

1. はじめに

物部岡部による地震時土圧式¹⁾²⁾はクーロンによる土圧式を地震時に拡張したものであり実務で広く用いられている³⁾。物部岡部式は、Mylonakis et al.⁴⁾も言うように、導出過程を確認することが難しい式であることは間違いない。そこで、本稿では、物部岡部式の導出方法の一つを示すことにする。本稿を読むとわかるように、物部岡部式の難しさの大半はクーロン土圧式の難しさに由来する。つまり、クーロン土圧式も壁面の傾斜と背後地盤表面の傾斜を考慮する場合はかなり難しいのであり、地震力を考慮することによる難しさの「増分」は実はさほどでもない。同様に、物部岡部式の問題点（例えば土塊のモーメントのつり合いが考慮されていないといった問題点）は多くの場合クーロン土圧式の問題点でもある。

2. 想定する状況

図-1 に示すように、砂質土からなる背後地盤（せん断抵抗角 ϕ ）が堤体に支えられている状況を考える。堤体の高さを H 、壁面傾斜角を ψ 、壁面摩擦角を δ 、背後地盤の傾斜角を β とする。背後地盤に重力 W と地震力 Q が作用し、図-1 に示す三角形の土塊が極限的な平衡状態にあるとする。この平衡状態は二通りある。一つは「図の P がこれ以上が減ると土塊が左向きに動き出す」という平衡状態であり、これは主働状態と呼ばれる。もう一つは「図の P がこれ以上が増えると土塊が右向きに動き出す」という平衡状態であり、これは受働状態と呼ばれる。主働状態では、地震力は左向きに作用していると考え（ $\theta > 0$ ）、すべり面における摩擦力と壁面摩擦力は土塊の左向きの動きを防ぐ上で最も有利な方向に作用しているとする（ $\phi > 0, \delta > 0$ ）。受働状態では、地震力は右向きに作用していると考え（ $\theta < 0$ ）、すべり面における摩擦力と壁面摩擦力は土塊の右向きの動きを防ぐ上で最も有利な方向に作用しているとする（ $\phi < 0, \delta < 0$ ）。すべり面の角度については様々なものを考え、主働状態については P の極大値を求め、受働状態については P の極小値を求める。なお、 ψ と β についても負の値をとることを許容する。

背後地盤が飽和していると考え、土塊の面積を S 、単位体積重量を γ 、水中単位体積重量を γ' 、震度を k とすれば

$$W = \gamma' S \quad (1)$$

$$Q = k \gamma S \quad (2)$$

であるから

$$\tan \theta = Q/W = \frac{\gamma}{\gamma'} k \quad (3)$$

である。この右辺は見掛けの震度と呼ばれ k' で表される。すなわち

$$k' = \frac{\gamma}{\gamma'} k \quad (4)$$

$$\tan \theta = k' \quad (5)$$

である。

上述の問題を解くため、壁面が鉛直となるように、図-1 を角度 ψ だけ回転させると図-2 のようになる。こちらの図では、壁面高さは $H/\cos \psi$ 、背後地盤の傾斜角は $\beta - \psi$ 、重力と地震力の合力の作用角は $\theta' = \theta + \psi$ と

なっている．合力の鉛直成分と水平成分は図-1 とは異なるものとなっており，それらを W' 、 Q' と書く．図-2 においてすべり面の傾斜角を α とし， α を $0\sim\pi/2$ の範囲で変化させ，上述の通り主働状態については P の極大値を求め，受働状態については P の極小値を求める．図-2 の状況は，壁面の傾斜と背後地盤表面の傾斜を考慮する場合のクーロン土圧の算定で考慮する状況と同じである．

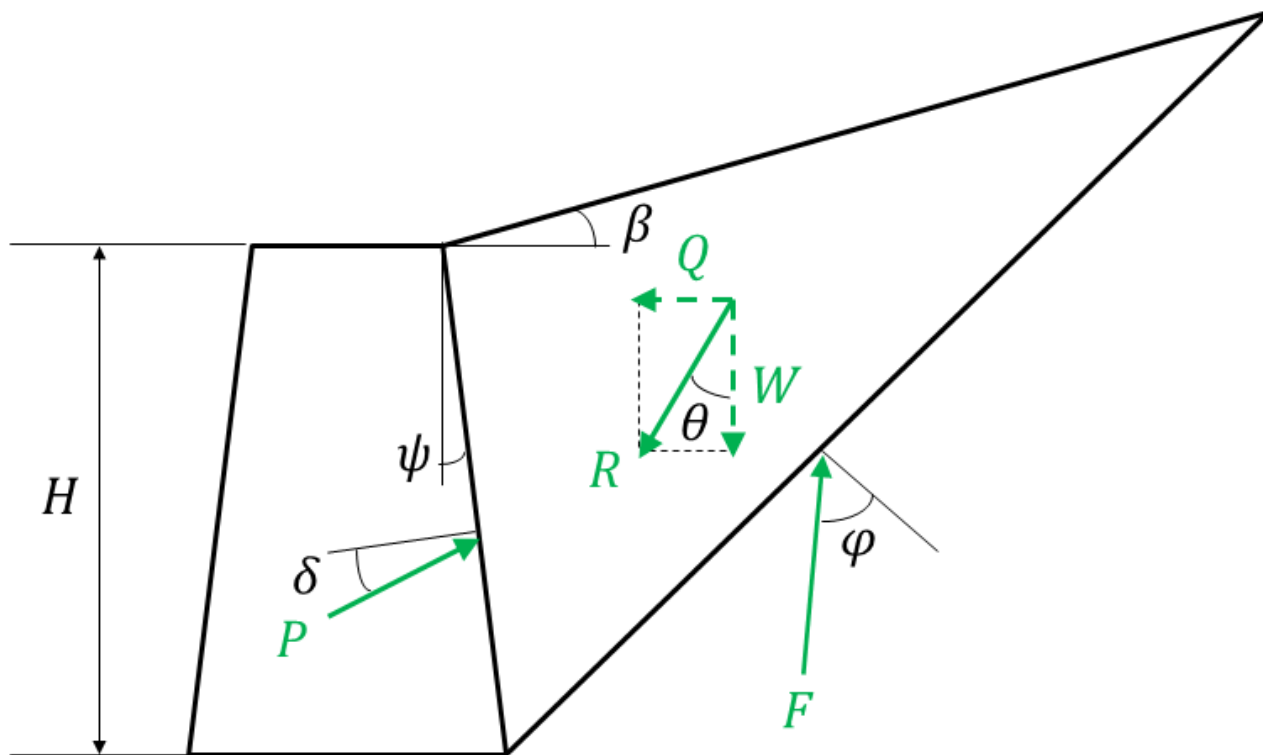


図-1 想定する状況

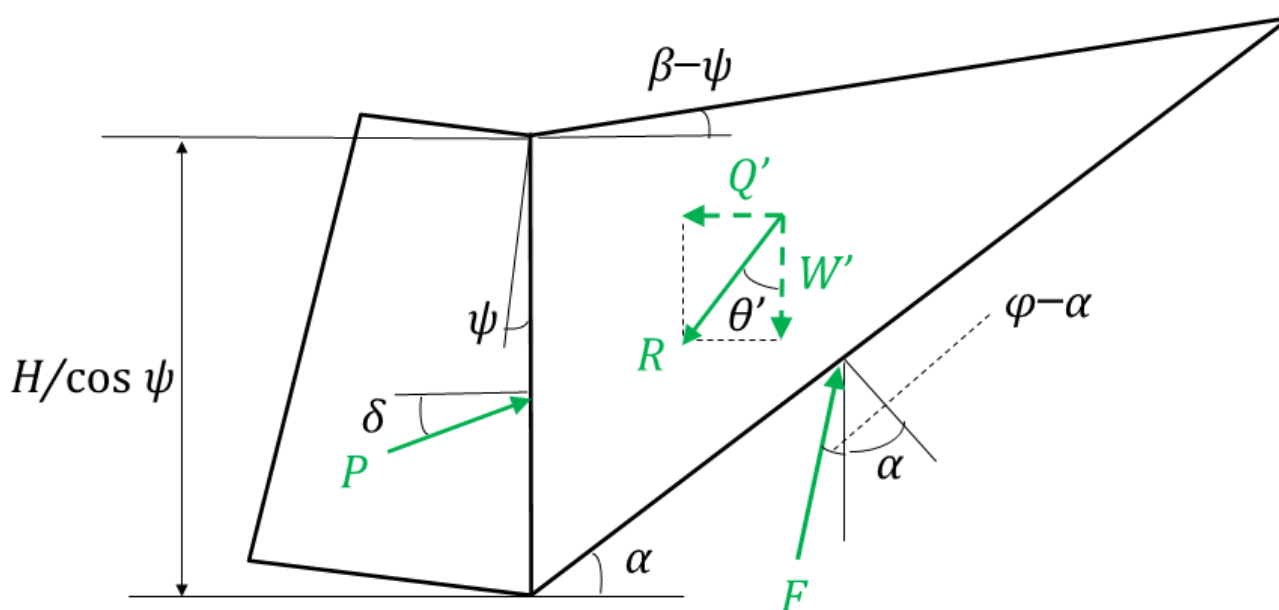


図-2 想定する状況（回転後）

なお、主働状態の場合について、図-1 を角度 β だけ回転させ、背後地盤表面の薄層に着目したものが図-3 である。また、受働状態の場合について、図-1 を角度 β だけ回転させ、背後地盤表面の薄層に着目したものが図-4 である。これらの図から、背後地盤表面の薄層が安定を保つためにはせん断抵抗角がある程度大きいことが必要であり、以下では、主働状態の場合は

$$\phi > \theta + \beta \quad (6)$$

受働状態の場合は

$$\phi < \theta + \beta \quad (7)$$

である場合を対象とする。

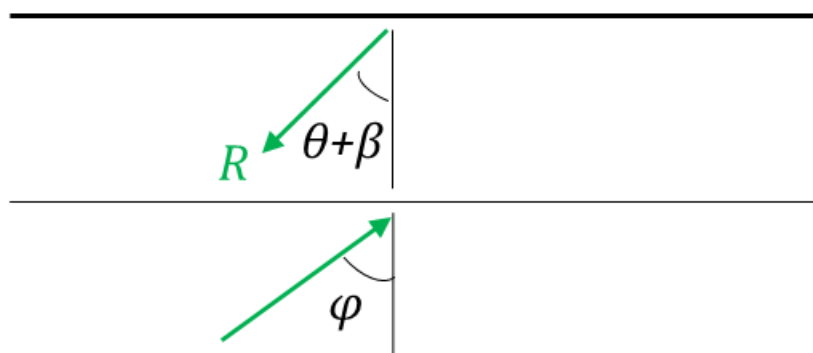


図-3 図-1 を角度 β だけ回転させた後の背後地盤表面の薄層（主働状態）

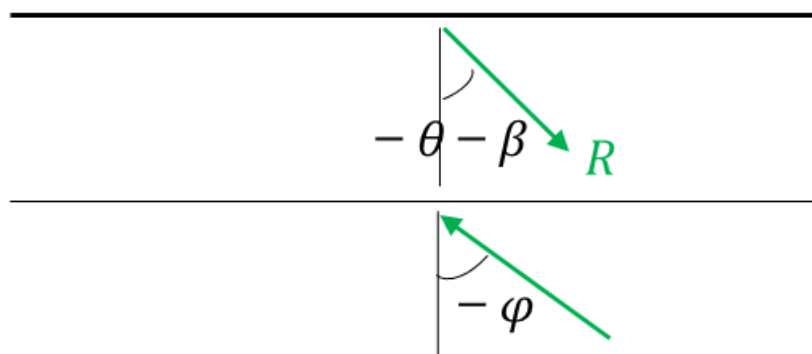


図-4 図-1 を角度 β だけ回転させた後の背後地盤表面の薄層（受働状態）

3. 力のつり合い

図-2 に基づき鉛直方向と水平方向の力のつり合いを考えると次式を得る。

$$W' - F \cos(\phi - \alpha) - P \sin \delta = 0 \quad (8)$$

$$Q' - F \sin(\phi - \alpha) - P \cos \delta = 0 \quad (9)$$

式(8)(9)から F を消去すると

$$P(\cos \delta \cos(\phi - \alpha) - \sin \delta \sin(\phi - \alpha)) = Q' \cos(\phi - \alpha) - W' \sin(\phi - \alpha) \quad (10)$$

であり,

$$W' = R \cos \theta' \quad (11)$$

$$Q' = R \sin \theta' \quad (12)$$

を用いると

$$P(\cos \delta \cos(\phi - \alpha) - \sin \delta \sin(\phi - \alpha)) = R(\sin \theta' \cos(\phi - \alpha) - \cos \theta' \sin(\phi - \alpha)) \quad (13)$$

であり, 三角関数の加法定理を適用すると

$$P \cos(\phi + \delta - \alpha) = R \sin(\alpha - \phi + \theta') \quad (14)$$

である. ここで仮に $\sin(\alpha - \phi + \theta') = 0$ とすると $\theta' = \phi - \alpha$ であるが, これはベクトル R とベクトル F が同じ向きを向いていることを意味する. これはベクトル F だけでもベクトル R に対応できることを意味し, $P = 0$ でも良いということになってしまうので, このケースを考える必要はない. よって, 以下では

$$\sin(\alpha - \phi + \theta') \neq 0 \quad (15)$$

すなわち

$$\cos(\phi + \delta - \alpha) \neq 0 \quad (16)$$

の場合だけを考える. よって式(14)より

$$P = \frac{\sin(\alpha - \phi + \theta')}{\cos(\phi + \delta - \alpha)} R \quad (17)$$

である.

ここで, 図-2 に基づき土塊の面積を求めてみる. 図-2 で壁面下端を原点とし, 右向きに ξ 軸, 上向きに ζ 軸をとると, すべり面と背後地盤表面はそれぞれ

$$\zeta = \tan \alpha \xi \quad (18)$$

$$\zeta = H / \cos \psi + \tan(\beta - \psi) \xi \quad (19)$$

で表され, ζ を消去すれば, 交点の ξ 座標は

$$\xi = \frac{H}{(\tan \alpha - \tan(\beta - \psi)) \cos \psi} = \frac{H}{\left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin(\beta - \psi)}{\cos(\beta - \psi)}\right) \cos \psi} = \frac{\cos \alpha \cos(\beta - \psi) H}{(\sin \alpha \cos(\beta - \psi) - \cos \alpha \sin(\beta - \psi)) \cos \psi} = \frac{\cos \alpha \cos(\beta - \psi) H}{\sin(\alpha - \beta + \psi) \cos \psi} \quad (20)$$

である. よって土塊の面積 S は

$$S = \frac{\cos \alpha \cos(\beta - \psi) H^2}{2 \sin(\alpha - \beta + \psi) \cos^2 \psi} \quad (21)$$

である。すべり面と背後地盤表面の交点が存在するため、 $\alpha > \beta - \psi$ であることが必要であるから

$$\sin(\alpha - \beta + \psi) > 0 \quad (22)$$

である。また

$$R = \frac{W}{\cos \theta} \quad (23)$$

であるから、式(1)(17)(21)(23)より

$$P = \frac{1}{2} \gamma' H^2 \frac{\cos(\beta - \psi) \sin(\alpha - \phi + \theta') \cos \alpha}{\cos^2 \psi \cos \theta \cos(\alpha - \phi - \delta) \sin(\alpha - \beta + \psi)} \quad (24)$$

である。式(24)右辺のうち α に依存する部分を

$$f(\alpha) = \frac{\sin(\alpha - \phi + \theta') \cos \alpha}{\cos(\alpha - \phi - \delta) \sin(\alpha - \beta + \psi)} \quad (25)$$

とおけば

$$P = \frac{1}{2} \gamma' H^2 \frac{\cos(\beta - \psi)}{\cos^2 \psi \cos \theta} f(\alpha) \quad (26)$$

である。

4. $f(\alpha)$ の極値

ここから先は、 $f'(\alpha)$ を求め、 $f'(\alpha) = 0$ とおくことにより $f(\alpha)$ の極値を求める。ただし、その際、2つの解が得られ、その解釈に迷うことになる。そこで、あらかじめ、その解釈の方法について述べる。いま、せん断抵抗角、壁面摩擦角、壁面傾斜角、背後地盤の傾斜角、重力と地震力の合力の作用角が $(\phi, \delta, \psi, \beta, \theta)$ である場合の主働/受働土圧を求める問題を原問題、 $(-\phi, -\delta, -\psi, -\beta, -\theta)$ である場合の受働/主働土圧を求める問題を反転問題と呼ぶ。原問題と反転問題では $f(\alpha)$ が異なるので、本来は別々の $f(\alpha)$ の極値を求めることで問題を解かなければならない。しかし、 $f(\alpha)$ の極値の探索において、探索範囲を $\alpha < 0$ の範囲まで広げることによって、 $f(\alpha)$ の極値を探索するだけで、原問題と反転問題の解を一度に求めることができる。なぜなら、反転問題の $f(\alpha)$ を $g(\alpha)$ とすれば

$$g(\alpha) = \frac{\sin(-\alpha - \phi + \theta') \cos \alpha}{\cos(-\alpha - \phi - \delta) \sin(-\alpha - \beta + \psi)} \quad (27)$$

であり、式(25)と式(27)の比較から

$$g(\alpha) = f(-\alpha) \quad (28)$$

であるため、 $f(\alpha)$ の極値の探索において探索範囲を $\alpha < 0$ の範囲まで広げれば $g(\alpha)$ の極値も探索できるためである。そこで、 $f'(\alpha) = 0$ とおくことにより $f(\alpha)$ の極値を求め、2つの解が得られれば、反転問題の解を避け、主働土圧を求める場合は小さい方を原問題の解、受働土圧を求める場合は大きい方を原問題の解と解釈すれば良いことになる。

式(25)より $f'(\alpha)$ の分子は

$$\begin{aligned} f'(\alpha) \text{の分子} &= [\cos(\alpha - \phi + \theta') \cos \alpha - \sin(\alpha - \phi + \theta') \sin \alpha] \cos(\alpha - \phi - \delta) \sin(\alpha - \beta + \psi) \\ &\quad - \sin(\alpha - \phi + \theta') \cos \alpha [-\sin(\alpha - \phi - \delta) \sin(\alpha - \beta + \psi) + \cos(\alpha - \phi - \delta) \cos(\alpha - \beta + \psi)] \\ &= \cos(2\alpha - \phi + \theta') \cos(\alpha - \phi - \delta) \sin(\alpha - \beta + \psi) - \sin(\alpha - \phi + \theta') \cos \alpha \cos(2\alpha - \phi - \delta - \beta + \psi) \end{aligned}$$

であるため、 $f(\alpha)$ が極値をとる条件は

$$\cos(2\alpha - \phi + \theta') \cos(\alpha - \phi - \delta) \sin(\alpha - \beta + \psi) = \sin(\alpha - \phi + \theta') \cos \alpha \cos(2\alpha - \phi - \delta - \beta + \psi) \quad (29)$$

である。ここで、式(16)(22)より $\cos(\alpha - \phi - \delta) \neq 0$ 、 $\sin(\alpha - \beta + \psi) \neq 0$ であるから、式(29)の両辺を $\cos(\alpha - \phi - \delta) \sin(\alpha - \beta + \psi)$ で割ることができ、 $f(\alpha)$ が極値をとる条件は

$$\frac{\sin(\alpha - \phi + \theta') \cos \alpha \cos(2\alpha - \phi - \delta - \beta + \psi)}{\cos(\alpha - \phi - \delta) \sin(\alpha - \beta + \psi)} = \cos(2\alpha - \phi + \theta') \quad (30)$$

である。この条件は

$$f(\alpha) \cos(2\alpha - \phi - \delta - \beta + \psi) = \cos(2\alpha - \phi + \theta') \quad (31)$$

とも書き換えることができる。ここで、式を見やすくするため

$$A = \phi - \theta' = \phi - \theta - \psi \quad (32)$$

$$B = \phi + \delta \quad (33)$$

$$C = \beta - \psi \quad (34)$$

とおけば、 $f(\alpha)$ が極値をとる条件は

$$f(\alpha) \cos(2\alpha - B - C) = \cos(2\alpha - A) \quad (35)$$

となる。ここで、 $f(\alpha)$ を 2α を含む形に書き換えることにする。

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= \frac{(\sin \alpha \cos A - \cos \alpha \sin A) \cos \alpha}{(\cos \alpha \cos B + \sin \alpha \sin B)(\sin \alpha \cos C - \cos \alpha \sin C)} \\ &= \frac{\sin \alpha \cos \alpha \cos A - \cos^2 \alpha \sin A}{\sin \alpha \cos \alpha \cos B \cos C + \sin^2 \alpha \sin B \cos C - \cos^2 \alpha \cos B \sin C - \sin \alpha \cos \alpha \sin B \sin C} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \sin 2\alpha \cos A - \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha) \sin A}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha \cos B \cos C + \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha) \sin B \cos C - \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha) \cos B \sin C - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin B \sin C} \\ &= \frac{\sin 2\alpha \cos A - (1 + \cos 2\alpha) \sin A}{\sin 2\alpha \cos B \cos C + (1 - \cos 2\alpha) \sin B \cos C - (1 + \cos 2\alpha) \cos B \sin C - \sin 2\alpha \sin B \sin C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sin(2\alpha-A)-\sin A}{\sin(2\alpha-B)\cos C+\sin B\cos C-\cos(2\alpha-B)\sin C-\cos B\sin C} \\
&= \frac{\sin(2\alpha-A)-\sin A}{\sin(2\alpha-B-C)+\sin(B-C)}
\end{aligned} \tag{36}$$

これより, $x = 2\alpha$ とおけば, $f(\alpha)$ が極値をとる条件は

$$f(\sin(x-B-C) + \sin(B-C)) = \sin(x-A) - \sin A \tag{37}$$

かつ

$$f \cos(x-B-C) = \cos(x-A) \tag{38}$$

である. 式(37)より

$$\begin{aligned}
\cos A \sin x - \sin A \cos x - \sin A &= f[\cos(B+C) \sin x - \sin(B+C) \cos x + \sin(B-C)] \\
[\cos A - f \cos(B+C)] \sin x - [\sin A - f \sin(B+C)] \cos x &= \sin A + f \sin(B-C)
\end{aligned} \tag{39}$$

であり, 式(38)より

$$\begin{aligned}
\cos A \cos x + \sin A \sin x &= f[\cos(B+C) \cos x + \sin(B+C) \sin x] \\
[\sin A - f \sin(B+C)] \sin x + [\cos A - f \cos(B+C)] \cos x &= 0
\end{aligned} \tag{40}$$

である. 式(39)(40)より

$$\sin x = \frac{[\cos A - f \cos(B+C)][\sin A + f \sin(B-C)]}{[\cos A - f \cos(B+C)]^2 + [\sin A - f \sin(B+C)]^2} \tag{41}$$

$$\cos x = -\frac{[\sin A - f \sin(B+C)][\sin A + f \sin(B-C)]}{[\cos A - f \cos(B+C)]^2 + [\sin A - f \sin(B+C)]^2} \tag{42}$$

である. なお, 式(41)(42)では分母に $[\cos A - f \cos(B+C)]^2 + [\sin A - f \sin(B+C)]^2$ があるが, この点の妥当性について確認しておく. もしも $[\cos A - f \cos(B+C)]^2 + [\sin A - f \sin(B+C)]^2 = 0$ であるとする

$$\cos A - f \cos(B+C) = 0 \tag{43}$$

$$\sin A - f \sin(B+C) = 0 \tag{44}$$

であり, かつ, 式(39)より

$$\sin A + f \sin(B-C) = 0 \tag{45}$$

でなければならない. この場合, 式(44)(45)より

$$\sin(B+C) + \sin(B-C) = 0 \tag{46}$$

すなわち

$$\sin B \cos C = 0 \quad (47)$$

すなわち

$$\sin(\phi + \delta) \cos(\beta - \psi) = 0 \quad (48)$$

となるが、これはあり得ない。よって、式(41)(42)で分母に $[\cos A - f \cos(B + C)]^2 + [\sin A - f \sin(B + C)]^2$ があることは妥当である。式(41)(42)を

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad (49)$$

に代入すると

$$[\cos A - f \cos(B + C)]^2 + [\sin A - f \sin(B + C)]^2 = [\sin A + f \sin(B - C)]^2 \quad (50)$$

すなわち

$$\cos^2(B - C) f^2 - 2[\cos A \cos(B + C) + 2 \sin A \sin B \cos C] f + \cos^2 A = 0 \quad (51)$$

となる。これは $\cos(B - C) = 0$ の場合を除けば f に関する 2 次方程式である。言い換えると、 $\cos(B - C) = 0$ の場合は 2 次方程式を解くことで解を求めることができない。そこで、以下においては

$$|B - C| < \pi/2 \quad (52)$$

すなわち

$$|(\phi + \delta) - (\beta - \psi)| < \pi/2 \quad (53)$$

との制約を設ける。これは、図-2 の角 $\beta - \psi$ が、主働状態では極端に大きな負の値をとらないこと、受働状態では極端に大きな正の値をとらないことを意味する。この場合、

$$\cos(B - C) > 0 \quad (54)$$

であるから式(51)は f に関する 2 次方程式である。これを解くと

$$f = \frac{\cos A \cos(B+C) + 2 \sin A \sin B \cos C \pm \sqrt{(\cos A \cos(B+C) + 2 \sin A \sin B \cos C)^2 - \cos^2(B-C) \cos^2 A}}{\cos^2(B-C)} \quad (55)$$

が得られる。平方根の中は

$$\begin{aligned} & (\cos A \cos(B + C) + 2 \sin A \sin B \cos C)^2 - \cos^2(B - C) \cos^2 A \\ &= \cos^2 A (\cos^2(B + C) - \cos^2(B - C)) + 4 \sin A \cos A \sin B \cos C \cos(B + C) + 4 \sin^2 A \sin^2 B \cos^2 C \\ &= -4 \cos^2 A \sin B \cos B \sin C \cos C + 4 \sin A \cos A \sin B \cos B \cos^2 C \\ &\quad - 4 \sin A \cos A \sin^2 B \sin C \cos C + 4 \sin^2 A \sin^2 B \cos^2 C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 4 \sin B \cos C (-\cos^2 A \cos B \sin C + \sin A \cos A \cos B \cos C - \sin A \cos A \sin B \sin C + \sin^2 A \sin B \cos C) \\
&= 4 \sin B \cos C \sin(A - C) \cos(A - B)
\end{aligned}$$

のように変形できるので、解は

$$f = \frac{2 \sin A \sin B \cos C + \cos A \cos(B+C) \pm 2 \sqrt{\sin(A-C) \sin B \cos(A-B) \cos C}}{\cos^2(B-C)} \quad (56)$$

である．ここで、平方根の中の三角関数の正負は表-1 になっている．まず $\sin(A - C) = \sin(\phi - \beta - \theta)$ は式(6)(7)より主働状態では正、受働状態では負である． $\sin B = \sin(\phi + \delta)$ は当然ながら主働状態では正、受働状態では負である． $\cos C = \cos(\beta - \psi)$ は正である． $\cos(A - B) = \cos(\theta' + \delta)$ については次のように考えることができる．図-5 は図-2 をさらに回転させ P が水平となるようにしたものである．図-5 では、重力と地震力の合力の作用角は $\theta' + \delta$ であるが、その絶対値が $\pi/2$ を超えると土塊が浮き上がってしまうので、 $\theta' + \delta$ の変域は

$$-\pi/2 < \theta' + \delta < \pi/2 \quad (57)$$

でなければならない．よって $\cos(A - B) = \cos(\theta' + \delta)$ は正である．これらを考慮すると式(56)の平方根の中は常に正であることがわかる．

表-1 平方根の中の三角関数の正負

	主働状態	受働状態
$\sin(A - C) = \sin(\phi - \beta - \theta)$	正	負
$\sin B = \sin(\phi + \delta)$	正	負
$\cos(A - B) = \cos(\theta' + \delta)$	正	正
$\cos C = \cos(\beta - \psi)$	正	正

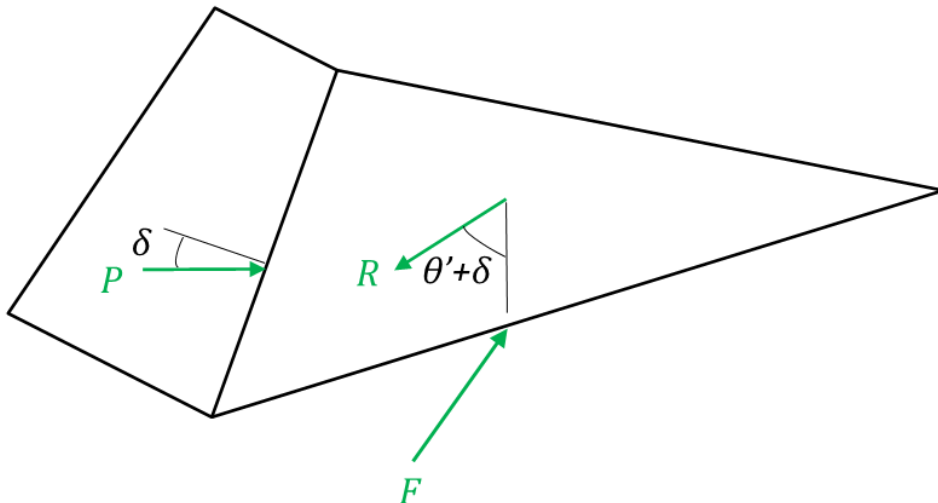


図-5 図-2 をさらに回転させ P が水平となるようにした状況

式(56)の分母に

$$2 \sin A \sin B \cos C + \cos A \cos(B + C) \mp 2 \sqrt{\sin(A - C) \sin B \cos(A - B) \cos C} \quad (58)$$

を乗じると

$$f = \frac{(2 \sin A \sin B \cos C + \cos A \cos(B + C))^2 - 4 \sin(A - C) \sin B \cos(A - B) \cos C}{\cos^2(B - C) [2 \sin A \sin B \cos C + \cos A \cos(B + C) \mp 2 \sqrt{\sin(A - C) \sin B \cos(A - B) \cos C}]} \quad (59)$$

である。この分子は

$$\begin{aligned} & 4 \sin^2 A \sin^2 B \cos^2 C + 4 \sin A \cos A \sin B \cos C \cos(B + C) + \cos^2 A \cos^2(B + C) \\ & \quad - 4 \sin(A - C) \sin B \cos(A - B) \cos C \\ = & \cos^2 A \cos^2(B + C) + 4 \sin B \cos C \times (\sin^2 A \sin B \cos C + \sin A \cos A \cos B \cos C - \sin A \cos A \sin B \sin C - \\ & \quad \sin A \cos A \cos B \cos C + \cos^2 A \cos B \sin C - \sin^2 A \sin B \cos C + \sin A \cos A \sin B \sin C) \\ = & \cos^2 A \cos^2(B + C) + 4 \cos^2 A \sin B \cos B \sin C \cos C \\ = & \cos^2 A (\cos^2(B + C) + 4 \cos B \cos C \sin B \sin C) \\ = & \cos^2 A \cos^2(B - C) \end{aligned}$$

のように変形できるので

$$f = \frac{\cos^2 A}{2 \sin A \sin B \cos C + \cos A \cos(B + C) \mp 2 \sqrt{\sin(A - C) \sin B \cos(A - B) \cos C}} \quad (60)$$

である。さらに分母の一部は

$$\begin{aligned} & 2 \sin A \sin B \cos C + \cos A \cos(B + C) \\ = & 2 \sin A \sin B \cos C + \cos A \cos B \cos C - \cos A \sin B \sin C \\ = & \sin(A - C) \sin B + \cos(A - B) \cos C \end{aligned}$$

のように変形できるため

$$\begin{aligned} f &= \frac{\cos^2 A}{\sin(A - C) \sin B + \cos(A - B) \cos C \mp 2 \sqrt{\sin(A - C) \sin B \cos(A - B) \cos C}} \\ &= \frac{\cos^2 A}{\left(\sqrt{\cos(A - B) \cos C} \mp \sqrt{\sin(A - C) \sin B} \right)^2} \\ &= \frac{\cos^2 A}{\cos(A - B) \cos C \left(1 \mp \sqrt{\frac{\sin B \sin(A - C)}{\cos(A - B) \cos C}} \right)^2} \\ &= \frac{\cos^2(\phi - \psi - \theta)}{\cos(\delta + \psi + \theta) \cos(\beta - \psi) \left(1 \mp \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \beta - \theta)}{\cos(\delta + \psi + \theta) \cos(\psi - \beta)}} \right)^2} \quad (61) \end{aligned}$$

である。本節の最初に述べたように、 $f(\alpha)$ の極値を求め、2つの解が得られれば、反転問題の解を避け、主働土圧を求める場合は小さい方を原問題の解、受働土圧を求める場合は大きい方を原問題の解とすれば良い。したがって、符号として+を採用すると原問題の主働土圧、-を採用すると原問題の受働土圧が得られる。式(26)と合わせると、主働土圧は

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma' K_a H^2 \quad (62)$$

$$K_a = \frac{\cos^2(\phi - \psi - \theta)}{\cos \theta \cos^2 \psi \cos(\delta + \psi + \theta) \left(1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \beta - \theta)}{\cos(\delta + \psi + \theta) \cos(\psi - \beta)}} \right)^2} \quad (63)$$

となり，技術基準³⁾p.354 の式と一致する．また受働土圧は

$$P_p = \frac{1}{2} \gamma' K_a H^2 \quad (64)$$

$$K_p = \frac{\cos^2(\phi - \psi - \theta)}{\cos \theta \cos^2 \psi \cos(\delta + \psi + \theta) \left(1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \beta - \theta)}{\cos(\delta + \psi + \theta) \cos(\psi - \beta)}} \right)^2} \quad (65)$$

となるが，技術基準では受働状態のせん断抵抗角と合力の作用角を表すのに負の値を用いていないため， ϕ と θ の符号を反転させる必要がある（技術基準では受働状態の壁面摩擦角を表すのに負の値を用いているため δ の符号は反転させる必要がない）．このことを考慮すると，

$$K_p = \frac{\cos^2(\phi + \psi - \theta)}{\cos \theta \cos^2 \psi \cos(\delta + \psi - \theta) \left(1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi - \delta) \sin(\phi + \beta - \theta)}{\cos(\delta + \psi - \theta) \cos(\psi - \beta)}} \right)^2} \quad (66)$$

となり，技術基準³⁾p.354 の式と一致する．

参考文献

- 1) 物部長穂：地震上下動に関する考察並に振動雑論，土木学会誌，Vol.10，No.5，pp.1063～1094，1924年．
- 2) Okabe, S.: General theory on earth pressure and seismic stability of retaining wall and dam, 土木学会誌，Vol.10，No.6，pp.1277-1323，1924年．
- 3) 日本港湾協会：港湾の施設の技術上の基準・同解説，2018年．
- 4) Mylonakis, G., Kloukinas, P. and Papantonopoulos, C.: An alternative to the Mononobe-Okabe equations for seismic earth pressures, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol.27, pp.957-969, 2007.