2025/8/13

# フォースバランス型と速度帰還型の周波数特性の違い

野津

## 1.　はじめに

筆者のようなサーボ型地震計[1)]のユーザーにとってフォースバランス型（force-balance type）と速度帰還型（velocity-feedback type）の周波数特性の違いは気になるところである．本稿はこの違いについてできるだけコンパクトに説明しようとしたものである．なお，サーボ型地震計についてより深く知りたい方は文献[1)]を読むことをお勧めしたい．

## 2.　サーボ型地震計の基本式

サーボ型地震計で振動を計測しようとする対象物の変位を$y$，対象物に対する質点の相対変位を$x$とし，運動方程式を立てると

$$m(\ddot{x}+\ddot{y}) = -kx - c\dot{x} \tag{1}$$

すなわち

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{y} \tag{2}$$

となる．ここで

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{3}$$

$$h = \frac{\omega_0 c}{2k} \tag{4}$$

とおくと式(2)は次式となる（$h$は減衰定数）．

$$\ddot{x} + 2h\omega_0\dot{x} + {\omega_0}^2 x = -\ddot{y} \tag{5}$$

式(5)の両辺をフーリエ変換すると

$$(-\omega^2 + 2ih\omega_0\omega + {\omega_0}^2)\hat{x} = \omega^2\hat{y} \tag{6}$$

すなわち

$$\frac{\hat{x}}{\omega^2\hat{y}} = \frac{1}{-\omega^2+2ih\omega_0\omega+{\omega_0}^2} \tag{7}$$

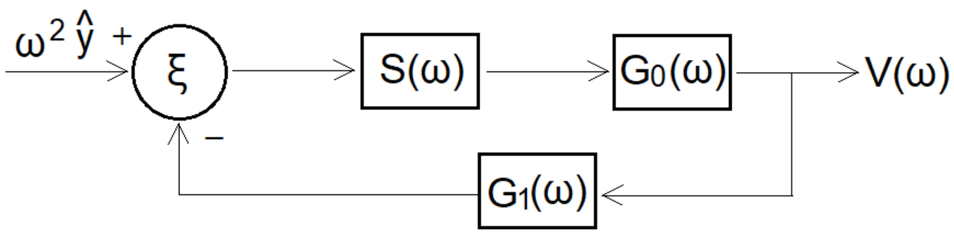
が得られる．ここで

$$S(\omega) = \frac{1}{-\omega^2+2ih\omega_0\omega+{\omega_0}^2} \tag{8}$$

とおけば

$$\frac{\hat{x}}{\omega^2\hat{y}} = S(\omega) \tag{9}$$

である．サーボ型地震計では，単純に式(9)で決まる質点の運動を測定するのではなく，図−1 に示すように新たな回路$G_0(\omega)$と$G_1(\omega)$を導入し，質点の運動に変更を加える．




図−1　サーボ型地震計の原理 [1)]

図−1 からは次の二式が導かれる．

$$\xi = \omega^2\hat{y} - G_1(\omega)V(\omega) \tag{10}$$
$$V(\omega) = G_0(\omega)S(\omega)\xi \tag{11}$$

式(10)(11)から$\xi$を消去すると次式が得られる．これがサーボ型地震計の基本式である（文献 [1)]の式(2-3)）．

$$\frac{V(\omega)}{\omega^2\hat{y}} = \frac{G_0(\omega)}{[1/S(\omega)+G_1(\omega)G_0(\omega)]} = \frac{G_0(\omega)}{[(-\omega^2+2ih\omega_0\omega+{\omega_0}^2)+G_1(\omega)G_0(\omega)]} \tag{12}$$

左辺は地震計の加速度計としての応答特性を示す．右辺の分母にある$G_1(\omega)G_0(\omega)$を$\omega^2$に比例する量とするか，$\omega$に比例する量とするか，定数とするかにより，それぞれ加速度帰還型，速度帰還型，変位帰還型のサーボ型地震計となる．

## 3.　フォースバランス型

フォースバランス型の地震計では，例えば

$$G_0(\omega) = A_1 \tag{13}$$
$$G_1(\omega) = B_1 \tag{14}$$

のように$G_1(\omega)G_0(\omega)$を定数とする（$A_1$，$B_1$は正の実定数）．このとき，地震計の加速度計としての応答特性は

$$\frac{V(\omega)}{\omega^2\hat{y}} = \frac{A_1}{[(-\omega^2+2ih\omega_0\omega+{\omega_0}^2)+A_1B_1]} \tag{15}$$

となり，$B_1$を十分大きな値とすれば式(15)右辺の分母は定数に近づき，地震計は$1/B_1$をスケール・ファクターとする加速度計となる．地震計の応答特性は低周波側では一定となる．港湾地域強震観測で用いられている地震計のうちフォースバランス型のものは低周波側で応答特性が一定となっている[2)].

## 4. 速度帰還型

速度帰還型の地震計では，例えば

$$G_0(\omega) = i\omega A_2 \tag{16}$$

$$G_1(\omega) = B_2 \tag{17}$$

のように$G_1(\omega)G_0(\omega)$を$\omega$に比例する量とする（$A_2$，$B_2$は正の実定数）．このとき，地震計の加速度計としての応答特性は

$$\frac{V(\omega)}{\omega^2\hat{y}} = \frac{A_2}{[(i\omega + 2h\omega_0 - i{\omega_0}^2\omega^{-1}) + A_2B_2]} \tag{18}$$

となり，$B_2$を十分大きな値とすれば式(18)右辺の分母は定数に近づき，地震計は$1/B_2$をスケール・ファクターとする加速度計となる．地震計の応答特性は中間周波数帯では一定となるが，低周波側では式(18)右辺の分母に含まれる$\omega^{-1}$の項が無視できなくなるので応答倍率は$1/B_2$より小さくなり，出力の位相は入力の位相より早まる（※）．港湾地域強震観測で用いられている地震計のうち速度帰還型のものは低周波側で応答倍率が小さくなり，出力の位相は入力の位相より早まっている[2)].

（※）これは式(18)右辺分母の複素平面上での動きを考えるとわかりやすい．中間周波数帯では式(18)右辺分母はほぼ$A_2B_2$であり実軸上の**図-2** に〇で示す部分に存在する．このとき式(18)右辺は実数となる．しかし，$\omega$→小となるに従い式(18)右辺分母の$-i{\omega_0}^2\omega^{-1}$の項が無視できなくなってくるので，式(18)右辺分母は**図-2** に矢印で示すように複素平面上の第 4 象限に移動する．その結果，式(18)右辺の振幅は小さくなるため応答倍率は小さくなる．また，式(18)右辺は複素平面上の第 1 象限に移動するため，正の位相角を有することになり，$V(\omega)$は$\omega^2\hat{y}$よりも位相が早まることになる．

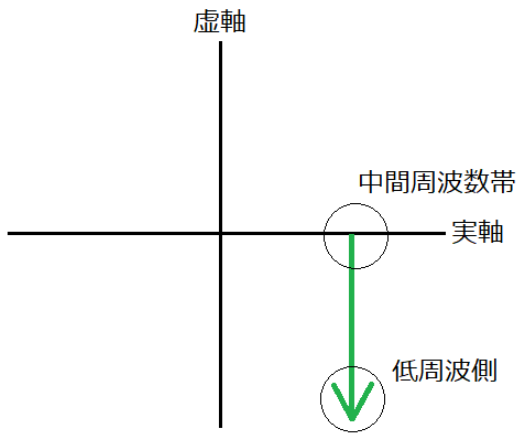



**図-2**　式(18)右辺分母の複素平面上での位置

### 参考文献

1) 木下繁夫：サーボ型地震計，地震 2，第 50 巻，pp.471-483，1998 年.
2) 港湾地域強震観測ホームページ，https://www.mlit.go.jp/kowan/kyosin/eq.htm