

Brune の論文(1970, 1971)について

野津

Brune の論文 ¹⁾²⁾は強震動研究において最も引用されている論文の一つである．わずか 13 ページの論文の中に実に様々なアイデアが詰め込まれているが，中心に位置しているのは式(17)の変位波形 u と式(20)のフーリエスペクトル $\Omega(\omega)$ である．再掲すると以下の通りである．

$$u = f \cdot R_{\theta\phi} \cdot (r/R)(\sigma\beta/\mu)te^{-\alpha t} * \delta(t - R/\beta) \quad (t > 0) \quad (1)$$

$$\Omega(\omega) = f \cdot R_{\theta\phi} \cdot (r/R)(\sigma\beta/\mu) \frac{1}{\omega^2 + \alpha^2} \quad (2)$$

ここに r は震源のサイズ (円形断層の場合は半径)， R は震源距離， σ は実効応力， μ はラメ定数， β は S 波速度， f と α は未知パラメタである． $R_{\theta\phi}$ はラディエーション係数であり，Brune の論文の式(17)と式(20)では入っていないが，1 ページ後の式では入れているので，ここでは入れている．式(1)(2)に関してまず押さえておくべきことは，これらは弾性波動論に基づいて導かれた解ではないという点である．しかしながら，フーリエスペクトルはそれ以前から経験的に知られていた ω^{-2} モデル ³⁾に従うものとなっており，かつ，未知パラメタである f と α を調整することで，変位フーリエスペクトルの低周波側のフラットレベルと加速度フーリエスペクトルの高周波側のフラットレベルを所要の値に合わせることができる．

Brune は，変位フーリエスペクトルの低周波側のフラットレベル U_0 としては理論値である

$$U_0 = R_{\theta\phi} M_0 (4\pi\rho R\beta^3)^{-1} \quad (3)$$

を用い (ここに M_0 は地震モーメント， ρ は密度である)， M_0 としては円形断層で一様な応力降下 σ が生じる場合の理論値である

$$M_0 = \frac{16}{7} \sigma r^3 \quad (4)$$

を用い，式(4)を式(3)に代入して

$$U_0 = R_{\theta\phi} \frac{4}{7\pi} \frac{\sigma r^3}{\rho R \beta^3} \quad (5)$$

を得ている．また，加速度フーリエスペクトルの高周波側のフラットレベル (全方位の RMS 値) A_0 は独自のアイデアに基づいて計算し

$$A_0 = (0.8/2)^{1/2} (r/R)(\sigma\beta/\mu) \quad (6)$$

を得ている．そして， $R_{\theta\phi}$ の全方位の RMS 値が $(2/5)^{1/2}$ であることを考慮し，式(5)(6)に合うように f と α を決めたところ

$$f = 1 \quad (7)$$

$$\alpha = \sqrt{7\pi/4} \beta / r \quad (8)$$

となった．以上が Brune の論文の核心部分である．

さて， α はコーナー角周波数であるから，式(8)は震源のサイズとコーナー周波数を結びつける式となっている． $\alpha = 2\pi f_c$ ， $S = \pi r^2$ として式(8)を書き直すと次式が得られる．

$$f_c = \frac{0.66\beta}{\sqrt{S}} \quad (9)$$

上述の通り式(9)は理論式とは言えないし，コーナー周波数への[破壊伝播の影響](#)は式(9)では考慮できない．しかし，少なくとも，コーナー周波数が震源のサイズの(-1)乗に比例するという理論地震動に見られる傾向 ([ハスケルモデル](#)や [Sato and Hirasawa の円形クラックモデル](#)参照) は式(9)によって押さえられており，また，絶対値という点でも，例えば Sato and Hirasawa の円形クラックモデルによるコーナー周波数と式(9)のコーナー周波数はある程度整合している ([Sato and Hirasawa の円形クラックモデルの図-5](#) 参照)．このように，式(9)は，震源のサイズとコーナー周波数との大局的な関係を表す式としては意義を有していることに加え，何よりも便利であるため，その後の地震学・地震工学において広く使われたというのが筆者の理解である．

参考文献

- 1) Brune, J.: Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes, Journal of Geophysical Research, Vol.75, pp.4997-5009, 1970.
- 2) Brune, J.: Correction, Journal of Geophysical Research, Vol.76, p.5002, 1971.
- 3) Aki, K.: Scaling law of seismic spectrum, Journal of Geophysical Research, Vol.72, pp.1217-1231, 1967.