2024/4/12

震源が点ではないことの影響

野津

1. はじめに

これまで全無限弾性体における点震源による地震動について説明してきたが，実際の震源は点ではなく，地震動にはその影響が表れる．本稿では，時間領域および周波数領域において，震源が点ではないこと（fault finiteness）の影響がどのように表れるか説明している．要点は以下の通りである．

・破壊伝播の影響により特定の方向で地震動の振幅が大きくなる（directivity）．

・震源のサイズと時間領域におけるパルス幅との間には関係がある．

・震源のサイズとコーナー周波数との間には関係がある．

・断層の長さ，幅，ライズタイムに関係する 3 つのコーナー周波数がある．それに対応して，単純な断層モデルに基づく理論地震動のスペクトルは高周波側でω^{-3}に比例して減衰し，「震源スペクトルが大局的にはω^{-2}モデル[1]に従う」という観測事実と矛盾することになる．

震源が点ではないことの影響について数式を使って説明するにはハスケルモデル[2)3)]を使うのが便利である[4)]．そこで以下の説明にもハスケルモデルを用いる．

2. 震源のサイズと時間領域におけるパルス幅

ハスケルモデル[2)3)]では，**図-1** に示すように，長さL，幅Wの矩形断層が一方向に破壊伝播速度v_rで壊れると考える．そして破壊後の各点でのすべり速度$\dot{D}(t)$は次式で与えられるものとする．

$$\dot{D}(t) = (D_0/\tau_r)B(t) \tag{1}$$

$$B(t) = \begin{cases} 0 & \cdots & t < 0 \\ 1 & \cdots & 0 < t < \tau_r \\ 0 & \cdots & \tau_r < t \end{cases} \tag{2}$$

ここにtは破壊後の時間，τ_rはライズタイム，D_0は最終すべり量である．すべりの向きはx_1方向とする．

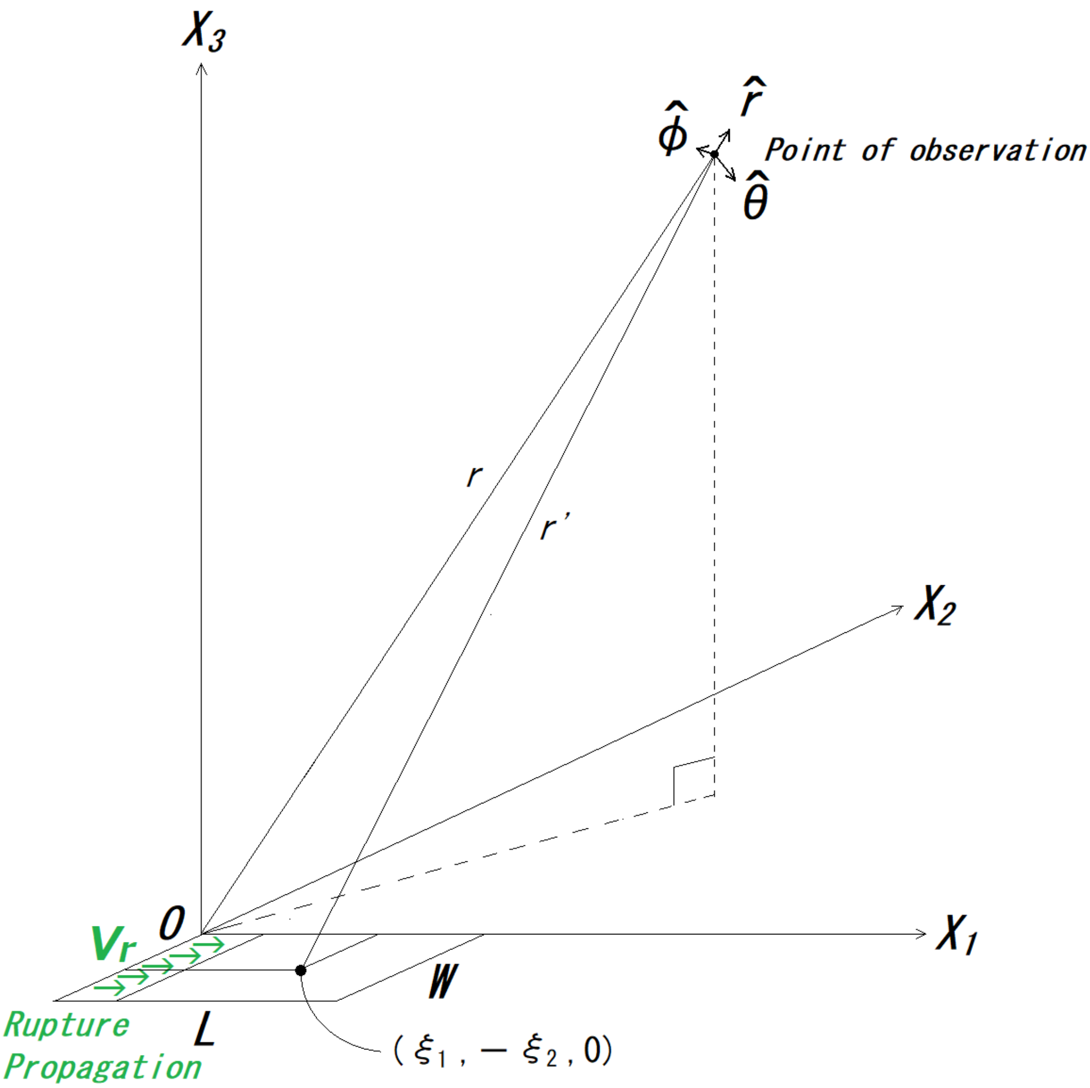
以降，観測点$\boldsymbol{x}$での遠地 S 波項を考える．観測点$\boldsymbol{x}$での遠地 S 波項は，全無限弾性体における点震源による地震動の式(12)の右辺第 5 項を面積積分することで与えられる．すなわち

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t) = \frac{1}{4\pi\rho\beta^3}\boldsymbol{R}_{\theta\phi}^{FS}\frac{1}{r}\mu\frac{D_0}{\tau_r}\int_0^L\int_0^W B\left(t-\frac{\xi_1}{v_r}-\frac{r'}{\beta}\right)d\xi_2 d\xi_1 \tag{3}$$

ここに(ξ_1,ξ_2)は断層面上の点を表すための座標で，ξ_1はx_1方向，ξ_2は$-x_2$方向にとっている．ρは密度，βは S 波速度，μはラメ定数（弾性波動論の基礎参照），$\boldsymbol{R}_{\theta\phi}^{FS}$は遠地 S 波項のラディエーション係数，$r$は原点から観測点までの距離，$r'$は断層面上の各点から観測点までの距離である．式(3)でr^{-1}と$\boldsymbol{R}_{\theta\phi}^{FS}$を積分の外に出しているのは，観測点が十分遠方にあり，矩形断層内での変化が少ないと考えているためである．いま観測点方向の単位ベクトルは

$$\hat{\boldsymbol{r}} = \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\phi \\ \sin\theta\sin\phi \\ \cos\theta \end{pmatrix} \tag{4}$$

で表されるので，ベクトル$(\xi_1,0,0)$および$(0,-\xi_2,0)$の$\hat{\boldsymbol{r}}$方向の方向余弦を考慮することで，



図–1　ハスケルモデル

$$r' \approx r - \xi_1 \sin\theta \cos\phi + \xi_2 \sin\theta \sin\phi \tag{5}$$

と近似することができ，式(3)は

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t) = \frac{1}{4\pi\rho\beta^3} \boldsymbol{R}_{\theta\phi}^{FS} \frac{1}{r} \mu \frac{D_0}{\tau_r} \int_0^L \int_0^W B\left(t - \frac{\xi_1}{v_r} - \frac{r - \xi_1 \sin\theta\cos\phi + \xi_2 \sin\theta \sin\phi}{\beta}\right) d\xi_2 d\xi_1 \tag{6}$$

となる．ここで

$$\tau_L = \frac{L}{v_r}\left(1 - \frac{v_r}{\beta}\sin\theta\cos\phi\right) \tag{7}$$

$$\tau_W = \frac{W}{\beta}\sin\theta\sin\phi \tag{8}$$

とおけば

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)=\frac{1}{4\pi\rho\beta^3}\boldsymbol{R}_{\theta\phi}^{FS}\frac{1}{r}\mu\frac{D_0}{\tau_r}\int_0^L\int_0^W B\left(t-\frac{r}{\beta}-\frac{\tau_L}{L}\xi_1-\frac{\tau_W}{W}\xi_2\right)d\xi_2 d\xi_1 \tag{9}$$

ここで

$$t_1=\frac{\tau_L}{L}\xi_1 \tag{10}$$

$$t_2=\frac{\tau_W}{W}\xi_2 \tag{11}$$

のように変数変換を行うと

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)=\frac{1}{4\pi\rho\beta^3}\boldsymbol{R}_{\theta\phi}^{FS}\frac{1}{r}\mu\frac{LWD_0}{\tau_L\tau_W\tau_r}\int_0^{\tau_L}\int_0^{\tau_W} B\left(t-\frac{r}{\beta}-t_1-t_2\right)dt_2 dt_1 \tag{12}$$

となり，$M_0=\mu LWD_0$とおけば

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)=\frac{M_0}{4\pi\rho\beta^3}\boldsymbol{R}_{\theta\phi}^{FS}\frac{1}{r}\frac{1}{\tau_L\tau_W\tau_r}\int_0^{\tau_L}\int_0^{\tau_W} B\left(t-\frac{r}{\beta}-t_1-t_2\right)dt_2 dt_1 \tag{13}$$

となる．ここで$B(t)$と類似の関数として

$$B_L(t)=\begin{cases}0 & \cdots \quad t<0\\ 1 & \cdots \quad 0<t<\tau_L\\ 0 & \cdots \quad \tau_L<t\end{cases} \tag{14}$$

$$B_W(t)=\begin{cases}0 & \cdots \quad t<0\\ 1 & \cdots \quad 0<t<\tau_W\\ 0 & \cdots \quad \tau_W<t\end{cases} \tag{15}$$

を定義すると，式(13)における積分区間を$(-\infty,\infty)$とすることができ

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)=\frac{M_0}{4\pi\rho\beta^3}\boldsymbol{R}_{\theta\phi}^{FS}\frac{1}{r}\frac{1}{\tau_L\tau_W\tau_r}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} B\left(t-\frac{r}{\beta}-t_1-t_2\right)B_L(t_1)B_W(t_2)dt_2 dt_1 \tag{16}$$

となる．ここで右辺の積分は合積を表しているため

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)=\frac{M_0}{4\pi\rho\beta^3}\boldsymbol{R}_{\theta\phi}^{FS}\frac{1}{r}\frac{1}{\tau_L\tau_W\tau_r}B\left(t-\frac{r}{\beta}\right)*B_L(t)*B_W(t) \tag{17}$$

と書くことができる．$B(t)*B_L(t)*B_W(t)$は全体として上に凸のパルスを形作ることになるが，$B(t)$の継続時間はτ_r，$B_L(t)$の継続時間はτ_L，$B_W(t)$の継続時間はτ_Wであるため，パルス全体の継続時間は$\tau_r+\tau_L+\tau_W$となる．すなわち，式(7)(8)より，パルス幅は断層の長さ，幅，ライズタイムと関係している．

　これ以降，破壊伝播の影響を調べるため，$\theta=\pi/2$とし，τ_Lに比べτ_rとτ_Wが十分に小さい場合について，フォワード側（$\phi=0$），フォワード側とバックワード側の中間（$\phi=\pi/2$），バックワード側（$\phi=\pi$）での波

形を比較してみると**図-2** のようになる（$v_r/\beta = 0.8$の場合についてプロット）．式(17)より，パルスの取り囲む面積は（$\boldsymbol{R}_{\theta\phi}^{FS}$と$r$が等しければ）フォワード側とバックワード側で同じであるが，フォワード側では幅が狭く振幅の大きいパルスとなっており，バックワード側では幅が広く振幅の小さいパルスとなっている．パルスの幅は式(7)より

$$\tau_L = \begin{cases} \frac{L}{v_r}\left(1 - \frac{v_r}{\beta}\right) & \cdots \quad \text{フォワード側} \\ \frac{L}{v_r} & \cdots \quad \text{フォワード側とバックワード側の中間} \\ \frac{L}{v_r}\left(1 + \frac{v_r}{\beta}\right) & \cdots \quad \text{バックワード側} \end{cases} \tag{18}$$

であるため，$v_r/\beta = 0.8$の場合にはフォワード側ではバックワード側より 9 倍も振幅が大きいことになる．これが directivity である．

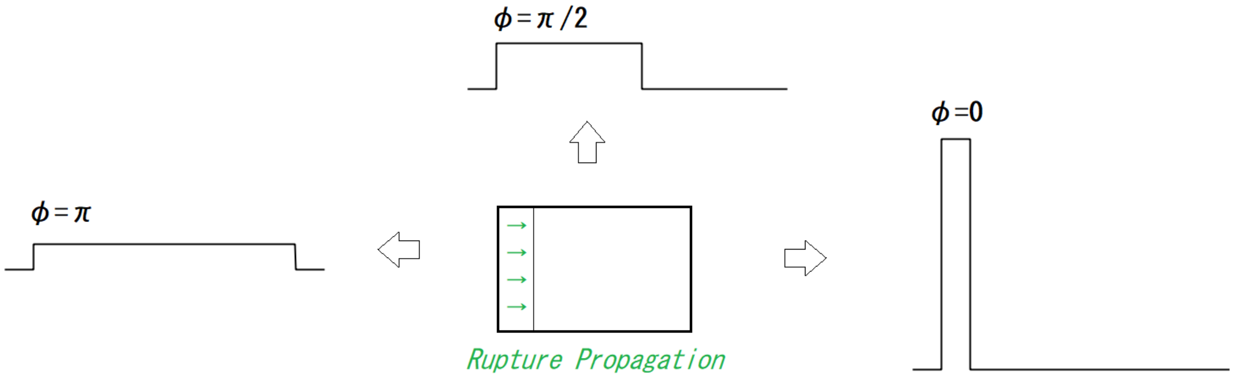


図-2　方位別の波形（$\theta = \pi/2$，τ_Lに比べτ_rとτ_Wが十分に小さく$v_r/\beta = 0.8$の場合）

3. 震源のサイズとコーナー周波数

式(2)の$B(t)$のフーリエ変換を計算すると

$$\hat{B}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B(t)e^{-i\omega t}dt = \int_0^{\tau_r} e^{-i\omega t}dt = -\frac{1}{i\omega}\left[e^{-i\omega t}\right]_0^{\tau_r} = e^{-i\frac{\omega\tau_r}{2}}\tau_r\frac{\sin\frac{\omega\tau_r}{2}}{\frac{\omega\tau_r}{2}} \tag{19}$$

となり，フーリエスペクトルは

$$\left|\hat{B}(\omega)\right| = \tau_r\left|\frac{\sin\frac{\omega\tau_r}{2}}{\frac{\omega\tau_r}{2}}\right| \tag{20}$$

となる．同様に$B_L(t)$のフーリエスペクトルは

$$\left|\hat{B}_L(\omega)\right| = \tau_L\left|\frac{\sin\frac{\omega\tau_L}{2}}{\frac{\omega\tau_L}{2}}\right| \tag{21}$$

$B_W(t)$のフーリエスペクトルは

$$\left|\hat{B}_W(\omega)\right| = \tau_W\left|\frac{\sin\frac{\omega\tau_W}{2}}{\frac{\omega\tau_W}{2}}\right| \tag{22}$$

となる．一方，時間領域の合積は周波数領域の積であるため，式(17)左辺のフーリエスペクトルは

$$|\hat{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x},t)| = \frac{M_0}{4\pi\rho\beta^3}\boldsymbol{R}_{\theta\phi}^{FS}\frac{1}{r}\left|\frac{\sin\frac{\omega\tau_r}{2}}{\frac{\omega\tau_r}{2}}\right|\left|\frac{\sin\frac{\omega\tau_L}{2}}{\frac{\omega\tau_L}{2}}\right|\left|\frac{\sin\frac{\omega\tau_W}{2}}{\frac{\omega\tau_W}{2}}\right| \tag{23}$$

となる．右辺に表れる関数のうち

$$\left|\frac{\sin\frac{\omega\tau_r}{2}}{\frac{\omega\tau_r}{2}}\right|$$

は低周波側では一定値 1 となり，コーナー周波数$\omega_{c\tau} = 2/\tau_r$を有し，それより高周波側では$\omega^{-1}$に比例して減衰する関数である．同様に

$$\left|\frac{\sin\frac{\omega\tau_L}{2}}{\frac{\omega\tau_L}{2}}\right|$$

は低周波側では一定値 1 となり，コーナー周波数$\omega_{cL} = 2/\tau_L$を有し，それより高周波側ではω^{-1}に比例して減衰する関数である．また

$$\left|\frac{\sin\frac{\omega\tau_W}{2}}{\frac{\omega\tau_W}{2}}\right|$$

は低周波側では一定値 1 となり，コーナー周波数$\omega_{cW} = 2/\tau_W$を有し，それより高周波側ではω^{-1}に比例して減衰する関数である．よって式(23)の左辺は断層の長さ，幅，ライズタイムに関係する 3 つのコーナー周波数を有し，高周波側でω^{-3}に比例して減衰する関数である．

これ以降，破壊伝播の影響を調べるため，$\theta = \pi/2$とし，τ_Lに比べτ_rとτ_Wが十分に小さい場合について，フォワード側（$\phi = 0$）とバックワード側（$\phi = \pi$）でのフーリエスペクトルを比較してみると図-3 のようになる（$v_r/\beta = 0.8$の場合についてプロット）．低周波側のフラットレベルは（$\boldsymbol{R}_{\theta\phi}^{FS}$と$r$が等しければ）フォワード側とバックワード側で等しいが，フォワード側の方がコーナー周波数が高いため，高周波側ではフォワード側の方がスペクトルレベルが大きくなっている．

本稿で見たように，ハスケルモデルに基づく理論地震動はω^{-3}モデルに従うことになり，「震源スペクトルが大局的にはω^{-2}モデル [1]に従う」という観測事実とは矛盾するが，それはハスケルモデルのすべりの時空間分布が単純すぎるためであると理解されている．しかし，そうではあるにせよ，ハスケルモデルは，震源のサイズと時間領域におけるパルス幅との関係，震源のサイズとコーナー周波数との関係，破壊伝播の影響などを理解する上で欠かせぬものである．ハスケルモデル以降，ω^{-2}モデルに従う理論地震動を生成できるような断層モデルについても研究されており，大別すると，Sato and Hirasawa の円形クラックモデル [5]のように破壊領域の端部で高周波成分が生成されるとするモデルと，k^{-2}モデル [6]のように破壊領域内部の不均質性により高周波成分が生成されるとするモデルがある．

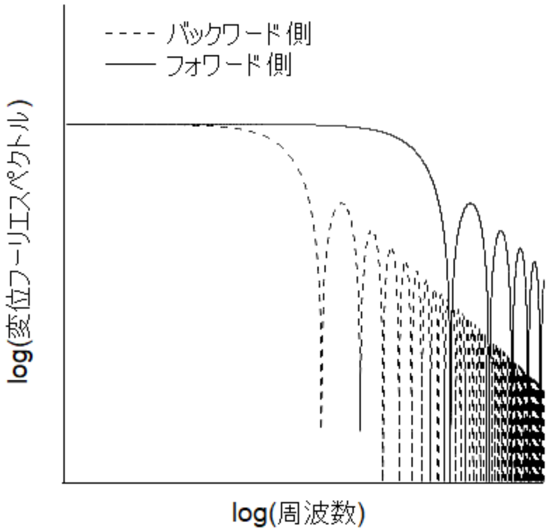


図-3　フォワード側とバックワード側でのフーリエスペクトル
（$\theta = \pi/2$，τ_Lに比べτ_rとτ_Wが十分に小さく$v_r/\beta = 0.8$の場合）

参考文献

1) Aki, K.: Scaling law of seismic spectrum, Journal of Geophysical Research, Vol.72, pp.1217-1231, 1967.
2) Haskel, N.A.: Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.54, pp.1811-1841, 1964.
3) Haskel, N.A.: Elastic displacements in the near field of a propagating fault, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.59, pp.865-908, 1969.
4) 佐藤俊明：理論的地震動評価，地震動－その合成と波形処理，第 2 章，鹿島出版会，1994 年.
5) Sato, T. and T. Hirasawa: Body wave spectra from propagating shear cracks, Journal of Physics of the Earth, Vol.21, pp.415-431, 1973.
6) Herrero, A. and P. Bernard: A kinematic self-similar rupture process for earthquake, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.84, pp.1216-1228, 1994.