

独立行政法人港湾空港技術研究所

# 港湾空港技術研究所 報告

---

REPORT OF  
THE PORT AND AIRPORT RESEARCH  
INSTITUTE

---

VOL.41    NO.1    March 2002

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN

INDEPENDENT ADMINISTRATIVE INSTITUTION,  
PORT AND AIRPORT RESEARCH INSTITUTE



# 港湾空港技術研究所報告 (REPORT OF PARI)

第 41 卷 第 1 号 (Vol. 41, No. 1), 2002年3月 (March 2002)

## 目 次 (CONTENTS)

1. 海洋短波レーダによる面的波浪観測法に関する研究  
..... 児島正一郎・橋本典明・佐藤裕司・吉松みゆき ..... 3  
(Estimation of Directional Wave Spectrum from HF Oceanic Radar  
..... Shoichiro KOJIMA, Noriaki HASHIMOTO, Yuji SATO and Miyuki YOSHIMATSU)
2. 砂地盤の吸い出しによる消波ブロック被覆堤のブロックの沈下被災について  
ー現地調査と大規模実験ー  
..... 鈴木高二朗・高橋重雄・高野忠志・下迫健一郎 ..... 51  
(Settlement Failure of Wave Dissipating Blocks in front of Caisson Type Breakwater due to Scouring under the  
Rubble Mound -Field Investigation and Large Scale Experiment -  
..... Kojiro SUZUKI, Shigeo TAKAHASHI, Tadashi TAKANO and Kennichiro SHIMOSAKO)
3. 砂質干潟の栄養塩循環に影響をおよぼす要因  
..... 桑江朝比呂 ..... 91  
(Factors Affecting Nutrient Cycling in Intertidal Sandflats  
..... Tomohiro KUWAE)

# 港湾空港技術研究所報告 (REPORT OF PARI)

第 41 卷 第 1 号 (Vol. 41, No. 1), 2002年3月 (March 2002)

## 目 次 (CONTENTS)

1. 海洋短波レーダによる面的波浪観測法に関する研究  
..... 児島正一郎・橋本典明・佐藤裕司・吉松みゆき ..... 3  
(Estimation of Directional Wave Spectrum from HF Oceanic Radar  
..... Shoichiro KOJIMA, Noriaki HASHIMOTO, Yuji SATO and Miyuki YOSHIMATSU)
2. 砂地盤の吸い出しによる消波ブロック被覆堤のブロックの沈下被災について  
ー現地調査と大規模実験ー  
..... 鈴木高二朗・高橋重雄・高野忠志・下迫健一郎 ..... 51  
(Settlement Failure of Wave Dissipating Blocks in front of Caisson Type Breakwater due to Scouring under the  
Rubble Mound -Field Investigation and Large Scale Experiment -  
..... Kojiro SUZUKI, Shigeo TAKAHASHI, Tadashi TAKANO and Kennichiro SHIMOSAKO)
3. 砂質干潟の栄養塩循環に影響をおよぼす要因  
..... 桑江朝比呂 ..... 91  
(Factors Affecting Nutrient Cycling in Intertidal Sandflats  
..... Tomohiro KUWAE)

## 海洋短波レーダによる面的波浪観測法に関する研究

児島 正一郎\*・橋本 典明\*\*・佐藤 裕司\*\*\*・吉松 みゆき\*\*\*\*

### 要 旨

近年、沿岸域において海上空港（例えば、関西国際空港など）に代表される大規模構造物の建設が増加しつつある。これに伴い、施工前に行う調査海域は広域化し、従来の波高計では効率的にこれらの海域の波浪観測を行うことが困難になってきている。また、年々、海面利用が複雑な海域（例えば、漁業が頻繁に行われる海域や船舶の航行が頻繁に行われる海域）において、従来型の波高計を設置することが困難になりつつある。このため、沿岸域を広域的かつ非接触に観測することができるリモートセンシング技術を応用した新しい波浪観測への需要が、社会的・工学的に高まってきている。このような要望に応えるために、本研究は短波帯の電波を利用する海洋短波レーダを利用した面的波浪観測法の開発を行った。

本研究では最初に、これまで提案されているレーダの受信信号から波浪の諸量（有義波高・有義周期・方向スペクトル）を推算する解析法の問題点を明らかにした上で、これらの問題点を解決するための新しい信号処理（Waveletを利用した多重解像度処理）法と解析法（一次散乱を考慮したベイズ型方向スペクトル推算法）を開発した。さらに、海洋短波レーダによる波浪観測の精度を左右するノイズの観測を行い、その時空間変動特性を明らかにした。その上で、ノイズが波浪の方向スペクトルの推定に及ぼす影響を数値シミュレーションによって定量的に明らかにした。最後に、パルス方式の海洋短波レーダと比較して、受信信号のダイナミックレンジを広く取ることができない（SN比が悪い）FMICW方式の海洋短波レーダによる面的波浪観測を行い、波高計との比較を行った。この検証観測により、海洋短波レーダによって観測することができる波浪の方向スペクトルの精度と問題点を明らかにした。

キーワード：海洋短波レーダ，方向スペクトル，ノイズ，ドップラースペクトル，Wavelet

---

\* 科学技術振興事業団 科学技術特別研究員  
\*\* 海洋水理研究室 室長  
\*\*\* 国土交通省国土技術政策総合研究所 研究員  
\*\*\*\* 国土交通省近畿地方整備局港湾事業課  
〒239-0826 横須賀市長瀬3-1-1 独立行政法人港湾空港技術研究所  
電話：0468-44-5049 Fax：0468-44-1274 e-mail:kojima@kaigan.civil.tohoku.ac.jp

## Estimation of Directional Wave Spectrum from HF Oceanic Radar

Shoichiro KOJIMA\*  
Noriaki HASHIMOTO\*\*  
Yuji SATO\*\*\*  
Miyuki YOSHIMATSU\*\*\*\*

### Synopsis

Measuring sea surface currents by oceanic radar has reached a practical level, and in fact, many observations of the currents in coastal zones have provided quite suitable results. In contrast, measuring ocean waves by oceanic radars is still at a theoretical level. An estimation method of the directional wave spectra derived from the Doppler spectra, which was proposed by Hashimoto and Tokuda (1998), is considered theoretically applicable, but it is problematic due to noise-contamination of the measured Doppler spectra which is significantly distorted from the theoretical one. This led to the present study in which we review the theoretical background of the principles used for measuring ocean waves by oceanic radar, subsequently proposing a new theoretical approach to estimate the directional wave spectra from the noise-contaminated Doppler spectra.

The original method only employs second-order backscattering components, yet accurately estimating the directional wave spectra from the observed Doppler spectra requires proper separation of Doppler spectra first- and second-order backscattering components; a difficult task due to the observed Doppler spectra exhibiting major variations. Accordingly, a method for signal treatment of the observed Doppler spectra is discussed using wavelet multiple resolution analysis for separating the backscattering components. In addition, a new method applying the first- and second-order backscattering components is described which improves the resolution of the directional wave spectra.

Finally, two high-frequency (HF) oceanic radars located along the Kashima coast were used to conduct a series of field measurements of the Doppler spectra from which the directional spectra was then estimated. Simultaneous observations were also conducted using a wave gage array, with subsequent comparison showing good agreement with HF oceanic radar results.

**Key Words:** Directional wave spectrum, Oceanic radar, Noise, Doppler spectrum, Wavelet

---

\* Domestic Research Fellow, Hydraulics Laboratory

\*\* Head, Hydraulics Laboratory

\*\*\* Researcher, Ministry of Land, Infrastructure and Transport Senior Research Engineer, Geotechnical Engineering Division

\*\*\*\* Port and Harbor Projects Division, Ports and Airports Department, Kinki Regional Development Bureau, M.L.I.T. 3-1-1, Nagase, Yokosuka, 239-0826 Japan

Phone : +81-468-44-5049 Fax : +81-468-44-1274 e-mail:kojima@kaigan.civil.tohoku.ac.jp

## 目 次

要 旨	3
1. はじめに	7
1.1 海洋短波レーダの歴史	7
1.2 海洋短波レーダシステムについて	7
1.3 海洋短波レーダによる面的波浪観測について	9
1.4 本報告の構成	11
2. 海洋短波レーダによる波浪観測の理論的検討	11
2.1 波浪の方向ベクトルとドップラースペクトルの関係	11
2.1.1 ドップラースペクトルの定式化	11
2.1.2 ドップラースペクトルの二次散乱の特徴	13
2.2 ドップラースペクトルと受信信号の関係	15
2.2.1 受信信号の定式化	15
2.2.2 受信信号の推定	16
2.3 ドップラースペクトルの信号処理	17
2.3.1 Wavelet による多重解像度解析の原理	17
2.3.2 一次散乱と二次散乱の分離	19
2.4 Barrick 法による有義波高・周期の算定	19
2.5 ドップラースペクトルからの波浪の方向スペクトルの推算	20
2.5.1 ベイズ型方向スペクトル推定法	20
2.5.2 計算法について	22
2.5.3 一次散乱を考慮したベイズ型方向スペクトル推定法	23
3. 海洋短波レーダにおけるノイズの影響評価	23
3.1 FMICW 方式の海洋短波レーダのドップラースペクトルの算定	24
3.2 海洋短波レーダによるノイズの観測	25
3.3 ノイズの影響を受けた受信信号の算定	27
3.4 ノイズの方向スペクトルへの影響評価	29
4. 海洋短波レーダによる波浪観測	29
4.1 検証観測について	29
4.2 ドップラースペクトルの信号処理	31
4.3 波浪の方向スペクトルの推定	31
4.4 波高計との比較・検討	32
4.5 HF レーダによる面的波浪観測の特性	35
5. 結論	39
6. あとがき	39
謝辞	40
参考文献	40
記号表	42
付録：ドップラースペクトルの計算法	43

## 1. はじめに

### 1.1 海洋短波レーダの歴史

短波帯の電波を利用したレーダは、当初、軍事目的で開発が進められ、その歴史は第二次世界大戦までさかのぼる。最初に、レーダの開発に着手したのは第二次世界大戦中のイギリスであった。この開発はレーダによって、遠くにいる敵の戦闘機の位置を探索することを目的に進められた。実用化に際して、戦闘機以外からの反射をどのように取り扱えば、精度良く戦闘機を検知できるかということであった。特に、レーダを海上に向けた場合、海面からの反射はレーダによる戦闘機の探査を困難にするため、その影響を取り除く研究が盛んに行われた。

その後、Crombie (1955) が海面からの後方散乱波をスペクトル解析して得られるドップラースペクトルに一組の顕著なピーク（一次散乱）が存在することを発見した。Crombie はこのドップラー周波数の±1付近に存在するドップラースペクトルのピークが、電波と波浪との間に起きるブラッグ散乱機構によって起きていることを解明した。この解明により、短波帯の電波を利用したレーダ（海洋短波レーダ）による海面観測に関する研究が始まった。

1960年代後半から、NOAAのWave Propagation Laboratory（波動伝播研究所）のBarrick (1972)らを中心に、短波帯の電波の海面での散乱機構に関する理論的な研究が積極的に行われ、短波帯の電波を利用した海面観測（海面流観測、波浪観測、海上風の風向観測）の基礎が築かれた。

1970年代前半に入ると、ドップラースペクトルの一次散乱のドップラーシフト量から海面の流速を計測するための研究が盛んに行われ、これまでの電磁流速計などの計測器では、観測することが難しかった面的な海面の流れの観測が実用化されるようになった。

1970年代後半に入ると、ドップラースペクトルから波浪に関する物理量（波高、周期）を推定する研究がBarrick (1977)らによって精力的に行われようになった。

1980年代後半に入ると、ドップラースペクトルの二次散乱（一次散乱の周辺）から波浪の方向スペクトルを推定する方法が、欧米においていくつか提案された。例えば、Wayte (1986) や Howell and Walsh (1993) などによって提案された波浪の方向スペクトル推定法がある。

一方、日本における海洋短波レーダによる海面観測に関する研究は、旧郵政省通信総合研究所沖縄電波観測所（現独立行政法人通信総合研究所沖縄亜熱帯計測技術センター）が1988年にFMICW方式のHFレーダのシステ

ムを完成させ、海面流と海上風の風向の試験観測を行ったのが始まりである。その後、1996年には民間で初めて国際航業がVHFレーダによって大阪湾の海面流の観測を行い、成功している。また、1997年には能登半島沖で起きたナホトカ号の油流出事故において、海面を浮遊する油の予測のためにHFレーダによる海面流の観測が実施され、その面的情報が流出した油の対策に利用された。

これに対し、日本国内における海洋短波レーダによる波浪観測に関する研究は、これまでHisaki (1996)や橋本・徳田(1998)らによって行われた波浪の方向スペクトル推定に関する理論的研究がなされているだけである。このため、海洋短波レーダによる波浪観測は海面流観測のように、実用的に利用できるレベルに到達していない。

### 1.2 海洋短波レーダシステムについて

海洋短波レーダにはアンテナの形状、電波の送受信の方式、使用する電波の種類によって様々なタイプのレーダシステムが存在する。本研究では電波の送受信の方式によって、レーダの種類を大きく2つに分類する。一つはヨーロッパで主に使用されているパルス方式のレーダで、電波をある一定間隔で発射することにより観測対象海域からの後方散乱波の強度を測定するレーダである。もう一つはアメリカや日本で主に使用されているフェーズドチャープ方式のレーダで、送信信号の周波数を変調させることによりレンジ方向（レーダの視線方向）の空間分解能を高めたレーダである。本研究ではフェーズドチャープ方式の一種であるFMICW方式のレーダを使用する。

通常、FMICW方式のレーダの周波数変調は送信信号の周波数を直線状に掃引することで行われる。このため、FMICW方式のレーダと散乱体の距離は、パルス方式のレーダのように送信パルスから受信パルスまでの時間を直接測定するのではなく、受信信号の周波数と受信時の送信信号の周波数との差から間接的に算定する。また、FMICW方式のレーダはFMCW方式のレーダのように電波の送信と受信を連続的に行わず、送信と受信を適当な速度で切り替えることによって、送信信号と受信信号の分離を良くしている。図-1.1に本研究で使用したFMICW方式のHFレーダ（HF(High Frequency)帯の電波を利用するレーダ）のシステム構成を示す。本研究で使用したHFレーダは、垂直偏波3素子の八木アンテナを直線上に8列配置し、各アンテナから出す電波の位相を制御すること（フェイズドアレイ方式）により、電波の発射方向を

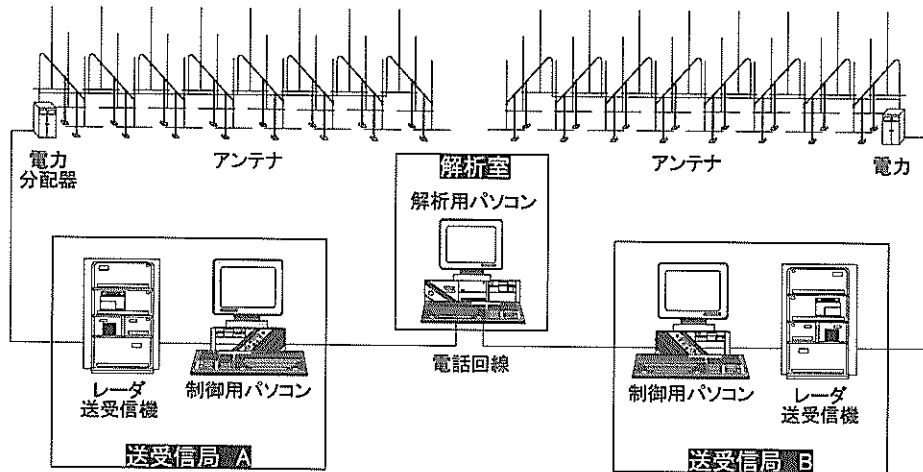


図-1.1 HF レーダシステム

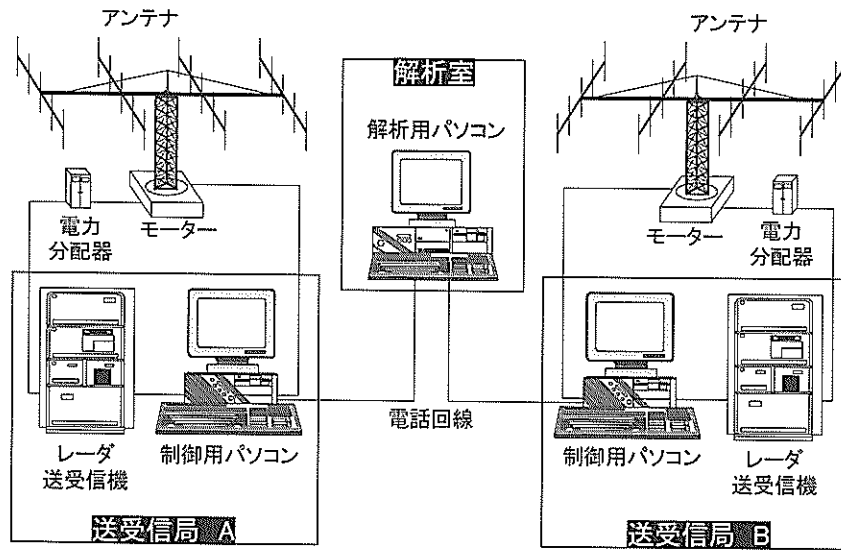


図-1.2 VHF レーダシステム



制御している。

日本においては HF レーダのほかに、VHF レーダ (VHF (Very High Frequency) 帯の電波を利用するレーダ) がある。図-1.2 に VHF レーダのシステム構成を示す。VHF レーダはアンテナをモータによって回転させて、電波の発射方向を制御する。このため、VHF レーダは HF レーダよりも設置する面積が小さく、高い空間分解能を有している。しかしながら、VHF レーダの最大観測距離は HF レーダよりも短く、外洋の流れ (例えば、黒潮のような海流) を観測する場合には適していない。また、VHF レーダは高波浪時に二次散乱が一次散乱と同程度の大きさになるため、一次散乱と二次散乱の識別が困難になり、海表面流観測と波浪観測ができなくなる。HF レーダではこのような高波浪時においても、一次散乱と二次散乱を容易に識別することができ、安定して海表面流観測と波浪観測を行うことができる。このため、波浪観測を定常的に行う場合には、電波の波長が長い HF レーダを利用するほうが有利である。表-1.1 にそれぞれのレーダの諸元と性能を示す。

### 1.3 海洋短波レーダによる面的波浪観測について

これまでの波浪観測は、波高計や海象計を海底に設置したり、ブイを係留することでその地点における波浪を精度良く観測するものである。これに対し、海洋短波レーダによる海表面 (波浪、海表面の流れ、海上風の風向) 観測はアンテナを沿岸域に設置し、電波を沖合に向けて

発射し、その後方散乱波を受受信することにより、海表面流や波浪などの海象を観測するものである。このように、両観測法では観測原理・方法及び得られる情報が全く異なっている。

海洋短波レーダによる波浪観測が、従来の波浪観測法よりも優れている利点をまとめると以下ようになる。

#### (1) 観測範囲

従来の波浪観測は、ある定置点での波浪観測を精度良く観測することに主眼が置かれ、点での観測しかできない。これに対し、海洋短波レーダでは約 60km 四方の海域を 1.5km (HF レーダの場合) の空間分解能で観測することができる。このため、海洋短波レーダから得られる情報は、波高計から得られる情報よりも広域の情報を得ることができ、近年の沿岸施設の大規模化・大水深化に伴う調査海域の広域化に対応することが可能である。また、海洋短波レーダではナホトカ号の油流失事故のような広域海洋汚染が発生したときに、その対策を立てる上で極めて有用な広域の海象情報を提供することができる。

#### (2) 観測することができる現象

波高計あるいは海象計では波浪 (有義波高, 有義周期, 波向) 観測しか行えない。これらの計測器によって、波浪観測以外の物理量 (例えば、流れや海上風の風向・風速) を観測する場合には、新たに計測器を追加しなければならない。これに対し、海洋短波レーダでは波浪 (有

表-1.1 VHF レーダと HF レーダの諸元

No.	項目	VHF レーダ諸元	HF レーダ諸元	
1	周波数	41.900 MHz	24.515 MHz	
2	周波数掃引幅	300 kHz	100 kHz	
3	レーダ形式	送受切り替え FMCW	送受切り替え FMCW	
4	送信出力	50 W (ピーク幅)	100 W (ピーク幅)	
5	パルス幅	224 $\mu$ S	468 $\mu$ S	
6	パルス繰り返し周波数	2,047 Hz	1,024 Hz	
7	掃引速度	1,200 kHz/s	200 kHz/s	
8	アンテナ	形式	送受兼用 5極4セットの八木アンテナ 機械回転式	送受兼用 反射付き短縮ホイップ 10素子フェーズドアレイ
		偏波	垂直偏波	垂直偏波
		ビーム幅	20度 (水平方向)	15度 (水平方向)
		ビームスキャン	360度の範囲で自由に設定	$\pm 45$ 度/7.5度ステップ
		寸法	約 14.4m(長さ)×6m(高さ)	約 66m(長さ)×6m(高さ)
9	観測性能	距離分解能	500 m	1500 m
		観測可能範囲	約 0.5~20 km	約 1.5~50 km
		ドップラ周波数分解能	1/128 Hz(128 秒観測時間)	1/128 Hz(128 秒観測時間)
		速度分解能	2.89 cm/s	4.78 cm/s

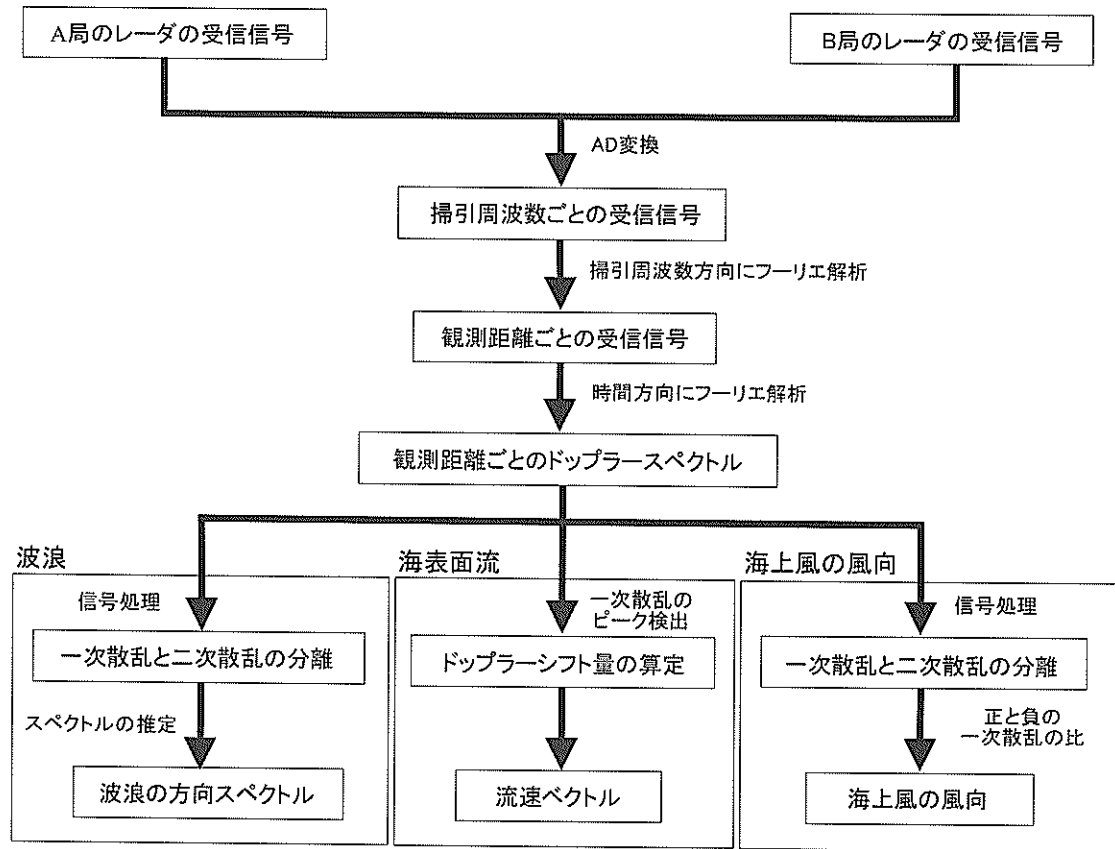


図 - 1.3 海洋短波レーダによる海表面観測のデータ処理・解析の過程

義波高, 有義周期, 波向), 海表面の流れ, 海上風の風向の観測を行うことができる。さらに, これらの観測を同時に行うことができる。

### (3) メンテナンス

波高計や海象計は計測器を海底に設置するため, 容易にメンテナンスを行うことができない。また, これらの計測器をメンテナンスするためには, 膨大な費用がかかる。これに対し, 海洋短波レーダは沿岸域の陸上にアンテナと送受信機を設置するため, 比較的容易にメンテナンスを行うことができ, その費用も波高計などの従来計測器を比較して安価である。

### (4) 観測方法

波高計や海象計は計測器を海底に設置するため, 海面の利用が複雑な海域 (例えば, 漁業が盛んに行われる海域や船舶の航行が頻繁な海域) において, 計測器を容易に設置することができない。これに対し, 海洋短波レーダは沿岸域から電波を海面に照射し, 海面からの後方散乱波を計測するリモートセンシングタイプの計測器であ

るため, 海面の利用が複雑な海域や水深が深い海域においても定期的に波浪観測を行うことができる。

図-1.3にFMICW方式の海洋短波レーダによる海表面観測のデータ処理過程を示す。通常, 1局のレーダによる波浪観測では, レンジ方向に対してレーダに近づく波なのか遠ざかる波なのかを判断することはできない(「180度のあいまいさ」)。このため, レーダによって波向を観測するためには, 2局のレーダによって同時に波浪観測を行う必要がある。同様に, レーダによる海表面流観測と海上風の風向観測においても「180度のあいまいさ」の問題により, 2局のレーダによって同時に観測を行う必要がある。

A局とB局の2局で受信された後方散乱波の信号はAD変換された後, フーリエ解析によって観測距離ごとのドップラースペクトルに変換される。観測距離ごとのドップラースペクトルの算定までは, 波浪観測, 海表面流観測, 海上風の風向観測とも同じ処理である。ただし, 最近, より精度の高い海表面流観測のための新しいドップラースペクトル推定法が開発されている (例えば, 児島

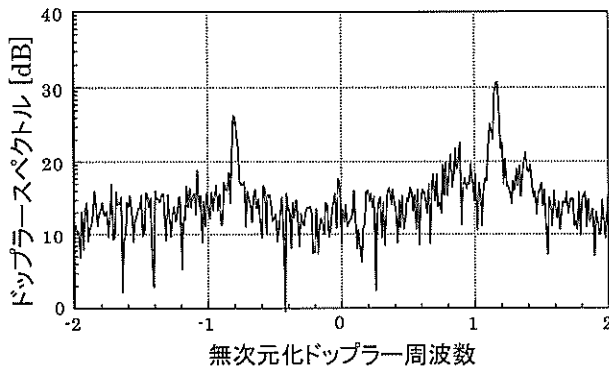


図-2.1 ドップラースペクトルの一例

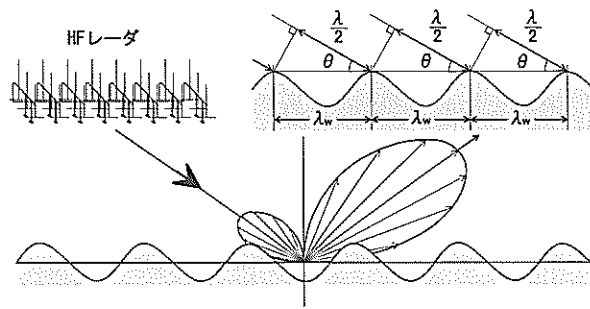


図-2.2 ブラック散乱の概念図

ら (2001). 海洋短波レーダによる海面観測では、観測距離ごとのドップラースペクトルをどのように解析するのかによって、観測することができる現象が異なる。

#### 1.4 本報告の構成

本研究は海洋短波レーダによる波浪観測法を確立することを目的に全5章で構成されている。

1章では海洋短波レーダによる波浪観測の原理とその特徴について整理し、波高計などの従来の計測器による波浪観測の違いを明らかにした。

2章では、海洋短波レーダによる波浪観測のための理論的検討を行った。この検討ではまず、海洋短波レーダの受信信号と波浪の方向スペクトルの関係を整理し、波浪の方向スペクトルから海洋短波レーダの受信信号を推定する手法を開発した。次に、観測より得られる激しい変動性を有しているドップラースペクトルから一次散乱と二次散乱を分離するために、Wavelet 解析を利用した多重解像度処理による新しい信号処理を開発した。さらに、観測より得られるノイズの影響を受けたドップラースペクトルから安定して波浪の方向スペクトルを推定するために、一次散乱を考慮した新しいベイズ型方向スペクトル推算法の開発も行った。

3章では、海洋短波レーダによる波浪観測におけるノイズの影響についての検討を行った。この検討では、海洋短波レーダの受信信号に混入するノイズの観測を行い、その時空間変動特性と波浪観測を定常的に行うための問題点を明らかにした。さらに、ノイズレベルによって、推定される方向スペクトルが受ける影響を数値シミュレーションによって定量的に明らかにした。

4章では、FMICW方式の海洋短波レーダと海底設置型の波高計によって同時に波浪観測を行い、海洋短波レーダによる波浪観測の精度とその問題点を明らかにした。

5章は1～4章で得られた結論である。

## 2. 海洋短波レーダによる波浪観測の理論的検討

### 2.1 波浪の方向ベクトルとドップラースペクトルの関係

#### 2.1.1 ドップラースペクトルの定式化

電波を海面に発射し、戻ってきた電波をフーリエ解析すると、図-2.1のようなドップラースペクトルが得られる。ドップラースペクトルには図-2.1に見られるように、無次元化ドップラー周波数上の正負のほぼ対称な位置に大きなピークが存在している。このピークは一次散乱と呼ばれ、これを解析することにより海面流と海上風の風向の観測を行うことができる。これに対し、一次散乱の周辺に存在する一次散乱のピークよりも小さなピークがいくつか存在している。このピークは、二次散乱と呼ばれ、これを解析することにより波浪観測を行うことができる。

波浪は種々の方向に伝播する様々な波長（周期）を持つ正弦波の重ね合わせとして表現することができる。それらの成分のうち、電波の半分の波長でかつ電波の進行方向あるいはその逆に進む波浪成分によって、電波はブラッグ散乱機構によってレーダのアンテナ方向に強く散乱される。図-2.2にブラッグ散乱機構の概念図を示す。このブラッグ散乱機構に対応した波浪が、ドップラースペクトルの一次散乱に対応している。また、この一次散乱のピークにおけるドップラー周波数（ブラック周波数）は、電波の半波長と同じ波長を有する波浪成分の位相速度に対応している。

海洋短波レーダより得られるドップラースペクトル  $\sigma(\omega)$  は、海面からの後方散乱波のドップラースペクトル

の一次散乱  $\sigma^{(1)}(\omega)$  と二次散乱  $\sigma^{(2)}(\omega)$  の和で、近似することができる。Barrick(1972)は海面をランダムな凹凸のある表面として扱い、そこで起きる電波の後方散乱がブラッグ散乱機構に準じていると仮定することにより、レーダ方程式をRiceの摂動法に基づき摂動展開した。この摂動展開により、後方散乱波のドップラースペクトルの一次散乱  $\sigma^{(1)}(\omega)$  と二次散乱  $\sigma^{(2)}(\omega)$  をそれぞれ以下のように表記することができる。

$$\sigma^{(1)}(\omega) = 2^6 \pi k_0^4 \sum S(-2mk_0) \delta(\omega - m\omega_b) \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \sigma^{(2)}(\omega) = & 2^6 \pi k_0^4 \sum \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Gamma|^2 S(mk) S(m'k') \\ & \times \delta(m\sqrt{gk} - m'\sqrt{gk'}) dk_x dk_y \end{aligned} \quad (2.2)$$

ここで、 $k_0$  はレーダで使用した電波の波数ベクトル、 $k_0$  はレーダで使用した電波の波数 ( $k_0 = |k_0|$ )、 $\omega$  はドップラー周波数、 $\omega_b$  はブラッグ周波数、 $m, m'$  はドップラースフトの符号 ( $\pm 1$ )、 $S(mk)$  は波浪の波数スペクトル、 $k, k'$  はレーダ波の散乱に関わる2つの自由波の波数ベクトル、 $k, k'$  はレーダ波の散乱に関わる2つの自由波の波数、積分変数  $k_x, k_y$  はそれぞれレーダ波の進行方向(レンジ方向)と進行方向に直角な方向(アジマス方向)の座標、 $\Gamma$  は結合係数をそれぞれ表している。

ブラッグ周波数  $\omega_b$  は、電波とブラッグ共鳴する自由波が深海波である場合には分散関係式より

$$\omega_b = \sqrt{2gk_0} \quad (2.3)$$

という関係を満たす。

積分変数  $k_x, k_y$  は、散乱に関与する波の波数ベクトル  $k, k'$  と

$$k = (k_x - k_0, k_y), \quad k' = -(k_x - k_0, -k_y) \quad (2.4)$$

の関係を満たし、 $k, k', 2k_0$  は

$$k + k' = -2k_0 \quad (2.5)$$

の関係がある。

結合係数  $\Gamma$  は、2つの波数成分  $k, k'$  の波浪成分が二次の後方散乱に寄与する程度を表す。結合係数  $\Gamma$  は、一般に、電磁気学的な二次散乱による部分  $\Gamma_E$  と流体力学的な

二次散乱による部分  $\Gamma_H$  の和 ( $\Gamma = \Gamma_E + \Gamma_H$ ) で表され、それぞれ次式で与えられる。

$$\Gamma_H = -\frac{i}{2} \left\{ k + k' - \frac{(kk' - k \cdot k') \omega^2 + \omega_b^2}{mm' \sqrt{kk'} \omega^2 - \omega_b^2} \right\} \quad (2.6)$$

$$\Gamma_E = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{(k \cdot k_0)(k' \cdot k_0)/k_0^2 - 2k \cdot k'}{\sqrt{k \cdot k'} - k_0 \Delta} \right\} \quad (2.7)$$

ここで、 $\Delta$  は海面の複素インピーダンスで、絶対値の小さな複素数である。ドップラースペクトル  $\sigma(\omega)$  上では、一次散乱  $\sigma^{(1)}(\omega)$  と二次散乱  $\sigma^{(2)}(\omega)$  はそれぞれ異なる位置に現れるため、一次散乱の強度が弱い場合でも一次散乱成分と二次散乱の分離可能である。式(2.5)から明らかなように、二次散乱には波数ベクトル  $k, k'$  で表される2つの成分波が関与している。対象とするドップラー周波数  $\omega_b$  に関与する  $k, k'$  の組合せは、式(2.2)中の  $\delta$  関数と式(2.5)の制限内で無数の組合せがある。

式(2.1)と式(2.2)を用いてドップラースペクトルを算定する場合、便宜的にブラッグ角周波数  $\omega_b$  とブラッグ散乱を引き起こす波数  $2k_0$  (電波の波数の2倍)を用いて以下のように無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\omega} &= \omega / \omega_b, & \tilde{k} &= k / (2k_0) \\ \tilde{\Gamma} &= \Gamma / (2k_0), & \tilde{S}(\tilde{k}) &= (2k_0)^4 S(k) \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

また、式(2.2)は被積分関数にデルタ関数  $\delta$  が含まれているため、1変数の積分に変形することができる。Lipaら(1982)は、積分変数として波数ベクトル  $\tilde{k}_1$  の方向角  $\theta_1$  を用いて式(2.2)を以下のように変形している。この式変形(式(2.2)から式(2.9))については付録で詳細に説明する。

$$\tilde{\sigma}^{(2)}(\tilde{\omega}) = \int_0^{\theta_1} G(\theta_1, \tilde{\omega}) d\theta_1 \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} G(\theta, \tilde{\omega}) = & 16\pi \left[ |\tilde{\Gamma}|^2 \left\{ \tilde{S}(m_1 \tilde{k}_1) \tilde{S}(m_2 \tilde{k}_2) \right. \right. \\ & \left. \left. + \tilde{S}(m_1 \tilde{k}_1^*) \tilde{S}(m_2 \tilde{k}_2^*) \right\} y^3 \left| \frac{dy}{dh} \right| \right]_{y=y_j} \end{aligned} \quad (2.10)$$

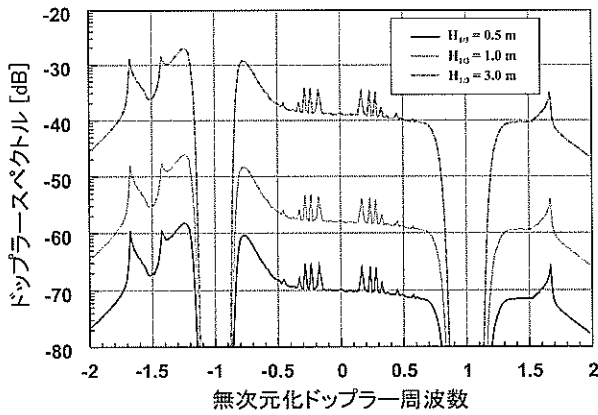


図-2.3 有義波高と二次散乱の関係

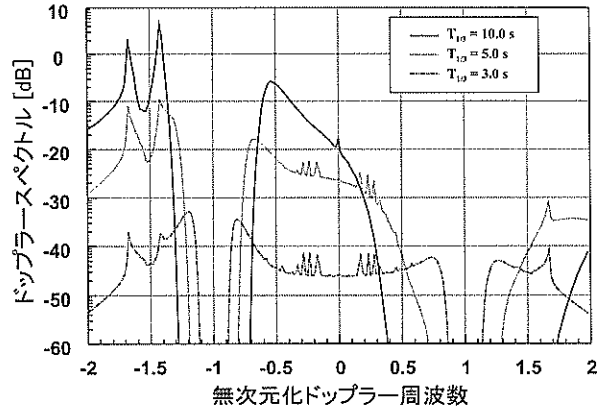


図-2.4 有義周期と二次散乱の関係

$$\left| \frac{dy}{dh} \right| = \left| 1 + m_1 m_2 \frac{y(y^2 + \cos \theta_1)}{(y^4 + 2y^2 \cos \theta_1 + 1)^{3/4}} \right|^{-1} \quad (2.11)$$

ここで、 $y = \sqrt{k_1}$  である。また、 $\hat{y}$  は

$$\tilde{\omega} - m_1 y - m_2 (y^4 + 2y^2 \cos \theta_1 + 1)^{1/4} = 0 \quad (2.12)$$

を解いて得られる  $y = \hat{y}$  である。また、 $\tilde{k}_i^*$  は  $\tilde{k}_i$  とレーダのビーム軸 ( $kx$  軸) に対して対称な無次元波数ベクトルであり、積分範囲の上限  $\theta_L$  は、 $\tilde{\omega} \leq 2$  のとき  $\theta_L = \pi$ 、

$\tilde{\omega} > 2$  のとき  $\theta_L = \pi - \cos^{-1}(2/\tilde{\omega}^2)$  で与えられる。

式(2.10)中の波浪の波数ベクトル  $S(k)$  と波浪の方向スペクトル  $S_s(f, \theta)$  は、

$$S(k) = \frac{g^2}{2^5 \pi^4 f^3} S_s(f, \theta) \quad (2.13)$$

の関係があることから、適当に仮定された方向スペクトル  $S_s(f, \theta)$  を用いて、式(2.9)を数値積分すれば、仮定された方向スペクトル  $S_s(f, \theta)$  に対応した海洋短波レーダの二次散乱  $\tilde{\sigma}^{(2)}(\tilde{\omega})$  が理論的に算定できる。

### 2.1.2 ドップラースペクトルの二次散乱の特徴

波浪の方向スペクトルの変化によって、ドップラースペクトルがどのように変化するのかを明らかにするために、任意の方向スペクトルを式(2.10)に代入して、ドッ

プラースペクトルの二次散乱を算定する。算定に用いた波浪の方向スペクトル  $S_s(f, \theta)$  は以下に示す Bretschneider-Mitsuyasu 型周波数スペクトル  $S_f(f)$  と光易型型方向分布関数  $G_s(\theta)$  を掛け合わせたものを用いた。

$$S_s(f, \theta) = S_f(f) G_s(\theta) \quad (2.14)$$

$$S_f(f) = \frac{0.257 H_{1/3}^2 T_{1/3}}{(T_{1/3} f)^5} \exp\left(-\frac{1.03}{(T_{1/3} f)^4}\right) \quad (2.15)$$

$$G_s(\theta) = g_s \left(\cos \frac{\theta - \theta_0}{2}\right)^{2s} \quad (2.16)$$

$$g_s = \frac{1}{\pi} 2^{2s_{\max} - 1} \frac{\Gamma^2(s_{\max} + 1)}{\Gamma(2s_{\max} + 1)} \quad (2.17)$$

ここで、 $f$  は周波数、 $\theta$  は波向、 $H_{1/3}$  は有義波高、 $T_{1/3}$  は有義周期、 $\theta_0$  は主波向、 $\Gamma(s)$  はガンマ関数、 $s_{\max}$  は方向分布の集中を決めるパラメータ (集中度パラメータ) をそれぞれ表す。

#### (1) 有義波高と二次散乱の関係

有義波高の大きさの違いによるドップラースペクトルの変化を明らかにするために、有義周期  $T_{1/3}$ 、主波向  $\theta_0$  とレーダの視線方向とのなす角  $\theta$ 、集中度パラメータ  $s_{\max}$  をそれぞれ 8.0s、 $0^\circ$ 、10 とし、有義波高  $H_{1/3}$  を 0.5、1.0、3.0m と変化させたときのドップラースペクトルの二次散乱を算定した。図-2.3 にその結果を示す。ドップラースペクトルの二次散乱は、有義波高が大きくなるとその大きさに比例して大きくなるが、その変動パター

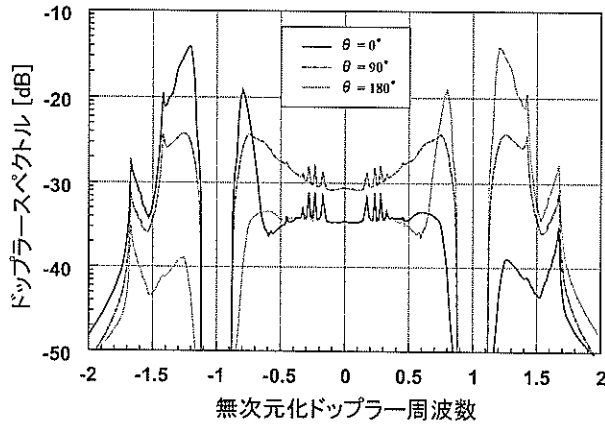


図-2.5 主波向と二次散乱の関係

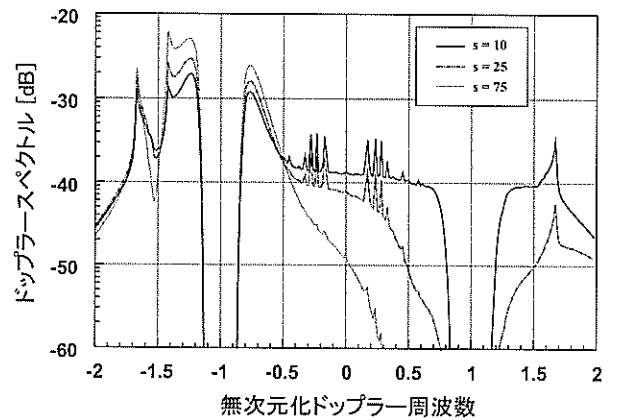


図-2.6 方向集中パラメータと二次散乱の関係

ンは有義波高の大きさによって変化しない。ドップラースペクトルに対するノイズの影響は、有義波高が大きくなると相対的に小さくなる。

### (2) 有義周期と二次散乱の関係

有義周期の大きさの違いによるドップラースペクトルの変化を明らかにするために、有義波高  $H_{1/3}$ 、主波向  $\theta_0$  とレーダの視線方向とのなす角  $\theta$ 、集中度パラメータ  $s_{max}$  をそれぞれ 3.0m,  $0^\circ$ , 10 とし、有義周期  $T_{1/3}$  を 3.0, 5.0, 10.0 s と変化させたときのドップラースペクトルの二次散乱を算定した。図-2.4 にその結果を示す。ドップラースペクトルの二次散乱は、有義周期が大きくなるとその大きさに比例して大きくなる。しかしながら、その変動パターンは有義波高のときとは異なり、有義周期の大きさによって大きく変化する。特に、一次散乱周辺の二次散乱は、有義周期の大きさによってその形状を大きく変化させる。これは有義周期が大きくなるにつれ、二次散乱に寄与する波浪の波長が、一次散乱に寄与する波浪の波長よりも長くなるためである。このため、ドップラースペクトルの二次散乱は、有義周期が大きくなると一次散乱から離れた位置に分布する。

また、有義周期が大きくなると、ドップラースペクトルの二次散乱成分は特定の無次元化ドップラー周波数上に集中する分布になる。このことより、受信信号中に混入するノイズは、有義周期が小さいときにはドップラースペクトルの変動パターンに大きな影響を及ぼし、波浪の方向スペクトルの推定を困難なものにする。

### (3) 主波向と二次散乱の関係

レーダと主波向のなす角の違いによるドップラースペクトルの変化を明らかにするために、有義波高  $H_{1/3}$ 、有義

周期  $T_{1/3}$ 、集中度パラメータ  $s_{max}$  をそれぞれ 3.0m, 8.0 s, 10 とし、レーダのレンジ方向と主波向  $\theta_0$  とのなす角  $\theta$  を 0, 90,  $180^\circ$  と変化させたときのドップラースペクトルの二次散乱を算定した。図-2.5 にその結果を示す。レーダの視線方向と主波向が一致しているとき ( $\theta = 0^\circ$ )、ドップラースペクトルは負の無次元化ドップラー周波数上のピーク値は最大となり、レーダのレンジ方向と主波向のなす角度が大きくなるにつれ、そのピーク値は小さくなり、正の無次元化ドップラー周波数上のピーク値が大きくなる。レーダのレンジ方向と主波向のなす角度が  $180^\circ$  のときに、正の無次元化ドップラー周波数上のピーク値は最大となる。レーダのレンジ方向と主波向のなす角度が  $180^\circ$  以上になると、正の無次元化ドップラー周波数上のピーク値は小さくなり、負の無次元化ドップラー周波数上のピーク値が大きくなる。レーダのレンジ方向と主波向のなす角が  $360^\circ$  で  $0^\circ$  のときに、正の無次元化ドップラー周波数上に存在するピーク値と負の無次元化ドップラー周波数上に存在するピーク値は一致する。

レーダのレンジ方向と主波向のなす角によって、ドップラースペクトルの二次散乱の形状は規則的に変化する。このため、ドップラースペクトルの変動パターンから主波向を推定することができる。ただし、この推定には「 $180^\circ$  のあいまいさ」がある。

ドップラースペクトルの変動パターンは、波向に密接に関係しているので、受信信号に混入するノイズが受信信号と同程度のエネルギーを有している場合にはその影響は大きくなる。特に、レーダのレンジ方向と主波向のなす角が  $90^\circ$  及び  $270^\circ$  の場合には、ドップラースペクトルの変動パターンがノイズの影響を受けやすい。

#### (4) 方向集中パラメータと二次散乱の関係

方向集中パラメータ  $s_{\max}$  の違いによるドップラースペクトルの変化を明らかにするために、有義波高  $H_{1/3}$ 、有義周期  $T_{1/3}$ 、主波向  $\theta_0$  とレーダの視線方向とのなす角  $\theta$  をそれぞれ 3.0m, 8.0 s,  $0^\circ$  として、集中度パラメータ  $s_{\max}$  を 10 (風波), 25 (減衰距離の短いうねり), 75 (減衰距離の長いうねり) と変化させたときのドップラースペクトルの二次散乱を算定した。図-2.6 にその結果を示す。

ドップラースペクトルの二次散乱は集中度パラメータが大きくなると、ドップラースペクトルのエネルギー分布はピーク周波数周辺に集中して分布するようになる。集中度パラメータが大きくなると、波浪の多方向性がなくなり、ドップラースペクトルがピーク周波数周辺にエネルギーが集中するからである。このため、うねりのような一方に伝播する波浪の場合、ピーク付近ではノイズ影響は小さいが、それ以外の周波数帯でのノイズの影響は極めて大きく、ノイズレベルが小さくてもドップラースペクトルの変動パターンは、大きな影響を受ける。

## 2.2 ドップラースペクトルと受信信号の関係

### 2.2.1 受信信号の定式化

FMICW 方式の HF レーダの受信信号  $s(x, y)$  を表現する方法には様々なものがある。本研究では周期波を無限に重ね合わせることによって、以下のように表現する。

$$s(t_r, f_r) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{m,n} \cos(kx_m \cdot t_r + ky_n \cdot f_r + \varepsilon_{m,n}) \quad (2.18)$$

ここで、 $t_r$  は掃引時間、 $f_r$  は掃引周波数、 $a_{m,n}$  は成分  $(m, n)$  の成分波の振幅、 $\omega_m$  はドップラー周波数 ( $\omega_m = 2\pi/t_m$ )、 $r_n$  は海洋短波レーダから発射された電波が観測地点に到達するのに要した時間に関する量 ( $r_n = 2\pi/f_m$ )、 $\varepsilon_{m,n}$  は  $0 \sim 2\pi$  の間をランダムに変化する位相角をそれぞれ表している。実際には無限に周期波を重ね合わせることはできないので、以下に示すような有限個の周期波を重ね合わせたものを用いる。

$$s(t_r, f_r) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{m,n} \cos(\omega_m \cdot t_r + r_n \cdot f_r + \varepsilon_{m,n}) \quad (2.19)$$

式(2.19)が成り立つためには以下に示す 4 つの条件を満たさなければならない。

1)  $\omega_m$  は  $0 \sim \infty$  の間で十分密に分布していなければならない。

2)  $r_n$  は  $0 \sim \infty$  の間で十分密に分布していなければならない。  
3)  $\varepsilon_{m,n}$  は  $0 \sim 2\pi$  まで一様な確率でランダムに分布していなければならない。

4)  $a_{m,n}$  は確率変数のため確定値を取らないが  $\omega, \omega + d\omega, r, r + dr$  で囲まれる範囲内の二乗和は有限の確定値を取る。

$a_{m,n}$  が正規分布に従う定常確率過程と見なすことができる場合、振幅  $a_{m,n}$  はドップラースペクトル  $\sigma(\omega_m, r_n)$  を用いて以下のように定義することができる。

$$\sum_{\omega_m}^{a_{m,n} + d\omega} \sum_{r_n}^{r_n + dr} a_{m,n}^2 = \chi_{2m,n}^2 \sigma(\omega_m, r_n) d\omega_m dr_n \quad (2.20)$$

ここで、 $\chi_{2m,n}^2$  は自由度が 2 のカイ自乗変数である。通常、 $\chi_{2m,n}^2$  は  $\omega_m$  と  $r_n$  の値によって、変化する値のため一意に決定することはできないが、式(2.20)の  $m, n$  が  $0 \sim \infty$  までの極限形を取る場合には、式(2.20)の  $\chi_{2m,n}^2$  を  $a_{m,n}$  の期待値 (=2) で置き換えることができる。

$$\sum_{\omega_m}^{a_{m,n} + d\omega} \sum_{r_n}^{r_n + dr} a_{m,n}^2 = 2\sigma(\omega_m, r_n) d\omega_m dr_n \quad (2.21)$$

実際には式(2.20)と式(2.21)の代わりに

$$a_{m,n}^2 = \chi_{2m,n}^2 \sigma(\omega_m, r_n) d\omega_m dr_n \quad (2.22)$$

$$a_{m,n}^2 = 2\sigma(\omega_m, r_n) d\omega_m dr_n \quad (2.23)$$

を用いる。式(2.19)に式(2.22)と式(2.23)を代入して整理すると、レーダの受信信号  $s(t, f)$  はドップラースペクトル  $\sigma(\omega_m, r_n)$  によって、以下のように表現することができる。

$$s(t_r, f_r) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sqrt{\chi_{2m,n}^2 \sigma(\omega_m, r_n) d\omega_m dr_n} \times \cos(\omega_m \cdot t_r + r_n \cdot f_r + \varepsilon_{m,n}) \quad (2.24)$$

$$s(t_r, f_r) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sqrt{2\sigma(\omega_m, r_n) d\omega_m dr_n} \times \cos(\omega_m \cdot t_r + r_n \cdot f_r + \varepsilon_{m,n}) \quad (2.25)$$

式(2.24)と式(2.25)において、任意の観測距離  $R$  からの

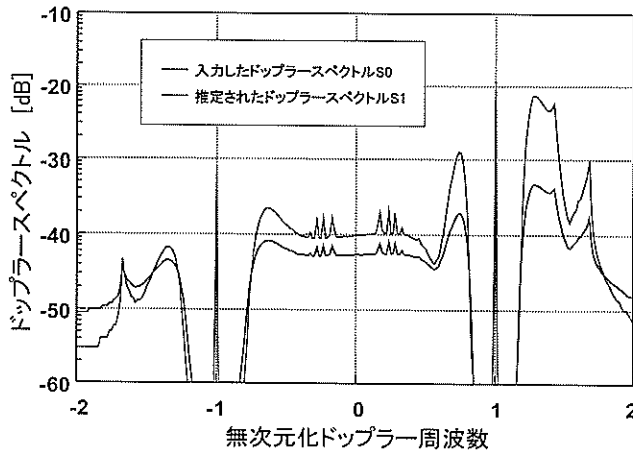


図-2.7 ドップラースペクトル  $\sigma_0$  と  $\sigma_1$  の比較

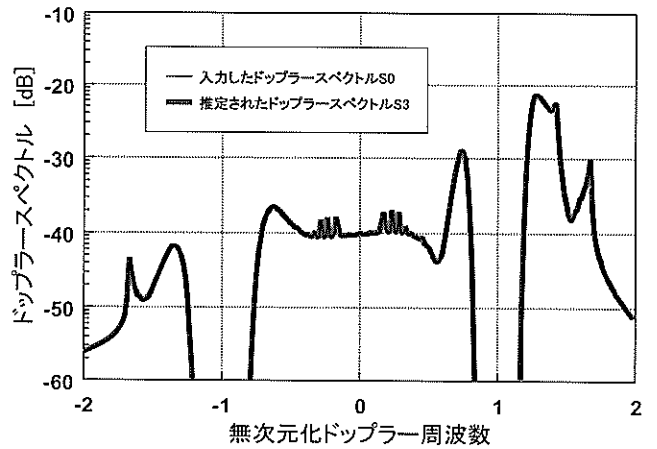


図-2.8 ドップラースペクトル  $\sigma_0$  と  $\sigma_2$  の比較

レーダの受信信号  $s(t_r, f_r)$  は以下ようになる。

$$s(t_r, f_r) = \sum_{m=1}^M \sqrt{2\pi\chi_{2m}^2(\omega_m, 2BR/cT_s)} dkx_m \times \cos(\omega_m \cdot t_r + \pi cT_s / BR \cdot f_r + \varepsilon_m) \quad (2.26)$$

$$s(t_r, f_r) = \sum_{m=1}^M \sqrt{4\pi\sigma(\omega_m, 2BR/cT_s)} dkx_m \times \cos(\omega_m \cdot t_r + \pi cT_s / BR \cdot f_r + \varepsilon_m) \quad (2.27)$$

ここで、 $B$  は掃引周波数幅、 $T_s$  は1掃引にかかった時間、 $c$  は光速をそれぞれ表している。式(2.26)によって受信信号を算定する場合には、 $\chi_{2m}^2$  を何らかの方法によって決定しなければならない。

## 2.2.2 受信信号の推定

### (1) $\chi_{2m}^2$ 分布を考慮しない場合

受信信号を表現する式(2.27)は、 $m$  が  $0 \sim \infty$  までの極限状態のときに成立する。しかしながら、実際の計算に用いる  $m$  は、ある有限の範囲のものを用いる。通常、統計的性質を保つために、 $m$  を非常に大きくする必要があるが、本研究では実際のレーダから得られる受信信号と同程度 ( $m=256$ ) で取り扱う。このために、式(2.27)から算定される有限長の受信信号は統計的な変動性が十分に再現されなく、元のドップラースペクトルのエネルギー変動性も十分に再現されない可能性がある。そこで、式(2.27)によって推定されるレーダの受信信号の信頼性を明らかにするために、推定されたレーダの受信信号からドップラースペクトル  $\sigma_1$  を推算し、受信信号を推定す

る際に使用したドップラースペクトル  $\sigma_0$  との比較によりその信頼性についての検証する。

検証に用いたドップラースペクトル  $\sigma_0$  は式(2.1)～式(2.11)に有義波高 1.5m、有義周期 6.0s、レーダの視線方向 (170度) と主波向 (0度) のなす角 10度、集中度パラメータ  $s_{\max} = 10$  s を代入して算定した。また、ドップラースペクトル  $\sigma_1$  は、ドップラースペクトル  $\sigma_0$  から推算されるレーダの受信信号を掃引周波数方向と時間方向に対して、それぞれフーリエ変換することにより算定した。レーダの受信信号の推算に際しては、 $M=256$ 、 $R=15$  として式(2.27)によって算定した。

図-2.7 にドップラースペクトル  $\sigma_1$  とドップラースペクトル  $\sigma_0$  の比較を示す。両ドップラースペクトルを比較すると、エネルギーの変動パターンは類似しているがそのエネルギー分布は全く異なっている。これはドップラースペクトル  $\sigma_0$  から算定されるレーダの受信信号のサンプル数が少ないことに起因する。つまり、推算される受信信号がドップラースペクトル  $\sigma_0$  の統計的特性を満足していないことを意味する。レーダの受信信号の統計的特性を満足させるためには、ドップラースペクトル  $\sigma_0$  から非常に多くの受信信号を算定する必要がある。しかしながら、計算時間を考慮すると、現実的には受信信号のサンプル数を増加させることは困難である。また、たとえ数多くのレーダの受信信号を算定したとしても、算定される受信信号が有限個である場合には完全にレーダの統計的特性を表現することは不可能である。これゆえ、ドップラースペクトルから有限長のレーダの受信信号を推算するためには、式(2.27)を用いるのではなく式(2.26)を用いなければ、レーダの受信信号の統計的特性を再現することはできない。



(2)  $\chi_{2m}^2$  分布を考慮する場合

式(2.26)を用いてレーダの受信信号を推算するには、自由度が2のカイ自乗変数  $\chi_{2m}^2$  の分布を決定しなければならない。本研究では観測度数（実際のレーダの受信信号）と期待度数（ドップラースペクトルから推算されるレーダの受信信号）との一致の程度を示す  $\chi_{2m}^2$  分布が、無次元化されたドップラースペクトル  $\tilde{\sigma}(\omega_m, 2BR/cT_s)$  の変動に比例すると仮定して、以下の式で表現する。

$$\chi_{2m}^2 = p \cdot \sigma(\omega_m, 2BR/cT_s) \quad (2.28)$$

ここで、 $p$  は  $\chi_{2m}^2$  の変動の大きさを決定する係数を表している。無次元化されたドップラースペクトル  $\tilde{\sigma}(\omega_m, 2BR/cT_s)$  はドップラースペクトル  $\sigma(\omega_m, 2BR/cT_s)$  を用いて

$$\tilde{\sigma}(\omega_m, 2BR/cT_s) = \frac{\sigma(\omega_m, 2BR/cT_s)}{\sum_{m=0}^M \sigma(\omega_m, 2BR/cT_s)} \quad (2.29)$$

で与えられる。式(2.28)で表される  $\chi_{2m}^2$  分布は、ドップラースペクトル  $\sigma(\omega_m, 2BR/cT_s)$  の値が大きいほど観測度数と期待度数の差が大きくなることを意味する。これはドップラースペクトル  $\sigma(\omega_m, 2BR/cT_s)$  が大きいものほど、推定される受信信号に含まれる誤差が大きくなると予想できるからである。 $\chi_{2m}^2$  分布の大きさを決定する係数  $a$  は、ドップラースペクトル  $\sigma(\omega_m, 2BR/cT_s)$  と  $p=1$  として算定されるレーダの受信信号から得られるドップラースペクトル  $\sigma_1(\omega_m, 2BR/cT_s)$  を用いて以下のようにして算定することができる。

$$p = \frac{\sum_{m=0}^M \sigma(\omega_m, 2BR/cT_s)}{\sum_{m=0}^M \sigma_1(\omega_m, 2BR/cT_s)} \quad (2.30)$$

式(2.28)～式(2.30)を式(2.26)に代入することにより、ドップラースペクトル  $\sigma_2$  を算定する。図-2.8にドップラースペクトル  $\sigma_0$  とドップラースペクトル  $\sigma_2$  の比較を示す。ドップラースペクトル  $\sigma_0$  と  $\sigma_2$  は完全に一致しており、式(2.26)によってドップラースペクトルから推算されるレーダの受信信号は、ドップラースペクトル  $\sigma_0$  が持つ統計的特性を完全に再現できている。

以上の結果より、本研究では式(2.26)によってドップ

ラースペクトルから受信信号を算定する。

2.3 ドップラースペクトルの信号処理

ドップラースペクトルから波浪の方向スペクトルを精度良く推算するためには、ドップラースペクトルの一次散乱と二次散乱を適切に分離する必要がある。しかしながら、観測より得られるドップラースペクトルの一次散乱と二次散乱を分離することは、理論から算定されるドップラースペクトルの一次散乱と二次散乱の分離ほど容易なものではない。これは、観測より得られるドップラースペクトルの一次散乱が、理論より算定されるものと異なるからである。理論では一次散乱はあるドップラー周波数上に存在するが、観測から得られる一次散乱はドップラー周波数上にある広がりを持って存在している。また、観測より得られるドップラースペクトルは激しい変動性を有しているため、計算機によって一次散乱と二次散乱を適切に分離することは困難である。

そこで、本研究ではドップラースペクトルの自由度を向上させ、ドップラースペクトルの一次散乱と二次散乱を適切に分離するために Wavelet による多重解像度解析を応用したスムージング処理を行った。

2.3.1 Wavelet による多重解像度解析の原理

$\psi$  をマザーウェーブレット（アナライジングウェーブレット）とすると、ドップラースペクトル  $\sigma(\omega)$  に対するウェーブレット変換は、実数  $a, b \in \mathbf{R} (a > 0)$  を用いて

$$(W_\psi \sigma)(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{\mathbf{R}} \sigma(\omega) \overline{\psi\left(\frac{\omega-b}{a}\right)} d\omega \quad (2.31)$$

と表わせる。さらに上式を離散化するために、 $a=2^j, b=2^l$  とおくと、式(2.31)の  $\psi$  は以下のように表現することができる。

$$\psi_{j,l}(\omega) = 2^{-\frac{j}{2}} \psi(2^{-j}\omega - l) \quad (2.32)$$

ここで、 $j$  はレベル、 $l$  はシフトをそれぞれ表している。式(2.32)において、 $\omega$  の前に存在する  $2^{-j}$  はフーリエ変換における角振動数に相当し、 $j$  の値が小さいものほど高周波成分を表している。

式(2.32)の  $\psi$  を適当に選択すると  $\{\psi_{j,k}\}$  を直交系にすることができる。シフト量に関する直交性とは、 $\psi$  を  $l$  だけシフトさせた  $\psi(\omega-l)$  と、 $\psi$  を  $L$  だけシフトさせた

$\psi(\omega-L)$ が、以下の関係式を満たす。

$$\begin{aligned} \langle \psi(\omega-l), \psi(\omega-L) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\omega-l) \overline{\psi(\omega-L)} dt \\ &= \begin{cases} C & (l=L) \\ 0 & (l \neq L) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.33)$$

ここで、 $C$ は以下のような関係式を満たす。

$$\langle \psi(\omega-l), \psi(\omega-L) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(\omega-l)|^2 dt = C \quad (2.34)$$

また、 $C=1$ のときを、正規直交と呼ぶ。ダイレーションに関する直交とは、 $2^{-\frac{u}{2}}\psi(2^{-u}\omega)$ と $2^{-\frac{v}{2}}\psi(2^{-v}\omega)$ が以下の関係式を満たすときである。

$$\begin{aligned} \left\langle 2^{-\frac{u}{2}}\psi(2^{-u}\omega), 2^{-\frac{v}{2}}\psi(2^{-v}\omega) \right\rangle \\ = \begin{cases} 1 & (u=v) \\ 0 & (u \neq v) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.35)$$

上記の直交条件を満たすマザーウェーブレットとしては、HaarのウェーブレットやDaubechiesのウェーブレットなどがある。 $\psi$ が直交条件を満たすとき、ドップラースペクトル $\sigma(\omega)$ は以下のように級数展開することができる。

$$\sigma(\omega) = \sum_j \sum_l w_l^{(j)} \psi_{j,l}(\omega) \quad (2.36)$$

ここで、 $w_l^{(j)}$ は展開係数を表わし、正規直交であれば、次のように内積の形で与えられる。

$$w_l^{(j)} = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(\omega) \overline{\psi_{j,l}(\omega)} d\omega = \langle \sigma, \psi_{j,l} \rangle \quad (2.37)$$

展開係数 $w_k^{(j)}$ はドップラースペクトル $\sigma(\omega)$ とマザーウェーブレット $\psi_{j,l}(\omega)$ との相関を表わしている。

また、ドップラースペクトル $\sigma(\omega)$ は式(2.38)で定義さ

れるスケーリング関数 $\varphi_{j,l}(\omega)$ とスケーリング係数 $s_l^{(j)}$ の一次結合の形で近似することができる。

$$\varphi_{j,l}(\omega) = 2^{-\frac{j}{2}} \varphi(2^{-j}\omega - l) \quad (2.38)$$

$$\sigma_j(\omega) = \sum_l s_l^{(j)} \varphi_{j,l}(\omega) \quad (2.39)$$

ここで、スケーリング係数 $s_l^{(j)}$ は区間 $[l, l+1]$ におけるドップラースペクトル $\sigma_j(\omega)$ の平均値を表し、以下の式によって求めることができる。

$$s_l^{(j)} = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_j(\omega) \overline{\varphi_{j,l}(\omega)} d\omega = \int_l^{l+1} \sigma_j(\omega) d\omega \quad (2.40)$$

ドップラースペクトル $\sigma(\omega)$ の近似関数 $\sigma_j(\omega)$ は、式(2.39)で表される一時結合のレベル $j$ によってその精度が決まる。レベル0のときが最も高精度は近似となり、レベルが大きくなるにしたがって粗い近似となる。また、レベル $j$ の近似関数と、それよりも1レベル粗いレベル $j$ の近似関数との差をウェーブレット成分という。以下にこの関数を示す。

$$\sigma_{j-1}(\omega) = \sigma_j(\omega) + \xi_j(\omega) \quad (2.41)$$

ここで、 $\sigma_{j-1}(\omega)$ はレベル $j-1$ の近似関数、 $\sigma_j(\omega)$ はレベル $j$ の近似関数、 $\xi_j(\omega)$ はレベル $j$ のウェーブレット成分をそれぞれ表している。ウェーブレット成分 $\xi_j(\omega)$ は、それぞれ以下のように表すことができる。

$$\xi_j(\omega) = \sum_l w_l^{(j)} \psi_{j,l}(\omega) \quad (2.42)$$

ここで、 $w_l^{(j)}$ はレベル $j$ のウェーブレット展開係数を表している。最終的には、元のドップラースペクトル $\sigma_0(\omega)$ は以下ようになる。

$$\sigma_0(\omega) = \sum_{j=1}^J \xi_j(\omega) + \sigma_j(\omega) \quad (2.43)$$

式(2.43)の意味するところは、ドップラースペクトル $\sigma_0(\omega)$ を任意の荒っぽさのレベルを示す $\sigma_j(\omega)$ と、レベル1からレベル $J$ に至るまでのウェーブレット展開成分の和とすることができる。

式(2.43)のような分解を行うためにはレベル  $j$  のスケール関数  $\varphi_{j,j}(\omega)$  がレベル  $j-1$  のスケール関数  $\varphi_{j-1,j}(\omega)$  で展開できなければならない。つまり、任意の数列  $p_n$  を用いると以下の関係式が成り立つ。

$$\varphi_{j,j}(\omega) = \sum_n p_n \varphi_{j-1,j}(\omega) \quad (2.44)$$

ここで、数列  $p_n$  は展開係数を表している。式(2.44)の展開係数  $p_n$  はレベル  $j$  に依存することなく、常に一定である。これは、展開係数  $p_n$  が  $j$  レベルのスケール関数  $\varphi_{j,j}(\omega)$  と  $j-1$  レベルのスケール関数  $\varphi_{j-1,j}(\omega)$  とを結びつける固有な数列であることを意味する。スケール関数  $\varphi_{j,j}(\omega)$  と同様にウェーブレット  $\psi_{j,j}(\omega)$  も以下の関係式を満たす。

$$\psi_{j,j}(\omega) = \sum_n q_n \psi_{j-1,j}(\omega) \quad (2.45)$$

ここで、 $q_n$  は展開係数を表している。また、展開係数  $p_n$  と  $q_n$  は以下の関係にある。

$$q_n = (-1)^n p_{-n} \quad (2.46)$$

ウェーブレット  $\psi(\omega)$  とそのスケール関数  $\varphi(\omega)$  にはこれまでの研究によって、様々なものがある。例えば、Harr のウェーブレットや Daubechies のウェーブレットなどが有名である。

### 2.3.2 一次散乱と二次散乱の分離

本研究では式(2.41)を用いて、観測より得られたドップラースペクトルをレベル  $J$  の近似関数とレベル 1 からレベル  $J$  に至るまでのウェーブレット展開係数の和に展開し、レベル 1 からレベル  $J$  に至るまでのウェーブレット展開係数の和を 0 とし、再構成することで平滑処理する。この処理によって、ドップラースペクトルの自由度を向上させ、ドップラースペクトルの局所的な激しい変動を抑制することができ、観測より得られたドップラースペクトルの一次散乱と二次散乱を計算機によって適切に分離することができるようになる。

式(2.41)で使用するウェーブレットとそのスケール関数は、Daubechies のウェーブレットとスケール関数を用いた。

### 2.4 Barrick法による有義波高・周期の算定

これまで、ドップラースペクトルから有義波高・有義周期を算定する際には、Barrick(1977)によって提案された有義波高・有義周期推定法 (Barrick 法) が最もよく使用されてきた。この推定法は、式(2-2)で示される非線形方程式を線形化することにより、容易にドップラースペクトルから有義波高と有義周期を算定することができる。しかしながら、この推定法は線形化の際に波向の情報を無視したため、波向によってその推定精度が大きく変化してしまう問題点がある。

本研究では Barrick 法によって推定された有義波高・有義周期と一次散乱を考慮したベイズ型方向スペクトル推定法より推算された有義波高・有義周期を比較することにより、両推定法の特徴と問題点を明らかにする。以下に Barrick が提案した有義波高・有義周期の推定法の概略を示す。

式(2.2)で表されるドップラースペクトルの二次散乱は、波数スペクトル  $S(k)$  のエネルギーレベルが高い部分の大きさで決まる。波数スペクトル  $S(k)$  の最大値は、高波浪時において、電波の波数  $k_0$  に比べて小さくなる。このため、式(2-2)の2つのドップラースペクトル  $S(k)$ 、 $S(k')$  のうち、どちらか一方を  $S(-2k_0)$  で置き換え、積分の外に置くことができる。さらに、結合係数  $\Gamma$  も定数として扱えば、積分の外に置くことができる。このように変形することで、式(2-2)の非線形方程式を線形化して波高や周期を算定する。以下に Barrick が提案した平均波高  $H_{ave}$  と平均周期  $T_{ave}$  の算定式を示す。

$$H_{ave}^2 = \frac{2 \int_{-\infty}^{+\infty} [\sigma^{(2)}(\omega) / w(\omega/\omega_B)] d\omega}{k_0^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma^{(1)}(\omega) d\omega} \quad (2.47)$$

$$T_{ave} = \frac{2\pi \int_{0,1}^{1,+\infty} [\sigma^{(2)}(\omega_B v) / w(v)] dv}{\omega_B \int_{0,1}^{1,+\infty} |v-1| [\sigma^{(2)}(\omega_B v) / w(v)] dv} \quad (2.48)$$

$$w(v) = \frac{8|\Gamma|^2}{k_0} \quad (2.49)$$

ここで、 $v$  は無次元周波数 ( $= \omega / \omega_B$ )、 $w(v)$  は重み関数をそれぞれ表している。Barrick 法ではレーダのレンジ方向と波浪の波向とのなす角  $\phi$  (方位方向) についての考慮がなされていない。このため、 $\phi$  が変化にともなって推定される平均波高・平均周期は変化する。

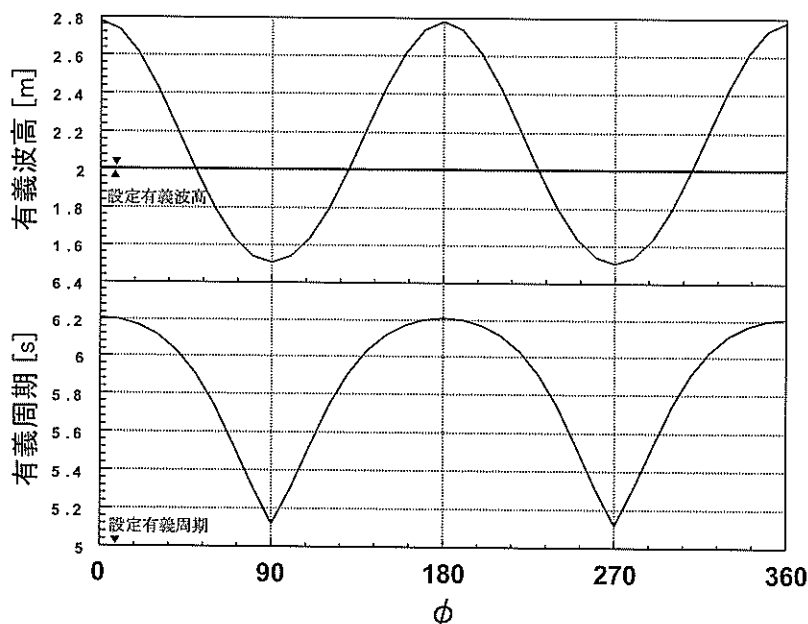


図-2.9 有義波高と有義周期の変動

Barrick 法によって推定される平均波高と平均周期の方位方向の変動特性とその精度について検証を行うために、Bretschneider-Mitsuyasu 型周波数スペクトルと光易型型方向分布関数を掛け合わせた方向スペクトル（検証用方向スペクトル）を用いたシミュレーションを行った。シミュレーションは検証用方向スペクトルを式(2-1)と式(2-2)に代入して一次散乱と二次散乱のドップラースペクトルを計算し、このドップラースペクトルを式(2.47)と式(2.48)に代入して平均波高と平均周期を算定することにより行う。図-2.9 にシミュレーションによって算定した有義波高と有義周期の変化を示す。入力した有義波高と有義周期はそれぞれ 2m, 5s である。この図より、算定される有義波高と有義周期は  $\phi$  によって大きく変化することがわかる。有義周期に関しては全体として大きく算定される傾向にある。

## 2.5 ドップラースペクトルからの波浪の方向スペクトルの推算

本研究では、最初に橋本・徳田（1998）が提案したベイズ型方向スペクトル推定法について整理する。その上で、観測より得られるドップラースペクトルより安定して波浪の方向スペクトルを推算するために、ベイズ型方向スペクトル推定法に一次散乱を考慮した新しいベイズ型方向スペクトル推定法の開発を行う。

### 2.5.1 ベイズ型方向スペクトル推定法

方向スペクトル  $S(f, \theta)$  は一般に  $S(f, \theta) \geq 0$  であるが、ここでは  $S(f, \theta) > 0$  と仮定することにより、方向スペクトル  $S(f, \theta)$  は指数部に離散的な一定値関数を有する指数関数を用いて

$$S(f, \theta) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \exp(x_{i,j}) \delta_{i,j}(f, \theta) \quad (2.50)$$

$$x_{i,j} = \ln S(f_i, \theta_j)$$

と表現する。ここで、 $I$  は周波数分割数、 $J$  は方向分割数で、 $\delta_{i,j}(f, \theta)$  はデルタ関数をそれぞれ表している。デルタ関数  $\delta_{i,j}(f, \theta)$  は以下のような関係を満たす。

$$\delta_{i,j}(f, \theta) = \begin{cases} 1: & f_{i-1} \leq f < f_i \text{ and } \theta_{j-1} \leq \theta < \theta_j \\ 0: & \text{その他} \end{cases} \quad (2.51)$$

ただし、周波数  $f$  と方向角  $\theta$  は、それぞれ次式によって離散化する。

$$\mu_i = \ln f_i = \ln f_{i-1} + \Delta f, \quad \theta_j = \theta_{j-1} + \Delta \theta \quad (2.52)$$

式(2.50)を式(2.9)に代入すれば、式(2.9)は未知数

$\mathbf{X} = (x_{1,1}, \dots, x_{I,J})'$  を含む積分方程式になる。さらに、積分を離散化することにより、積分方程式は非線形代数方程式で近似することができる。しかしながら、式(2.9)の積分は、式(2.4)、(2.12)の制約により、 $(f, \theta)$  平面上で特定のパスを通過する積分となる。また、式(2.9)には特異点が存在するため、特異点近傍で細かい刻み幅で計算しなければならない。このため、式(2.9)の離散化するためには、数値積分する際のパス上の方向スペクトル値をその4近傍の格子点上の方向スペクトルを用いて次式によって内挿することにより算定する。

$$\begin{aligned}
 S(\mu, \theta) = & (1-\xi)(1-\zeta)S(\mu_i, \theta_j) + \xi(1-\zeta)S(\mu_{i+1}, \theta_j) \\
 & + (1-\xi)\zeta S(\mu_i, \theta_{j+1}) + \xi\zeta S(\mu_{i+1}, \theta_{j+1})
 \end{aligned} \quad (2.53)$$

ここに、 $\mu = \ln f$ 、 $0 \leq \xi, \zeta \leq 1$  で近似し、式(2.9)を $\theta_1$  に関して任意の精度で離散化できるようにした。さらに、ドップラースペクトルの誤差 $\varepsilon_k$ を考慮し、最終的には、式(2.9)の積分方程式は、次式で表される未知数 $\mathbf{X} = (x_{1,1}, \dots, x_{I,J})'$  を含む非線形代数方程式で近似される。

$$\tilde{\sigma}_k^{(2)} = F_k(\mathbf{X}) + \varepsilon_k \quad (2.54)$$

ここで、 $F_k(X)$  はドップラー周波数ごとに積分方程式を離散化したベクトル関数、サフィックス $k$  はドップラー周波数 $\tilde{\omega}_k$  ( $k=1, \dots, K$ )における値をそれぞれ表す。ここで、各ドップラー周波数 $\tilde{\omega}_k$  毎の誤差 $\varepsilon_k$  ( $k=1, \dots, K$ ) は互いに独立であり、未知の分散 $\lambda^2$  に従うものとする。このとき、 $\tilde{\sigma}_k^{(2)}$  ( $k=1, \dots, K$ ) が与えられれば、 $\mathbf{X}$ 、 $\lambda^2$  に関する尤度は、

$$\begin{aligned}
 L(\mathbf{X}; \lambda^2) = & \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\lambda)^K} \\
 & \times \exp\left[-\frac{1}{2\lambda^2} \sum_{k=1}^K \{\tilde{\sigma}_k^{(2)} - F_k(\mathbf{X})\}^2\right]
 \end{aligned} \quad (2.55)$$

で与えられる。

以上の定式化では、方向スペクトルは離散的な一定値関数として近似した。この際、各区間のエネルギーの相関については何ら考慮されていない。波の線形性からは各微小区間毎のエネルギー分布はそれぞれ独立であると見なされるが、方向スペクトルが不連続なエネルギー分

布をしているとは考えにくい。また、一般に方向スペクトルは滑らかな連続関数であると見なされている。

したがって、ここでは方向スペクトル $S(f, \theta)$  が滑らかであるという仮定の表現として、4方向の微分オペレータを用いて以下のように先験条件を規定する。

$$x_{i,j+1} + x_{i+1,j} + x_{i,j-1} + x_{i-1,j} - 4x_{i,j} \quad (2.56)$$

また、解析対象周波数の上限( $i=I$ )および下限( $i=1$ )では、2方向の微分オペレータを用いて以下のように先験条件を規定する。

$$x_{i,j+1} - 2x_{i,j} + x_{i,j-1} \quad (2.57)$$

以上、式(2.56)と式(2.57)を用いると先験条件は

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{4} \sum_i \sum_j (x_{i,j+1} + x_{i+1,j} + x_{i,j-1} + x_{i-1,j} - 4x_{i,j})^2 \\
 & + \frac{1}{2} \sum_j (x_{1,j+1} - 2x_{1,j} + x_{1,j-1})^2 \\
 & + \frac{1}{2} \sum_j (x_{I,j+1} - 2x_{I,j} + x_{I,j-1})^2 \rightarrow \text{小}
 \end{aligned} \quad (2.58)$$

と表すことができる。ただし、 $x_{i,0} = x_{i,J}$ 、 $x_{i,-1} = x_{i,J-1}$  とする。式(2.58)は作用行列 $\mathbf{D}$ を導入することにより、行列表現することができる。すなわち、

$$\|\mathbf{D}\mathbf{X}\|^2 \quad (2.59)$$

と表現することができる。式(2.59)はその値が小さいほど方向スペクトルの推定値は滑らかになることを表している。したがって、方向スペクトル $S(f, \theta)$  の推定値としては、式(2.59)をあまり大きくしない範囲で尤度(式(2.55))の大きいものが望ましい。これを定式化すると、適当なパラメータ $u^2$  (超パラメータ)を用いて、

$$\ln L(\mathbf{X}; \lambda^2) - \frac{u^2}{2\lambda^2} \|\mathbf{D}\mathbf{X}\|^2 \quad (2.60)$$

を最大化する $\mathbf{X} = (x_{1,1}, \dots, x_{I,J})'$  を求めればよい。これはベイズの推論方法において、事後分布 $p_{\text{POST}}(\cdot)$  の

$$p_{\text{POST}}(\mathbf{X} | u^2, \lambda^2) = L(\mathbf{X}; \lambda^2) p(\mathbf{X} | u^2, \lambda^2) \quad (2.61)$$

の関係式において、 $\mathbf{X}=(x_{1,1}, \dots, x_{I,J})'$  の事前分布として、

$$p(\mathbf{X} | u^2, \lambda^2) = \left( \frac{u}{\sqrt{2\pi\lambda}} \right)^M \times \exp \left\{ -\frac{u^2}{2\lambda^2} \|\mathbf{DX}\|^2 \right\} \quad (2.62)$$

を想定したことにほかならない。

$u^2$  を与えれば、式(2.59)を最大化する  $\mathbf{X}$  は  $\lambda^2$  に無関係に決まり、

$$\sum_{k=1}^K \left\{ \tilde{\sigma}_k^{(2)} - F_k(\mathbf{X}) \right\}^2 + u^2 \|\mathbf{DX}\|^2 \quad (2.63)$$

を最小化することにより得られる。つまり、ドップラースペクトルから方向スペクトルを逆推定する非適切逆問題を式(2.63)で表される最小値検索問題に帰着したことが同じである。ここで、式(2.63)の第一項は客観的な誤差エネルギーを表し、第二項は主観的な誤差エネルギーをそれぞれ表している。客観的な誤差エネルギーは観測値と推定値の一致度を表し、この値が小さいほど観測値と推定値が良く一致していることを表す。これに対して、主観的な誤差エネルギーは推定された方向スペクトルが先験条件をどの程度満たしているのかを表す。超パラメータ  $u$  は主観的な誤差エネルギーの重みを与える定数で、その値が小さくなれば推定される方向スペクトルは観測されたドップラースペクトルに一致するように推定され、その値が0のときは事前確率分布（先験条件）を考慮しない最小2乗法によって推定される方向スペクトルと同じ結果を得る。これに対して、超パラメータ  $u$  の値が大きくなると、推定される方向スペクトルは主観（先験条件）にかなったものになり、観測されたドップラースペクトルの値が推定に反映されなくなる。

超パラメータ  $u$  と  $\lambda^2$  は次式で表される ABIC(赤池のベイズ型情報量基準, Akaike, 1980)の最小化することで、解の確からしさと滑らかさの両方の観点から望ましい  $u$  が自動的に決めることができる。

$$\text{ABIC} = -2 \ln \int L(\mathbf{X} | \lambda^2) p(\mathbf{X} | u^2, \lambda^2) d\mathbf{X} \quad (2.64)$$

## 2.5.2 計算法について

方向スペクトルを推定する場合、式(2.63)の最小化および式(2.64)の積分と最小化を実行しなければならない。しかしながら、いまの場合それらを解析的に行うことは不可能である。そこで、式(2.63)を線形化し、繰り返し計算によって最適解  $\mathbf{X}$  を推定する。 $\mathbf{X}_0$  が  $\mathbf{X}=(x_{1,1}, \dots, x_{I,J})'$  の最適解  $\hat{\mathbf{X}}$  に十分近いものとして  $\mathbf{X}_0$  のまわりで  $F_k(\mathbf{X})$  を Taylor 展開すると、

$$F_k(\mathbf{X}) = F_k(\mathbf{X}_0) + \mathbf{G}_k(\mathbf{X}_0)(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) \quad (2.65)$$

$$\mathbf{G}_k(\mathbf{X}_0) = \left[ \frac{\partial F(\mathbf{X})}{\partial x_{1,1}}, \dots, \frac{\partial F(\mathbf{X})}{\partial x_{I,J}} \right]_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_0} \quad (2.66)$$

となる。式(2.65)を用いて式(2.54)を行列表示すると、

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{E} \quad (2.67)$$

となる。ここに、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A} &= [\mathbf{G}_1(\mathbf{X}_0), \dots, \mathbf{G}_K(\mathbf{X}_0)] \\ \mathbf{B} &= \left[ \tilde{\sigma}_1^{(2)} - F_1(\mathbf{X}_0) + \mathbf{G}_1(\mathbf{X}_0)\mathbf{X}_0, \right. \\ &\quad \left. \dots, \tilde{\sigma}_K^{(2)} - F_K(\mathbf{X}_0) + \mathbf{G}_K(\mathbf{X}_0)\mathbf{X}_0 \right]' \\ \mathbf{E} &= [\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_K]' \end{aligned} \right\} \quad (2.68)$$

である。このようにすることによって最適解  $\hat{\mathbf{X}}$  を次のように推定することができる。

① 適当な  $u^2$  および  $\mathbf{X}$  の初期値  $\mathbf{X}_0$  を与えて、式(2.69)

で示される最小自乗法によって与えられた  $u^2$  に対する  $\mathbf{X}$  の推定値  $\tilde{\mathbf{X}}$  を算出する。

$$W(\mathbf{X}) = \|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{B}\|^2 + u^2 \|\mathbf{DX}\|^2 \quad (2.69)$$

ここで、最初に  $\mathbf{X}_0$  を与えて式(2.69)に最小自乗法を適用し、第1近似解  $\mathbf{X}^{(1)}$  を算出する。次に式(2.68)の  $\mathbf{X}_0$  を  $\mathbf{X}^{(1)}$  に置き換えて、式(2.69)に最小自乗法を適用し、 $\mathbf{X}^{(2)}$  を算出する。この様な計算を繰り返し、適当な収束条件を満たす解  $\tilde{\mathbf{X}}$  を算出する。

② ①で得られた結果を用いて、次式により、与えられ

た  $u^2$  に対する ABIC を算出する.

$$\text{ABIC} = K \left\{ 1 + \ln(2\pi\hat{\lambda}^2) \right\} + \ln \left\{ \det(\mathbf{A}'\mathbf{A} + u^2\mathbf{D}'\mathbf{D}) \right\} - K \ln(u^2) \quad (2.70)$$

$$\hat{\lambda}^2 = \frac{1}{K} \left\{ \|\mathbf{A}\tilde{\mathbf{X}} - \mathbf{B}\|^2 + u^2 \|\mathbf{D}\tilde{\mathbf{X}}\|^2 \right\} \quad (2.71)$$

である.

- ③  $u^2$  を種々に変えて①, ②の計算を繰り返す.
- ④ ①~③の計算結果の内, 最小の ABIC を与える  $\hat{\mathbf{X}}$  を最適な  $\mathbf{X}$  の推定値とする.

この様にして最適解  $\hat{\mathbf{X}}$  が得られ, これを式(2.50)に代入すれば方向スペクトル  $S(f, \theta)$  が得られる. なお, 本方法では, 適用する際の数値計算の利便性を考え, 全ての計算ケースで初期値  $\mathbf{X}_0$  を 0 として計算し, 数値計算の安定性を確認している. また, 式(2.69)の繰り返し計算の収束基準としては,  $(k+1)$  ステップ目における未知数の変化の大きさ  $\|\mathbf{X}^{(k+1)} - \mathbf{X}^{(k)}\|$  と  $(k)$  ステップ目における未知数の大きさ  $\|\mathbf{X}^{(k)}\|$  との比が  $10^{-2}$  以下になった場合に収束したと見なして推定値  $\tilde{\mathbf{X}}$  を算出することとしている. また, 超パラメータ  $u^2$  の設定に際しては, 一般に,

$$u = ab^m \quad (a = 0.1, b = 0.5, m = 1, 2, \dots) \quad (2.72)$$

として, 格子探索法による繰り返し計算を行っている.

### 2.5.3 一次散乱を考慮したベイズ型方向スペクトル推定法

ベイズ型方向スペクトル推定法によって, 観測より得られたドップラースペクトルの二次散乱より波浪の方向スペクトルを安定して定常的に推算することはできない. これはドップラースペクトルの二次散乱がノイズの影響を受けて劣化し, 波浪に関する情報を適切に抽出できない場合があるからである. そこで, 本研究では二次散乱よりもエネルギーレベルが高い一次散乱を波浪の方向スペクトルを推算する際に考慮することにより, 安定して精度の高い波浪の方向スペクトルを推定する一次散乱を考慮したベイズ型方向スペクトル推定法を提案する.

一次散乱を考慮したベイズ型方向スペクトル推定法で

は, 式(2.63)の第一項の客観的な誤差エネルギーは

$$\sum_{k=1}^K \{ \tilde{\sigma}_k^{(2)} - F_k(\mathbf{X}) \} \Rightarrow \sum_{k=1}^K \{ \tilde{\sigma}_k^{(2)} - F_k(\mathbf{X}) \}^2 + \{ \tilde{\sigma}_{\min}^{(1)} - F_{\min}^{(1)} \}^2 \quad (2.73)$$

と表すことができる. ここで,  $\tilde{\sigma}_{\min}^{(1)}$  はドップラー周波数の正負に存在するドップラースペクトルの一次散乱成分の小さい方を大きい方で規格化したもの,  $F_{\min}^{(1)}$  は推定された方向スペクトルから算定された規格化されたドップラースペクトルの一次散乱成分の小さい方を大きい方で規格化したものをそれぞれ表している. また, 式(2.55)の  $\mathbf{X}$ ,  $\lambda^2$  に関する尤度は,

$$L(\mathbf{X}; \lambda^2) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\lambda)^K} \times \exp \left[ -\frac{1}{2\lambda^2} \sum_{k=1}^K \{ \tilde{\sigma}_k^{(2)} - F_k(\mathbf{X}) \}^2 - \frac{1}{2\lambda^2} \{ \tilde{\sigma}_{\min}^{(1)} - F_{\min}^{(1)} \}^2 \right] \quad (2.74)$$

で与えられる.

一方, 式(2.58)で規定される先験条件では, 安定して精度良く方向スペクトルを推算することが困難であると考えられる. そこで, ここでは 8 方向の微分オペレータと 5 方向の微分オペレータを用いて推算する方向スペクトルを規定する.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \sum_i \sum_j (x_{i,j+1} + x_{i+1,j} + x_{i,j-1} + x_{i-1,j} - 4x_{i,j})^2 \\ & + \frac{1}{2} \sum_j (x_{1,j+1} - 2x_{1,j} + x_{1,j-1})^2 \\ & + \frac{1}{2} \sum_j (x_{i,j+1} - 2x_{i,j} + x_{i,j-1})^2 \\ \Rightarrow & \frac{1}{8} \sum_i \sum_j (x_{i-1,j-1} + x_{i,j-1} + x_{i+1,j-1} + x_{i,j} + x_{i+1,j} + x_{i-1,j+1} + x_{i,j+1} + x_{i+1,j+1} - 8x_{i,j})^2 + \\ & \frac{1}{5} \sum_i (x_{i-1,1} + x_{i+1,1} + x_{i-1,2} + x_{i,2} + x_{i+1,2} - 5x_{i,1})^2 + \\ & \frac{1}{5} \sum_i (x_{i-1,j-1} + x_{i+1,j-1} + x_{i-1,j} + x_{i,j} + x_{i+1,j} - 5x_{i,j})^2 \end{aligned} \quad (4-19)$$

### 3. 海洋短波レーダにおけるノイズの影響評価

海洋短波レーダによる定常的な波浪観測を困難にしている最大の原因は, 波浪に関する情報を含むドップラー

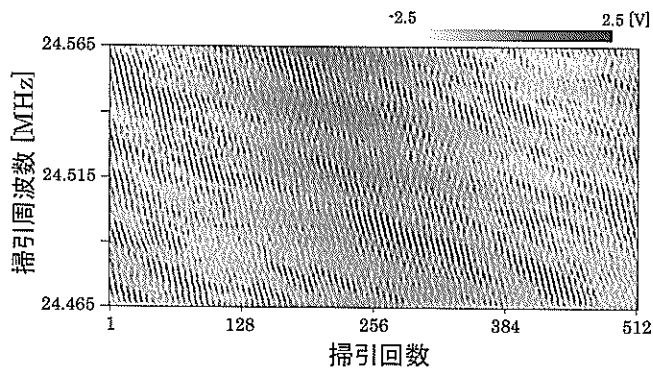


図-3.1 FMICW方式のHFレーダの受信信号の一例

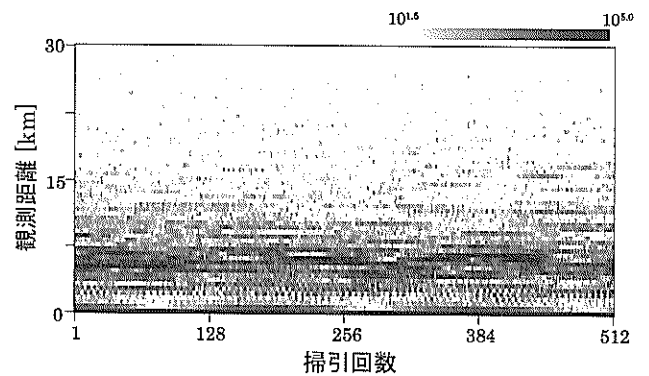


図-3.2 観測距離ごとの受信信号の強度

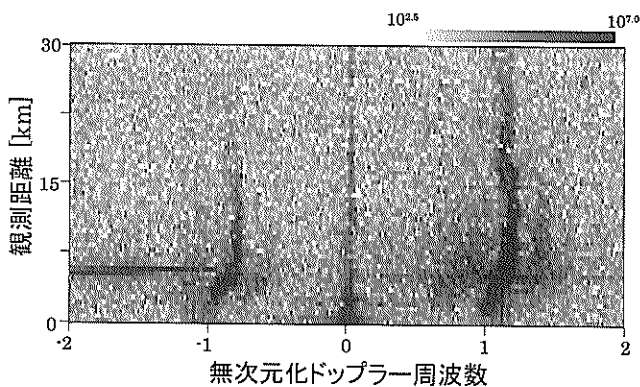


図-3.3 観測距離ごとのドップラースペクトル

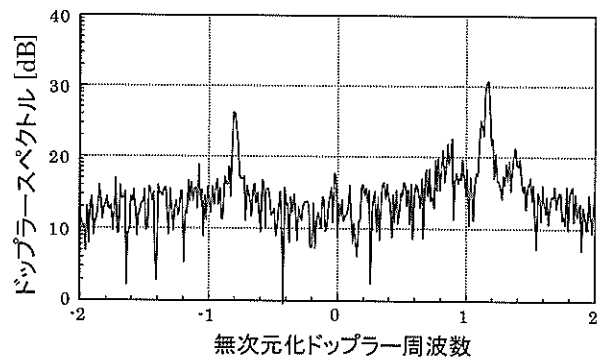


図-3.4 ドップラースペクトルの一例

スペクトルの二次散乱成分が大気や人間活動等から発生するノイズによって劣化していることにある。したがって、海洋短波レーダによって定常的な波浪観測を行うためには、受信信号に悪影響を及ぼすノイズの時間変動特性を明らかにし、ノイズの大きさによって推定される方向スペクトルがどのような影響を受けるのかを明らかにする必要がある。しかしながら、これまで大気や人間活動等から発生するノイズに関する観測やノイズが推定される方向スペクトルに及ぼす影響について検討されることはなかった。

本研究では海洋短波レーダの受信信号に混入するノイズの観測を行い、その大きさと時間変動特性を明らかにし、定常的な波浪観測を行う上での問題点と注意点を明らかにした。ついで、ノイズレベルによって海洋短波レーダから得られるドップラースペクトルがどのような影響を受けているのかを数値シミュレーションによって定性的に明らかにした。さらに、この数値シミュレーションから得られたドップラースペクトルを用いて、ノイズが推定する方向スペクトルに及ぼす影響の程度とその特徴を定性的・定量的に明らかにし、海洋短波レーダによ

る波浪観測の精度について検討した。

### 3.1 FMICW方式の海洋短波レーダのドップラースペクトルの算定

図-3.1にFMICW方式のHFレーダによって鹿島灘を観測したときに得られた受信信号の一例を示す。この受信信号が観測されたときの海表面の状態は有義波高 1.4 m、有義周期 6.4s（波高計による観測結果）の比較的穏やかな状態であった。図-3.2は掃引周波数ごとの受信信号の変動（時間変動）を表しており、測定距離ごとの受信信号の変動を表していない。そこで各掃引ごとにフーリエ変換することによって、測定距離ごとに受信信号を並べ替える。図-3.3に測定距離ごとに並べ替えた受信信号の強度を示す。受信信号の強度はレーダから30 kmよりも離れると急激に減少し、人間の活動から発生するノイズや大気から発生するノイズと信号とのエネルギーレベルが同じになるため、遠方からの受信信号より表面流・波浪・海上風の情報を得ることはできない。通常、流れ・風向及び波浪の解析を行うことが可能な最大測定距離は、HFレーダ（出力100W）の場合には約50 km、



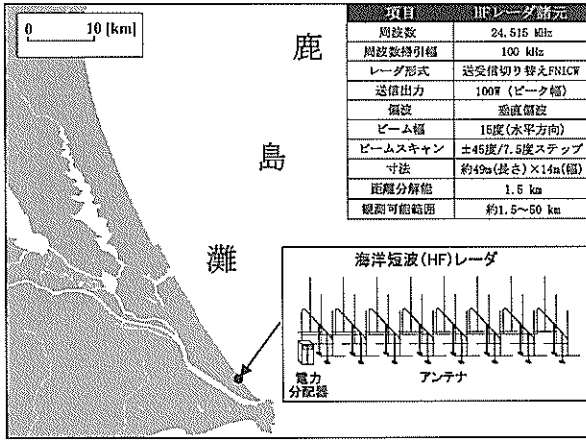


図-3.5 ノイズの観測海域

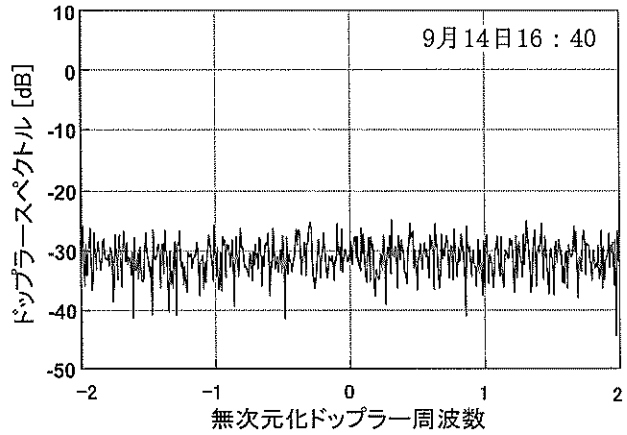


図-3.6 ノイズのドップラースペクトルの一例

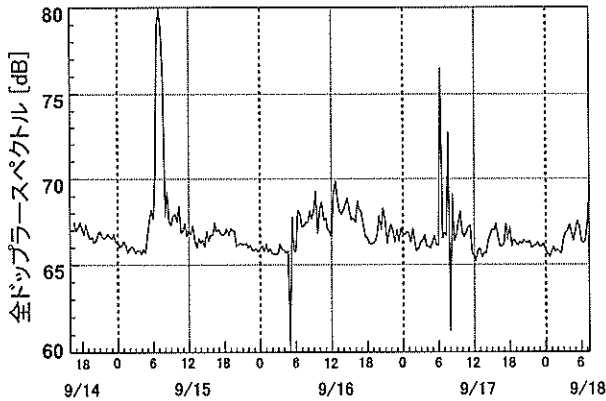


図-3.7 ノイズの時間変動特性

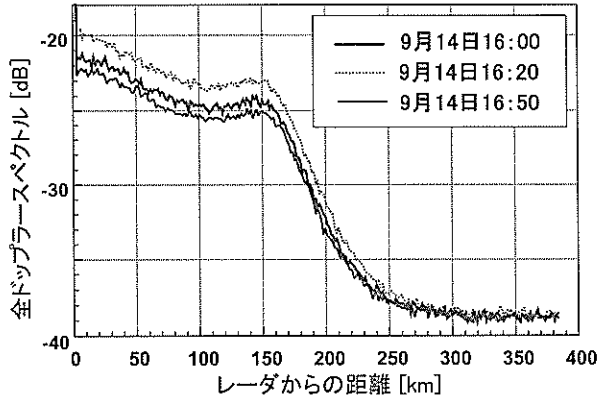


図-3.8 ノイズの空間変動特性

VHFレーダ(出力100W)の場合には約30kmである。両レーダの最大測定距離の違いはレーダで使用している電波の波長の違いから生じるもので、使用している電波の波長が長いほど距離による減衰が小さく遠くまで測定することができる。測定距離ごとのドップラースペクトルは、図-3.3に示す測定距離ごとに並べ替えられた受信信号を時間方向にフーリエ変換することにより算定される。図-3.4に測定距離15km地点のドップラースペクトルを示す。本研究ではノイズがドップラースペクトルに及ぼす影響を明らかにするために、理論から算定されるドップラースペクトルから理論的な受信信号を算定し、任意のノイズ成分を受信信号に付加することに図-3.2に示される受信信号を算定する。算定した受信信号からドップラースペクトルに対するノイズの影響を調べる。

### 3.2 海洋短波レーダによるノイズの観測

レーダの受信信号に悪影響を及ぼすノイズには、大気などの自然現象から生じる自然ノイズと人間活動によっ

て生じる人工ノイズの2種類が存在する。どちらのノイズも空間的・時間的に大きな変動を有しており、個々のノイズの挙動を正確に把握することは難しい。自然ノイズには大気の状態の変化から生じる空電ノイズと太陽風など宇宙からの電波のノイズがある。このうち、雷雲の接近によって生じる空電ノイズは非常に大きく、一次散乱よりも大きくなることもある。これに対して、人工ノイズは人間活動の活発さに比例してその大きさを変化させるので、都市部においては非常に大きく、しばしば二次散乱成分よりも大きくなる。この都市部における人工ノイズは、時間によって大きく変化し、人間活動が活発な昼間は夜間に比べて1オーダー以上大きくなることもある。

本研究はFMICW方式のHFレーダ(中心周波数24.515MHzのHF帯の海洋短波レーダ)を用いて、大気や人間活動等から発生するノイズを観測した。観測は、HFレーダを受動型レーダ(レーダから電波を送信しないで受信のみを行うレーダ)として運用することで実施した。図-3.5

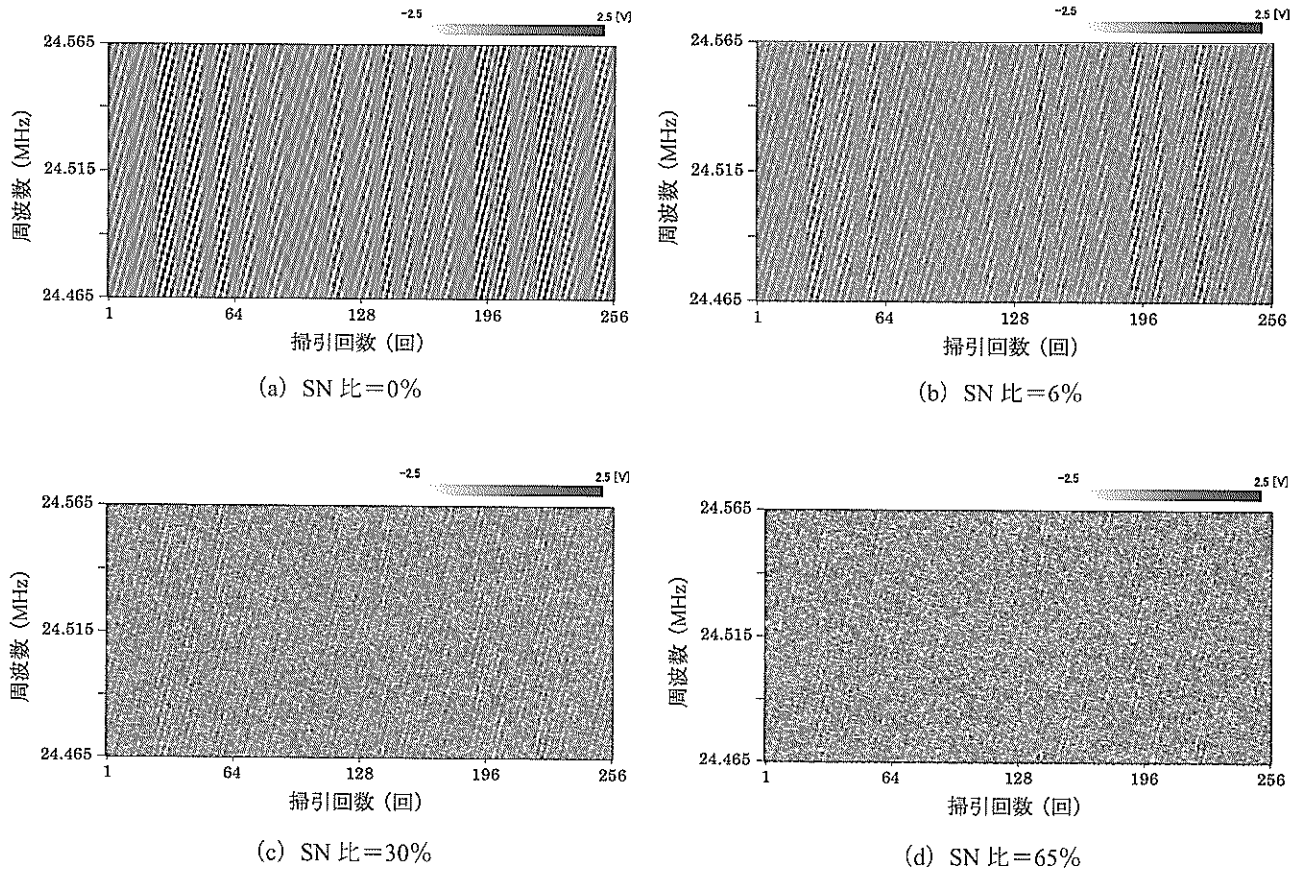


図-3.9 受信信号の数値シミュレーション結果

にレーダの設置位置（波崎海岸）とノイズの観測に使用した HF レーダの諸元及びアンテナを示す。観測は 2000 年 9 月 14 日～2000 年 9 月 18 日の期間に実施した。

図-3.6 に今回の観測で得られたドップラースペクトルの一例を示す。ノイズのドップラースペクトルは周波数方向に一様なエネルギーレベルを有し、白色雑音と同じ変動特性を持っている。このノイズの時間変動特性を明らかにするために、観測より得られたドップラースペクトルを周波数方向に積分し、ノイズレベルを算定した。

図-3.7 にノイズレベルの時間変動を示す。ノイズは不規則に変動し、その振幅（変動幅）は最大で 20 dB 近くにもなる。この図に示されるノイズの時間変動パターンは、人間活動のパターンと一致している。人間活動が活発な昼間は、夜間よりもノイズレベルが高い傾向にある。また、今回の観測では朝（9 月 15 日 8 時と 17 日 8 時）にノイズレベルが異常に上昇している。このノイズレベルの上昇の原因としては、この観測海域で毎朝行われる漁業の影響が考えられる。漁船がレーダの設置してある海岸の近くで無線を使用した場合には、一時的にノイズレベルの上昇を引き起こす可能性がある。このよう

なノイズレベルの急激な上昇は、レーダによって波浪観測の精度を著しく低下させ、場合によっては有意な波浪観測ができなくなる。以上より、レーダによって高精度の広域波浪観測を行うためには、観測前にレーダを設置する場所におけるノイズレベルの計測を行い、設置場所が波浪観測に相当であるかどうかを判断しなければならない。特に、人間活動が激しい都市域ではレーダの設置場所の選定には十分な注意が必要である。

図-3.8 に観測距離ごとのノイズレベルの変動を示す。ノイズレベルは観測距離 150 km まで緩やかに減少し、150 km を超えると急激に減少して 300 km からほとんど変化しなくなる。この変動パターンは本研究で用いたレーダの受信感度特性を表している。すなわち、本研究で用いたレーダでは十分な出力で送信波を放射してやると、観測距離 150 km までは観測できる。しかしながら、実際には電波法等の規制により十分な出力で送信波を放射することができないため、観測距離 50 km 程度（出力 100W）しか観測することができない。ノイズレベルの観測距離方向の変動は、その時間変動と比較して急激な変動はなく、観測距離によってそのレベルが大きく変化する

ることはない。

今回の観測では、雷雲に代表される大気的不安定さから生じるノイズを観測することができなかった。この大気的不安定さから生じるノイズは、人間活動等より生じる人工ノイズよりも大きなエネルギーを有しているため、レーダの受信信号の甚大な劣化を引き起こすと考えられる。したがって、雷雲が発生しているような時にはレーダによって波浪観測を行うことは困難である。

### 3.3 ノイズの影響を受けた受信信号の算定

ノイズの影響を受けたレーダの受信信号を数値シミュレーションすることにより、ドップラースペクトルに対するノイズの影響評価を行った。この受信信号の数値シミュレーションは、理論波浪からレーダの受信信号を算定し、その受信信号にノイズを付加することによって行った。このようにして算定した受信信号からドップラースペクトルを算定し、SN比を変えることによりドップラースペクトルに対するノイズの影響を明らかにした。

一般的に、自然ノイズ及び人工ノイズの振幅及び周期を一意に決めることは困難であるが、鹿島灘で行ったノイズの観測結果(図-3.6 参照)より、レーダの受信信号に混入するノイズは白色雑音に極めて近い変動特性を有している。そこで、本研究ではレーダの受信信号に影響を及ぼすノイズを振幅一定でランダムな位相角を持って変化する信号  $noise(t_r, f_r)$  と仮定して以下のように定式化した。

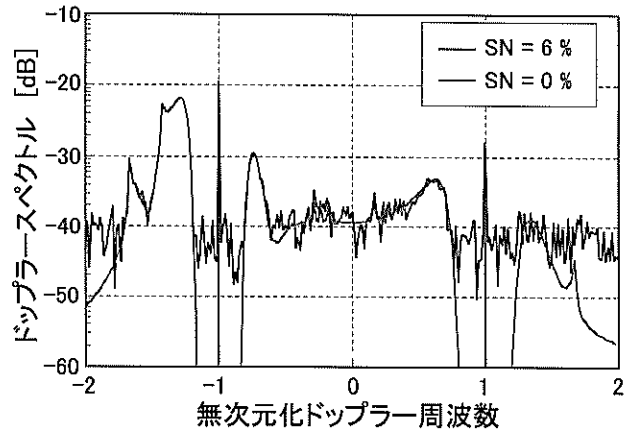
$$noise(t_r, f_r) = b_n \cdot \cos(\varepsilon_{x,y}) \quad (3.1)$$

ここで、 $b_n$  はノイズの振幅、 $\varepsilon_{x,y}$  は  $0 \sim 2\pi$  の間をランダムに変化する位相角をそれぞれ表している。ノイズの影響を受けたレーダの受信信号  $ns(t_r, f_r)$  は理論波浪から算定される  $s(t_r, f_r)$  と式(3.1)で表される  $noise(t_r, f_r)$  を用いて

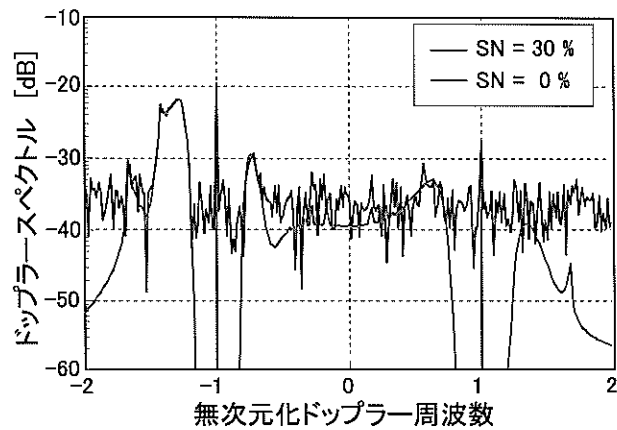
$$ns(t_r, f_r) = s(t_r, f_r) + noise(t_r, f_r) \quad (3.2)$$

と表現することができる。

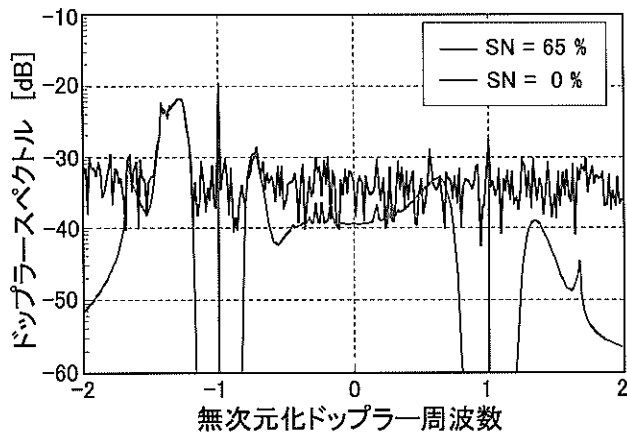
図-3.9 に式(3.2)を用いて SN 比の違いによって生じるレーダの受信信号の変化を示す。受信信号の算定に際しては式(2-8)～式(2-11)に有義波高 1.5m, 有義周期 6.0s, 主波向とレーダの視線方向のなす角 0 度, 集中度パラメータ  $S_{max} = 10$  を代入することにより理論波浪の方向スペクトルを算定して行った。図-3.9 の(a)～(d)は SN 比が 0%, 6%, 30%, 65% のときの受信信号をそれぞれ



(a) SN=6%



(b) SN=30%



(c) SN=65%

図-3.10 ノイズの影響を受けたドップラースペクトル

表している。ここでの SN 比は受信信号から得られるドップラースペクトル  $\sigma_s(\omega_m, 2BR/cT_s)$  とノイズから算定されるドップラースペクトル  $\sigma_n(\omega_m, 2BR/cT_s)$  を用いて以下の式によって定義する。

$$SN = \frac{\sum_{m=0}^M \sigma_n(\omega_m, 2BR/cT_s)}{\sum_{m=0}^M \sigma_s(\omega_m, 2BR/cT_s)} \quad (3.3)$$

図-3.9 より, SN 比が上昇するに従って信号が劣化している様子を確認することができる。

図-3.10(a)~(c)に SN 比が 6%, 30%, 65%のときのドップラースペクトルと真値(ノイズ成分を付加する前のドップラースペクトル)を示す。SN 比が 6%の場合(図

-3.10(a)), ノイズは主に高周波数側のエネルギーが小さい領域に大きな影響を及ぼし, 受信信号の情報は劣化している。SN 比が 30% (図-3.10(b)) になると, ノイズは高周波数だけでなく低周波数のエネルギー分布に大きな影響を及ぼし, 二次散乱成分の形状が大きく変化してしまっている。SN 比が 65% (図-3.10(c)) になると, ノイズはドップラースペクトルの一次散乱と二次散乱のピーク付近を除くすべて周波数に影響を及ぼし, ドップラースペクトルから波浪に関する情報を抽出することが困難な状況にある。ノイズレベルが大きくなることで問題となるのは, ドップラースペクトルの変動パターンが大きく変わってしまうことである。このドップラースペクトルの形状の変化によって, ドップラースペクトルの変動パターンから推定される波向の推定精度は著しく低下する。これに対して, ドップラースペクトルの二次散乱

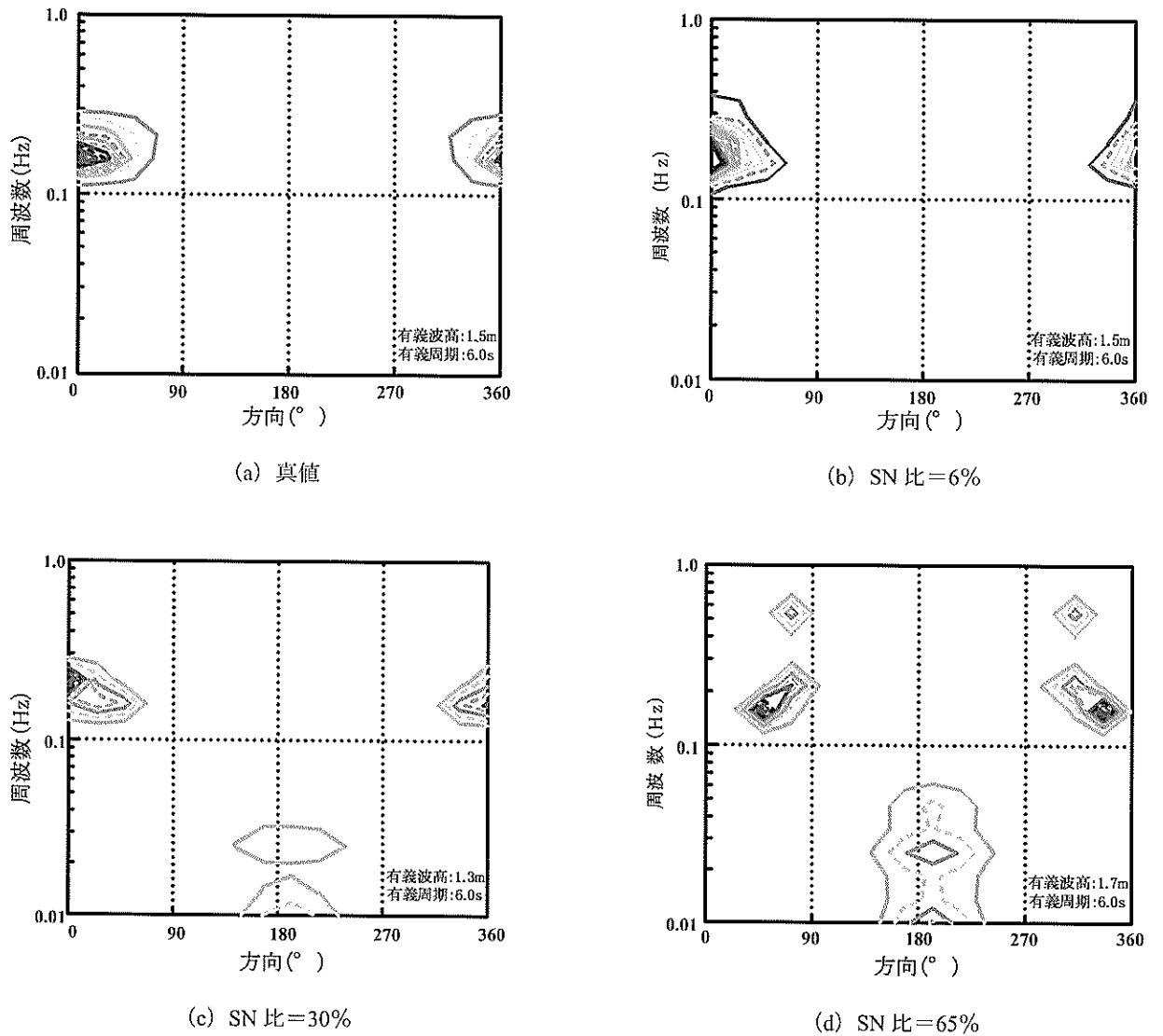


図-3.11 方向スペクトルに対するノイズの影響

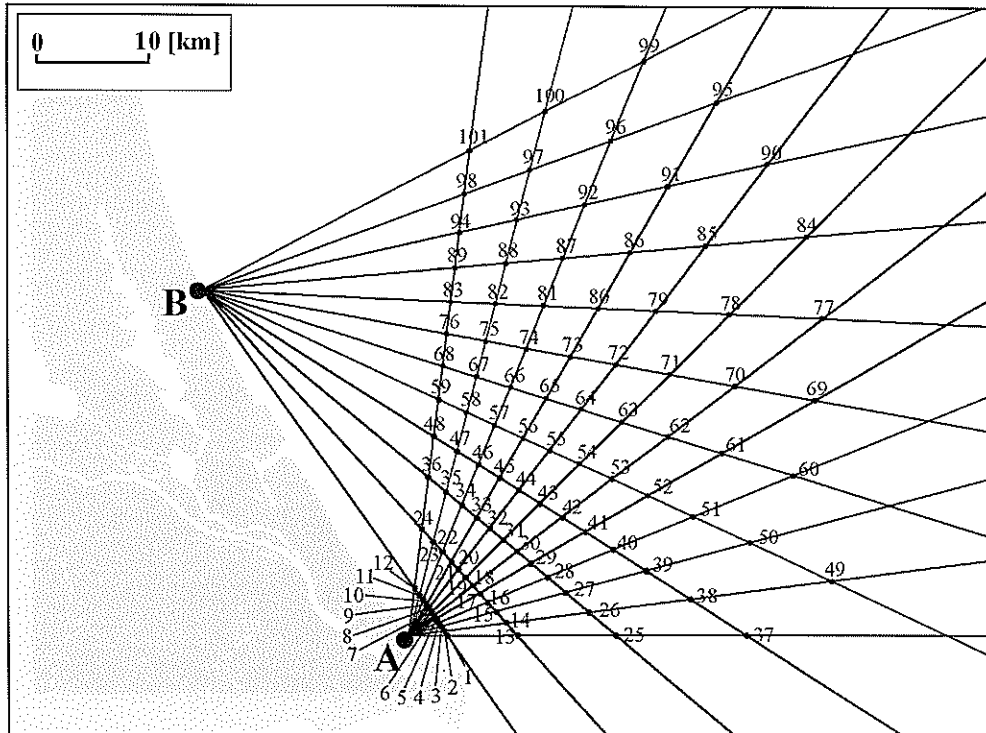


図-4.1 検証観測海域

成分より推定される有義波高や有義周期は比較的にノイズの影響を受けにくい。これは有義波高・有義周期が、ノイズの影響を受けにくい二次散乱のピーク値で決まるからである。

### 3.4 ノイズの方向スペクトルへの影響評価

二つのレーダの側線が交差する角を  $90^\circ$ 、主波向  $\theta_0$  とそれぞれのレーダの側線がなす角  $\theta$  を  $225^\circ$ 、 $135^\circ$  とし、ドップラースペクトルから方向スペクトルの推定を行った。図-3.11 に推定結果を示す。図-3.11(a) は方向スペクトルの真値を示し、図-3.11(b) ~ (d) は SN 比が 6, 30, 65% の受信信号から推定された方向スペクトルをそれぞれ示している。推定される方向スペクトルは、SN 比の大きさによってその変動パターンを変化させる。SN 比が 6% の場合 (図-3.11(b))、推定される方向スペクトルは真値と良く一致する (相関係数 0.90)。これに対し、SN 比が 30% になると本来存在しない低周波数側にエネルギーのピークが出現し、両者の相関は悪くなる (相関係数 0.71)。この低周波側のエネルギーピークは SN 比が 65% になると大きくなり、そのエネルギーピークは 2 つに割れて主波向を正しく推定することはできなくなる (相関係数 0.22)。以上より、受信信号に混入するノイズによって、推定される方向スペクトルのエネルギー分布が大きな影響を受けていることがわかる。特に、SN 比

が大きくなると、推定される方向スペクトルは低周波数成分に偽りのエネルギーピークが生じ、その形状が大きく変化する。これに対して、方向スペクトルの全エネルギーから推算される有義波高・有義周期は SN 比によらず真値と非常に良く一致しており、有義波高・有義周期の推定に対するノイズの影響は非常に小さいことがわかる。これは有義波高・有義周期の値がノイズの影響を比較的影響を受けにくい一次散乱近傍のエネルギーの大きい二次散乱成分によって決まるためである。

## 4. 海洋短波レーダによる波浪観測

FMICW 方式の HF レーダによる面的波浪観測を行い、波高計との比較を行うことにより、その推定精度と問題点を明らかにする。また、海洋短波レーダによる面的波浪観測を実用的なものにするために、その観測範囲と定常的な観測を行うための注意点等を明らかにする。

### 4.1 検証観測について

検証観測は鹿島灘周辺海域に対して 2000 年 11 月 2 日 ~ 2000 年 11 月 8 日の期間実施した。使用した海洋短波レーダは図-1.1 に示す FMICW 方式の HF レーダを使用した。図-4.1 に HF レーダの設置地点 (A 局と B 局)、ビームの発射方向 (12 方向)、観測地点 (総計 101 地点の観



写真-4.1 A局に設置されたHFレーダのアンテナの様子

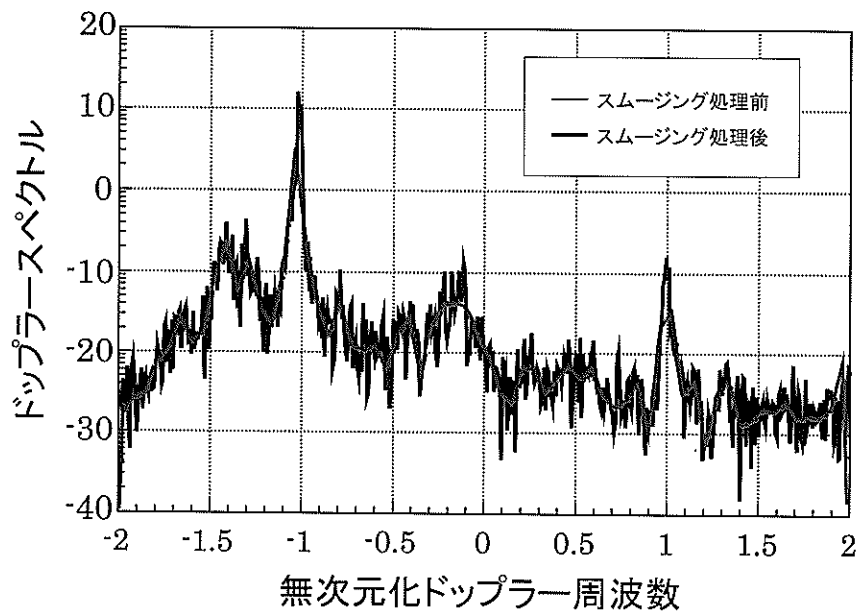


図-4.2 ドップラースペクトル

測地点)及び海底設置型の波高計の設置地点(観測地点18)を示す。

HFレーダのアンテナの設置に際しては、レーダの受信信号が陸上の影響を受けないように汀線付近に設置した。また、アンテナを設置する周辺に電波を出す無線局などがないことを確認して設置した。写真-4.1にA局に設置されたアンテナの様子を示す。

今回の検証観測に用いたHFレーダの性能は、表-1.1に通りにある。海洋短波レーダによる波浪観測では1測線の観測時間を長時間とすることで、観測精度が向上する。このため、今回の観測では1測線あたり10分間の観測時間とした。

HFレーダによる波浪観測の観測精度を検証するために設置した海底設置型の波高計は、波崎海岸沖約10kmの水深30mの海底に設置(図-4.1の18番の地点)した。本研究では、超音波式波高計と水圧式波高計の二つのタイプを18番の地点に設置したが、海洋短波レーダの検証に使用したのは超音波式波高計のデータを使用した。

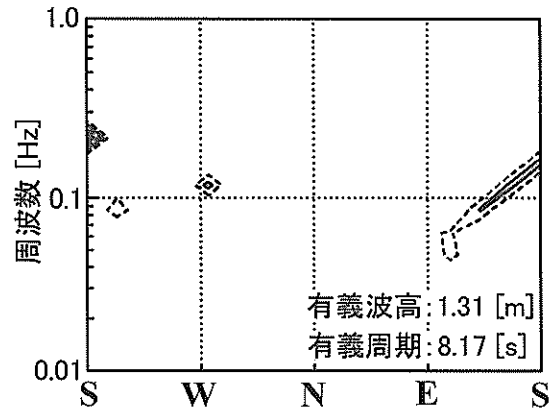
#### 4.2 ドップラースペクトルの信号処理

Waveletによる多重解像度解析によるスムージング処理における展開レベルは検討の結果、展開レベル3(ただし、サンプル数が512)が観測されたドップラースペクトルの一次散乱成分と二次散乱成分を最も適切に分離することができる展開レベルであることがわかった。図-4.2にHFレーダから得られたドップラースペクトルとWaveletによる多重解像度解析によるスムージング処理を行ったドップラースペクトルの一例を示す。スムージング処理によって、容易にドップラースペクトルの一次散乱成分と二次散乱成分を分離することができる。さらに、スムージング処理によってドップラースペクトルの自由度を高め(展開レベル3の場合、ドップラースペクトルの自由度は8となる)、その信頼性を向上させている。このようにしてスムージング処理されたドップラースペクトルを用いて方向スペクトルの推算を行う。

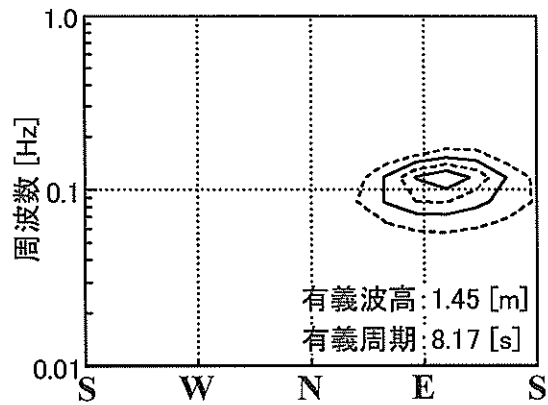
#### 4.3 波浪の方向スペクトルの推定

##### (1)ベイズ型方向スペクトル推定法

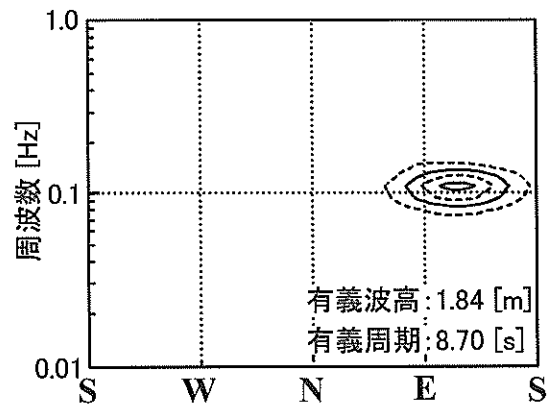
ベイズ型方向スペクトルを用いてドップラースペクトルより方向スペクトルを算定する。3章のノイズの方向スペクトルに対する影響はノイズレベルが低い場合には、ベイズ型方向スペクトル推定法によって精度良く方向スペクトルを推定することができた。しかしながら、ノイズレベルが高くなると、推定される方向スペクトルの精度が著しく低下する。この評価によれば、ノイズの影響



(a)ベイズ型方向スペクトル推定法



(b)新しいベイズ型方向スペクトル推定法



(c)波高計

図-4.3 波浪の方向スペクトルの比較

は方向スペクトルの形状に最も強い影響を及ぼし、ノイズレベルが高くなると波向を推定することが困難になることがわかっている。

実際の観測より得られたドップラースペクトルから波浪の方向スペクトルを推定した結果を図-4.3(a)に示し、図-4.3(c)にこのとき波高計から得られた波浪の方向スペクトルを示す。両者を比較すると、図-4.3(a)の方向スペクトルの形状は、図-4.3(c)の方向スペクトルと大きく異なっている。これは方向スペクトルを推定する際に使用したドップラースペクトルの二次散乱成分がノイズの影響を強く受け、波浪の方向を特定するのに必要な情報が劣化してしまっているためである。一方、有義波高・有義周期に関しては実測値（波高計によって計測された値）と良く一致している。

## (2) 一次散乱を考慮したベイズ型方向スペクトル推定法

図-4.3(b)にドップラースペクトルの一次散乱成分を考慮したベイズ方向スペクトル推定法を使って推定した方向スペクトルを示す。図-4.3(b)の方向スペクトルの形状は図-4.3(c)の方向スペクトルと良く一致している。このことより、方向スペクトルを推定する際に使用したドップラースペクトルの一次散乱成分の比が波浪の方向を適切に決定するのに大きく寄与していることがわかる。通常、ドップラースペクトルの一次散乱は二次散乱と比較してエネルギーが大きく、ノイズの影響を受けにくい。このため、ドップラースペクトルの一次散乱成分を考慮することにより、安定して方向スペクトルを推算することができるようになる。特に、ノイズレベルが高い場合には一次散乱を考慮することにより、安定して波浪の方向スペクトルを推算することができるようになる。

## 4.4 波高計との比較・検討

### (1) Barrick 法

図-4.4と図-4.5にBarrick法によって算定した有義波高と有義周期の時系列を示す。有義波高は波高計の変動と非常に良く一致している。これに対し、有義周期は波高計の変動を大きく異なっている。これはドップラースペクトルの高周波側に存在するノイズの影響を強く受けているためである。有義周期の推定に関しては、ベイズ型方向スペクトル推定法の方が精度良く算定することができる。

## (2) 一次散乱を考慮したベイズ型方向スペクトル推定法

### (a) 有義波高の比較

図-4.6にHFレーダと波高計から得られる有義波高の比較を示す。有義波高は方向スペクトルの全エネルギーから算定した。HFレーダから推算される有義波高は、波高計から得られる有義波高と比較して激しく変動しているが、その変動の平均的傾向は一致している。この有義波高の激しい変動は、HFレーダから推算される方向スペクトルの全エネルギーが、精度良く推算されていないことが原因として考えられる。方向スペクトルは、A局とB局のHFレーダから得られたドップラースペクトルを用いて推算した。A局のHFレーダは観測海域に対して真正面（北より時計回りに60度方向）あるのに対し、B局のHFレーダは観測海域に対して右37.5度方向（北より時計回りに137.5度方向）である。このため、B局のHFレーダから得られるドップラースペクトルは、A局のHFレーダより得られるドップラースペクトルよりもサイドロープの影響（SN比の低下）を強く受け、その精度は低下している。このB局のドップラースペクトルの精度低下が、推定する方向スペクトルの精度低下を引き起こしている。

### (b) 有義周期の比較

図-4.7にHFレーダと波高計から得られる有義周期の比較を示す。有義周期は周波数スペクトルのピーク周波数から算定した。HFレーダから推算される有義周期は、波高計から得られる有義周期の変動と良く一致している。これは周波数スペクトルがドップラースペクトルの一次散乱付近のエネルギーが大きく、ノイズの影響を受けにくい二次散乱成分の値で決まっているからである。

### (c) ピーク波向の比較

図-4.8にHFレーダと波高計から得られるピーク波向の比較を示す。HFレーダから推算されるピーク波向は、波高計により得られるピーク波向と比較して、そのばらつきは大きく、方向分解能が低いことがわかる。これはB局の受信信号のSN比が低いために生じる方向スペクトルの推定精度の低下が原因である。



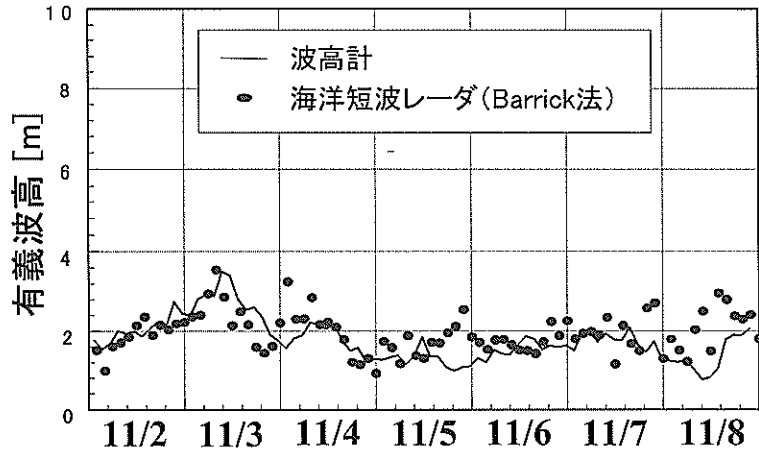


図-4.4 有義波高の比較

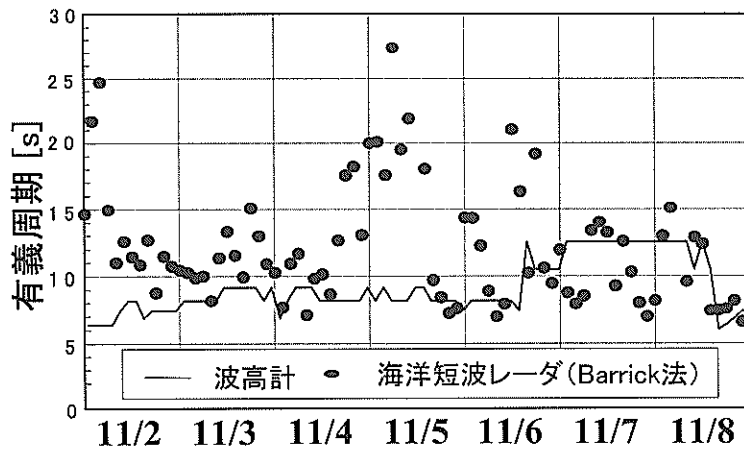


図-4.5 有義周期の比較

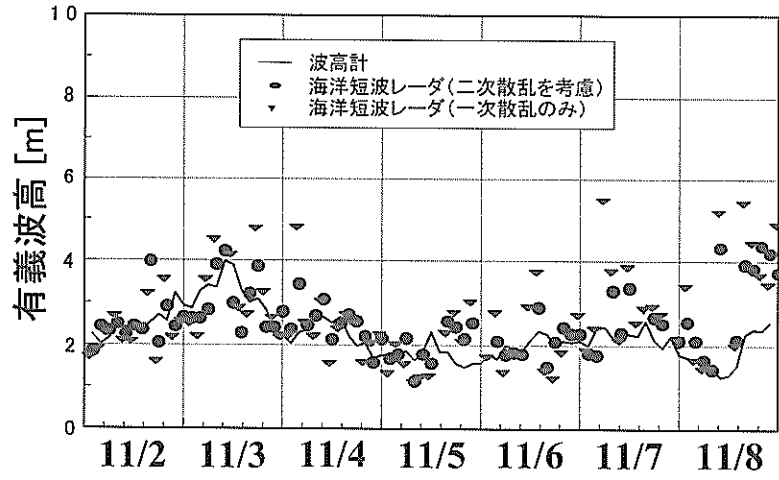


図-4.6 有義波高の比較

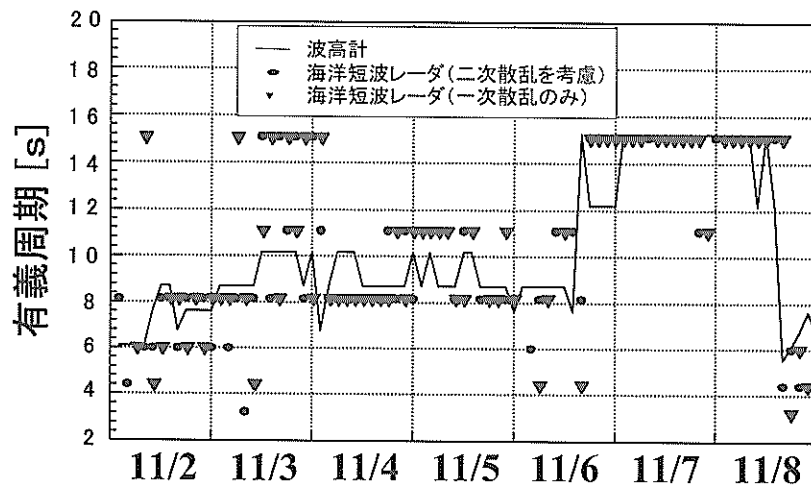


図-4.7 有義周期の比較

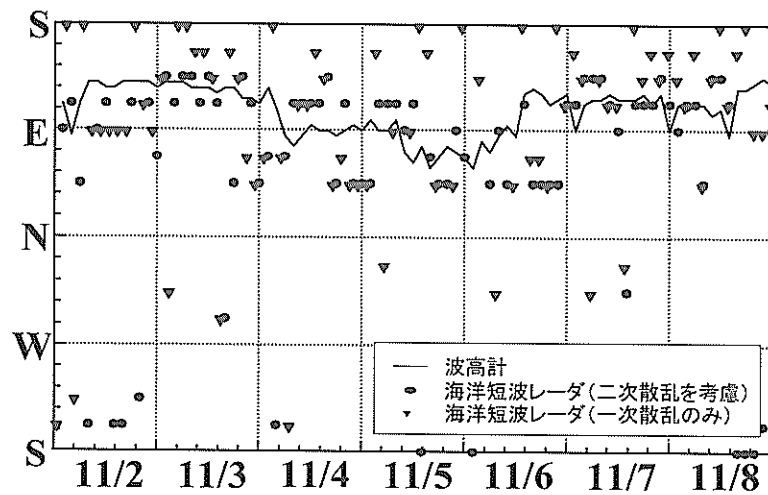


図-4.8 主波向の比較

#### 4.5 HFレーダによる面的波浪観測の特性

HFレーダによる面的波浪観測の空間特性を明らかにするために、2000年11月2日0時における波浪観測結果を用いた。図4.9に各観測地点における方向スペクトルと波高計から得られる方向スペクトルを示す。各観測地点の有義波高・有義周期と波高計で観測された有義波高・有義周期を比較すると、観測地点1を除いて一致している。これに対して、各観測地点における方向スペクトルの形状は、観測地点間で異なっており、波高計の方向スペクトルとも異なる地点が多い。このことより、有義波高・有義周期に関しては観測地点が遠くなく、波浪からの後方散乱波がとらえられる範囲内（出力100WのHFレーダの場合、レーダと観測地点の距離が40km以内）においては適切に算定できることがわかる。これは有義波高・有義周期がドップラースペクトルの二次散乱成分の比較的ノイズの影響を受けにくいエネルギーの大きなピーク付近で、その値が決まるからである。一方、方向スペクトルの形状はドップラースペクトルの形状によって決まるため、ノイズの大きさや受信信号の強度等の条件に大きく左右されるため観測地点ごとに方向スペクトルの形状が異なる。次に、観測地点・観測距離・観測方向によって推定される方向スペクトルがどのように変化するかを明らかにする。

##### (1) 観測場所の検討（陸上の影響について）

B局の測線1は海岸線に近い陸上からの散乱の影響と砕波帯の影響を強く受ける。このため、観測地点1, 7, 12に示されるようにスペクトルの形状は波高計の方向スペクトルの形状と全く異なっている。特に、観測地点1では方向スペクトルの全エネルギーから求められる有義波高・有義周期の値も波高計のから得られる有義波高・有義周期と大きく異なっている。これは本研究で使用したHFレーダの半値幅が7.5度と比較的大きいためレーダから離れるにつれ、アジマス方向（レーダの視線方向と直角方向）の空間分解能が悪くなることに起因する。つまり、海岸線近くを平行に進むビームはレーダから離れるにつれ、砕波帯や陸上の影響を強く受けて式(2.1)と式(2.2)で示されるような関係式が成り立たなくなり、方向スペクトル及び有義波高・有義周期を精度良く推算することができない。これゆえ、HFレーダによって陸上及び砕波帯の影響を受けやすい海岸線付近の海域の観測を行うことはできない。

##### (2) 観測距離の検討

FMICW方式のHFレーダではダイナミックレンジを観測対象地点ごとに変化させることができないため観測対象地点とレーダとの距離が遠い場合には、受信信号の振幅が小さくなりドップラースペクトルの二次散乱成分に含まれる波浪に関する情報は劣化してしまい解析することはできない。観測地点13, 25, 52ではレーダ(B局)と観測地点の距離が離れている(30km以上)ため、波浪情報を含むドップラースペクトルの二次散乱成分を適切に算定できないために方向スペクトル中に偽りのエネルギーピークが存在している。

##### (3) 観測方向の検討（観測角の影響について）

観測地点12, 24, 36では方向スペクトルが適切に推算されていない。これはA局からの測線に対して波浪が直角方向近くに入射している場合である。児島ら(2001)の行ったノイズの影響を受けた受信信号の数値シミュレーションとそれから推算される方向スペクトルの検討よれば、波浪がレーダの視線方向に対して直角方向から入射する場合には推算される方向スペクトルの精度は著しく低下することが示されており、今回の観測でもこのことが改めて示された。

##### (4) 有義波高・有義周期の空間分布

図-4.10に一次散乱を考慮したベイズ型方向スペクトル推定法によって得られた有義波高・有義周期の空間分布の一例を示す。この図より、沿岸に近づくにつれ、波高が高くなり周期が短くなる波浪変形の様子確認することができる。観測距離が遠い地点（レーダから40km以上離れている地点）においてはその精度は低下するが、海洋短波レーダによって面的な波浪観測ができることがわかる。

また、図-4.11図-4.10に示す波浪の観測時における海表面流の空間分布を示す。この図より、岸に沿う南下流があることがわかる。このように、海洋短波レーダでは波浪観測と同時に海表面流観測も行うことができる。

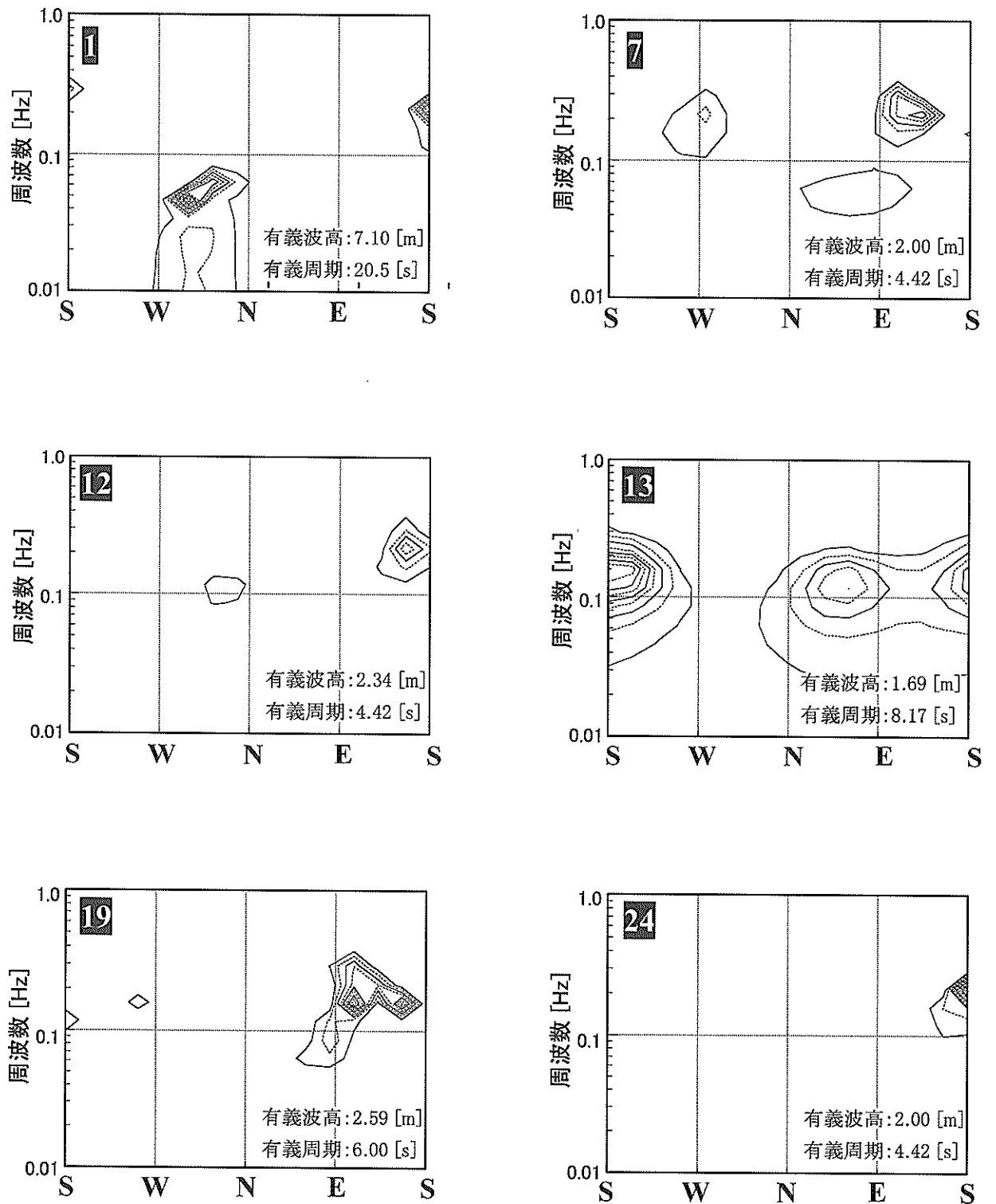


図 4.9 各観測点における方向スペクトル

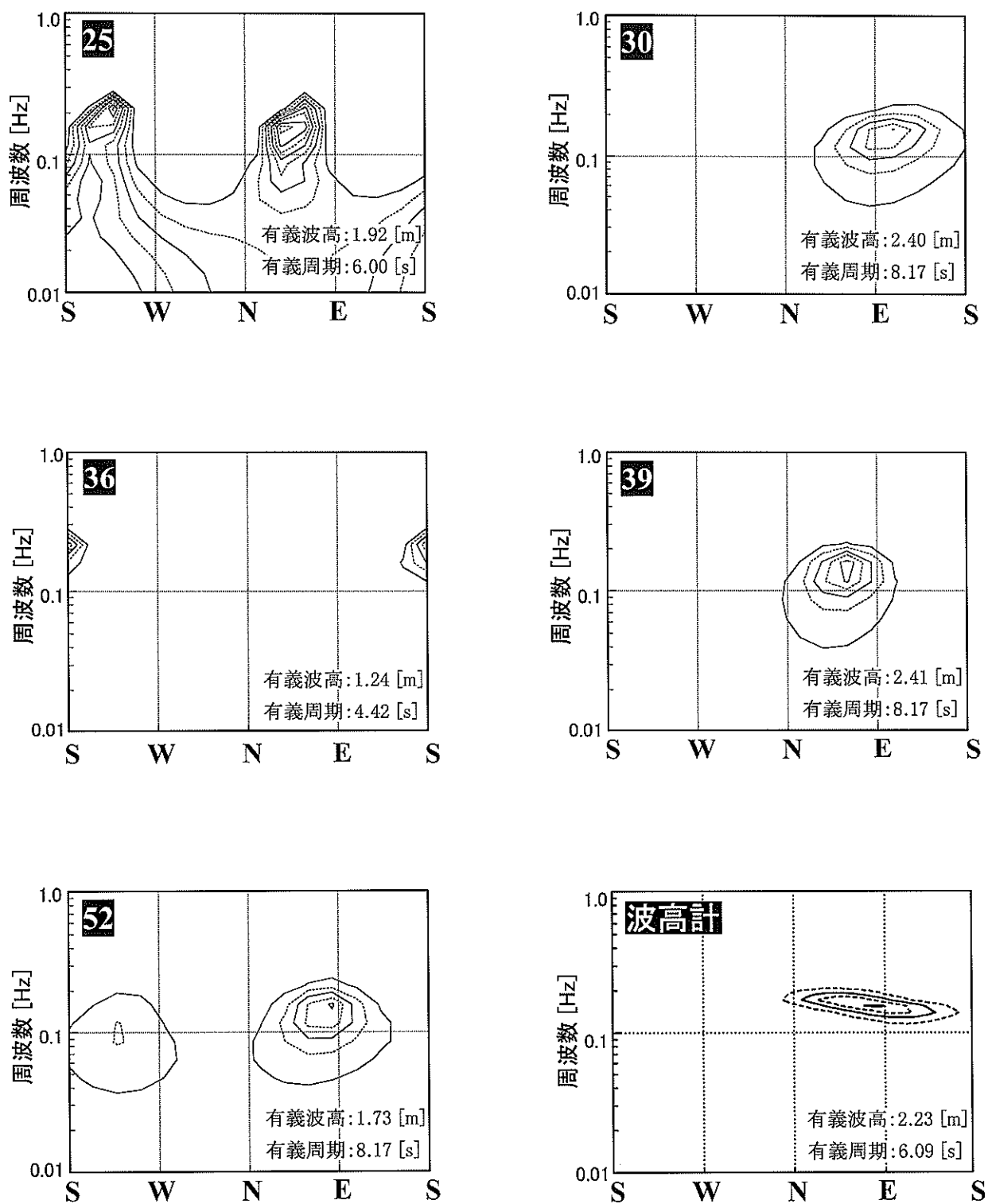


図 4.9 各観測点における方向スペクトル

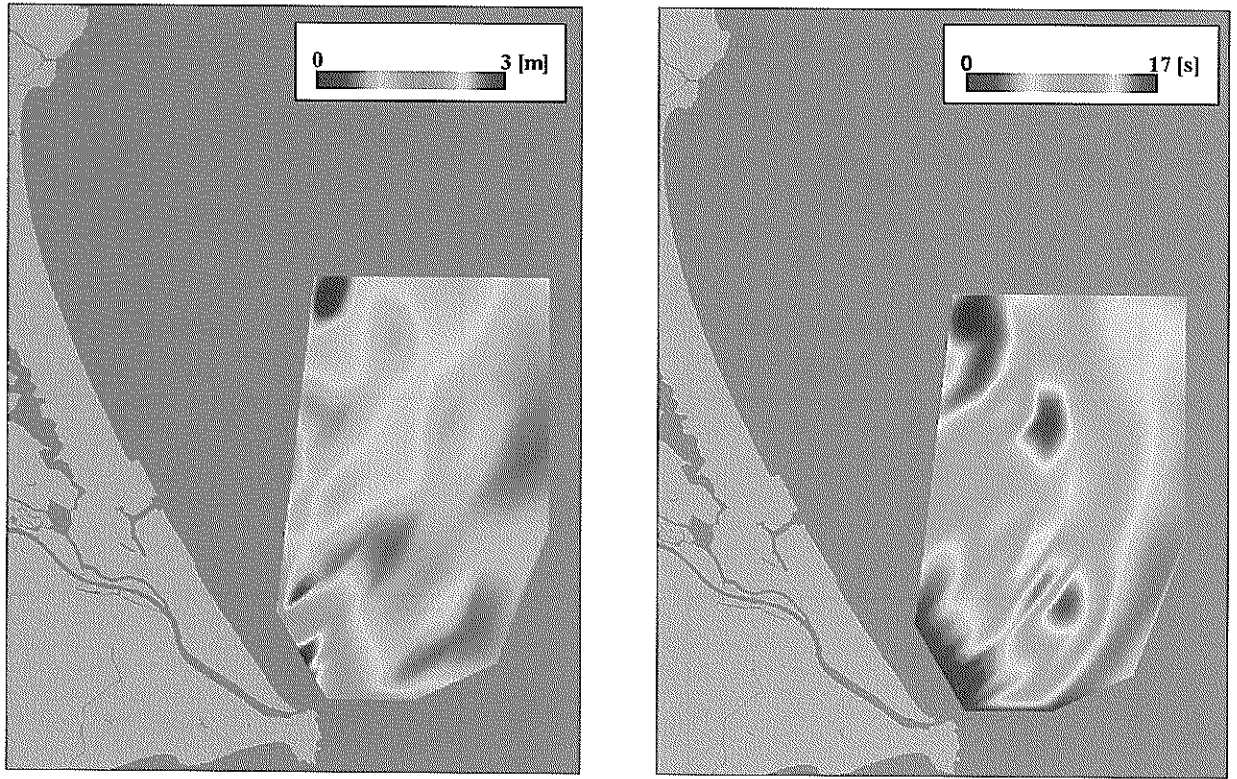


図-4.10 波浪の空間分布

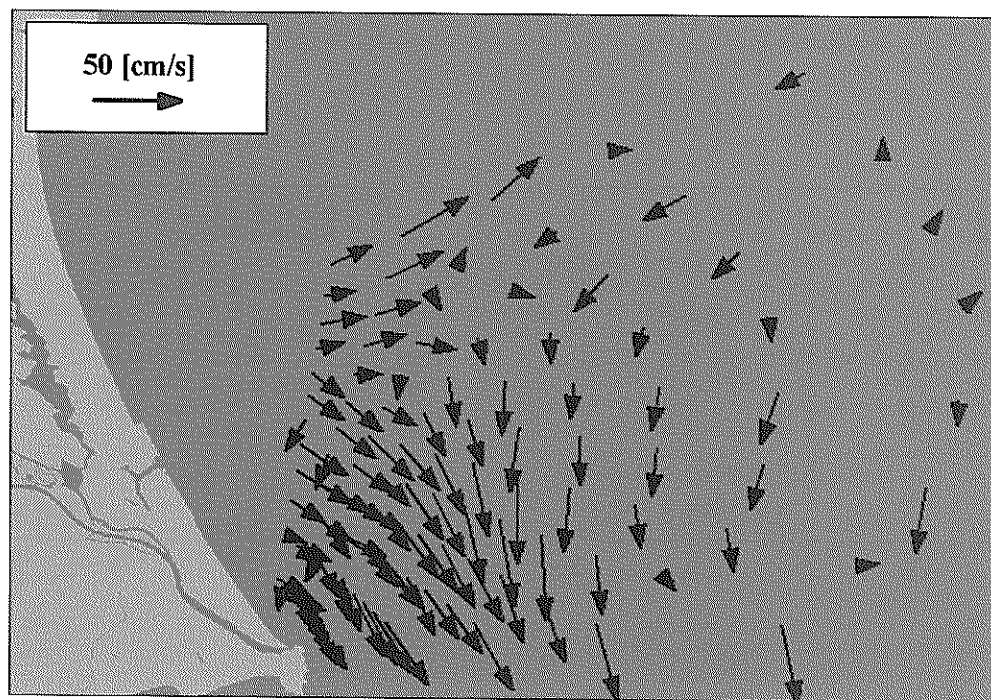


図-4.11 海表面流の空間分布

## 5. 結論

- (1) 任意の方向スペクトルからドップラースペクトルの二次散乱を数値シミュレーションすることにより、波浪とドップラースペクトルの関係を整理し、ドップラースペクトルから波浪の諸量（方向スペクトル、有義波高、有義周期、主波向）を推定する際の注意点を明らかにした。
- (2) 海洋短波レーダによる波浪観測を精度良く行うためには、ドップラースペクトルの一次散乱と二次散乱を正確に分離する必要がある。しかしながら、観測より得られた激しいドップラースペクトルは激しい変動性を有しており容易に一次散乱と二次散乱を分離することができない。本研究ではこのようなドップラースペクトルの一次散乱と二次散乱を客観的に分離するために、Wavelet による多重解像度解析を応用した信号処理法を開発した。この開発により、海洋短波レーダによる波浪観測の精度と信頼性を向上させた。
- (3) 大気や人間活動等から発生するノイズの影響を受けやすいFMICW方式のHFレーダによって精度良く方向スペクトルを推定するために、ドップラースペクトルの一次散乱を考慮した新しいベイズ型方向スペクトル推定法を開発した。この開発により、海洋短波レーダによる波浪観測の実用化を前進させた。
- (4) 波崎海岸におけるノイズの観測により、レーダの受信信号に混入するノイズが白色ノイズであることを明らかにした。また、ノイズの時系列観測により、ノイズレベルが人間活動のイベント（＝漁船がレーダに近づいたときに、漁船で使用する無線の影響でレーダに混入するノイズレベルが急激に上昇する現象）によって、そのレベルが急激に上昇することを明らかにした。
- (5) 海洋短波レーダの受信信号に混入するノイズの数値シミュレーションによって、ノイズが受信信号に及ぼす影響を定性的・定量的に明らかにすることができた。さらに、ノイズが推定する波浪の方向スペクトルに及ぼす影響を定性的・定量的に明らかにすることができた。この結果、ノイズレベルによって推定される方向スペクトルの形状は大きく変化し、ノイズレベルが高い場合には推定される方向スペクトルから波向に関する情報を抽出することはできないことが明

らかになった。また、方向スペクトルの全エネルギーとピーク周波数から算定される有義波高・有義周期は比較的安定して推定することができることも明らかになった。

- (6) 一次散乱を考慮したベイズ型方向スペクトル推定法によって、従来のベイズ型方向スペクトル推定法と比較して、安定して波浪の方向スペクトルを推算することができるようになった。特に、波浪の方向スペクトルの形状は大きくその精度を向上させた。
- (7) 海洋短波レーダから推算される有義波高・有義周期と波高計の有義波高・有義周期の時系列変動は、非常に類似した変動パターンを示している。このことより、海洋短波レーダによる波浪観測はノイズレベルが高い場合にはその精度が低下する問題はあるが、実用的に使用すること海洋短波レーダでは海岸線付近の波浪を精度良くができる計測器である。
- (8) 海洋短波レーダで海岸線付近を観測した場合、陸上からの散乱の影響と砕波帯の影響を強く受け、海象を観測することができない。また、観測対象地点とレーダのアンテナとの距離が遠い場合には、受信信号の振幅が小さくなりドップラースペクトルの二次散乱成分に含まれる波浪に関する情報は劣化してしまい解析することはできない。
- (9) 海洋短波レーダでは同時に面的波浪観測と海表面流観測を行うことができる。さらに、今後の研究の発展によっては海上風の風向の観測も同時に行うことができる。

## 6. あとがき

本研究で報告したように、海洋短波レーダでは数十 km 四方の面的な波浪観測を行うことができる。しかも、観測の同時性に優れ、機器のメンテナンスにも優れた波浪観測器である。しかし、様々な要因で生じるノイズによって、その精度が劣化してしまう問題がある。レーダの信号に悪影響を及ぼすノイズは時空間で大きな変と特性を有しているため、今後はこの影響を考慮した解析法及び測器の改良を行う必要がある。

(平成 13 年 11 月 30 日)

## 謝辞

鹿島灘沖合におけるノイズの観測及び波浪観測において、レーダシステムの点検を行っていただいた国土交通省鹿島港工事事務所と観測時に貴重なアドバイスを頂いた国土交通省国土技術政策総合研究所沿岸海洋部沿岸環境室室長古川恵太氏と国際航業株式会社および長野日本無線株式会社に謝意を表します。

## 参考文献

1. 児島正一郎・橋本典明・佐藤裕司・吉松みゆき(2001) : HFレーダを用いた広域波浪観測に関する基礎研究, 海洋理工学会春季大会, pp. 23-26.
2. 児島正一郎・橋本典明・吉松みゆき(2001) : 海洋短波レーダによる海表面流計測のための新しいドップラースペクトルの算定法, 海岸工学論文集, 第48巻, pp. 1421-1425.
3. 児島正一郎・橋本典明・佐藤裕司(2001) : 一次散乱を考慮した海洋短波レーダによる波浪の方向スペクトルの推算法, 海岸工学論文集, 第48巻, pp. 1436-1440.
4. 児島正一郎・橋本典明・徳田正幸(2001) : 海洋短波レーダによる波浪観測に関する基礎的研究-受信信号中のノイズの影響評価-, 海岸工学論文集, 第48巻, pp. 1446-1450.
5. 土木学会海岸工学委員会研究レビュー小委員会(2001) : 陸上設置型レーダによる沿岸海洋観測, 土木学会, 212p.
6. 橋本典明・児島正一郎・L.R. Wyatt (2000) : 海洋短波レーダにおける方向スペクトルの推定法に関する検討, 海岸工学論文集, pp. 1331-1335.
7. 橋本典明・徳田正幸(1998) : 海洋短波レーダによる方向スペクトルの推定, 海岸工学論文集, pp. 1271-1275.
8. Kojima, S., Hashimoto, N. and Sato, Y. (2001) : The influence evaluation of the noise for the directional spectrum estimated from HF radar receiving signal, wave2001, in printing
9. Hashimoto, N., Kojima, S. and Tokuda, M. (2000) : Estimation of Directional Spectra from HF Radar Surface Backscatter, Coastal Engineering 2000, Vol. 2, pp. 1349-1362.
10. Chapman, R. D. and H. C. Graber (1997), Validation of HF radar measurements, Oceanography, Vol. 10 No. 2 pp. 76-79.
11. Graber, H. C. and M. L. Heron (1997), Waveheight measurements from HF radar, Oceanography, vol. 10 No. 2 pp. 90-92.
12. Isaac, F. E. and L. R. Wyatt (1997), Segmentation HF radar measured directional wave spectra using the Voronoi Diagram. J. Atmos. Ocean. Tech., 14, pp. 950-959.
13. Teague, C. C., J. F. Vesecky and D. M. Fernandez (1997), HF radar instruments, past and present, Oceanography, Vol. 10 No. 2 pp. 40-44.
14. Waytt, L. R. (1997) : The ocean wave directional spectrum, Vol. 10, No. 2, pp. 85-89.
15. Wyatt, L. R., L. J. Ledgard and C. W. Anderson (1997), Maximum likelihood estimation of the directional distribution of 0.53 Hz ocean waves, J. Atmos. Ocean. Tech., 14, pp. 591-603.
16. Wyatt, L. R. (1997), The ocean wave directional spectrum, Oceanography, Vol. 10 No. 2 pp. 85-89.
17. Hisaki, Y., (1996) Nonlinear inversion of the integral equation to estimate ocean wave spectra from HF radar, Radio Sci., 31 pp. 25-39.
18. Wyatt, L. R. and L. J. Ledgard (1996), QSCR wave measurement--some preliminary results. IEEE J. Ocean Eng., 21, pp. 64-76.
19. Wyatt, L. R. and G. J. Holden (1994), HF radar measurement of multi-modal directional wave spectra. Global Atmos. Ocean Sys., 2, pp. 265-290.
20. Howell, R. and J. Walsh (1993), Measurement of ocean wave spectra using narrow beam HF radar. IEEE J. Ocean. Eng., 18, pp. 296-305.
21. Howell, R. and J. Walsh (1993), Measurement of ocean wave spectra using beam HF radar, IEEE J. Ocean Eng., 18 pp. 296-305.
22. Wyatt, L. R. (1991), High-frequency radar measurements of the ocean wave-directional spectrum, IEEE J. Oceanic Engr., Vol. OE-16, pp. 163-169.
23. Waytt, L. R. (1990), A relaxation method for integral inversion applied to HF radar measurement of the ocean wave directional spectrum. Int. J. Remote Sens., 11, pp. 1481-1494.
24. Barrick, D. E., B. J. Lipa, and K. E. Steele (1989), Comments on 'Theory and application of calibration techniques for an NDBC directional wave measurements buoy': Nonlinear effects, IEEE J. Oceanic Engr., Vol. OE-14, pp. 268-272.
25. Parent, J. (1989), Statistical study of the spectral broadening of skywave signals



- backscattered by the sea surface: Application to rms wave height measurement with a skywave radar, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 37, pp. 1201-1206.
26. Wyatt, L.R. (1988), Significant waveheight measurement with HF radar, *Int. J. Remote Sensing*, Vol. 9, pp. 1087-1095.
  27. Parent, J. and A. Bourdillon (1987), A method to correct HF skywave backscattered signals for ionospheric frequency modulation, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 36, pp. 127-135.
  28. Wyatt, L.R. (1987), Ocean wave measurement using a dual-radar system: A simulation study, *Int. J. Remote Sensing*, Vol. 8, pp. 881-891.
  29. Barrick, D.E. and B.J. Lipa (1986), Correcting for distorted antenna patterns in CODAR ocean surface measurements, *IEEE J. of Oceanic Engr.*, Vol. OE-11, pp. 304-309.
  30. Barrick, D.E. (1986), The role of the gravity-wave dispersion relation in HF radar measurements of the sea surface, *IEEE J. of Oceanic Engr.*, Vol. OE-11, pp. 286-292.
  31. Barrick, D.E. and B.J. Lipa (1986), The second-order shallow water hydrodynamic coupling coefficient in interpretation of HF radar sea echo, *IEEE J. of Oceanic Engr.*, Vol. OE-11, pp. 310-315.
  32. Maresca, J.W. Jr., T.M. Georges, C.T. Carlson, and J.P. Riley (1986), Two tests of real-time ocean wave-height mapping with HF skywave radar, *IEEE J. of Oceanic Engr.*, Vol. OE-11, pp. 180-186.
  33. Srivastava, S.K. and J. Walsh (1986), An analytical model for the HF backscattered Doppler spectrum for the ocean surface, *IEEE J. of Oceanic Engr.*, Vol. OE-11, pp. 293-295.
  34. Wyatt, L.R. (1986), The measurement of the ocean wave directional spectrum from HF radar Doppler spectra, *Radio Science*, Vol. 21, pp. 473-485.
  35. Wyatt, L.R., J. Venn, G.D. Burrows, A.M. Ponsford, M.D. Moorhead, and J. van Heteren (1986), HF radar measurements of ocean wave parameters during NURWEC, *IEEE J. Oceanic Engr.*, Vol. OE-11, pp. 219-234.
  36. Wyatt, L.R. (1986), The measurement of the ocean wave directional spectrum from HF radar Doppler spectra, *Radio Science*, Vol. 21, pp. 473-485.
  37. Robson, R.E. (1984), Simplified theory of first- and second-order scattering of HF radio waves from the sea, *Radio Science*, Vol. 19, pp. 1499-1504.
  38. Akaike, H. (1980): Likelihood and Bayesian procedure, *Bayesian Statistics* (Bernardo, J. M., De Groot, M. H., Lindley, D. U. and Smith, A.F.M. eds.) University Press, Valencia, pp.143-166.
  39. Maresca, J.W. and T.M. Georges (1980), Measuring rms wave height and scalar ocean wave spectrum with HF skywave radar, *J. Geophys. Res.*, Vol. 85, pp. 2759-2771.
  40. Barrick, D.E. (1978), HF radio oceanography - a review, *Boundary Layer Meteorol.*, Vol. 13, pp. 23-43.
  41. Lipa, B.J. (1978), Inversion of second-order radar echoes from the sea. *J. Geophys. Res.*, 83, pp. 959-962.
  42. Barrick, D. E. (1977a) : Extraction of wave parameters from measured H F radar sea-echo Doppler spectra, *Radio Science*, Vol. 12, No. 3, pp.415-424.
  43. Barrick, D. E. (1977b) : The ocean waveheight nondirectional spectrum from inversion of the H F sea-echo Doppler spectrum, *Remote Sensing of Environment*, 6, pp.201-227.
  44. Barrick, D.E. and B.L. Weber (1977), On the nonlinear theory for gravity waves on the ocean's surface, Part II: Interpretation and applications, *J. Phys. Oceanography*, Vol. 7, pp. 11-21.
  45. Barrick, D.E. and J.B. Snider (1977), The statistics of HF sea-echo Doppler spectra. *IEEE Trans. Antennas. Propagat.*, Vol. AP-25, pp. 19-28.
  46. Lipa, B.J. (1977), Derivation of directional ocean-wave spectra by integral inversion of the second-order radar echoes, *Radio Sci.*, Vol. 12, pp. 425-434.
  47. Barrick, D.E. (1972), First-order theory and analysis of MF/HF/VHF scatter from the sea, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, AP-20, pp. 2-10.
  48. Teague, C.C. (1971), Bistatic-radar techniques for observing long wavelength directional ocean wave spectra, *IEEE Trans. on Geoscience Electronics*, Vol. GE-9, pp. 211-215.
  49. Crombie, D.D. (1955), Doppler spectrum of sea echo at 13.56 Mc/s, *Nature*, Vol.175, pp.681-682.

記号表

$\sigma(\omega)$  : ドップラースペクトル  
 $\sigma^{(1)}(\omega)$  : ドップラースペクトルの一次散乱  
 $\sigma^{(2)}(\omega)$  : ドップラースペクトルの二次散乱  
 $k_\theta$  : 電波の波数ベクトル  
 $k_0$  : 電波の波数 ( $k_0 = |k_\theta|$ )  
 $\omega$  : ドップラー周波数  
 $\omega_B$  : ブラック周波数  
 $m, m'$  : ドップラーシフトの符号 ( $\pm 1$ )  
 $S(k)$  : 波浪の波数スペクトル  
 $k, k'$  : 電波の散乱に関わる 2 つの自由波の波数ベクトル  
 $k, k'$  : 電波の散乱に関わる 2 つの自由波の波数  
 $k_x$  : レンジ方向の座標  
 $k_y$  : アジマス方向の座標  
 $\Gamma$  : 結合係数  
 $\Gamma_E$  : 電磁気学的な二次散乱による部分  
 $\Gamma_H$  : 流体学的な二次散乱による部分  
 $\Delta$  : 海面の複素インピーダンス  
 $\tilde{k}$  : 無次元化した電波の波数ベクトル  
 $\tilde{\omega}$  : 無次元化したドップラー周波数  
 $\tilde{\Gamma}$  : 無次元化した結合係数  
 $S(k)$  : 無次元化した波浪の波数スペクトル  
 $S_s(f, \theta)$  : 波浪の方向スペクトル  
 $S_f(f)$  : Bretschneider-Mitsuyasu 型周波数スペクトル  
 $G_s(\theta)$  : 光易型型方向分布関数  
 $f$  : 周波数  
 $\theta$  : 波向  
 $H_{1/3}$  : 有義波高  
 $T_{1/3}$  : 有義周期  
 $\theta_0$  : 主波向  
 $\Gamma(s)$  : ガンマ関数  
 $S_{\max}$  : 集中度パラメータ  
 $s(t_r, f_r)$  : FMICW 方式の海洋短波レーダの受信信号  
 $t_r$  : 掃引時間  
 $f_r$  : 掃引周波数  
 $a_{m,n}$  : 成分 ( $m, n$ ) の成分波の振幅  
 $\omega_m$  : ドップラー周波数 ( $\omega_m = 2\pi / t_m$ )  
 $r_n$  : 電波が観測地点に到達するのに要した時間に関係した量 ( $r_n = 2\pi / f_n$ )  
 $\varepsilon_{m,n}$  :  $0 \sim 2\pi$  の間をランダムに変化する位相角

$\chi_{2m,n}^2$  : 自由度が 2 のカイ自乗変数  
 $R$  : 観測距離  
 $B$  : 掃引周波数幅  
 $T_s$  : 1 掃引にかかった時間  
 $c$  : 光速  
 $\psi$  : マザーウェーブレット  
 $j$  : レベル  
 $l$  : シフト  
 $w_l^{(j)}$  : レベル  $j$  のウェーブレット展開係  
 $\varphi_{j,l}(\omega)$  : スケーリング関数  
 $s_l^{(j)}$  : スケーリング係数  
 $\sigma_j(\omega)$  : レベル  $j$  の近似関数  
 $\xi_j(\omega)$  : レベル  $j$  のウェーブレット成分  
 $H_{ave}^2$  : 平均波高  
 $T_{ave}$  : 平均周期  
 $\nu$  : 無次元化周波数 ( $\omega / \omega_B$ )  
 $W(\nu)$  : 重み関数  
 $\phi$  : レンジ方向と波向のなす角  
 $I$  : 周波数分割数  
 $J$  : 方向分割数  
 $\delta_{i,j}(f, \theta)$  : デルタ関数  
 $u^2$  : 超パラメータ  
 $ABIC$  : 赤池のベイズ型情報量基準  
 $\tilde{\sigma}_k^{(2)}$  : ドップラースペクトルを一次散乱で規格化したもの  
 $\tilde{\sigma}_{\min}^{(1)}$  : ドップラー周波数の正負に存在するドップラースペクトルの一次散乱成分の小さい方を大きい方で規格化したもの  
 $\tilde{F}_k$  : 推定された方向スペクトルから算定された規格化されたドップラースペクトルの一次散乱  
 $\tilde{D}_k^{(1)}$  : 推定された方向スペクトルから算定された規格化されたドップラースペクトルの一次散乱成分の小さい方を大きい方で規格化したもの  
 $noise(t_r, f_r)$  : ノイズの信号  
 $b_n$  : ノイズの振幅  
 $ns(t_r, f_r)$  : ノイズの影響を受けた受信信号

付録：ドップラースペクトルの計算法

ここでは, Lipa and Barrick(1982)が行ったドップラースペクトルの二次散乱の計算法について紹介する. この計算法は, 先にも示したように式(2-2)で示されるドップラースペクトルの二次散乱を式(2-9)のように変形して, 二次散乱の計算を行うものである.

1. ドップラースペクトルの定式化

海洋短波レーダより得られるドップラースペクトル  $\sigma(\omega)$  は, 海面からの後方散乱波のドップラースペクトルの一次散乱  $\sigma^{(1)}(\omega)$  と二次散乱  $\sigma^{(2)}(\omega)$  の和で近似することができる. Barrick(1972)は海面をランダムな凹凸のある表面として扱い, そこで起きる電波の後方散乱がブラッグ散乱機構に準じていると仮定することにより, レーダ方程式をRiceの摂動法に基づき摂動展開した. この摂動展開より, 後方散乱波のドップラースペクトルの一次散乱  $\sigma^{(1)}(\omega)$  と二次散乱  $\sigma^{(2)}(\omega)$  をそれぞれ以下のように表記することができる.

$$\sigma^{(1)}(\omega) = 2^6 \pi k_0^4 \sum S(-2mk_0) \delta(\omega - m\omega_B) \quad (付-1)$$

$$\sigma^{(2)}(\omega) = 2^6 \pi k_0^4 \sum \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Gamma|^2 S(mk) S(m'k') \times \delta(m\sqrt{gk} - m'\sqrt{gk'}) dk_x dk_y \quad (付-2)$$

ここで,  $k_0$  はレーダで使用した電波の波数ベクトル,  $k_0$  はレーダで使用した電波の波数 ( $k_0 = |k_0|$ ),  $\omega$  はドップラー周波数,  $\omega_B$  はブラッグ周波数と呼ばれるもので電波とブラッグ共鳴する自由波が深海波である場合には, 分散関係式より

$$\omega_B = \sqrt{2gk_0} \quad (付-3)$$

という関係が成り立つ.  $m, m'$  はドップラーシフトの符号 ( $\pm 1$ ),  $S(mk)$  は波浪の波数スペクトル,  $k, k'$  はレーダ波の散乱に関わる2つの自由波の波数ベクトル,  $k, k'$  はレーダ波の散乱に関わる2つの自由波の波数, 積分変数  $k_x, k_y$  はそれぞれレーダ波の進行方向(レンジ方向)と進行方向に直角な方向(アジマス方向),  $\Gamma$  は結合係数で水理学的結合係数  $\Gamma_H$  と電磁気学的結合係数  $\Gamma_E$  の和でそれぞれ以下のようにになっている.

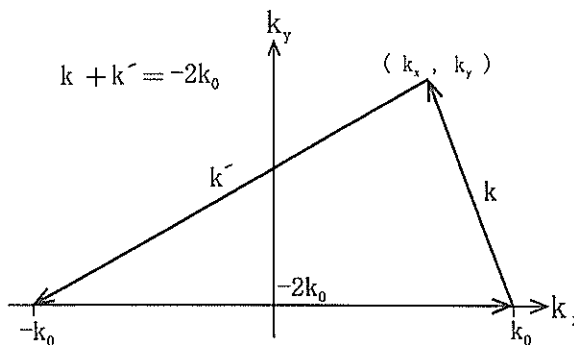


図-1 レーダ波と散乱に関わる2つの自由波の関係

$$\Gamma = \Gamma_E + \Gamma_H \quad (付-4)$$

$$\Gamma_H = -\frac{i}{2} \left\{ k + k' - \frac{(kk' - k \cdot k') \omega^2 + \omega_B^2}{mm' \sqrt{kk'}} \frac{\omega^2 - \omega_B^2}{\omega^2 - \omega_B^2} \right\} \quad (付-5)$$

$$\Gamma_E = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{(k \cdot k_0)(k' \cdot k_0)/k_0^2 - 2k \cdot k'}{\sqrt{k \cdot k' - k_0 \Delta}} \right\} \quad (付-6)$$

ここで,  $\Delta$  はインピーダンスを表している. 式(付-2)の  $k, k'$  と  $k_0$  は図-1に示す波数空間において式(付-7)の関係を満たしている. つまり, 後方散乱の二次散乱成分は式(付-7)の関係を満たす2つの自由波によって引き起こされている.

$$k + k' = -2k_0 \quad (付-7)$$

ここで,

$$k = (k_x - k_0, k_y), \quad k' = -(k_x - k_0, -k_y) \quad (付-8)$$

2. 二次散乱におけるドップラー周波数  $\omega$  と  $m, m'$  の関係

式(付-2)は被積分関数にデルタ関数を含んでいるため, デルタ関数内が0となる時のみ0以外の解を持つ. デルタ関数内が0となる時のドップラーシフトの符号  $m, m'$  とドップラー周波数  $\omega$  の関係は次に示すようになっている.

2.1  $m=m'$  のとき

式(2)のデルタ関数内を0とおくと

$$\begin{aligned} \omega - m\sqrt{gk} - m'\sqrt{gk'} &= 0 \\ \therefore \omega &= m(\sqrt{gk} + \sqrt{gk'}) \end{aligned} \quad (\text{付-9})$$

となる。式(付-9)を二乗し、 $m^2=1$ を代入し整理すると

$$\omega^2 = g(k+k'+2\sqrt{kk'}) \quad (\text{付-10})$$

となる。ここで、図-1 より  $k, k', 2k_0$  は  $k+k' > 2k_0$  の関係を満たしているの

$$\omega^2 = g(k+k'+2\sqrt{kk'}) > g(k_0+2\sqrt{kk'}) > 2gk_0 = \omega_B^2 \quad (\text{付-11})$$

という関係式を得る。これより

$$\begin{aligned} m=m'=1 &\rightarrow \omega > \omega_B \\ m=m'=-1 &\rightarrow \omega < -\omega_B \end{aligned} \quad (\text{付-12})$$

が成り立つ。

## 2.2 $m \neq m'$ のとき

### 2.2.1 $k_x > 0$

$k_x > 0$  のときの  $k, k', 2k_0$  は

$$k < k' \quad , \quad k' - k < 2k_0 \quad (\text{付-13})$$

の関係(図-1 参照)を満たしているの、この式を式(付-10)に代入して整理すると

$$\begin{aligned} \omega^2 &= g(k+k'-2\sqrt{kk'}) < g(k+k'-2\sqrt{k^2}) \\ &= g(k'-k) < 2gk_0 = \omega_B^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \omega^2 > \omega_B^2 \quad (\text{付-14})$$

という関係式を得る。これより

$$\begin{aligned} m=1, m'=-1 &\rightarrow -\omega_B < \omega < 0 \\ m=-1, m'=1 &\rightarrow 0 < \omega < \omega_B \end{aligned} \quad (\text{付-15})$$

が成り立つ。

### 2.2.2 $k_x < 0$

$k_x < 0$  のときの  $k, k', 2k_0$  は

$$k > k' \quad , \quad k - k' < 2k_0 \quad (\text{付-16})$$

の関係を満たしているの、この式を式(付-10)に代入して整理すると

$$\begin{aligned} \omega^2 &= g(k+k'-2\sqrt{kk'}) < g(k+k'-2\sqrt{k^2}) \\ &= g(k'-k) < 2gk_0 = \omega_B^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \omega^2 < \omega_B^2 \quad (\text{付-17})$$

という関係式を得る。この関係式より  $\omega$  の範囲は

$$\begin{aligned} m=1, m'=-1 &\rightarrow 0 < \omega < \omega_B \\ m=-1, m'=1 &\rightarrow -\omega_B < \omega < 0 \end{aligned} \quad (\text{付-18})$$

となる。式(付-12)、(付-15)、(付-18)の関係を整理すると表-1 のようになる。

$(m, m')$	$(m, m')$	$(m, m')$	$(m, m')$
$(-1, -1)$	$kx > 0$ $(1, -1)$ $kx < 0$ $(-1, 1)$	$kx > 0$ $(1, -1)$ $kx < 0$ $(1, -1)$	$(1, 1)$
$-\omega_B > \omega$	$-\omega_B < \omega < 0$	$0 < \omega < \omega_B$	$\omega_B < \omega$

表 5-1 ドップラー周波数  $\omega$  と  $(m, m')$  の関係

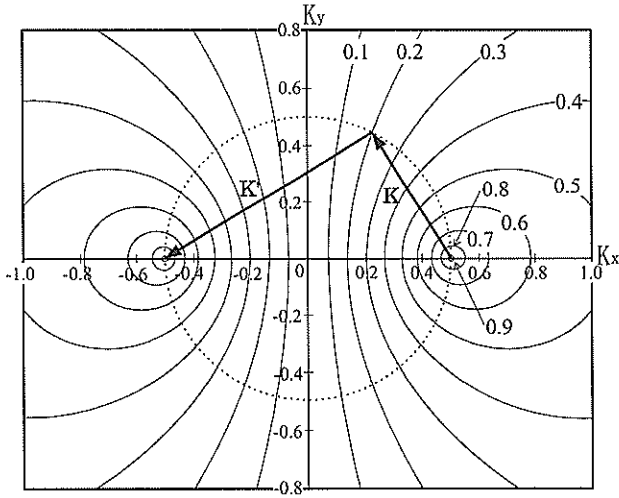


図-2  $m = m'$ ,  $\omega > \omega_B$  のときの  $(K_x, K_y)$  と  $\eta$  の関係

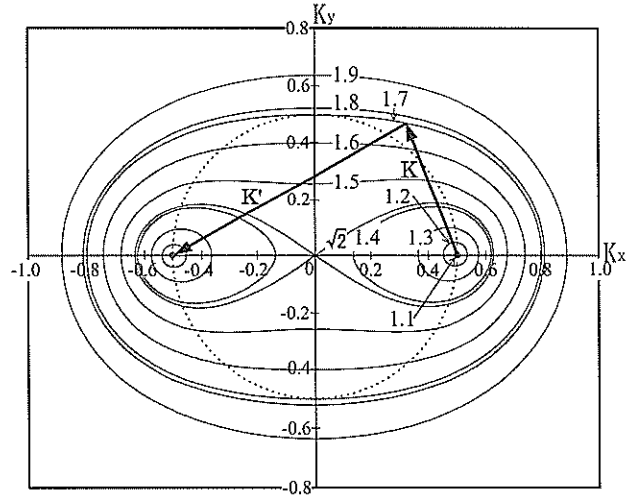


図-3  $m \neq m'$ ,  $\omega < \omega_B$  のときの  $(K_x, K_y)$  と  $\eta$  の関係

### 3. 無次元化

#### 3.1 波浪の角周波数 $\omega$ と波数 $(k_x, k_y)$ の無次元化

波浪の角周波数  $\omega$  と波数  $(k_x, k_y)$  をブラック周波数  $\omega_B$  とレーダで使用している波数  $k_0$  によって次のように無次元化する。

$$K_x = k_x / (2k_0), \quad K_y = k_y / (2k_0) \quad (\text{付-19})$$

$$\eta = \omega / \omega_B \quad (\text{付-20})$$

式(付-19)を用いて電波の散乱に関わる 2 つの自由波の波数ベクトル  $k, k'$  を無次元化すると

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \mathbf{k} / 2k_0 \\ &= \left\{ \left( \frac{k_x}{2k_0} - \frac{1}{2} \right), \frac{k_y}{2k_0} \right\} \quad (\text{付-21}) \\ &= \left( K_x - \frac{1}{2}, K_y \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}' &= \mathbf{k}' / 2k_0 \\ &= \left\{ -\left( \frac{k_x}{2k_0} + \frac{1}{2} \right), -\frac{k_y}{2k_0} \right\} \quad (\text{付-22}) \\ &= \left( -K_x - \frac{1}{2}, -K_y \right) \end{aligned}$$

$$K = |\mathbf{K}| = \left\{ \left( K_x - \frac{1}{2} \right)^2 + K_y^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (\text{付-23})$$

$$K' = |\mathbf{K}'| = \left\{ \left( K_x + \frac{1}{2} \right)^2 + K_y^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (\text{付-24})$$

となる。さらに、無次元化した波数  $K, K'$  を用いて  $\eta$  を変形すると

$$\begin{aligned} \eta &= \omega / \omega_B \\ &= (m\sqrt{gk} + m'\sqrt{gk'}) / \sqrt{2gk_0} \\ &= (m\sqrt{K} + m'\sqrt{K'}) \\ &= m \left\{ \left( K_x - \frac{1}{2} \right)^2 + K_y^2 \right\}^{\frac{1}{4}} + m' \left\{ \left( K_x + \frac{1}{2} \right)^2 + K_y^2 \right\}^{\frac{1}{4}} \quad (\text{付-25}) \end{aligned}$$

となる。式(付-25)は無次元化した波浪の角周波数  $\eta$  と波数ベクトル  $(K_x, K_y)$  の関係を示す関係式である。  
 $m = m'$ ,  $\omega > \omega_B$  のときの無次元波数  $K$  と無次元角周波数  $\eta$  の関係を図-2 に示し,  $m \neq m'$ ,  $\omega < \omega_B$  のときの無次元波数  $K$  と無次元角周波数  $\eta$  の関係を図-3 に示す。

#### 3.2 結合係数 $\Gamma$ の無次元化

結合係数  $\Gamma$  をレーダで使用している波数  $k_0$  によって以下に示すように無次元化する。

$$\gamma = \Gamma / (2k_0) \quad (\text{付-26})$$

$$\gamma_H = \frac{\Gamma_H}{2k_0} = -\frac{i}{2} \left[ K + K' - \frac{(KK' - \mathbf{K} \cdot \mathbf{K}')(\eta^2 + 1)}{mm'\sqrt{KK'}}(\eta^2 - 1) \right] \quad (\text{付-27})$$

$$\gamma_E = \frac{\Gamma_E}{2k_0} = -\frac{1}{2} \left[ \frac{(K \cdot n)(K' \cdot n) - 2K \cdot K'}{\sqrt{K \cdot K'} - \Delta/2} \right] \quad (\text{付-28})$$

ここで、 $n$  は単位ベクトル ( $n=(1, 0)$ ) を表している。

### 3.3 デルタ関数 $\delta$ の無次元化

デルタ関数内をブラック周波数  $\omega_b$  とレーダで使用している電波の波数  $k_0$  によって次のように無次元化する。

$$\begin{aligned} \delta(\omega - m\sqrt{gK} - m'\sqrt{gK'}) \\ = \delta(\omega/\omega_b - m\sqrt{gK}/\sqrt{2gk_0} - m'\sqrt{gK'}/\sqrt{2gk_0}) \end{aligned} \quad (\text{付-29})$$

ここで、デルタ関数の性質 ( $\delta(aX) = \frac{1}{|a|} \delta(X)$ ) より

$$\delta(\omega - m\sqrt{gK} - m'\sqrt{gK'}) = \frac{1}{\omega_b} \delta(\eta - m\sqrt{k} - m'\sqrt{k'}) \quad (\text{付-30})$$

と変形することができる。

### 3.4 波浪の波数スペクトルと後方散乱断面積の無次元化

波浪の波数スペクトル  $S(\mathbf{K})$  をレーダで使用している電波の波数  $k_0$  によって次のように無次元化する。

$$Z(\mathbf{K}) = (2k_0)^4 S(\mathbf{K}) \quad (\text{付-31})$$

式(付-19)～式(付-31)を用いて後方散乱の一次散乱断面積  $\sigma^{(1)}(\omega)$  及び二次散乱断面積  $\sigma^{(2)}(\omega)$  はそれぞれ式(付-1)と式(付-2)のように無次元化することができる。

$$\begin{aligned} \sigma_1(\eta) &= \omega_b \sigma^{(1)}(\omega) \\ &= 2^6 \pi K_0^4 \sum S(-2mK_0) \omega_b \delta(\omega - m\omega_b) \\ &= 4\pi \sum_{m=\pm 1} Z(-mn) \delta(\eta - m) \end{aligned} \quad (\text{付-32})$$

$$\begin{aligned} \sigma_2(\eta) &= \omega_b \sigma^{(2)}(\omega) \\ &= 2^6 \pi K_0^4 \iint_{-\infty}^{\infty} |\Gamma|^2 S(mK) S(m'K') \\ &\quad \times \omega_b \delta(\omega - m\sqrt{gK} - m'\sqrt{gK'}) dk_x dk_y, \quad (\text{付-33}) \\ &= 4\pi \sum_{m, m'=\pm 1} |\gamma|^2 Z(mK) Z(m'K') \\ &\quad \times \delta(\eta - m\sqrt{K} - m'\sqrt{K'}) dK_x dK_y, \end{aligned}$$

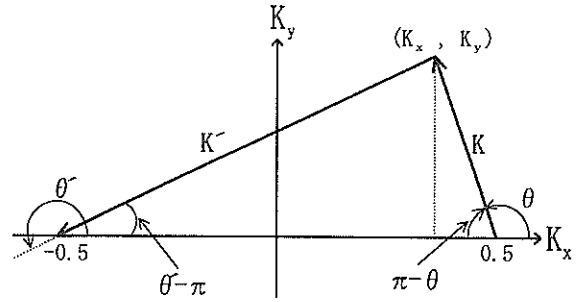


図-4  $(k_x, k_y)$  と  $\theta, \theta'$  の関係

### 4. 二次散乱の積分

$K$  と  $K'$  は図-4に示すような関係にある。ここで、 $K$  と  $K_x$  軸とのなす角を  $\theta$  とし、 $K'$  と  $K_x$  軸とのなす角を  $\theta'$  とすると

$$K' = \sqrt{K^2 + 2K \cos \theta + 1} \quad (\text{付-34})$$

が成り立つ。さらに、三角形の正弦定理より

$$\begin{aligned} \frac{K'}{\sin(\pi - \theta)} &= \frac{K}{\sin(\theta' - \pi)} \\ \theta' &= \pi + \sin^{-1} \left( \frac{K \sin \theta}{K'} \right) \end{aligned} \quad (\text{付-35})$$

が成り立つ。 $K_x, K_y$  を  $\theta$  と  $K$  を用いて表現すると

$$(K_x, K_y) = \left( \frac{1}{2} + K \cos \theta, K \sin \theta \right) \quad (\text{付-36})$$

となる。この関係を用いて式(付-33)の積分変数を  $K$  と  $\theta$  に変換すると

$$\begin{aligned} \sigma_2(\eta) &= 8\pi \sum_{m, m'=\pm 1} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} |\gamma|^2 Z(mK) Z(m'K') \\ &\quad \times \delta(\eta - m\sqrt{K} - m'\sqrt{K'}) K dK d\theta \end{aligned} \quad (\text{付-37})$$

となる。式(付-37)はデルタ関数の制約により単一の変数による積分に変形することができる。この変形のために次のような新しい変数を導入する。

( m , m' )	( m , m' )	( m , m' )	( m , m' )			
(-1 , -1)	$\begin{matrix} kx > 0 & (1 , -1) \\ kx < 0 & (-1 , 1) \end{matrix}$	$\begin{matrix} kx > 0 & (1 , -1) \\ kx < 0 & (1 , -1) \end{matrix}$	(-1 , -1)			
$\eta < -1$	-1	$-1 < \eta < 0$	0	$-1 < \eta < 0$	1	$1 < \eta$
( $-\infty$ , -1)	(-1 , 0)	(0 , 1)	(1 , $\infty$ )			
( $h_1$ , $h_2$ )	( $h_1$ , $h_2$ )	( $h_1$ , $h_2$ )	( $h_1$ , $h_2$ )			

表 5-2 (m,m') と (h<sub>1</sub>,h<sub>2</sub>) の関係

$$y = \sqrt{K} \tag{付-38}$$

$$\eta = m\sqrt{K} + m'\sqrt{K'} \tag{付-39}$$

式(付-38), (付-39)を式(付-34), (付-37)に代入すると

$$K' = \sqrt{K^2 + 2K \cos \theta + 1} = \sqrt{y^4 + 2y^2 \cos \theta + 1} \tag{付-40}$$

$$\sigma_2(\eta) = \sum_{m,m'=z1} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{h_1}^{h_2} I(y,\theta) \delta(\eta - h(y,\theta)) \left| \frac{dy}{dh} \right| dh d\theta \tag{付-41}$$

となる。ここで、 $h(y,\theta)$  と  $I(y,\theta)$  はそれぞれ以下のようになっている。

$$\begin{aligned} h(y,\theta) &= m\sqrt{K} + m'\sqrt{K'} \\ &= my + m' \left( \sqrt{y^4 + 2y^2 \cos \theta + 1} \right)^{1/4} \end{aligned} \tag{付-42}$$

$$I(y,\theta) = 16\pi |y|^2 Z(mK) Z(m'K') y^3 \tag{付-43}$$

$$\left| \frac{dy}{dh} \right| = \frac{1}{\left| 1 + \frac{mm'y(y^2 + \cos \theta)}{(y^4 + 2y^2 \cos \theta + 1)^{3/4}} \right|} \tag{付-44}$$

積分変数  $h$  の積分区間 ( $h_1, h_2$ ) は表 2 のようになっている。

式(付-41)はデルタ関数の制約により

$$\eta - h(y,\theta) = 0 \tag{付-45}$$

のときに 0 以外の解を持つ。式(付-45)を数値的に解くためにニュートンラフソン法を用いて解く。ニュートンラフソン法では以下に示す漸化式における  $y_i^*$  が収束するまで計算を繰り返す。

$$y_{i+1}^* = y_i^* - \left[ \frac{f(y)}{\left( \frac{df(y)}{dy} \right)} \right]_{y=y_i^*} \tag{付-46}$$

ここで、 $f(y)$  と  $df(y)/dy$  は

$$f(y) = \eta - h(y,\theta) = \eta - my - m'(y^4 + 2y^2 \cos \theta + 1)^{1/4} \tag{付-47}$$

$$\frac{df}{dy} = -m - m' \frac{y(y^2 + \cos \theta)}{(y^4 + 2y^2 \cos \theta + 1)^{3/4}} \tag{付-48}$$

となる。式(付-46)の初期値を解析的に解くことにより式(付-45)の解を得る。式(付-46)の初期値は以下のようにして算定する。

- 1)  $m = m'$  のとき  
 $\theta = 0$  で  $f(y) = 0$  となるので、式(付-45)は

$$\eta - my - m'(y^4 + 2y^2 + 1)^{1/4} = 0 \tag{付-49}$$

となる。このときの  $y$  を解析的に求める。このために次

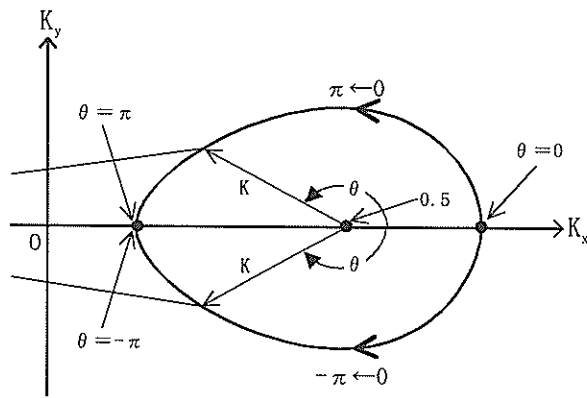


図-5  $m = m'$  のときの積分経路

のような新しい変数  $u$  を導入する。

$$u = m(\eta - m') \quad (\text{付-50})$$

式(付-50)を式(付-49)に代入して整理すると

$$y = y^* = \frac{u^2 + 2u}{2(u+1)} \quad (\text{付-51})$$

となる。式(付-51)は  $m = m'$ 、 $\theta = 0$  のときの解析解である。つまり、 $\theta = 0$  での  $y_0^*$  は式(付-51)によって与えられ、 $\theta = 0 + \Delta\theta$  では  $\theta = 0$  の解析解  $y_0^*$  を式(付-46)に代入することにより  $y_1^*$  を求めることができる。このようにして  $y_i^*$  の値を  $y_{i-1}^*$  から順々に算定することができる。図-5 に  $m = m'$  のときの積分経路を示す。

2)  $m \neq m'$  のとき

$\theta = \pm\pi$  で  $f(y) = 0$  となるので、式(付-45)は

$$\begin{aligned} mu + m' - my - m'(y^4 - 2y^2 + 1)^{1/4} &= 0 \\ mu + m' - my &= m'(1 - y^2)^{1/2} \end{aligned} \quad (\text{付-52})$$

となる。このときの  $y$  を解析的に求める。式(付-52)の両辺を二乗して  $0 < u < 1$  に注意しながら整理すると

$$y = \frac{1}{2} \left\{ -(1-u) \pm (1+2u-u^2)^{1/2} \right\} \quad (\text{付-53})$$

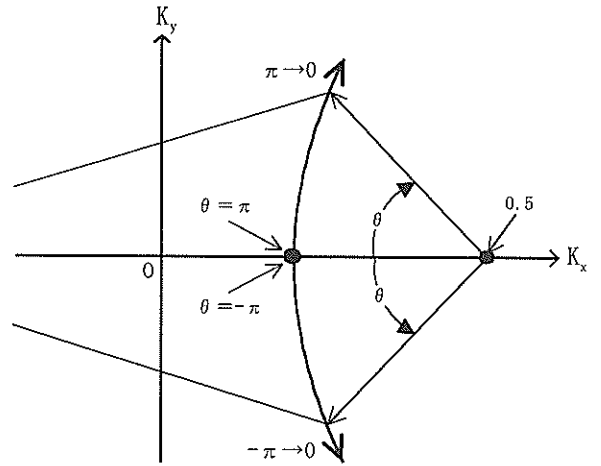


図-6  $m \neq m'$  のときの積分経路

となる。ここで、 $y = \sqrt{K} > 0$  であることに着目すると式(付-53)は

$$y = y_i = \frac{1}{2} \left\{ -(1-u) + (1+2u-u^2)^{1/2} \right\} \quad (\text{付-54})$$

となる。式(付-54)は  $m = m'$  のとき同様、 $m \neq m'$  の  $\theta = \pm\pi$  の解析解である。つまり、 $\theta = \pm\pi$  での  $y_0^*$  は式(付-54)によって与えられ、 $\theta = \pm\pi \pm \Delta\theta$  では  $\theta = \pm\pi$  の解析解  $y_0^*$  を式(付-46)に代入することにより  $y_1^*$  を求めることができる。このようにして  $y_i^*$  の値を  $y_{i-1}^*$  から順々に算定することができる。図-6 に  $m \neq m'$  のときの積分経路を示す。

二次散乱の後方散乱断面は図-5、図-6 に示すような積分経路に沿って積分することによって得ることができる。このときの積分区間は以下のようにになっている。

1)  $m = m'$  のとき

図-2 の等ドップラー周波数曲線に示されるように  $\eta = \sqrt{2}$  で等ドップラー周波数曲線の形状が変わり、これに伴い積分区間も変化する。そこで  $\eta$  を  $\eta^2 \leq 2$  と  $\eta^2 > 2$  のに分けて積分区間の検討を行う。ただし、等ドップラー周波数曲線が  $K_y$  軸に対して対称であることを考慮して  $K_x > 0$  の場合について検討する。

I)  $\eta^2 \leq 2$

$\eta^2 \leq 2$  のときには、図-7 に示すように積分区間は  $[-\pi, \pi]$  となる。



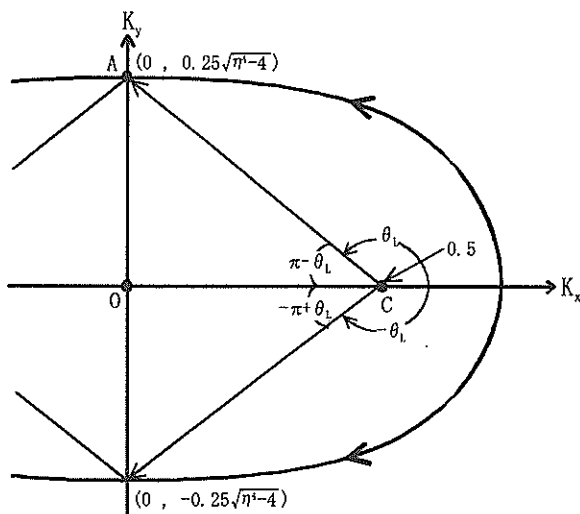


図-7  $m = m'$ ,  $\eta^2 > 2$  のときの積分区間

II)  $\eta^2 > 2$

図-7において等ドップラー曲線と  $K_y$  軸との交点を A とし、点 A と等ドップラー曲線の中心 C とを結んだ直線と  $K_x$  軸がなす角を  $\theta$  とすると、 $\eta^2 > 2$  における積分区間は  $[-\theta_L, \theta_L]$  となる。式(付-25)に  $K_x = 0$  を代入すると

$$\eta = (m + m') \left( K_y^2 + \frac{1}{4} \right)^{1/4} \quad (\text{付-55})$$

となる。ここで、 $K_x > 0, K_y > 0$  とすると式(付-55)は

$$K_y = \frac{1}{4} \sqrt{\eta^4 - 4} \quad (\text{付-56})$$

となり、点 A の座標は  $\left( 0, \frac{1}{4} \sqrt{\eta^4 - 4} \right)$  となる。 $\theta$  は線分 OC と線分 OA と以下のような関係にあるので、

$$\begin{aligned} \cos(\pi - \theta_L) &= \frac{OC}{OA} \\ &= \frac{1/2}{\left( \frac{1}{4} \eta^2 \right)^{1/2}} \\ &= \frac{2}{\eta^2} \\ \therefore \theta_L &= \pi - \cos^{-1} \left( \frac{2}{\eta^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{付-57})$$

となり、整理すると

$$\eta^2 \leq 2 \quad \rightarrow \quad \theta_L = \pi$$

$$\eta^2 > 2 \quad \rightarrow \quad \theta_L = \pi - \cos^{-1} \left( \frac{2}{\eta^2} \right) \quad (\text{付-58})$$

となる。

2)  $m \neq m'$  の時

$K_x > 0$  のときには図-3 に示すように積分区間は  $[-\pi, \pi]$  となる。一方、 $K_x < 0$  のときには  $[\pi, -\pi]$  となる。

これにより、式(付-41)は以下のように変形することができる。

$$\begin{aligned} \sigma_2(\eta) &= \int_{-\pi}^{\pi} \left[ I(y, \theta) \left| \frac{dy}{dh} \right| \right] d\theta \\ &= \int_{-\theta_L}^{\theta_L} \left[ 16\pi |y^2| Z(mK) Z(m'K') y^3 \left| \frac{dy}{dh} \right| \right]_{y=y_x} d\theta \\ &= 16\pi \int_{-\theta_L}^{\theta_L} \left[ |y^2| Z(mK) Z(m'K') y^3 \left| \frac{dy}{dh} \right| \right]_{y=y_x} d\theta + \\ &\quad 16\pi \int_0^{\theta_L} \left[ |y^2| Z(mK) Z(m'K') y^3 \left| \frac{dy}{dh} \right| \right]_{y=y_x} d\theta \end{aligned} \quad (\text{付-59})$$

ここで

$$g(\theta) = \left[ |y^2| Z(mK) Z(m'K') y^3 \left| \frac{dy}{dh} \right| \right]_{y=y_x} \quad (\text{付-60})$$

とおくと式(付-59)は

$$\sigma_2(\eta) = 16\pi \left[ \int_{-\theta_L}^{\theta_L} g(\theta) d\theta + \int_0^{\theta_L} g(\theta) d\theta \right] \quad (\text{付-61})$$

となる。さらに  $\int_{-\theta_L}^{\theta_L} g(\theta) d\theta$  の  $\theta$  を  $\theta = -\theta$  とおくことにより

$$\begin{aligned} \int_{-\theta_L}^{\theta_L} g(\theta) d\theta &= - \int_0^{\theta_L} g(-\theta) d\theta \\ &= \int_0^{\theta_L} g(-\theta) d\theta \\ &= \int_0^{\theta_L} g(-\theta) d\theta \end{aligned} \quad (\text{付-62})$$

という関係式を得る。 $g(\theta) \rightarrow g(-\theta)$  と変換することによりベクトル  $K, K'$  は  $K_x$  軸に対して対称なベクトル  $K_*, K'_*$  に変換される。 $g(-\theta)$  はベクトル  $K_*, K'_*$  を用いる

と

$$g(-\theta) = \left[ |y|^2 Z(mK) Z(m'K') y^3 \left| \frac{dy}{dh} \right| \right]_{y=y_0} \quad (\text{付-63})$$

と表記することができる。式(付-62)，(付-63)を式(付-61)に代入すると

$$\begin{aligned} \sigma_z(\eta) &= 16\pi \int_0^{\theta_0} \left[ |y|^2 (Z(mK) Z(m'K') + Z(m'K') Z(mK)) y^3 \left| \frac{dy}{dh} \right| \right]_{y=y_0} d\theta \quad (\text{付-64}) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\gamma, \gamma_H, \gamma_E$  はそれぞれ

$$\gamma = \gamma_H + \gamma_E \quad (\text{付-65})$$

$$\begin{aligned} \gamma_H &= -\frac{i}{2} \\ &\times \left[ K + K' - \frac{\left( K' \sqrt{K} - \sqrt{K} \cos \theta + \left( K^{\frac{3}{2}} \right) \right) \eta^2 + 1}{mm' \sqrt{K'}} \frac{\eta^2 + 1}{\eta^2 - 1} \right] \quad (\text{付-66}) \end{aligned}$$

$$\gamma_E = \frac{1}{2} \left[ \frac{K \cos \theta + K(2 - \cos^2 \theta)}{\sqrt{-K \cos \theta - K^2 - \Delta/2}} \right] \quad (\text{付-67})$$

となっている。このように式変形 (式(付-2)⇒式(付-64)) を行うことにより、ドップラースペクトルの二次散乱を計算することができる。