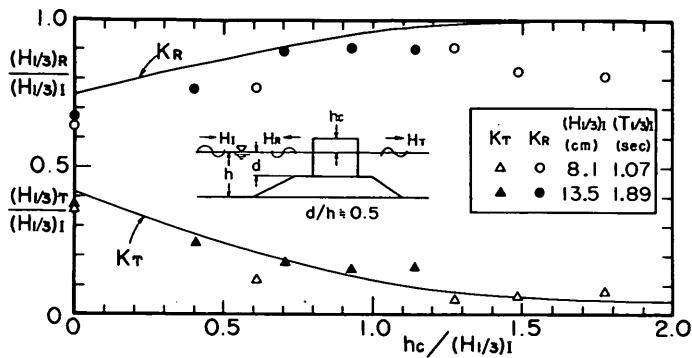


図-12 不規則波に対する混成防波堤の波高伝達率および反射率

値)も併せて示してある。

図中の曲線は著者の一人が先にとりまとめた規則波に対する実験式²⁴⁾であり、不規則波の実験値はこれにほぼ一致している。この図は波高として有義波高を用いたものであるが、波高伝達率を1/10最大波高および平均波高について求めて図-12のような形で規則波の実験式と比較しても、やはりほぼ一致する。これは、横軸が天端高と波高との比になっていることが一因であり、波高の大きな波ほど相対天端高が低くなつて波高伝達率が大きくなることを意味している。

したがつて、伝達波について波高の分布を調べてみると、波高の非常に大きな波がときどき現われる一方で波

高の小さな波が多数出現するという結果になり、波高の分布幅はレーリー分布よりもはるかに広くなつていている。図-13はこの1例であり、 $H_{1/3} = 2.5 \text{ cm}$ に対して $H_{\max} = 11.2 \text{ cm}$ にも達している。なお、図中に記入した入射波の諸元が図-12の値と若干異なるのは図-13が天端高が10 cmの場合のデータのみを示しているためである。海の波の場合は周波数スペクトルが式(19)のような標準形から著しく外れるようなときでも波高分布はほぼレーリー分布に従うものであり¹¹⁾。図-13のような越波による伝達波はレーリー分布が成立しない一つの特殊な例である。

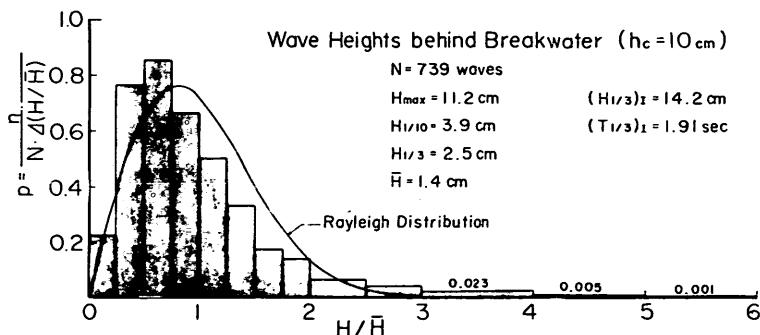


図-13 不規則波による越波伝達波の波高分布

なお、越波による伝達波の波高分布のうち、波高の小さな波は入射波と1波ずつ対応する波ではなく、波高の大きな波の越波打ち込みの際のじょう乱によって発生する短周期の波である。こうした短周期波の発生のために越波伝達波は入射波よりも周期が短くなる傾向がある。図-14は実験波についてこれを示したもので、破線はデータの平均的な傾向を示すものである。この実験では有

義波周期、平均周期ともに入射波の値の50~80%に減少している。

以上に述べたのはある特定の条件における実験結果なので、これを普遍化することはできないけれども、不規則波による防波堤の越波伝達波の性質を知るデータとして有用なものと思われる。

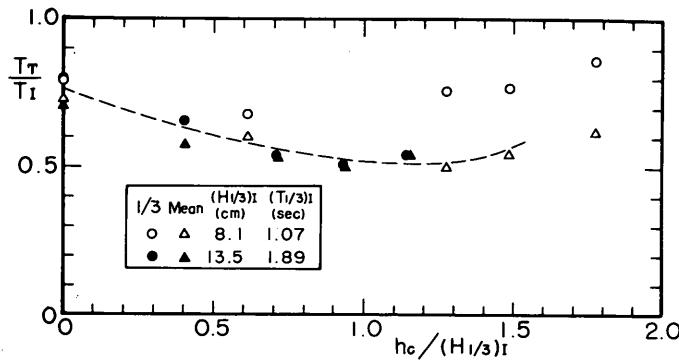


図-14 越波伝達波の周期の変化率

5.2 スリット式ケーソンの反射特性試験

入・反射波の分離推定法がその特徴を発揮する別な例としては、スリット式ケーソンその他の直立消波構造物の反射特性の実験が挙げられる。こうした構造物は内部に遊水部を持ち、外部とは比較的に狭い空隙で通じているのが普通である。そして、内外の水位差に応じて空隙部分を水が流入する際の速度水頭損失が主になって波のエネルギーが消耗されると考えられる。こうした機構の場合には、波の透過あるいは反射の際に高調波の波が

発生し、特に損失係数が流れの方向にかかわりなく一定のときには3倍周波数から始まる奇数次の高調波が卓越することがMei・Liu・Ippenによって理論的に指摘されている²⁵⁾。実験を行ってみても、直立消波構造物の前面の波形は細かく割れたような形である。このため、通常の方法で反射率を測定しようとしても、基本周期に対応する部分重複波の腹と節とが識別できないことが少なくない。

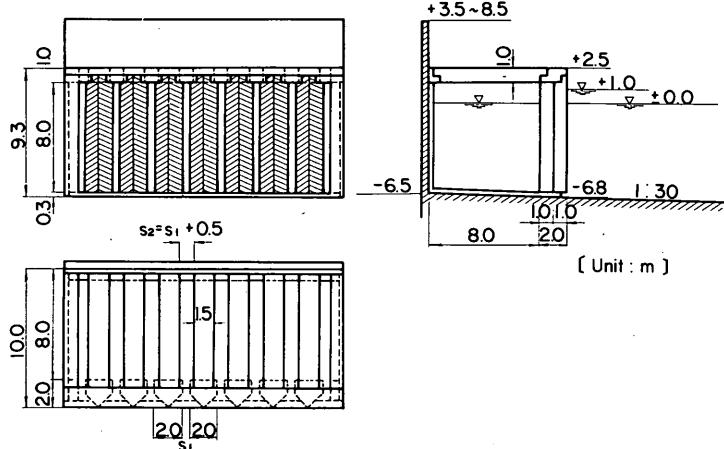


図-15 実験対象の縦スリット式ケーソン²⁶⁾

こうした直立消波構造物の一つとして、著者らは図-15のような縦スリット式ケーソン(図中の寸法は模型縮尺1/33.3としての現地換算値)を取り上げ、その越波特性について別途報告した²⁶⁾。そのときの実験では模型不規則波としてスペクトルのピーク周波数が $f \approx 0.55\text{ Hz}$ のものを使い、一方、入・反射波の分離推定のための波高計間隔としては $4\ell = 20\text{ cm}$ (水深 $h \approx 56\text{ cm}$)に設定したので、高調波の発生を十分に検出できなかった。そこで、

実験波の周期を長くして3倍周波数成分が有効周波数範囲に入るようにして追加測定してみた結果の例が図-16、17である。

まず図-16は、 $\bar{T} = 2.4\text{ sec}$ の規則波の解析結果である。記録は68.3 sec間にわたって $dt = 1/7.5\text{ sec}$ 間隔でサンプリングしたもので、データ個数は512個、FFT法で求めた255本の線スペクトルを式(8)で $2p-1=9$ として平滑化したスペクトル密度が例示されている。ただし、記

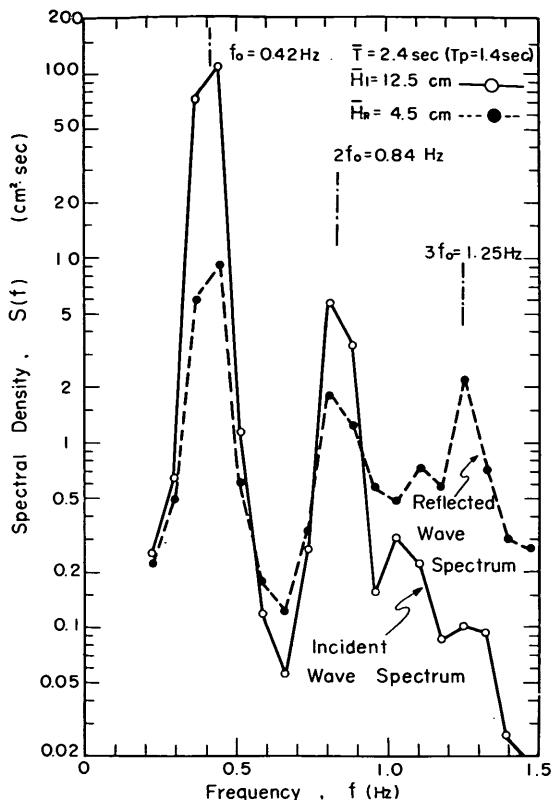


図-16 規則波実験における入・反射波の推定スペクトル

録は1回限りのものである。データ個数が不足し、またスペクトル密度の表示間隔が広過ぎたことから、規則波であることを明示するような鋭い線スペクトルにはなっていないけれども、 $\bar{T} = 2.4 \text{ sec}$ の逆数である $f_0 = 0.42 \text{ Hz}$ 、その高調波である $2f_0 = 0.84 \text{ Hz}$ 、 $3f_0 = 1.25 \text{ Hz}$ のそれぞれの個所に明瞭なピークが認められる。白丸で表わされる入射波のスペクトルは f_0 、 $2f_0$ 、 $3f_0$ と進むにつれてピーク値が単調に減少し、進行波としての普通の形である。しかし、反射波のスペクトル（黒丸）は3倍周波数の所で基本周波数の約1/3の値を示しており、同じ周波数での入射波と比べると20倍も高い値である。4.1で考察したような非線型干渉などによるものであれば入・反射波ともに同程度に現われるはずであり、また全体としての反射率が低いことから、図-16の反射波の3倍周波数成分はスリット式ケーンによる発生波と考えるのが妥当である。

なお、図中の入・反射波高は反射率が比較的低いところから、式(14)によって不規則波と同様の方法で求めたものである。ただし、反射率が高い場合には規則波の合成波高の場所的変動が著しいので、入射波の分離推定結

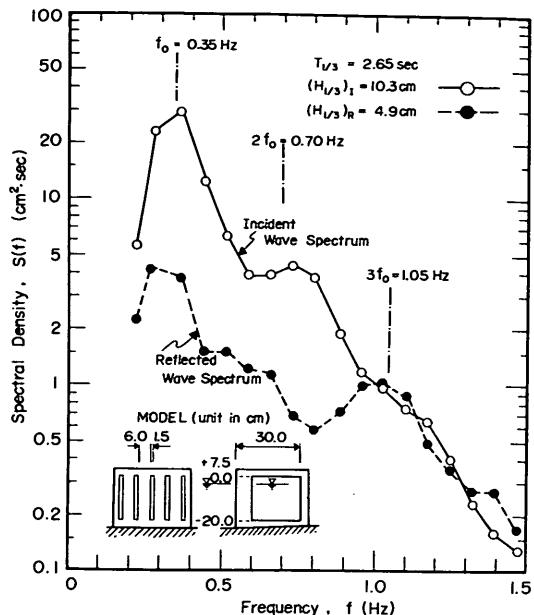


図-17 不規則波実験における入・反射波の推定スペクトル

果から直接に求めることを工夫する必要がある。

次に図-17は、 $T_{1/3} = 2.65 \text{ sec}$ 、 $(H_{1/3})_1 = 10.3 \text{ cm}$ の不規則波に対する実験結果である。記録は 273.1 sec間にわたって $dt = 1/7.5 \text{ sec}$ 間隔でサンプリングしたもので、データ個数は 2048 個、線スペクトルの平滑化本数は $2p-1 = 39$ 本である。この実験も 1 種類の波形に対するものである。図から明らかなように、不規則波の場合にも反射波には明瞭な 3 倍周波数成分が認められ、入射波のスペクトルとの比較からこれはスリット式ケーンによる発生波と考えられる。なお、この場合の全体としての反射率は 48% である。

以上のように、本資料の入・反射波の分離推定法は直立消波構造物などによる高調波の波の発生を検出できることがその一つの特長である。したがって、規則波による実験の場合にも本方法を適用して直立消波構造物の反射特性を解明するのがよいと思われる。

また、本方法の適用は上述の諸例に限定されるわけではなく、規則波、不規則波を問わず、どのような実験にも適用可能である。特に、従来適切な推定法がないために敬遠されていた反射性構造物の不規則波実験は、本方法の採用によってその実施が容易になる。関係諸機関において本方法の適用性を種々検討され、修正すべき点があれば改良を行って、さらに使い良い実験手法として完成されることを期待する次第である。

6. むすび

本資料は入射波と反射波が重なり合った状態の規則波あるいは不規則波の波形記録から入射波および反射波の波高を分離推定する方法を提案したものであり、その検討の過程で明らかになった事項を列記すれば次のとおりである。

1. 入・反射波の分離は波高計間隔が半波長の整数倍の条件のときに不可能となり、分離推定はこの近傍を除外した範囲で有効である。波高計間隔選定の目安としては、波長の5~45%の範囲が考えられる。
2. 不規則波実験の場合の波高計は、模型構造物および造波板から1波長以上離して設置すべきである。ただし、規則波実験の場合には模型構造物との距離を波長の0.2倍程度まで縮めることができると可能である。
3. 本方法を用いれば直立消波構造物などによる反射の際に発生する高調波の波を検出することが可能である。
4. 分離推定の結果は波の非線型成分の影響を受けると考えられるので、特に反射率の高い構造物の場合には注意が必要である。

なお、本文では特に述べなかつたけれども、実際の適用にあたっては造波板と模型構造物との距離を数波長以上とることが望ましい。これは、不規則波実験の場合にこの距離が短いと多重反射によるスペクトルの波打ち(ripple)が著しくなり、実験結果に悪影響を及ぼす懸念があるためである(付録A参照)。また、本資料で述べた実験はすべて造波板側が開いた水路で行ったものなので、造波板と模型構造物との間の多重反射といつてもその有効な繰り返し回数は少ないと考えられる。通常の2次元水路内に反射率の高い構造物を設置したとき、多重反射による波が安定するか否かは未検討であり、今後の試行によってその限界を見極める必要があろう。それまでに2次元水路での反射率の高い構造物の実験は避ける方が無難である。

また、波の非線型成分の影響の解明は今後の課題である。たとえば、不規則波の場合の非線型干渉の計算を幾つか行い、その大きさを把握しておく必要がある。最終的には計測して得られた周波数スペクトルから非線型成分を摘出し、線型独立な成分波のみのスペクトルを再構成することが目的であるが、その可能性自体が現在のところは不明である。

一方、本資料では入・反射波の波高および反射率の推定を目的としたため位相については無視したけれども、規則波などでは式(4)の位相の検討を進めることによって

入・反射波の波形の再現などが可能になるのではないかと思われる。今後の検討課題の一つであろう。

最後に、本資料の理論式の展開と解析プログラムの開発は鈴木が行い、実験は岸良および菊地が当所海洋水理部波浪研究室の神山 豊技官および蜂須賀和吉技官の協力を受けて種々の機会に実施したものであり、全般的指導および取りまとめは合田が担当したことを付記するとともに、神山・蜂須賀技官の協力に感謝する次第である。

(1976年9月24日受付)

参考文献

- 1) 高山知司・神山 豊：実験水路における波の伝播について、第23回海岸工学講演会論文集、1976年11月、pp. 381-385.
- 2) 鹿島遼一：不規則な波の入射および反射エネルギースペクトルの測定法について、第15回海岸工学講演会講演集、1968年12月、pp. 91-96.
- 3) 鹿島遼一：反射の影響水域における入射波パワースペクトルの算定、電力中央研究所技術研究所研究報告、No. 69006、1969年5月、19p.
- 4) Kajima, R.: Estimation of incident wave spectrum in the sea area influenced by reflection, Coastal Engineering in Japan, Vol. 12, JSCE, 1969, pp. 9-16.
- 5) Thornton, E. B. and R. J. Calhoun: Spectral resolution of breakwater reflected waves, Proc. ASCE, Vol. 98, No. WW4, 1972, pp. 443-460.
- 6) 合田良実・鈴木康正：不規則波に対する反射波の分離法について、第1回関東支部年次研究発表会講演概要集、土木学会、1974年4月、pp. 151-154.
- 7) 合田良実・鈴木康正・岸良安治：不規則波浪実験とその特性について、第21回海岸工学講演会論文集、1974年11月、pp. 237-242.
- 8) 桑島 進・永井康平：任意個数資料のFFT算法とそのスペクトル解析への応用、港湾技研資料、No. 155、1973年3月、33p.
- 9) 合田良実・岸良安治・神山 豊：不規則波による防波護岸の越波流量に関する実験的研究、港湾技術研究報告、第14巻第4号、1975年12月、pp. 3-44.
- 10) Goda, Y. and Y. Abe: Apparent coefficient of partial reflection of finite amplitude waves, Rept. Port and Harbour Res. Inst. Vol. 7, No. 3, 1968, pp. 3-58.

- 11) たとえば、合田良実・永井康平：波浪の統計的性質に関する調査解析、港湾技術研究所報告、第13巻第1号、1974年3月、pp.3-37.
- 12) 石田 昭・伊藤親直：風波の反射によって起るスペクトル構造の規則的变化について、第18回海岸工学講演会論文集、1971年10月、pp.43-47.
- 13) Ishida, A.: Transformation of power spectra of wind-generated waves caused by reflection, Coastal Engineering in Japan, Vol. 15, JSCE, 1972, pp. 25-33.
- 14) 永井康平：不規則な海の波の屈折および回折の計算、港湾技術研究所報告、第11巻第2号、1972年6月、pp.47-119.
- 15) たとえば、土木学会編：水理公式集(昭和46年度改訂版)、1971年、pp.77-82.
- 16) 合田良実：碎波指標の整理について、土木学会論文報告集、第180号、1970年8月、pp.39-49.
- 17) Tadjibaksh, I. and J. B. Keller: Standing surface waves of finite amplitudes, Jour. Fluid Mech., Vol. 8, 1960, pp.442-451.
- 18) Fultz, D.: An experimental note on finite-amplitude standing gravity waves, Jour. Fluid Mech., Vol. 13, 1962, pp.193-212.
- 19) Hidy, G.M. and E. J. Plate: Wind action on water standing in a laboratory channel, Jour. Fluid Mech., Vol. 26, 1966, pp.651-687.
- 20) 石田 昭：浅水領域での分裂波 Solitonの特性について、第22回海岸工学講演会論文集、1975年11月、pp.41-46.
- 21) 合田良実：造波水路における波浪実験の二、三の問題点について、第15回海岸工学講演会講演集、1968年12月、pp.50-57.
- 22) Hansen, J. B. and I. A. Svendsen: Laboratory generation of waves of constant form, Proc. 14 th Coastal Engg. Conf., Copenhagen, 1974, pp.321-339.
- 23) Hulsbergen, C.H.: Origin, effect and suppression of secondary waves, Proc. 14 th Coastal Engg. Conf., Copenhagen, 1974, pp.392-411.
- 24) Goda, Y.: Re-analysis of laboratory data on wave transmission over breakwaters, Rept. Port and Harbour Res. Inst., Vol. 8, No. 3, 1969, pp.3-18.
- 25) Mei, C. C., P. L-F. Liu, and A. T. Ippen : Quadratic loss and scattering of long waves, Proc. ASCE, Vol.100, No. WW3, 1974, pp. 217-239.
- 26) 合田良実・岸良安治：不規則波による低天端型護岸の越波特性実験、港湾技研資料、No.242, 1976年9月, 28p.
- 27) 坪井忠二：振動論、河出書房、1942年, 512p.
- 28) 合田良実・竹田英章：海の波の波長および波速の計算表、港湾技研資料、No.12, 1964年6月, 57p.

主 要 記 号 表

- a : 入射波の振幅またはその推定値(cm)
 a_m : m 次のフーリエ係数(cm)
 a_0 : 入射波の振幅の推定値の平均、あるいは造波板による発生波の振幅(cm)
 a_r : 反射波の振幅またはその推定値(cm)
 a_s : 模型設置時の入射波の振幅の推定値の平均(cm)
 A_1 : 造波板側の合成波形の余弦振幅(cm)
 A_2 : 模型側の合成波形の余弦振幅(cm)
 b_m : m 次のフーリエ係数(cm)
 B_1 : 造波板側の合成波形の正弦振幅(cm)
 B_2 : 模型側の合成波形の正弦振幅(cm)
 d : 潜堤の天端上または混成堤のマウンド上の水深(cm)
 E_I : 有効周波数範囲内の入射波のエネルギーの推定値(cm^2)
 E_R : 有効周波数範囲内の反射波のエネルギーの推定値(cm^2)
 f : 周波数(Hz)
 f_m : m 次の成分波の周波数(Hz)
 f_{\max} : 分離推定の有効範囲の上限周波数(Hz)
 f_{\min} : 分離推定の有効範囲の下限周波数(Hz)
 g : 重力の加速度($= 980 \text{ cm}^2/\text{sec}^2$)
 h : 水深(cm)
 h_c : 静水面上の防波堤の天端高(cm)
 $H(j)$: FFT法におけるスペクトルの平滑化関数
 \bar{H} : 平均波高(cm)
 $H_{\sqrt{s}}$: 有義波高(cm)
 H_i : 入射波高の推定値(cm)
 H_r : 反射波高の推定値(cm)
 H_s : 入・反射波の合成波の波高(cm)
 j : 序数($-p, \dots, 0, \dots, p$)

k	: 波数 ($= 2\pi/L$) (cm^{-1})	$T_{\frac{1}{2}}$: 有義波周期 (sec)
K_r	: 反射率	T_i	: 入射波の周期 (sec)
K_t	: 波高伝達率	T_m	: m 次の高調波の周期 (sec)
ℓ	: 造波板と模型構造物との距離 (m)	T_r	: 越波伝達波の周期 (sec)
L	: 波長 (cm)	x	: 造波板から模型構造物へ向う方向を正とする座標 (m)
L_m	: m 次の高調波の波長 (cm)	x_1	: 模型構造物と波高計との距離 (m)
m	: フーリエ級数の次数を表わす序数	$\Delta \ell$: 2台の波高計の間隔 (cm)
n	: 序数 (0, 1, 2, ……)	Δt	: 波形の読み取り時間間隔 (sec)
N	: 波形のデータ個数	ϵ_i	: 入射波の位相角
p	: FFT法におけるスペクトルの平滑化本数の指標	ϵ_r	: 反射波の位相角
r	: 造波板の反射率	η	: 波による水面変動量または波形 (cm)
R	: 模型構造物の反射率	η_i	: 入射波の波形 (cm)
$S(f)$: 波のスペクトル密度 ($\text{cm}^2 \cdot \text{sec}$)	η_r	: 反射波の波形 (cm)
$S_i(f)$: 入射波のスペクトル密度の推定値 ($\text{cm}^2 \cdot \text{sec}$)	η_{rms}	: 波形の標準偏差値 (cm)
$S_r(f)$: 反射波のスペクトル密度の推定値 ($\text{cm}^2 \cdot \text{sec}$)	σ	: 波の角周波数 ($= 2\pi/T$)
t	: 時間 (sec)		
T	: 波の周期 (sec)		
\bar{T}	: 平均周期 (sec)		

付録A：造波水路内の多重反射系について

本文の2.で述べたように、造波水路内に反射性の構造物が設置されると、構造物と造波板との間で波の反射が繰り返され、多重反射系が形成される。今、造波板($x=0$)の反射率を r 、模型構造物($x=\ell$)の反射率を R で表わし、両者間の距離が ℓ であるとする。そうすると、水路内の波は次式のような無数の進行波および逆行波の重ね合せとして表示することができる。

$$\begin{aligned} \frac{\eta}{a_0} = & \cos(\sigma t - kx) + R \cos(\sigma t + kx - 2k\ell) \\ & + rR \cos(\sigma t - kx - 2k\ell) + rR^2 \cos(\sigma t + kx - 4k\ell) \\ & + r^2R^2 \cos(\sigma t - kx - 4k\ell) + r^2R^3 \cos(\sigma t + kx - 6k\ell) \\ & + \dots \dots \dots \quad (A.1) \end{aligned}$$

ただし、 a_0 は最初の発生波の振幅である。

式(A.1)の無限級数は若干の演算を行うことによって、次のような形にまとめることができる。ただし、 $rR < 1$ とする。

$$\begin{aligned} \eta = & \frac{a_0}{\sqrt{1 - 2rR \cos 2k\ell + r^2R^2}} \{ \cos(\sigma t - kx + \theta) \\ & + R \cos(\sigma t + kx - 2k\ell + \theta) \} \quad (A.2) \end{aligned}$$

ここで、

$$\theta = \tan^{-1} \left\{ \frac{rR \sin 2k\ell}{1 - rR \cos 2k\ell} \right\} \quad (A.3)$$

すなわち、多数の波の重畠である多重反射系は重ね合せの結果、 x の正および負の方向へ進む二つの波に帰着されることになる。本文の式(1)はこの結果に基づくものである。

また、模型構造物前面の波高は式(A.2)で $x=\ell$ とおくことにより、

$$H_{x=\ell} = \frac{2(1+R) a_0}{\sqrt{1 - 2rR \cos 2k\ell + r^2R^2}} \quad (A.4)$$

と求められる。この式で明らかに、波高は $\cos 2k\ell = \pm 1$ に応じて次の極値を示す。

$$\left. \begin{array}{l} H_{\max} = 2a_0 \frac{1+R}{1-rR} : k\ell = n\pi \\ H_{\min} = 2a_0 \frac{1+R}{1+rR} : k\ell = (n+\frac{1}{2})\pi \end{array} \right\} \dots \dots \quad (A.5)$$

したがって、規則波の実験であれば水路内に多重反射系を発達させた状態の波高を周期を細かく変えて測定し、式(A.5)と比較することによって r または R を推定することが可能である。本資料の実験に使用した小水路の造

波板側の反射率を50%程度と推定したのは、この方法によるものである。また、 $\cos 2k\ell = -1$ の状態であれば入射波の波高は最初の発生波の $1/(1+rR)$ 倍に低減する。これは、最初の発生波と造波板による再反射波の位相が逆になり、互いに打ち消し合う形になる状態に相当する。

さらに不規則波の場合を考えると、式(A.1)～(A.4)の関係はスペクトルの各成分波について成立すると見なされる。したがって、簡単のために $x=\ell$ における多重反射後のスペクトルを考えると、これは初期発生波のスペクトルを $S_0(f)$ として次のように表わされる。

$$S(f) = \frac{(1+R)^2}{1 - 2rR \cos 2k\ell + r^2R^2} S_0(f) \quad \dots \dots \quad (A.6)$$

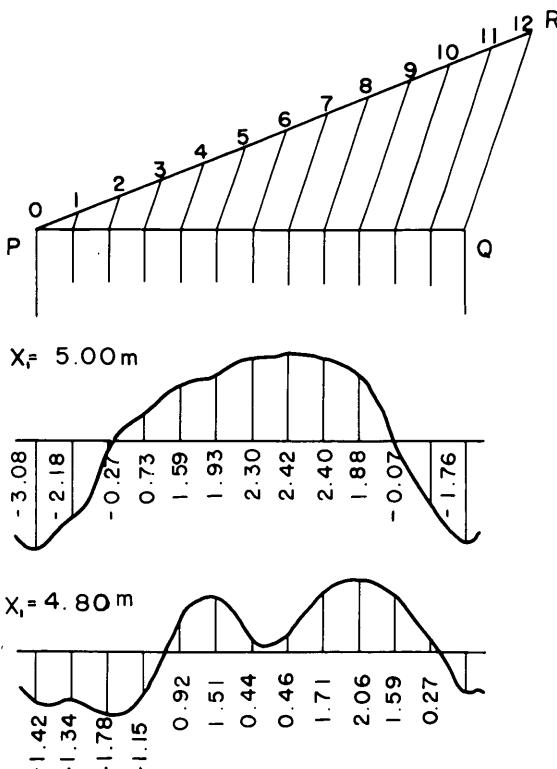
この多重反射後のスペクトルは $\cos 2k\ell = \pm 1$ に対応する周波数の間隔の ripple を伴う。たとえば、 $h=40$ cm, $\ell=15.0$ m とすると、 $f=0, 0.066, 0.13, 0.20, 0.26, 0.32, 0.38, 0.44$ Hzなどの周波数で極大値を示し、その中間に極小値が現われる。こうした ripple は rR が1に近いほど顕著であるが、 $rR < 1$ である限りスペクトルの積分値は有限である。また、上述の例では ripple の間隔が狭いので実験結果にあまり影響を及ぼさないと考えられるが、水深が大きく、距離 ℓ が短い場合などは ripple の間隔が開くので、実験波のスペクトルのひずみが顕著になって実験結果に悪影響を及ぼす可能性が生じる。この意味で、不規則波実験で多重反射系を利用する場合でも、造波板と模型構造物の距離を十分にとることが必要になる。

付録B：規則波に対する分離推定の計算例

本文で述べたように、今回提案した入・反射波の分離推定法は不規則波に対してばかりでなく、規則波に対しても有効であり、特に直立消波構造などの実験に際して有力な解析方法を提供する。そこで、以下に計算の具体例を示し、今後の利用の便に供する次第である。

実験したのは図-15の縦スリット式ケーランを高さ29.4 cm の直立潜堤の上に載せた模型であり、前面水深は43.7 cm であった。この模型は造波板から 15.0 m の位置に設置し、これから $x_1 = 4.80$ および 5.00 m の 2 点に波高計を置いて波形をペン書オシログラフに記録した。波は $T = 2.00 \text{ sec}$, $H = 6 \text{ cm}$ の規則波である。この波を模型に作用させ、記録上の第 20 波の波形を再録したのが付図-B.1 である。この同時波形の解析の手順は次のとおりである。

- 1) フーリエ分析のための波形の等間隔読み取り
- 2) フーリエ係数の計算
- 3) 入・反射波の振幅の計算



付図-B.1 解析を行なう波形記録

まず、波形の読み取りはフーリエ係数の計算方法によつて異なるけれども、12 等分程度でよいと思われる。これは記録上で波の 1 周期に相当する長さを時間軸にとり、これを 12 等分する。この際は付図-B.1 の上段にあるように、P 点から任意の方向に PR の線を引き、その上に物差の適当な目盛で 0~12 の等間隔の点を打つ。そして、時間軸上の Q 点といま目盛を打った R 点を結び、QR の線を平行移動させて行けば、時間軸上の PQ が 12 等分できる。このようにして読みとり、cm 単位に換算した結果は図中に記入してある。ただし、基線は平均水位の線に一致していない。なお、読み取りは 0~11 の 12 点であり、最後の点は不要である。(波形が一定であれば 0 の点の値に一致するが、実際は若干ずれことがある。)

次に、等間隔の読み取りデータからフーリエ係数を求めるわけであるが、求めようとするものは、波形 $\eta(t)$ を次のように表わしたときの係数 $a_0 \sim a_{N/2}$, $b_1 \sim b_{N/2-1}$ である(本文の式(7)とはやや異なる点に注意されたい)。

$$\begin{aligned} \eta(t) = & a_0 + a_1 \cos \frac{2\pi}{T} t + \cdots + a_{N/2} \cos \frac{N\pi}{T} t \\ & + b_1 \sin \frac{2\pi}{T} t + \cdots + b_{N/2-1} \sin \frac{(N-2)\pi}{T} t \end{aligned} \quad \dots \quad (\text{B.1})$$

これらのフーリエ係数は、次の公式で計算される。

$$\left. \begin{aligned} a_m &= \frac{2}{N} \sum_{s=1}^N \eta \left(\frac{s}{N} T \right) \cos \frac{2\pi s m}{N} \\ b_m &= \frac{2}{N} \sum_{s=1}^{N-1} \eta \left(\frac{s}{N} T \right) \sin \frac{2\pi s m}{N} \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (\text{B.2})$$

実際には計算の手間をできるだけ少なくするよう工夫した方法がいろいろ発表されており、また、電子計算機のルーチンプログラムにも組み込まれている。ここでは筆算で求める場合を想定して、坪井の方法²¹⁾を用いる。これは付表-B.1 のような計算表に波形データを書き込み、表の記号に従って順次計算を進めて行くものである。表には $x_1 = 5.00 \text{ m}$ (造波板側) の波形についての計算が筆記体で記入しており、数値を追って見て行けば容易に理解できるものと思われる。ただし、この計算は間違いやすいので符号に注意して慎重に行う必要がある。簡単な検算としては、 $a_0 \sim a_6$ の \cos の項の係数の和が η_0 に一致することを利用すればよい。ただし、この方法では \sin の項の計算(右下の小表)は検算できないので、この部分は念を入れて見直す。

付表-B.1 岛井²¹⁾によるフーリエ係数の計算シート(12等分の場合)

	0	1	2	3	4	5	6	
<i>y</i>	-3.08	-2.18	-0.27	0.73	1.69	1.93	2.30	
	-	-1.76	-0.07	1.88	2.40	2.42	-	
和 <i>k</i>	-3.08	-3.94	-0.34	2.61	3.99	4.35	2.30	
差 <i>l</i>	-	-0.42	-0.20	-1.15	-0.81	-0.49	-	
<i>s, d</i>	<i>P</i>	<i>Q</i>					<i>O, δ</i>	
<i>k</i>	-3.08	-3.94	-0.34	2.61	<i>s</i> ₀ -0.78	<i>l</i> -0.42	-0.20	-1.15
	2.30	4.35	3.99	-	<i>s</i> ₂ 3.65	<i>s</i> ₃ 2.61	-0.49	-0.81
和 <i>s</i>	-0.78	0.41	3.66	2.61	和 2.87	<i>l</i> -0.91	-1.01	-1.15
差 <i>d</i>	-5.38	-8.29	-4.33	-	<i>l</i> ÷2 P 1.435	<i>l</i> ÷2 Q 1.51	<i>l</i> ÷2 δ 0.07	<i>l</i> ÷2 δ 0.61

	左	右	左	右	左	右	左	右	左	右
	<i>O₁</i>	<i>O₂</i>	<i>O₃</i>	<i>O₄</i>	<i>O₅</i>	<i>O₆</i>	<i>O₇</i>	<i>O₈</i>	<i>O₉</i>	<i>O₁₀</i>
× 0.500	<i>d</i> ₀ -4.33	<i>d</i> ₁ -2.165	<i>d</i> ₂ -3.65	<i>d</i> ₃ 0.41	<i>d</i> ₄ 0.205	<i>d</i> ₅ -1.825	<i>d</i> ₆ 2.29	<i>d</i> ₇ -8.29	<i>d</i> ₈ 1.825	<i>d</i> ₉ -2.165
×	0.500	-0.4455	-0.91	0.41	0.205	1.825	2.29	8.29	1.825	-2.165
×	0.866	-	-	-	-	-	-	-	-	-
×	1.000	<i>P</i> 1.435	<i>Q</i> 1.51	<i>d</i> ₀ -6.38	<i>d</i> ₁ -0.78	<i>d</i> ₂ -2.61	<i>d</i> ₃ 0.78	<i>d</i> ₄ -2.61	<i>d</i> ₅ 6.38	<i>d</i> ₆ -4.33
左 の 和	1.435	-7.545	-7.545	-2.605	-2.605	-5.38	-5.38	-5.38	-5.38	-5.38
右 の 和	1.51	-7.179	-7.179	-2.405	-2.405	-4.33	-4.33	-4.33	-4.33	-4.33
和	2.945	-14.724	-14.724	-5.010	-5.010	-9.674	-9.674	-9.674	-9.674	-9.674
差	-0.075	-0.366	-0.366	-0.200	-0.200	-1.05	-1.05	-1.05	-1.05	-1.05
和 ÷ 6	<i>a</i> ₀ 0.491	<i>a</i> ₁ -2.454	<i>a</i> ₂ -0.835	-	-	<i>b</i> ₁ -0.413	<i>b</i> ₂ 0.098	-	-	-
差 ÷ 6	<i>a</i> ₆ -0.013	<i>a</i> ₈ -0.061	<i>a</i> ₄ -0.033	<i>a</i> ₃ -0.175	<i>a</i> ₅ -0.122	<i>b</i> ₄ -0.078	<i>b</i> ₃ 0.040	<i>b</i> ₅ -0.040	<i>b</i> ₆ 0.078	<i>b</i> ₇ -0.013
COS	SIN	COS	SIN	COS	SIN	COS	SIN	COS	SIN	COS

同様にして模型側の波形を分析した結果を付表-B.1の結果と併せて示したのが付表-B.2である。入・反射波の振幅を分離推定するには、基本波についてであれば $m=1$, 2倍周波数の波についてであれば $m=2$ の係数を用い、造波板側の波形の係数を本文式(2)の A_1, B_1 、模型側の波形の係数を A_2, B_2 として、式(5)に代入して計算する。これは付表-B.3の様式で行うのがよいと思われる。この表には $m=1$ の基本波に対する計算を示してある。波長 L_m の算定には文献²⁸⁾が便利である。この計算でも符号には十分注意する必要がある。

付表-B.2 フーリエ係数の分析結果

m	造波板側の波形		模型側の波形	
	a_m	b_m	A_m	B_m
0	0.491	—	0.272	—
1	-2.454	-0.413	-0.984	-1.089
2	-0.835	0.098	-0.443	-0.756
3	-0.175	0.040	0.160	0.442
4	-0.033	-0.078	-0.290	-0.012
5	-0.061	-0.122	-0.106	0.112
6	-0.012	—	-0.029	—

付表-B.3 入・反射波の分離計算シート

$$\begin{aligned} h &= 41.9 \text{ cm} \\ T &= 2.00 \text{ sec} \\ m &= 1 \end{aligned}$$

$$T_m = \frac{T}{m} = 2.00 \text{ sec}$$

造波板側の波形
フーリエ係数

$$\begin{aligned} a_m &= -2.454 \text{ cm} \\ b_m &= -0.413 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\Delta \ell = 20.0 \text{ cm}$$

$$L_m = 377 \text{ cm}$$

$$k\Delta\ell = 360^\circ \times \frac{\Delta\ell}{L_m} = 19.1^\circ$$

$$\sin k\Delta\ell = 0.3272$$

$$\cos k\Delta\ell = 0.9450$$

模型側の波形のフーリエ係数

$$A_m = -0.984 \text{ cm}$$

$$B_m = -1.089 \text{ cm}$$

$$-a_m \cos k\Delta\ell = +2.319 \text{ cm}$$

$$\pm a_m \sin k\Delta\ell = \mp 0.803 \text{ cm}$$

$$\mp b_m \sin k\Delta\ell = \pm 0.135 \text{ cm}$$

$$-b_m \cos k\Delta\ell = +0.390 \text{ cm}$$

$$\text{計(上段)} : I_1 = 1.470 \text{ cm}$$

$$\text{計(上段)} : I_2 = -1.502 \text{ cm}$$

$$\text{計(下段)} : R_1 = 1.200 \text{ cm}$$

$$\text{計(下段)} : R_2 = 0.104 \text{ cm}$$

$$I_1^2 = 2.161 \text{ cm}^2$$

$$R_1^2 = 1.440 \text{ cm}^2$$

$$I_2^2 = 2.256 \text{ cm}^2$$

$$R_2^2 = 0.011 \text{ cm}^2$$

$$\sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 2.102 \text{ cm}$$

$$\sqrt{R_1^2 + R_2^2} = 1.205 \text{ cm}$$

$$a_r = \frac{\sqrt{I_1^2 + I_2^2}}{2|\sin k\Delta\ell|} = 3.212 \text{ cm}$$

$$a_r = \frac{\sqrt{R_1^2 + R_2^2}}{2|\sin k\Delta\ell|} = 1.841 \text{ cm}$$

付表-B.4 入・反射波の分離推定結果

m	a_r (cm)	a_s (cm)	K_R
1	3.21	1.84	0.57
2	0.96	0.17	0.18
3	0.15	0.33	2.20
自乗和	3.35	1.88	0.56

基本波だけでなく、2倍、3倍周波数の波についてもそれぞれ独立な波と仮定して計算した結果が付表-B.4である。入射波の推定振幅が周波数の増加とともに単調に減少するのに比べ、反射波では3倍周波数の振幅がかなり大きく、本文の図-16に示したスリット式ケーソン

の反射特性がここにも現われている。なお、この場合に振幅として基本波の値を用いたときと3倍周波数までの自乗和を用いたときとの差が小さい。基本波だけについて分離計算を行うのであれば、式(B.2)で $m=1$ とした式を直接用いて a_1, b_1 を求めるのが簡単である。この場合の計算式は12等分法によるものとして次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} 6a_1 &= (\eta_1 - \eta_5 - \eta_7 + \eta_{11}) \cos 30^\circ \\ &\quad + (\eta_2 - \eta_4 - \eta_8 + \eta_{10}) \cos 60^\circ \\ &\quad + (\eta_{12} - \eta_6) \\ 6b_1 &= (\eta_1 + \eta_5 - \eta_7 - \eta_{11}) \sin 30^\circ \\ &\quad + (\eta_2 + \eta_4 - \eta_8 - \eta_{10}) \sin 60^\circ \\ &\quad + (\eta_3 - \eta_9) \end{aligned} \right\} \dots\dots (B.3)$$

(以上)

港湾技研資料 No.248

1976・12

編集兼発行人 運輸省港湾技術研究所

発行所 運輸省港湾技術研究所
横須賀市長瀬3丁目1番1号

印刷所 (有)葵印刷工業

Published by the Port and Harbour Research Institute
Nagase, Yokosuka, Japan.