2020/4/2

地震波干渉法の立場からの常時微動 H/V スペクトルの解釈

野津

Sanchez-Sesma 他 [1]は地震波干渉法の立場からの常時微動 H/V スペクトルの解釈を示している．Wapenaar 他 [2)3)]による地震波干渉法の定式化をいったん認めると，Sanchez-Sesma 他による常時微動 H/V スペクトルの解釈はすぐに導くことができる．

別な稿で確認したとおり，Wapenaar 他 [2)3)]による地震波干渉法の前提条件は次の通りであった．

（1）弾性体中の 2 点$\boldsymbol{x_A}$，$\boldsymbol{x_B}$から十分に離れた領域では媒質は一様であること．この仮定の下で，∂Dを十分に大きな球面として設定する．

（2）∂Dの内部には震源がないこと．

（3）∂Dの外部からノイズ波が等方的に入射していること，異なる方位からのノイズ波は互いに無相関であること．

（4）∂Dの外部から入射するノイズ波のうち，P 波と S 波は互いに無相関であること，また，S 波は P 波に対して$\sqrt{2}(\alpha/\beta)^{1.5}$倍の振幅を有していること．ここに$\alpha$と$\beta$は$\partial D$上の P 波速度と S 波速度である．

（5）媒質が非減衰であること．

これらの条件がすべて満たされることはなかなか期待しにくいのではないかというのが筆者の考えであるが，仮にこれらの条件がすべて満たされたとすると，次式が成立する（Wapenaar and Fokkema[2)]の式(87)）．

$$\left\{G_{nm}^{v,f}(\boldsymbol{x_A},-t;\boldsymbol{x_B})+G_{nm}^{v,f}(\boldsymbol{x_A},t;\boldsymbol{x_B})\right\}*S_N(t)=\frac{2}{\rho\alpha}\langle v_n(\boldsymbol{x_A},-\boldsymbol{t})*v_m(\boldsymbol{x_B},\boldsymbol{t})\rangle \tag{1}$$

ここに$G_{nm}^{v,f}(\boldsymbol{x_A},t;\boldsymbol{x_B})$は載荷点を$\boldsymbol{x_B}$，観測点を$\boldsymbol{x_A}$とするグリーン関数（速度），$S_N(t)$はノイズ波の振幅，$\rho$は$\partial D$上の密度，$v_n(\boldsymbol{x_A},\boldsymbol{t})$と$v_m(\boldsymbol{x_B},\boldsymbol{t})$は点$\boldsymbol{x_A}$，$\boldsymbol{x_B}$で観測されたノイズ（速度）である．すなわち，点$\boldsymbol{x_A}$，$\boldsymbol{x_B}$で観測されたノイズの相互相関をとることにより，2 点間のグリーン関数に関する情報が得られる．右辺の⟨　⟩は多数のデータに対する平均を意味する．

現実の媒質では，地震基盤は比較的一様と見なすことのできる部分であるから，**図-1** に示すように地震基盤の中に∂Dをとればよいと考えられる．

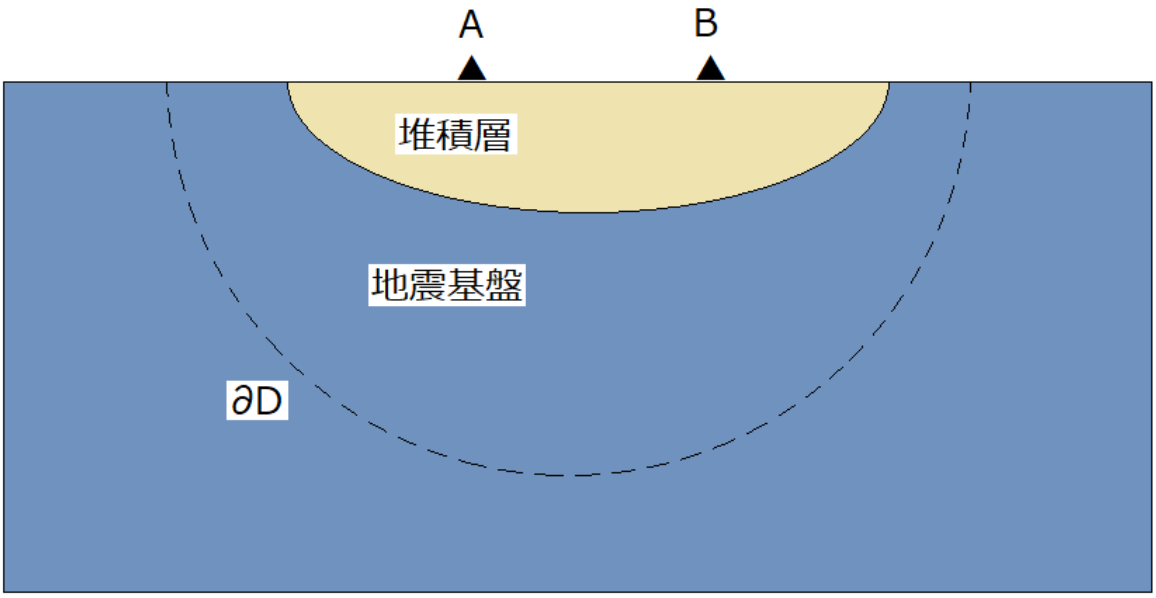

図-1　現実の媒質では地震基盤の中に∂Dをとればよい

式(1)をフーリエ変換すると

$$\left\{\hat{G}^{*v,f}_{nm}(\boldsymbol{x_A},\omega;\boldsymbol{x_B})+\hat{G}^{v,f}_{nm}(\boldsymbol{x_A},\omega;\boldsymbol{x_B})\right\}\hat{S}_N(\omega)=\frac{2}{\rho\alpha}\langle\hat{v}^*_n(\boldsymbol{x_A},\omega)\hat{v}_m(\boldsymbol{x_B},\omega)\rangle \tag{2}$$

が得られる．ここでは，一般に実時間関数$f(t)$のフーリエ変換を$\hat{f}(\omega)$とすると，$f(-t)$のフーリエ変換は$\hat{f}^*(\omega)$であるという性質を利用している．ここに上付き文字の$*$は共役複素数を表す．

式(2)の左辺に含まれる速度のグリーン関数を変位のグリーン関数に変更するとともに，右辺に含まれる速度波形を変位波形に変更すると

$$\mathrm{Im}\left[\hat{G}_{nm}(\boldsymbol{x_A},\omega;\boldsymbol{x_B})\right]\hat{S}_N(\omega)=-\frac{\omega}{\rho\alpha}\langle\hat{u}^*_n(\boldsymbol{x_A},\omega)\hat{u}_m(\boldsymbol{x_B},\omega)\rangle \tag{3}$$

が得られる．ここで$\boldsymbol{x_B}\to\boldsymbol{x_A}$の極限をとり$n=m$とおくと

$$\mathrm{Im}\left[\hat{G}_{mm}(\boldsymbol{x_A},\omega;\boldsymbol{x_A})\right]\hat{S}_N(\omega)=-\frac{\omega}{\rho\alpha}\langle|\hat{u}_m(\boldsymbol{x_A},\omega)|^2\rangle \tag{4}$$

が得られる（mには総和規約を適用しない）．右辺では$\hat{u}_m$とその共役複素数の積が$\hat{u}_m$の絶対値の自乗（すなわちパワースペクトル）に置き換わっている．

$\hat{G}_{mm}(\boldsymbol{x_A},\omega;\boldsymbol{x_A})$は点$\boldsymbol{x_A}$に単位インパルス力を作用させた場合の点$\boldsymbol{x_A}$自身の応答を意味するので，そのままでは∞となってしまう．しかし，点$\boldsymbol{x_A}$の応答を直達波と反射波（一例として**図-1** の地震基盤からの反射波）に分けて考えたとき，直達波の時間依存性は$\delta(t)$で表され，フーリエ変換したときに実数となるため，式(4)の左辺で虚部をとった時に消えてしまう．したがって式(4)の左辺は無限大とはならない．式(4)の左辺で虚部をとる操作は，点$\boldsymbol{x_A}$の応答から反射波を抽出する操作であると言える．

式(4)より各成分に対する式として

$$\mathrm{Im}\left[\hat{G}_{11}(\boldsymbol{x_A},\omega;\boldsymbol{x_A})\right]\hat{S}_N(\omega)=-\frac{\omega}{\rho\alpha}\langle|\hat{u}_1(\boldsymbol{x_A},\omega)|^2\rangle \tag{5}$$

$$\mathrm{Im}\left[\hat{G}_{22}(\boldsymbol{x_A},\omega;\boldsymbol{x_A})\right]\hat{S}_N(\omega)=-\frac{\omega}{\rho\alpha}\langle|\hat{u}_2(\boldsymbol{x_A},\omega)|^2\rangle \tag{6}$$

$$\mathrm{Im}\left[\hat{G}_{33}(\boldsymbol{x_A},\omega;\boldsymbol{x_A})\right]\hat{S}_N(\omega)=-\frac{\omega}{\rho\alpha}\langle|\hat{u}_3(\boldsymbol{x_A},\omega)|^2\rangle \tag{7}$$

が得られ（x_3方向を鉛直方向とする），これらより

$$[H/V](\omega)=\sqrt{\frac{\langle|\hat{u}_1(\boldsymbol{x_A},\omega)|^2\rangle+\langle|\hat{u}_2(\boldsymbol{x_A},\omega)|^2\rangle}{\langle|\hat{u}_3(\boldsymbol{x_A},\omega)|^2\rangle}}=\sqrt{\frac{\mathrm{Im}[\hat{G}_{11}(\boldsymbol{x_A},\omega;\boldsymbol{x_A})]+\mathrm{Im}[\hat{G}_{22}(\boldsymbol{x_A},\omega;\boldsymbol{x_A})]}{\mathrm{Im}[\hat{G}_{33}(\boldsymbol{x_A},\omega;\boldsymbol{x_A})]}} \tag{8}$$

が得られる．すなわち，常時微動 H/V スペクトルは載荷点と観測点が等しい場合のグリーン関数の比の平方根であると解釈される．

もともと地震波干渉法の定式化において多くのことが仮定されているので，上記の解釈の妥当性は検討の余地がかなりある．ただし，Wapenaar 他による地震波干渉法の定式化をいったん認めると，上記の解釈はそこから完全に演繹的に導かれる．したがって，Wapenaar 他による地震波干渉法の定式化を受け入れる人

は，Sanchez-Sesma による常時微動 H/V スペクトルの解釈も受け入れざるを得ない．逆に，Sanchez-Sesma による常時微動 H/V スペクトルの解釈を受け入れない人は，Wapenaar 他による地震波干渉法の定式化も受け入れることができない．

参考文献

1) Sanchez-Sesma, F.J., M. Rodriguez, U. Iturraran-Viveros, F. Luzon, M. Campillo, L. Margerin, A. Garcia-Jerez, M. Suarez, M.A. Santoyo, A. Rodriguez-Castellanos: A theory for microtremor H/V spectral ratio: Application for a layered medium, Geophysical Journal International, Vol.186, Issue 1, pp.221–225, 2011.
2) Wapenaar, K. and J. Fokkema: Green's function representation for seismic interferometry, Geophysics, Vol.71, No.4, pp.SI33-SI46, 2006.
3) Wapenaar, K., E. Slob, R. Snieder and A. Curtis: Tutorial on seismic interferometry: Part 2 – Underlying theory and new advances, Geophysics, Vol.75, No.5, pp.75A211-75A227, 2010.