

運輸省港湾技術研究所

# 港湾技術研究所 報告

---

---

REPORT OF  
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH  
INSTITUTE

MINISTRY OF TRANSPORT

---

VOL. 20

NO. 3

SEPT. 1981

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



# 港湾技術研究所報告 (REPORT OF P.H.R.I.)

第20巻第3号 (Vol. 20, No. 3), 1981年9月 (Sept. 1981)

## 目 次 (CONTENTS)

1. Analysis of Edge Waves by Means of Empirical Eigenfunctions  
.....Kazumasa KATO ..... 3  
(経験的固有関数によるエッジ波の解析.....加藤一正)
2. 共分散法を用いた波向測定方式の数値的検討 .....合田良実.....53  
(Numerical Examination of the Measuring Technique of Wave Direction  
with the 'Covariance Method' .....Yoshimi GODA)
3. 流れの中の風波についての実験的研究 (第3報) 一波の推算法とその検証  
実験一 ..... 加藤 始, 鶴谷広一, 寺川博也.....93  
(Experimental Study of Wind Waves Generated on Water Currents (3rd  
Report) —Wave Forecasting Method and its Experimental Confirma-  
tion—.....Hajima KATO, Hiroichi TSURUYA, and Hiroya TERAKAWA)
4. 土質定数のバラツキを考慮した不同沈下の推定 .....奥村樹郎, 土田 孝... 131  
(Prediction of Differential Settlement with Special Reference to Variability  
of Soil Parameters.....Tatsuro OKUMURA and Takeshi TSUCHIDA)
5. 組杭式プラットフォームの地震応答観測と応答計算  
..... 上田 茂, 白石 悟... 169  
(Observation and Analysis of Earthquake Response of a Coupled Pile  
Offshore Platform ..... Shigeru UEDA and Satoru SHIRAISHI)

## 4. 土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定

奥村 樹郎\*・土田 孝\*\*

### 要 旨

軟弱地盤上に大規模な埋立地を造成する場合は、埋立地内に将来生じる可能性のある不同沈下量を推定する必要がある。本研究は、不同沈下の原因を定量的に把握し、それらに基づいて埋立地内の不同沈下量を事前に推定する手法を開発したものである。

地盤の不同沈下が上部の構造物に、しばしば大きな悪影響をおよぼすことはよく知られているが、現象の複雑さからそれらを定量的に解析する手法は確立されていない。そこでまず各地の港湾構造物や埋立地の沈下実測データを収集し分析したところ、沈下量の出現のしかたが確率的であることがわかった。この結果にもとづき、地盤の諸定数を確率モデルで表わし、载荷の条件も忠実に反映して沈下量を計算する数値シミュレーションプログラムを開発した。実際の大規模埋立の事例について、このプログラムを用いて計算した沈下量のばらつきと、実測沈下量のばらつきはほぼ一致したので、今回開発したシミュレーション手法により埋立地の沈下量のばらつきを予測できることが確かめられた。さらに、シミュレーション結果から任意の2点間の不同沈下量を推定する方法を示し、その際に問題となる地盤の剛性や自己相関性の影響についてその補正法を示した。

\* 土質部長

\*\* 土質部 土性研究室

#### 4. Prediction of Differential Settlement with Special Reference to Variability of Soil Parameters

**Tatsuro OKUMURA\***

**Takashi TSUCHIDA\*\***

##### Synopsis

Differential settlements often give great damage to structures on soft ground. In the paper the authors develop a new method for predicting differential settlements mainly of reclaimed land.

At first, many observed settlement records of port facilities and reclaimed lands are collected. Statistical analysis of them show that the settlements can be described by a normal distribution or a log-normal distribution.

Sensitivity analysis of settlement on the basis of one dimensional consolidation theory shows that variability of soil parameters affects more than other factors to the differential settlement.

A numerical simulation program is developed to calculate variability of settlements. In this program soil parameters are given as probabilistic random variables, and spatial difference of loading condition is taken into consideration. The calculated results agree well with the observed records, proving that the differential settlements are well predicted by the simulation program.

---

\* Director, Soils Division

\*\* Member, Soil Mechanics Laboratory, Soils Division

## 目 次

要 旨	131
1. ま え が き	135
2. 港湾地域における不同沈下の実態調査	135
2.1 調査の概要	135
2.2 調査結果と考察	137
3. 圧密沈下のばらつきの原因	142
3.1 不同沈下の原因	142
3.2 一次元圧密理論に基づく不同沈下の感度分析	142
3.3 埋立における各要因のばらつき	146
4. 土質諸定数のばらつき	146
4.1 土質諸定数のばらつきに関する既応の研究	146
4.2 圧密諸定数の確率モデル	149
4.3 第4章のまとめ	154
5. 埋立地における不同沈下の数値シミュレーション	155
5.1 基本的な仮定	155
5.2 シミュレーションプログラムの概要	156
5.3 計算結果と実測データとの比較	159
5.4 不同沈下量の推定	161
5.5 第5章のまとめ	163
6. 結 論	164
7. あ と が き	164
参考文献	164
記 号 表	165
付 録	165

## 1. まえがき

わが国の港湾地域には、軟弱な粘土層が厚く堆積していることが多い。このような地盤の上に構造物を建設したり埋立地を造成する場合には、地盤の強度だけでなく沈下を考慮した設計が必要である。従来、沈下については地盤全体の絶対沈下量が主として問題にされてきたが、近年港湾構造物が大規模になり広範囲な埋立が行われるようになると、地盤の不同沈下量を事前に予測し、これを考慮にいれて上部の構造物を設計する必要性がでてきた。

しかし、不同沈下の現象は複雑で、不同沈下量を予測する手法はほとんど確立されていないのが現状である。本研究は、不同沈下に関する実態調査にもとづいてその原因を考察し、埋立地を造成した場合の不同沈下予測手法を開発することを目的として行なった。

ところで、不同沈下と一口にいてもその定義は必ずしもはっきりしていない。たとえば、建物の沈下を対象とする場合には、建物変形角 $\theta$ ( $=\delta_1-\delta_2/l_{12}$ :ここで $\delta_1$ ,  $\delta_2$ は測点1, 2の沈下量,  $l_{12}$ は測点1, 2の距離)が不同沈下の指標として用いられる。またタンク基礎での不同沈下は $\delta_{\max}-\delta_{\min}$ ( $\delta_{\max}$ ,  $\delta_{\min}$ はそれぞれタンク下各測点での沈下量のうち最大値と最小値)で示される場合もある。他にも種々であるが、これらの違いはおもに上部構造物への影響によって決まるもので、問題とされる不同沈下量も上部構造物の種類によって異なってくる。そこで、今回は上記のような定義ではなく、単純に沈下量の場所的な違い、あるいはばらつきを不同沈下と考えることとする。

本報告の内容を要約すると次のようになる。第2章では、わが国の港湾地域において行なった沈下の実態調査結果をもとに、沈下量の出現のしかたの統計的性質を検討した。第3章では、一次元圧密の理論式にもとづいて、沈下量をばらつかせる個々の要因について検討し、埋立を行った時に不同沈下が生じる原因について考察している。第4章では、不同沈下の大きな要因である土質諸定数のばらつきについて詳しく検討した。第5章では、埋立地の不同沈下を予測するため開発した数値シミュレーション手法について述べ、その妥当性を検討している。

## 2. 港湾地域における不同沈下の実態調査

### 2.1 調査の概要

不同沈下の予測手法を開発する手初めとして、港湾地域における埋立地、港湾構造物について不同沈下の実態

調査を実施した。なお、第1章で述べたように、不同沈下の定義は、必ずしも定かではないが、ここでは不同沈下を工学的に同一とみなしうる地盤上での沈下量のばらつきと考え、各地域の沈下実測データをできるだけ多数収集してこれを分析した。

データの収集、整理は次のような方針で行なった。

- 1) できるだけ多地点、多種類の構造物における沈下データを収集し、これらをみやすい形で整理する。また、同時に地盤のデータ、施工記録、荷重履歴などもできるだけ詳しく収集する。
- 2) 工学的に等分布荷重、同一地盤とみなしうる地域でのデータを集めてグループとし、沈下量を比較する。

表-2.1は、今回の調査を行なった地点の一覧表である。表-2.1をみるとわかるように構造型式としては、護岸、岸壁、防波堤、防潮堤、埋立地盤、建築基礎など多岐にわたっている。収集したデータは、沈下実測データ、土質柱状図、土質試験結果、施工記録などであるが、地点によっては一部不明のものもあった。

沈下の実測データを比較するにあたっては、沈下のはじまる原点をどこにとるかが問題である。厳密に言えば、沈下は施工が始まった時点からその荷重履歴に応じて進行しているはずである。したがって、同一地盤で同一構造物をつくる場合でも、時間的に施工時期がずれていれば、沈下は場所的、時間的に異なってくると考えられる。これらの違いを無視して時間をセットし、沈下量の実測値をまとめて沈下の面的な性状を議論しても、あまり実のあるものとはいえない。

そこで、本調査では、沈下量を比較するための沈下の原点を決めるにあたってできるだけ荷重履歴を調べ、その考察の結果、ほぼ同一の圧密度に達していると思われる時点を捜してそこを基準とした。したがって、沈下データの時間原点は、同一構造物内においても観測点により異なっている場合がある。具体的には、護岸や堤防の場合には上部工設置時期を時間原点としてそこからの沈下量を整理し、埋立地の場合にはほぼ同様の荷重履歴を経て所定の高さに達した時間を時間原点として沈下量を整理している。もちろん、いずれの場合にしても、下の地盤の工学的性質が一樣とみなしうる沈下測定点での観測値だけを整理の対象にしている。

このようにして一つのグループ内の沈下量を整理した後、これらが統計的に何らかの法則性を有していないかどうか検討した。これは、主として沈下量分布が正規分布、あるいは対数正規分布などにあてはまるかどうか適合度の検定を行ったものである。また、統計的特性値と

表-2.1 調査の概要

地点No.	構造型式	データの種類	
1	横栈橋背後ブロック護岸	沈下データ	隣り合う2岸壁でのデータ。上部コンクリート整形後、5ヶ月、10ヶ月後のデータ
		その他	柱状図。ブロック据付、上部工整形などの時期がわかる
2	矢板岸壁(組杭控工)	沈下データ	コーピング、クレーン基礎、コンクリート舗装面での観測。S43.3竣工。S52.4の観測
		その他	柱状図
3	矢板岸壁	沈下データ	クレーン基礎上、コーピング上の観測。それぞれ竣工時より2年間程度の観測値
		その他	柱状図
4	ブロック護岸	沈下データ	S47.3場所打完了。その後、7ヶ月、15ヶ月後のデータ(背面埋立ては12ヶ月後)
		その他	柱状図
5	栈橋背後のヤード(埋立て)	沈下データ	竣工S48.3でS49.6.30, S49.9.5, S50.5.27, S51.7.10の観測値
		その他	付近の柱状図
6	防波堤	沈下データ	置換砂上のケーソン、土砂堤、サンドドレン上のケーソンに3分類。竣工S39.8～S52.8のデータ
		その他	土質性状については、かなり詳細な報告あり。施工記録あり
7	防潮堤	沈下データ	築造はS35～S36頃。沈下観測はS43頃から開始
		その他	ほとんどなし
8	ケーソン護岸	沈下データ	竣工後50日毎、700日までのデータ(21測点)
		その他	ボーリングデータ若干
9	ケーソン護岸	沈下データ	竣工時(S44.8)からS47.8.28, S48.1.27, S48.10.23, S50.11(ケーソン毎52測点)
		その他	
10	埋立護岸(詳細不明)	沈下データ	S49.1.1～S50.1.1, S50.1.1～S51.1.1の2年間のデータ(2ブロック)
		その他	なし
11	埋立地盤	沈下データ	埋立地内のデータをグループに分類。S42～S52まで1ヶ月毎の観測
		その他	沈下測点とボーリング位置は一致しないが、土質実験データなどほぼ完備。荷重履歴明らか
12	埋立地盤(コンクリート舗装)	沈下データ	S44～S50まで、6測点
		その他	ボーリング柱状図あり
13	埋立地盤	沈下データ	S46～S49まで(2測点)ほぼ毎月測定
		その他	ボーリング柱状図
14	埋立地盤	沈下データ	S51～S52まで、荷重履歴の似ているもの9測点
		その他	ボーリング柱状図(不十分)。荷重履歴明らか
15	埋立地盤	沈下データ	埋立地内のデータを2グループに分類。S51～S52までの観測
		その他	ボーリング柱状図(不十分)。荷重履歴明らか
16	埋立地盤	沈下データ	S49～S53の測定データ
		その他	なし

土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定

地点No.	構造型式	データの種類	
		17	建家基礎
		その他	ボーリング柱状図他, 荷重履歴データ
18	建家基礎及びヤード (埋立地盤上)	沈下データ	S52, 1年間
		その他	なし

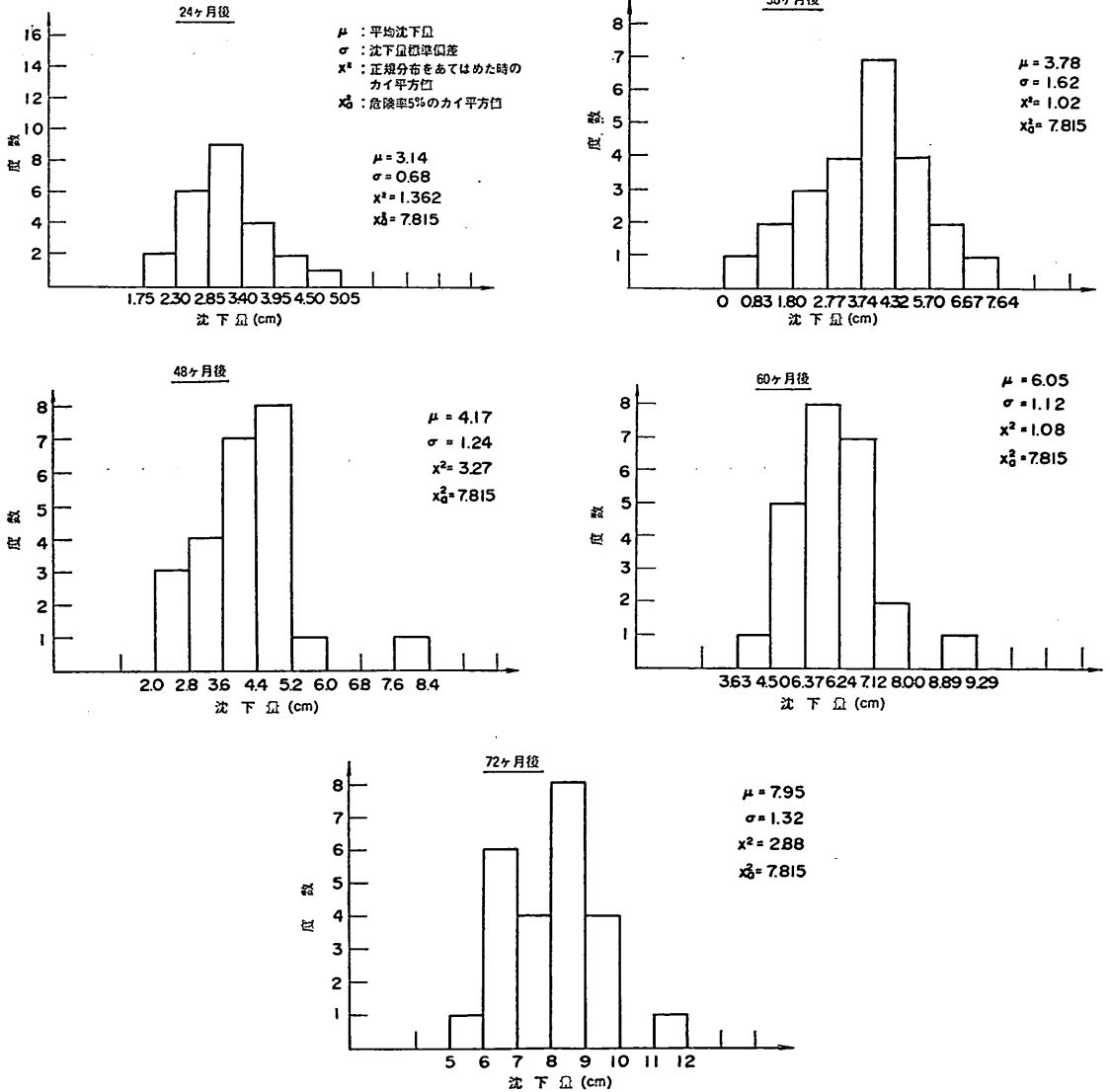


図-2.1 防衛堤の沈下量分布

して、平均値、分散、変動係数を考え、それらの時間経過に伴う変化、あるいはグループ間での検討などを行った。

2.2 調査結果と考察

調査地点ごとの結果は、別に報告書としてまとめられているので、ここでは、全体的な結果と考察を述べる



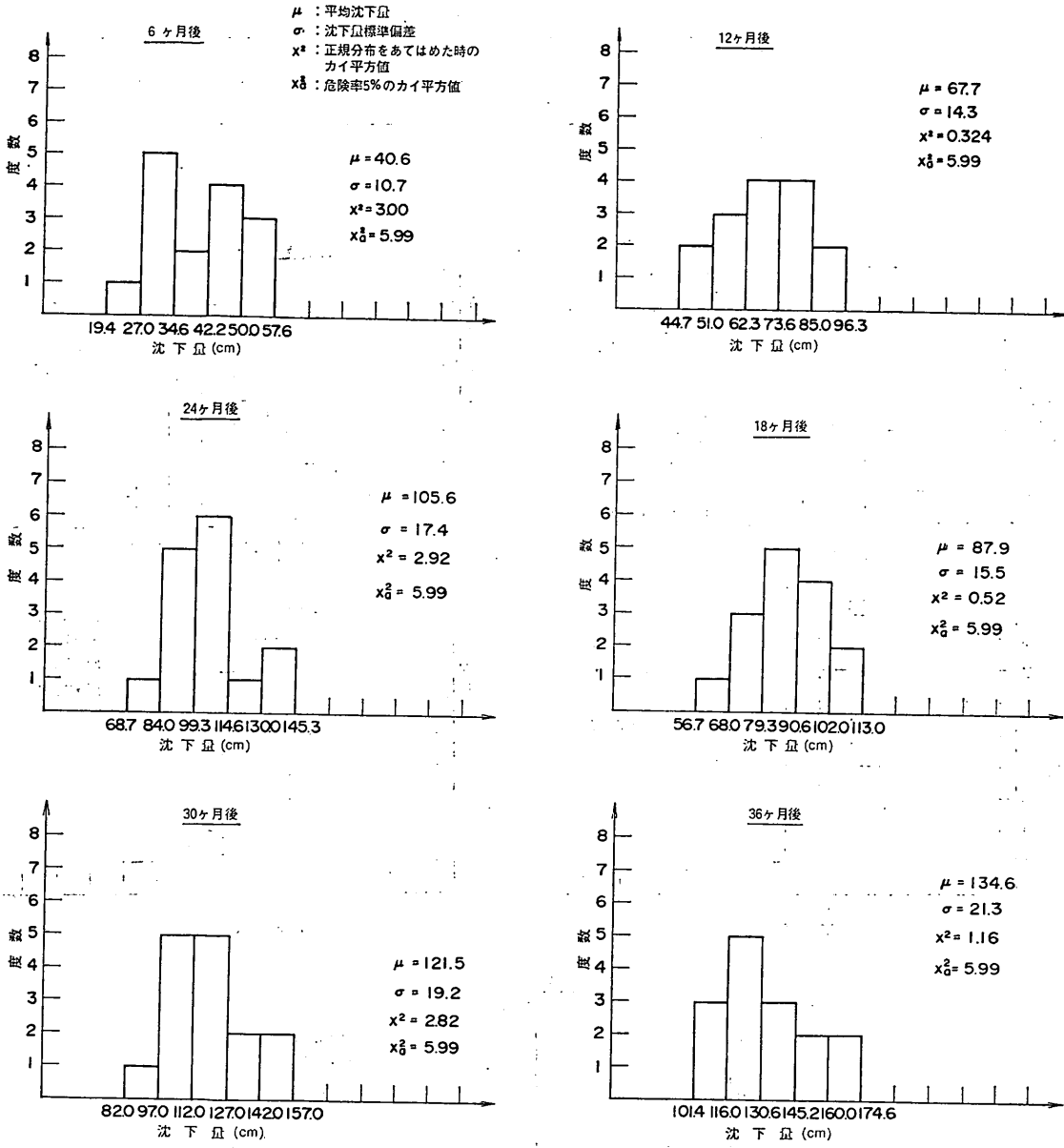


図-2.2 埋立地における沈下量分布

ことにする。

図-2.1は、防潮堤の沈下量のあるグループ内のばらつきを、沈下測定開始からの経過時間ごとにヒストグラムにしたものである。

通常、ばらついている量が、どのような分布形に適合するかを調べるには、 $\chi$ 平方検定が用いられる。これは、確率モデルから計算される分布と実際の分布との差を $\chi^2$ 値で表わし、 $\chi^2$ 値が一定の値以下であれば適合を

否定しないとするものである。図中には、正規分布について計算した $\chi^2$ 値と、危険率5%のときの $\chi^2_{0.05}$ 値を示してあるが、 $\chi^2 < \chi^2_{0.05}$ であればほぼ適合していると考えられる。図をみると、各経過時間において沈下量のばらつきはいずれも正規分布に適合している。図-2.2は埋立地における沈下の例であるが、各経過時間ともほぼ正規分布にあてはまる。図-2.3は、防波堤の沈下量を整理した例である。正規分布、対数正規分布に近似し、その適合度

土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定

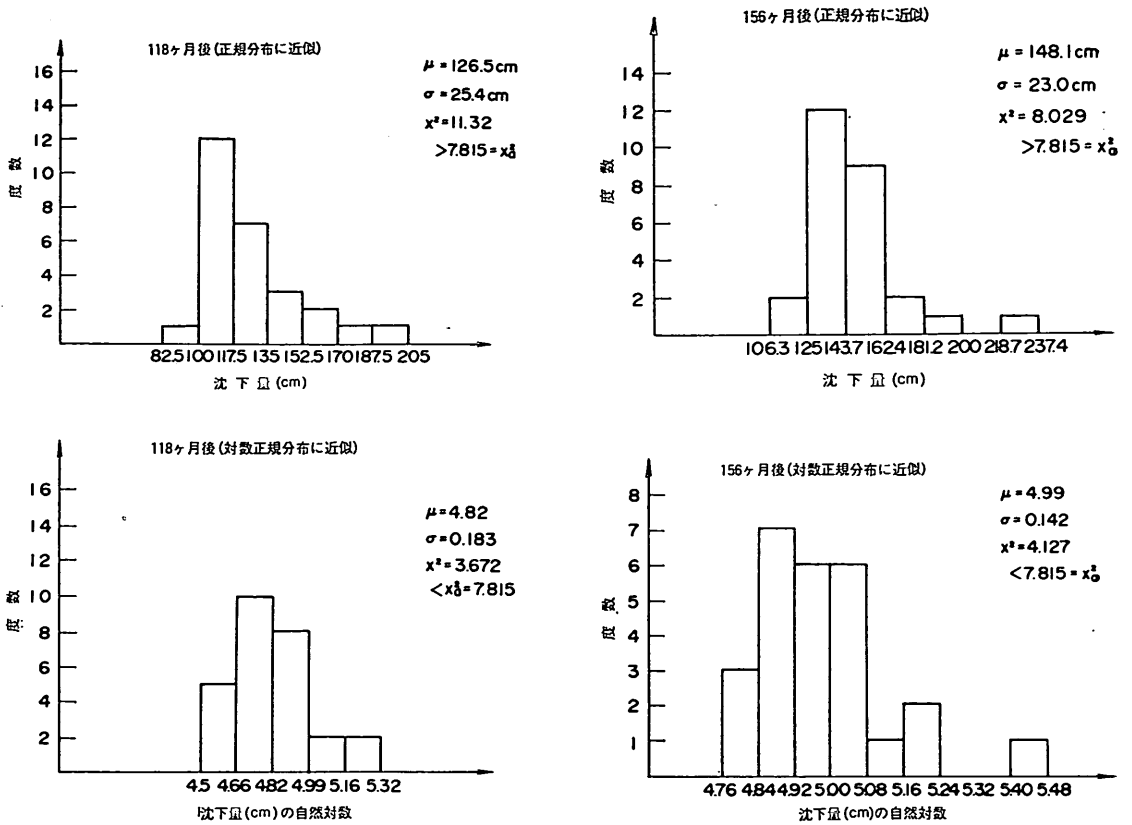


図-2.3 防波堤の沈下量分布

を調べた結果、図のように対数正規分布のほうに適合した。

これらの例のように、今回調べた範囲では沈下量の直線的、平面的な出現のしかたは、ほぼ正規分布ないしは対数正規分布に近似できた。

図-2.4, 2.5は、上述した防潮堤、埋立地の沈下量の平均値、標準偏差、変動係数の時間的変化を示したものである。これをみると、時間とともに平均沈下量が増加するのは当然であるが、沈下量標準偏差もそれとほぼ同様に増加し、変動係数は下がる傾向にある。これは、沈下の進行とともに不同沈下（位置的な問題は触れず、単に沈下観測値の差を不同沈下とする）も大きくなっていく傾向を意味するが、変動係数が減少していくので、平均沈下量と同じ割合で不同沈下が増加しているのではないことを示す。

図-2.6は、今回調査した全部のケースについて、沈下観測点での圧縮層の厚さと、そこでの沈下量との関係を示したものである。全般にゆるい正の相関がみられ、一般常識とも合致した結果になっている。

図-2.7～図-2.9は、今回収集したデータのうち、岸壁、護岸、堤防、防潮堤、防波堤などについて、構造物延長と平均沈下量、沈下量標準偏差、沈下量変動係数の関係をプロットしたものである。これらのデータをかぎり有意な相関はみられない。しかし、図-2.9中、大円で囲んだ点は、それぞれの地点における最終に近いと推定される沈下量から得たものであるが、これら圧密度をある程度そろえたデータを見ると、ほぼ構造物延長と変動係数に線形関係のあることがうかがえる。すなわち、構造物延長が長くなるにつれて、沈下量の変動係数が大きくなっている。図中、点線で示したのは、大円で示したデータを最小2乗法で整理した直線である。

図-2.10～図-2.11は、港湾関係の各種構造物の平均沈下量～沈下量標準偏差関係および平均沈下量～変動係数関係であり、図-2.12～図-2.13は埋立地における同様の関係をまとめて示したものである。いずれも、平均沈下量～沈下量標準偏差には、ゆるい正の相関がみられる。また、平均沈下量～沈下量変動係数には、ゆるい負の相関ないし変動係数一定の傾向がみられる。特に、図

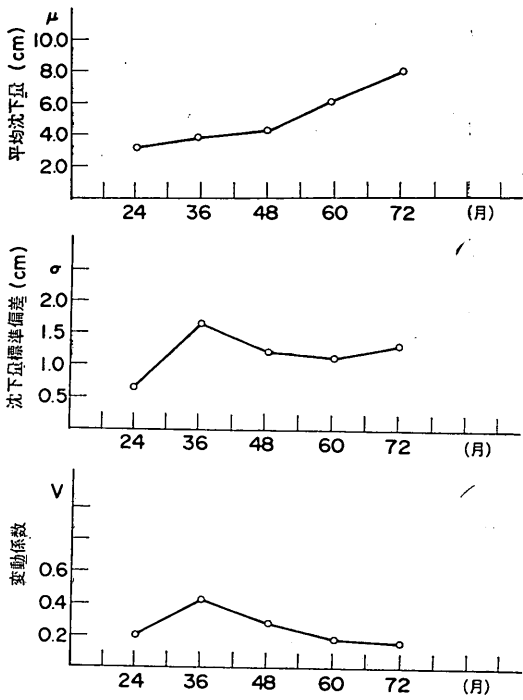


図-2.4 平均沈下量, 沈下量標準偏差, 変動係数の時間による変化 (防潮堤)

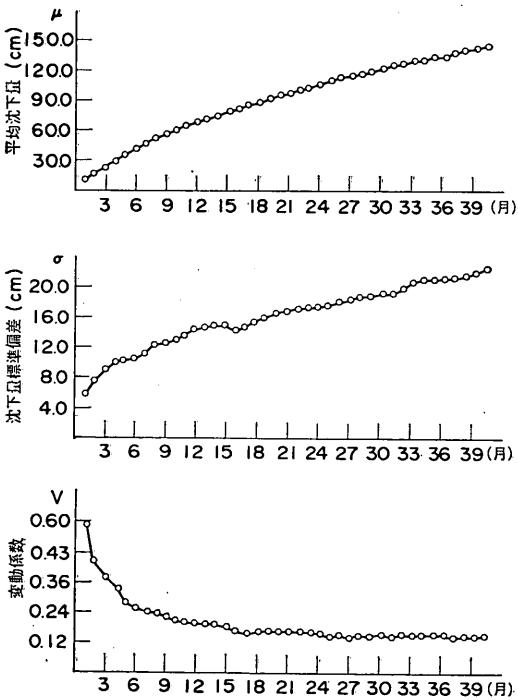


図-2.5 平均沈下量, 沈下量標準偏差, 変動係数の時間による変化 (埋立地)

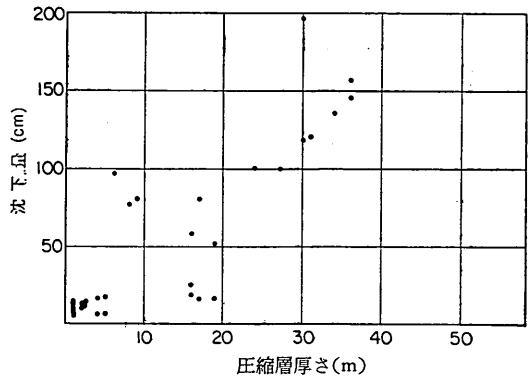


図-2.6 圧縮層厚さ～沈下量関係

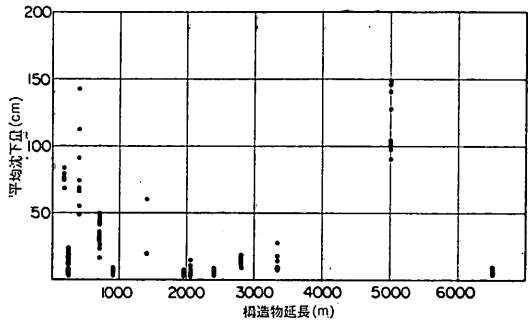


図-2.7 構造物延長～平均沈下量関係 (港湾構造物)

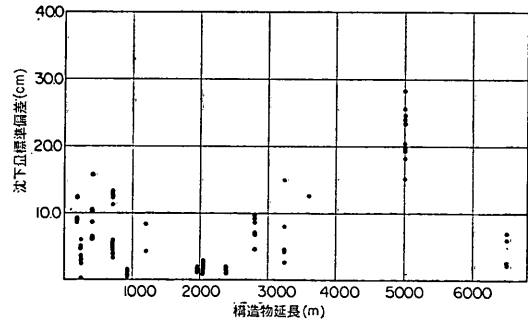


図-2.8 構造物延長～沈下量標準偏差関係 (港湾構造物)

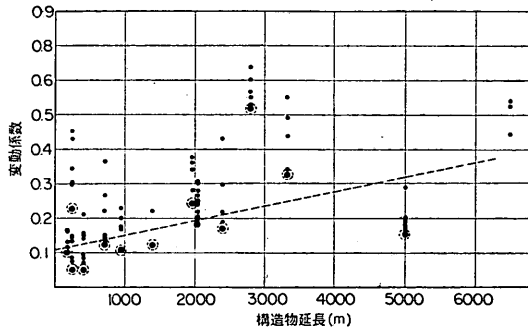


図-2.9 構造物延長～沈下量変動係数関係 (港湾構造物)

土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定

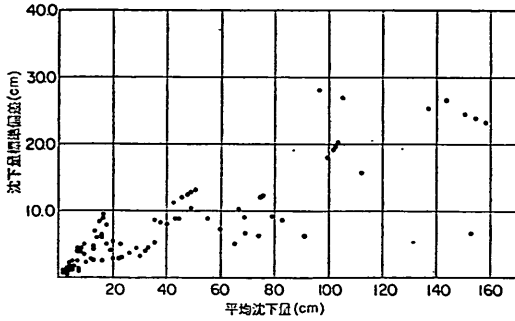


図-2.10 平均沈下量～標準偏差関係 (港湾構造物)

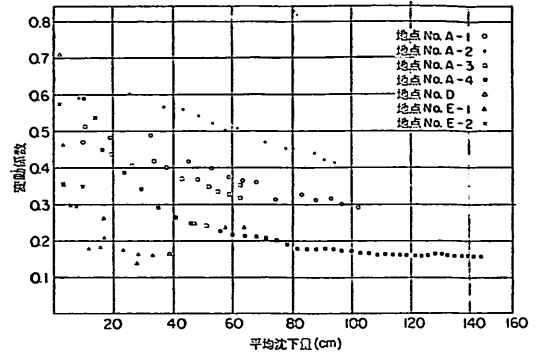


図-2.13 平均沈下量～変動係数関係 (埋立地)

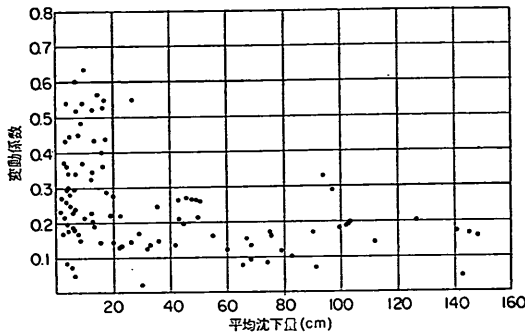


図-2.11 平均沈下量～変動係数関係 (港湾構造物)

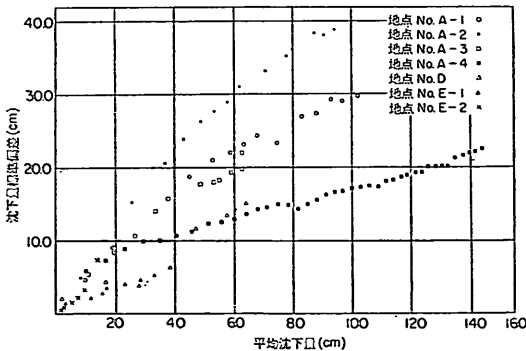


図-2.12 平均沈下量～標準偏差関係 (埋立地)

図-2.11をみると、各種構造物の沈下量変動係数は、平均沈下量が30cm以下の時にはほぼ0～0.6の範囲にあり、平均沈下量が30cmをこえると0～0.3の範囲にあることがわかる。

図-2.14は、埋立地の沈下について時間～平均沈下量、沈下量標準偏差、沈下量変動係数の関係を示したものである。これは、ある大規模な埋立地における沈下のデータを荷重履歴の違いによって4つのグループに分け、それぞれについてまとめたものである。これをみると、平

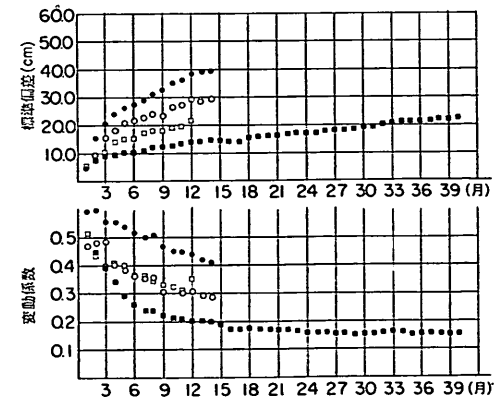
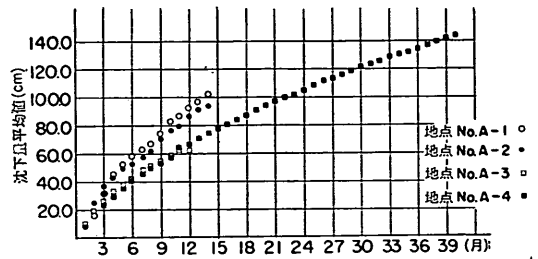


図-2.14 時間～平均沈下量、沈下量標準偏差、沈下量変動係数の関係 (埋立地)

均値および標準偏差が、それぞれのグループで異なった増加傾向を示しているにもかかわらず、変動係数は時間とともに減少し、ある一定値に近づく傾向がみえる。

以上、今回の実態調査の結果をまとめると次のようになる。

- 1) 沈下量の出現のしかたは確率的であり、ほぼ正規分布ないしは対数正規分布する。
- 2) 沈下量の平均値が時間とともに増加するにつれて、標準偏差も増加する傾向があるが、変動係数で見ると減少ないしは一定値に近づく傾向がある。

- 3) 圧縮層厚と沈下量にはゆるい正の相関がある。
- 4) 構造物延長と平均沈下量、変動係数とは顕著な相関性がなかった。ただ圧密度の似たデータをみた場合、構造物延長と変動係数に線形関係がうかがえる。
- 5) 平均沈下量～沈下量標準偏差には、ゆるい正の相関、平均沈下量～変動係数には、ゆるい負の相関ないし変動係数一定の傾向がみられた。
- 6) 各種港湾構造物の沈下量変動係数は、平均沈下量が30cm以下の時にはほぼ0～0.6の範囲にあり、平均沈下量が30cmをこえると0～0.3の範囲にある。
- 7) 埋立地においては、荷重履歴の違いにかかわらず、時間とともに沈下量の変動係数が減少し一定値に近づく傾向がある。

### 3. 圧密沈下のばらつきの原因

#### 3.1 不同沈下の原因

前章では、工学的に同一の地盤で荷重条件がほぼ同じでも、沈下量の出現のしかたは確率的であるという結果を得た。ここでは、不同沈下を沈下量の平面的な差と考えてその原因を検討してみる。

不同沈下の原因は、主として土質条件の相違と荷重条件の相異とに大別できる。

土質条件の相違とは、まず沈下を生じやすい軟弱層の厚さが平面的に異なる場合が考えられる。この軟弱層厚の変化は、地域の地質学的な要因と関連し、たとえば、東京湾では複雑な地形をもつ第3紀層の上に軟弱な沖積層が堆積しており、沖積層厚は平面的に変化が激しい。一方、大阪湾では、沖積層がほぼ水平な洪積層の上に堆積しており、層厚もほぼ均一である。

地盤の圧縮性、圧密特性のばらつきも、沈下量のばらつきの大きな原因である。一般に、自然の地盤でも土質定数にはかなりのばらつきがあるが、サンドドレーンを打設した場合のように、人為的に一部の区域の圧密特性を変化させたため他の無処理の区域との間に生じる不同沈下もある。

一方、荷重条件の相違とは、沈下を生じさせる外力としての荷重が、場所によって異なっていることである。たとえば、埋立地のように荷重が比較的等しい場合でも、護岸部のように荷重落差の激しい部分ではこの影響が大きい。また、荷重の大きさが同じであっても、建物のように剛性の大きなスラブを基礎とする場合と、アスファルト舗装のように剛性の小さな構造物とでは反力分布の形が異なってくる。また、杭基礎のように深層で応

力が生ずる場合には、別の沈下形態となる。このように、荷重の相異は、しばしば施工法や構造物と地盤の相互作用により生ずることが多く、非常に複雑である。また、荷重の大きさや形態がほぼ同じであっても、載荷時期が異なれば沈下の生じ方は変り、ある期間内の沈下量に差が生じる。埋立地の場合など、荷重の大きさがほぼ同一であっても埋立時期の差異の影響が大きくて埋立完了後の残留沈下に不同を生じる場合がある。

以上のように、不同沈下を生じさせる要因は、構造物の種類や施工法などによって異なってくるが、不同沈下を推定するためには、それぞれの土質条件、荷重条件が与えられた時に沈下量を計算する手法が確立されている必要がある。すなわち、沈下のばらつきと、それを生じさせる要因とを定量的に結びつける数式が重要になる。しかしながら、一般に土質工学の分野では、変形の解析は、支持力、安定の解析に比べて、解析手法自体にまだ十分な信頼性が得られておらず、確立された沈下解析手法も少ない。沈下解析として最も一般に用いられ、実測値との対応などが行われているのは、Terzaghiの一次元圧密理論である。本章では、以下にTerzaghi理論に基づいて不同沈下とその要因との関係について解析することにする。

#### 3.2 一次元圧密理論に基づく不同沈下の感度分析 (sensitivity analysis)

一次元圧密の場合は、沈下量がばらつく要因としては自然地盤の土性のばらつきや、軟弱層厚、載荷荷重、載荷時期のばらつきがあるが、これらの各要因のばらつきが、沈下量のばらつきに対してどのように影響を与えるかがわかれば、沈下量のばらつきの程度を推定する上で非常に便利である。このような解析は通常感度分析 (sensitivity analysis) と呼ばれている。

さて、土性のばらつきのように、不確定にばらついている量を取り扱う場合、統計確率手法が、しばしば用いられる。一般にランダムにばらついている変数を正確に表現するには、それらの確率分布を何らかの関数を用いて表わす必要があり、関数形によって正規分布、対数正規分布など、種々の分布形が提示されている。しかし、通常の工学的な問題では、データとして分布形を厳密に定めるには不十分な量しか得られぬ場合も多く、また、詳細な分布形を調べるよりも、問題となる変数のおおよそのばらつきの状態がわかれば十分であることが多い。このような場合に、ばらついている量の2つの代表的なパラメータである平均と分散について調べる手法である second order moment analysis がしばしば用いられる。この手法を用いて、圧密に関係する種々の要因のば

らつきが、沈下量のばらつきにどのように影響するかを簡単に調べてみる。

1) second-order-moment analysis

ランダムな変数の特性として、それらの厳密な値で予測することは不可能であるが、その確率分布は、確率密度関数などにより完全に記述することができる。しかし多くの場合、この関数形を用いることは取扱いが難しいので、より簡潔にランダムな変数を特徴づけるパラメータを用いる方が工学的には有用である。つまり、ランダムにばらつく変数を表わす確率密度関数そのものの替りに、その代表値を用いるということであり、普通この代表値としてはモーメントと呼ばれる重みつき平均が用いられる。これらのモーメントのうち最も一般に用いられるのが平均 (Mean) と分散 (Variance) である。ランダムな変数  $X$  の個々の出現値を  $x_i$  (離散の場合)、 $x$  (連続量の場合) とすると平均値  $m_x$  は次のように定義される。

$$m_x = E[X] = \sum_{\text{all } x_i} x_i \cdot p_x(x_i) \quad (\text{離散の場合}) \quad (1)$$

$$m_x = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_x(x) dx \quad (\text{連続量の場合}) \quad (2)$$

ここに  $E[X]$  は  $X$  の期待値、 $p_x(x_i)$ 、 $f_x(x)$  は、 $x$  の確率密度関数である。

一方、標本の平均は次のように定義される。

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3)$$

もし、個々の  $x_i$  についていくつかの観測がなされていれば、これは次のようにも表わせる。

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^r \frac{n_i}{n} x_i = \sum_{i=1}^r x_i f_i \quad (4)$$

ここに  $r$  は観測されたデータの種類の総和であり、 $n_i$  は  $x_i$  を観測した回数である。 $f_i = n_i/n$  はデータ  $x_i$  の頻度を示すものである。

(1) 式と(4)式とを比較してみるとよく似ているが、 $m_x$  はある確率密度における平均で、 $\bar{x}$  は観測したデータの平均であり、それぞれ別のものである。しかし、データの数が多くなると、標本の平均は母数の平均に近いと考えてよい (大数の法則)。

さて、同様に分散  $\sigma_x^2$  は、次のように定義される。

$$\sigma_x^2 = \text{Var}[X] = \sum_{\text{all } x_i} (x_i - m_x)^2 \cdot p_x(x_i) \quad (\text{離散の場合}) \quad (5)$$

$$\sigma_x^2 = \text{Var}[X] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f_x(x) dx \quad (\text{連続的な場合}) \quad (6)$$

標本分散は次のようになる。

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \right) \quad (7)$$

また、標準偏差、変動係数は次のように定義される。

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} \quad (8)$$

$$V_x = \frac{\sigma_x}{m_x} \quad (9)$$

さて、second-order-moment analysis では、ランダムな変数  $X$  の関数  $g(X)$  として表わされる従属変数  $Y$  の平均および変動を、 $X$  の平均や変動から求め、 $Y$  のばらつきの状態を推定することを目的としている。 $Y$  の平均値と分散は次のようになる (付録 A)。

$$Y = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (10)$$

と表わされる場合、平均は

$$E[Y] \approx g(m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{x_n}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} \Big|_m \cdot \text{Cov}[X_i, X_j] \quad (11)$$

ここに  $\partial^2 g / \partial X_i \partial X_j \Big|_m$  は、 $g$  に関する  $X_i, X_j$  の偏微分 of  $m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{x_n}$  における値であり、 $\text{Cov}[X_i, X_j]$  は変数  $X_i, X_j$  の共分散である。定義より、 $i=j$  のとき  $\text{Cov}[X_i, X_j] = \text{Var}[X_i]$  となる。また、異なる変数間に相関性の無い場合は、 $i \neq j$  のとき  $\text{Cov}[X_i, X_j] = 0$  になる。したがって式(11)の第2項は、変数  $X_i$  間の相関が大きくなり関数  $g$  の非線形性も小さい場合には無視しうる。

一方、分散は、

$$\text{Var}[Y] \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial X_i} \Big|_m \frac{\partial g}{\partial X_j} \Big|_m \text{Cov}[X_i, X_j] \quad (12)$$

と表わされる。ここで  $X_i$  間が独立で相関の無い場合は簡単に、

$$\text{Var}[Y] \approx \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \Big|_m \right)^2 \text{Var}[X_i] \quad (13)$$

となる。

さて、上式をみると、 $X_i$  間が独立の場合、 $Y$  のばらつきを表わす変動  $\text{Var}[Y]$  は、各変数  $X_i$  の変動と、 $\left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \Big|_m \right)^2$  の値によって決まることがわかる。また、変数  $X_i$  間に相関のある場合は、これらの間の共分散  $\text{Cov}[X_i, X_j]$ 、および  $\frac{\partial g}{\partial X_i} \Big|_m \cdot \frac{\partial g}{\partial X_j} \Big|_m$  の値も影響する。以下の項では、(11)、(13)式を用いて圧密現象を支配する各パラメータのばらつきが、沈下量のばらつきにどのように影響するかを検討してみる。

(2) 圧密に関する感度分析

簡単な場合として、図-3.1に示す単層地盤について、Terzaghiの圧密理論に基づいて解析する。図のような条件では、沈下量は次式で与えられる。

$$S = S_o \cdot U(T) = m_v \cdot (p - p_v) \cdot H \cdot U(T) \quad (14)$$

$$T = \frac{c_v t}{H^2} \quad (15)$$

ここに  $m_v$  は体積圧縮係数、 $p$  は土かぶり圧を含む荷重、 $p_v$  は圧密降伏応力、 $U(T)$  は時間係数  $T$  におけ

る圧密度である。また、 $c_v$ は圧密係数、 $H$ は粘土層厚、 $t$ は載荷後の時間である。瞬間載荷の場合、圧密度は次式で表わされる。

$$U(T) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} \exp\left(-\frac{\pi^2(2k+1)^2 T}{4}\right) \quad (16)$$

沈下量が変動する要因として

1. 体積圧縮係数  $m_v$  のばらつき
2. 載荷重  $p$  のばらつき
3. 圧密降伏圧力  $p_v$  のばらつき
4. 載荷時間  $t$  のばらつき
5. 圧密係数  $c_v$  のばらつき
6. 粘土層厚  $H$  のばらつき

を考える。second order moment analysis は、要因となる  $m_v, p, p_v, t, c_v, H$  の平均値および分散を用いて、沈下量の平均、分散を求めるものである。

荷 載 重  $P$

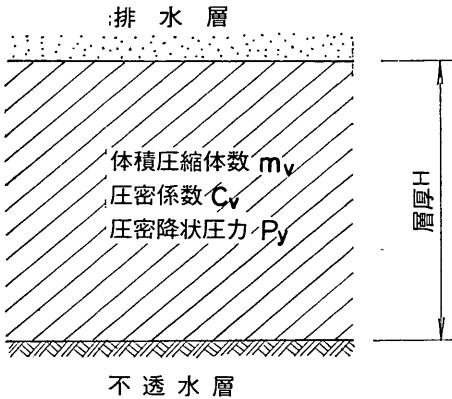


図-3.1 一次元圧密

$m_v, p, p_v, t, c_v, H$  の平均をそれぞれ  $m_m, m_p, m_{p_v}, m_t, m_{c_v}, m_H$  とする。また、分散をそれぞれ  $\sigma_{m_v}^2, \sigma_p^2, \sigma_{p_v}^2, \sigma_t^2, \sigma_{c_v}^2, \sigma_H^2$  とする。ここでは、簡単な場合として、各パラメータは独立であり、互いに相関がないとする。

(11) 式より沈下量  $S$  の平均値  $S_m$  を求めるが、まず次の偏微分を行う。

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial m_v} &= (p - p_v) \cdot H \cdot U(T) = \frac{S}{m_v} \\ \frac{\partial^2 S}{\partial m_v^2} &= 0 \\ \frac{\partial S}{\partial p} &= m_v \cdot H \cdot U(T) = \frac{S}{p - p_v} \\ \frac{\partial^2 S}{\partial p^2} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial p_v} &= -m_v \cdot H \cdot U(T) = \frac{S}{(p_v - p)} \\ \frac{\partial^2 S}{\partial p_v^2} &= 0 \\ \frac{\partial S}{\partial t} &= m_v \cdot (p - p_v) \cdot H \cdot \frac{\partial U(T)}{\partial t} = A \cdot \frac{S}{t} \\ \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} &= m_v \cdot (p - p_v) \cdot H \cdot \frac{\partial^2 U(T)}{\partial t^2} = B \cdot \frac{S}{t^2} \\ \frac{\partial S}{\partial c_v} &= m_v \cdot (p - p_v) \cdot H \cdot \frac{\partial U(T)}{\partial c_v} = A \cdot \frac{S}{c_v} \\ \frac{\partial^2 S}{\partial c_v^2} &= m_v \cdot (p - p_v) \cdot H \cdot \frac{\partial^2 U(T)}{\partial c_v^2} = B \cdot \frac{S}{c_v^2} \\ \frac{\partial S}{\partial H} &= m_v \cdot (p - p_v) \cdot U(T) \\ &\quad + m_v \cdot (p - p_v) \cdot H \cdot \frac{\partial U}{\partial H} = (1 - 2A) \cdot \frac{S}{H} \\ \frac{\partial^2 S}{\partial H^2} &= (2A + 4B) \cdot \frac{S}{H^2} \end{aligned} \quad (17)$$

ここに

$$\begin{cases} A = \frac{2T \sum_{k=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{\pi^2(2k+1)^2 T}{4}\right)}{1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} \exp\left(-\frac{\pi^2(2k+1)^2 T}{4}\right)} \\ B = \frac{-\frac{\pi^2 T^2}{2} \sum_{k=0}^{\infty} (2k+1)^2 \exp\left(-\frac{\pi^2(2k+1)^2 T}{4}\right)}{1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} \exp\left(-\frac{\pi^2(2k+1)^2 T}{4}\right)} \end{cases}$$

(11) 式より、平均値は

$$\begin{aligned} m_s &= E[S] \approx m_{m_v} \cdot (m_p - m_{p_v}) \cdot m_H \cdot U \cdot \left(\frac{m_c m_t}{m_H^2}\right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial m_v^2} \Big|_m \cdot \sigma_{m_v}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial p^2} \Big|_m \cdot \sigma_p^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial p_v^2} \Big|_m \cdot \sigma_{p_v}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} \Big|_m \cdot \sigma_t^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial c_v^2} \Big|_m \cdot \sigma_{c_v}^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial H^2} \Big|_m \cdot \sigma_H^2 = S_m + \frac{1}{2} \cdot B \cdot \frac{S_m}{m_t^2} \cdot \sigma_t^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot B \cdot \frac{S_m}{m_{c_v}^2} \cdot \sigma_{c_v}^2 + \frac{1}{2} (2A + 4B) \cdot \frac{S_m}{m_H^2} \cdot \sigma_H^2 \\ &= S_m \left\{ 1 + \frac{B}{2} V_t^2 + \frac{B}{2} \cdot V_{c_v}^2 + (A + 2B) \cdot V_H^2 \right\} \quad (18) \end{aligned}$$

ここに  $S_m$  は(14)式に各パラメータの平均  $m_{m_v}, m_p, m_{p_v}, m_t, m_{c_v}, m_H$  を代入して求められる沈下量である。(18)式をみると、圧密のような非線形の現象では、ばらつきのある各パラメータのそれぞれの平均を代入して求めた値は、かならずしも従属変量（この場合は沈下量）の平均的な近似値といえないことがわかる。(18)式は載荷時間、圧密係数、層厚のばらつきが、沈下量の平均に影響することを示している。これらの影響を調べるため、(18)式の  $B/2, A+2B$  の値を計算し図-3.2に示した。図のように  $B/2, A+2B$  とも負の値となり、したがって沈下量の平均  $m_s$  は、各パラメータの平均を代入して求めた  $S_m$  よ

土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定

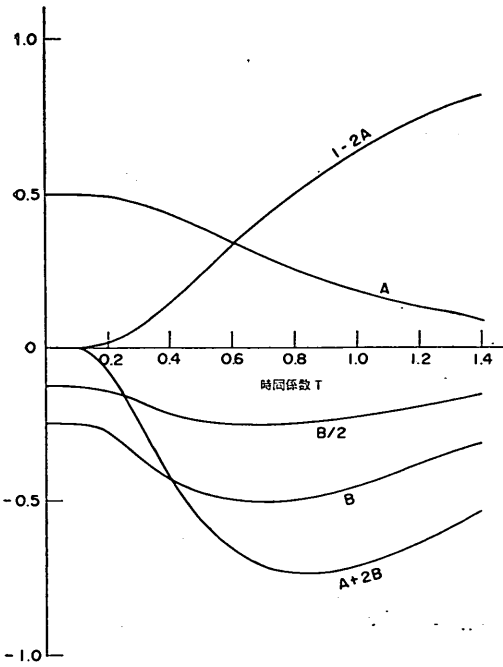


図-3.2 各係数と時間係数との関係

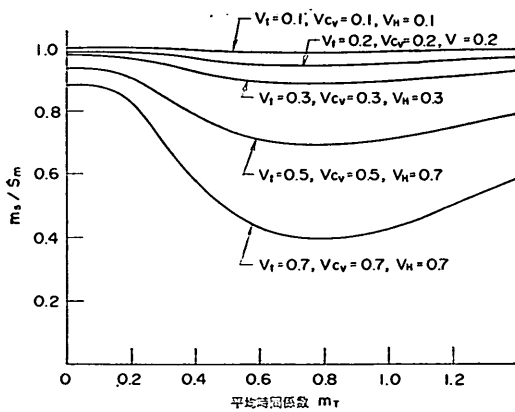


図-3.3 時間係数と変動係数の関係

りも小さくなるのがわかる。図-3.3は、荷重時間、圧密係数、層厚の変動係数をいろいろに変化させたときの  $m_s/S_m$  の値を平均時間係数  $m_T = m_{c_0} \cdot m_t / m_H^2$  に対して計算したものである。図のように、パラメータの変動係数が小さい時は、 $m_s/S_m$  はほぼ1で両者の差は小さいが、パラメータの変動係数が大きくなると  $m_s$  は  $S_m$  の半分以下になる場合もある。したがって各パラメータのばらつきが大きいときには  $S_m$  を沈下量の平均と考えることは適切でないといえる。

次に沈下量の分散を求めると、(13)式より、

$$\begin{aligned} \text{Var}(S) \approx & \left(\frac{\partial S}{\partial m_0}\right)^2 \cdot \sigma_{m_0}^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)^2 \cdot \sigma_p^2 \\ & + \left(\frac{\partial S}{\partial p_v}\right)^2 \cdot \sigma_{p_v}^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2 \sigma_t^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial c_0}\right)^2 \sigma_{c_0}^2 \\ & + \left(\frac{\partial S}{\partial H}\right)^2 \cdot \sigma_H^2 = \frac{S_m^2}{m_{m_0}^2} \cdot \sigma_{m_0}^2 + \frac{S_m^2}{(m_p - m_{p_v})^2} \cdot \sigma_p^2 \\ & + \frac{S_m^2}{(m_p - m_{p_v})^2} \cdot \sigma_{p_v}^2 + A^2 \frac{S_m^2}{m_t^2} \cdot \sigma_t^2 + A^2 \frac{S_m^2}{m_{c_0}^2} \cdot \sigma_{c_0}^2 \\ & + (1-2A)^2 \frac{S_m^2}{m_H^2} \cdot \sigma_H^2 \end{aligned} \quad (19)$$

となる。さらに両辺を  $S_m^2$  で割ると次式になる。

$$\begin{aligned} \frac{\text{Var}(S)}{S_m^2} = & \frac{\sigma_{m_0}^2}{m_{m_0}^2} + \frac{\sigma_p^2}{(m_p - m_{p_v})^2} + \frac{\sigma_{p_v}^2}{(m_p - m_{p_v})^2} \\ & + A^2 \cdot \frac{\sigma_t^2}{m_t^2} + A^2 \cdot \frac{\sigma_{c_0}^2}{m_{c_0}^2} + (1-2A)^2 \frac{\sigma_H^2}{m_H^2} \end{aligned} \quad (20)$$

上式の左辺は(18)式を用いることによって次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\text{Var}(S)}{S_m^2} = & \frac{\text{Var}(S)}{m_s^2} \cdot \frac{m_s^2}{S_m^2} \\ = & V_s^2 \cdot \left\{ 1 + \frac{B}{2} V_i^2 + \frac{B}{2} V_{c_0}^2 + (A+2B) \cdot V_H^2 \right\}^2 \end{aligned} \quad (21)$$

ここに  $V_s$  は沈下量の標準偏差と平均値との比であり、変動係数とよばれるものである。(21)式を(20)式に代入し、各パラメータについて変動係数を用いると、 $V_s$  に関する次式が得られる。

$$\begin{aligned} V_s^2 = & \frac{1}{C^2} \left\{ V_{m_0}^2 + \frac{\sigma_p^2 + \sigma_{p_v}^2}{(m_p - m_{p_v})^2} + A^2 \cdot V_t^2 + A^2 \cdot V_{c_0}^2 \right. \\ & \left. + (1-2A)^2 \cdot V_H^2 \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

ここに  $C = 1 + \frac{B}{2} V_i^2 + \frac{B}{2} V_{c_0}^2 + (A+2B) \cdot V_H^2$

上式中、 $C$  は図-3.3で示した  $m_s/S_m$  に対応するものであり、各パラメータのばらつきの小さい時はほぼ1になる。(22)式を用いれば、沈下量の変動係数を、各パラメータの変動係数から求めることができる。なお、式中の  $(\sigma_p^2 + \sigma_{p_v}^2) / (m_p - m_{p_v})^2$  は、圧密圧力増分  $(p - p_v)$  の変動係数の平方を表わしている。図-3.2に、式中の係数  $A$ 、および  $(1-2A)$  の値と平均時間係数  $m_T$  との関係を示しているが、 $A$  は圧密の初期には0.5でだいたい小さくなり、 $(1-2A)$  は初期には0でだいたい大きくなっている。したがって、圧密の初期においては圧密係数  $c_0$  や荷重時間  $t$  のばらつきが沈下量のばらつきに大きく影響し層厚  $H$  のばらつきはあまり影響しない。しかし、圧密が進むにつれて  $c_0$  や  $t$  のばらつきの影響は小さくなり  $H$  のばらつきが大きく影響するようになる。ただしこれにしても、 $c_0$ 、 $t$ 、 $H$  などのばらつきが沈下量のばらつきにおよぼす影響は、変動係数が同じ場合、体積圧縮係数  $m_0$ 、圧密圧力増分  $(p - p_0)$  に比べるとやや小さいと



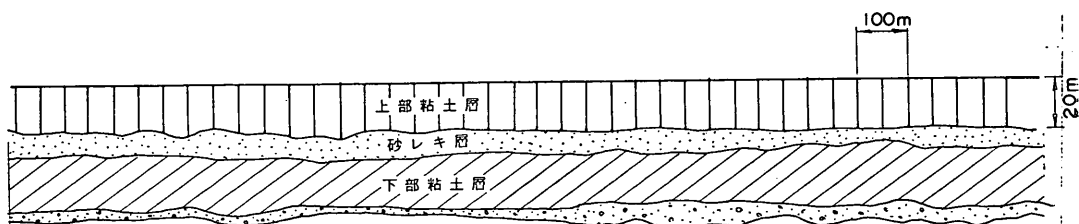


図-3.4 音波探査結果（大阪湾内）

いえる。

### 3.3 埋立てにおける各要因のばらつき

軟弱地盤上に埋立地を造成した場合、沈下は大部分が一次元的な圧密沈下によって生じると考えられる。そこで図式にもとづいて沈下量をばらつかせる各要因ごとに、そのばらつきの程度を考察してみる。

6つの要因の中で  $m_v$  と  $c_v$ ,  $p_v$  は、圧密試験によって求められるパラメータである。これらのばらつきについては次章で詳細に検討するが、圧密試験の結果から単純に変動係数を求めると  $m_v$  は 0.1~0.5,  $c_v$  は 0.2~0.7,  $p_v$  は 0.1~0.3 程度になる。

載荷荷重  $p$  は、埋立の場合、埋立土の量とその単位体積重量によって決まってくる。埋立に砂を用いた場合の埋立土の性状については堤ら<sup>3)</sup>が報告しているが、この結果によると、投入土砂の表層から採取した砂試料の乾燥密度の変動係数は、0.07であった。この値は、直径75mm、長さ500mmのシンウォールライナーによって採取した砂試料から求めたものであり、より大きな単位量での土砂重量の変動係数はさらに小さく考えられる。したがって、水深や設計上の都合などにより埋立土量が大きく変化する場合を除けば、載荷荷重  $p$  のばらつきは比較的小さいといえる。

軟弱層厚の変動は、海底の岩盤の凸凹によって左右されるので、海底地盤の地質学的性質によって大きく変わってくる。図-3.4は、大阪湾内のある海底における音波探査結果の例である。大阪湾内は、海底地形が比較的なだらかであるが、図-3.4より上部の沖積粘土層厚の50mごとのばらつきを調べると、変動係数は約0.05であった。したがって図のような地域では粘土層厚のばらつきは、あまり大きな不同沈下の要因にならないと考えられる。

次に圧密荷重の載荷時間  $t$  について考えてみる。 $t$  は通常埋立の時期によって異なってくる。埋立時期は、埋立計画によってほぼきまるが、計画上埋立時期の大きく異なる地区が隣接する場合がしばしばある。また、計画では同一時期の埋立となっても、施工上の制約など

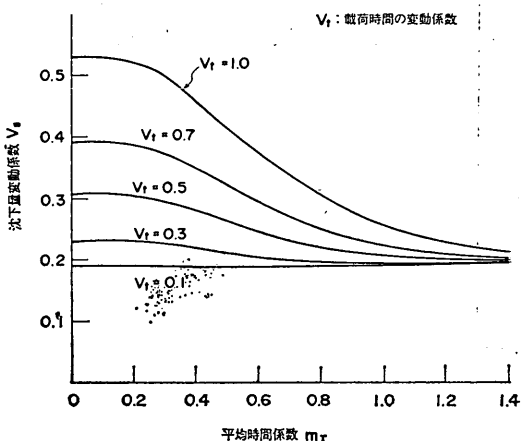


図-3.5 沈下量の変動係数と載荷時間の変動係数との関係

から埋立時期がばらつくことも考えられる。 $t$  の影響を調べるため、他のパラメータの変動係数をすべて 0.1 とし、 $t$  の変動係数だけを変化させた時の沈下量の変動係数と平均時間係数  $m_T$  の関係を示したのが図-3.5]である。図をみると  $t$  のばらつきが大きくなると、沈下量の変動係数も大きくなるが、時間の経過とともにしだいに減少してほぼ一定の値に収束する傾向を示すことがわかる。このような傾向は、第2章において述べた埋立地の実測沈下記録によくみられ（図-2.14参照）、埋立地の沈下のばらつきの要因として載荷時間のばらつきの大きいことを示唆している。

ここでは、前節で求めた式(2)にもとづき、埋立地に生じる不同沈下の各要因について考察した。その結果、ばらつきが大きいものは、一般に土質諸定数、載荷時間であることがわかった。そこで次章では土質諸定数のばらつきについて詳細に検討することにする。

## 4. 土質諸定数のばらつき

### 4.1 土質諸定数のばらつきに関する既往の研究

#### (1) 土質定数の確率モデル

土構造物を設計する上で、土質試験や原位置試験から

土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定

求められる諸定数は非常に重要なデータとなる。しかし、一般にこれらの土質定数は、工学的にみてほぼ同一と考えられる地盤内であっても大きくばらつくため、これらのばらつきをどう解釈するかは、設計を行う技術者にとって常に問題になる。このような土質定数のばらつきに関する研究は、Peckが、シカゴ粘土の含水比の変動を統計的に解析したことに始まり、以後多くの研究者、技術者によって行われている。Hooper and Butler<sup>4)</sup>は、ロンドン粘土の乱さない試料を用いて多数の三軸非排水試験を行ない、せん断強度が正規分布によく適合するという結果を得ている。Lumb<sup>5)</sup>は、いくつかの土について各種の土質パラメータのばらつきを調べ、液性限界、塑性限界、塑性指数、液性指数、粘着力、圧縮指数、内部摩擦角、間げき比が正規分布に適合し、圧密係数は対数正規分布に適合するとしている。

粘性土の強度を表わす代表的な土質定数である一軸圧縮強度の確率モデルについてはMatsuo and Asaoka<sup>6)</sup>らが詳細に研究している。これによれば、海成粘土の $q_u$ については、深さ方向に変動係数が一定の正規分布が最も妥当であるとしている。

圧密に関する土質定数については、川村・堀内<sup>7)</sup>、Krizek et al.<sup>8)</sup>、松尾・浅岡<sup>9)</sup>、らにより調べられている。表-4.1、表-4.2は川村・堀内により発表されたもので、主として港湾構造物を設計するために収集された体

積圧縮係数 $m_v$ 、圧密係数 $c_v$ のデータを統計的に整理している。これらによって川村・堀内は $m_v, c_v$ がそれぞれ対数正規分布にあてはまるとした。図-4.1、図-4.2は、Krizekらによるもので、水積土の $m_v, c_v$ を深さ方向にプロットし頻度分布を示している。これらのデータからKrizekらは、 $m_v, c_v$ がいずれも正規分布するとしている。松尾・浅岡は、海成粘土の圧密降伏応力 $p_v, m_v = C_c / (1 + e_0)$  ( $C_c$ は圧縮指数、 $e_0$ は初期間げき比)について調べ、 $p_v, m_v$ はともに深度に無関係に正規分布するとしている。

以上の研究は、土質試験結果のばらつきに、確率理論による分布形をそのままあてはめたものであるが、実際問題に適用する場合、これだけでは不十分であることが指摘されている。

Vanmarcke<sup>10)</sup>は、地盤中の土性の確率モデルを導く上で、次のように述べている。「地盤内の一点においての土性の厳密な確率密度関数は、あまり重要でない。通常必要なのは、地盤内のある空間内での平均的な土の性質、たとえばある仮定されたすべり面での平均的なせん断強度、ある土塊内の平均的な単位体積重量、ある土層の平均的な圧縮係数やせん断波速度などのばらつきである」。この指摘は、確率的な取り扱いをする場合に、寸法効果があることを言ったものである。たとえば、ある地盤内の一点の土質定数 $u$ が平均値 $m$ 、分散 $\sigma^2$ でばらついており、この地盤内の小空間 $V$ 内での平均値を $u_V$

表-4.1  $\log m_v$ の統計的性質(川村・堀内<sup>7)</sup>による)

地点	圧密圧力 $p$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	0.25~0.40	0.55~0.68	1.20~1.40	2.20~2.80	4.30~4.80	5.20	8.80
大阪 南港	平均値 $\mu$	-1.146	-0.964	-1.102	-1.224	-1.527	—	-1.803
	分散 $\sigma^2$	0.081	0.109	0.064	0.009	0.007	—	0.002
	変動係数 $V$	0.249	0.342	0.230	0.077	0.055	—	0.027
	試料数 $N$	24	29	20	20	16	—	12
尼 崎 港	平均値 $\mu$	-0.957	—	-0.875	-1.157	—	—	—
	分散 $\sigma^2$	0.018	—	0.008	0.007	—	—	—
	変動係数 $V$	0.141	—	0.101	0.074	—	—	—
	試料数 $N$	11	—	13	10	—	—	—
広 島 港 東 部	平均値 $\mu$	-0.927	-0.944	-0.990	-1.226	-1.550	—	—
	分散 $\sigma^2$	0.051	0.027	0.007	0.006	0.006	—	—
	変動係数 $V$	0.275	0.174	0.086	0.054	0.049	—	—
	試料数 $N$	16	13	13	15	14	—	—
福 山 港	平均値 $\mu$	-0.634	-0.517	-0.819	-1.144	-1.457	-1.522	—
	分散 $\sigma^2$	0.007	0.022	0.004	0.004	0.008	0.001	—
	変動係数 $V$	0.491	0.268	0.073	0.053	0.062	0.014	—
	試料数 $N$	21	16	19	15	15	10	—

( $m_v$ は cm<sup>2</sup>/kgf)

表-4.2 log  $c_v$  の統計的性質 (川村・堀内<sup>7)</sup>による)

地点	圧密圧力 $p(\text{kgf/cm}^2)$	0.25~0.40	0.55~0.68	1.20~1.40	2.20~2.80	4.30~4.80	5.20	8.80
大阪南港	平均値 $\mu$	-1.007	-1.265	-1.547	-1.663	-1.568	—	-1.590
	分散 $\sigma^2$	0.046	0.087	0.060	0.010	0.020	—	0.030
	変動係数 $V$	0.200	0.233	0.158	0.060	0.091	—	0.109
	試料数 $N$	28	28	33	23	22	—	18
尼崎港	平均値 $\mu$	-1.113	—	-1.429	-1.602	—	—	—
	分散 $\sigma^2$	0.035	—	0.043	0.083	—	—	—
	変動係数 $V$	0.168	—	0.145	0.180	—	—	—
	試料数 $N$	10	—	10	13	—	—	—
広島港東部	平均値 $\mu$	-0.280	-0.510	-0.647	-0.817	-0.812	—	—
	分散 $\sigma^2$	0.026	0.010	0.070	0.064	0.104	—	—
	変動係数 $V$	0.575	0.414	0.410	0.310	0.398	—	—
	試料数 $N$	12	17	16	16	19	—	—
福山港	平均値 $\mu$	-0.836	-1.443	-1.157	-1.512	-1.497	-1.491	—
	分散 $\sigma^2$	0.106	0.052	0.015	0.016	0.006	0.017	—
	変動係数 $V$	0.390	0.158	0.082	0.083	0.051	0.087	—
	試料数 $N$	21	22	19	21	10	22	—

(\* $c_v$  は  $\text{cm}^2/\text{min}$ )

とする。このとき、 $u_v$  の平均値は  $m$  に一致するが、 $u_v$  のばらつきは、平均する空間  $V$  の大きさに影響され、通常  $V$  が大きくなると減少する。斜面安定など、実際の問題で重要なのは  $u_v$  (すべり面内の平均せん断強度など) であるので、土質試験から得られる小さな供試体のせん断強度のばらつき、 $\sigma^2$  をそのまま  $u_v$  のばらつきとすることは、ばらつきを過大評価することになるのである。Vanmarcke は、対象となる空間  $V$  の大きさにより、ばらつきを減少させる係数 (reduction factor) を導入し、解析に用いている。

Matsuo and Asaoka<sup>11)</sup> にも、土質定数のばらつきをみる場合に寸法効果を考慮している。彼らの方法は、解析に用いる地盤内の土性の自己相関性を調べ、地盤内を近似的に自己相関の強い範囲を単位とした土塊ごとに分けて考えるものである。この方法は、Vanmarcke の reduction factor とほぼ同等の考え方である。

このように、土質定数のばらつきを解析に用いる場合は、単に土質試験結果の統計的な整理だけでは不十分であり、地盤内の自己相関性なども重要になる。

(2) 土性のばらつきの実際問題への適用

近年、土性のばらつきを統計的に定量化し、さらに実際の問題を解析した研究が多数報告されている。Wu and Kraft<sup>12),13)</sup> らは、斜面、基礎構造物について、土の強度のばらつきに基づいて地盤の破壊確率を計算し、それと

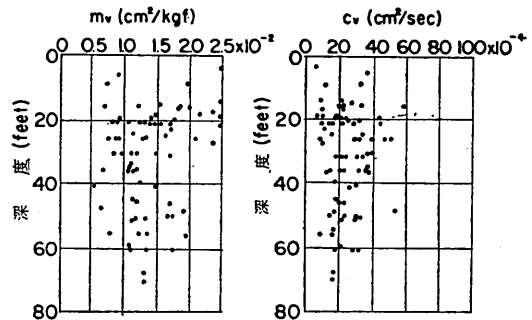


図-4.1  $m_v$  と  $c_v$  のばらつき (Krizek ら<sup>8)</sup>による)

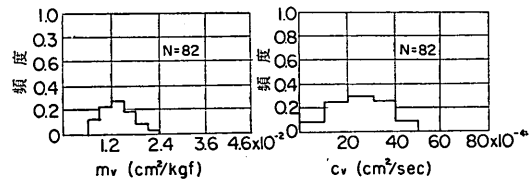


図-4.2  $m_v$  と  $c_v$  の頻度分布 (Krizek ら<sup>8)</sup>による)

設計安全率、期待総費用 (建設費、破壊時にみこまれる損失) との関係を解析した。Krizek and Corotis<sup>14)</sup> らは、矢板構造物について破壊確率を求め、期待総費用が最小となる最適設計法を提案している。Vanmarcke<sup>15)</sup> は、確率的手法を三次元の斜面安定問題に適用して、盛

土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定

土の延長と破壊確率の関係を求め、最も破壊確率の高い盛土長さのあることを示した。Tang<sup>16)</sup>は、北海の重力式プラットフォームの安定性を検討するため、海底地盤のコーン貫入抵抗値に確率的なモデルを当てはめてプラットフォームの貫入抵抗と転倒モーメントを計算し、実測データと比較している。Matsuo and Asaoka<sup>11)</sup>は、斜面安定問題について、破壊確率にもとづいた信頼性設計手法を開発した。

以上は、主として安定問題に関する研究であるが、沈下問題を解析した研究は、Resendiz and Herrera<sup>17)</sup>、Krizek, et al.<sup>8)</sup>、Paddilla and Vanmarcke<sup>18)</sup>、松尾・浅岡<sup>9)</sup>、Vanmarcke and Fuleiham<sup>19)</sup>によって行われている。Resendiz and Herreraの研究は $m_v$ が正規分布するとして長方形基礎の沈下、傾きを確率的に解析したものである。Krizek et al.は、圧密に関する土質諸定数のばらつきを考慮して一定の信頼限界における沈下量の範囲を計算し、実測沈下量と比較した。Paddilla and Vanmarckeの研究は、地盤の不均一性によって上部の建物に生じる不同沈下を解析したものである。また、松尾・浅岡は、統計的決定理論を用いて、建設費や破壊時の被害を考慮した埋立地の沈下解析を行った。Vanmarcke and Fuleihamは、洪水堤防の沈下のばらつきを確率的な予測モデルにより説明している。

4.2 圧密諸定数の確率モデル

(1)  $m_v$ および $c_v$ のばらつき

前項で述べたように $m_v, c_v$ のばらつきについては、川

村、Krizekらにより報告されている。これをみると、川村らによれば $m_v, c_v$ とも対数正規分布するとされ、Krizekらは $m_v, c_v$ とも正規分布するという結果であったが、今回、大井埠頭、霞ヶ浦、大阪湾の粘土試料の圧密試験結果を用いて、さらに検討を行った。また、従来調べられていない $m_v, c_v$ の地盤内の自己相関性についても調べてみた。

図-4.3は、大井埠頭粘土の $m_v, c_v$ の頻度分布である。図のように大井埠頭粘土では $m_v$ は正規分布、 $c_v$ は対数正規分布に適合した。なお、適合度の検定は、カイ平方検定(危険率は0.05とした)で行っている。

図-4.4は、霞ヶ浦粘土の $m_v, c_v$ の頻度分布である。図のように $m_v$ は正規分布、 $c_v$ は対数正規分布に適合した。

図-4.5は、大阪湾沖積粘土の $m_v, c_v$ の頻度分布である。図のように $m_v, c_v$ とも正規分布に適合した。

以上、今回行った結果をみると、同一の地盤内で $m_v$ は正規分布し、 $c_v$ は地盤によって正規分布ないし、対数正規分布するといえる。 $c_v$ が正規分布するか対数正規分布するかは、今回の結果からは断定できず、土質によって違ってくると考えられる。

図-4.6は、霞ヶ浦粘土の $m_v$ と $c_v$ をそれぞれ対数目盛にしてプロットしたものである。図より、 $m_v, c_v$ には顕著な相関はないといえる。

$m_v$ は、圧密圧力によって変化するが、正規圧密粘土の場合、 $m_v$ は圧密圧力 $p$ の増加とともに減少し、 $\log \bar{p}$

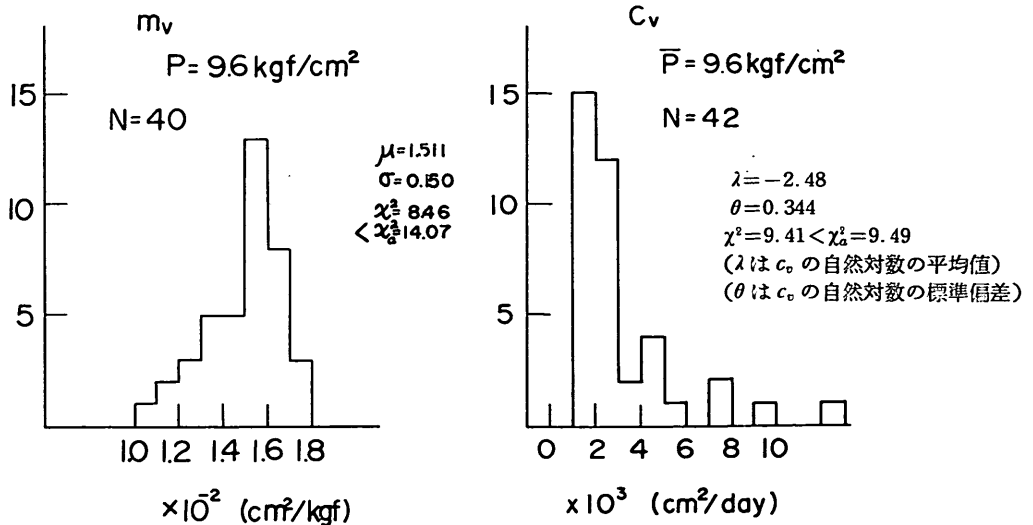


図-4.3  $m_v$ と $c_v$ の頻度分布(大井埠頭粘土)

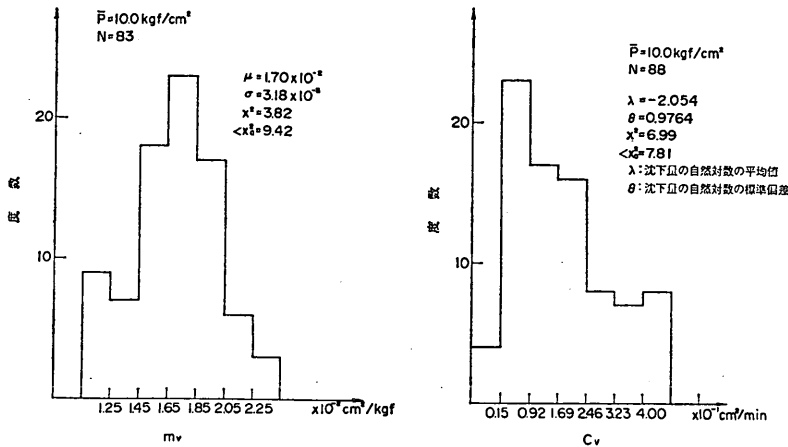


図-4.4  $m_v$  と  $c_v$  の頻度分布 (霞ヶ浦粘土)

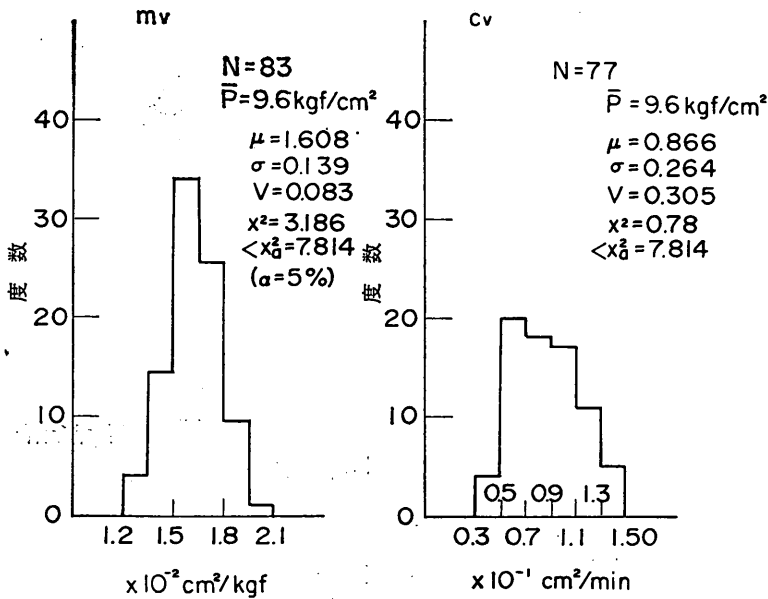


図-4.5  $m_v$  と  $c_v$  の頻度分布 (大阪湾沖積粘土)

と  $\log m_v$  の関係はほぼ直線になる。そこで、この直線の傾度 ( $\log \bar{p} \sim \log m_v$  座標での直線の傾き) の統計的性質を検討してみる。

$m_v$  の傾度については、小川・松本<sup>20)</sup>らによって既に発表されている。小川・松本は、図-4.7で示すような傾度の定義を行なった上で、全国各地の港湾地域の粘性土の試験結果から図-4.8のような傾度の頻度分布を作っ

た。これらのデータは、土質の種類分けをせず、全て取りまぜたものであるが、 $m_v$  の傾度はきわめてよく正規分布に近似できる。 $m_v$  や  $c_v$  が同一の土質でもかなりのばらつきがあるのに比べ、 $m_v$  傾度は非常にばらつきが少いといえる。

今回収集した大井埠頭粘土のデータを用いて、 $m_v$  傾度の分布を調べた。圧密試験で得られたデータは、必ず

土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定

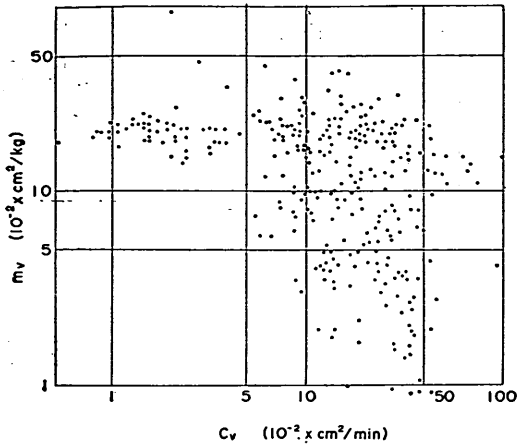


図-4.6  $m_v$  と  $c_v$  の相関性 (霞ヶ浦粘土)

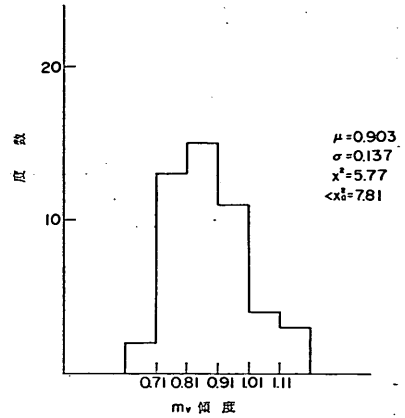


図-4.9  $m_v$  傾度の頻度分布 (大井埠頭粘土)

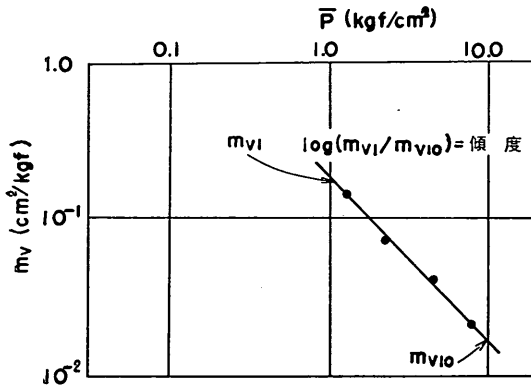


図-4.7  $m_v$  傾度の説明図

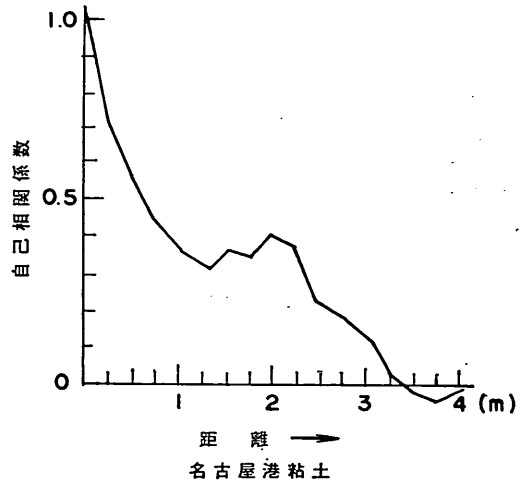


図-4.10 一軸圧縮強度の深さ方向自己相関 (Matsuo and Asaoka<sup>6)</sup>)

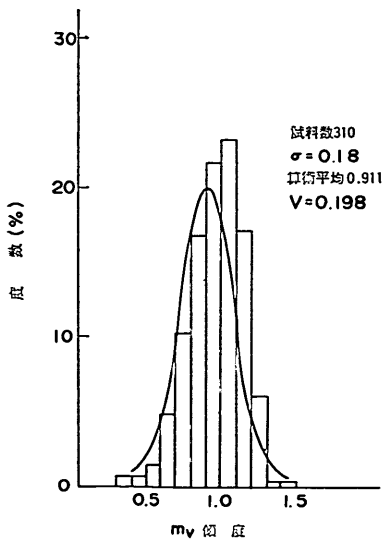


図-4.8  $m_v$  傾度の頻度分布 (小川・松本<sup>20)</sup>による)

しもきれいに直線にのるわけではないので、次式のような回帰式を考え、最小二乗法で近似して求めた。傾度は次式で  $b$  に相当する。

$$\log m_v = a + b \log p \quad \text{図}$$

$p$ : 圧密圧力

結果を図-4.9に示すが、正規分布によく近似できる。以上の検討結果から、 $m_v$ の傾度は顕著な統計的性質を有し、正規分布することがわかった。

ここまで、 $m_v, c_v, m_v$  傾度の確率モデルを検討してきたが、これは土質試験結果を用いた、いわば地盤内の一点での土質定数のばらつきを調べたものであった。これらの一点での土質定数が、地盤内のどの程度の大きさの土塊を代表しているかを調べることは、今後の解析の上

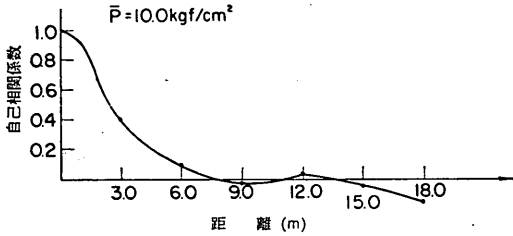
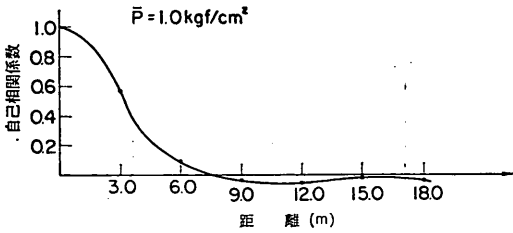


図-4.11  $m_v$  の深さ方向自己相関 (霞ヶ浦粘土)

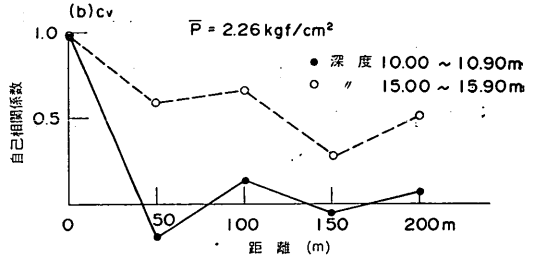
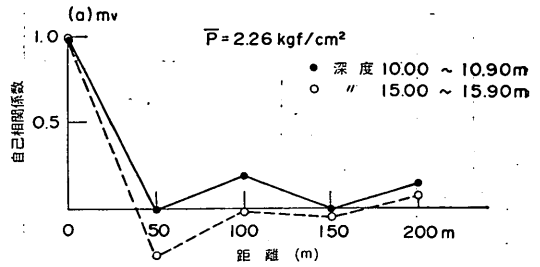


図-4.13  $m_v, c_v$  の水平方向自己相関 (川崎粘土)

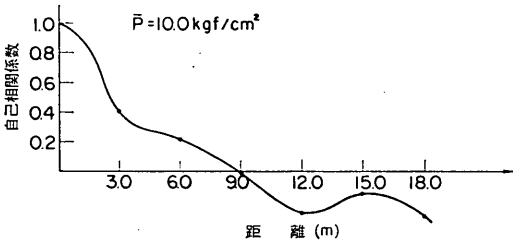
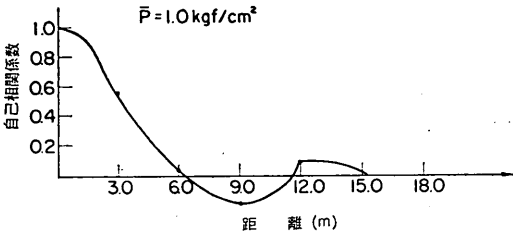


図-4.12  $c_v$  の深さ方向自己相関 (霞ヶ浦粘土)

で非常に重要である。このためには、地盤内の土質定数の自己相関性を調べる必要がある。ここでいう自己相関性とは距離に関するもので、わかりやすく言えば、「どの程度距離が離れると、その値の間の関連性が無くなるか、あるいはどの程度の範囲内であれば、同じものとみなし得るか」を判断する材料となるものである。その関連性を表わす指標として通常自己相関係数を用いる。自己相関係数は0から1までの値をとり、0は全く相関の無い場合を、1はその逆を示す(自己相関係数の求め方

については、付録Bを参照)。

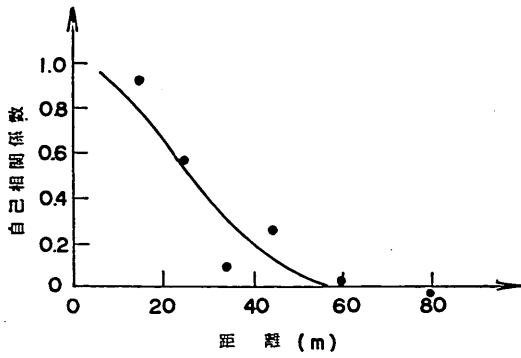
Matsuo and Asaoka<sup>9)</sup>は、粘性土の一軸圧縮強度について、深さ方向の自己相関係数を調べている。図-4.10は、その結果を引用したものであるが、図をみると有意な相関は3.0m程度までしか認められない。つまり深さ方向に3.0m以上離れると、 $q_u$ については関連性が無くなることになる。ただし、松尾らは、サンプリングした試料の乱れの程度のばらつきによって、自己相関係数が実際よりも多少減少することを証明しており、実際にはもっと相関が強い可能性もある。

本報告では沈下の解析を行なうので、 $m_v, c_v$ の自己相関性を調べた。

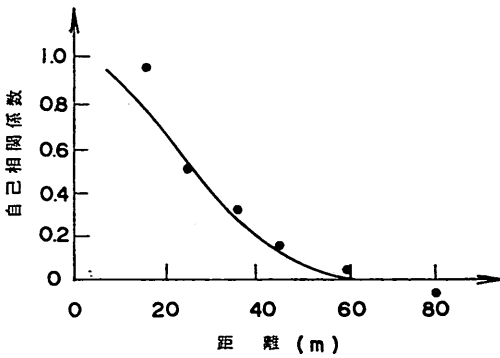
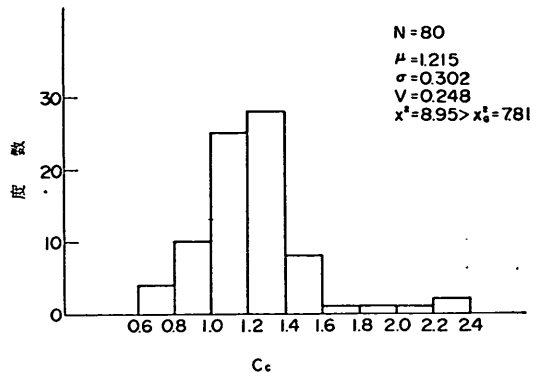
図-4.11、図-4.12は、霞ヶ浦粘土の $m_v, c_v$ についての深さ方向の自己相関係数である。図をみると $m_v, c_v$ とも4~5m程度まで強い相関がみられる。したがって、霞ヶ浦粘土の場合は、圧密の問題を考える場合は、深さ方向に4~5m程度がほぼ均一な土塊になると考えられる。

さて、本報告のように不同沈下について考える場合は沈下の平面的なばらつきが問題なので、深さ方向の自己相関とともに水平方向の自己相関性も重要である。水平方向の自己相関性を調べるには、同一の粘土層で、できるだけ密な間隔で採取された試料の圧密試験結果が必要になる。そこで東京湾内で50m間隔に採取した試料を用いて圧密試験を行なった結果から $m_v, c_v$ の水平方向自己相関を調べた。図-4.13は、その結果を示したものであるが、図のように $m_v$ については、最小間隔である50mでもほとんど相関がない。また、 $c_v$ については、深度

土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定



(a) 深さ3m



(d) 深さ3.6m

図-4.14 コーン貫入抵抗の自己相関 (Tang<sup>16)</sup>による)

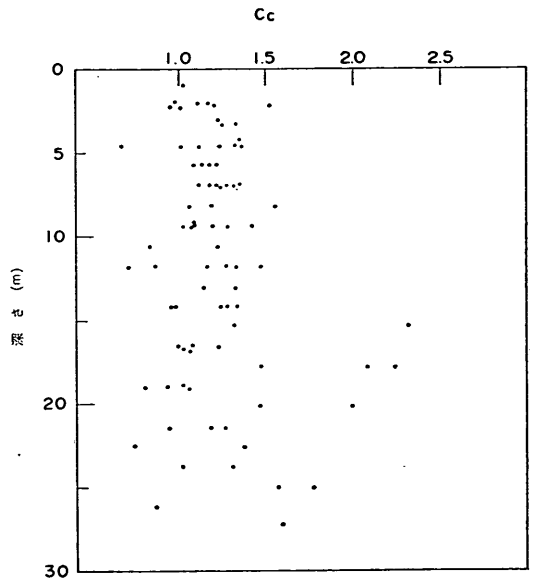


図-4.16  $C_c$ の頻度分布と深さ方向分布 (大阪湾沖積粘土)

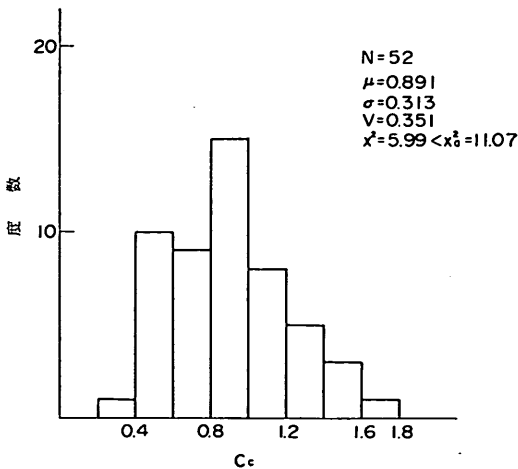


図-4.15  $C_c$ の頻度分布 (大井埠頭粘土)

10.00~10.90mでのデータではほとんど相関がみられないが、深度15.00~15.90mにおけるデータをみると、約200mまで強い相関があった。これらの結果から、 $m_v, c_v$ の水平方向の自己相関特性についてははっきりした

ことは言えないが、50m以上離れるとあまり相関性は無いようである。

水平方向の土性の自己相関を調べた例としては、Tang<sup>16)</sup>が、北海の海底地盤でコーン貫入抵抗について報告している。図-4.14は、その結果を引用したものであるが、ほぼ60m程度まで相関があり、それ以上の距離では無相関となっている。圧密の定数についても、平面的により密な調査を行って調べる必要がある。

(2) 圧縮指数  $C_c$ 、圧縮降伏応力  $p_v$  のばらつき

圧縮指数  $C_c$  は、一般に正規分布するとされている。図-4.15は、今回大井埠頭粘土について調べたものであるが、正規分布によく適合している。図-4.16は、同様に大阪湾沖積粘土の  $C_c$  について調べたもので、 $C_c$ の深



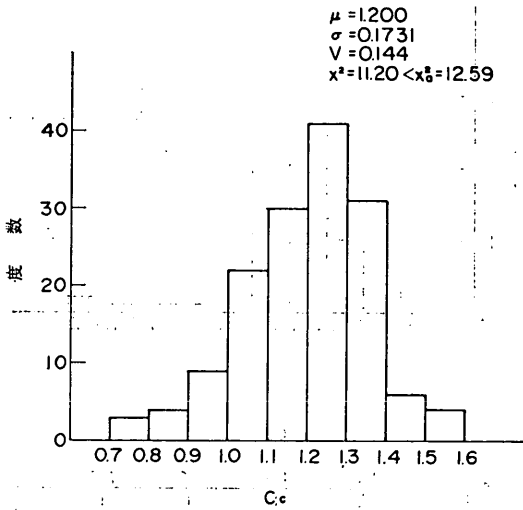


図-4.17  $C_c$  の頻度分布 (川崎港粘土)

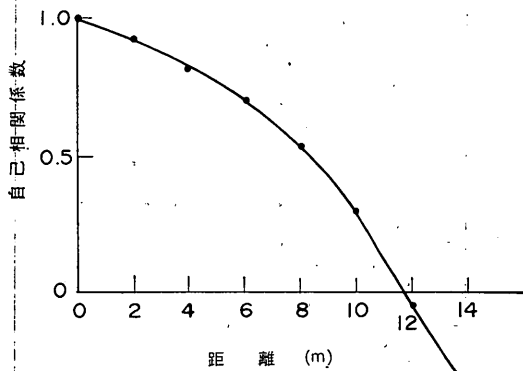


図-4.18  $C_c$  の深さ方向自己相関 (川崎港粘土)

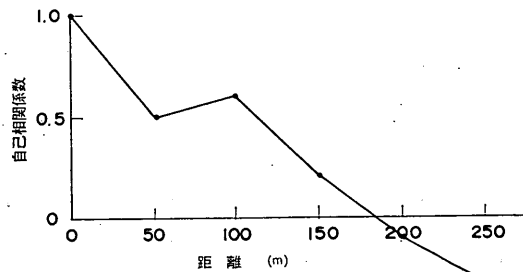


図-4.19  $C_c$  の水平方向自己相関 (川崎港粘土)

度に対する分布もあわせて示してある。図をみると  $C_c$  は深度に関係なく正規分布している。図-4.17 は、川崎港粘土の  $C_c$  の頻度分布であるが、やはり正規分布に適合した。図-4.18、図-4.19 は、 $m_v, c_v$  と同様に  $C_c$  の垂

直方向自己相関、水平方向自己相関を調べたものである (試料は川崎港粘土)。図のように、 $C_c$  に関しては深さ方向に 10m、水平方向に 150m までと、 $m_v, c_v$  に比べ広い範囲で相関がみられた。

次に、圧密降伏応力  $p_v$  の場合は、地盤が正規圧密状態に近い場合深度によって変化する。そこで同一の地盤で深度の等しい場合の  $p_v$  について調べた例が図-4.20 である (試料は川崎港粘土)。 $p_v$  は深度とともにほぼ直線的に増加しているが、深さの等しいところでは正規分布に近い。また各深さでの変動係数は、深さとともに減少する傾向がある。

4.3 第4章のまとめ

圧密に関する土質諸定数の統計的性質について既往の研究を調べるとともに新たな検討も行なった。その結果次のことがわかった。

- i) 体積圧縮係数  $m_v$  は同一地盤内では正規分布する。圧縮係数  $c_v$  は、土質により正規分布または対数正規分布する。
- ii)  $m_v$  および  $c_v$  の地盤内の自己相関性を調べると、深さ方向にはいずれも 4~5m 程度まで相関がみられた。水平方向には、 $m_v$  に関しては 50m 離れると相関がなく、 $c_v$  については深さにより 200m 程度まで相関を示す場合もあった。
- iii) 圧縮指数  $C_c$  は正規分布する。圧密降伏応力  $p_v$  は、正規圧密地盤の場合、平均値が深さとともにほぼ線形に増加し、同じ深さでは正規分布している。

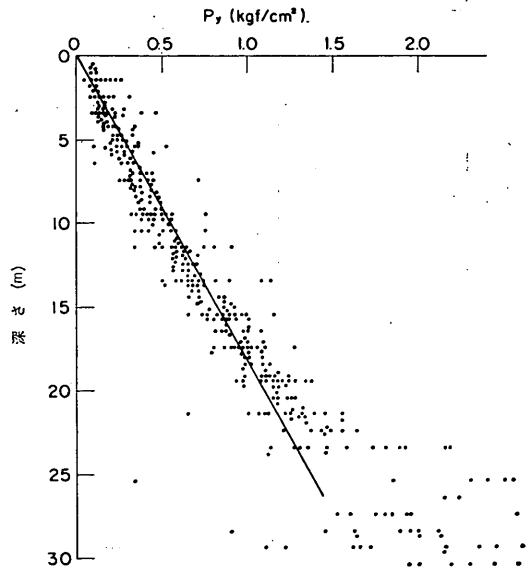


図-4.20 (a)  $p_v$  の深度方向分布 (川崎港粘土)

土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定

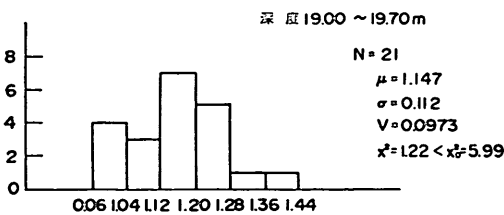
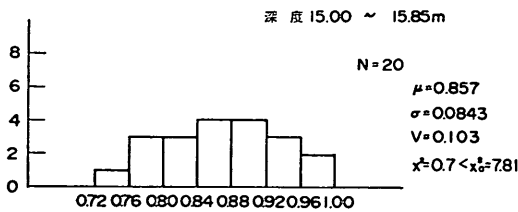
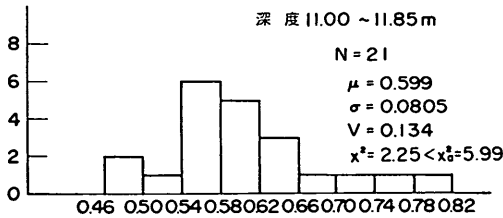
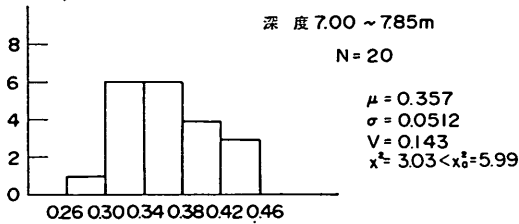
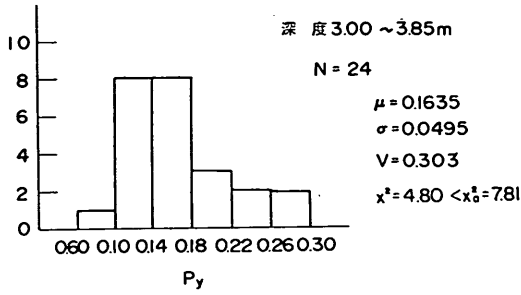


図-4.20 (b)  $p_y$  の深度ごとの頻度分布 (川崎港粘土)

5. 埋立地における不同沈下の数値シミュレーション<sup>21)</sup>

第3章では Terzaghi 式に second order moment analysis を適用して、一次元圧密沈下のばらつきと、個々の要因のばらつきとの関係を検討した。その結果、埋立の場合、土質定数のばらつきの影響は大きい、荷重条件については、事前の計画がはっきりしていれば、不確実な部分が少なく、その影響も小さいことがわかった。したがって、地盤の土質定数のばらつきを考慮し、載荷条件をできるだけ施工計画に忠実に与えて埋立地全体の沈下量を計算すれば、埋立地内の沈下量のばらつき(不同沈下)を予測できると考えられる。本章では、このような考えから埋立地の不同沈下を予測するため開発した数値シミュレーションプログラムについて説明し、実際の埋立地における 実測沈下データと計算値との比較、検討を行っている。

5.1 基本的な仮定

地盤の不均一性を考慮するためには、地盤の確率的なモデルが必要となる。第4章で述べたように、圧密に関する土質諸定数、 $m_v, c_v, C_c, p_y$  は、正規分布または対数正規分布すると考えられる。また、これらの定数の深さ方向、平面方向の自己相関性を調べると、深さ方向について4~5mは程度まで相関が認められた。水平方向の相関性については、はっきりしなかったが、一応50mぐらいと考えると、深さ方向に4~5m、平面的に50m程度の範囲の土塊については、土性は均一であるとみなすことができる。そこで、埋立の対象となる海底地盤をこの土塊を単位として三次元的に分割し、個々の土塊の中では土質定数のばらつきは無く均一としている。土塊ごとに土質定数が正規分布または対数正規分布するという地盤のモデルを考えた。

図-5.1は、地盤を分割した時の模式図である。各土塊の土質定数は、土質調査結果によって定められた確率モデルに従うようにランダムに決められる。したがって埋立地全体は、ばらばらの土質定数をもつ土塊から構成される多層地盤になる。なお、圧密層の層厚についても、場所によってばらつきがあるが、ここではボーリング結果や音波探査結果などにより大略推定できると考えて、各地点ごとに確定値を与えることにした。載荷条件は各地点ごとに施工計画をできるだけ忠実に反映して与える。

以上の仮定を用いて計算することにより、地盤条件の不均一性や、載荷条件を考慮した埋立の数値シミュレーションが可能になる。

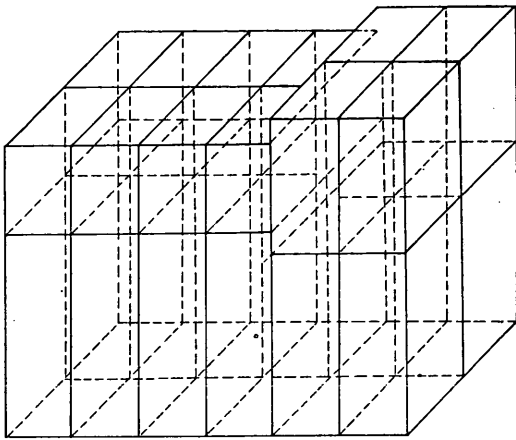


図-5.1 地盤の三次元的分割

5.2 シミュレーションプログラムの概要

(1) 地盤の設定

表-5.1に、今回開発したシミュレーションプログラムのフローチャートを示す。

まず対象となる海底を図-5.2のように平面的に区切り、深さ方向にも層分けする。平面メッシュの形状は長方形で、平面的には2,000メッシュまで、深さ方向には50層まで分割できる。なお深さ方向の層分けは、土質の種類の変化、土質定数の自己相関などにより決まってくる。水平方向のメッシュ割りは、土質定数の水平方向自己相関や、荷重条件などにより決められる。

こうして区切られた土塊の土質定数は、それぞれある確率モデルに従う乱数としてランダムに割り付けられる。このシミュレーションでは、同一種類の地盤であるということは、土塊の土質定数が同じ確率モデルに属することを意味する。したがって同一種類の地盤でも各土塊ごとに異なった土質定数をもつ。沈下量は、各土塊ごとに計算し、それらを鉛直方向にすべて加算したものが各平面メッシュの中心点での沈下量となる。

(2) 沈下量の計算

沈下量を求める際の前提は次の3点である。

- ① 一次元圧密方程式を使用する。
- ② 沈下量は載荷重ごとの沈下量の重ね合わせで求めるものとする。
- ③ ある荷重に対する最終沈下量の計算は以下のいずれかとする。

海底地盤がほぼ正規圧密地盤（土かぶり圧と圧密降伏応力がほぼ等しい）のとき  $m_v$  法

$$S = m_v^* \cdot H \cdot \Delta p \quad (24)$$

$m_v^*$ : 体積圧縮係数

表-5.1 シミュレーションプログラムのフローチャート

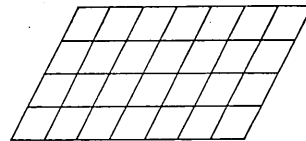
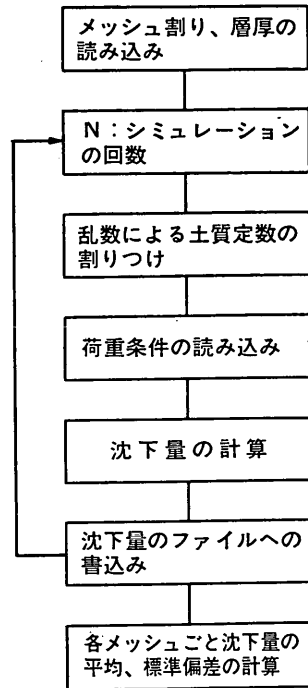


図-5.2 平面メッシュ割

$H$ : 圧縮層厚さ

$\Delta p$ : 載荷重による鉛直応力増分

\*）ただし、 $m_v$  はある荷重による圧密中の平均的な圧密圧力  $\bar{p} = p + \frac{1}{2} \Delta p$  に対応する値をとるものとする。

海底地盤が過圧密地盤のとき  $e - \log p$  曲線法

$$S = \frac{\Delta e}{1+e} H \quad (25)$$

$\Delta e$ : 荷重の増加による間げき比の減少

$H$ : 載荷前の圧密層厚

$e$ : 載荷前の間げき比

$m_v$  により沈下量を計算する場合は、ある圧密荷重における  $m_v$  の値と、前章で説明した「 $m_v$  の傾度」を確率分布する量として与える。また、間げき比の変化により

土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定

沈下量を計算する場合は、 $e-\log p$  曲線の形を決めなければならないが、ここでは、初期間げき比  $e_0$ 、 $C_c$ 、 $p_0$  を確率分布する量として与え、特に  $p_0$  付近の  $e-\log p$  関係を放物線で近似している。通常、沈下量を計算するときに、図-5.3のように  $e-\log p$  曲線を2本の直線で近似するが多い。しかし、沈下計算が圧密降伏応力に近い範囲で行なわれる場合は、 $e-\log p$  曲線を2本の直線で近似するのは誤差が大きくなる。このため今回は、 $e-\log p$  関係を放物線で近似し、この  $e-\log p$  曲線から沈下量を計算するものとした(付録Cを参照)。

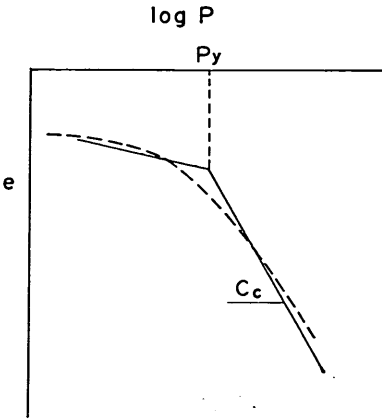


図-5.3  $e-\log p$  曲線の直線近似

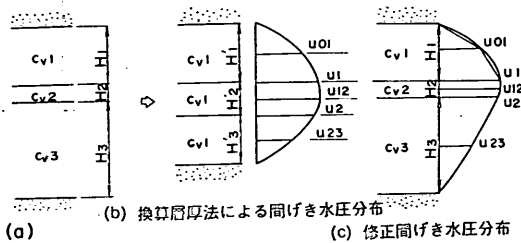


図-5.4 圧密度の求め方

(3) 圧密度の計算

圧密度は、各載荷荷重ごとにそれぞれ独立に各圧密層で計算する。圧密層が一層の場合と多層ある場合についての求め方を以下に示す。ただし、いずれも両面排水、初期過剰間げき水圧分布  $u(z) = u_0 = \text{const.}$  とする。

a) 圧密層が一層の場合

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} \exp\left(-\frac{\pi^2(2k+1)^2 T}{4}\right) \quad (26)$$

$$T = \frac{c_v t}{H^2}$$

ここに  $U$  は平均圧密度、 $T$  は時間係数である。

b) 圧密層が連続して重なっている場合

換算層厚法によって求める。

一例として図-5.4(a)のような3層の場合を示す。それぞれの層の厚さ  $H_1, H_2, H_3$  は  $H'_1, H'_2, H'_3$  のように変換される。

$$\left. \begin{aligned} H'_1 &= H_1 \\ H'_2 &= H_2 \sqrt{\frac{c_{v1}}{c_{v2}}} \\ H'_3 &= H_3 \sqrt{\frac{c_{v1}}{c_{v3}}} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

ただし

$$2H = H'_1 + H'_2 + H'_3 \quad T_V = \frac{c_v t}{H^2}$$

換算層厚法では、全体を一層と考え、過剰間げき水圧分布は図-5.4(b)となる。これを元の層厚に変換しなおすと、結局実際の間げき水圧分布は図-5.4(c)のようになる。各層の圧密度は、図示されているような直線で近似した間げき水圧分布をもとに計算した。換算層厚法によって計算された圧密度は実際と一致しない場合のあることが知られている<sup>22)</sup>。しかし、厳密な数値計算にはかなりの計算機容量と計算時間を要するので、ここでは簡便な方法を用いた。

(4) 地中応力

載荷荷重による地中応力は、地盤を弾性体としてブシネスクの式を用いて計算した。また荷重は、地盤の平面メッシュ割りと同じ大きさのものを最小単位とする長方形載荷とした。図-5.5において、任意の地点  $(x, y, z)$  における鉛直地中応力は、次のように求められる。

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \left\{ \tan^{-1} \frac{x_1 y_1}{z \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z^2}} - \tan^{-1} \frac{x_1 y_2}{z \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z^2}} \right. \\ + \tan^{-1} \frac{x_2 y_2}{z \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z^2}} - \tan^{-1} \frac{x_2 y_1}{z \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z^2}} \\ + \frac{z x_1 y_1 (x_1^2 + y_1^2 + 2z^2)}{(x_1^2 + z^2)(y_1^2 + z^2) \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z^2}} \\ - \frac{z x_1 y_2 (x_1^2 + y_2^2 + 2z^2)}{(x_1^2 + z^2)(y_2^2 + z^2) \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z^2}} \\ + \frac{z x_2 y_2 (x_2^2 + y_2^2 + 2z^2)}{(x_2^2 + z^2)(y_2^2 + z^2) \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z^2}} \\ \left. - \frac{z x_2 y_1 (x_2^2 + y_1^2 + 2z^2)}{(x_2^2 + z^2)(y_1^2 + z^2) \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z^2}} \right\} \quad (28)$$

ただし

$$\begin{aligned} x+a &= x_1, & y+b &= y_1 \\ x-a &= x_2, & y-b &= y_2 \end{aligned}$$

(5) 載荷モデル

載荷は各平面メッシュごとに段階的に行うものとして入力した。具体的には、各載荷時間ごとに各メッシュの埋地盤高と単位体積重量を入力して自動的に荷重に換算されるようにした。あるメッシュ上の荷重履歴の模式図を図-5.6に示す。

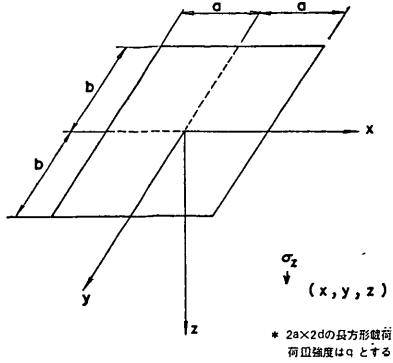
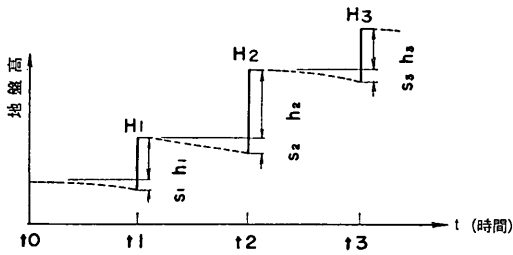
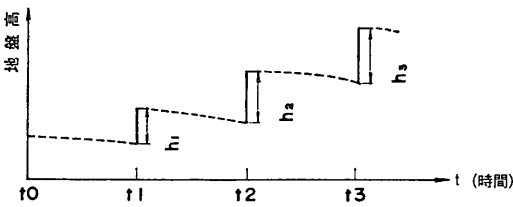


図-5.5 地中応力

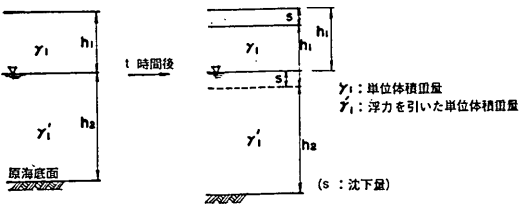


(a)



(b)

図-5.6 荷重履歴模式図



$$\text{荷重強度 } P = h_1 \cdot \gamma_1 + h_2 \cdot \gamma_2 = P' = h_1' \cdot \gamma_1' + h_2 \cdot \gamma_2 + s \cdot \gamma_1'$$

図-5.7 浮力による補正

荷重の方法としては、次の2つの方法が考えられる。

- ① 地盤高を設定しておいて、各段階載荷ごとにその高さを確保する (図-5.6 (a))。

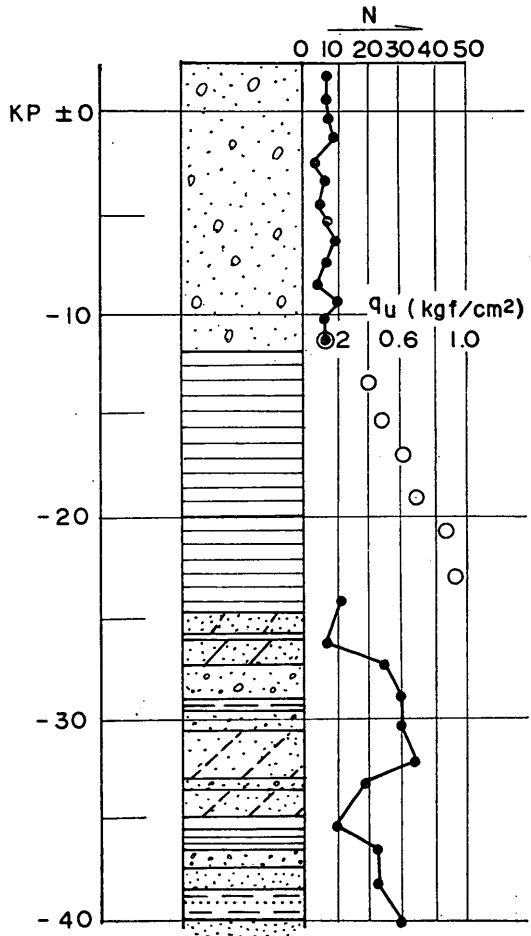


図-5.8 土質柱状図

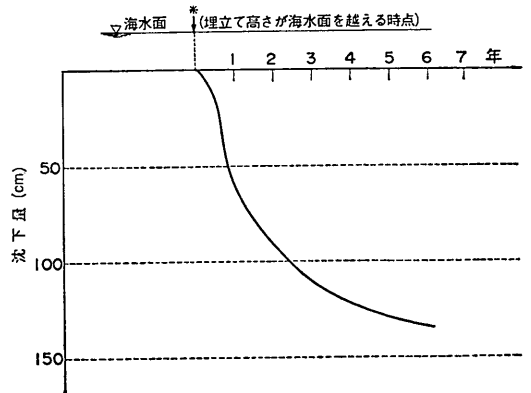


図-5.9 洪積粘土層の実測沈下曲線

- ② 各段階載荷において、所定の厚みの土を入れる (埋立土量をあらかじめ決めておくことと同義) (図-5.6 (b))。

土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定

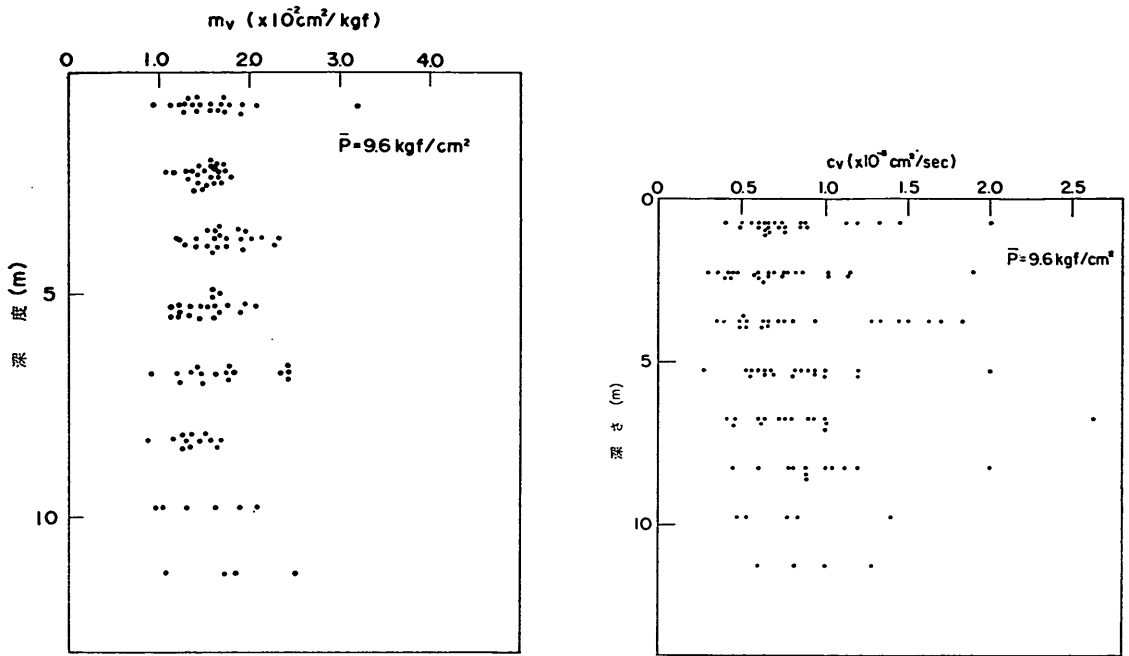


図-5.10 計算した埋立地の  $m_v, c_v$  のばらつき

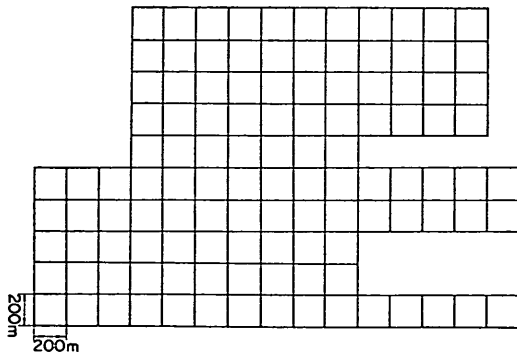


図-5.11 埋立地の平面メッシュ割り

①の方法では、たとえば  $t_1$  時におけるの荷重は、それまでの沈下量  $S_1$  と所定の高さ  $H_1$  を確保するための荷重  $h_1$  との和である。②の方法では、同じ  $t_1$  時におけるの荷重は、それまでの沈下量に関係なく  $h_1$  の荷重となる。これら2つの方法は、埋立の施工管理法によるといえるが、今回のプログラムでは、地盤高を測りながら埋立していくという前提で考え、①の方法に対応できるようにした。

次に沈下によって海水面上の埋立土が水面下に入って浮力分だけ荷重が減るような場合を考える。今回のプログラムでは浮力分を次回の荷重で調整している。図-5.7はその様子を图示したものである。図より明らかにように、 $t$  時間後に所定の高さを確保する場合には、荷

重強度として  $S\gamma'$  (ただし、 $\gamma'$ : 浮力を差し引いた単位体積重量) を足しておけばよい。

(6) 計算結果

沈下量計算は、まずメッシュの中心点で増加応力を求め、各土塊に割りつけた土質定数を用いて、圧密度、各時間における沈下量などを計算する。これらの作業は、各荷重段階ごとに行われる。その結果、深さ方向のすべての土塊の沈下量を重ね合わせることによって、各地点の各時間ごとの沈下量が得られる。

このシミュレーションプログラムでは、計算の初めに、各土塊にある確率分布に従うように、ランダムに土質定数を割り付けている。したがって1回ごとに各土塊の土質定数が異なり、当然、計算される沈下量も異なってくる。つまり、実際に埋立てた場合に出現する沈下量の分布は、これらの計算結果のどれかに対応するかもしれないが、1つを確定することはできない。そこで、同じ条件で何度か計算を行い、各地点での沈下量の確率分布を求めることがシミュレーションプログラムの目的になる。

5.3 計算結果と実測データとの比較

シミュレーションプログラムの妥当性を検討するため、第2章に実態調査結果を示した埋立地の事例について計算を行い、結果を比較した。

(1) 計算条件

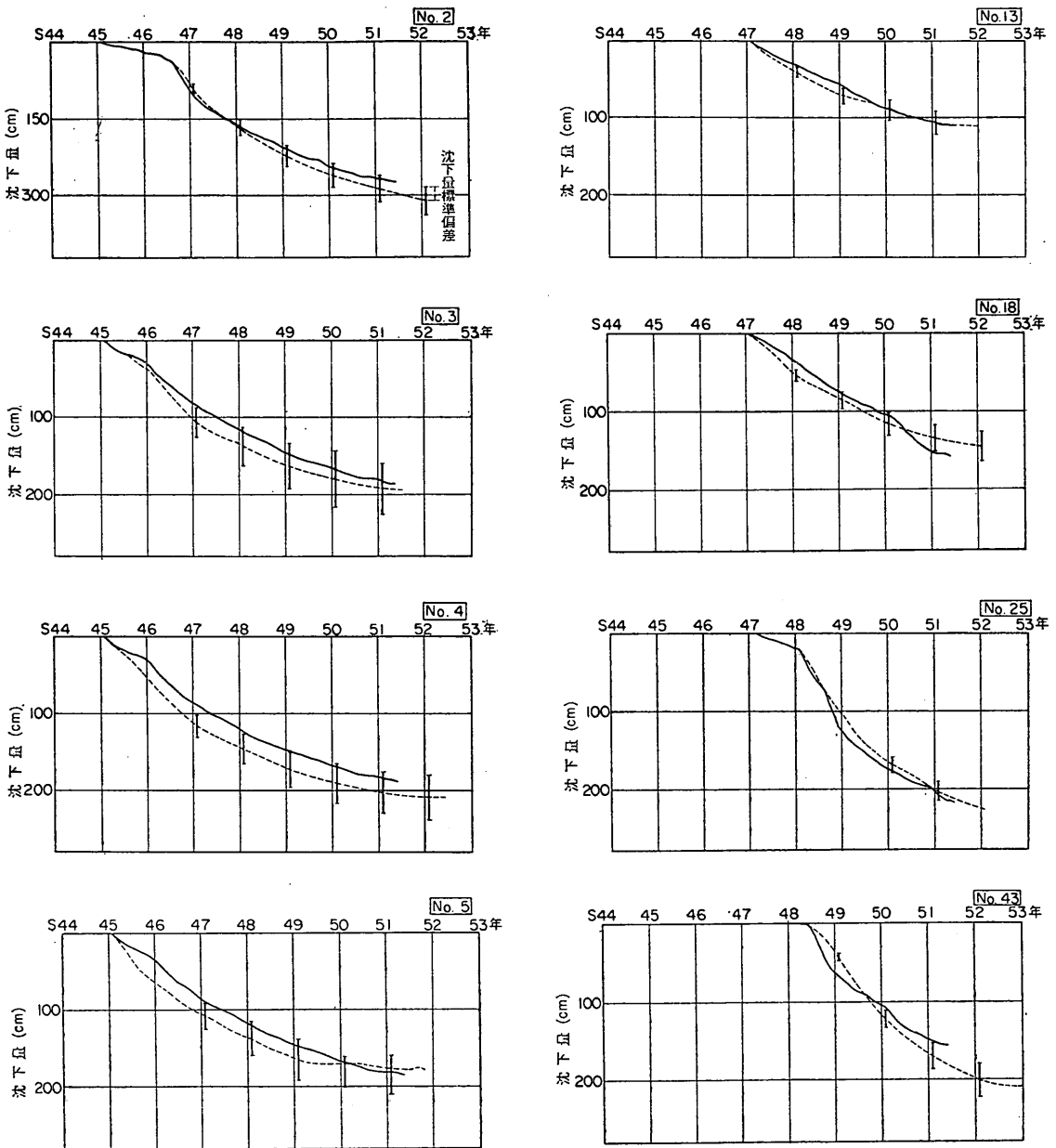


図-5.12 計算沈下量と実測記録との比較

この埋地地は、海を護岸で仕切り、人工島を建設したもので、海底地盤は約12mの軟弱な沖積粘土層と、その下の洪積層で形成されている。図-5.8は、この地域の土質柱状図の一例である（埋立後）。この地質では、洪積層の沈下も無視できないが、洪積粘土に関する土質データが少なかつたため、土質定数のばらつきは沖積粘土のみ考慮し、プログラム内の計算も沖積粘土層についての

み行なった。沈下量は、こうして計算されたものに、洪積粘土層だけの実測された沈下曲線を重ね合わせて求めた。図-5.9は、今回重ね合わせに用いた洪積層の時間～沈下曲線である。なお、沖積粘土層の  $m_v, c_v$  と深度の関係を図-5.10に示す。計算は  $m_v, c_v$  と正規分布すると行なった。

図-5.11は埋地地全体の平面的なメッシュ割りである。

土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定

メッシュは長さ 200m の正方形としたが、これは載荷の単位がほぼこの程度の広さであったこと、計算時間などを考慮して決めた。

荷重条件は、埋立施工記録をもとに、各平面メッシュに載荷された土量を求め、6 か月単位の段階載荷として、約10年間にわたる埋立をモデル化した。

なお、計算は同条件で50回行ない、各地点の沈下量の確率分布を得た。

(2) 計算結果と実測データとの比較

第2章で示した沈下観測記録と、観測点のあるメッシュでの計算結果とを比較した例が図-5.12である。図中、計算値には平均沈下量と標準偏差を示しているが、実測沈下量は、ほぼ(平均沈下量)±(標準偏差)の範囲に入っており、シミュレーションの妥当性を裏付けている。

さて第2章では、各地点の実測値  $\rho_i$  ( $i$  地点における  $t$  期の沈下量) をまとめて整理し、全体としての性質を検討した。そこで、今回のシミュレーションの検証のために、結果を第2章図-2.5と対応するように整理して比較した。その方法は、以下のようである。

第2章で、同じ集合に属するとした観測点が、今回のメッシュ割りで、それぞれ次のようなメッシュ内にあるとする。

- メッシュ 1  $N_1$  個
- メッシュ 2  $N_2$  個
- ...
- メッシュ  $n$   $N_n$  個

(ただし  $\sum N_i = N$  (観測点数))

また、シミュレーションにより各メッシュ内での沈下が各期において次のような確率分布として得られる。

- メッシュ 1  $N(\mu_1^t, \sigma_1^t)$
- メッシュ 2  $N(\mu_2^t, \sigma_2^t)$
- ...
- メッシュ  $n$   $N(\mu_n^t, \sigma_n^t)$

これらから、観測点  $N$  ヶ所全体の  $t$  期における沈下量の平均値(期待値)と分散(期待値)は、次のように求められる。

<平均値>

$$E\left\{\frac{N_1[X_1] + N_2[X_2] + \dots + N_n[X_n]}{N}\right\} = \frac{1}{N}(N_1\mu_1 + N_2\mu_2 + \dots + N_n\mu_n) = \mu^* \quad (2)$$

<分散>

分散の推定は、それぞれの分布形の結合密度関数が決定できないので、便宜上、算術平均して求めた。

$$\sigma^2 = \frac{N_1\sigma_1^2 + N_2\sigma_2^2 + \dots + N_n\sigma_n^2}{N} \quad (3)$$

上述のような整理を行ない、平均沈下量、沈下量標準偏差、変動係数を求めて第2章図-2.5と比較したのが図-5.13である。図をみると沈下測定初期において実測値のばらつきが大きく、大きな変動係数となっている。これは、計算では、載荷を6か月ごとの段階載荷としたが、実際には、各沈下測定点の載荷時期は、もっと短い単位でばらついており、その影響があらわれたと考えられる(3.2を参照)。初期の大きなばらつきを除けば、全体として計算結果は実測値の傾向をうまく再現しているといえる。

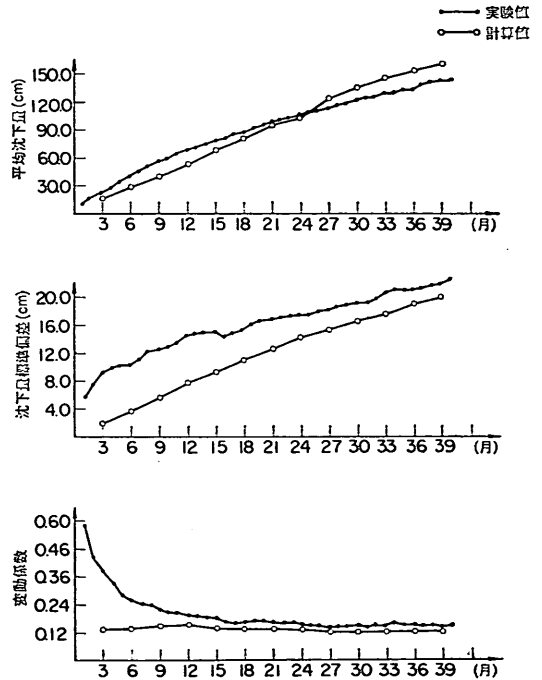


図-5.13 平均沈下量、沈下量標準偏差、沈下量変動係数と時間との関係

これらの検討結果から、今回用いた仮定にもとづく数値シミュレーションを行なうことにより、埋立地の沈下量のばらつきがほぼ予測しうると考えられる。

5.4 不同沈下量の推定

シミュレーションプログラムによって埋立地の各地点の沈下量分布が求められれば、不同沈下量の推定は次のようにして行なうことができる。

図-5.14のように隣接した2点間の沈下量  $S_A, S_B$  の平均値を  $\mu_A, \mu_B$ 、標準偏差を  $\sigma_A, \sigma_B$  とする。AB間の沈下量の差を  $\rho_{AB}$  と定義すると、A, B 点の沈下が統計的に独立に生じる場合、 $\rho_{AB}$  の平均、分散、標準偏差は次のように求められる。



$$\left. \begin{array}{l} \text{平均} \quad E(\rho_{AB}) = |\mu_A - \mu_B| \\ \text{分散} \quad \text{Var}(\rho_{AB}) = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 \\ \text{標準偏差} \quad \sqrt{\text{Var}(\rho_{AB})} = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \end{array} \right\} \quad (31)$$

これらを母数として  $\rho_{AB}$  が正規分布していると仮定すると、 $\rho_{AB}$  は95%の信頼度で、

$$|\mu_A - \mu_B| - 2\sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} < \rho_{AB} < |\mu_A - \mu_B| + 2\sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \quad (32)$$

99.7%の信頼度で、

$$|\mu_A - \mu_B| - 3\sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} < \rho_{AB} < |\mu_A - \mu_B| + 3\sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \quad (33)$$

の範囲にある。

簡単な例として  $\mu_A = 100\text{cm}$ ,  $\mu_B = 120\text{cm}$ ,  $\sigma_A = 20\text{cm}$ ,  $\sigma_B = 25\text{cm}$  として計算してみると、

$$E(\rho_{AB}) = |\mu_A - \mu_B| = 20\text{cm}$$

$$\sqrt{\text{Var}(\rho_{AB})} = \sqrt{20^2 + 25^2} = 32\text{cm}$$

となる。したがって95.5%の信頼度では、

$$-44\text{cm} < \rho_{AB} < 84\text{cm}$$

99.7%の信頼度では、

$$-76\text{cm} < \rho_{AB} < 116\text{cm}$$

である。

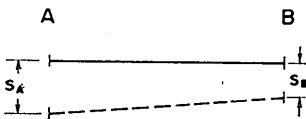


図-5.14 2点間の沈下量の差

沈下を考える2点A, Bが統計的に独立に沈下するという仮定は、2点間の距離が十分に大きい場合にはほぼ妥当であると考えられるが、2点間の距離が短くなると、地盤の剛性の影響や、2点間の地盤の性質の相関性が大きくなることにより、成り立たなくなる。そこで次にこれらの影響について簡単に考察してみる。

地盤上の2点が不同沈下する場合は、必ず地盤のせん断変形を伴うはずである。したがって地盤の剛性により2点間の距離が短くなればなるほど、2点は独立に沈下できないと考えられる。これらの問題を厳密に検討するには、地盤の変形を考慮した三次元圧密解析を行なう必要があるが、ここでは、簡単な仮定に基づいて地盤の剛性の影響を考えてみる。

(1) 地盤の剛性の影響<sup>23)</sup>

図-5.15は、深い層の沈下と表層の沈下との関係を示したものである。図で、区間*i*の表層における沈下を  $S_i$ 、圧縮層での沈下を  $S'_i$  とし、区間*i*の圧縮層が単位量沈下したときの区間*j*の表層での沈下を  $a_{(i-j)}$  とする。 $a_{(i-j)}$  は、圧縮層の沈下が表層の沈下におよぼす影響を表

わす係数である。たとえば  $a_0$  は、ある区間の圧縮層が単位量沈下したときの同じ表層の沈下量であり、 $a_1$  はとなりの表層の沈下量である。

圧縮層の各区間で  $\cdot, \cdot, \cdot, \cdot, S'_{i-2}, S'_{i-1}, S'_i, S'_{i+1}, S'_{i+2}, \cdot, \cdot$  沈下したときの表層の沈下を  $\cdot, \cdot, \cdot, S_{i-2}, S_{i-1}, S_i, S_{i+1}, S_{i+2}, \cdot, \cdot, \cdot$  とすると、

$$S_i = a_0 \cdot S'_i + a_1 \cdot (S'_{i-1} + S'_{i+1}) + a_2 \cdot (S'_{i-2} + S'_{i+2}) + \dots$$

$$S_{i+1} = a_0 \cdot S'_{i+1} + a_1 \cdot (S'_i + S'_{i+2}) + a_2 \cdot (S'_{i-1} + S'_{i+3}) + \dots$$

$$S_{i+1} - S_i = a_0 \cdot (S'_{i+1} - S'_i) + a_1 \cdot (S'_i + S'_{i+2} - S'_{i-1} - S'_{i+1}) + \dots = (a_1 - a_0) \cdot (S'_i - S'_{i+1}) + (a_2 - a_1) \cdot (S'_{i-1} - S'_{i+2}) + \dots$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} (a_{k+1} - a_k) \cdot (S'_{i-k} - S'_{i+k+1}) \quad (34)$$

となる。

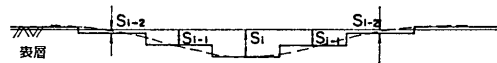


図-5.15 深い層の沈下と表層の沈下

図-5.15 深い層の沈下と表層の沈下

ここで  $S_{i+1} - S_i$  は、2つの隣あった区間の沈下量の差である。もし、2つの区間が全く独立に沈下するとすれば、 $a_0 = 1, a_i (i \neq 0) = 0$  となるので(34)式は、

$$S_{i+1} - S_i = S'_{i+1} - S'_i$$

となる。したがって  $a_{(i-j)}$  は表層と圧縮する層との間の剛性の影響を表わしている。圧縮層における沈下  $S'_i$  の平均値と標準偏差がそれぞれ  $\mu'_i, \sigma'_i$  とすると  $(S_{i+1} - S_i)$  の平均と標準偏差は次のようになる。

平均

$$E(S_{i+1} - S_i) = \sum_{k=0}^{\infty} (a_{k+1} - a_k) \cdot (\mu'_{i-k} - \mu'_{i+k+1}) \quad (35)$$

標準偏差

$$\sqrt{\text{Var}(S_{i+1} - S_i)} = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} (a_{k+1} - a_k)^2 \cdot (\sigma'^2_{i-k} + \sigma'^2_{i+k+1})} \quad (36)$$

簡単な例として、圧縮層の沈下と標準偏差が一定すなわち  $\mu'_i = \mu, \sigma'_i = \sigma$  の場合を考えると、

平均

$$E(S_{i+1} - S_i) = 0$$

標準偏差

$$\sqrt{\text{Var}(S_{i+1} - S_i)} = \sqrt{2} \sigma \cdot \sqrt{\sum_{i=0}^{\infty} (a_{i+1} - a_i)^2} \quad (37)$$

土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定

式で  $\sqrt{2}\sigma$  は、各区間が独立に沈下したときの表層の沈下量差の標準偏差であり、 $K_G = \sqrt{\sum_{i=0}^n (a_{i+1} - a_i)^2}$  は剛性の影響を表している。図-5.16 は、地盤が弾性体であると仮定して  $K_G$  を計算した例である。計算は、2次元有限要素法を用いて行なった。図-5.16 をみると  $K_G$  は1以下であり剛性の影響により標準偏差が減少すること、沈下する幅  $B$  に対して深さ  $D$  が大きいほど標準偏差が小さくなるのがわかる。

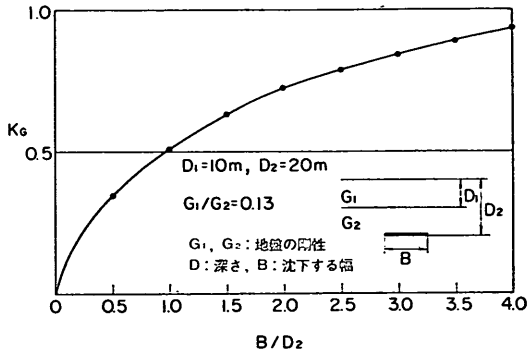


図-5.16 地盤の剛性の影響

前項のシミュレーションでは、各平面メッシュは独立に沈下すると仮定していたが、メッシュの幅が200mで、沈下する粘土層の位置が埋立表層より-15m~-30mなのであまり影響はない。しかし、短い2点間の沈下量差を問題とする場合は、地盤の剛性を考慮しないと不同沈下量を過大評価するといえる。

(2) 地盤の自己相関性による影響<sup>23)</sup>

第4章では、地盤定数の水平方向自己相関を調べ、約50m以上離れた場合はあまり相関が無いという結果を得た。しかし、さらに短い距離間の不同沈下を考える場合は、土質定数の相関性が影響してくると考えられる。圧密に関するパラメータの自己相関性は、データが少いため、はっきりとわからないが、図-4.14のような他の土質定数と同様の傾向を持つと仮定して、自己相関が不同沈下におよぼす影響を検討してみる。一般に自己相関係数を表わす数式は、いくつか提案されているが、図-4.14と同様の傾向を示すと考え、2点A、B間の沈下量の相関係数  $\tau_{AB}$  が、次式で表わされると仮定する。

$$\tau_{AB} = \exp[-(r/b)^2] \quad (3)$$

ここに、 $b$  は相関距離 ( $\tau_{AB}=1/e$  となる距離)、 $r$  は2点間の距離である。一例としてA、Bの沈下量の平均値、標準偏差とともに  $\mu, \sigma$  とすれば、沈下量の差 ( $S_A - S_B$ ) の平均値と標準偏差は、

$$\text{平均値} \quad E(S_A - S_B) = 0$$

$$\begin{aligned} \text{標準偏差} & \sqrt{\text{Var}(S_A - S_B)} \\ & = \sqrt{\sigma^2 + \sigma^2 - 2\tau_{AB}\sigma^2} \\ & = \sqrt{2}\sigma \cdot \sqrt{1 - \tau_{AB}} \end{aligned} \quad (4)$$

となる。上式で、 $\sqrt{2}\sigma$  は、相関が無い場合の標準偏差である。 $\sqrt{1 - \tau_{AB}} = K_c$  とすると、 $K_c$  は距離による相関が沈下量のばらつきにおよぼす影響を示している。図-5.17は  $b=50\text{m}$  のときの  $K_c$  と距離  $r$  との関係を示したものであるが、距離が近づくほど沈下量の差のばらつきは、減少することがわかる。

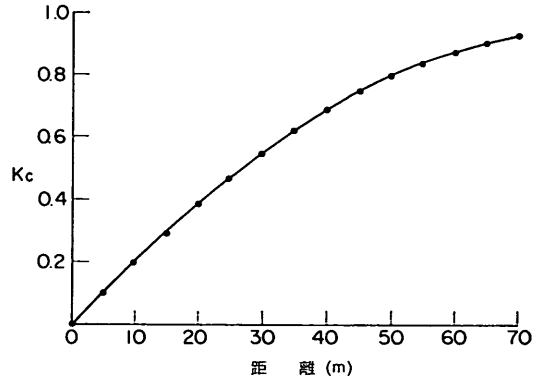


図-5.17 地盤の自己相関の影響

このように、土質定数の自己相関、それによる沈下量の自己相関が大きくなると、地盤の不均一性による不同沈下量は小さくなる。これは、近接した地点間では大きな不同沈下が起こりにくいことを意味する。

図-5.17図を用いれば、距離が近い場合に2点間の沈下量の差のばらつきが減少する程度がわかるが、図-5.17は、式(3)の仮定にもとづくものである。地盤の自己相関の影響を正確に調べるには、より高密度の土質調査を行なって水平方向の土質諸定数の自己相関性を詳細に調べる必要がある。

5.5 第5章のまとめ

地盤の不均一性や施工条件を考慮して、埋立地に生じる沈下のばらつきを計算するシミュレーションプログラムを開発した。ある埋立地についての計算結果は、実測値の傾向をうまく説明しうるものであり、今回用いたシミュレーション手法の妥当性を確認した。このシミュレーション手法によって、埋立地の各地点における沈下量分布が計算できるが、これを用いてさらに不同沈下量を推定する際に問題となる地盤の剛性、地盤の自己相関性の影響について考察し、その補正法を提示した。

## 6. 結 論

港湾構造物に生じている不同沈下の実態調査を行ない、その結果にもとづいて埋立地に生じる不同沈下について数値シミュレーションを行った。その結果、次の結論が得られた。

- 1) 不同沈下の実態調査を行い、不同沈下量の実測データを統計的に分析した結果、以下のことが明らかになった。
  - i) 沈下量の出現のしかたは確率的であり、ほぼ正規分布ないしは対数正規分布で表わすことができる。
  - ii) 沈下量の平均値が時間とともに増加するにつれて、標準偏差も増加する傾向があるが、変動係数は減少ないしは一定値に近づく傾向がある。
  - iii) 埋立地においては、荷重履歴の違いにかかわらず、終局沈下量に近づくにつれて変動係数が一定値に近づく。
- 2) 実態調査の結果から、沈下量のばらつきを確率的に取り扱うことがわかったので、次に一次元圧密の理論式にもとづいて、土質定数、荷重条件のばらつきが沈下量のばらつきにおよぼす影響を調べた。これらの結果、沈下量をばらつかせる要因として、土質定数、載荷時間（載荷時期）のばらつきの影響が大きいことがわかった。
- 3) 港湾地域の土質の圧密に関する諸定数について統計的性質を調べた結果、次のことがわかった。
  - i) 体積圧縮係数  $m_v$  は同一地盤内では正規分布する。圧密係数  $c_v$  は、土質により正規分布または対数正規分布する。
  - ii)  $m_v$  および  $c_v$  の地盤内の自己相関性を調べると、深さ方向にはいずれも4～5m程度まで相関がみられた。水平方向では、 $m_v$  に関しては50m離れると相関が無く、 $c_v$  については200m程度まで相関を示すものもあった。
  - iii) 圧縮指数  $C_c$  は、正規分布する。また圧密降伏応力  $p_v$  は、正規圧密地盤の場合、平均値が深さとともに線形に増加し、同じ深さでは、正規分布している。
- 4) 土質諸定数を確率分布する量として与え、荷重条件の平面的なばらつきを忠実に反映させて沈下量を計算することにより、埋立地の沈下のばらつきを予測する数値解析プログラムを開発した。このプログラムを用いて、ある埋立地について計算した結果は、実測沈下量のばらつきの傾向とほぼ一致した。さらに、この計算結果から2点間の不同沈下量を推定する方法を示し、その際に問題となる地盤の剛性や自己相関性の影

響についてその補正法を提示した。

## 7. あとがき

不同沈下の実態調査結果の分析を手初めとして、埋立地の不同沈下を推定するための数値シミュレーションプログラムを開発し、ほぼ妥当な結果を得た。本研究の成果が、今後の埋立地の造成にあたりいくらかでも役立てば幸いである。

今後の課題として残されたものは多いが、主に次の2点が重要であろう。

- 1) 高密度の土質調査により、地盤内の土質諸定数のより正確な確率モデルを得ること。
- 2) 地盤の沈下のばらつきと構造物の変形との相互作用を考える必要があること。

これからの沈下測定記録などの収集、分析を行いつつ、これらの問題についてさらに研究を進めたいと考えている。

本研究中、不同沈下の実態調査では、第二港湾建設局、第三港湾建設局、第五港湾建設局、神戸市港湾局、大阪市港湾局、横浜市港湾局、日本鋼管株式会社から貴重な資料を提供していただいた。ここに深く感謝の意を表する次第である。また、土質定数の整理においては土性研究室佐藤正春君の手を煩せ、解析の一部に地盤改良研究室田中洋行君の開発した有限要素法プログラムを使用させてもらったことを付記しておく。なお、不同沈下の実態調査、シミュレーションプログラムの開発の一部は、日建設計㈱に委託した。（1981年6月30日受付）

## 参 考 文 献

- 1) 土質部内部資料：構造物の不等沈下分析調査報告書、1978年
- 2) J.R. Benjamin, C.A. Cornell: Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineering, McGraw-Hill, 1970.
- 3) 堤一高, 内河栄作, 半沢秀郎, 島正憲: 軟弱地盤上に投下された砂の状況調査, 土と基礎, Vol. 23, No. 11, 1975年, pp. 57～63.
- 4) J.A. Hooper, F.G. Butler; Some Numerical Results Concerning the Shear Strength of London Clay, Geotechnique, Vol. 16, 1966年, pp. 282～304.
- 5) P. Lumb; The Variability of Natural Soils, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 3, 1966年 pp. 74～97.
- 6) M. Matsuo, A. Asaoka: Probability Models of Undrained Strength of Marine Clay Layer, Soils and Foundations, Vol. 17, No. 3, 1977年, pp. 53～68.
- 7) 川村国夫, 堀内孝英: 信頼性設計のための土質の統

- 計的性質, 土と基礎, Vol. 25, No. 11, 1977年, pp. 11~18.
- 8) R. J. Krizek, R. B. Corotis, and H. H. El-Moursi: Probabilistic Analysis of Predicted and Measured Settlements, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 14, No. 1, 1977年, pp. 17~33
  - 9) 松尾稔, 浅岡頌: 沈下予測に関する統計的考察, 土木学会論文報告集, No. 225, 1974年, pp. 63~74.
  - 10) E.H. Vanmarcke: Probabilistic Modeling of Soil Profiles, Proc. A.S.C.E. Vol. 103, No. GT11, 1977年, pp. 1227~1246.
  - 11) M. Matsuo, A. Asaoka: A Statistical Study on a Conventional "Safety Factor Method", Soils and Foundations, Vol. 16, No. 1, 1976年, pp. 75~90.
  - 12) T.H. Wu, L.M. Kraft: The Probability of Foundation Safety, Proc. A.S.C.E. Vol. 93, No. SM5, 1967年, pp. 213~231.
  - 13) T.H. Wu, L.M. Kraft: Safety Analysis of Slope, Proc. A.S.C.E. Vol. 96, No. SM2, 1970年, pp. 609~630.
  - 14) R.J. Krizek, R.B. Corotis: Probabilistic Approach to Heave of Soft Clay Around Sheetpile Walls, Proc. of 8th I.C.S.M.F.E. Vol. 1, 1973年 pp. 143~150.
  - 15) E.H. Vanmarcke: Reliability of Earth Slope, Proc. A.S.C.E. Vol. 103, No. GT11, 1977年11月 pp. 1247~1265.
  - 16) W.H. Tang: Probabilistic Evaluation of Penetration Resistance, Proc. A.S.C.E. Vol. 105, No. GT10, 1979年, pp. 1173~1191
  - 17) D. Resendiz, I. Herrera: A Probabilistic Formulation of Settlement-Controlled Design, Proc. of 7th I.C.S.M.F.E, Vol. 1, 1969年, pp. 217~225.
  - 18) J.D. Paddilla, E.H. Vanmarcke: Settlement Prediction: A Probabilistic Approach, M.I.T., PB-225 047
  - 19) E.H. Vanmarcke, N. Fuleihm: Probabilistic Prediction of Levee Settlement, Proc. of 2nd International Conference on Application of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, 1975年, pp. 176~190.
  - 20) 小川富美子, 松本一明: 港湾地域における土の工学的諸係数の相関性, 港湾技術研究所報告, Vol. 17, No. 3, 1978年, pp. 3~89.
  - 21) 奥村樹郎, 土田孝: 不同沈下のシミュレーションについて, 第15回土質工学研究発表会講演集, 1980年 pp. 241~244.
  - 22) 中瀬明男, 小林正樹: 圧密における理論と実際, 土と基礎, Vol. 21, No. 11, 1973年, pp. 17~21.
  - 23) 奥村樹郎, 土田孝: 埋立地盤における不同沈下の推定について, 第35回土木学会年次学術講演会概要集, III-51, 1980年, pp. 101~102.

記号表

- $a_{(i-j)}, a_k$ : 地盤の剛性が沈下量によぼす影響を表わす係数  
 $C_c$ : 圧縮指数  
 $\text{Cov}(X, Y)$ : ランダム変量  $X, Y$  の共分散  
 $c_v$ : 圧密係数 ( $\text{cm}^2/\text{min}$ )  
 $e$ : 間げき比  
 $e_0$ : 初期間げき比  
 $E(X)$ : ランダム変量  $X$  の平均 (期待値)  
 $H$ : 粘土層厚 (m)  
 $m_v$ : 体積圧縮係数 ( $\text{cm}^2/\text{kgf}$ )  
 $m_x$ : ランダム変量  $X$  の平均  
 $p$ : 土被り圧を含む載荷荷重 ( $\text{kgf}/\text{cm}^2$ )  
 $p_v$ : 圧密降伏応力 ( $\text{kgf}/\text{cm}^2$ )  
 $\Delta p$ :  $p - p_v$  ( $\text{kgf}/\text{cm}^2$ )  
 $r$ : 2点間の距離 (m)  
 $S$ : 沈下量 (cm)  
 $S_A, S_B$ :  $A$  点,  $B$  点の沈下量 (cm)  
 $S_i$ : 区間  $i$  の圧縮層における沈下量 (cm)  
 $S'_i$ : 区間  $i$  の表層における沈下量 (cm)  
 $t$ : 載荷時間 (day)  
 $T$ : 時間係数  
 $U(T)$ : 時間係数  $T$  における圧密度  
 $V_x$ : ランダム変量  $X$  の変動係数  
 $\text{Var}(X)$ : ランダム変量  $X$  の分散  
 $\mu$ : 沈下量の平均 (cm)  
 $\mu_A, \mu_B$ :  $A$  点,  $B$  点の沈下量の平均 (cm)  
 $\rho_{AB}$ :  $A, B$  間の沈下量の差 (cm)  
 $\sigma$ : 沈下量の標準偏差  
 $\sigma_x$ : ランダム変量  $X$  の標準偏差  
 $\sigma_A, \sigma_B$ :  $A$  点,  $B$  点の沈下量の標準偏差 (cm)

付録 A. (11), (12) 式の誘導<sup>2)</sup>

ランダム変量  $X$  の確率密度関数を  $f(x)$  とすると, その平均 (期待値)  $E(X)$ , 分散  $\text{Var}[X]$  は次のように定義される。

$$m_x = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x) dx \quad (\text{A-1})$$

$$\text{Var}[X] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f_x(x) dx \quad (\text{A-2})$$

ランダム変量が2つ以上ある場合, 共分散  $\text{Cov}[X, Y]$  を次式で定義する。

$$\text{Cov}[X, Y] = E[(x - m_x)(y - m_y)] \quad (\text{A-3})$$

定義よりわかるように,  $E[X]$  は次のような性質を示す。 $a, b, c$  を定数として,

$$E[cX] = cE[X] \quad (\text{A-4})$$

$$E[a + bX] = a + bE[X] \quad (\text{A-5})$$

$$E[g_1(X) + g_2(X)] = E[g_1(X)] + E[g_2(X)] \quad (\text{A-6})$$

ところで,  $\text{Var}[X]$  は  $E[X]$  を用いて次のように表わされる。

$$\text{Var}[X] = E[(X - m_x)^2]$$

$$=E[(X^2-2Xm_x+m_x^2)] \quad (A-7)$$

(A-4)~(A-6) 式を用いると次式のように簡単になる。

$$\text{Var}[X]=E[X^2]-E^2[X] \quad (A-8)$$

(A-8) 式を用いると以下の式が導かれる。

$$\text{Var}[c]=0 \quad (A-9)$$

$$\text{Var}[cX]=c^2 \text{Var}[X] \quad (A-10)$$

$$\text{Var}[a+bX]=b^2 \text{Var}[X] \quad (A-11)$$

(A-3) 式に (A-4)~(A-6) 式を用いると  $\text{Cov}[X, Y]$  は次のようになる。

$$\begin{aligned} \text{Cov}[X, Y] &= E[(X-m_x)(Y-m_y)] \\ &= E[XY]-m_x m_y \end{aligned} \quad (A-12)$$

ここで2つのランダム変数  $X, Y$  の和  $Z$  の平均と分散を考えると、今まで導いた式を用いて次のようになる。

$$E[Z]=E[X+Y]=E[X]+E[Y] \quad (A-13)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[Z] &= E[Z^2]-E^2[Z] \\ &= E[(X+Y)^2]-(E[X]+E[Y])^2 \\ &= E[X^2+2XY+Y^2]-E^2[X] \\ &\quad -2E[X]E[Y]-E^2[Y] \\ &= (E[X^2]-E^2[X])+(E[Y^2]-E^2[Y]) \\ &\quad +2(E[XY]-E[X]E[Y]) \\ &= \text{Var}[X]+\text{Var}[Y]+2\text{Cov}[X, Y] \end{aligned} \quad (A-14)$$

上式で、2つの変数が統計的に独立であり、相関の無い場合は  $\text{Cov}[X, Y]=0$  となるので、

$$\text{Var}[Z]=\text{Var}[X]+\text{Var}[Y] \quad (A-15)$$

さて、ここで  $n$  個のランダム変数  $X_1, X_2, \dots, X_n$  の関数  $Y$  の平均と変動を考える。

$$Y=g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (A-16)$$

上式を多次元 Taylor 展開すると次のようになる。

$$\begin{aligned} Y &= g(m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{x_n}) \\ &\quad + (X_1-m_{x_1}) \frac{\partial g}{\partial X_1} \Big|_m + (X_2-m_{x_2}) \frac{\partial g}{\partial X_2} \Big|_m + \dots \\ &\quad + (X_n-m_{x_n}) \frac{\partial g}{\partial X_n} \Big|_m \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} \Big|_m (X_i-m_{x_i}) \cdot (X_j-m_{x_j}) + \dots \end{aligned} \quad (A-17)$$

[A-17] 式より、 $E[Y]$  を求めると、 $E[X_i-m_{x_i}]=0$  なので、二次の項まで用いて、

$$\begin{aligned} E[Y] &\approx g(m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{x_n}) \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} \Big|_m E[(X_i-m_{x_i})(X_j-m_{x_j})] \\ &= g(m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{x_n}) \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} \Big|_m \text{Cov}[X_i, X_j] \end{aligned} \quad (A-18)$$

となる。

また、一次の項までを用いて  $\text{Var}[Y]$  を求めると、(A-11), (A-14) 式を用いて、

$$\begin{aligned} \text{Var}[Y] &\approx \text{Var} \left( \frac{\partial g}{\partial X_1} \Big|_m \cdot X_1 + \frac{\partial g}{\partial X_2} \Big|_m \cdot X_2 + \dots \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial g}{\partial X_n} \Big|_m \cdot X_n \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial X_i} \Big|_m \frac{\partial g}{\partial X_j} \Big|_m \cdot \text{Cov}[X_i, X_j] \end{aligned} \quad (A-19)$$

となる。

### 付録B. 自己相関係数の求め方

$m_v$  の深度方向の自己相関を考えてみる。

深さ  $Z$  における  $m_v$  の値を  $m_v(Z)$ 、各データ間の距離を  $\Delta Z$  とする。 $m_v(Z)$  の平均値  $\overline{m_v}$  は

$$\overline{m_v} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_v(Z_i)$$

ただし、 $n$  はデータ総数、 $m_v(Z_i)$  は上から深さ方向に  $i$  番目のデータであることを示す。

ここで、

$$e(Z_i) = m_v(Z_i) - \overline{m_v}$$

とすると、 $e(Z_i)$  の分散は次のようになる。

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n e(Z_i)^2 / (n-1)$$

これらをつかって、各距離の自己相関係数は以下のようになる。

$$\tau(\Delta Z) = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^{n-1} e(Z_i) \cdot e(Z_i + \Delta Z) / (n-2)$$

$$\tau(2\Delta Z) = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^{n-2} e(Z_i) e(Z_i + 2\Delta Z) / (n-3)$$

$$\vdots$$

$$\tau(k\Delta Z) = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^{n-k} e(Z_i) \cdot e(Z_i + k\Delta Z) / (n-k-1)$$

### 付録C. $e-\log p$ 曲線の近似法

大型計算機を用いて沈下量を計算するため、 $e-\log p$  曲線を3つのパラメータ、圧縮指数  $C_c$ 、圧密降伏応力  $p_v$ 、初期間げき比  $e_0$  をもとに、直線と放物線で近似する方法を考案した。以下にその方法を説明する。

まず最初に  $e-\log p$  曲線の形状と  $C_c, p_v$  の関係を考えてみる。

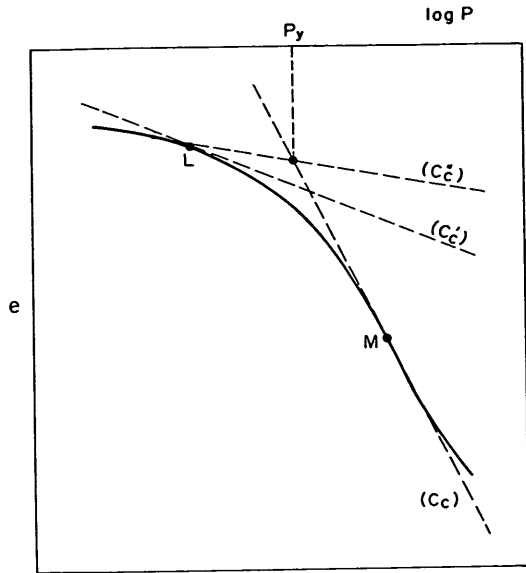
一般に、圧密降伏応力  $p_v$  は Casagrande の提案した図解法によって求められている。しかし、この図解法では  $e$  をプロットするさいのスケールを変えることによって  $p_v$  の値が変化する。この問題を改良するため、三笠<sup>2)</sup> は  $p_v$  の求め方として図C-1に示す方法を提案している。

まず、 $e-\log p$  曲線のうち正規圧密部分に現れる最急

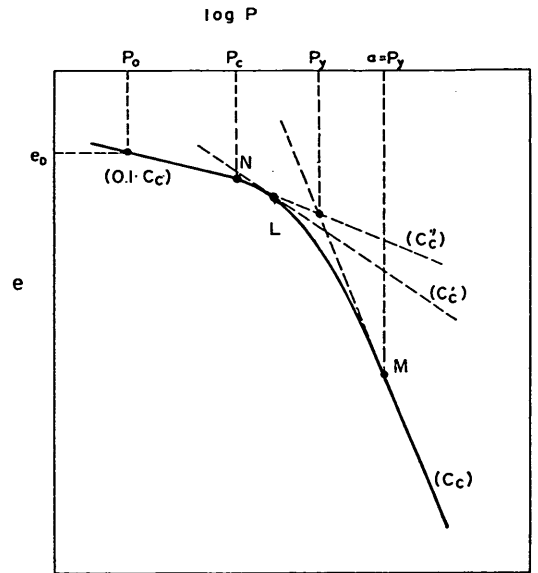
土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定

傾斜の点  $M$  の接線より圧縮指数  $C_c$  を求める。次に、  
 $C'_c = 0.1 + 0.25C_c$  (C-1)  
 より、 $C'_c$  を計算し、傾度  $C'_c$  なる直線と  $e-\log p$  曲線の

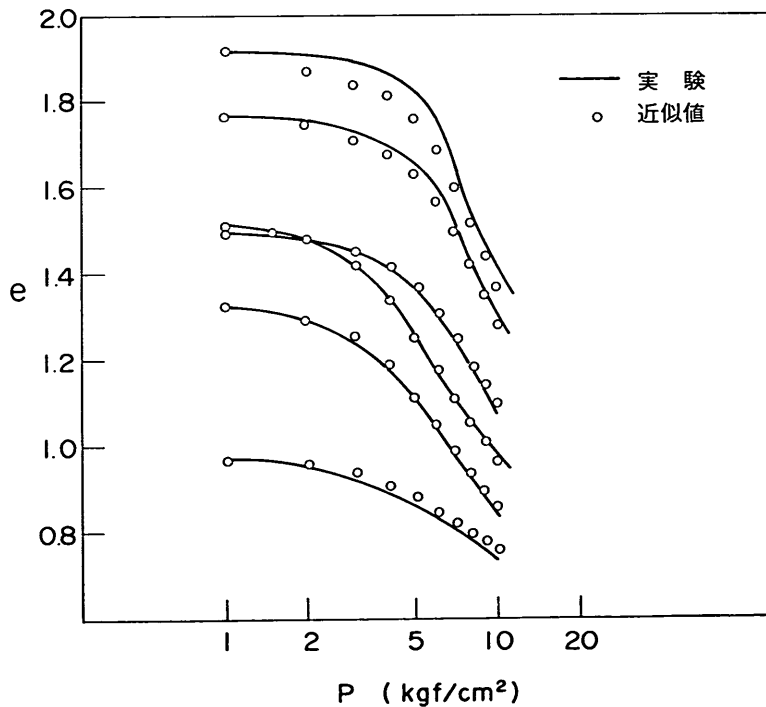
接点  $L$  を求め、さらに  $L$  点を通して傾度  $C''_c$  なる直線を描き、この直線とはじめに求めた  $C_c$  の直線との交点を  $p_v$  とするものである。 $C''_c$  は次式で求められる。



図C-1 三笠による  $p_v$  の求め方



図C-2 今回用いた仮定



図C-3 近似式による  $e-\log p$  曲線と実際の  $e-\log p$  曲線との比較

$$C'_c = 0.5C'_c \quad (C-2)$$

中瀬ら<sup>3)</sup>は、三笠の方法によって求めた  $p_v$  と普通の方眼紙を用いて Casagrande の方法によって求めた  $p_v$  とが、ほぼ一致することを報告している。したがって逆にいえば、通常の Casagrande 法によって求められた  $p_v$  と  $e \sim \log p$  曲線との間には、(C-1)式、(C-2)式のような関係がほぼ成立しているといえる。

そこで、今回は以下の仮定にもとづき図C-2のように  $e \sim \log p$  曲線を近似した。

- (1) 図C-1の  $M$  点での圧密圧力を  $\alpha \cdot p_v$  とする。すなわち圧密圧力が  $p_v$  の  $\alpha$  倍になるときに  $e \sim \log p$  曲線の傾きが  $C_c$  になるとする。
- (2) 圧密圧力  $p$  が  $\alpha \cdot p_v$  よりも大きくなると  $e \sim \log p$  関係は傾き  $C_c$  の直線となる。また、 $e \sim \log p$  関係の傾きが  $C_c$  の  $\frac{1}{10}$  になるところを  $N$  点とし、 $N$  点の圧密圧力よりも  $p$  が小さい部分では  $e \sim \log p$  関係は傾きが  $0.1C_c$  である直線とする。
- (3)  $M, N$  間の  $e \sim \log p$  関係は放物線とし、 $M, N$  点では、いずれも直線となめらかに接する。
- (4)  $M, N$  間の放物線で近似した  $e \sim \log p$  曲線に三笠の方法を適用して求めた  $p_v$  が、実際の  $e \sim \log p$  曲線から Casagrande の方法で求めた  $p_v$  に等しくなるものとする。
- (5) 2本の直線と放物線で近似される  $e \sim \log p$  曲線は、ある圧密圧力  $p_0$  において間げき比  $e=e_0$  となる。

これらの仮定を用いれば、 $C_c, p_v, e_0$  および  $\alpha$  によって  $e \sim \log p$  曲線を2本の直線と放物線で近似できる。 $e_0$  として圧密圧力  $p_0 = 1 \text{ kgf/cm}^2$  のときの間げき比をとり、 $e_0$  が傾き  $0.1C_c$  の直線部分にある場合は、 $e \sim \log p$  曲線は次式で表わされる。

(i)  $p \leq p_c$  のとき

$$e = e_0 - 0.1C_c \log p$$

(ii)  $p_c \leq p \leq \alpha p_v$  のとき

$$e = A(\log p)^2 + B(\log p) + C$$

(iii)  $\alpha p_v \leq p$  のとき

$$e = -C_c \log p + A(\log \alpha p_v)^2 + (B + C_c)(\log \alpha p_v) + C$$

ここに

$$A = \frac{C_c(C'_c - C)}{2 \log \alpha (2C_c - C'_c)}$$

$$B = -C_c - 2A \{ \log(\alpha p_v) \}$$

$$C = e_0 - (0.1C_c + B) \log p_c$$

$$- A(\log p_c)^2$$

$p_c$  は  $e \sim \log p$  関係が直線から放物線に変わる  $N$  点 (図C-2) の圧力であり、次式で求められる。

$$p_c = 10^{-\frac{0.1C_c + B}{2A}}$$

また、 $C'_c$  は (C-1) 式より与えられる。

(C-3)

近似した  $e \sim \log p$  曲線と実際の  $e \sim \log p$  曲線との比較例が図C-3である。ここに示した  $e \sim \log p$  曲線は、大阪湾の洪積粘土試料を用いて標準圧密試験を行なった結果である。なおこの例では  $\alpha = 1.5$  として計算した。図をみると、全体として近似計算値は実験値とほぼ一致しており、今回用いた試料に関しては、近似法として有効であることがわかった。

なお、ここで用いた近似法が、一般の土について十分な適用性を持つかどうかは、今後の検討が必要である。

#### 参考文献

- a) 三笠正人：圧密試験の整理法について，土木学会第19回年次学術講演会講演概要，1964年
- b) 中瀬明男，小林正樹，兼近明男：過圧密土の圧密特性，港湾技術研究所報告，Vol. 12, No. 1, 1973年，pp. 123~139.