

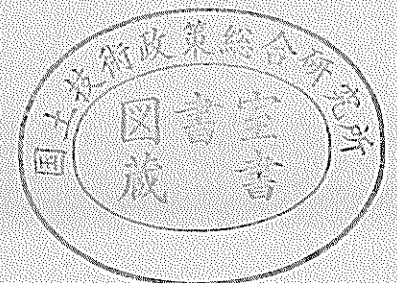
運輸省港湾技術研究所

港湾技術研究所 報告

REPORT OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH
INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT

VOL. 32 NO. 4 DEC. 1993

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



港湾技術研究所報告 (REPORT OF P.H.R.I)

第32巻 第4号 (Vol.32, No.4), 1993年12月 (Dec.1993)

目次 (CONTENTS)

1. Dynamic Soil and Water Pressures due to Saturated Backfills
on Non-Yielding Rigid Vertical Walls
.....Isao ISHIBASHI, Tatsuo UWABE and Makoto OSADA and Takemitsu TAKANO..... 3
(水中の剛な鉛直壁に作用する裏込土の地震時土圧と動水圧
.....石橋 勲・上部達生・長田 信・高野剛光)
2. 海洋波の方向スペクトルの推定における拡張最大エントロピー原理法の修正
-入・反射波共存場を対象として-
.....橋本典明・永井紀彦・浅井 正.....25
(Modification of Extended Maximum Entropy Principle Method for Estimating
Directional Spectrum in Incident and Reflected Wave Field
.....Noriaki HASHIMOTO, Toshihiko NAGAI and Tadashi ASAI)
3. 平成5年北海道南西沖地震津波波形記録解析速報
.....永井紀彦・橋本典明・浅井 正.....49
(The Hokkaido-Southwest-Earthquake Tsunami Profiles Observed
at the NOWPHAS Offshore Stations
.....Toshihiko NAGAI, Noriaki HASHIMOTO and Tadashi ASAI)

2. 海洋波の方向スペクトルの推定における 拡張最大エントロピー原理法の修正 — 入・反射波共存場を対象として —

橋本典明*

永井紀彦**

浅井 正***

要 旨

海の波の基本的性質を表示するために、波のエネルギーが周波数および方向角に対して分布している状態を表示する方向スペクトルが用いられる。方向スペクトルを推定する方法としては、既に多くの方法が提案されている。著者らもこれまでに、MEP、BDM、EMEPなどの高精度な推定法を提案してきた。この内、EMEPは、比較的最近開発した方法で、MEPやBDMと同程度の推定精度を有し、汎用性が高く、かつあまり計算時間を要しない方向スペクトル推定法である。

一方、方向スペクトル観測の応用の一つとして、構造物による反射波の検出がある。従来、方向スペクトル観測は波浪の特性を解明する上で欠かせないものと考えられ、工学的な面からも防波堤や岸壁などによる反射波の検出に効果的であると考えられてきた。しかしながら、構造物の前面で入射波と反射波を分離するために方向スペクトルを測定する場合、互いに対をなす入・反射波の位相がランダムでないために、従来の方向スペクトル推定法では問題が生じる。したがって、構造物前面の入・反射波共存場で方向スペクトルを測定するためには、入・反射波の位相干渉を考慮した修正が必要となる。

著者らはこれまでも、上記のBDMを入・反射波共存場に適用可能な形に修正したMBMとEMBMの2つの方法を提案している。しかしながら、これらは多大の計算時間を要する欠点を有しており、必ずしも使いやすい方法ではなかった。そこで本研究では、著者らが最近開発した上記のEMEPを、入・反射波共存場に適用可能な形に修正し、その適用性を検討することとした。

本研究で開発したMEMEPは4成分以上の任意の波動量を観測する場合には、入・反射波の方向スペクトルを分離可能であるばかりでなく、反射率も周波数と方向角の関数として同時に推定可能である。また、本方法は計算が比較的簡便であり、パーソナルコンピュータによる利用も可能である。

なお、現地において方向スペクトル観測を実施する場合、反射波を測定することが目的ではないにもかかわらず、種々の事情で護岸や防波堤に近い場所で方向スペクトル観測を実施せざるを得ない場合がある。本方法は、当然のことながら、このような場合にも高精度な方向スペクトルが推定可能であり、この意味では、従来の方法に比べて適用性が広がっていると言える。

キーワード：方向スペクトル、波向、反射波、反射率、波浪観測、最大エントロピー原理

*海洋水理部 主任研究官

**海洋水理部 海象調査研究室長

***海洋水理部 海象調査研究室研究官

2. Modification of Extended Maximum Entropy Principle Method for Estimating Directional Spectrum in Incident and Reflected Wave Field

Noriaki HASHIMOTO*

Toshihiko NAGAI**

Tadashi ASAI***

Synopsis

Directional spectrum represents the energy distribution as a function of wave frequency and wave propagation direction, so that in principle the incident and reflected wave energies can be separated by measuring the directional spectrum near a structure and then the reflection coefficient can be determined. However, most of the existing methods for estimating directional spectrum are not valid because they do not take into account the phase interaction between the incident and reflected waves. Therefore, these methods should be modified for the analysis of a wave field where the incident and reflected waves coexist.

On the other hand, recently, the authors have proposed a new directional spectrum analysis method (EMEP ; Extended MEP), which was developed by extending the MEP (Maximum Entropy Principle Method proposed by the authors in 1985), as a general and practical method for estimating directional spectrum in a directional sea. The EMEP can be applied for arbitrary mixed gage arrays such as pitch-roll buoy system, a clover-leaf buoy system, a wave gage plus current meter system, and so on. The resolution power of the EMEP is almost the same as those of the MEP and the BDM (Bayesian Directional Spectrum Estimation Method proposed by the authors in 1987) which has higher resolution power than the other existing methods. The computation of the EMEP is much easier than that of the BDM, and is suitable for real-time estimation of directional spectrum with a personal computer. The above-mentioned modification for an incident and reflected wave field can be made for the EMEP.

In this report, first, several existing methods for estimating directional spectrum in an incident and reflected wave field are discussed from a view point of their own defects. Secondly, a new method (MEMEP ; Modified EMEP), which is developed by modifying the EMEP, is proposed as a general and practical method for estimating directional spectrum in an incident and reflected wave field. The MEMEP is examined for numerical simulation data, and validity of the MEMEP is discussed.

The major conclusions are as follows:

- 1) The MEMEP can be applied for more than three arbitrary mixed gage arrays.
- 2) The MEMEP has higher resolution power than the MMLM (Modified Maximum Likelihood Method), and can estimate not only the incident and reflected wave spectra but also the reflection coefficient as a function of wave frequency and wave propaga-

tion direction.

- 3) The MEMEP is suitable to estimate directional spectrum and reflection coefficient with a personal computer because of its easy computation.

Key Words : Directional Wave Spectrum, Wave Direction, Reflected waves, Reflection Coefficient, Wave Observation, Maximum Entropy principle

*Senior Research Engineer, Marine Hydrodynamics Division.

**Chief, Marine Observation Laboratory, Marine Hydrodynamics Division.

***Member, Marine Observation Laboratory, Marine Hydrodynamics Division.

目 次

要旨	25
1. はじめに	31
2. 入・反射波共存場における方向スペクトルとクロススペクトルの関係	31
2. 1 パワースペクトルとクロススペクトルの定義	31
2. 2 クロススペクトルの推定誤差	32
2. 3 方向スペクトルの定義	32
2. 4 入・反射波共存場での方向スペクトルとクロススペクトルの関係	33
3. 入・反射波共存場を対象とした既往の方向スペクトル推定法	35
3. 1 既往の方向スペクトル推定法	35
3. 2 既往の方向スペクトル推定法に関する検討	36
4. 方向スペクトルと反射率を未知量とする場合の入・反射波共存場を対象とした 拡張最大エントロピー原理法の修正 (MEMEP)	37
4. 1 MEMEPの推定理論式の定式化	37
4. 2 MEMEPの数値計算法	40
5. MEMEPの数値シミュレーションによる検討	42
5. 1 数値シミュレーション法	42
5. 2 数値シミュレーションの諸条件の設定	42
5. 3 数値シミュレーション結果の検討	43
6. おわりに	46
参考文献	47

1. はじめに

海の波の基本的性質を表示するために、波のエネルギーが周波数および方向角に対して分布している状態を表示する方向スペクトルが用いられる。方向スペクトルを推定する方法としては、これまでも多くの方法が提案されている^{1),2),3)}。直接フーリエ変換法(DFT法)⁴⁾、パラメータ法^{5),6)}、方向関数当てはめ法^{7),8),9)}、最尤法(MLM)¹⁰⁾、拡張最尤法(EMLM)¹¹⁾、最大エントロピー原理法(MEP)¹²⁾、ベイズ型モデルを用いた方向スペクトル推定法(BDM)¹³⁾、拡張最大エントロピー原理法(EMEP)¹⁴⁾などの方法がある。

上記の方法の内、MEP、BDM、EMEPは著者らの提案した方向スペクトル推定法である。MEPは波高計と流速計の組み合わせ、あるいはブイに搭載された加速度計と傾斜計の組み合わせなどからなる3成分観測データ(同一座標上の任意の水深における鉛直成分および水平2成分の同時観測記録)から方向スペクトルを推定可能な方法であり、3成分観測データをもとに方向スペクトルを推定する場合には他の方法に比べて高い推定精度を有している¹²⁾。

BDMは観測データの誤差の影響も考慮した方向スペクトル推定法であり、例えば2方向波浪のような複雑な波浪場においても、任意座標で観測された4つ以上の任意の波動量の観測データを用いれば、他の方法に比べて高精度かつ信頼性の高い方向スペクトル推定値が得られる汎用性に富む方法である¹³⁾。

しかしながら、MEPは3成分観測データにのみ適用可能という面で簡便であるが汎用性に乏しく、一方、BDMは汎用性に富むものの、方向スペクトルの推定に多大の計算時間を要し、現地での簡便な方向スペクトル推定法としては不向きである。

EMEPは、MEPやBDMのこのような欠点を解消する目的でMEPを拡張して開発した方法である。EMEPは、MEPやBDMと同程度の高い推定精度を有しており、任意個数の任意の波動量の組み合わせに適用可能という点でBDMと同様な汎用性を有し、かつあまり計算時間を要しない方向スペクトル推定法である¹⁴⁾。

さて、方向スペクトル観測の応用の一つとして、構造物による反射波の検出がある。従来、方向スペクトル観測は波浪の特性を解明する上で欠かせないものと考えられ、工学的な面からも防波堤や岸壁などによる反射波の検出に効果的であると考えられてきた。しかしながら、構造物の前面で入射波と反射波を分離するために方向スペクトルを測定する場合、互いに対をなす入・反射波の

位相がランダムでないために、従来の方向スペクトル推定法では問題が生じる¹⁵⁾。したがって、構造物前面の入・反射波共存場で方向スペクトルを測定するためには、入・反射波の位相干渉を考慮した修正が必要となる¹⁶⁾。

著者らはこれまでも、上記のBDMを入・反射波共存場に適用可能な形に修正した修正ベイズ法(MBM)¹⁷⁾と拡張・修正ベイズ法(EMBM)¹⁷⁾の2つの方法を提案している。しかしながら、これらはBDMをもとに修正・拡張して開発した方法であり、BDMと同様の欠点を有し、必ずしも使いやすい方法ではなかった。そこで本研究では、著者らが先に開発した上記のEMEP¹⁴⁾を、入・反射波共存場に適用可能な形に修正し、その適用性を検討することとした。

本研究で開発したMEMEP(修正・拡張最大エントロピー原理法)は4成分以上の任意の波動量を観測する場合には、入・反射波の方向スペクトルが分離可能であるばかりでなく、反射率も周波数と方向角の関数として推定可能である。また、本方法は計算が比較的簡便であり、パーソナルコンピュータによる利用も可能である。

以下ではまず、入・反射波共存場を対象とした方向スペクトル推定法に関連する諸量の定義および既往の研究について述べた後、本研究で開発した入・反射波共存場を対象とした方向スペクトル推定法(MEMEP)について述べ、本方法の適用性を数値シミュレーションで検討した結果について述べる。

2. 入・反射波共存場における方向スペクトルとクロススペクトルの関係

方向スペクトルは観測して得られた複数の波動量間のクロススペクトルを基本情報として推定される。そこでここではまず、クロススペクトルの定義および推定誤差について述べた後、方向スペクトルの定義と入・反射波共存場を対象とした方向スペクトル推定法の基礎式について述べることにする。

2.1 パワースペクトルとクロススペクトルの定義

いま、関数 $x(t)$ を時間 t に関して定常な時系列変動量とし、Fourier-Stieltjes積分によりこれを次式のように表現する。

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dX(\omega) \exp(i\omega t) \quad (1)$$

ここに、 i は虚数単位、 $dX(\omega)$ は角周波数 ω の複素振幅を表わし、角周波数 ω に関して次のような対称性がある。

$$dX^*(\omega) = dX(-\omega) \quad (2)$$

ここに、*は共役の複素数を表わす。このとき、パワースペクトル $S(\omega)$ は、

$$\langle dX^*(\omega)dX(\omega) \rangle = S(\omega)d\omega \quad (3)$$

で定義される。ここに、 $\langle \rangle$ はアンサンブル平均を意味する。

いま、関数 $y(t)$ を時間 t に関して定常な別の時系列変動量とし、 $x(t)$ と同様に、Fourier-Stieltjes積分によりこれを次式のように表現する。

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dY(\omega) \exp(i\omega t) \quad (4)$$

このときクロススペクトル $\Phi_{xy}(\omega)$ は、式(3)と同じ表現を用いて、

$$\langle dX^*(\omega)dY(\omega) \rangle = \Phi_{xy}(\omega)d\omega \quad (5)$$

で定義される。クロススペクトルは一般に複素数であり、実部と虚部に分けて、

$$\Phi_{xy}(\omega) = C_{xy}(\omega) - iQ_{xy}(\omega) \quad (6)$$

と表わす。このとき、 $C_{xy}(\omega)$ をコスペクトル、 $Q_{xy}(\omega)$ をクオドラチャスペクトルと呼ぶ。

2.2 クロススペクトルの推定誤差^{18),19)}

離散有限フーリエ変換を用いたクロススペクトル $\hat{\Phi}_{xy}(f)$ の期待値は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} E[\hat{\Phi}_{xy}(f)] &= E[\hat{C}_{xy}(f)] - iE[\hat{Q}_{xy}(f)] \\ &= C_{xy}(f) - iQ_{xy}(f) = \Phi_{xy}(f) \end{aligned} \quad (7)$$

一方、クロススペクトルの実部、虚部、すなわちコスペクトル $\hat{C}_{xy}(f)$ 、クオドラチャスペクトル $\hat{Q}_{xy}(f)$ の分散は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \text{Var}[\hat{C}_{xy}(f)] &= \frac{1}{2N_a} \{ \Phi_{xx}(f)\Phi_{yy}(f) \\ &\quad + C_{xy}(f)^2 - Q_{xy}(f)^2 \} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[\hat{Q}_{xy}(f)] &= \frac{1}{2N_a} \{ \Phi_{xx}(f)\Phi_{yy}(f) \\ &\quad - C_{xy}(f)^2 + Q_{xy}(f)^2 \} \end{aligned} \quad (9)$$

ここに、 N_a はアンサンブル平均する際の相異なるデータ個数である。

上式に見られるように、クロススペクトルは各周波数ごとに異なる統計的変動性を有し、クロススペクトルを計算する際に組み合わせる波動量の種類の相違によってそれぞれ異なる次元を有するクロススペクトルとなる。

式(8)と(9)は4.で方向スペクトルの推定理論を定式化する際に、クロススペクトルの推定誤差を無次元化するとともに、正規化するために用いられる。

2.3 方向スペクトルの定義^{2),20)}

ランダムな波形をもつ海面波は、第1次近似として、微小な振幅をもつ多くの波数と角周波数の成分波がランダムな位相角をもって重合したものと解釈することができ、Fourier-Stieltjes積分を用いて次式で表わされる。

$$\eta(x,t) = \int_n \int_{\omega} dA(\mathbf{k},\omega) \exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{x} - \omega t)\} \quad (10)$$

ここに、 $\eta(x,t)$ は座標上 $\mathbf{x}=(x,y)$ で時刻 t での水面変動、 \mathbf{k} は波数ベクトル、 ω は角周波数である。また、 $dA(\mathbf{k},\omega)$ は複素振幅であり、その絶対値は振幅、偏角は位相角であり、 $0 \sim 2\pi$ の間に等密度にランダムに分布している。式(10)は不規則な水面変動場が、成分波の積分として表わされることを示しており、 $|dA(\mathbf{k},\omega)|^2$ は波数ベクトル \mathbf{k} 、角周波数 ω をもつ成分波の波動エネルギーを代表するものである。したがって、波数ベクトルと角周波数に関するエネルギー密度を表わすものとして波数・周波数スペクトル $S(\mathbf{k},\omega)$ を考えれば $\mathbf{k} \sim \mathbf{k} + d\mathbf{k}$ 、 $\omega \sim \omega + d\omega$ の領域の波動エネルギーは $S(\mathbf{k},\omega)d\mathbf{k}d\omega$ であり、次式により波数・周波数スペクトル $S(\mathbf{k},\omega)$ が定義される。

$$\langle dA^*(\mathbf{k},\omega)dA(\mathbf{k},\omega) \rangle = S(\mathbf{k},\omega)d\mathbf{k}d\omega \quad (11)$$

波数ベクトルを極座標表示すると、

$$\mathbf{k} = (k_x, k_y) = (k \cos \theta, k \sin \theta) \quad (12)$$

と表わされる。ここに、 θ は波の伝播する方向角、 k は波数ベクトルの絶対値であり、微小振幅波を対象とする場合、次の分散関係式、

$$\omega^2 = gk \tanh kd \quad (13)$$

によって波数 k は角周波数 ω の関数として一義的に決められる。ここに、 d は水深である。分散関係式の成立を前提とすれば、式(11)で定義される波数・周波数スペクトル $S(\mathbf{k},\omega)$ は分散関係式を満足しない波数に対して0となり、分散関係式を満足する波数 k_ω の付近でデルタ関数的

な値となる。したがって、波数・周波数スペクトルは、デルタ関数 $\delta(k-k_\omega)$ に方向角 θ と角周波数 ω の関数を乗じたものとして表現できる。この関数を方向スペクトルと呼び、波数・周波数スペクトルと独立変数だけを変えて $S(\omega, \theta)$ と表示する。すなわち、 $d\mathbf{k} = kdkd\theta$ より、

$$S(\mathbf{k}, \omega) = \delta(k - k_\omega) S(\omega, \theta) / k \quad (14)$$

であり、したがって式(11)より、

$$\langle dA^*(\omega, \theta) dA(\omega, \theta) \rangle = S(\omega, \theta) d\omega d\theta \quad (15)$$

となる。なお、分散関係式により ω と k は1対1に対応することより、方向スペクトルを表す独立変数として ω の代わりに k を用い、 $S(k, \theta)$ さらに $S(\mathbf{k})$ と書くこともできる。海岸工学の分野では一般に角周波数 ω の代わりに周波数 f を用い、

$$\langle dA^*(f, \theta) dA(f, \theta) \rangle = S(f, \theta) df d\theta \quad (16)$$

によって方向スペクトルを定義している。方向スペクトルは0以上の値を取り、かつ、周波数スペクトル $S(f)$ と

$$\int_0^{2\pi} S(f, \theta) d\theta = S(f) \quad (17)$$

の関係がある。

2.4 入・反射波共存場での方向スペクトルとクロスベクトルの関係

入・反射波共存場における方向スペクトルとクロスベクトルの関係は磯部らにより導かれている¹⁶⁾。磯部らはまず、異なる地点間の水面変動のクロスベクトルを対象として入・反射波共存場における方向スペクトルとクロスベクトルの関係式を導いており¹⁶⁾、その後、反射波の存在しない波浪場を対象として、水面変動以外の任意の波動量も含む一般的波動量相互間のクロスベクトルと方向スペクトルの関係を表わす基礎式を導いている¹¹⁾。そこでここでは、後の便宜のために、上記の2つの基礎式を組み合わせ任意の波動量を対象とした入・反射波共存場における方向スペクトルとクロスベクトルの関係式を示す。

構造物の前面において、入射波と反射波を分離するために方向スペクトルを測定する場合には、互いに対をなす入・反射波の位相差がランダムでないために、既往の方向スペクトル推定法を用いて方向スペクトルを推定すれば、その適用上に問題が生じる¹⁵⁾。この問題に対して磯部らは入・反射波共存場における方向スペクトルとクロスベクトルの関係式を修正し、入・反射波共存場にお

けるクロスベクトルとして、入・反射波に対応する波浪系が独立に存在する場でのクロスベクトルに位相干渉項が加わった基礎式を以下のように誘導した¹⁶⁾。

いま、角周波数 ω 、波数ベクトル \mathbf{k} の入射波の複素振幅を $dA(\mathbf{k}, \omega)$ とし、反射率(反射波高を入射波高で除した値)を r とすれば、座標 \mathbf{x} 、時間 t での水面変動 $\eta(\mathbf{x}, t)$ は図-1に示す関係より、

$$\eta(\mathbf{x}, t) = \int_{\mathbf{k}} \int_{\omega} dA(\mathbf{k}, \omega) [\exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{x} - \omega t)\} + r \exp\{i(\mathbf{k}_r \mathbf{x} - \omega t)\}] \quad (18)$$

と表わされる。ここに、 \mathbf{k}_r は反射波の波数ベクトルであり、反射面に関して \mathbf{k} と対称である。

水面変動以外の波動量、例えば水面勾配、水面曲率、水粒子速度、水圧変動なども含む一般的波動量を ξ とすれば、 ξ は水面変動から波動量 ξ への伝達関数 $H(\mathbf{k}, \omega)$ を用いて、

$$\xi(\mathbf{x}, t) = \int_{\mathbf{k}} \int_{\omega} dA(\mathbf{k}, \omega) [H(\mathbf{k}, \omega) \exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{x} - \omega t)\} + r H(\mathbf{k}_r, \omega) \exp\{i(\mathbf{k}_r \mathbf{x} - \omega t)\}] \quad (19)$$

と表わされる。なお、 $H(\mathbf{k}, \omega)$ は一般に次のように書ける。

$$H(\mathbf{k}, \omega) = (\cos \theta)^\alpha (\sin \theta)^\beta h(\mathbf{k}, \omega) \quad (20)$$

ここに、 θ は波の伝播する方向角である。表-1に主な波動量に対する $h(\mathbf{k}, \omega)$ 、 α 、 β の値を示す。

ここで、 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_m$ および \mathbf{x}_n における波動量を ξ_m および ξ_n とおくと、それらの間のクロスベクトル $\Phi_{mn}(\omega)$ は、角周波数 ω に対するそれぞれの複素振幅を式(19)から求めることにより、式(5)の定義から、

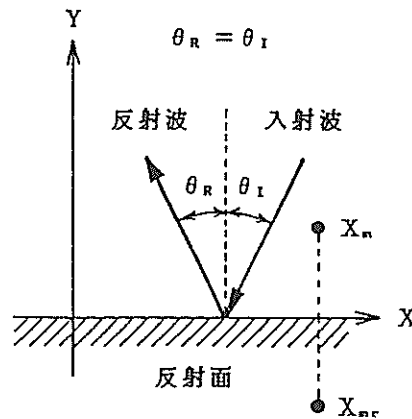


図-1 入・反射波共存場での諸量の定義

表-1 おもな波動量の水面変動に対する伝達関数

項目	記号	$h(k, \omega)$	α	β
水面変動	η	1	0	0
水圧変動	p	$\rho g \frac{\cosh kz}{\cosh kd}$	0	0
水面鉛直加速度	η_{tt}	$-\omega^2$	0	0
水面勾配 (x)	η_x	ik	1	0
" (y)	η_y	"	0	1
水粒子速度 (x)	u	$\omega \frac{\cosh kz}{\sinh kd}$	1	0
" (y)	v	"	0	1
" (z)	w	$-i\omega \frac{\sinh kz}{\sinh kd}$	0	0

k : 波数、 ω : 角周波数、 d : 水深、 z : 底面からの高さ
 ρ : 流体の密度、 g : 重力加速度

$$\begin{aligned} \Phi_{mn}(\omega) d\omega = & \left\langle \int_k dA(\mathbf{k}, \omega) \{ H_m(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\mathbf{k}x_m) \right. \\ & + rH_m(\mathbf{k}_r, \omega) \exp(i\mathbf{k}_r x_m) \} \\ & \times \int_{k'} dA^*(\mathbf{k}', \omega) \{ H_n^*(\mathbf{k}', \omega) \\ & \times \exp(-i\mathbf{k}'x_n) + rH_n^*(\mathbf{k}', \omega) \\ & \times \exp(-i\mathbf{k}'x_n) \} \rangle \end{aligned} \quad (21)$$

と表わされる。式(21)の右辺では $dA(\mathbf{k}, \omega)$ のみが確率変数であり、また、反射面に関して x と対称なベクトルを x_r とすれば、 $\mathbf{k}_r x = \mathbf{k} x_r$ であることを考慮して、式(21)は式(11)の定義より、

$$\begin{aligned} \Phi_{mn}(\omega) = & \int_k \{ H_m(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\mathbf{k}x_m) \\ & + rH_m(\mathbf{k}_r, \omega) \exp(i\mathbf{k}_r x_m) \} \\ & \times \{ H_n^*(\mathbf{k}, \omega) \exp(-i\mathbf{k}x_n) \\ & + rH_n^*(\mathbf{k}_r, \omega) \exp(-i\mathbf{k}_r x_n) \} \\ & \times S(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k} \end{aligned} \quad (22)$$

となる。

分散関係式(13)および波数・周波数スペクトルと方向スペクトルの関係式(14)を用いて、式(22)を周波数 f および方向角 θ を用いて表現すると次式のようになる。

$$\begin{aligned} \Phi_{mn}(f) = & \int_0^\pi H_m(f, \theta) H_n^*(f, \theta) S(f, \theta) \\ & \times [\cos\{k(x_{mn} \cos \theta + y_{mn} \sin \theta)\} \\ & - i \sin\{k(x_{mn} \cos \theta + y_{mn} \sin \theta)\}] d\theta \\ & + \int_0^\pi H_m(f, \theta_r) H_n^*(f, \theta_r) r^2 S(f, \theta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times [\cos\{k(x_{mnr} \cos \theta + y_{mnr} \sin \theta)\} \\ & - i \sin\{k(x_{mnr} \cos \theta + y_{mnr} \sin \theta)\}] d\theta \\ & + \int_0^\pi r S(f, \theta) [H_m(f, \theta_r) H_n^*(f, \theta) \\ & \times [\cos\{k(x_{mnr} \cos \theta + y_{mnr} \sin \theta)\} \\ & - i \sin\{k(x_{mnr} \cos \theta + y_{mnr} \sin \theta)\}] \\ & + H_m(f, \theta) H_n^*(f, \theta_r) \\ & \times \cos\{k(x_{mnr} \cos \theta + y_{mnr} \sin \theta)\} \\ & - i \sin\{k(x_{mnr} \cos \theta + y_{mnr} \sin \theta)\}] d\theta \end{aligned} \quad (23)$$

ここに、 θ_r は反射波の伝播する方向角で、図-1のように定義される方向角である。また、

$$\left. \begin{aligned} x_{mn} &= x_n - x_m, & y_{mn} &= y_n - y_m \\ x_{mnr} &= x_n - x_{mr}, & y_{mnr} &= y_n - y_{mr} \\ x_{mrn} &= x_n - x_{mr}, & y_{mrn} &= y_n - y_{mr} \\ x_{mnr} &= x_{nr} - x_m, & y_{mnr} &= y_{nr} - y_m \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

である。式(23)の右辺第1項の積分は入射波に対応する波浪系が独立に存在する場でのクロススペクトルを表わし、第2項の積分は反射波に対応する波浪系が独立に存在する場でのクロススペクトルを表わす。また、第3項の積分は入射波と反射波の位相干渉項である。

式(22)あるいは式(23)は入・反射波共存場における定点計測によって得られた複数の波動量の同時計測記録を用いて方向スペクトルを推定する際の基礎式である。すなわち、式(22)あるいは式(23)を満たし、かつ、0以上の値を取る関数 $S(\mathbf{k}, \omega)$ あるいは $S(f, \theta)$ が求められるならば、これが入・反射波共存場における入射波の波数・周波数スペクトルあるいは方向スペクトルである。

ついでながら、反射率 r を既知として伝達関数 H_i の中に含ませて記述すれば (式(23)中の積分内の \cos や \sin を含む項も、任意の波動量間の空間的な伝達関数と見なして含ませる)、積分範囲が異なる他は、見かけ上、通常の不規則波浪場で方向スペクトルを推定するための基礎式と同じ形となる。

$$\Phi_i(f) = \int_0^\pi H_i(f, \theta) S(f, \theta) d\theta \quad (25)$$

ここに、

$$\begin{aligned} H_i(f, \theta) = & H_m(f, \theta) H_n^*(f, \theta) \\ & \times [\cos\{k(x_{mn} \cos \theta + y_{mn} \sin \theta)\} \\ & - i \sin\{k(x_{mn} \cos \theta + y_{mn} \sin \theta)\}] \\ & + r^2 H_m(f, \theta_r) H_n^*(f, \theta_r) \\ & \times [\cos\{k(x_{mnr} \cos \theta + y_{mnr} \sin \theta)\} \\ & - i \sin\{k(x_{mnr} \cos \theta + y_{mnr} \sin \theta)\}] \\ & + r H_m(f, \theta_r) H_n^*(f, \theta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times [\cos\{k(x_{mnr}\cos\theta + y_{mnr}\sin\theta)\} \\ & - i\sin\{k(x_{mnr}\cos\theta + y_{mnr}\sin\theta)\}] \\ & + rH_m(f, \theta)H_n^*(f, \theta_r) \\ & + \cos\{k(x_{mnr}\cos\theta + y_{mnr}\sin\theta)\} \\ & - i\sin\{k(x_{mnr}\cos\theta + y_{mnr}\sin\theta)\}] \end{aligned} \quad (26)$$

である。

3. 入・反射波共存場を対象とした既往の方向スペクトル推定法

3.1 既往の方向スペクトル推定法

入・反射波共存場に適用可能な方向スペクトル推定法には、磯部らにより提案されたMMLM(修正最尤法)¹⁶⁾と、著者らの提案したMBM(修正ベイズ法)¹⁷⁾およびEMBM(拡張・修正ベイズ法)¹⁷⁾がある。MMLMはCaponにより開発されたMLM¹⁰⁾を式(26)を用いて修正したものであり、入・反射波の方向スペクトルのみならず、反射率も推定可能な便利な方法である。磯部らがこの方法を開発した段階ではこの方法は波高計アレイから得られる水位変動のデータのみを対象とするものであったが、その翌年に同じく磯部らにより導かれたEMLM(拡張最尤法)¹¹⁾と組み合わせることにより、任意の波動量に適用可能となる。したがって以下ではこのように拡張したものについて述べ、その後で著者らが提案したMBMとEMBMについて簡単に紹介することとする。

(1) 修正最尤法 (MMLM)¹⁶⁾

磯部らは、入射波の方向スペクトルの関数形を、あらかじめ形式的にクロススペクトルの線形結合で表わされるものとして、

$$\tilde{S}(\mathbf{k}, \omega) = \sum_m \sum_n a_{mn}(\mathbf{k}) \Phi_{mn}(\omega) \quad (27)$$

のように仮定し、ウィンドー理論を用いた巧みな方法により、入射波の方向スペクトルの推定式として、

$$\begin{aligned} \tilde{S}(\mathbf{k}, \omega) = & \alpha \left[\sum_m \sum_n \Phi_{mn}^{-1}(\omega) \right. \\ & \times \{H_m^*(\mathbf{k}, \omega) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{x}_m) \\ & + rH_m^*(\mathbf{k}_r, \omega) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{x}_{mr})\} \\ & \times \{H_n(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}_n) \\ & \left. + rH_n(\mathbf{k}_r, \omega) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}_{nr})\} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (28)$$

を導いている。ここに、 α は比例定数であり、

$$\begin{aligned} \Phi_{mn}(\omega) = & \int_k \{H_m(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}_m) \\ & + rH_m(\mathbf{k}_r, \omega) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}_{mr})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \{H_n^*(\mathbf{k}, \omega) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{x}_n) \\ & + rH_n^*(\mathbf{k}_r, \omega) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{x}_{nr})\} \\ & \times \tilde{S}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k} \end{aligned} \quad (29)$$

を満たすように最小自乗法を用いて決定される。ただし、式(29)の積分は入射波の波数ベクトルの範囲で行う。

ところで、式(28)を用いるためには、反射率を与えられなければならない。磯部らは、1成分波にノイズ成分が含まれる場合を考え、ノイズ成分が0に近づいた極限において正しい反射率を与えるものとして、便宜的に次式で与えられる反射率の推定式を導いている。

$$\begin{aligned} r = & - \left[\sum_m \sum_n \Phi_{mn}^{-1}(\omega) \right. \\ & \times [H_m^*(\mathbf{k}_r, \omega) H_n(\mathbf{k}, \omega) \exp\{i\mathbf{k}(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_{nr})\}] \\ & \left. + H_m^*(\mathbf{k}, \omega) H_n(\mathbf{k}_r, \omega) \exp\{i\mathbf{k}(\mathbf{x}_{nr} - \mathbf{x}_n)\} \right] \\ & / \left[2 \sum_m \sum_n \Phi_{mn}^{-1}(\omega) H_m^*(\mathbf{k}_r, \omega) H_n(\mathbf{k}_r, \omega) \right. \\ & \left. \times \exp\{i\mathbf{k}(\mathbf{x}_{nr} - \mathbf{x}_{mr})\} \right] \end{aligned} \quad (30)$$

(2) 修正ベイズ法 (MBM)¹⁷⁾

入・反射波共存場を対象として、式(28)から方向スペクトルを推定する場合、反射率が既知であれば、式(28)の右辺の積分中の未知量は方向スペクトル $S(f, \theta)$ のみである。したがって、積分範囲が $[0, \pi]$ であることを除けば、反射率を伝達関数に含ませることにより、式(28)に示した通常の不規則波浪場で方向スペクトルを推定するための基礎式と同じ基礎式が得られる。すなわち、反射率が既知であれば、これまでに提案されている既往の方向スペクトル推定法に若干の修正を施せば、入・反射共存場に適用可能な形に修正できる。

MBMは、このような考え方で、著者らが以前に開発したBDM(ベイズ型モデルを用いた方向スペクトル推定法)を修正したものである。MBM(BDM)では、他の方向スペクトル推定法とは異なり、方向スペクトルの関数形として一般的な関数はいいられておらず、方向スペクトルの対数変換値を離散的一定値関数によって、次のように近似している。

$$\tilde{S}(f, \theta) \approx \sum_{k=1}^K \exp\{x_k(f)\} I_k(\theta) \quad (31)$$

ここに、

$$\begin{aligned} x_k(f) = & \ln\{S(f, \theta_k)\} \\ I_k(\theta) = & \begin{cases} 1; & (k-1)\Delta\theta \leq \theta < k\Delta\theta \\ 0; & \text{その他} \end{cases} \end{aligned} \quad (32)$$

($k=1, \dots, K$)

である。

式(3)で方向スペクトルを近似する場合、詳細なエネルギー分布を表現する目的で方向分割数 K を大きくとれば、一般に未知数の数が与えられる方程式の数よりも多くなる。そこで、方向スペクトルが方向角について滑らかな連続関数であるという仮定のもとに、

$$x_{k+1} - 2x_k + x_{k-1} \rightarrow \text{小さい} \quad (3)$$

$$(k=2, \dots, K-1)$$

という条件を付加し、ABIC (赤池のベイズ型情報量基準) 最小化法²¹⁾によって、方向スペクトルを推定している。

なお、入・反射波共存場にMBMを適用するためには、上述のように反射率を与える必要がある。しかしながら、入・反射波共存場で方向スペクトル観測を実施する目的の一つに、構造物の反射率の推定があり、このような場合にはMBMをそのままの形で適用することはできない。

そこで著者らは、MBMで最適な方向スペクトルを選択するために導入したABICに着目し、以下のような便宜的な方法を導入した。すなわち、ABICは尤度的一种であり、また、ABIC最小化法がモデルのパラメータを拡張された最尤法によって決める方法であることから、反射率をモデルを規定するパラメータと見なせば、種々の反射率の内、正しい反射率を与えられる場合にABICは最小値を示すものと思われる。したがって、反射率が未知の場合には、便宜的にいくつかの反射率を与えてMBMの計算を実施し、これらの内でABICが最小となる反射率を選択すればよい。

(3) 拡張・修正ベイズ法 (EMBM)¹⁷⁾

MBMは反射率をモデルを規定するパラメータと見なし、反射率を既知として与える場合の入・反射波共存場での方向スペクトル推定法である。しかしながら、MBMでは恣意的にいくつかの反射率を与えて計算せねばならず、取り扱いが不便である。そこで著者らは、MBMをもとに、方向スペクトルと反射率の両方を未知量として定式化し、方向スペクトルのみならず反射率も同時に推定する方法としてEMBMを提案した。

EMBMでは、MBMと同様に、方向スペクトルの関数形として式(3)~(3)，すなわち方向スペクトルの対数変換値を離散的な一定値関数によって近似している。さらに、反射率についても同様に離散的な一定値関数を用いて次のように近似している。

$$\hat{r}(f, \theta) = \sum_{k=1}^K \frac{\exp\{y_k(f)\}}{1 + \exp\{y_k(f)\}} I_k(\theta) \quad (34)$$

ここに、

$$y_k(f) = \ln \frac{r(f, \theta_k)}{1 - r(f, \theta_k)} \quad (35)$$

$$(k=1, \dots, K)$$

である。EMBMでは式(3)と同様に、 y_k に関しても反射率が方向角について滑らかな連続関数であるという仮定のもとに、

$$y_{k+1} - 2y_k + y_{k-1} \rightarrow \text{小さい} \quad (36)$$

$$(k=2, \dots, K-1)$$

という条件を付加し、ABIC最小化法²¹⁾によって方向スペクトルと反射率を推定している。

式(34)の関数はexpの指数部に離散的な一定値関数が乗った複雑な関数形となっており、 $0 < r(f, \theta) < 1$ である。したがって反射率が0または1を取り得ないが、値域が(0, 1)の範囲の関数を取り扱う場合には、式(34)の変換は有用な変換である。この変換は4.で、入・反射波共存場を対象とした新しい方向スペクトル推定法を定式化する際にも用いられる。

3.2 既往の方向スペクトル推定法に関する検討

3.1(1)で述べたMMLMはEMLM (拡張最尤法) と同様に簡単な演算により比較的推定精度の良い推定値が得られ、また、任意の観測波動量に適用可能という汎用性の面からも、今後、現地波浪データ解析に広く適用されるものと思われる。

なお、MMLMの定式化においては、あらかじめ反射率を与えられたものとして方向スペクトルの推定式を定式化し、その定式化の中で巧みな方法により反射率も推定可能な点に特徴がある。すなわち、方向スペクトルおよび反射率の両方を未知の物理量として定式化すれば、理論的には入射波のエネルギーが存在しない領域では反射率は定義し得ないはずである。しかしながら、MMLMではあらかじめ構造物による反射率を与えられているものとして定式化し、MMLMにより推定される入射波の方向スペクトルの推定値が真の入射波の方向スペクトルに近づく極限として反射率を逆推定しているため、構造物前面に入射波のエネルギーが存在しない領域が存在しても、実際にはMMLMの適用上の制約はない。このようにMMLMで推定される反射率は入射波の方向スペクトル推定値を真値に近づけるように算定される反射率であり、方向スペクトルを推定するためのパラメータ的な意味を

持つ反射率と解釈される。MMLMでは、このような反射率の特性のためか、反射率が負を示す場合や、反射率が方向角に対して予想以上に大きく変化する場合がある。

また、MMLMはMLM (EMLM) と同様に、観測波動量の数や組み合わせ、観測機器の配置等に依存して、方向スペクトルそのものが負値を示す場合や激しい振動を示す場合がある。特に、この傾向は観測波動量の増加とともに増大する。したがって、MMLMを用いて方向スペクトルを推定する場合、観測機器の配置にもよるが、あまり多くの波動量を用いて解析すべきではない。

3.1(2)で述べたMBMでは、方向スペクトルの関数(式(31))はexpの指数部に離散的な一定値関数が乗った形となっており、負値は取り得ない。また、式(33)の制約条件は付加されているものの、一般の関数を用いた表現に比べて種々の方向スペクトル形状を表すのに柔軟な表現となっている。しかしながら、 $x_k : (k=1, \dots, K)$ の端部 x_1 と x_K (反射面に沿う方向)では、それらの値が取るべき条件が設けられていない。したがって、これが原因となって方向スペクトルの端部で推定値が振動する場合がある。3.1(3)で述べたEMBMの方向スペクトルと反射率にも同様な仮定が導入されており、方向スペクトルや反射率の端部(反射面に沿う方向)で推定精度が低下する場合がある。しかしながら、この欠点も観測波動量を増加することにより軽減することができる。

なお、通常の不規則波浪場では、方向スペクトルが $[0, 2\pi]$ の全平面上で定義され、 $x_k : (k=1, \dots, K)$ の端部でも $x_1 = x_K$ の関係があることから、このような不安定性は生じない。

MBMとEMBMのもととなるBDMは、既往の方向スペクトル推定法が多くの波動量を用いる場合に不安定になる欠点を解消する目的で開発したものである。したがって、MBMやEMBMを適用する場合には、むしろ多くの波動量を用いた方が推定精度や信頼性が向上し、不安定になりにくい。MBMを適用するためには、一般に4成分以上の波動量を必要とし、EMBMでは5~6成分以上の波動量を必要とする。EMBMがMBMよりも多くの波動量を必要とする理由は、EMBMでは反射率も未知量となっており、MBMに比べて倍の未知パラメータを有するためである。この他、MBMやEMBMでは、離散値 $x_k : (k=1, \dots, K)$ や $y_k : (k=1, \dots, K)$ がすべて未知数となっており、これを解くために、MMLMに比べて多大の計算時間を要する欠点がある。

さて、著者らは先に、上述のBDMが、二方向波浪のような複雑な波浪場を対象として方向スペクトル解析する場合に、4成分以上の観測波動量を必要とすることや、

EMLMに比べて多大の計算時間を要すること等の欠点を解消する目的で、MEP(最大エントロピー原理法)を拡張したEMEP(拡張最大エントロピー原理法)を提案した。EMEPは3成分観測波動量に適用する場合にはMEPと同じ高精度な方向スペクトルを推定可能であり、4成分以上の任意の観測波動量に適用する場合には、BDMと同程度の高精度な方向スペクトルを推定可能である。また、計算が比較的簡便で、BDMに比べて大幅に計算時間が短縮されており、パーソナルコンピュータを用いたりリアルタイム処理も可能である。

3.1で示した既往の方法のように、入・反射波共存場に適用可能な方向スペクトル推定法は、式(28)または式(29)をもとに、通常の不規則波浪場で用いられる方向スペクトル推定法を修正したものである。したがって、同様な修正はEMEPにも可能であり、4.ではEMEPを入・反射波共存場に適用可能な形に修正した方法について述べる。

なお、修正の方法としては、MBMで行ったように、反射率をモデルを規定するパラメータと見なして修正する方法と、EMBMで行ったように、反射率を未知量として定式化する方法の2つの方法がある。4.では実用的な反射率を未知量とする場合の修正について述べることにする。

ついでながら、EMEPをMBMのように反射率をモデルを規定するパラメータと見なして修正する場合、いくつかの反射率の内、最適な反射率を選択する基準としては、AIC最小化法²²⁾を用いればよい。

4. 方向スペクトルと反射率を未知量とする場合の入・反射波共存場を対象とした拡張最大エントロピー原理法の修正 (MEMEP)

反射率をモデルを規定するパラメータと見なし、反射率を既知とすれば、既往の方向スペクトル推定法に若干の修正を加えることにより、入・反射波共存場に適用可能となる。また、設定されたいくつかの反射率の内、適切な反射率を選択する方法についてもAIC最小化法などを導入すればよい。しかしながら、このような方法では恣意的にいくつかの反射率を与えて計算せねばならず、取り扱いが不便である。そこでここでは、方向スペクトルと反射率の両方を未知量として定式化し、方向スペクトルのみならず反射率も同時に推定する方法について述べる。

4.1 MEMEPの推定理論式の定式化

入・反射波のエネルギー分布は周波数と方向角の関数

である。したがって、入射波と反射波のエネルギーの平方根の比で定義される反射率も同様な関数として扱うことが妥当である。そこで以下では、反射率は周波数 f および方向角 θ の関数として一般的に取り扱うこととする。また、式の誘導の便宜上、式(23)の2次元的表示式(m 番目の波動量と n 番目の波動量のクロススペクトルを $\Phi_{mn}(f)$ と表示する方式)を1次元的表示式($\Phi_i(f)$ と表示する方式)に再構成して取り扱う。ただし、ここでは反射率 r も未知数であるため、積分範囲を反射率の定義域 $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ (入射波の来襲する範囲)とし、式(23)を次式のように表示して取り扱うこととする。

$$\begin{aligned}\Phi_i(f) &= \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} H_{0,i}(f, \theta) S(f, \theta) d\theta \\ &+ \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} H_{1,i}(f, \theta) r(f, \theta) S(f, \theta) d\theta \\ &+ \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} H_{2,i}(f, \theta) r^2(f, \theta) S(f, \theta) d\theta \quad (37) \\ &\quad (i=1, \dots, K)\end{aligned}$$

ここに、

$$\Phi_i(f) = \Phi_{mn}(f) / D_{mn}(f) \quad (38)$$

$$\begin{aligned}H_{0,i}(f, \theta) &= H_m(f, \theta) H_n^*(f, \theta) \\ &\times [\cos\{k(x_{mn}\cos\theta + y_{mn}\sin\theta)\} \\ &- i\sin\{k(x_{mn}\cos\theta + y_{mn}\sin\theta)\}] \\ &/ D_{mn}(f) \quad (39)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}H_{1,i}(f, \theta) &= [H_m(f, \theta_r) H_n^*(f, \theta) \\ &\times [\cos\{k(x_{mnr}\cos\theta + y_{mnr}\sin\theta)\} \\ &- i\sin\{k(x_{mnr}\cos\theta + y_{mnr}\sin\theta)\}] \\ &+ H_m(f, \theta) H_n^*(f, \theta_r) \\ &\times [\cos\{k(x_{mnr}\cos\theta + y_{mnr}\sin\theta)\} \\ &- i\sin\{k(x_{mnr}\cos\theta + y_{mnr}\sin\theta)\}] \\ &/ D_{mn}(f) \quad (40)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}H_{2,i}(f, \theta) &= H_m(f, \theta_r) H_n^*(f, \theta_r) \\ &\times [\cos\{k(x_{mnr}\cos\theta + y_{mnr}\sin\theta)\} \\ &- i\sin\{k(x_{mnr}\cos\theta + y_{mnr}\sin\theta)\}] \\ &/ D_{mn}(f) \quad (41)\end{aligned}$$

であり、 K は観測により得られた独立なクロススペクトルの数、すなわち独立な方程式(37)の数である。また、式(38)~(41)中の $D_{mn}(f)$ はクロススペクトルを無次元化する

とともにクロススペクトルの推定誤差を正規化するために導入した関数であり、式(37)の実部、虚部に対してそれぞれ式(8)および(9)の平方根、すなわちクロススペクトルの推定誤差の標準偏差を用いることとした。このような正規化により、与えられたクロススペクトルの偏差の発生確率が最小なバイアスの少ない方向スペクトルが推定されるものと思われる。ただし、5.に述べる数値シミュレーションによる検討の際には、用いるクロススペクトルを推定値としてではなく、真値としてシミュレーションを実施するため、 $D_{mn}(f) = 1$ として計算している。

入射波の方向スペクトル $S(f, \theta)$ はその定義域 $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ で0より大きい値を取る。そこでいま、入射波の方向スペクトルの推定値としてEMEPと同様に次式を仮定する。

$$\bar{S}(f, \theta) = \exp\{x(f, \theta)\} \quad (42)$$

ここに、

$$x(f, \theta) = a_0(f) + \sum_{n=1}^N \{a_n(f) \cos n\theta + b_n(f) \sin n\theta\} \quad (43)$$

である。

反射率 r の定義域は入射波の来襲する範囲 $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ で定義される。また、値域は $0 \leq r \leq 1$ であるが、ここでは便宜的に $0 < r < 1$ と仮定し、次式で与える。

$$\bar{r}(f, \theta) = \frac{\exp\{y(f, \theta)\}}{1 + \exp\{y(f, \theta)\}} \quad (44)$$

ここに、

$$y(f, \theta) = a_0(f) + \sum_{m=1}^M \{\alpha_m(f) \cos m\theta + \beta_m(f) \sin m\theta\} \quad (45)$$

である。

式(42)および式(44)を式(37)に代入すると、式(37)は

$$\begin{aligned}\Phi_i(f) &= \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} H_{0,i}(f, \theta) \exp\{x(f, \theta)\} d\theta \\ &+ \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} H_{1,i}(f, \theta) \frac{\exp\{x(f, \theta) + y(f, \theta)\}}{1 + \exp\{y(f, \theta)\}} d\theta \\ &+ \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} H_{2,i}(f, \theta) \frac{\exp\{x(f, \theta) + 2y(f, \theta)\}}{[1 + \exp\{y(f, \theta)\}]^2} d\theta \\ &\quad (i=1, \dots, K) \quad (46)\end{aligned}$$

となる。

いま、 $\Phi_i(f)$ および $H_{0,i}(f, \theta)$ 、 $H_{1,i}(f, \theta)$ 、 $H_{2,i}(f, \theta)$ は複素数であり、取扱いが不便である。そこで、

$$\left. \begin{aligned}
 \Phi_i &= \text{Real}\{\Phi_i(f)\} \\
 \Phi_{\kappa+i} &= \text{Imag}\{\Phi_i(f)\} \\
 H_{0,i}(\theta) &= \text{Real}\{H_{0,i}(f, \theta)\} \\
 H_{0,\kappa+i}(\theta) &= \text{Imag}\{H_{0,i}(f, \theta)\} \\
 H_{1,i}(\theta) &= \text{Real}\{H_{1,i}(f, \theta)\} \\
 H_{1,\kappa+i}(\theta) &= \text{Imag}\{H_{1,i}(f, \theta)\} \\
 H_{2,i}(\theta) &= \text{Real}\{H_{2,i}(f, \theta)\} \\
 H_{2,\kappa+i}(\theta) &= \text{Imag}\{H_{2,i}(f, \theta)\}
 \end{aligned} \right\} (47)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \exp\{x(\theta)\} &\doteq \exp\{\bar{x}(\theta)\} \{1+x'(\theta)\} \\
 \frac{\exp\{y(\theta)\}}{1+\exp\{y(\theta)\}} &\doteq \frac{\exp\{\bar{y}(\theta)\}}{1+\exp\{\bar{y}(\theta)\}} \\
 &\times \left[1 + \frac{y'(\theta)}{1+\exp\{\bar{y}(\theta)\}} \right] \\
 \frac{\exp\{2y(\theta)\}}{[1+\exp\{y(\theta)\}]^2} &\doteq \frac{\exp\{2\bar{y}(\theta)\}}{[1+\exp\{\bar{y}(\theta)\}]^2} \\
 &\times \left[1 + \frac{2y'(\theta)}{1+\exp\{\bar{y}(\theta)\}} \right]
 \end{aligned} \right\} (50)$$

と分離し、全てを実数の式として取り扱うこととする。なお、式(47)の左辺は周波数 f の関数であるが、省略して記述した。以後特別の場合を除き、便宜的に周波数 f は省略して扱うこととする。このとき、式(46)および式(47)より、正規化されたクロススペクトルの誤差 ε_i を考慮して、結局、式(46)は次式のように表わされる。

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_i &= \Phi_i - \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} H_{0,i}(\theta) \exp\{x(\theta)\} d\theta \\
 &\quad - \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} H_{1,i}(\theta) \frac{\exp\{x(\theta)+y(\theta)\}}{1+\exp\{y(\theta)\}} d\theta \\
 &\quad - \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} H_{2,i}(\theta) \frac{\exp\{x(\theta)+2y(\theta)\}}{[1+\exp\{y(\theta)\}]^2} d\theta \quad (48) \\
 &\quad (i=1, \dots, L)
 \end{aligned}$$

ここに、 ε_i ($i=1, \dots, L$) は互いに独立であり、平均0、未知の分散 σ^2 の正規分布に従うものとする。なお、式(48)では、クロススペクトルの実部が0となる式、虚部が0となる式はもとの連立積分方程式から除外しており、このような式を除いた残りの独立な積分方程式の数が L である。

式(42)で与えられる入射波の方向スペクトル $S(f, \theta)$ および式(44)で与えられる反射率 $r(f, \theta)$ に含まれる未知パラメータ a_0, a_n, b_n ($n=1, \dots, N$) および $\alpha_0, \alpha_m, \beta_m$ ($m=1, \dots, M$) は、式(48)で与えられる誤差 ε_i の自乗和が最小になるように最小自乗法で求めればよい。

しかしながら、式(48)は未知量 $x(\theta), y(\theta)$ に関して非線形であり、これらを解析的に求めることは難しい。そこでいま、 $\bar{x}(\theta), \bar{y}(\theta)$ が、解 $x(\theta), y(\theta)$ に十分近いものとし、

$$\left. \begin{aligned}
 x(\theta) &= \bar{x}(\theta) + x'(\theta) \\
 y(\theta) &= \bar{y}(\theta) + y'(\theta)
 \end{aligned} \right\} (49)$$

で解を表現する。ここに、 $x'(\theta), y'(\theta)$ は解 $x(\theta), y(\theta)$ と推定値 $\bar{x}(\theta), \bar{y}(\theta)$ との残差である。このとき、 $x'(\theta), y'(\theta)$ の1次の項まで展開した次の近似式、

を用いて式(48)を近似すると、式(48)は次式で表される。

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_i &= \Phi_i - \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} E_i(\theta) d\theta \\
 &\quad - \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} E_i(\theta) x'(\theta) d\theta \\
 &\quad - \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} F_i(\theta) y'(\theta) d\theta \quad (51) \\
 &\quad (i=1, \dots, L)
 \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned}
 E_i(\theta) &= H_{0,i}(\theta) \exp\{\bar{x}(\theta)\} \\
 &\quad + H_{1,i}(\theta) \frac{\exp\{\bar{x}(\theta) + \bar{y}(\theta)\}}{1+\exp\{\bar{y}(\theta)\}} \\
 &\quad + H_{2,i}(\theta) \frac{\exp\{\bar{x}(\theta) + 2\bar{y}(\theta)\}}{[1+\exp\{\bar{y}(\theta)\}]^2} \\
 F_i(\theta) &= H_{1,i}(\theta) \frac{\exp\{\bar{x}(\theta) + \bar{y}(\theta)\}}{[1+\exp\{\bar{y}(\theta)\}]^2} \\
 &\quad + H_{2,i}(\theta) \frac{2\exp\{\bar{x}(\theta) + 2\bar{y}(\theta)\}}{[1+\exp\{\bar{y}(\theta)\}]^3}
 \end{aligned} \right\} (52)$$

である。

式(51)を未知パラメータ a_0, a_n, b_n ($n=1, \dots, N$) および $\alpha_0, \alpha_m, \beta_m$ ($m=1, \dots, M$) について表示するには、パラメータ a_n, b_n および α_m, β_m の近似解をそれぞれ \bar{a}_n, \bar{b}_n および $\bar{\alpha}_m, \bar{\beta}_m$ とし、式(49)と同様に、

$$\left. \begin{aligned}
 a_n &= \bar{a}_n + a'_n \\
 b_n &= \bar{b}_n + b'_n \\
 \alpha_m &= \bar{\alpha}_m + \alpha'_m \\
 \beta_m &= \bar{\beta}_m + \beta'_m
 \end{aligned} \right\} (53)$$

と表示すれば、

$$\bar{x}(\theta) = \bar{\alpha}_0 + \sum_{n=1}^N \{\bar{a}_n \cos n\theta + \bar{b}_n \sin n\theta\} \quad (54)$$

$$\bar{y}(\theta) = \bar{a}_0 + \sum_{m=1}^M \{ \bar{a}_m \cos m\theta + \bar{\beta}_m \sin m\theta \} \quad (55)$$

を用いて、式(51)は次式のように表される。

$$\begin{aligned} \varepsilon_i = & Z_i - a'_0 X_{i,0} - \sum_{n=1}^N \{ a'_n X_{i,n} + b'_n Y_{i,n} \} \\ & - a'_0 U_{i,0} - \sum_{m=1}^M \{ a'_m U_{i,m} + \beta'_m V_{i,m} \} \quad (56) \\ & (i=1, \dots, L) \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} Z_i &= \Phi_i - \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} E_i(\theta) d\theta \\ X_{i,n} &= \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} E_i(\theta) \cos n\theta d\theta \\ Y_{i,n} &= \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} E_i(\theta) \sin n\theta d\theta \\ U_{i,m} &= \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} F_i(\theta) \cos m\theta d\theta \\ V_{i,m} &= \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} F_i(\theta) \sin m\theta d\theta \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

である。

式(56)で与えられる連立線形方程式を適当な初期値 \bar{a}_n , \bar{b}_n および \bar{a}_m , $\bar{\beta}_m$ を与えて繰り返し計算によって解けば、収束解として a_n , b_n および a_m , β_m が求まり、式(42)~(45)によって入射波の方向スペクトル $S(f, \theta)$ および反射率 $r(f, \theta)$ が求められる。

以上の展開では、式(43)および式(45)に含まれるモデル次数 (Fourier級数の次数) N および M はあらかじめ与えられたものとして取り扱ってきた。しかしながら、上記の方法を実際の観測データに適用する場合、より妥当な入射波の方向スペクトル $S(f, \theta)$ および反射率 $r(f, \theta)$ を推定するためには、式(43)および式(45)のモデル次数 N および M は各観測データ毎に異なる値をとるはずである。したがって、観測データ毎にどのようにして最適モデル次数 N , M を与えるのかが新たな問題として生じてくる。観測データに統計モデルを当てはめる場合、より正確にデータの構造を表現するモデルを作成するためには、一般に多くのモデル次数を用いて近似しがちである。しかしながら、低次のモデルでデータの構造を表現しきれないときに、次数の上昇を行った結果、推定値を不安定にするばかりでなく、モデル固有のくせを持ち込むという問題が生じる場合が多い。

そこでここでは、赤池により開発されたAIC(赤池の情報量基準)²²⁾を導入し、AIC最小化法によって、最適なモデル次数の選択を行うこととした。観測データに有限の

未知パラメータを含む統計モデルを当てはめる場合、モデルの属内から最適なモデルを選択する問題では、AIC最小化法はモデルのデータへの適合度と推定値の滑らかさの両方の観点から望ましい結果が得られることが多い。

上記の方法の場合、方向スペクトルのモデル次数として N 次の項まで、反射率のモデル次数として M 次の項まで取るものとする、0次の項および誤差 ε_i の分散 σ^2 を含めて、未知パラメータの数は $2N+2M+3$ である。したがって、この場合のAICは次式で与えられる²²⁾。

$$AIC = L(\ln 2\pi + 1) + L \ln \hat{\sigma}^2 + 2(2N + 2M + 3) \quad (58)$$

ここに、 L は式(56)の連立方程式の数、 $\hat{\sigma}^2$ は式(56)に最小自乗法を適用した際の解 a_n , b_n , a_m , β_m の収束時の誤差 ε_i の分散である。

以上に述べた数値計算法およびAICの導入についての具体的手順については次の4.2で述べる。

4.2 MEMEPの数値計算法

式(56)は a'_n , b'_n , a'_m , β'_m に関して線形な連立方程式である。そこで、適当な初期値 \bar{a}_n , \bar{b}_n , \bar{a}_m , $\bar{\beta}_m$ を用いて、式(57)で与えられる係数 Z_i , $X_{i,n}$, $Y_{i,n}$, $U_{i,m}$, $V_{i,m}$ を数値計算によって求め、式(56)に最小自乗法を適用して a'_n , b'_n , a'_m , β'_m を求める。次に、式(53)により新しい推定値 a_n , b_n , a_m , β_m を求め、これを \bar{a}_n , \bar{b}_n , \bar{a}_m , $\bar{\beta}_m$ の代わりに式(54)~(57)に代入して同様の計算を繰り返す。このようにして、 a'_n , b'_n , a'_m , β'_m の絶対値が十分に小さくなった (10^{-2}) ところで計算をやめ、このときの \bar{a}_n , \bar{b}_n , \bar{a}_m , $\bar{\beta}_m$ を最適な推定値 a_n , b_n , a_m , β_m として採用する。このようにして得られた a_n , b_n , a_m , β_m を式(42)~(43) および式(44)~(45)に代入すれば、入射波の方向スペクトル $S(f, \theta)$ および反射率 $r(f, \theta)$ が得られる。

AIC最小化法による最適モデルの選択は、種々のモデル次数 N (方向スペクトル) および M (反射率) を与えて上記の収束計算および式(58)で与えられるAICの計算を実施し、種々のモデル次数の内での最小のAICを与えるモデル次数 N , M を最適次数として選択すればよい。

なお、式(53)~(57)の繰り返し計算では、初期値として与えた \bar{a}_n , \bar{b}_n , \bar{a}_m , $\bar{\beta}_m$ を式(53)によって a_n , b_n , a_m , β_m で置き換えて繰り返し計算するが、ある場合には繰り返し計算が発散する場合がある。そこで、実際の計算では式(53)の代わりに a'_n , b'_n , a'_m , β'_m に収束計算を制御するための定数 δ を乗じ、次式によって繰り返し計算を実施した。

$$\left. \begin{aligned} a_n &= \tilde{a}_n + \delta a'_n \\ b_n &= \tilde{b}_n + \delta b'_n \\ a_m &= \tilde{a}_m + \delta a'_m \\ \beta_m &= \tilde{\beta}_m + \delta \beta'_m \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

すなわち、繰り返し計算の途中で $a'_n, b'_n, a'_m, \beta'_m$ の絶対値が設定値を越える場合には、 δ の値を $\delta = 1$ から $\delta = 0.5$ に変化させて繰り返し計算をやり直す。再度 $a'_n, b'_n, a'_m, \beta'_m$ の絶対値が設定値を越える場合には $\delta = 0.25$ として再計算する。このように、

$$\delta = (0.5)^l \quad ; \quad (l=0,1,\dots) \quad (60)$$

として徐々に δ の値を小さな値に変化させて繰り返し計算を実施するが、今回の計算では $l = 4$ まで変化させることとし、 $l = 4$ の場合にも収束しない場合には、計算を打ち切ることとした。

以上のようにして、入射波の方向スペクトルおよび反射率を求める種々の試算を実施した。しかしながら、モデル次数を色々変化させて計算した結果、方向スペクトルや反射率の形状に依存して、ある特定の次数より高次のモデルでは δ を小さな値に変化させても式(59)~(60)の繰り返し計算が発散することが判明した。これは、AIC最小化法で与えられる最適次数よりもさらに高次のモデルを与えた場合には、未知パラメータの数が過剰となり、数値計算が不安定になるためと思われる。

したがって、MEMEPの数値計算は、方向スペクトルおよび反射率をともに低次のモデルから高次のモデルへと変化させて順次計算を進めることとし、具体的には以下の手順で行うこととした。

- ① 入射波の方向スペクトルのモデル次数として1次のモデル、反射波のモデルの次数として0次のモデル、すなわち式(43)のサンメンション(総和)において $N = 1$ 、式(45)において最初の1項のみを選び、 $\tilde{a}_0, \tilde{a}_1, \tilde{b}_1, \tilde{a}'_0$ の初期値を0として、式(67)で係数 $Z_i, X_{i,0}, X_{i,1}, Y_{i,1}, U_{i,0}$ を求め、式(60)に最小自乗法を適用する。
- ② ①で得られた推定値 a'_0, a'_1, b'_1, a'_0 を式(59)に代入して得られた a_0, a_1, b_1, a_0 を a'_0, a'_1, b'_1, a'_0 に置き換えて①の計算を繰り返す。
- ③ ①~②の計算を繰り返し、 a'_0, a'_1, b'_1, a'_0 が適当な収束条件 (a'_0, a'_1, b'_1, a'_0 の絶対値が 10^{-2} より小さい) を満たす場合には繰り返し計算を止め、式(59)によりAICを算出する。
- ④ 次に、方向スペクトルのモデル次数として2次のモ

デルを選択し、①~③と同様の繰り返し計算およびAICの計算を実施する。ただしこの場合には、 $\tilde{a}_0, \tilde{a}_1, \tilde{b}_1, \tilde{a}'_0$ の初期値として③で得られた収束解 a_0, a_1, b_1, a_0 を使い、 \tilde{a}_2, \tilde{b}_2 の初期値は0として繰り返し計算を実施する。なお、収束計算の途中で $a'_n, b'_n, a'_m, \beta'_m$ の絶対値のいずれかがある設定条件を示す場合には前記のように式(59)の δ の値を変えて再計算を繰り返す。このようにしても収束解が得られない場合には、推定値は不安定、すなわち方向スペクトルの最適モデル次数を既に越えたものとして数値計算を止める。また、方向スペクトルが2次のモデルで収束解が得られる場合には、さらに同様にして方向スペクトルが3次のモデルの計算を行う。以下、収束解が得られる範囲で、同様に所定のモデル次数まで方向スペクトルのモデル次数を順次増加させて計算を続ける。

- ⑤ 次に、反射率のモデル次数を1とし、①~④と同様に、方向スペクトルのモデル次数を1次から順次増加させ、 a_n, b_n, a_m, β_m の収束解が得られる範囲で計算を続ける。
- ⑥ 以下同様に、 a_n, b_n, a_m, β_m の収束解が得られる範囲で反射率のモデル次数を順次高次に変化させ、種々の次数の方向スペクトルの計算を実行する。なお、反射率のモデル次数がある値よりも高次の場合には、方向スペクトルにどのようなモデル次数を用いても a_n, b_n, a_m, β_m の収束解は得られなくなる。したがって、このようになった段階では、ただちに計算を中止する。
- ⑦ 以上、①~⑥の計算で得られた種々のモデル次数 N, M の内、AICが最小値を示すモデル次数 N, M が最適なモデル次数であり、それぞれのモデル次数で得られた収束解 a_n, b_n, a_m, β_m を式(42)~(43)および式(44)~(45)に代入して入射波の方向スペクトル $S(f, \theta)$ および反射率 $r(f, \theta)$ を算出する。

なお、上記の繰り返し計算においては、方向スペクトルおよび反射率の最高モデル次数は式(60)で与えられる独立な連立方程式の数により制限される。すなわち、未知パラメータの数は方程式の数よりも小さくなければならない、

$$2N + 2M + 3 \leq L \quad (61)$$

である。最大限この範囲内で①~⑦の計算を実施すればよい。

5. MEMEPの数値シミュレーションによる検討

数値シミュレーション法を利用して、4.で述べた入・反射波共存場における入射波と反射波の方向スペクトルの分離計算および反射率の推定法の妥当性、適用性などの検討を行った。

5.1 数値シミュレーション法

数値シミュレーションの方法は、磯部ら^{11),16)}とほぼ同じ方法により実施した。すなわち、ここでは任意の周波数*f*に着目したとして、方向角*θ*に関する量についてのみ検討した。具体的な手順は以下の通りである。

- ① 入射波の方向スペクトル形として次式のような関数を与える。

$$S(\theta) = \sum_i a_i \cos^{2s_i} \left(\frac{\theta - \bar{\theta}_i}{2} \right) \quad (62)$$

二つの波群から構成されるような双峯型の方向スペクトルを対象とする場合には、式(62)の*a_i*、*S_i*、*θ̄_i*の値を変えた2種類の方向スペクトルを重ね合わせて与えることとする。

- ② ①で与えた方向スペクトルおよび適当に設定された反射率(後述)をもとに、式(3)によりクロススペク

トルを算出する。なお、4.で述べた方法は、式(37)で示されているように、入射波の来襲する範囲 [*θ_{min}*, *θ_{max}*]で適用可能であるが、数値シミュレーションに際しては、あらかじめ [*0*, *π*] の全範囲に微小なエネルギーを加えておき、入射波のエネルギーが厳密に0になる領域を無くすことにより、便宜的に適用範囲を [*0*, *π*] として数値計算を実施した。実際の観測データに本方法を適用する場合、観測誤差やクロススペクトルの推定誤差などのため、入射波のエネルギーが厳密に0になる領域が存在することはほとんどないと思われるが、エネルギーが0になる領域が存在する場合には、上記のような工夫を導入すればよい。

- ③ ②で得られたクロススペクトルをもとに、4.で述べた方法により入射波の方向スペクトルと反射率の推定を行い、真の方向スペクトル(式(62))および反射率と比較する。なお、ここでは任意の波動量の組み合わせを対象として方向スペクトル計算を実施するため、既往の推定法としては計算の簡便なMMLMを用いて解析し、両者の比較を行うこととした。

5.2 数値シミュレーションの諸条件の設定

波浪条件としては、図-2に示す4種類のアレイ配置を用い、最短波高計間距離*D*と波長*L*の比を*D/L=0.2*と

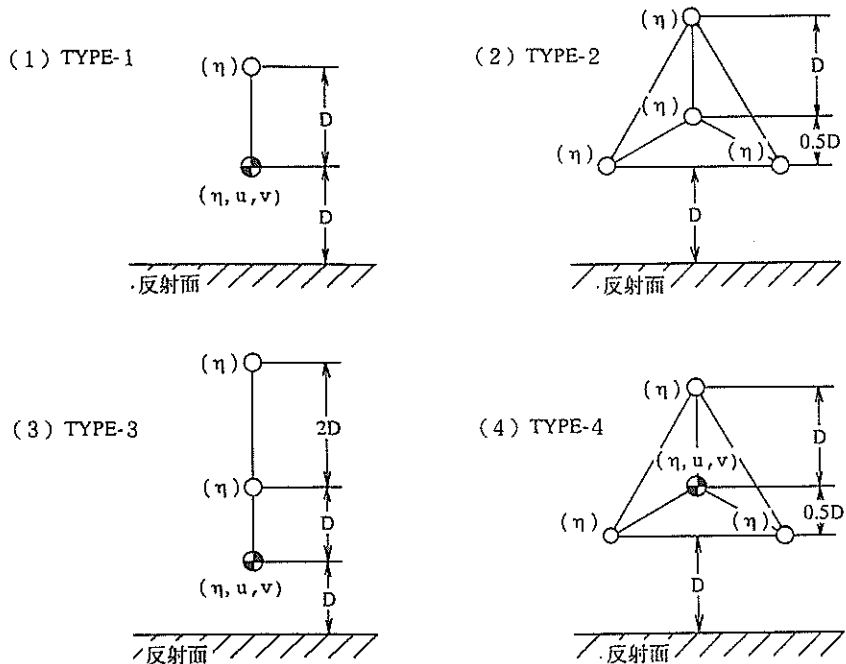


図-2 数値シミュレーションに用いたアレイ配置

し、反射面から波高計アレイまでの最短距離を波長 L の0.2倍の位置に設定した場合を対象として数値シミュレーションを実施した。図-2中の η はその位置で水面変動 η を計測することを意味し、 (η, u, v) は水面変動 η と、その水面下で水平2成分の水粒子速度 u と v を計測することを意味している。図-2に示すアレイ配置が4成分以上の波動量で構成されているのは、MEMEPを適用するには、4成分以上の波動量を必要とするためである。すなわち、MEMEPでは方向スペクトルのみならず、反射率も未知量となっており、通常の方法に比べてより多くの情報を必要とするためである。

なおここでは、反射率を方向角によらず一定とする場合と、方向角の関数として、

$$r_{\text{TRUE}}(\theta) = a + b \cos \theta \quad (63)$$

$$(0 < r_{\text{TRUE}}(\theta) < 1, -\pi \leq \theta \leq \pi)$$

とする場合を検討した。

5.3 数値シミュレーション結果の検討

(1) 反射率を方向角によらず一定とした場合の数値シミュレーション例

図-3は真の反射率 r_{TRUE} を方向角 θ に関して一定とし、 $r_{\text{TRUE}}=0.7$ として、式(62)中の方向集中度パラメータ $S=20$ 、波向 $\theta_i=60^\circ$ の一方向波浪を対象として数値計算した結果を示したものである。図-3(1)~(4)はそれぞれ図-2(1)~(4)に対応しており、それぞれ対応するアレイ配置で観測したことを意味している。図-3の各図の上段は反射率を、下段の左図は入射波の方向スペクトルを示しており、下段の右図は反射率と入射波の方向スペクトルから計算された反射波の方向スペクトルを参考のために示したものである。また、図-3中のTRUEは真の方向スペクトルおよび反射率を、MMLMは修正最尤法により推定された方向スペクトルおよび反射率を、MEMEPは4.で述べた修正・拡張最大エントロピー原理法により推定された方向スペクトルおよび反射率を示している。なお、図-3では、それぞれの方法により推定された入・反射波の方向スペクトルを真の入射波の方向スペクトルのエネ

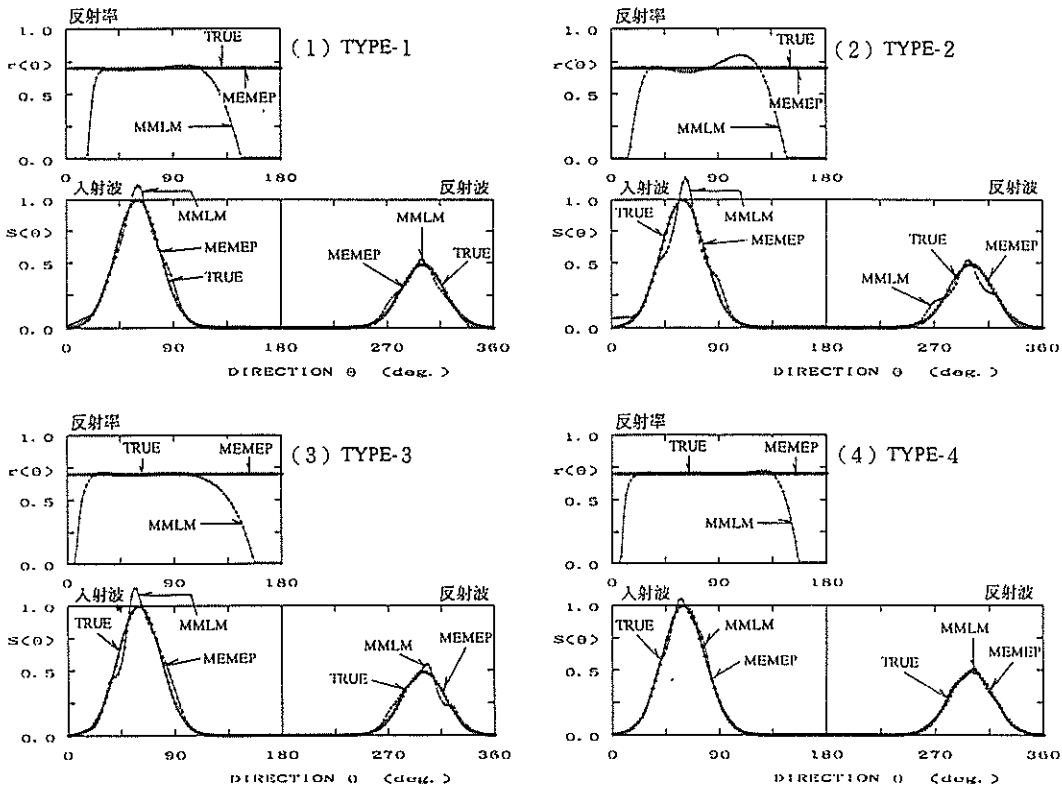


図-3 反射率を方向角によらず一定とした場合の数値シミュレーション例
(一方向波浪)

ルギー・ピーク値で正規化して描いている。

図-3に見られるように、MEMEPはいずれの場合にも極めて高い精度で入・反射波の方向スペクトルおよび反射率を推定しており、図-3からは真値 (TRUE) との差をほとんど識別できない。一方、MMLMを見ると、反射率は波のエネルギーが来襲する範囲ではほぼ妥当な推定値を示しているものの、 $\theta = 0^\circ$ および 180° 近傍では大きく外れている。ただし、 $\theta = 0^\circ$ および 180° 近傍で反射率が0になっているのは、式(8)を用いて反射率を推定した場合に、反射率に負が現れる場合には0に置き換えているためである。また、MMLMで推定された方向スペクトルは、方向スペクトルのピーク付近でやや過大に推定されている。

図-4は反射率を図-3と同じにしたまま、波浪条件として二方向波浪を対象として計算したものである。エネルギーの卓越した波群の方向スペクトルは $S_1=100$ 、 $\bar{\theta}_1=90^\circ$ とし、他方の波群の方向スペクトルは $S_2=20$ 、 $\bar{\theta}_2=45^\circ$ とした。また、両者のエネルギー・ピーク値の比は $\alpha_1/\alpha_2=2$ である。図-4に見られるように、MEMEP

で推定される反射率は二方向波浪の場合にも高い精度で推定されている。図-4(3)の $\theta=180^\circ$ 近傍で、ややTRUEとの差が見られるものの、他ではほとんどTRUEと一致し、その差を識別できない。MEMEPで推定された方向スペクトルを見ると、いずれの場合にも二方向波浪を識別しており、(1)~(4)の順に推定精度が向上している。これは、(1)よりも(2)の方が二方向波浪を識別するのに適したアレイ配置であること、および(3)、(4)では観測波動量数が(1)、(2)よりも多いためと思われる。

一方、MMLMで推定された反射率は、図-3に示したMMLMの反射率に類似した傾向を示している。また、MMLMで推定された方向スペクトルには、(2)と(3)では二方向波浪にもかかわらずピークが3つ現れている。なお、MMLMの場合もMEMEPと同様に(1)~(4)の順に推定精度が向上している。しかしながら、いずれの場合にもMEMEPに比べて推定精度が劣っている。

(2) 反射率を方向角の関数として変化させた場合の数値シミュレーション例

図-5(1)~(4)はそれぞれ図-3(1)~(4)と同じ観測条件、

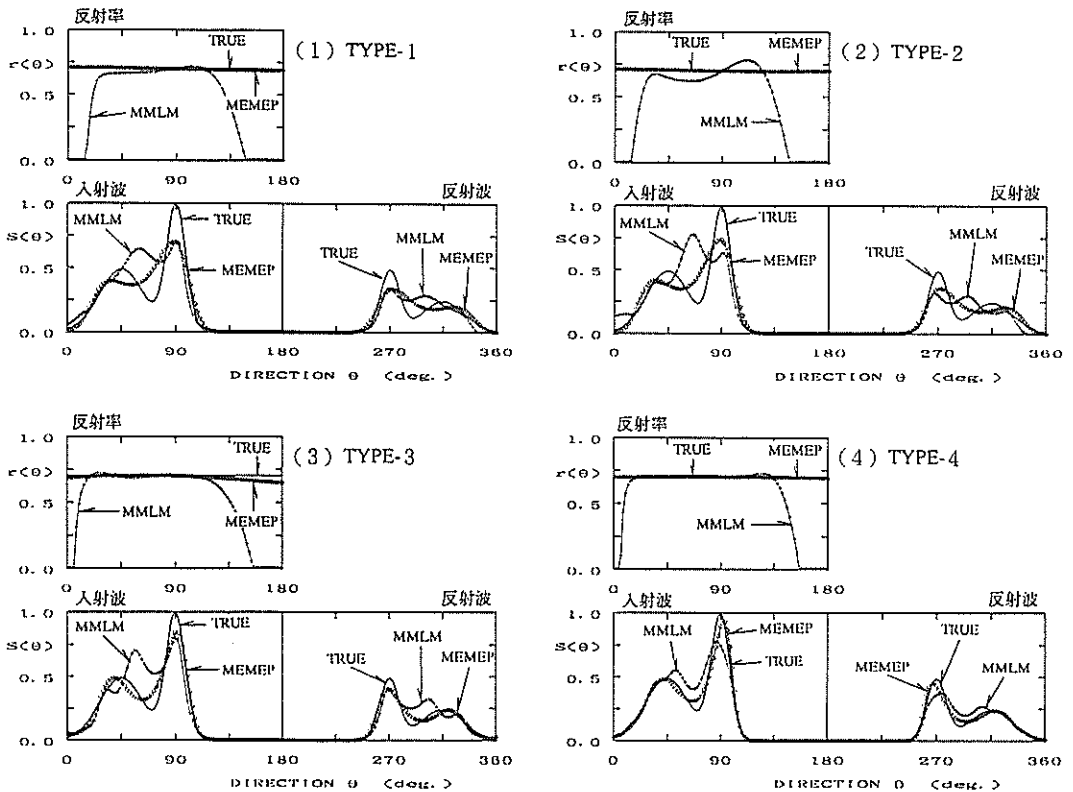


図-4 反射率を方向角によらず一定とした場合の数値シミュレーション例 (二方向波浪)

同じ波浪条件を用いて、反射率 r_{TRUE} を方向角 θ の関数として、

$$r_{TRUE}(\theta) = 0.1 + 0.6 \cos \theta \quad (64)$$

とした場合の数値シミュレーション例を示したものである。入射波のエネルギーの卓越した範囲ではMEMEPおよびMMLMの反射率の推定精度は高いが、入射波のエネルギーの来襲しない $\theta = 180^\circ$ 近傍では、いずれも推定精度が低下している。また、MMLMで推定された方向スペクトルは(1)と(2)の場合にTRUEに比べてやや過大に推定されており、MEMEPの方がMMLMに比べて高い推定精度を示している。

図-6は、反射率として図-5と同じ式(64)を用い、図-4と同じ波浪条件で計算した結果を示したものである。図-6の場合では、MEMEPで推定された方向スペクトルは(2)と(3)に比べて(1)の方が推定精度が高く現れており、図-4の傾向と異なっている。また、MMLMで推定された方向スペクトルには、図-4と同様に(2)と(3)でピークが3つ現れており、MEMEPに比べて推定精度が劣ってい

る。

MMLMで推定された反射率は、図-3～図-5と同様に、入射波のエネルギーの卓越した範囲ではほぼ妥当な反射率を推定しているものの、それ以外ではTRUEとの差が大きく現れている。一方、MEMEPで推定された反射率は(1)、(2)、(4)ではTRUEに近い妥当な推定値を示しているが、(3)ではTRUEと異なる値が推定されており、MMLMよりも推定精度が劣っている。(3)の例では、MEMEPでは図に示した推定値よりもTRUEに近い別の推定値が得られていたが、AIC最小化法により、わずかの差で図に示した推定値が最適推定値として選択されたためである。なぜ(3)で、図に示した推定値が選択されたのかは不明であり、今後さらに検討する予定である。なお、(3)の例では、反射率はMEMEPの方がMMLMに比べて推定精度が劣っているにもかかわらず、方向スペクトルはMEMEPの方が推定精度が高いようである。

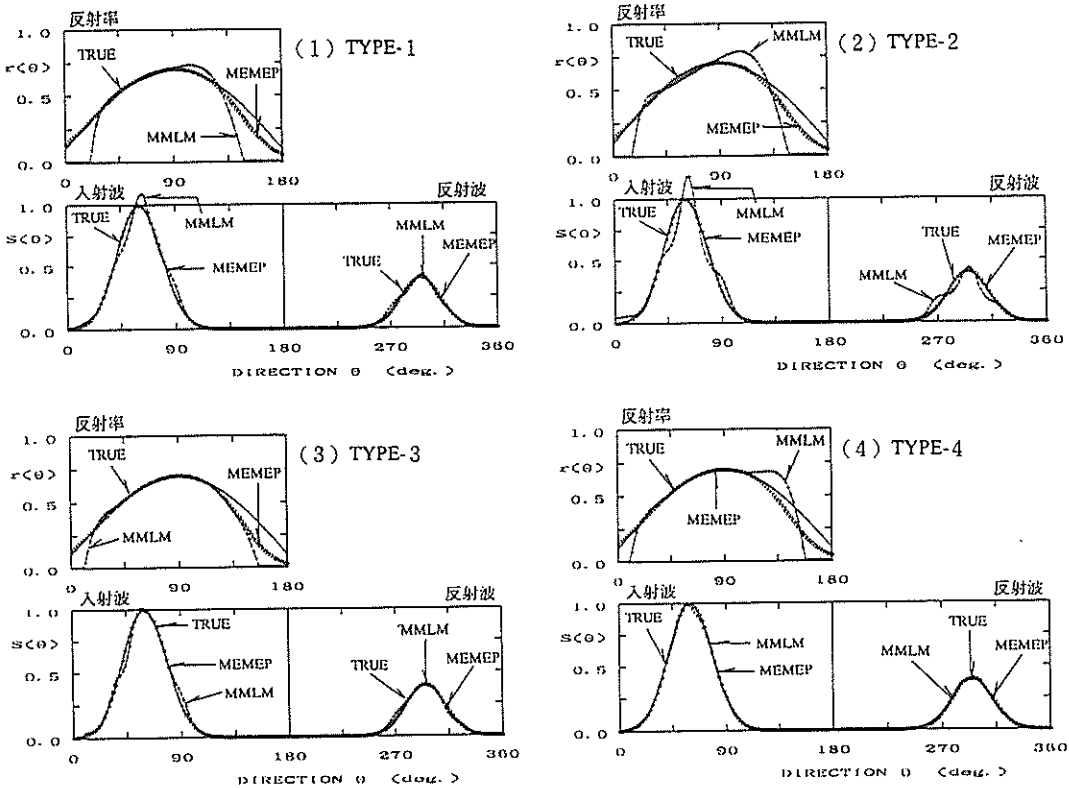


図-5 反射率を方向角の関数として変化した場合の数値シミュレーション例 (一方向波浪)

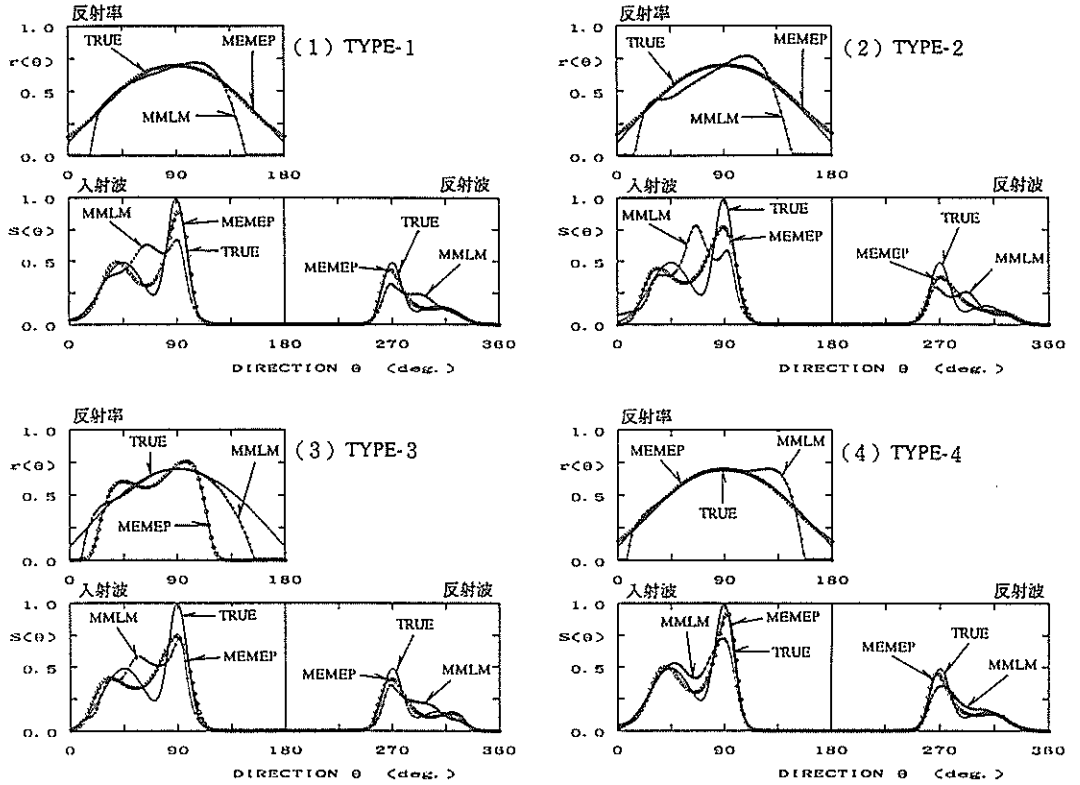


図-6 反射率を方向角の関数として変化させた場合の数値シミュレーション例
(二方向波浪)

6. おわりに

本論文では、入・反射波共存場に適用可能な方向スペクトル推定法として、著者らが先に開発したMBMやEMBMよりもさらに実用的なMEMEP（修正・拡張最大エントロピー原理法）について報告した。MEMEPでは入射波の方向スペクトルと反射率の両方を未知量として定式化し、入・反射波の方向スペクトルの分離計算と同時に、反射率も周波数と方向角の関数として推定可能である。本論文ではMEMEPの適用性、妥当性を数値シミュレーションで検討した。

数値シミュレーション結果によれば、MEMEPを4成分以上の観測データに適用する場合、MEMEPは反射率が方向角によらず一定の場合や、方向角の関数として変化する場合、あるいは入射波の方向スペクトルが単峰型や双峰型の場合など、種々の場合に適用可能であって、高い精度で方向スペクトルと反射率を推定可能である。また、MEMEPは計算が比較的簡便であり、パーソナルコンピュータによる利用も可能である。しかしながら、シミュレーション結果の一部には、別に最適な推定値が

あるにもかかわらず、これとは別の推定値を最適値として選択する場合も有り得ることがわかった。これについては今後さらに検討する予定である。

現地において護岸や防波堤からの反射波を測定する場合、従来から用いられている方向スペクトル解析法を適用するためには、入・反射波の位相干渉の影響を受けない距離に機器を設置して観測しなければならない。しかしながら、防波堤の延長が比較的短い場合には、観測機器を防波堤から離せば離すほど、対象とする入・反射波以外の種々の波浪場の影響を受けることになる。したがって、入・反射波共存場で観測することが不可避となる。このような場合にはMEMEPは有用な解析手法であろう。また、実際には、反射波を測定することが目的ではないにもかかわらず、種々の事情で護岸や防波堤に近い場所で方向スペクトル観測を実施せざるを得ない場合もある。MEMEPは、当然のことながら、このような場合にも高精度な方向スペクトルが推定可能であり、この意味では、従来の方向スペクトル推定法に比べて適用範囲が拡大していると言える。

なお、現在の方向スペクトル観測は、ブイに搭載され

た加速度計と傾斜計の組み合わせや、流速計と波高計の組み合わせなどの必要最小限の3成分観測が実施されていることが多い。このような場合に、4成分以上の観測データを必要とするMEMEPを適用することはできない。しかしながら、3.に述べたMBMと同様の考え方でEMEPに修正を加えれば、わずかの修正で3成分観測データに適用可能な、入・反射波共存場を対象とした簡便な方向スペクトル推定法が作成可能であることを再度付記しておく。

謝 辞

本論文を取りまとめるにあたっては、運輸省港湾技術研究所の堀江毅海洋水理部長からは論文のとりまとめに関し懇切なる御指導を受けた。ここに心からの感謝の意を表する次第です。

参考文献

- 1) 合田良実：港湾構造物の耐波設計—波浪工学への序説—, 鹿島出版会, 210p., 1977.
- 2) 合田良実：海岸・港湾調査法, 土木学会編, 新体系土木工学80, 技報堂出版, 251p., 1986.
- 3) 木間仁・堀川清司：海岸環境工学, 東京大学出版会, pp. 506~524, 補章A方向スペクトルの推定理論, 1985.
- 4) Barber, N. F. : The directional resolving power of an array of wave detectors, *Ocean Wave Spectra*, Prentice Hall Inc., pp.137~150, 1961.
- 5) Longuet-Higgins, M. S., D. E. Cartwright and N. D. Smith : Observation of the directional spectrum of sea waves using the motions of a floating buoy, *Ocean Wave Spectra*, Prentice Hall Inc., New Jersey, pp. 111~136, 1963.
- 6) Panicker, N. N. and Borgman, L. E. : Enhancement of directional wave spectrum estimate, *Proc. 14th Int. Coastal Eng. Conf.*, Copenhagen, pp.258~279, 1974.
- 7) 広瀬宗一：双峯型方向分布関数の推定法について, 第32回海岸工学講演会論文集, pp.164~168, 1985.
- 8) 山口正隆：方向スペクトル観測装置の分解能について(1)—3成分流速計による方法—, 愛媛大学紀要第III部(工学), 第9巻, 第3号, pp. 225~234, 1978.
- 9) Hasselman, D. E., M. Dunckel and J. A. Ewing : *Directional Wave Spectra Observed during JONSWAP 1973*, *Jour. Physical Oceanography*, Vol.10, pp.1264~1280, 1980.
- 10) Capon, J. : High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis, *Proc. IEEE*, Vol.57, pp.1480~1418, 1969.
- 11) 磯部雅彦・近藤浩右・堀川清司：方向スペクトルの推定におけるMLMの拡張, 第31回海岸工学講演会論文集, pp.173~177, 1984.
- 12) 橋本典明・小舟浩治：最大エントロピー原理(MEP)を用いた方向スペクトルの推定, 港湾技術研究所報告, 第24巻, 第3号, pp.123~145, 1985.
- 13) 橋本典明：ベイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定, 港湾技術研究所報告, 第26巻, 第2号, pp.97~125, 1987.
- 14) 橋本典明・永井紀彦・浅井正・菅原一晃：海洋波の方向スペクトルの推定における最大エントロピー原理法(MEP)の拡張, 港湾技術研究所報告, 第32巻, 第1号, pp.3~25, 1993.
- 15) 合田良実：波高計群による方向スペクトルを用いた反射波推定法の検討, 港湾技術研究所報告, 第19巻, 第3号, pp.37~69, 1980.
- 16) 磯部雅彦・近藤浩右：入・反射波の共存場における方向スペクトルの推定法, 第30回海岸工学講演会論文集, pp.44~48, 1983.
- 17) 橋本典明・小舟浩治：ベイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定—入・反射波共存場を対象として—, 港湾技術研究所報告, 第26巻, 第4号, pp.3~33, 1987.
- 18) 磯部雅彦・古市耕輔：不規則波に対する統計量の変動に関する理論的考察, 第33回海岸工学講演会論文集, pp.159~163, 1986.
- 19) Bendat, J. S. and A. G. Piersol : *Random Data Analysis and Measurement Procedures*, Second edition, John Wiley & Sons, 566p., 1986.
- 20) Phillips, O. M. : *The dynamics of the upper ocean*, 2nd ed., Camb. Univ. Press, 336p., 1977.
- 21) Akaike, H. : Likelihood and Bayes procedure, *Bayesian Statistics* (Bernardo, J. M., De Groot, M. H., Lindley, D. U. and Smith, A. F. M. eds.) University Press, Valencia, pp.143~166, 1980.
- 22) 坂元慶行・石黒真木夫・北川源四郎：情報量統計学, 共立出版株式会社, 236p., 1983.

3. 平成5年北海道南西沖地震津波波形記録解析速報

永井紀彦*

橋本典明**

浅井 正***

要 旨

平成5年7月12日22:17に発生した北海道南西沖地震に伴う津波の波形を、全国港湾海洋波浪情報網(ナウファス)の波高計および波向計がとらえることができた。

本報告は、以下に示す観測地点において取得された水位変動、水圧変動および海底の流向流速記録を示し、検潮記録との比較による沖合における津波波形の特徴と、地形に伴う反射屈折等を考慮した津波波形に関する考察をおこなったものである。

北海道開発局 : 留萌, 紋別

第二港湾建設局 : 深浦, むつ小川原

第一港湾建設局 : 秋田, 酒田, 新潟沖, 輪島, 福井

第三港湾建設局 : 浜田

第四港湾建設局 : 藍島

秋田県 : 能代

本報告で得られた成果を以下に示す。

- (1)全国港湾海洋波浪情報網(ナウファス)で測得された津波による水位変動、水平流速の最大値は、それぞれ、87cmおよび35cm/sであり、輪島港沖合の波浪計が7月12日23:50から13日0:10までの観測時に測得したものである。
- (2)各波浪観測地点に共通して、北海道南西沖地震津波は減衰に非常に時間がかかり、13日朝になってもなお顕著な津波波形が観測された。このことは、日本海全域において、複雑な津波の多重反射が起こっていたことを示唆している。
- (3)津波による水面の上下変動 η と、海底面における水圧変動 P の関係は、長波の微小振幅波理論から得られる $\eta=P$ の関係をほぼ満足している。
- (4)津波による水面の上下変動と、海底面における水平流速の関係は、進行波としての長波の微小振幅波理論から得られる関係を必ずしも満たしておらず、重複波としての性質が確認された。観測地点によって両者の関係は異なった傾向を示しており、輪島では重複波の節に近い性質を示し、福井では重複波の腹に近い性質を示していた。このことは観測地点と海岸線との海底地形上の位置関係に対応している。
- (5)津波による海底面における水粒子の水平運動を流速の積分値から推定した結果、通常の風波ではどのような激浪であっても発生し得ないような、数10mにも及ぶ大きな振幅の水平運動をしている事実が判明した。
- (6)沖合の波高計で測得された津波波形と、港内の検潮井戸で測得された津波波形を、同一スケールの図面上で比較した。沖合の波高計で見られる数分間以下の比較的周期が短い変動は、検潮記録上に

は現れておらず、両者の波形は、かなり異なったものとなっていることが明らかにされた。

- (7)いくつかの港湾に対して、港内で取得された検潮記録を用いてパワースペクトル解析を行い、水位変動の周波数特性と長周期波の発生について検討を行った。今回検討を行った検潮記録では、いずれも10～40分程度の周期をもつ長周期波が観測されていることが確認された。
- (8)潮位変動のパワースペクトルと港外の水位変動のパワースペクトルを比較した結果、沖合津波記録に対する検潮記録のスペクトルの各周波数成分の減衰比は全体的に波の周期が小さくなるほど小さくなる傾向があった。これは、検潮儀の構造上の応答特性や港湾内に津波が入射するときの応答特性に対応している。また、各港湾毎に特定の周期以上の波は、減衰比が1より大きくなる傾向がみられた。これは、港内に伝播した波が浅水変形や長周期成分の発達のため、港外より水位変動が顕著になっているものと考えられる。この限界を与える周期は各港湾で異なり、1～30分の範囲にある。
- (9)検潮記録と港外の水位変動記録の相関性を両者のコヒーレンス、フェイズおよびラグを用いて検討した。コヒーレンスは、両方の記録中で顕著にみられる長周期成分の周波数帯でピークをもつ。検潮記録だけに長周期成分がみられる場合に相関があまり大きくならないのは、この長周期成分が港内の条件によって顕在化したため、港外の水位変動との相関が不明瞭になっているものと考えられる。
- (10)検潮記録と港外の水位変動とのフェイズは、長周期成分では比較的安定した値をとる。このフェイズは、港外から潮位観測施設までの波浪伝播による時間遅れだけでは説明ができない。また、検潮儀の構造係数 E_0 を $E_0=50$ とした場合の検潮儀の応答特性と比較した結果、全体の傾向には類似点が見られるが、全体的に長周期側でも減衰比が小さくなる傾向がみられた。

キーワード：ナウファス、全国港湾海洋波浪情報網、津波、長周期波、北海道南西沖地震

*海洋水理部海象調査研究室長

**海洋水理部主任研究官

***海洋水理部海象調査研究室