

運輸省港湾技術研究所

港湾技術研究所 報告

REPORT OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH
INSTITUTE

MINISTRY OF TRANSPORT

VOL. 19

NO. 3

SEPT. 1980

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



港湾技術研究所報告 (REPORT OF P.H.R.I.)

第19巻 第3号 (Vol. 19, No. 3), 1980年9月 (Sept. 1980)

目 次 (CONTENTS)

1. Oxygen Uptake by Resuspended Sediments
…Kiyoshi HOSOKAWA, Eiichi MIYOSHI and Tsuyoshi HORIE…… 3
(再浮遊した底泥の酸素消費実験……細川恭史・三好英一・堀江 毅)
2. 波高計群による方向スペクトルを用いた反射波推定法の検討
……合田良実……37
(Examination of the Resolution of Incident and Reflected Wave by
Means of Directional Spectra with a Wave Gauge Array……Yoshimi GODA)
3. 大型く(矩)形浮体の波浪中の動揺と係留力に関する研究(第1報)
—模型実験による検討—……高山知司・永井紀彦・菊地 治・諸石一幸……71
(Motions and Mooring Forces of a Rectangular Floating Body in
Wave (1st report)……Tomotsuka TAKAYAMA, Toshihiko NAGAI
Osamu KIKUCHI and Kazuyuki MOROISHI)
4. 大型く(矩)型浮体の波浪中の動揺と係留力に関する研究(第2報)
—数値シミュレーション手法について—……上田 茂・白石 悟…… 105
(Motions and Mooring Forces of a Rectangular Floating Body in
Wave (2nd report)……Shigeru UEDA and Satoru SHIRAIISHI)
5. 繰り返し荷重を受ける鉄筋コンクリートばりの疲労強度(第2報)
……上田 茂・小島 晃…… 145
(Study on Fatigue of Reinforced Concrete Beams
……Shigeru UEDA and Akira KOZIMA)
6. 係船岸におけるたわみ性控え工の設計法に関する研究……松並仁茂…… 191
(Studies on the Design Method of Flexible Anchorages of the
Quaywall……Hitoshige MATSUNAMI)

2. 波高計群による方向スペクトルを用いた 反射波推定法の検討

合 田 良 実*

要 旨

海の波の方向スペクトルは波浪の基本的性質を表示するものである。その観測方法の一つは波高計群による波形の同時観測であり、記録の解析手法として最ゆう(尤)法が分解能の高さで注目されている。そこで、不規則波形の数値シミュレーション手法を用いて波高計群による方向スペクトル観測に対する最尤法の適用性を検討した。この結果、自由な進行波については方向スペクトルの再現性が良く、二つの波群が重畳している状態でも的確に識別できることが確認された。ただし、波エネルギーの方向集中度が低い場合には再現性が低下し、また不規則波に特有な統計的変動性の影響を強く受けるなどの短所がある。

方向スペクトル観測の一つの応用は、構造物による反射波の検出である。しかしながら、重複波においては入・反射波の間に一定の位相関係が存在するために干渉効果が現われ、方向スペクトルによる入・反射波の分離性能が低下することが明らかになった。このため、方向スペクトルを用いた反射波の推定には限界があり、新しい解析理論の展開が望まれる。

波高計群による方向スペクトル観測は1976年12月に仙台港南防波堤前面で4台の波高計直線列を用いて実施された。この解析結果では、防波堤による反射波は周波数帯の一部にしか確認できず、0.06~0.09Hzの低周波数帯では防波堤に平行に進行する沿い波の存在が示唆された。

* 水工部長

2. Examination of the Resolution of Incident and Reflected Waves by Means of Directional Spectra with a Wave Gauge Array

Yoshimi GODA*

Synopsis

Directional spectra are the fundamental properties of sea waves. One of the observation methods of directional wave spectra is the analysis of simultaneous wave profile records obtained with a wave gauge array. The maximum-likelihood-method (MLM) is claimed to be quite effective in estimating directional spectra because of its high directional resolution power. The present report examines the applicability of the MLM with numerically simulated profiles of two-dimensional irregular waves. For free progressive waves, the MLM reproduces the directional spectra of simulated waves quite well and is capable of resolving two wave groups superimposed each other. Caution should be paid however to the fact that the reproduction of directional spectra with very broad spreading by the MLM is fair and the statistical variability of irregular waves affects rather strongly the results of analysis by the MLM.

Detection of reflected waves from a structure is a practical application of directional spectral analysis. Numerical examination reveals however that the existence of certain phase relation between incident and reflected wave components in the standing wave system interferes with the resolution of incident and reflected directional spectra, causing a decrease in the directional resolving power of wave gauge array. There exists therefore a limitation in the resolution of incident and reflected waves by means of directional spectra; a new theory of wave resolution should be developed by taking account of the condition of standing wave system.

Observation of directional wave spectra was made in December 1976 in front of the south breakwater of caisson type of New Sendai Port with a line array of four wave sensors of inverted echo-sounder type. Analysis of the records indicates that the waves reflected by the breakwater can be recognized in a certain frequency range only and there seem to exist the wave components moving parallel to the breakwater in the frequency range of 0.06 to 0.09 Hz.

* Director of the Hydraulic Engineering Division

目 次

要 旨	37
1. ま え が き	41
2. 方向スペクトルの推定理論	41
2.1 方向スペクトルとクロススペクトルの関係	41
2.2 直接フーリエ変換法	42
2.3 最 尤 法	44
2.4 方向分解能の理論値	44
3. 進行波に対する波高計群の分解能	46
3.1 波高計の配置方法	46
3.2 数値シミュレーション手法	47
3.3 クロススペクトルの統計的変動性	48
3.4 一方向不規則波に対する分解能	49
3.5 二方向不規則波に対する分解能	54
4. 斜め重複波に対する波高計群の分解能	56
4.1 1次元不規則波の反射波の分解能	56
4.2 2次元不規則波の反射波の分解能	58
5. 仙台港における反射波の観測	60
5.1 観測状況	60
5.2 方向スペクトルの解析結果	62
5.3 反射波の検出に関する考察	65
6. む す び	67
参 考 文 献	68
主 要 記 号 表	69

1. まえがき

近年は海の波についての理解が深まり、不規則に変化する波形をスペクトルの概念を用いて把握するのが一般的になりつつある。港湾においても、防波堤による波の回折や港内静穏度の問題など、波のエネルギーが周波数および方向角に対して分布している状態を表示する方向スペクトルの導入が標準となっている。

ところで、海の波の方向スペクトルは未だ十分に観測されているとはいえない。これは、方向スペクトルの観測が多額の経費と努力を必要とするためである。発達した風波については、光易ほか¹⁾がグローブ型ブイを用いて綿密な計測を行ない、既往の幾つかの観測成果を総合した上で、風波の方向スペクトルの標準形の提案を行なっている。また、山口ほか²⁾は琵琶湖において8台の波高計の同時観測によって風波の方向スペクトルを解析している。このほかにも、幾つかの観測成果が報告されているもののデータが不十分であり、うねりについては不明のままである。

波の方向スペクトルの観測には数種類の方法が試みられている³⁾。波を直接計測する方法として、数台の波高計群 (wave gauge array) による波形の同時観測、特殊なブイを使つての水位・水面勾配・曲率の同時観測、波高計と2方向流速計の併用による水位と水粒子速度の同時観測などが用いられ、このほか写真あるいは電波を使用したリモートセンシング法も利用されている。

このように幾つもの方法があることは、それだけ方向スペクトル観測のむづかしさを反映しているともいえる。その中でも、波高計群方式は一定地点で定常的に観測できる利点があり、また方向スペクトル推定の論理的基礎が明確であるため、早くからいろいろ検討されてきた。波高計の同時波形記録から方向スペクトルを推定するには、Barber⁴⁾の提示した直接フーリエ変換法 (Direct Fourier Transform Method または DFT) が標準的に使われてきた。しかし、この方法では分解能が低いなどの短所があり、このため Borgman⁵⁾ や Panicker⁶⁾ はパラメータ法と称する方法を提案しており、山口^{8), 9)} は数値シミュレーションで種々検討した結果からこの方法を推奨している。

一方、Capon^{10), 11)} は一般に波数空間スペクトルの解析には最ゆう (尤) 法 (Maximum Likelihood Method または MLM) が非常に優れた結果をもたらすことを示唆した。波浪の方向スペクトルについても、Chou ほか¹²⁾、Regier と Davis¹³⁾ などが適用し、好結果を得ている。最尤法は方向分解能が高いことが特長で、このこと

は数値シミュレーションによって検証されている¹⁴⁾⁻¹⁷⁾。

ところで、方向スペクトルの観測は波浪の特性を解明する上で欠かせないものであるが、工学的な面からも防波堤や岸壁などによる反射波の検出に効果的であると考えられてきた。すなわち、方向スペクトルが波のエネルギーの方向分布を表わす以上、入射波と反射波のそれぞれの方向に対応して波のエネルギーが分離できる筈である。上床ほか¹⁸⁾ は実際に奈多海岸 (福岡県) で構造物の反射率の観測を試みている。

こうした反射波の検出においては進行波の観測以上に高い分解能が要求されるので、最尤法はこの点からも有力な解析手段を提供すると考えられた。5. で述べるように、仙台港では防波堤の反射波を波高計群による方向スペクトルを用いて検出することが試みられ、その際には最尤法による解析が採用された。採用にあたっては、最尤法の適用性について各種の数値シミュレーション波形を用いて検討を加え、最尤法の優れた性能を確認している。この過程の中で、方向スペクトルの解析による入・反射波の分離については本質的な限界があることが見出され、当初の狙いが外れる結果となった。その意味では失敗であるけれども、方向スペクトルの解析、特に反射波推定における問題点の指摘という意味で今後の研究の参考になるのではないかと考え、報告する次第である。

2. 方向スペクトルの推定理論

2.1 方向スペクトルとクロススペクトルの関係

(1) 不規則波形の表示

海の波が微小な無数の成分波の重畳であると考えるとき、波の形は式(1)のように表示することができる¹⁹⁾。

$$\eta = \eta(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos(k_m x \cos \theta_m + k_m y \sin \theta_m - 2\pi f_m t + \varepsilon_m) \quad (1)$$

ここに、 η は平均水位からの水面の上昇量、 x, y は平面座標、 t は時間、 a_m は振幅、 k_m は波数、 θ_m は m 番目の成分波が進んで行く方向と x 軸のなす角 (反時計回り)、 f_m は周波数、 ε_m は位相遅れ角である。各成分波は自由な進行波であつて、波数と周波数の間には次の分散関係式が保持されているものとする。

$$4\pi^2 f_m^2 = g k_m \tanh k_m h \quad (2)$$

ただし、 g は重力の加速度、 h は水深である。

成分波の振幅 a_m は個々には微量であるけれども、周波数および方向角の微小範囲にわたつてその自乗和 (すなわちエネルギーに比例した量) を求めると、有限でかつ確定した値をとる。この値は周波数および方向角

に依存するのでこれを $S(f, \theta)$ と表わす。すなわち、

$$\sum_f^{f+df} \sum_\theta^{\theta+d\theta} \frac{1}{2} a_n^2 = S(f, \theta) df d\theta \quad (3)$$

ここに定義される関数 $S(f, \theta)$ が方向スペクトル密度関数あるいは単に方向スペクトルと呼ばれるものである。

方向スペクトルはまた、周波数 f の代りに波数 k の関数として表示することができる。すなわち、

$$\sum_k^{k+dk} \sum_\theta^{\theta+d\theta} \frac{1}{2} a_n^2 = S_k(k, \theta) dk d\theta \quad (4)$$

ここに、 $S_k(k, \theta)$ は波数表示の方向スペクトルである。式(3)、(4)の二つの表示は周波数 f と波数 k との間に式(2)で表わされる一義的な関係が存在することによって相互に変換可能である。

(2) 波形の共分散関数

ここで、平面的不規則波形について次のような関数を定義する。

$$\Psi(X, Y, \tau) = \lim_{x_0, y_0, t_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{x_0 y_0 t_0} \int_{-\frac{x_0}{2}}^{\frac{x_0}{2}} \int_{-\frac{y_0}{2}}^{\frac{y_0}{2}} \int_{-\frac{t_0}{2}}^{\frac{t_0}{2}} \eta(x, y, t) \eta(x+X, y+Y, t+\tau) dx dy dt \quad (5)$$

これは平面的に (X, Y) だけ離れた地点の時刻 τ だけずれた波形との間の相関関数であるが、海の波については波形の平均値が 0 となるように定義されているので、この場合は共分散関数と呼ばれる。

式(5)に式(1)の波形の表示式を代入して演算を進め、式(4)の関係を利用すると、共分散関数 $\Psi(X, Y, \tau)$ は方向スペクトルを用いて式(6)のように表わされる²⁰⁾。

$$\Psi(X, Y, \tau) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} S_k(k, \theta) \cos(kX \cos \theta + kY \sin \theta - \sigma\tau) d\theta dk \quad (6)$$

ただし、 σ は角周波数 ($=2\pi f$) である。

波数 k と方向角 θ による方向スペクトルの表示は、一種の極座標表示であり、これは式(7)の関係によって (u, v) の直交座標系に変換可能である。

$$u = k \cos \theta, \quad v = k \sin \theta \quad (7)$$

この直交座標表示を用いると、共分散関数と方向スペクトルの間には多変数フーリエ変換および逆変換の定理²¹⁾により次の関係があることが導かれる。

$$\Psi_0(X, Y, \tau) = \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty S_k(u, v, \sigma) \exp [i(uX + vY - \sigma\tau)] du dv d\sigma \quad (8)$$

$$S_k(u, v, \sigma) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \Psi_0(X, Y, \tau) \exp [-i(uX + vY - \sigma\tau)] dXdYd\tau \quad (9)$$

なお、 Ψ_0 および S_k の添字 0 は各関数を $-\infty < \tau < \infty$, $-\infty < \sigma < \infty$ の two-sided の領域で定義していることを示すためのものである。

(3) 共分散関数とクロススペクトルの関係

いま、式(5)の共分散関数の定義において X と Y を固定して考える。これは、 (x, y) および $(x+X, y+Y)$ の 2 地点で水位の時間変化を観測した場合に相当する。このときの共分散関数を Ψ' で表わすと、

$$\Psi'(\tau | X, Y) = \lim_{t_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_0} \int_{-\frac{t_0}{2}}^{\frac{t_0}{2}} \eta(t | x, y) \times \eta(t + \tau | x+X, y+Y) dt \quad (10)$$

この Ψ' に対しては、フーリエ変換の定理によって次の関数 $\Phi_0(f | X, Y)$ を定義することができる。

$$\Phi_0(f | X, Y) = \int_{-\infty}^\infty \Psi'(\tau | X, Y) \exp[-i2\pi f\tau] d\tau \quad (11)$$

$$\Psi'(\tau | X, Y) = \int_{-\infty}^\infty \Phi_0(f | X, Y) \exp[i2\pi f\tau] df \quad (12)$$

関数 $\Phi_0(f | X, Y)$ はクロススペクトルと呼ばれていて、実数部 C_0 と虚数部 Q_0 を持つ。すなわち、

$$\Phi_0(f | X, Y) = C_0(f | X, Y) - iQ_0(f | X, Y) \quad (13)$$

: $-\infty < f < \infty$

ここに、

$$C_0(f | X, Y) = \int_{-\infty}^\infty \Psi'(\tau | X, Y) \cos 2\pi f\tau d\tau \quad (14)$$

$$Q_0(f | X, Y) = \int_{-\infty}^\infty \Psi'(\tau | X, Y) \sin 2\pi f\tau d\tau \quad (15)$$

この $C_0(f)$ はコ・スペクトル、 $Q_0(f)$ はクォドラチャ・スペクトルと呼ばれている。

(4) クロススペクトルと方向スペクトルの関係

ここで、式(9)に立ち戻り、右辺の 3 重積分のうちまず τ に関するものを先に実行する。すなわち、 τ に関する積分の間は X と Y は固定値と見なす。そうすると、 Ψ_0 と Ψ' は同等であり、式(11)の関係を利用することにより、次式が導かれる。

$$S_k(u, v | f_0) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \Phi_0^*(f_0 | X, Y) \times \exp[-i(uX + vY)] dXdY \quad (16)$$

ただし、 Φ_0^* はクロススペクトル Φ_0 の共役複素数 ($=C_0 + iQ_0$) である。また、この積分において周波数 f_0 は特定されているものとして取り扱われている。

式(16)は、平面上で十分密に配置された無数の点で波形の同時観測記録が得られたとすれば、それらの各地点の組合せごとにクロススペクトルを計算することによって方向スペクトルが求められることを意味している。しかしながら、これは現実には不可能であり、いかにして有限個数の観測地点の記録から方向スペクトルを推定するかが実際の課題となる。

2.2 直接フーリエ変換法

上述の課題に対して Barber¹⁾ は式(16)の積分を実際に

観測された地点の値のみを用いる級数で置き換えることを提案した。すなわち、

$$\hat{S}_{k_0}(u, v | f_0) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} \Phi_0^*(f_0 | X_{ij}, Y_{ij}) \times \exp[-i(uX_{ij} + vY_{ij})] \quad (17)$$

ここに、 N は同時観測地点の数であり、 X_{ij} 、 Y_{ij} は i 番目と j 番目の地点の x および y 座標の距離である($X_{ij} = X_j - X_i$ および $Y_{ij} = y_j - y_i$)。また、 w_{ij} は重みであって、次の値が与えられた。

$$w_{ij} = \begin{cases} 1 & : i \neq j \\ 1/N & : i = j \end{cases} \quad (18)$$

なお、 \hat{S}_{k_0} の頂部の \wedge 型の記号は推定値であることを示すためのものである。この推定法はPanicker¹⁾によって直接フーリエ変換法と呼ばれている。

式(17)はクロススペクトルの一般的性質を用いることにより、次のように実数値で表示できる。ただし、重み関数は式(18)の場合である。

$$\hat{S}_{k_0}(u, v | f_0) = \frac{1}{(2\pi)^2} \{ C_0(f_0 | 0, 0) + 2 \sum_{n=1}^M [C_n(f_0 | X_n, Y_n) \cos(uX_n + vY_n) + Q_n(f_0 | X_n, Y_n) \sin(uX_n + vY_n)] \} \quad (19)$$

ここに、 M は観測地点2個ずつの組合せの数であり、 $M = N(N-1)/2$ である。なお、式(19)の X_n, Y_n は観測地点の n 番目の組合せにおける x および y 座標間の距離である。

式(17)、(19)で推定される方向スペクトルは波数・周波数空間表示のものである。しかし、工学的には波数 k と周波数 f との間に式(2)の分散関係式が成立していることを前提として、式(3)の周波数・方向角表示が行なわれる。そして、方向スペクトル $S(f, \theta)$ をエネルギー密度の単位を持つ周波数スペクトル $S(f)$ と、方向角に対するエネルギーの相対的分布を表わす無次元量の方向関数 $G(\theta | f)$ の積として表わす。すなわち、

$$S(f, \theta) = S(f) \cdot G(\theta | f) \quad (20)$$

そして、方向関数については次の正規化条件が課せられる。

$$\int_{-\pi}^{\pi} G(\theta | f) d\theta = 1 \quad (21)$$

この周波数・方向角表示の方向スペクトルと波数・周波数表示のものとの間には、式(2)を媒介とした比例関係が存在する。また、周波数スペクトルの推定値はその定義からコ・スペクトルを用いて

$$S(f_0) = 2C_0(f_0 | 0, 0) \quad (22)$$

と表示できる。ただし、クロススペクトルを $0 < f < \infty$

で定義するときは $S(f_0) = C(f_0 | 0, 0)$ である。したがって、方向関数の推定値は次のように表わされることになる。

$$\hat{G}(\theta | f_0) = \alpha \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} \Phi_0^*(f_0 | X_{ij}, Y_{ij})}{C_0(f_0 | 0, 0)} \times \exp[-i(kX_{ij} \cos \theta + kY_{ij} \sin \theta)] \quad (23)$$

ここに、 α は式(23)の条件を満足させるための比例係数である。重み関数 w_{ij} として式(18)を用いるときは

$$\hat{G}_1(\theta | f_0) = \alpha \{ 1 + 2 \sum_{n=1}^M [C_n(f_0 | X_n, Y_n) \times \cos(kX_n \cos \theta + kY_n \sin \theta) + Q_n(f_0 | X_n, Y_n) \sin(kX_n \cos \theta + kY_n \sin \theta)] \} \quad (24)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} C_n(f_0 | X_n, Y_n) &= \frac{C_n(f_0 | X_n, Y_n)}{C_0(f_0 | 0, 0)} \\ Q_n(f_0 | X_n, Y_n) &= \frac{Q_n(f_0 | X_n, Y_n)}{C_0(f_0 | 0, 0)} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

なお、実際の測定においては波の統計的変動性などのために、 $C_0(f_0 | 0, 0)$ の値が観測地点ごとに僅かながら異なる。このため、本報告では式(25)の計算に際して次式のような波高計の対ごとの幾何平均を用いている。これにより、後述のクロススペクトルの統計的変動性の影響を若干ながら減少させることができた。

$$C_0(f_0 | 0, 0) = [C_0(f_0 | X_{ii}, Y_{ii}) C_0(f_0 | X_{jj}, Y_{jj})]^{1/2} = [C_0(f_0 | 0, 0)_i C_0(f_0 | 0, 0)_j]^{1/2} \quad (26)$$

この式(24)による直接フーリエ変換法は、方向関数の推定値の一部が負の値を取るのが普通である。特に波のエネルギーが特定の方向に集中しているとき、負値の出現が顕著である。海の波の場合には主方向を検出するだけでなく、各方向におけるエネルギー分布を知ることが重要である。方向関数の負値、すなわち負のエネルギーはあり得ないので、計算結果は平滑化あるいは負値の切り捨てを行なう必要がある。フィルターによる平滑化は方向分解能を低下させる短所があり、負値の切り捨ては式(2)の正規化条件のために正值の部分が誇張されやすい。

この解決法の一つは、重み関数を導入しないこと、すなわち $w_{ij} \equiv 1$ とすることである。これによる方向関数の推定値を $\hat{G}_2(\theta | f_0)$ とすると、

$$\hat{G}_2(\theta | f_0) = \alpha \{ N + 2 \sum_{n=1}^M [C_n(f_0 | X_n, Y_n) \times \cos(kX_n \cos \theta + kY_n \sin \theta) + Q_n(f_0 | X_n, Y_n) \sin(kX_n \cos \theta + kY_n \sin \theta)] \} \quad (27)$$

となる。この方法でも方向関数が負値をとることがあり得るが、例外的な場合である。 $\hat{G}_1(\theta | f_0)$ に比べて波の主方向の集中度がやや低下し、計算上現われる見掛けの

2次ピーク（サイドローブと称する）が相対的にやや強まる短所がある。しかし、式(2)の正規化条件の下に方向関数を推定するには負値の非出現性が何よりも望ましいため、本報告では直接フーリエ変換法による方向関数の推定値としては式(2)を用いることとした。なお、この方式は Oakeley と Lozow^{(6), (7)} が最尤法との比較の際に用いたものである。

2.3 最尤法

最尤法による方向スペクトルの推定は、もともと地震あるいは地下爆発による地震波の検出用に考案され⁽⁶⁾、それが Capon⁽¹¹⁾ によって一般化されたものである。この方法では、方向スペクトルの推定値が次式で与えられる。

$$\hat{S}_k(u, v | f_0) = \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Phi_{ij}^*(f_0) \exp[-i(kX_{ij} \cos \theta + kY_{ij} \sin \theta)] \right\}^{-1} \quad (28)$$

ただし、 Φ_{ij}^* は共役クロススペクトル $\Phi_{ij}^* = C_{ij} + iQ_{ij}$ (ただし、 $0 < f < \infty$ で定義) で構成される複素行列の逆行列の (i, j) 成分である。ここに、 $C_{ij} = C(f_0 | X_{ij}, Y_{ij})$ 、 $Q_{ij} = Q(f_0 | X_{ij}, Y_{ij})$ である。

この推定スペクトルを周波数・方向角表示に変換するには、方向関数を次式で推定すればよい。

$$\hat{G}_s(\theta | f_0) = \frac{\alpha}{\hat{S}(f_0)} \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Phi_{ij}^*(f_0) \exp[-i(kX_{ij} \cos \theta + kY_{ij} \sin \theta)] \right\}^{-1} \quad (29)$$

ここに、 $\hat{S}(f_0)$ は N 台の波高計から得られる周波数スペクトルの平均値である。実際の計算においては、クロススペクトル Φ_{ij} をあらかじめ $1/\hat{S}(f_0)$ を用いて無次元化しておく方がよい。それも式(29)に示した (i, j) の組ごとの幾何平均を用いることによって比較的変動性の少ない結果が得られることが数値シミュレーションによって確かめられる。

方向スペクトルの推定はあらかじめ特定した周波数ごとに行なうのであるが、この際にどのような周波数について計算すべきかの問題がある。クロススペクトルを高速フーリエ変換法 (FFT) で求めると、波形データの個数を N_0 として、原理的には $N_0/2$ の数の周波数について求めることができる。しかし、不規則現象の統計的変動性からいって、それでは推定結果の信頼性が非常に低くなり、実際的ではない。したがって、FFT 法による場合には数十個の周波数について平均値を求めるのが標準である。数値シミュレーションによる検討によれば、この平均化操作はクロススペクトルを求める際に行なうのが良いようである。別の方法としては、FFT 法で求められる $N_0/2$ 個の周波数について式(29)の推定を行なった

上で適当な周波数帯ごとの平均値を求める方式が考えられる。しかし、この方法では統計的変動性の影響を受けて方向スペクトルの推定結果が不安定になりやすく、また式(2)の計算時間が大幅に増加するために演算時間が相当に長くなるという短所があり、望ましい方法とはいえない。

2.4 方向分解能の理論値

(1) 単一方向波に対する方向分解能

上述のように、方向スペクトルの推定は波高計相互のクロススペクトルを介して行なわれる。いま、周波数 f_0 、波向 θ_0 の規則波を考えると、その波形は一般に次のように表わされる。

$$\eta = \eta(x, y, t) = a \cos(kx \cos \theta_0 + ky \sin \theta_0 - 2\pi f_0 t + \varepsilon_0) \quad (30)$$

ここに、 k は波数、 ε_0 は任意の位相遅れ角である。

この規則波について、点 (x, y) と点 $(x+X, y+Y)$ との間の波形の共分散関数を式(30)によって計算すると、次の結果が得られる。

$$\Psi^*(\tau | X, Y) = \frac{1}{2} a^2 \cos(kX \cos \theta_0 + kY \sin \theta_0 - 2\pi f_0 \tau) \quad (31)$$

したがって、式(31)、(32)によってクロススペクトルを計算すると、周波数を $0 < f < \infty$ で定義したときの結果として次式が得られる。

$$\begin{aligned} C(f_0 | X, Y) &= \frac{1}{2} a^2 \cos(kX \cos \theta_0 + kY \sin \theta_0) \\ Q(f_0 | X, Y) &= \frac{1}{2} a^2 \sin(kX \cos \theta_0 + kY \sin \theta_0) \end{aligned} \quad (32)$$

または、 $C(f_0 | 0, 0)$ で無次元化して

$$\begin{aligned} C_*(f_0 | X, Y) &= \cos(kX \cos \theta_0 + kY \sin \theta_0) \\ Q_*(f_0 | X, Y) &= \sin(kX \cos \theta_0 + kY \sin \theta_0) \end{aligned} \quad (33)$$

方向スペクトルを直接フーリエ変換法で推定する場合には、式(33)を式(29)に代入することにより、方向関数の推定式が次のように導かれる。

$$\hat{G}_s(\theta | f_0) = \alpha \left\{ N + 2 \sum_{n=1}^M \cos[kX_n (\cos \theta - \cos \theta_0) + kY_n (\sin \theta - \sin \theta_0)] \right\} \quad (34)$$

規則波の方向スペクトルは $f=f_0$ 、 $\theta=\theta_0$ の所にエネルギーの集中した線スペクトルであるが、各種の波高計配置について式(34)を用いて数値計算をしてみると、 θ_0 の周辺にエネルギーが広がり、また $\theta=\theta_0$ 以外の方向にも見掛けの2次のピークが出現することが多い。

一方、最尤法の場合には逆行列を求めなければならないが、そのためクロススペクトル Φ_{ij} の行列式の値を計算してみると、 C_* 、 Q_* が式(33)の値に正確に一致すると、行列式の値は0となり、逆行列が発散する。たとえば、2台の波高計が $(0, 0)$ 、 $(X, 0)$ にあるとすると、

波高計群による方向スペクトルを用いた反射波推定法の検討

$$\left. \begin{aligned} C_{*11} &= C_{*21} = \cos(kX \cos \theta_0) \equiv C \\ Q_{*11} &= -Q_{*21} = \sin(kX \cos \theta_0) \equiv Q \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

このうち、コ・スペクトルが僅かな誤差 δ を伴うものとする、共役複素行列 Φ_{ij}^* の行列式の値は次のようになる。

$$|\Phi_{ij}^*| = \begin{vmatrix} 1 & C+\delta+iQ \\ C+\delta-iQ & 1 \end{vmatrix}$$

$$\hat{G}_3(\theta|f_0) = \alpha \left\{ \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \Phi_{ij}^* \exp[-i(kX_{ij} \cos \theta)] \right\}^{-1} = \alpha \frac{-\delta \cos(kX \cos \theta_0)}{1 - \cos[kX(\cos \theta_0 - \cos \theta)] - \delta \cos(kX \cos \theta_0)} \quad (36)$$

となり、 $\theta = \pm \theta_0$ のとき $\hat{G}_3 = \alpha$ 、 $\theta \neq \pm \theta_0$ のとき $\hat{G}_3 = -\alpha \delta \cos(kX \cos \theta_0) \neq 0$ となる。すなわち、最尤法では原理的には2台の波高計により波向を正確に推定できることになる。実際には誤差 δ は必ずしも微小とはいえ、またコ・ドラチャ・スペクトルも誤差を伴うため、2台の波高計のみでは方向関数の推定精度はあまり高くないであろう。

この例でも示唆されるように、最尤法は単一方向波の波向の検出に最大の効力を発揮する。また、誤差すなわち雑音はできるだけ少ない方が望ましいけれども、完全に0であっては計算不能になるという特性を持っている。

(2) 二方向合成波に対する方向分解能

次に、周波数は同一でも進行方向の異なる二つの規則波が重畳している水域での方向分解能を検討してみる。これは、規則波を用いた斜め重複波の実験、あるいは海の波のように連続した方向スペクトルを持つ場合の基本的検討である。

いま、二つの規則波を η_A, η_B としてそれぞれ次のように表示する。ただし、周波数は共通で f_0 、波数は同じく k とする。

$$\left. \begin{aligned} \eta_A &= a \cos(kx \cos \theta_A + ky \sin \theta_A - 2\pi f_0 t + \varepsilon_A) \\ \eta_B &= b \cos(kx \cos \theta_B + ky \sin \theta_B - 2\pi f_0 t + \varepsilon_B) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

この二つの波の合成波 $\eta = \eta_A + \eta_B$ について点 (x, y) と点 $(x+X, y+Y)$ との間の共分散関数を式(10)に従って計算すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \Psi'(x|X, Y) &= \frac{1}{2} a^2 \cos(kX \cos \theta_A + kY \sin \theta_A - 2\pi f_0 \tau) \\ &+ \frac{1}{2} b^2 \cos(kX \cos \theta_B + kY \sin \theta_B - 2\pi f_0 \tau) \\ &+ ab \cos \left[\frac{1}{2} kX (\cos \theta_A + \cos \theta_B) \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} kY (\sin \theta_A + \sin \theta_B) - 2\pi f_0 \tau \right] \\ &\times \cos[k(x+X)(\cos \theta_A - \cos \theta_B) \\ &+ k(y+Y)(\sin \theta_A - \sin \theta_B) + \varepsilon_A - \varepsilon_B] \quad (40) \end{aligned}$$

この式を式(14)、(15)に代入してクロススペクトルを計算

$$= 1 - (C^2 + Q^2) - 2C\delta - \delta^2 \equiv -2C\delta \quad (36)$$

この逆行列は

$$\Phi_{ij}^* = \frac{-1}{2C\delta} \begin{pmatrix} 1 & -(C+\delta) - iQ \\ -(C+\delta) + iQ & 1 \end{pmatrix} \quad (37)$$

この場合の方向関数の推定式は式(29)により、

$$\hat{G}_3(\theta|f_0) = \alpha \frac{-\delta \cos(kX \cos \theta_0)}{1 - \cos[kX(\cos \theta_0 - \cos \theta)] - \delta \cos(kX \cos \theta_0)} \quad (38)$$

した結果は次のとおりである。ただし、周波数 $0 < f < \infty$ 帯で定義した場合である。

$$\begin{aligned} C(f_0|X, Y) &= \frac{1}{2} a^2 \cos(kX \cos \theta_A + kY \sin \theta_A) \\ &+ \frac{1}{2} b^2 \cos(kX \cos \theta_B + kY \sin \theta_B) \\ &+ ab \cos \frac{1}{2} [kX(\cos \theta_A + \cos \theta_B) \\ &+ kY(\sin \theta_A + \sin \theta_B)] \\ &\times \cos[k(x+X)(\cos \theta_A - \cos \theta_B) \\ &+ k(y+Y)(\sin \theta_A - \sin \theta_B) + \varepsilon_A - \varepsilon_B] \quad (41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(f_0|X, Y) &= \frac{1}{2} a^2 \sin(kX \cos \theta_A + kY \sin \theta_A) \\ &+ \frac{1}{2} b^2 \sin(kX \cos \theta_B + kY \sin \theta_B) \\ &+ ab \sin \frac{1}{2} [kX(\cos \theta_A + \cos \theta_B) \\ &+ kY(\sin \theta_A + \sin \theta_B)] \\ &\times \cos[k(x+X)(\cos \theta_A - \cos \theta_B) \\ &+ k(y+Y)(\sin \theta_A - \sin \theta_B) + \varepsilon_A - \varepsilon_B] \quad (42) \end{aligned}$$

式(41)、(42)のそれぞれ第1、第2項は単一方向波のクロススペクトルである式(22)に対応している。しかし、第3項は二成分波の合成によるいわゆる干渉項である。このため、同一周波数の二つの規則波の重畳状態においては、クロススペクトルはそれぞれの規則波のクロススペクトルの和とはならない。ただし、不規則波の場合には無数の成分波はその位相遅れ角がランダムにかつ等密度で分布しているため、 $\varepsilon_A - \varepsilon_B$ もまた $0 \sim 2\pi$ の間に等密度で分布すると見なされる。このため、周波数の微小範囲 $f_0 \sim f_0 + \delta f$ についてクロススペクトルを計算すると、微小振幅の多数の成分波の和となるために式(41)、(42)の第3項は互いに打ち消し合って0となり、第1、第2項のみが残る。したがって、独立な二つの不規則波群については個々のクロススペクトルの和として与えられ、方向スペクトルもそのように推定されることになる。

上記の例外は重複波の場合である。いま、無限に続く反射壁面が $x=0$ すなわち y 軸上に位置しているとする

と、式(9)の波形表示の場合においては壁面で入射波と反射波の水位が常に等しいことから

$$\epsilon_A = \epsilon_B \quad (43)$$

の関係が成立している。また、入射角と反射角（いずれも反射壁面への垂線と波の進行方向とのなす角）が等し

$$C(f_0|X, Y) = \frac{1}{2}(a^2 + b^2) \cos(kX \cos \theta_A) \cos(kY \sin \theta_A) - \frac{1}{2}(a^2 - b^2) \sin(kX \cos \theta_A) \sin(kY \sin \theta_A) + ab \cos(kY \sin \theta_A) \cos[2k(x+X) \cos \theta_A] \quad (45)$$

$$Q(f_0|X, Y) = \frac{1}{2}(a^2 + b^2) \cos(kX \cos \theta_A) \sin(kY \sin \theta_A) + \frac{1}{2}(a^2 - b^2) \sin(kX \cos \theta_A) \cos(kY \sin \theta_A) + ab \sin(kY \sin \theta_A) \cos[2k(x+X) \cos \theta_A] \quad (46)$$

この結果、重複波においては反射壁面からの距離 x 、および波高計間の相対距離 X, Y 、ならびに入射角 θ_A によって成分波同志の干渉効果が異なることになる。また、式(45)、(46)は位相遅れ角を含まないため、不規則波の場合でも干渉項が残存することになる。

3. 進行波に対する波高計群の分解能

3.1 波高計の配置方法

波高計群による方向スペクトルの測定においては、所要経費および労力の点から、できるだけ少ない数の波高計を用いて高精度の結果を得ることが要請される。すなわち、与えられた台数の波高計をどのように配置すれば最良の結果が得られるかという最適配置方法が問題になる。この問題は、波浪の分野よりも電波探知や地震観測

という条件が満足されているとすると、

$$\theta_B = \pi - \theta_A \quad (44)$$

である。このため重複波におけるクロススペクトルは次のように表わされる。

の分野で早くから検討されてきた^{22), 23)}。著者は先にこれらの成果を参照しつつ、波高計の配置の一般的指針を次のようにまとめてみた²⁴⁾。

- 1) 波高計の2台ずつの組のベクトル距離 (X_{ij}, Y_{ij}) がすべて異なるようにする。
- 2) ベクトル距離ができるだけ広い範囲に等密度で分布するようにする。
- 3) 波高計間の最小距離を測定対象の最小波長の1/2以下とする。

この第1と第2の条件を満たすものとして3台の場合には図-1(a)の正三角型(またはデルタ型)、4台の場合には図-1(b)の星型配置がしばしば取り上げられる。また、6台について Haubrich²⁰⁾ は図-1(c)の配置を挙げている。

上記の第2の条件の前半は、波高計間の距離の最大値(外長と呼ぶ)が大きいくほど方向分解能が高いことを考慮したもので、図-1(d)の直線列配置は波高計群の外長が最大という特徴がある。この配置は Barber¹⁾ が提案したもので、上記の第1, 2 第の条件を満足する最適配置である。直線列配置の特長は波が直角方向から入射するとき、非常に鋭い方向分解能を示すことである。欠点は、直線列の右側から来る波と左側から来る波を判別できないこと、および波向が直線列に平行に近くなると方向分解能が低下することの2点である。しかし、沿岸波

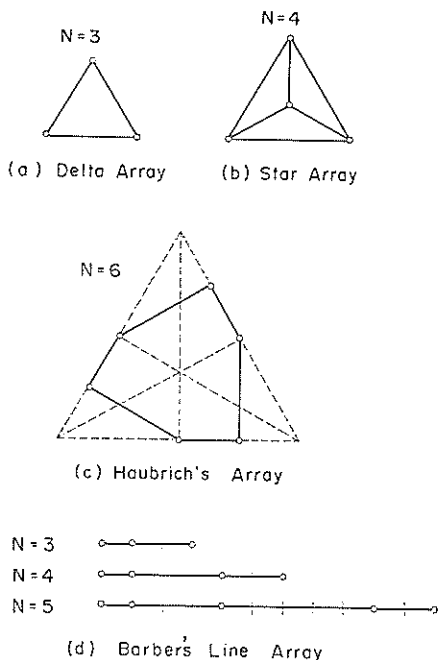


図-1 波高計群の配置例

表-1 波高計直線列の配置方法

台数 N	外長 l	設置座標値 x_i/D	相互距離 X_n/D
3	$3D$	0, 1, 3	1, 2, 3
4	$6D$	0, 1, 4, 6	1, 2, 3, 4, 5, 6
5	$11D$	0, 1, 4, 9, 11	1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11
5	$12D$	0, 2, 3, 8, 12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12
6	$17D$	0, 1, 4, 10, 12, 17	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 16, 17

浪の観測のように波の入射方向が沖側 $\pm 90^\circ$ 以内と想定できる場合には、方向分解能の高さを活かして直線列配置を用いるのが良いのではないと思われる。

なお、波高計直線列の最適配置を数値で示すと、表-1 ようになる。ただし、 D は波高計間の最小距離である。

また、波高計直線列を用いて方向スペクトルの測定を行なうときは、左右の判別不能の条件から式(2)の方向関数の正規化条件を直線列の片側の半平面に対して適用する必要がある。

3.2 数値シミュレーション手法

(1) 1次元不規則波のシミュレーション

単一方向波に対する波高計群の方向分解能は、2.4の式(4)、あるいは式(5)のクロススペクトルを式(2)に代入した数値計算によって求められるわけであるが、もう少し実証的な方法としては水面波形を数値シミュレーション手法で作成し、この模擬波形についてクロススペクトルを計算して方向スペクトルを推定してみることが考えられる。シミュレーション波形として単一成分の規則波を用いても良いのであるが、本報告では計算の能率を高めるために一様スペクトル密度の単一方向白色雑音を入射波として用いた。

波形シミュレーションは次式によって行っている。

$$\eta(x, y, t) = \sum_{m=1}^M a_m \cos(k_m x \cos \theta_0 + k_m y \sin \theta_0 - 2\pi f_m t + \varepsilon_m) + n(t) \quad (47)$$

ここに、 M は成分波の個数である。また、 $n(t)$ は波高観測に付随するノイズを模式的に表わすもので、正規確率分布をする乱数として与え、その振幅は rms 値が信号波形 (式(47)の級数部分) の rms 値に対して一定となるように設定した。

周波数 f_m は、波形の計算時間 Δt を dt として、 $f = 0 \sim 1/2\Delta t$ の範囲を M 等分し、各区間において一様乱数を用いて設定した。

成分波の振幅 a_m は白色雑音に対しては一定として次式で与えた。

$$a_m = \sqrt{\frac{2m_0}{M}} = \sqrt{\frac{2}{M} \frac{H_{1/3}}{4.004}} \quad (48)$$

ただし、 $m_0 = \bar{\eta}^2 = \eta_{rms}^2$ 、 $H_{1/3}$ は有義波高であって、 $H_{1/3} = 4.004\eta_{rms}$ と設定した。

位相遅れ角 ε_m は $0 \sim 2\pi$ の範囲に一様乱数を用いて分布させた。

計算条件は次のとおりである。

$$M = 50, \Delta t = 1s, N_0 = 1024 \text{ (データ個数)}$$

$$n_{rms}/\eta_{rms} = 1 \sim 100\%$$

なお、水深としては $f_{max} = 1/2\Delta t = 0.5\text{Hz}$ においても

長波条件を満足し、この結果、波数 k が等差級数となるように次の値を選定した。

$$k = 0.0276803m$$

また、波高計間の最小距離 D は星型配置は $1.0m$ 、直線列配置は $0.625m$ とした。

シミュレーション波形の解析は FFT 法を用い、15個の周波数帯についてスペクトル密度およびクロススペクトルを計算した。

(2) 2次元不規則波のシミュレーション

方向スペクトルを有する不規則波形のシミュレーションには幾つかの方法があるが、本資料では著者が以前から用いている成分波の線型重ね合せ法²⁵⁾を用いることにした。この方法では、方向スペクトルを有する不規則波形を次式によって計算する。

$$\eta(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^K a_{m,n} \cos[k_m x \cos(\theta_0 - \theta_n) + k_m y \sin(\theta_0 - \theta_n) - 2\pi f_m t + \varepsilon_{m,n}] + n(t) \quad (49)$$

ここに、 M, K はそれぞれ周波数および方向角の成分数であり、成分波の振幅 $a_{m,n}$ は方向スペクトルから次式で与える。

$$a_{m,n} = \sqrt{2S(f_m) \Delta f_m} \sqrt{G(f_m, \theta_n) \Delta \theta_n} \quad (50)$$

また、波数 k_m は各周波数 f_m ごとに式(2)の分散関係式から求められるものとし、位相遅れ角 $\varepsilon_{m,n}$ は $0 \sim 2\pi$ に一様に分布する乱数値で与えた。なお、 θ_0 は波の主方向、 $n(t)$ はノイズを模式的に表わすための正規確率変数である。

波の方向スペクトルとしては Bretschneider 一光易型周波数スペクトルと光易型方向関数の組合せ²⁶⁾を用いた。すなわち

$$S(f) = 0.257 H_{1/3}^2 T_{1/3}^{-1} f^{-5} \times \exp[-1.03(T_{1/3} f)^{-4}] \quad (51)$$

$$G(f, \theta) = \alpha \cos^{2.6} \left(\frac{\theta_0 - \theta}{2} \right) \quad (52)$$

$$\alpha = \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^{2.6} \left(\frac{\theta_0 - \theta}{2} \right) d\theta \right]^{-1} \quad (53)$$

$$S = \begin{cases} S_{max} \cdot (f/f_p)^5 & : f \leq f_p \\ S_{max} \cdot (f/f_p)^{-2.5} & : f \geq f_p \end{cases} \quad (54)$$

$$f_p = \frac{1}{1.05 T_{1/3}} \quad (55)$$

各成分波の周波数 f_m は、式(51)の周波数スペクトルが周波数軸と囲む面積を M 等分した区間の面積 2 等分値として次式で与えた。

$$f_m = \frac{1.0071}{T_{1/3}} \left[\ln \frac{2M}{2m-1} \right]^{-1/4} \quad (56)$$

この結果、式(50)の右辺の $S(f_m) \Delta f_m$ は m_0/M で置き換え

られる。また、各成分波の方向角 θ_n は $-90^\circ \sim 90^\circ$ の範囲を K 等分した区間の中央値として与えた。

式(49)の計算にあたっては、波高計ごとに x および y が特定されていることを利用して、これを書き換えた次式を用いている。

$$\eta(t|x, y) = \sum_{m=1}^M (C_m \cos 2\pi f_m t + S_m \sin 2\pi f_m t) + n(t) \quad (57)$$

ここに、

$$C_m = \sum_{n=1}^K a_{m,n} \cos [k_m x \cos(\theta_0 - \theta_n) + k_m y \sin(\theta_0 - \theta_n) + \varepsilon_{m,n}] \quad (58)$$

$$S_m = \sum_{n=1}^K a_{m,n} \sin [k_m x \cos(\theta_0 - \theta_n) + k_m y \sin(\theta_0 - \theta_n) + \varepsilon_{m,n}] \quad (59)$$

なお、式(57)の演算の際は $\cos 2\pi f_m t$ および $\sin 2\pi f_m t$ を三角関数の和の公式を使って逐次計算し、演算時間の短縮を図っている。

数値シミュレーションはすべて下記の条件で行なっている。

$$M=100, K=37, \Delta t=2s, N_0=1024$$

$$n_{rms}/\eta_{rms}=20\%$$

波高計群としては5.で詳述する 仙台港現地観測の直線列配置を対象とした。座標および設置水深は表-2のとおりである。ただし、進行波の条件では $x=0$ の防波堤壁面は無視されている。なお、潮位はすべて $+1.0m$ とした。

表-2 仙台港現地観測に用いた波高計群配置

n	$x_n(m)$	$y_n(m)$	設置水深(m)
1	-49.0	0.0	-8.7
2	-69.0	0.0	-9.1
3	-99.0	0.0	-9.5
4	-129.0	0.0	-9.9

注：防波堤壁面を $x=0$ 、すなわち y 軸とする。

シミュレーション波形の解析はFFT法を用い、23個の周波数帯についてスペクトル密度とクロススペクトルを計算した。

3.3 クロススペクトルの統計的変動性

不規則波の現象においては常に統計的変動性およびそれに原因する計算結果の信頼度の問題を考慮する必要がある。方向スペクトルの推定においてもこの問題は重要である。2.1で述べたように、方向スペクトルは各波高計間の波形のクロススペクトルに基づいて計算されるから、まずクロススペクトルの統計的変動性について考察する。

最初に周波数スペクトルの推定理論を考えてみると、定常確率過程の時系列をフーリエ級数で表わしたときのフーリエ係数は、平均値が0、分散が $S(f)/(N_0 \Delta t)$ で正規分布をする確率変数である²⁷⁾。FFT法によってスペクトルを推定するときは、正弦・余弦のフーリエ係数の自乗和で与えられるピリオドグラムが平均値が用いられる。いま、 n 本のピリオドグラムを平均するものとする、これは $2n$ 個の正規分布変数の自乗和であるので、その結果は自由度が $2n$ のカイ自乗分布に従うことになる。

ところで、2次元不規則波形のシミュレーションに使う式(57)において、その係数 C_m, S_m は K が十分に大きければ中心極限定理によって平均値が0の正規分布をする筈である。したがって、式(57)を用いてシミュレートした不規則波形の周波数スペクトル密度は、スペクトルを推定する周波数の各区間に含まれるシミュレーション成分波の数によって変動幅が定まることになる。今回のシミュレーションでは、放物線フィルタによるピリオドグラムの平滑化を行なっており、スペクトルの推定値ごとにその周波数帯に含まれる成分波の数を調べると図-2(a)のようになる。ただし、 $T_{1/3}=10s$ の場合である。一方、表-2の配置に対して $S_{max}=10$ および100の不規則波を各10回シミュレートし、4地点のスペクトル推定値を独立と見なしてそれぞれ延40組のデータについて標準偏差 σ_x および平均値 \bar{x} を計算し、変異係数 σ_x/\bar{x} を求めた結果が図-2(b)である。なお、これはノイズ項 $n(t)$ は付加していない場合のものである。図中の破線はカイ自乗分布の理論²⁸⁾に基づき、次式で計算したものである。

$$\bar{x}=2n, \sigma_x^2=4n \quad (60)$$

シミュレーション結果は理論値よりもやや変動が少ない傾向があるけれども、ほぼ理論値どおりといえてよい。若干の差は、本質的には線スペクトルである成分波のエネルギーがFFT解析の際に入力周波数の周辺にくらか洩れ出し、各周波数帯の成分波の数が見かけ上増加したためではないかと思われる。

図-2は周波数スペクトルの推定値が自由度 $2n$ のカイ自乗分布することを間接的に例証しているといえる。一方、クロススペクトルについてはその信頼限界についての理論は明示されていないようである。もっとも、クロススペクトルをFFT法で計算する場合には、二つの時系列のフーリエ係数の積および積差としてクロススペクトルを求める。この際、 n 個のフーリエ成分の平均値として計算するのであれば上述の理論の延長として、クロススペクトルの推定値が自由度 $4n$ のカイ自乗分布で近似できるのではないかと予想される。ただし、式(60)の

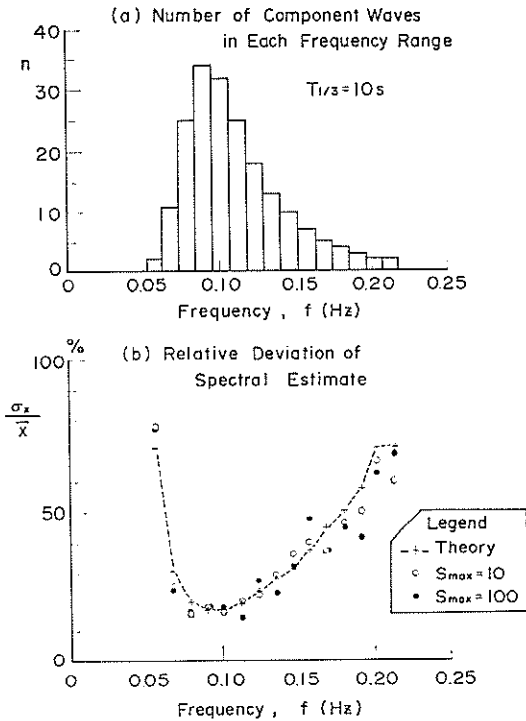


図-2 周波数帯別の成分波数とスペクトル密度の変異係数

ように自己共分散関数で正規化する場合には、クロススペクトルの変動幅が減少し、特に C_{*} 、 Q_{*} の絶対値が1に近いものほど変動幅が小さいものと推定される。

以上の予測を検討するため、ノイズ項 $n(t)$ を付加しない場合のシミュレーション波形について、 $S_{max}=10$ および 100 として各10回の計算値で無次元クロススペクトル C_{*} および Q_{*} の標準偏差を求めた。ただし、波高計群の配置は表-2、有義波周期は $T_{1/3}=10s$ 、波の主方向は $\theta_0=45^\circ$ である。計算結果は図-3、4のとおりであり、スペクトル計算の周波数帯に含まれる成分波の数の増加につれて標準偏差が減少し、その上限値は自由度を $4n$ とするカイ自乗分布ではば表わされる。また、無次元クロススペクトルの絶対値の大きいものは標準偏差が小さい傾向も認められる。

図-3、4はシミュレーション波形の成分波の数を変数としたものであって、連続スペクトルを有する現地波浪のスペクトル解析におけるフーリエ成分波の個数と同一視することはできない。しかし、図-2における理論とシミュレーションとの対応から類推すれば、現地波浪のクロススペクトルも図-3、4と類似の統計的変動性を伴うものと考えられる。

クロススペクトルの統計的変動性が方向スペクトルの

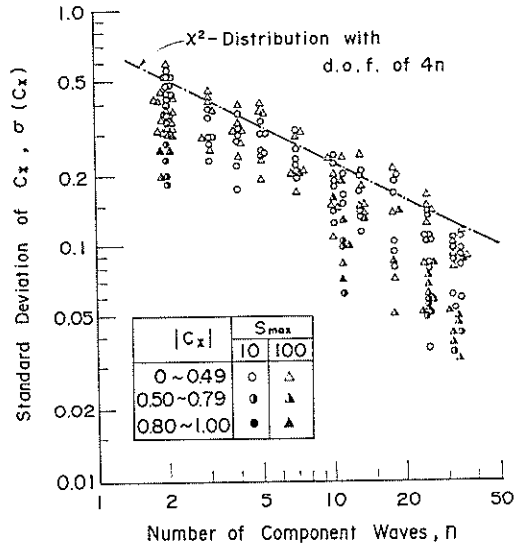


図-3 正規化コ・スペクトルの標準偏差

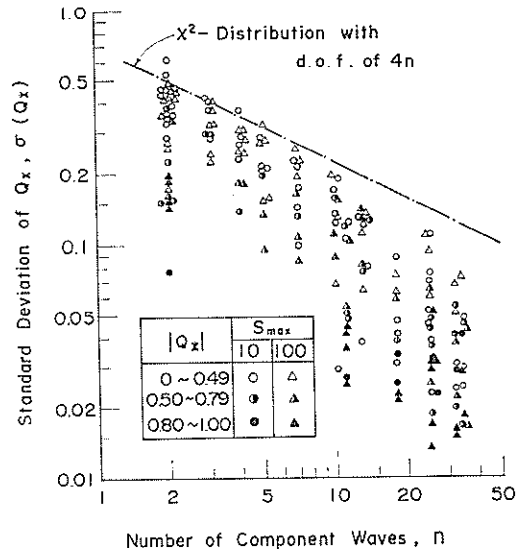


図-4 正規化コドラチャ・スペクトルの標準偏差

推定値に及ぼす影響は、直接フーリエ変換法の場合には小さく、最尤法の場合には大きいことが後述のシミュレーション結果において認められる。現時点では方向スペクトルの推定値の信頼限界を論ずることはむずかしいけれども、解析結果を取り扱う際にはこの点にも十分に注意する必要がある。

3.4 一方向不規則波に対する分解能

- (1) 1次元不規則波に対する方向分解能
- (a) 星型配置の方向分解能

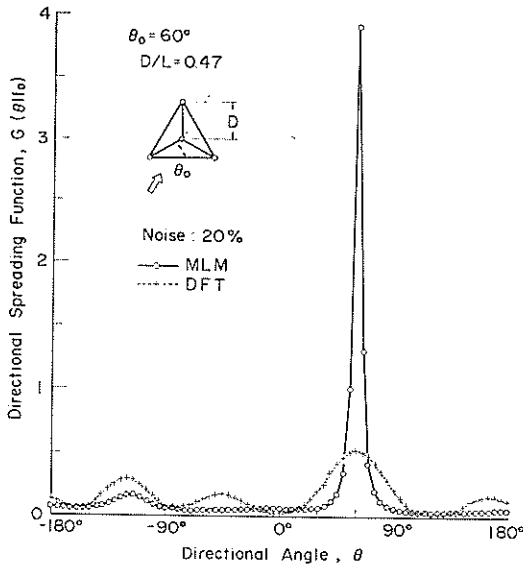


図-5 単一方向波に対する星型配置の分解能の解析例

波高計4台を星型に配置したときの単一方向進行波に対する応答の1例を図-5に示す。これは、方向スペクトルの計算結果を式(2)で定義される方向関数の形で表示したもので、式(2)の直接フーリエ変換法(DFT)による推定値が+印、式(2)の最尤法(MLM)による結果が○印で示されている。入射角は60°、ノイズはrms比で20%であり、スペクトル解析を行なった周波数は波高計群の相対的大きさ D/L が0.47に相当するものである。入力波が $\theta=60^\circ$ に集中した線スペクトルであるにもかかわらず、DFTの場合には主ピークの周りにエネルギーが拡がっており、また $\theta=-120^\circ$ のところに主ピークの50%以上の強さの二次ピークが現われている。これに対してMLMによる解析結果は線スペクトルの特性が明瞭に表われており、また二次ピークも主ピークの5%以下である。このように、単一方向波に対して最尤法は極めて高い方向分解能を有する。

ここで、方向分解能の指標として次のような等価帯域幅を定義する。

$$\phi_B = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{1}{2G_{\max}} = \frac{28.65^\circ}{G_{\max}} \quad (6)$$

これは図-6に示すように、正規化された方向関数 $G(\theta|f_0)$ をそのピーク値 G_{\max} を高さとする長方形で置き換えたときの底辺の幅の1/2に相当する。 $G(\theta|f_0)$ が G_{\max} の1/2の点の方向角と G_{\max} の方向角との差を半減角と呼ぶと、 ϕ_B は一般に半減角よりもやや大きい。また、方向関数が $\cos^2 \theta$ のときは $\phi_B=45^\circ$ 、 $\cos^4 \theta$ のときは $\phi_B=33.8^\circ$ 、 $\cos^6 \theta$ では $\phi_B=22.2^\circ$ の値と計算される。

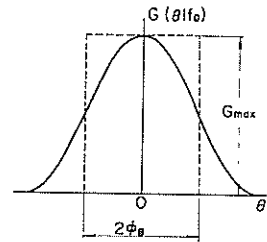


図-6 等価帯域幅の説明図

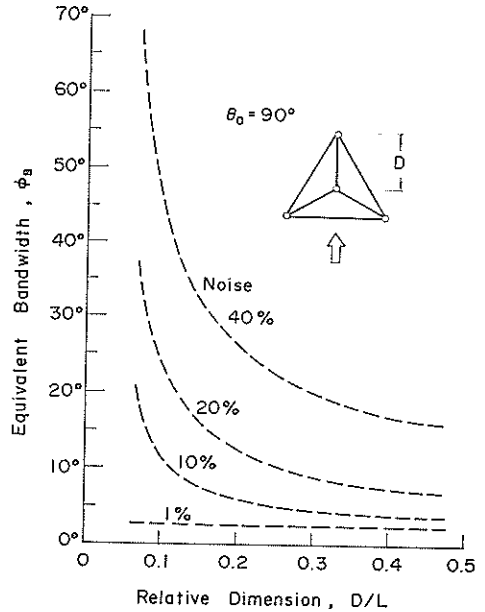


図-7 単一方向波に対する星型配置の方向分解能

この等価帯域幅を用いて単一方向波に対する星型配置の方向分解能を表示したものが図-7である。これは最尤法による結果であり、直接フーリエ変換法では ϕ_B が 45° 以上である。図の横軸は、波高計群の相対的大きさとして波高計間の最小距離 D と波長 L との比をとったものであり、 D/L が増すにつれて ϕ_B が減少する、すなわち方向分解能が向上する。ただし、 D/L が0.5付近を超えると見掛けの二次ピークが無視できなくなり、方向分解能が低下する。

最尤法による方向スペクトルの推定値は、入力波形に含まれるノイズの大きさに強く影響される。このことはRegier¹⁵⁾ や Oakeley と Lozow^{16), 17)} が既に指摘したところであるが、図-7でも明瞭に認められる。今回の計算ではすべて方向関数を $\Delta\theta=5^\circ$ 置きに求め、式(2)の正規化条件における $G(\theta|f_0)$ の積分を長方形近似で置き換えているため、等価帯域幅の最小値は $(\phi_B)_{\min}=2.5^\circ$ となっており、ノイズレベルが1%以下のものは皆同じ結

果である。ノイズの影響は D/L が小さいほど顕著であるが、入射波の方向を検出する目的であれば rms 比でノイズが40%程度あっても最尤法は有効である。

なお、図-7は入射角が 90° の場合であるが、星型配置の方向分解能は入射角にほとんど影響されない。

(b) 直線列配置の方向分解能

4 台の波高計を表-1に従って配置した場合の方向スペクトルの計算結果の1例を図-8に示す。星型配置の場合の図-5と同一条件であり、入射角 60° 、ノイズレベル20%、周波数は $D/L=0.47$ に対応するものである。直線列配置では左右の判別が不能なため、方向スペクトルは $0^\circ \sim 180^\circ$ の範囲についてしか計算していない。

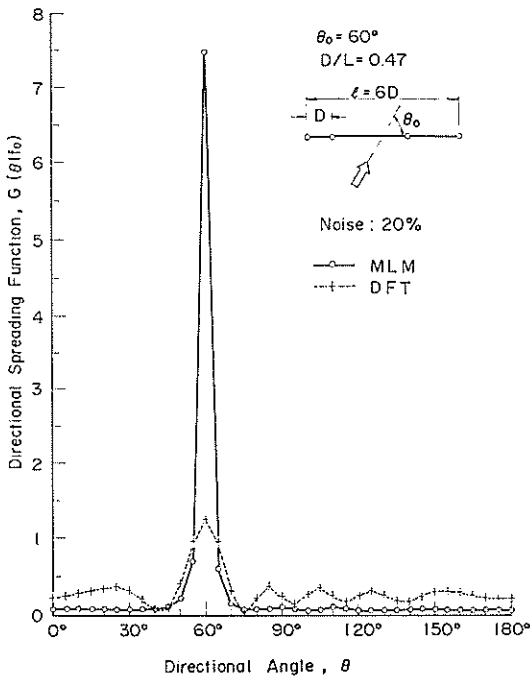


図-8 単一方向波に対する直線列配置の分解能の解析例

図-8においても、直接フーリエ変換法に対する最尤法の優位性が明らかである。もっとも、直線列配置の場合には直接フーリエ変換法であっても主ピークが明瞭であり、入射波の方向の識別は十分可能である。なお、最尤法による方向関数の最大値を図-5の星型配置と比べてみると、直線列配置の方が約2倍も高く、方向分解能が鋭いことが分る。

次に、直線列配置の方向分解能に対するノイズレベルおよび波高計群の相対的大きさの影響を調べた結果が図-9である。入射角は 90° であって、直線列配置の性能が最も良い場合である。図示のように、この条件ではノイ

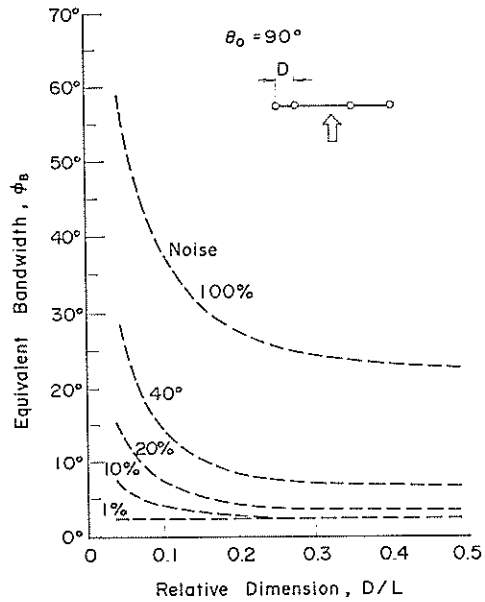


図-9 単一方向波に対する直線列配置の方向分解能

ズが入力信号と同じ強さ(100%)のときでも等価帯域幅が $23^\circ \sim 50^\circ$ 程度であり、入射波の方向の識別が可能である。直接フーリエ変換法による方向分解能(ノイズなしの場合)は、入射角 90° のときで図-9のノイズレベル100%の最尤法の結果とほぼ同等である。ただし、直接フーリエ変換法はノイズが増加してもその影響が小さく、ノイズレベルが100%で等価帯域幅が約4割増加する程度である。

最尤法においてはノイズレベルが方向分解能の制約条件となるけれども、数値シミュレーションによる試算例ではある程度のノイズが付随していた方が方向スペクトルの計算を安定させるようである。すなわち、入射角 0° についてノイズの rms 比を1%および10%とした計算では $D/L < 0.5$ でも強い二次ピークが現われたり、方向関数が負となる方向角が現われたりした。この現象は星型配置においても見られた。この最尤法の計算結果の部分的不安定性は、3.2(1)に述べたような単一方向波に対するクロススペクトルの逆行列の発散性に関係していると思われるが、詳細は不明である。

波高計直線列の方向分解能の特徴は、それが入射角によっても変化することである。図-10はノイズレベルが20%の場合について、入射角を 15° ずつ変化させて等価帯域幅を求めた結果である(ただし、 $105^\circ \sim 180^\circ$ は $75^\circ \sim 0^\circ$ と同一と見なした)。方向分解能は入射角が $15^\circ \sim 30^\circ$ 付近で最低となり、また D/L が0.1以下でかつ θ_0 が 15° 以下のときはピーク方向角に $10^\circ \sim 15^\circ$ のずれを

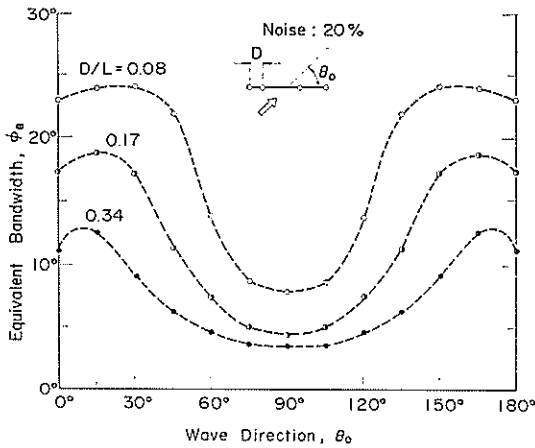


図-10 直線列配置の方向分解能の波向による変化

生じる。なお、星型配置の場合には入射角の影響をほとんど受けないので、図-7に示した星型配置の結果を図-10と比べてみると、波の入射角が35°~145°の場合は直線列配置の方が明らかに優れているが、0°~35°および145°~180°の範囲では直線列配置の方向分解能がやや劣っていることがわかる。

(2) 2次元不規則波に対する分解能

方向スペクトルを有する2次元不規則波としては、式(4)の方向集中度パラメータを $S_{max}=100$ および $S_{max}=10$ とした場合についてシミュレーションを行なった。有義波周期は後述の現地観測データに合わせて $T_{1/3}=10s$ とした。

まず、図-11は $S_{max}=100$ の不規則波が表-2の波高計直線列に主方向の偏角が45°で入射したときの $f_0=0.101$ Hzにおける方向関数のシミュレーション結果を示すも

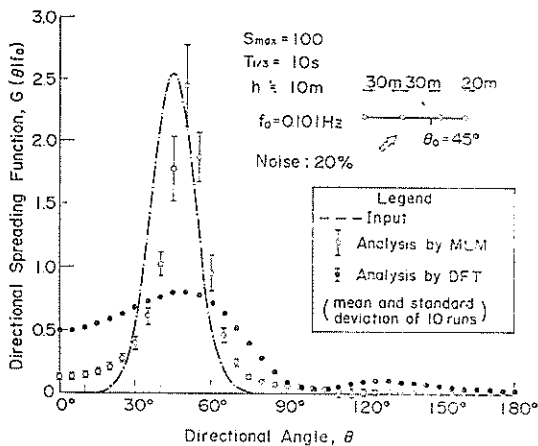


図-11 2次元不規則波 ($S_{max}=100$) に対する方向関数の推定値の平均および標準偏差の解析例

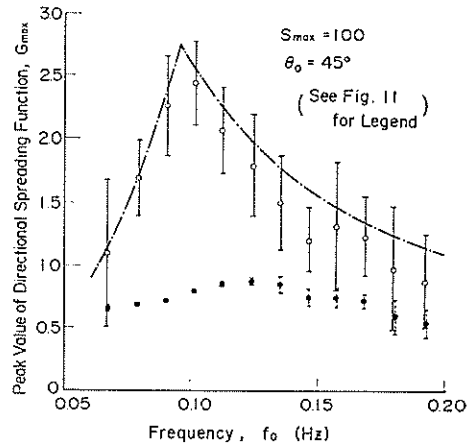


図-12 2次元不規則波 ($S_{max}=100$) に対する方向関数の最大値の変化

$S_{max}=100, T_{1/3}=10s, \theta_0=45^\circ$

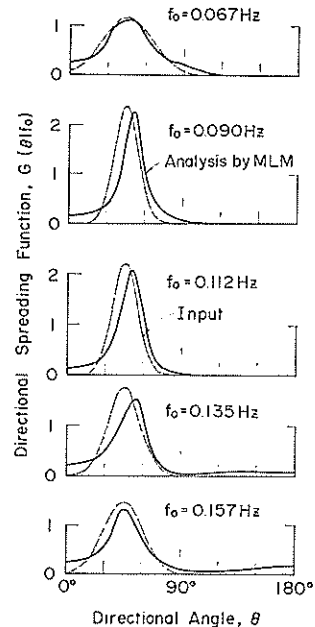


図-13 2次元不規則波 ($S_{max}=100$) に対する方向関数の分布形の周波数による変化

のである。シミュレーションは10回行ない、その平均値を白・黒丸で示し、その上下の線分で標準偏差の大きさを図示している。最尤法による結果(白丸)は、1点鎖線で表わされる方向関数の入力値に比べて約5°の方向のずれを伴うが、ピーク値や分布形状などは入力値を良好

波高計群による方向スペクトルを用いた反射波推定法の検討

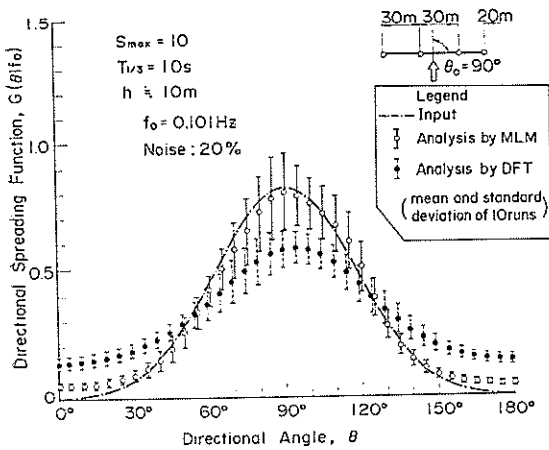


図-14 2次元不規則波 ($S_{max}=10$) に対する方向関数の推定値の平均および標準偏差の解析例

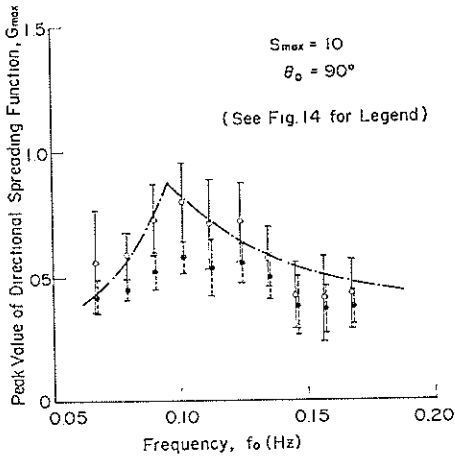


図-15 2次元不規則波 ($S_{max}=10$) に対する方向関数の最大値の変化

に再現している。これに対して直接フーリエ変換法（黒丸）ではこのように分布幅の狭い方向関数はほとんど再現することができない。

次に、図-12は各周波数ごとに方向関数のピーク値を調べたものである。光型型方向関数の特徴として、 $f_p=1/(1.05T_{1/3})=0.095\text{Hz}$ で最も方向集中度が高いが、最尤法（白丸）の場合はこの周波数による G_{max} の変化がほぼ適確に再現されているのに対し、直接フーリエ変換法の場合にはピーク値が極めて低く、変化の傾向も入力値とは異なっている。図-13は5個の周波数について方向関数の解析結果（平均値）を示したものである。図-11と同様に、ピーク方向のずれがやや認められるものの、全体として方向スペクトルの再現性は良好といえる。なお、波の主方向が波高計列に平行に近くなると、

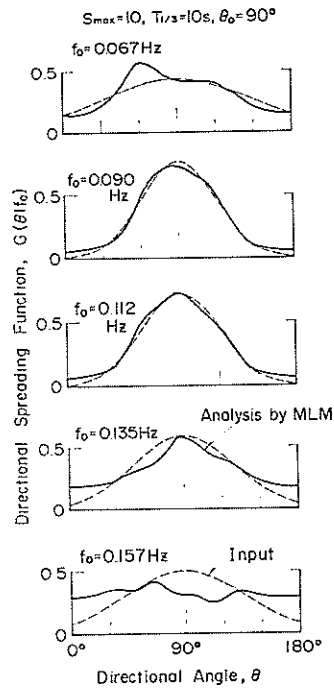


図-16 2次元不規則波 ($S_{max}=10$) に対する方向関数の分布形の周波数による変化

方向関数の推定値が波高計列の垂線方向にかたよる傾向が強くなる。

一方、図-14~16は $S_{max}=10$ の不規則波が波高計列に直角に入射するときの結果であり、10回のシミュレーションの結果を示している。方向集中度が $S_{max}=10$ 程度のときは、直接フーリエ変換法も入力値にある程度追従できるので、最尤法との差が減っている。逆に、最尤法の場合には図-16に見られるように、 $f_0=0.067\text{Hz}$ や 0.157Hz のように方向集中度が低い周波数においては方向関数の再現性が低下する。もっとも、これは今回のシミュレーション手法の特性から図-2に示したように、こうした周波数では成分波の個数が不足していたことにも一部原因している。

以上のように、最尤法は方向集中度が特に低い場合を除き、方向スペクトルの再現性が良いことが認められる。ただし、図-11, 14などの標準偏差の大きさでも分るように、個々のシミュレーション結果はかなりの変動を示す。このため、個々の結果では方向関数のピークが二つに割れて見えることもある。こうした変動の原因は、図-3, 4に示したクロススペクトル密度の統計的変動性にあると考えられる。直接フーリエ変換法では、式(7)のようにクロススペクトルの線型和として方向関数を推定す

るので、統計的変動性はほぼ同程度の割合で出現する。図-14, 15に認められる直接フーリエ変換法の標準偏差は、これを表示していると思われる。最尤法の場合には式(2)のように非線型演算であるので解析困難であるが、図-7, 9に示したように1次元不規則波に対する分解能がノイズの大きさに敏感に影響することから考えても、クロススペクトルの統計的変動性の影響が大きいものと推察される。

なお、本項に示したシミュレーション結果はすべてノイズを20%加えたときのものである。ノイズを付加しない場合には方向関数の推定値の一部に強いスパイクや負値が出現することがあり、望ましい結果が得られないことが多かった。今回のシミュレーションに特有な現象かも知れないが、最尤法の適用にあたって若し不安定な結果が出るような場合には、人工的にノイズを付加して再度解析を試みることも有効ではないかと思われる。

3.5 二方向不規則波における分解能

次に、進行方向を異にする二つの独立な進行波が重畳している状態での波高計群の分解能を検討する。このため、進行方向 θ_A および θ_B の二つの2次元不規則波の合成波形を次式でシミュレートすることにした。

$$\eta(t|x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^K \{ a_{m,n} \cos[k_m x \cos(\theta_A - \theta_n) + k_m y \sin(\theta_A - \theta_n) - 2\pi f_m t + (\varepsilon_A)_{m,n}] + b_{m,n} \cos[k_m x \cos(\theta_B - \theta_n) + k_m y \sin(\theta_B - \theta_n) - 2\pi f_m t + (\varepsilon_B)_{m,n}] \} + n(t) \quad (62)$$

ただし、 $a_{m,n}$, $b_{m,n}$ はそれぞれの波列の成分波の振幅であり、 $n(t)$ はノイズを模式化した正規確率変数である。演算にあたっては、上式を書き換えた次式を用いた。

$$\eta(t|x, y) = \sum_{m=1}^M (C'_m \cos 2\pi f_m t + S'_m \sin 2\pi f_m t) + n(t) \quad (63)$$

ここに、

$$C'_m = \sum_{n=1}^K (a_{m,n} \cos \varphi_A + b_{m,n} \cos \varphi_B) \quad (64)$$

$$S'_m = \sum_{n=1}^K (a_{m,n} \sin \varphi_A + b_{m,n} \sin \varphi_B) \quad (65)$$

$$\varphi_A = k_m x \cos(\theta_A - \theta_n) + k_m y \sin(\theta_A - \theta_n) + (\varepsilon_A)_{m,n} \quad (66)$$

$$\varphi_B = k_m x \cos(\theta_B - \theta_n) + k_m y \sin(\theta_B - \theta_n) + (\varepsilon_B)_{m,n} \quad (67)$$

まず、二つの1次元不規則波の合成波形に対する検討として、方向角の分割数を $K=1$, $\theta_n=0$ としてシミュレーションを行なった。成分波の振幅は白色雑音を対象として式(8)を用い、さらに $a_m=b_m=\text{const.}$ とした。成分波の周波数は3.2(1)の方法で定めた。周波数成分の個

数は $M=100$, データ個数 $N_0=1024$, 時間間隔 $\Delta t=1s$ であり、ノイズは一方の不規則波列に対する rms 比で20% (全体に対しては14%) を与えた。シミュレーション波形は16個の周波数帯についてスペクトル解析を行なった。フーリエ成分の平滑化には放物線フィルターを用いており、各周波数帯のクロススペクトルの計算値には12~13個のシミュレーション成分波が含まれていた。

シミュレーション波形を最尤法で解析した結果の1例が図-17であり、図-8の単一方向波に対するものと同一条件である。4台の波高計直線列に対して、 $\theta_A=60^\circ$ および $\theta_B=120^\circ$ の二つの1次元不規則波が入射した状態では、二つの波が明瞭に分離される。また、図-8と比べてみると明らかなように、方向分解能もほとんど同一である。ピークの縦軸の値が図-8の約1/2となっているのは、相等しいエネルギーの二つの波の和に対して式(2)の正規化条件が課せられるためである。

二方向波に対する方向分解能を一方方向波と比較してみたのが図-18である。単一方向波は波高計直線列に対する偏角が 30° および 60° の場合であり、二方向波の場合にはこれに直線列の垂線に関して対称な 150° および 120° の波列を重ねている。縦軸の等価帯域幅は、二方向波に対しては次の修正式で計算したものであり、二つのピー

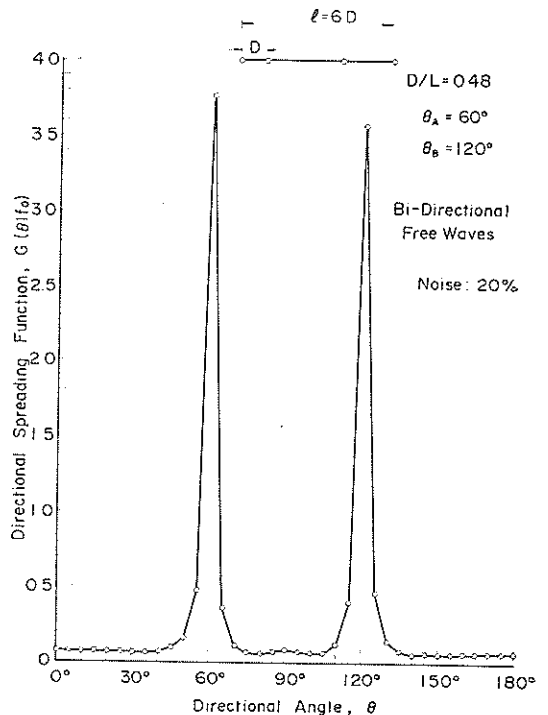


図-17 二方向進行波に対する直線列配置の方向分解能

波高計群による方向スペクトルを用いた反射波推定法の検討

クに対する値の平均を示している。

$$\phi_B = \frac{90^\circ}{\pi} \cdot \frac{1}{2G_{\max}} = \frac{14.32^\circ}{G_{\max}} \quad (68)$$

図-18によると、 $\theta_A=60^\circ, \theta_B=120^\circ$ の二方向合成波の場合に相対間隔が $D/L \leq 0.15$ で分解能の低下が見られるほかは、二方向波に対しても単一方向波に対するものほとんど同じ分解能を示している。ただし、ノイズの大きさは二つの波列の片方のみに対して単一方向波と同一の大きさのものを与えた状態に相当するので、これを両者に等しく付加したとすると分解能はやや低下する。

次に、2次元不規則波の二つの波群の重畳状態に対しては、3.2(2)と同一の条件でシミュレーションを行なった。波高計群の配置は表-2のとおりで、波群の進行方向は直線列と 0° と $180^\circ, 30^\circ$ と 150° , 並びに 60° と 120° の組合せとし、等波高の波群を対象とした。また、ノイズは片方の波群の振幅に対して rms 値で20%のものを付加した。シミュレーションはいずれも5回ずつ行ない、その平均値として方向関数を算出した。

まず、方向集中度の著しい $S_{\max}=100$ の場合は図-19の結果が得られた。方向スペクトルの入力値が1点鎖線、シミュレーション波形を最尤法で解析した結果が実線である。解析結果はいずれも方向関数が $\theta=90^\circ$ に向

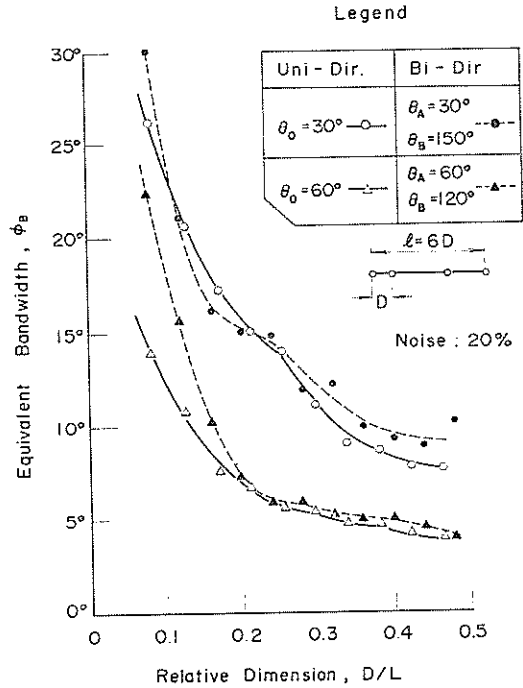


図-18 直線列配置の方向分解能に関する単一方向波と二方向進行波の比較

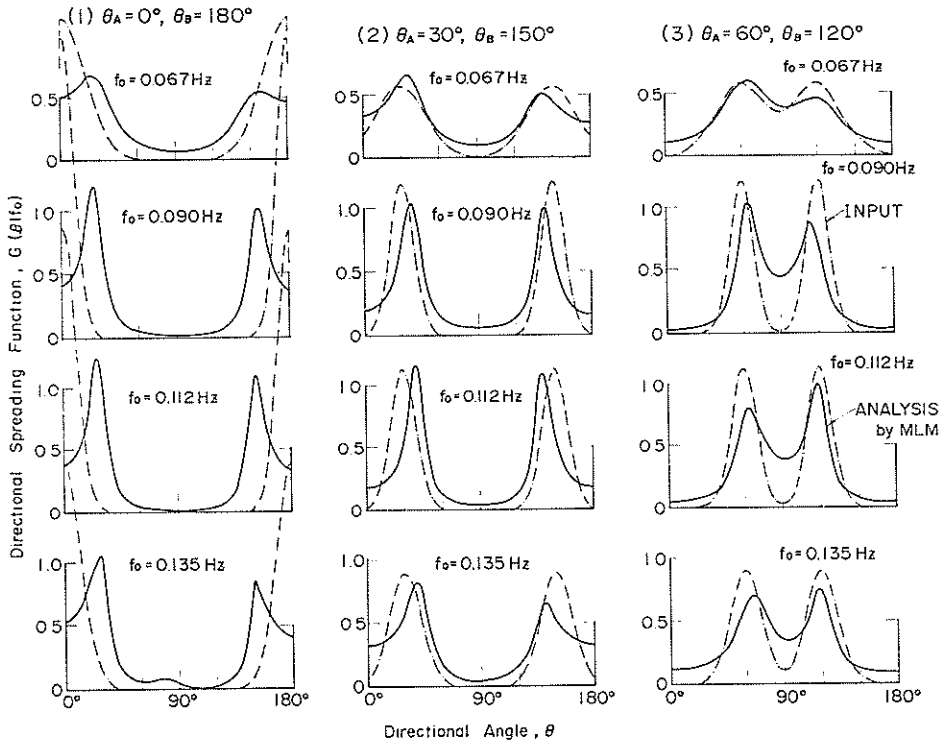


図-19 2次元不規則進行波 ($S_{\max}=100$) の重畳状態に対する直線列配置の分解能の解析例

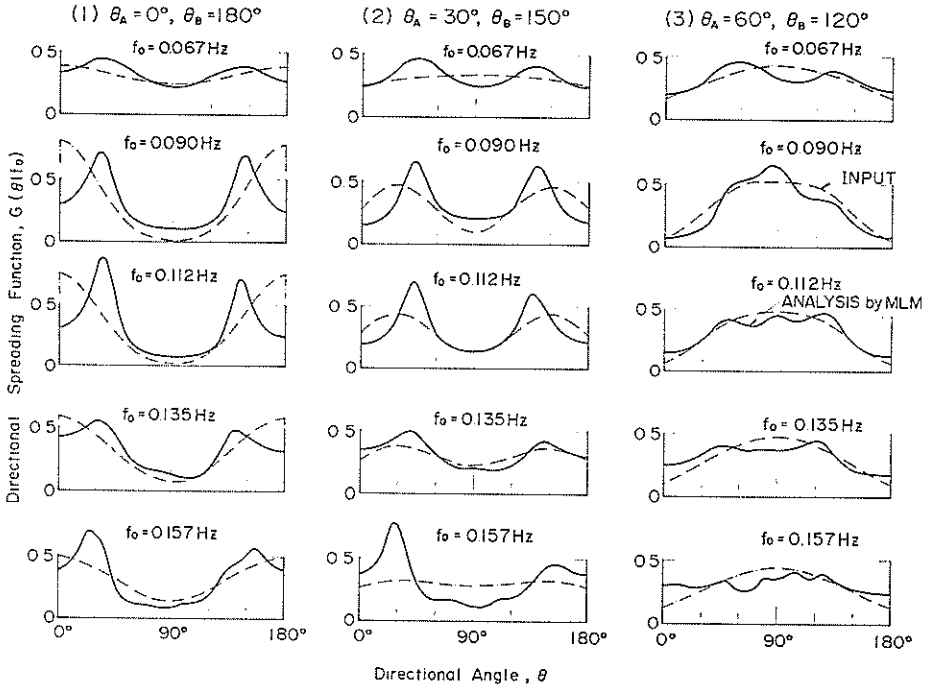


図-20 2次元不規則進行波 ($S_{max}=10$) の重畳状態に対する直線列配置の分解能の解析例

てずれる傾向があり、 $\theta_A=0^\circ$ のときは偏角が $20^\circ \sim 30^\circ$ 、 $\theta_A=30^\circ$ のときは約 10° 、 $\theta_A=60^\circ$ で約 5° と、波の主方向と波高計列の垂線とのなす角が大きいほどずれが著しい。これは単一波群の場合でも見られる現象で、直線列配置の特性である。二つの波群の分離性能は、 $\theta_A=60^\circ$ 、 $\theta_B=120^\circ$ のときにやや低下するけれども、二つの波群の識別は明瞭である。なお、二つの波群のピーク値が必ずしも等しくないのは、不規則波形の統計的変動性の影響が最尤法の場合に強く出るためと思われる。

方向集中度の低い $S_{max}=10$ の場合の結果は図-20のとおりである。二つの波群の主方向の差の小さい $\theta_A=60^\circ$ 、 $\theta_B=120^\circ$ の場合には、各波群の方向関数の広がり著しいために合成波の方向関数の入力値自体が単峰型となり、 $\theta_A=30^\circ$ 、 $\theta_B=150^\circ$ の組合せでも $f_0=0.067\text{Hz}$ は単峰型である。シミュレーション結果は、 $\theta_A=60^\circ$ 、 $\theta_B=120^\circ$ では入力値の回りに変動するものの大局的にはほぼ入力値に近い形状である。 $\theta_A=30^\circ$ 、 $\theta_B=150^\circ$ の場合には方向関数の双峰性が入力値よりも誇張され、ピーク的位置も $\theta=90^\circ$ へ向ってややずれている。 $\theta_A=0^\circ$ 、 $\theta_B=180^\circ$ の場合にはピーク的位置のずれが顕著になる。このため、入射波の主方向が $\theta_A=0^\circ$ から $\theta_A=30^\circ$ へ変わっても、シミュレーション結果はピーク位置が 10° 程度しか変化しない。それでも、二つの波群の識別は明瞭で

あり、その意味では分離性能は良好といえる。

結局、方向スペクトルを有する二つの独立な波群の重畳状態に対して、各波群の主方向が波高計列に平行に近いときは直線配置の特性のために方向のずれが目立つけれども、二つの波群の存在は最尤法によってかなりの確に識別できるといえる。ただし、方向分布が広い波に対して最尤法は方向集中度を高目に推定する傾向があるようである。

4. 斜め重複波に対する波高計群の分解能

4.1 1次元不規則波の反射波の分解能

いま、 $x=0$ に反射壁面があって重複波が形成されている場合を考える。このときは2.4(2)で述べたように入射波と反射波の位相遅れ角が常に等しくなる。式(2)のシミュレーション波形についていえば、

$$(\varepsilon_A)_{m,n} = (\varepsilon_B)_{m,n} \quad (6)$$

である。

式(2)で上記の条件を与え、 $K=1$ 、 $\theta_n=0$ とした1次元不規則波の重複波についてシミュレーションを行なってみると、斜め重複波の理論どおり $ky \cos \theta_A = 0$ を満足する y の位置に節線が現われることが確かめられる。

単一方向入射波による重複波のシミュレーションは3.2(1)と全く同じ方法・条件で行なった。ただし、周

波高計群による方向スペクトルを用いた反射波推定法の検討

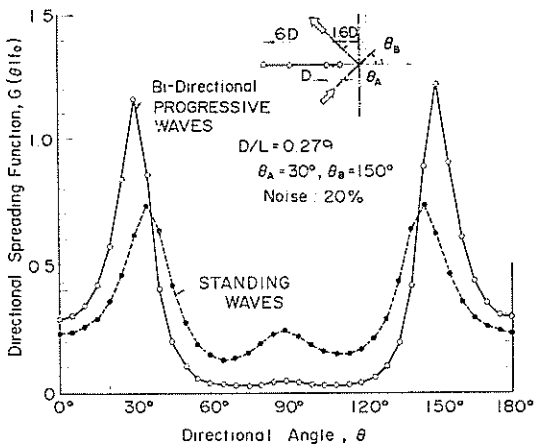


図-21 単一方向波による反射波の分解能の解析例 ($D/L=0.279$)

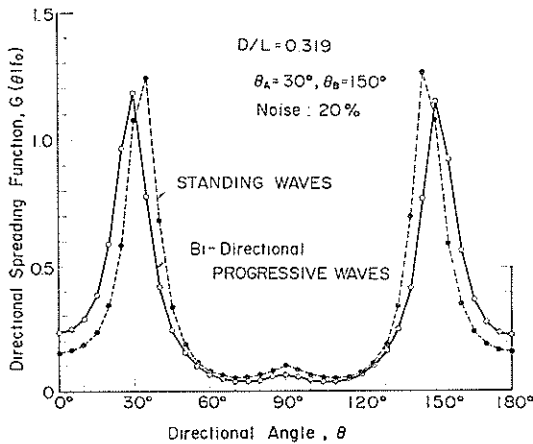


図-22 単一方向波による反射波の分解能の解析例 ($D/L=0.319$)

波数スペクトルおよびクロススペクトルは16個の周波数帯について計算した。

図-21, 22はシミュレーション波形について方向スペクトルを最尤法で計算した1例である。波高計群は4台を反射壁面に対する垂線に沿って最適直線列に配置し、反射壁面との距離を $1.6D$ とした場合で、波は完全反射($a_{m,n}=b_{m,n}$)、入・反射波の方向角は $\theta_A=30^\circ$ 、 $\theta_B=150^\circ$ である。図は式(1)の位相遅れ角を任意に変化させた10回のシミュレーション結果の平均値であり、各試行は10%程度の標準偏差を持って変動している。図中の黒丸が位相関係が式(2)で拘束された重複波であり、白丸は位相遅れ角が独立な二方向の進行波の結果である。図-21の $D/L=0.279$ の場合には入・反射波の方向がずれて方向分解能が低下しているばかりでなく、その中間の $\theta=90^\circ$ の

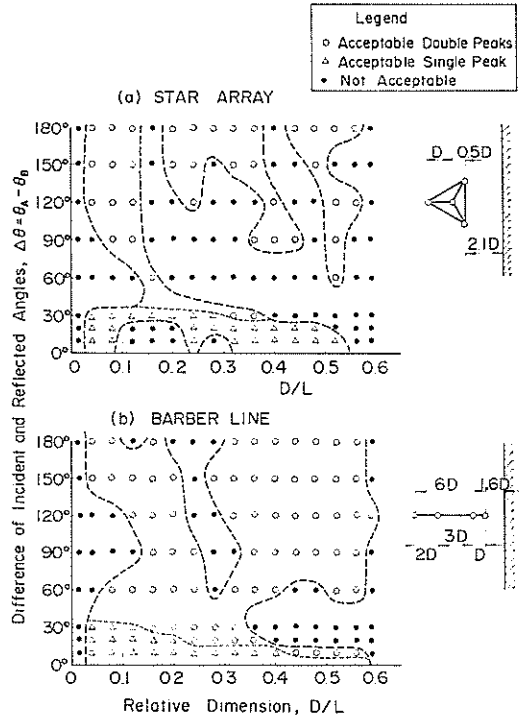


図-23 単一方向波に対する星型および直線列配置の反射波の分離限界

付近に主ピークの30%以上の強さを持つ二次ピークが出現している。図-22に示す $D/L=0.319$ の場合には自由な進行波の合成時との差が小さいけれども、やはり入・反射波の方向のずれは認められる。

なお、直接フーリエ変換法では成分波間の位相干渉効果がさらに強く現われ、見掛けの二次ピークが顕著になる。こうした重複波に対する分解能の低下は、2.4(2)で述べたように式(2)の条件のためにクロススペクトルが成分波間の干渉項を含むことに起因すると考えられる。

斜め重複波における入・反射波の分離性能の全般的検討として、最尤法による計算値について次の2条件の適合度を調べた結果を図-23に示す。

- 1) 求められた方向関数のピーク方向角が入・反射波の方向角の $\pm 15^\circ$ 以内にあること。
- 2) 入・反射波以外の見掛けのピークはその最大値が主ピークの30%以下であること。

対象とした波高計配置は星型および最適直線列であり、図中に示したように反射壁面からの距離は前者が $2.1D$ 、後者が $1.6D$ の場合である。また、入・反射波の方向角は $\theta_A+\theta_B=180^\circ$ の関係を満足するものとした。なお、シミュレーションは2回ずつ行なった。

図-23では、上記の2条件を満足するものが白丸、不

適合のものが黒丸で示されている。また、入・反射波の方向角の差が 30° 以下の場合には $\theta=90^\circ$ のところ単一波として現われることが多く、そのときに上記の第2の条件を満足するものは白三角印として示されている。図から明らかなように、星型配置よりも直線列配置の方が分離可能な領域が広い。しかし、後者の場合でも $D/L=0.2\sim 0.3$ にかけて不適合の領域が帯状に伸びており、入・反射波が分離可能な領域は一様ではない。

ここに示したのは特定の配置例である。一般に、反射壁面との距離によって分離可能領域が変化するのであろうし、また反射率によっても分離性能が異なると考えられる。したがって、斜め重複波に関しては対象とする波高計配置についてそれぞれ数値シミュレーションを行なって分離性能を検討することが必要と思われる。

4.2 2次元不規則波の反射波の分解能

方向スペクトルを有する2次元不規則波が $x=0$ の壁面で反射されて重複波を形成する場合については、式(8)において式(9)の位相遅れ角の条件を課すことによってシミュレーションを行なった。その方法・条件は3.2(2)と同一であり、波高計群の配置は表-2のとおりとし、 $x=0$ の防波堤壁面で波が反射されるものとした。波としては $S_{max}=10$ および100を対象とし、 $T_{1/3}=10s$ の波

が波高計直線列と 0° 、 30° および 60° の角度をなす波向で入射して完全反射される場合について各5回のシミュレーションを行なった。図-24は $S_{max}=100$ 、図-25は $S_{max}=10$ の場合で、シミュレーション波形から最尤法で解析した方向関数の平均値で示してある。破線が完全反射による重複波に対する結果であり、実線は比較のために図-19, 20で紹介した二つの独立な波群の重畳時の結果を示したものである。

図-24, 25で明らかなように、入射波の主方向が波高計直線列に平行($\theta_A=0^\circ$)のときは、入・反射波はどの周波数帯においても明瞭に分離される。それぞれの主方向については、直線列配置の特性のために、二方向進行波の場合と同様のずれが生じている。

次に、 $\theta_A=30^\circ$ 、 $\theta_B=150^\circ$ の場合には $f_0 \geq 0.112\text{Hz}$ では入・反射波の分離が良好であるのに対し、 $f_0 \leq 0.090\text{Hz}$ では全く分離ができていない。さらに、 $\theta_A=60^\circ$ 、 $\theta_B=120^\circ$ になるとどの周波数帯においても分離は全く認められず、あたかも 90° 方向から入射する単一波群のような応答を示す。

ここには示していないが、他の波向に対するシミュレーション結果も併せて考えると、表-2の4台の波高計直線列で入・反射波を明確に分離できるのは、入射波の主

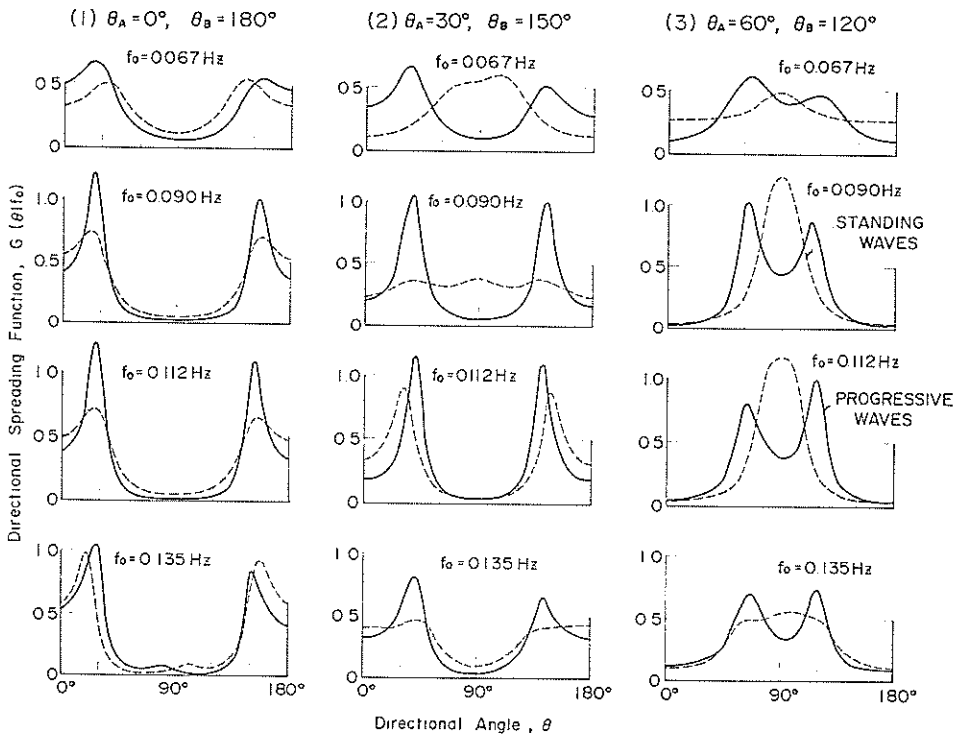


図-24 2次元不規則波($S_{max}=100$)に対する直線列配置の反射波の分離性能の解析例

波高計群による方向スペクトルを用いた反射波推定法の検討

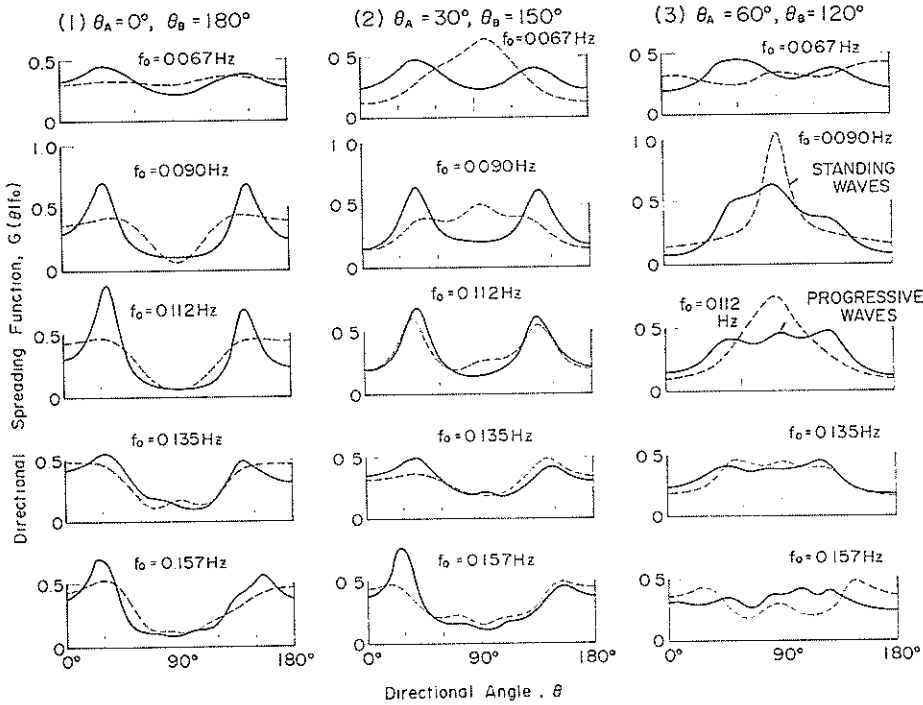


図-25 2次元不規則波 ($S_{max}=10$) に対する直線列配置の反射波の分離性能の解析例

方向と直線列となす角度が $\pm 20^\circ$ 程度以内のときに限られるようである。波高計を5台あるいは6台に増せば分離可能な方向角の範囲が増大するであろうが、それでも入・反射波の分離性能には限界があり、二つの独立な波群に対する分離性能よりは低い水準にとどまると考えられる。

なお、風洞水槽内の風波の反射の問題のように、入・反射波の主方向が 180° 異なっていると考えられる場合には、直線列配置よりも星型配置その他 $0^\circ \sim 360^\circ$ の全方位を検出できる方式を用いるのも一つの方法である。いま、1例として $D=25\text{m}$ の星型配置を $x=0$ の反射壁面に対して 15° 傾け、中心を $3D=75\text{m}$ だけ離して設置した場合(表-3参照)について数値シミュレーションを行なってみると、図-26, 27 のような結果が得られる。図-26は $S_{max}=100$ 、図-27は $S_{max}=10$ の場合で、周期は

表-3 現地用星型配置の1例 ($D=25\text{m}$)

n	$x_n(\text{m})$	$y_n(\text{m})$	設置水深(m)
1	-75.0	0.0	-9.0
2	-99.2	-6.5	-9.0
3	-57.3	-17.7	-9.0
4	-68.5	+24.2	-9.0

注: 1) 反射壁面は $x=0$ すなわち y 軸上にある。
2) 潮位は $+1.0\text{m}$ とする。

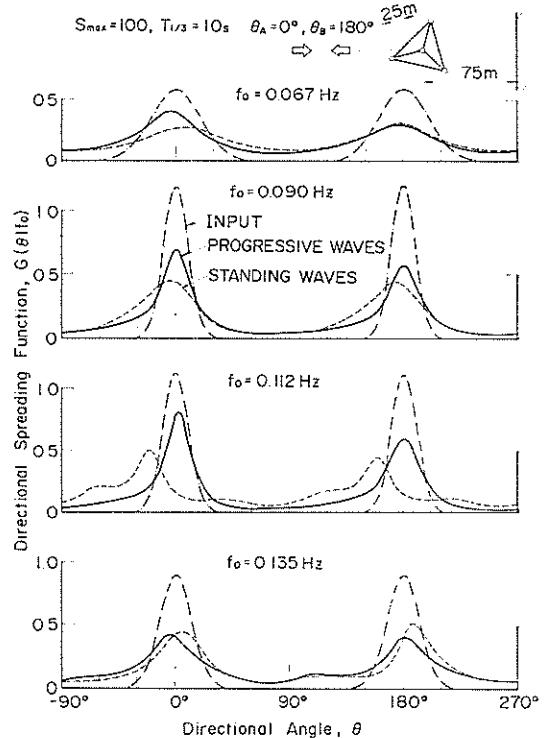


図-26 2次元不規則波 ($S_{max}=100$) に対する星型配置の入・反射波の分離性能の解析例

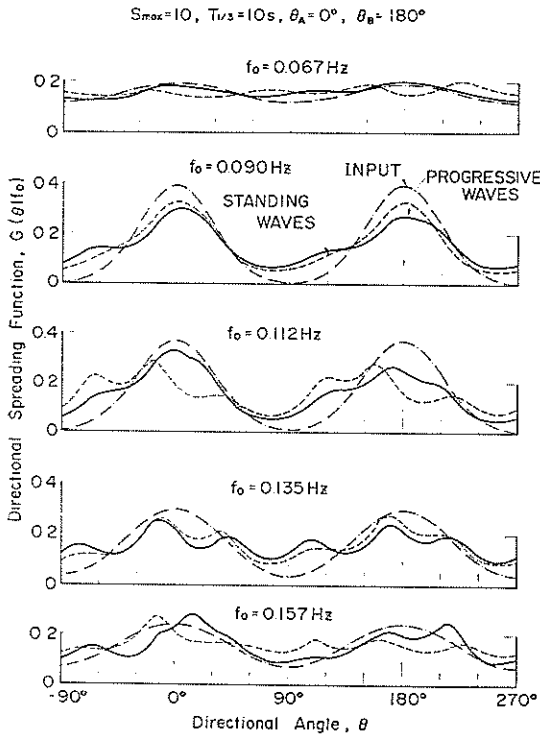


図-27 2次元不規則波 ($S_{max}=10$) に対する星型配置の入・反射波の分離性能の解析例

$T_{1/3}=10s$ として計算条件等はこれまでのものと同一であり、各5回のシミュレーションの平均値で示してある。また、図中の1点鎖線が入力した方向関数、実線が進行波の場合、破線が重複波に対する結果である。

この結果によると、式(6)の位相条件の課せられない自由な進行波の場合には、ほぼ入力値に近い方向関数が得られる。ただし、 $S_{max}=100$ では波高計群の相対的大きさのためか、あるいはノイズレベルが20%と高いためかピーク値が入力値よりも低い。また、 $S_{max}=10$ の $f_0=0.135Hz$ の周波数帯では方向関数の推定値の波打ちが強く現われる、などの問題は残っている。一方、式(6)の制約のある完全重複波の場合にも、全体としては入・反射波の分離ができており、特に $S_{max}=100$ の場合が良好である。ただし、 $f_0=0.112Hz$ の周波数帯ではピーク的位置が -20° ほどずれたり、 $S_{max}=10$ の $f_0=0.157Hz$ の周波数帯では反射波に対応するピークが現われないなどの問題がある。したがって、使用に際しては数値シミュレーションをあらかじめ行なって分離性能を確認することが必要であろう。

5. 仙台港における反射波の観測

5.1 観測状況

(1) 波高計の配置

仙台港は仙台市の東の海岸にあり、七北田川河口の北約2.5kmの地点に開発された掘込港湾である。図-28に示すように東の牡鹿半島と南の相馬海岸にはさまれた $N90^\circ \sim 180^\circ$ の範囲で太平洋に開放されている。来襲するうねりは海底地形による屈折作用を受け、周期10sでは水深15m付近における波向が $N112^\circ \sim 150^\circ$ の範囲に限定される。

港は延長1,800mの南防波堤によってしゃへいされているが、その基部の南側海浜の安定性が問題になり、1976年11月に運輸省第二港湾建設局塩釜港工事事務所及び港湾技術研究所水工部漂砂研究室が漂砂調査を実施した。砕波帯内の流況等については既に田中ほか²⁹⁾によって報告されている。この調査では防波堤の反射波を観測することも計画され、波高計群による同時波形観測が実施された。

波高計の配置は、予備的検討の結果、著者の提案に基づいて防波堤壁面への垂線に沿った直線列として、5台の直記型超音波式波高計を図-29の位置に据付けた。波

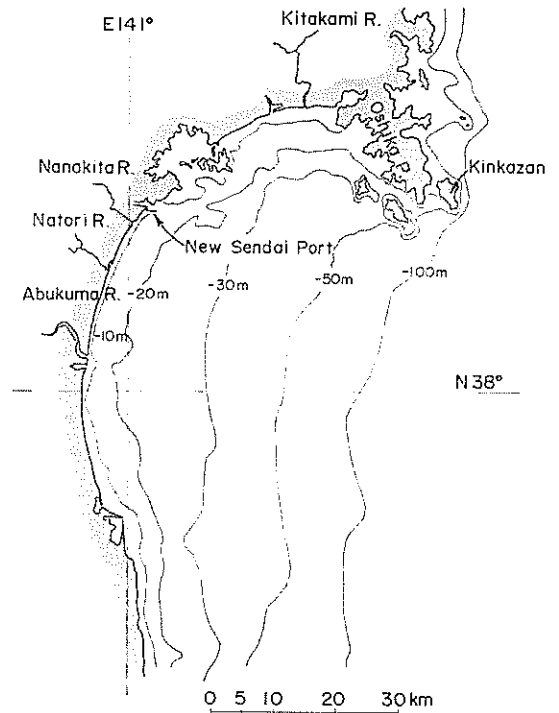


図-28 仙台港の位置図

波高計群による方向スペクトルを用いた反射波推定法の検討

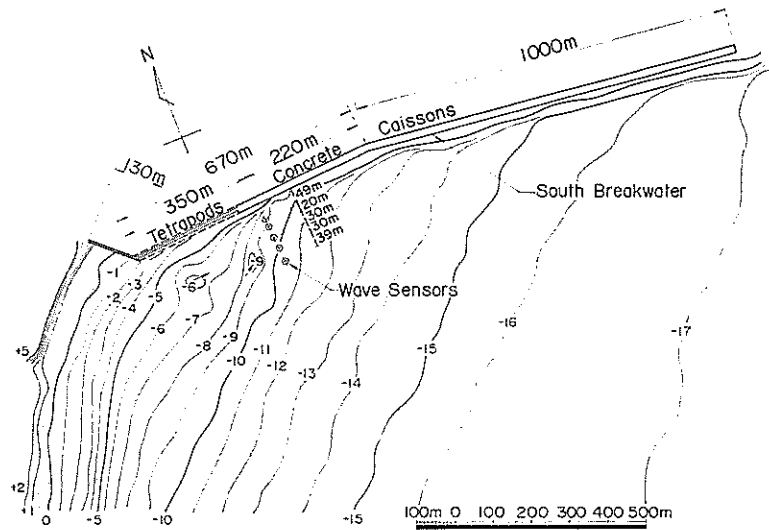


図-29 南防波堤前面の波高計配置図

高計間の距離は最適配置を狙いとしたが、隣接する波高計間の超音波信号の干渉を避けるために最小値を $D=20$ m とした。また、共通記録計を防波堤ケーソン上に取付けたが、そこまでのケーブル延長の制約もあって、図-29の配置とした。ただし、記録を取得・解析の結果、最外端の波高計の出力は他の4台の波高計と比較して、その平均値において波高が68%、周期が87%と低い値であり、記録の均質性に疑問が生じたため、方向スペクトルの解析には防波堤に近い4台の記録のみを使用した。この4台の座標位置および設置水深は既に表-2として示したとおりである。

(2) 波形記録の解析

波高計の設置は塩釜港工事事務所が上述の漂砂調査と並行して進めたが、記録の取得は1976年11月26日からであり、35日間の連続記録が得られた。波形は長尺のマイクロフィルム（幅35mm）上のスクラッチとして2時間ごとに20分間ずつ記録された。観測の終了後、マイクロフィルムを現像し、マイクロフィルムリーダーで拡大コピーを作成し、これを波形読取装置で紙テープ上のデジタル記録に変換して電算機処理を行なった。

波形記録は0.9s間隔で約1,300個読み取ったが、各ケースのデータ個数を揃えるために先頭の1,256個を有効とし、拡大FFT³⁰⁾法を用いて1,280個のデータとして解析した。

解析の対象としては、35日間の記録の中で顕著な波が見られた1976年12月28日0時～同月29日12時の期間を取り上げ、2時間ごとの記録の中からやや恣意的に10ケースを選んだ。解析結果から有義波高および有義波周期

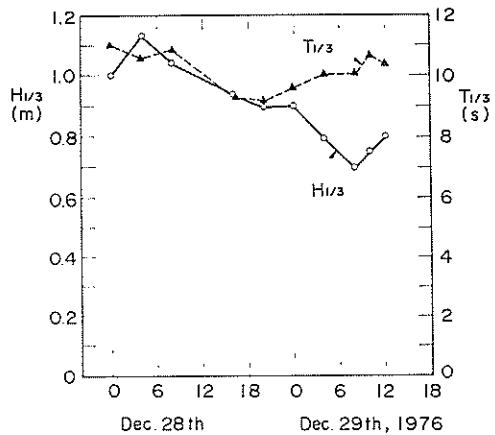


図-30 解析対象の波の有義波高と有義波周期の時間変化

(4台の平均)の時間変化を示したのが図-30である。周期は11sから一度9sに下ってまた10sに戻り、この間、波高は1.1mから0.7mに低下し、最後に0.8mにまで回復している。太平洋沿岸に見られるうねりの典型である。

気象庁発行の天気図でこのうねりの浪源を尋ねてみると、12月25～27日に本州東海海上を北東に進んだ二つ玉低気圧が該当する。特に、図-31の東経155°付近の低気圧の南東海域はその東側の高気圧からの吹き出しもあって15～20m/sの風が吹いており、その付近の航行船舶からは周期8s、波高3～4mの北西に進むうねりが通報されている。この二つ玉低気圧は27日から28日にかけて千島列島沿いに進み、中心示度964mbにまで発達し、そ

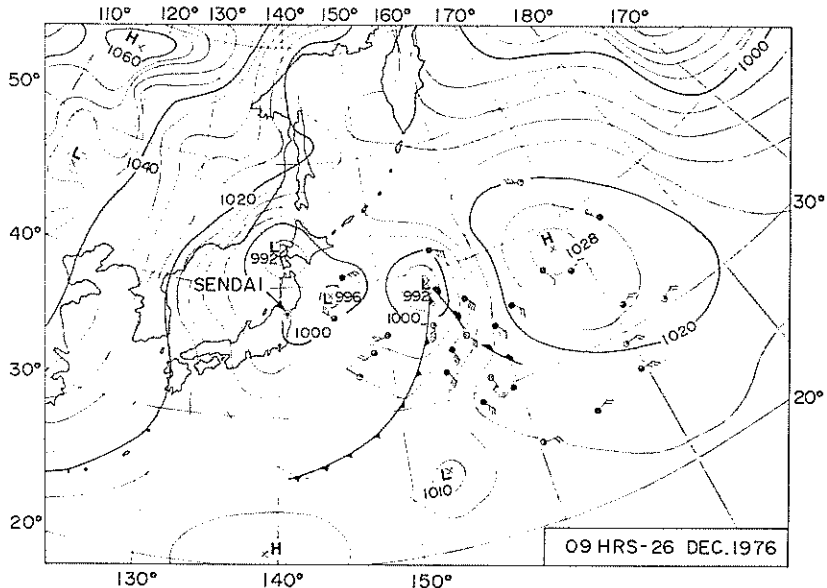


図-31 推定浪源域の天気図

の過程で千島沿いに風速 20m/s 級の北東風の風域を形成した。しかし、うねりの周期および伝播時間を勘案すると、仙台港で12月28～29日に観測されたものは、前者を浪源とすると考えられ、したがって波向はE～SEと推定される。

5.2 方向スペクトルの解析結果

スペクトル計算はFFT法により $f_{max} \approx 0.55\text{Hz}$ までの周波数範囲において25本の推定値を得た。これは放物

線フィルターを用いて平滑化した51本のピリオドグラムの平均であり、周波数スペクトルおよびクロススペクトルとも同じである。

まず、周波数スペクトルは図-32のようになった。初期のデータは $f=0.07\sim 0.10\text{Hz}$ のスペクトル密度が高く、時刻が遅くなるにつれて $f \geq 0.15\text{Hz}$ の範囲のスペクトル密度が高まっているのは、うねりに特有な速度分散の現象であろう。ただし、 $f=0.046\text{Hz}$ のスペクトル

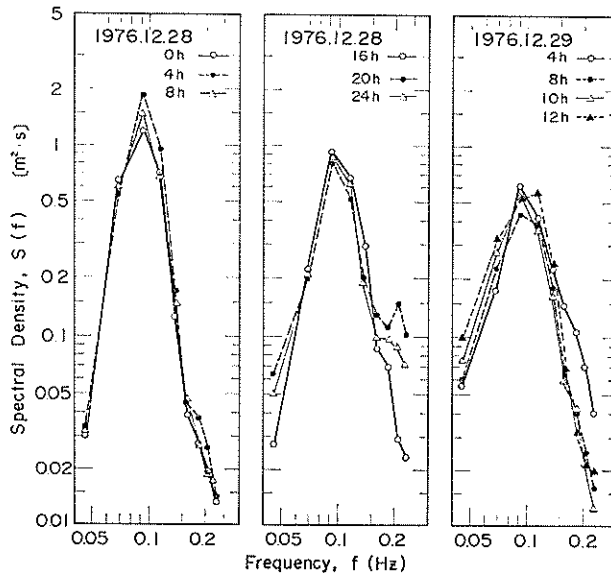


図-32 解析した波の周波数スペクトル

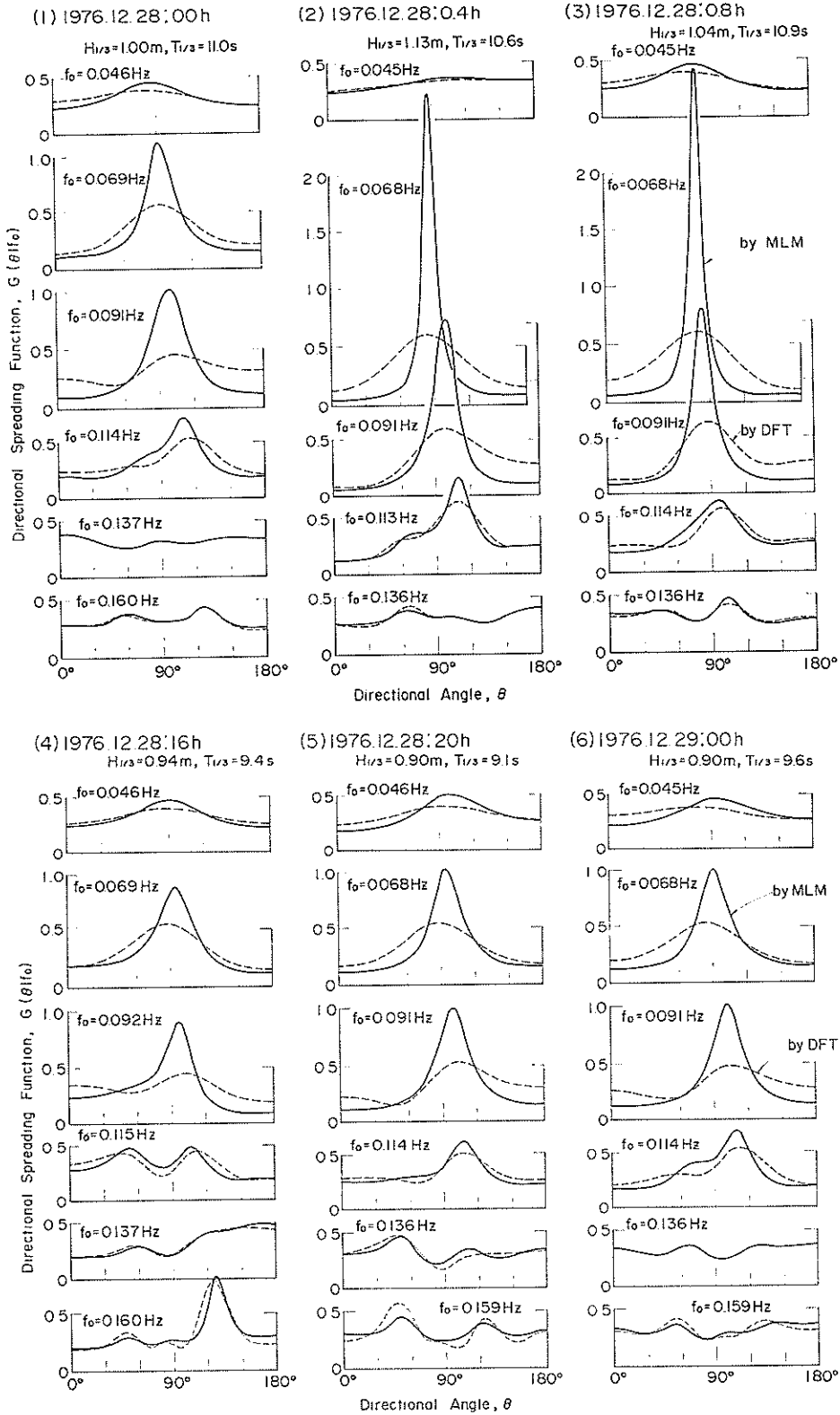


図-33 解析した波の方向関数

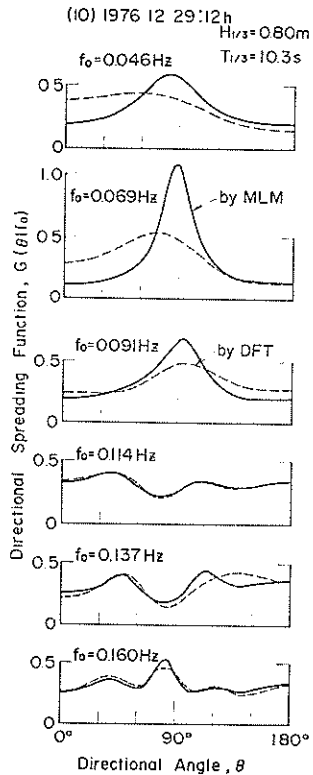
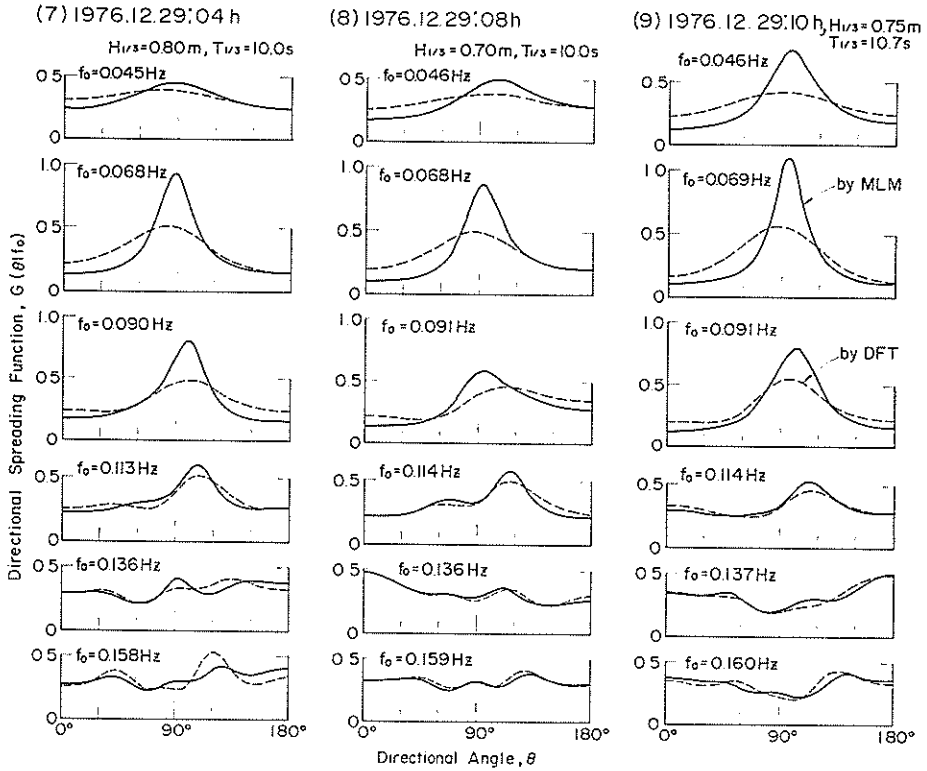


図-33 解析した波の方向関数 (続)

密度が次第に増大し、12月29日にはこの傾向が $f=0.067$ Hz の領域にまで広がっているのは、別の浪源、たとえば前述の千島列島沿いの風域からの先駆波、あるいはさらに遠方からのうねりなのかも知れない。また、29日8時以降はスペクトルの高周波側の密度がそれ以前のデータよりも低いレベルにあることは、北東からのうねりの先駆波の特徴と考えることも可能である。

次に、クロススペクトルの解析結果から最尤法および直接フーリエ変換法によって方向スペクトルを求め、各周波数ごとの方向関数を推定した結果が図-33(1)~(10)である。図中の実線は最尤法 (MLM)、破線は直接フーリエ変換法 (DFT) による推定値である。図の横軸の方向角 θ は、波高計直線列から反時計回りに測った角度である。方位に換算すると $\theta=0^\circ$ が $N356^\circ$ 、 $\theta=90^\circ$ が $N266^\circ$ 、 $\theta=180^\circ$ が $N176^\circ$ である。ただし、式(1)に始まるこの解析では波の方向としてその進んで行く方向を用いているので、通常の波向の定義である波のやってくる方向でいえば、 $\theta=0^\circ$ は $N176^\circ$ の波向、 $\theta=90^\circ$ は $N86^\circ$ の波向、 $\theta=180^\circ$ は $N356^\circ$ の波向となる。

各ケースの解析結果は相当に異なるので、10ケースの算術平均として周波数スペクトル、方向スペクトル、および方向関数を求めた結果が図-34(1)~(3)である。

図-33, 34で明らかなことを列挙すると、次のようになる。

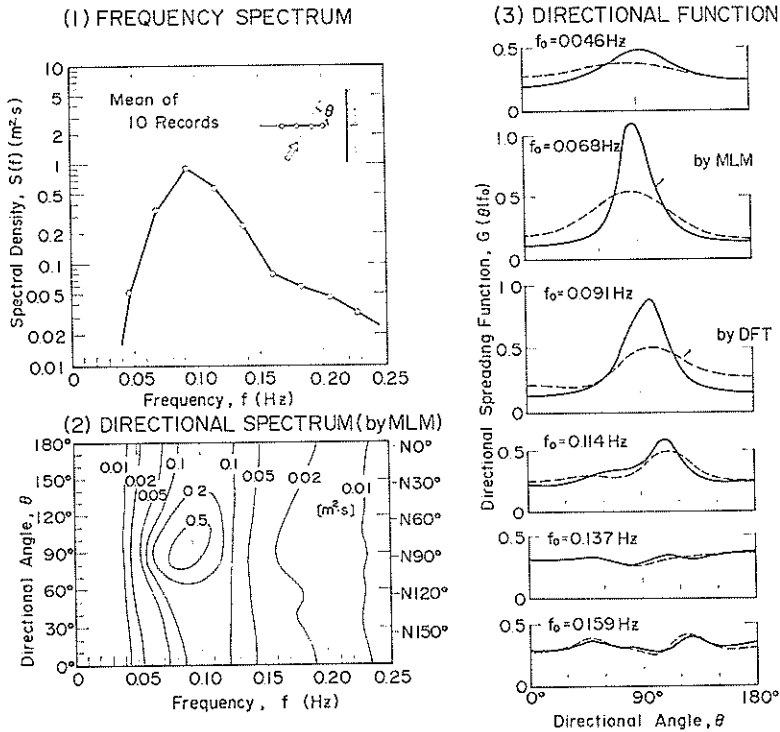


図-34 解析した波の周波数スペクトル，方向スペクトルおよび方向関数の平均値

- 1) $f_0 \approx 0.046$, 0.068 および 0.091 Hz の周波数帯では，方向関数はすべて単一のピーク ($\theta \approx 90^\circ$) を示す。ただし， $f_0 \approx 0.091$ Hz では直接フーリエ変換法による推定値が $\theta = 0^\circ$ に小さな2次ピークを示す例がある。
- 2) $f_0 \approx 0.114$ Hz では方向関数が二山型ないしは主ピークの横にこぶ状のふくらみを持つケースが多い。
- 3) $f_0 \approx 0.137$ および 0.159 Hz では方向関数が特定のピークを示さず，ほぼ一様な分布の上に不規則な変動が重なっている形である。
- 4) $f_0 \approx 0.068$ Hz における方向関数のピークはかなり高く， $\cos^{3/2}(\theta/2)$ 型の分布関数をそのピーク値を合わせるようにあてはめると，平均でも $S \approx 15$ 程度あり，中には12月28日4時および8時のように $S \approx 100$ 級に相当するものもある。
- 5) $f_0 \approx 0.091$ Hz における方向関数のピークは $f_0 \approx 0.068$ Hz のピークよりもやや低く，平均では $S \approx 10$ 程度である。 $f_0 \approx 0.068$ Hz のピークが著しく高い12月28日4時および8時のデータでは， $f_0 \approx 0.091$ Hz のピークもかなり高く， $S \approx 30$ 程度に相当する。
- 6) 最尤法と直接フーリエ変換法による推定値は， $f_0 \geq 0.114$ Hz ではほぼ同一の結果を与えるが， $f_0 <$

0.091 Hz では直接フーリエ変換法が最尤法のような高いピーク値を示すことが出来ずになだらかな分布関数を算出する結果となっている。

5.3 反射波に関する考察

上記の方向スペクトルの解析結果からは，仙台港南防波堤による反射波の存在は識別困難である。 $f_0 \approx 0.114$ Hz における二山型ないしこぶ状分布関数が，僅かに反射波と入射波の重畳のうかがわせる程度である。防波堤は低マウンドのケーソン式混成堤であって十分な天端高を有し，観測対象の波浪では越波も生じなかった筈であり，入射波はそのまま反射されたと考えられる。

反射波が識別できなかった理由として以下のようなことが想定される。

- 1) 南防波堤の中心線は先端から約1,000mのところまで10度折れ曲っており，このため波高計列には入射波，防波堤先端部からの反射波，および防波堤中間部（波高計群設置箇所）からの反射波の三つの波群が入射していた。
- 2) 水深が比較的浅いことや捨石マウンドの存在などのために沿い波が形成され，波高計列の付近では防波堤に平行な進行波のみが存在していた。
- 3) 反射波は存在していたけれども，4.で論じた入・

反射波の位相干渉のために、十分な分離ができなかった。

- 4) 波の有限振幅性に基づく非線型干渉によって重複波に特有な束縛波が形成され、線型重ね合せを基本とする解析法が適用できなくなった。
- 5) 水深が波高計ごとにやや異なり、また設置位置に若干の測量誤差があったかも知れず、こうした誤差が解析結果に影響を及ぼした。

まず、第1の問題は計画当初における現地状況の把握が不十分なために起きたもので、波高計列を300mほど先端寄りに設置しておけば防ぐことが可能であった。防波堤先端部からの反射波の影響は、沖波の波向がEに寄る場合が著しく、沖波の波向がSEよりS寄りではほとんど無視できる。いま、防波堤壁面において入射角と反射角が等しいものとして波高計列周辺の屈折図を描くと、波高計列と波の進行方向とのなす角度として表-4の結果が得られる。括弧内に示した屈折の影響のない場合に比べ、方向角がいずれもやや減少する。これは、この付近の等深線に対する垂線が波高計列と約50°の角度をなしており、屈折の影響が強いほど波向がこの垂線の方向に揃うためである。

表-4 入射波および反射波の方向角 ($T=10s$)

波 向		波高計列とのなす角度		
沖 波	防波堤位置	入射波	先端部反射波	中間部反射波
N107°	N115°	59°(61°)	92°(99°)	115°(119°)
N119°	N120°	55°(56°)	95°(104°)	116°(124°)
N126°	N125°	50°(51°)	100°(109°)	120°(129°)

注：括弧内は屈折効果は無視した場合の値。

第2、第3の原因については後で詳しく検討することにして、第4の非線型干渉の影響は一般に入射波の2倍周波数のところに強く現われる。また、重複波では進行波よりもこの影響が著しい。連続スペクトルを持つ波浪における重複波の非線型干渉については未だ計算されていないと思われるが、増田・光易・郭^{31),32)}による風波の非線型干渉の計算結果から類推して、ピーク周波数の1.5倍以上の周波数帯では非線型干渉の影響を強く受けていると考えられる。特に、今回の解析結果では $f_0 \approx 0.068\text{Hz}$ のエネルギー密度もかなり大きいので、非線型干渉の影響範囲が広く、このため $f_0 \geq 0.137\text{Hz}$ の方向関数が一様分布に近くなったのではないと思われる。

第5の水深変化および位置誤差の影響は、式27あるいは式29の計算における座標ベクトル、すなわち $kX_{ij} \cos \theta + kY_{ij} \sin \theta$ の値に表われる。今回の計算では、波数 k

は波高計の対ごとにその平均水深を用いており、また表-2に既出のように水深の差も±6%程度であるので、水深変化の影響はほとんどないと考えられる。位置誤差の問題は誤差そのものの大きさが不明であるので検討困難であるが、試みに y 座標に1~2mの誤差があったものとして、 $y_1=0, y_2=-1.0, y_3=1.0, y_4=-2.0\text{m}$ と設定してシミュレーションを行なってみた。条件は、 $T_{1/3}=10s, S_{max}=100$ の波が $\theta_A=60^\circ$ で入射し、 $\theta_B=120^\circ$ で完全反射されるものとし、ノイズはrms値で20%のものを付加した。計算結果は、位置誤差がないものと細部において若干の差が見られたものの、二山型に分離されるべき方向関数が単一ピークとしてしか求められない性質は同じであった。したがって、水深変化および位置誤差の問題は反射波の分離に影響を及ぼすものとは考えられない。

残された第2、第3の沿い波の形成あるいは波高計列の分離性能の問題を解明するため、数値シミュレーションによって図-33のような方向関数が得られるか否かを検討してみた。このため、表-4の入・反射波の方向角を参照し、 $\theta_A=50^\circ \sim 60^\circ, \theta_B=95^\circ \sim 115^\circ$ の範囲で5°ずつ

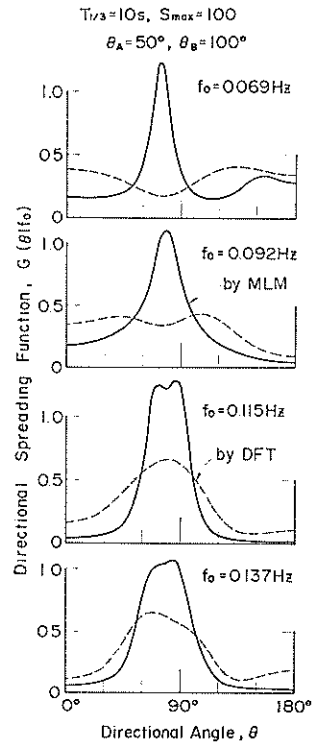


図-35 仙台港に対する斜め重複波のシミュレーションにおける方向関数の解析結果

変えた組合せについてシミュレーションを行なったところ、 $\theta_A=50^\circ$ 、 $\theta_B=100^\circ$ の組合せが比較的観測結果に近いものが得られた。この結果は図-35に示すとおりで、実線は最尤法、破線は直接フーリエ変換法による推定値である。波は $T_{1/3}=10s$ 、 $S_{max}=100$ であり、ノイズはrms値で5%と少なくしたものを与えた。ここに示したのは波形を変えた15回のシミュレーション結果の平均値である。また、計算は $\Delta t=0.9375s$ ごとに $N_0=1024$ 個のデータを用い、スペクトル密度は24個の周波数帯について求めたもので、現地観測値とほぼ同一の周波数について比較できるようにした。

図-35では、最尤法で推定した方向関数の値が $f_0=0.069$ および 0.092Hz で強い集中度を示している。特にピーク付近は標準偏差が前者で0.48、後者が0.22と大きく、15回のシミュレーションの中にはピーク値が $f_0=0.069\text{Hz}$ で $G_{max}=2.34$ 、 $f_0=0.092\text{Hz}$ で $G_{max}=1.79$ に達するものが見られた。すなわち、本来は $\theta_A=50^\circ$ と $\theta_B=100^\circ$ の個所にピークを持つ二山型の方向関数が、入・反射波の位相干渉のために見掛け上、単一ピークを持つものとして解析されている。

しかしながら、図-33(2)、(3)の観測データでは $f_0=0.068$ および 0.091Hz の両周波数帯で同時に強い集中度が生じているのに対し、シミュレーションでは二つの周波数帯における方向関数のピーク値の相関が低く、ピークの高まりは偶発的である。また、直接フーリエ変換法で推定した方向関数は左右に大きく割れた二山型となっていて、観測データがピーク値が低いながらも単一ピーク型を保っていたことと対立する。この直接フーリエ変換法による解析結果が低周波数帯において二つに大きく割れた形になることは、 $\theta_A=50^\circ\sim 60^\circ$ 、 $\theta_B=95^\circ\sim 115^\circ$ の組合せのすべてに共通していた。

シミュレーションでは防波堤の折曲りを考慮した三つの波群の合成までは取り扱っていないので、現地の波浪状況を再現したとはいえないけれども、図-35と図-33の直接フーリエ変換法の結果の差から判断すると、現地では防波堤にはほぼ平行に進行する波浪成分が卓越していたのではないと思われる。もっとも、沿い波動的な様相が波浪スペクトルの低周波数帯のみに限定されている点は不思議である。また、現地観測結果において $f_0=0.091\text{Hz}$ の直接フーリエ変換法による推定値が $\theta=0^\circ$ に小さな二次ピークを持つ例があることは、弱い反射波の存在をうかがわせる。さらに、図-29の位置図から明らかのように、 $\theta\geq 88^\circ$ の範囲の成分波は幾何光学的にいえばその発生源がすべて防波堤壁面となり、方向スペクトルの分解能の問題はあるにせよ、反射波を代表するものとい

える。

なお、図-35のシミュレーション結果で $f_0=0.115$ および 0.137Hz の周波数帯でも強い方向関数の集中が見られ、現地観測値と一致しない点については、周波数の違いによって屈折の効果が異なるために波高計列への方向角が低周波成分からずれていたためではないかと思われる。また、これらの周波数帯における方向集中度パラメータは式(6)を単純に適用したものよりは低い値であったことも考えられる。現地観測データで $f_0=0.114\text{Hz}$ の周波数帯の方向関数の二つのピークのうち $\theta>90^\circ$ のものの方が大きい例が多いのは、南防波堤の折曲りによる二組の反射波の影響と考えることができよう。

結局、今回観測された仙台港南防波堤前面のうねりは、E~SE方向から来襲して防波堤前面では $N115^\circ\sim 135^\circ$ の波向となり、南防波堤で反射されたものの入・反射波が変形して $f_0=0.068\text{Hz}$ の低周波成分は沿い波動的な挙動を示し、 $f_0=0.114\text{Hz}$ の周波数帯で初めて顕著な反射波を出現させたけれども、それより高周波側では重複波の非線型干渉等に起因する束縛波を随伴して方向スペクトルの解析を阻害したと思われる。

上記は推測の域にとどまるものであって、特に沿い波現象については今後、室内実験および現地観測によってその存在の実態を究明する必要がある。しかし、今までに論じたように波高計群による方向スペクトルの観測を単純に適用したのでは、入・反射波の位相干渉のために明確な結論を得ることがむずかしい。方向スペクトルの解析にあたって本報告で用いた直接フーリエ変換法および最尤法以外の方法、たとえば山口⁹⁾が推奨しているBorgmanによるパラメータ法を適用することも一つの検討項目である。しかし、基本的には方向スペクトルの推定の際に重複波の存在を一つの拘束条件として課した理論を構成することが必要なのではないかと思われる。室内実験については、単一方向不規則波であれば入射角および反射角を所与のものとして入・反射波の周波数スペクトルの分離計算を行うことは容易であろう。

6. むすび

波高計群による方向スペクトルの推定手法、特に入・反射波の分離について数値シミュレーションによって種種検討し、現地観測データを解析した結果から明らかになった事項を取りまとめると以下のようになる。

1. 波高計群による方向スペクトルの解析には、直接フーリエ変換法よりも最尤法の方が一般に優れており、進行方向の異なる二つの波群を容易に識別することも可能である。ただし、最尤法はクロススペク

- トルの統計的変動性の影響を敏感に受け、また方向集中度の低いスペクトルの再現性が悪いという短所がある。
2. 方向スペクトルの計算に際しては、適当な幅の周波数帯ごとに平滑化されたクロススペクトルを正規化して用いるのが、統計的変動性の影響を少なくする上で有利である。
 3. 波高計群の配置方法としては、波の来襲方向が±90°の範囲に限られるときは直線列配置が有利であって高い分解能が期待できる。波の来襲方向が特定できないときは星型配置などの対称形を用いるのが良い。
 4. 重複波においては、入・反射波の成分波間の位相干渉のために波高計群の方向スペクトルの分解能が大幅に低下する。このため、方向スペクトルの解析手法を用いたのでは入・反射波を分離することが不可能な場合が生じる。
 5. 仙台港南防波堤前面の波浪観測では、周波数帯の一部にしか反射波の存在を検出できず、低周波数帯における沿い波的な現象の存在が示唆された。
 6. 反射波の方向スペクトルの観測のためには新しい理論の展開が必要であり、それまでは数値シミュレーション手法を活用して入・反射波の分離性能を確認しながら波高計群方式を適用すべきである。

本報告で述べた仙台港における波の同時観測記録は運輸省第二港湾建設局塩釜港工事事務所によって取得されたものである。得られた記録の読取・解析は、すべて当所海洋水理部波浪研究室の元室員である蜂須賀和吉技官が同部の鈴木康正波力解析主任研究官の協力の下に行なったものである。なお、愛媛大学工学部海洋工学科の山口正隆助教授からは文献入手でいろいろ便宜を図って頂き、また有益な御意見を頂戴した。

本報告を取りまとめるにあたり、上記の各位に深謝の意を表する次第である。

(1980年6月30日受付)

参 考 文 献

- 1) Mitsuyasu, H. et al.: Observation of the directional spectrum of ocean waves using a cloverleaf buoy, *Jour. Physical Oceanography*, Vol. 5, No. 4, 1975, pp. 750~760.
- 2) 山口正隆・土屋義人・小矢田宏: 一様風域場における波浪の方向スペクトルの特性について, 第24回海岸工学講演会論文集, 1977年, pp. 97~101.
- 3) たとえば, Panicker, N.N.: Review of techniques for directional wave spectrum, *Proc. Int. Symp. on Ocean Wave Measurements and Analysis*, ASCE, Vol. 1, 1974, pp. 669~688.
- 4) Barber, N.F.: The directional resolving power of an array of wave detectors, *Ocean Wave Spectra*, Prentice Hall, Inc., 1961, pp. 137~150.
- 5) Borgman, L.E.: Directional spectral model for design use for surface waves, *Hyd. Engg. Lab., Univ. Calif.*, Berkeley, HEL 1-12, 1969, 56p.
- 6) Panicker, N.N. and Borgman, L.E.: Enhancement of directional wave spectrum estimate, *Proc. 14th Coastal Engg. Conf.*, Copenhagen, 1974, pp. 258~279.
- 8) Yamaguchi, M., Tsuchiya, Y. and Koyata, H.: Resolving power of wave gauge array installed in Lake Biwa, *Bull. Disaster Prev. Res. Inst., Kyoto Univ.*, Vol. 27, 1977, pp. 47~71.
- 9) 山口正隆: 方向スペクトル観測装置の分解能について(2), 愛媛大学紀要 第三部(工学), 第9巻第3号, 1980年, pp. 281~298.
- 10) Capon, J., Greenfield, R.J. and Kolker, R.J.: Multidimensional maximum-likelihood processing of a large aperture seismic array, *Proc. IEEE*, Vol. 55, 1967, pp. 192~211.
- 11) Capon, J.: High-resolution frequency-wave-number spectrum analysis, *Proc. IEEE*, Vol. 57, 1969, pp. 1408~1418.
- 12) Chou, Oakeley, Paulling, VanStyke, Wood, and Zink: Ship motions and capsizing in astern seas, *Final Rept. for Dept. Transportation, U.S. Coast Guard Rept. No. CG-D-102-75*, 1974.
- 13) Regier, L.A. and Davis, R.E.: Observations of the power and directional spectrum of oceanic surface waves, *J. Marine Res.*, Vol. 35, No. 3, 1977, pp. 433~451.
- 14) Davis, R.E. and Regier, L.A.: Method for estimating directional wave spectra from multi-element arrays, *J. Marine Res.* Vol. 35, No. 3, 1977, pp. 453~477.
- 15) Regier, L.: Observations of the power and directional spectrum of oceanic surface waves, *Ph. D. Dissertation, Univ. of Calif.*, San Diego, 1975.
- 16) Oakeley, O.H. and Lozow, J.B.: The resolution of directional wave spectra using the maximum likelihood method, *M.I.T. Ocean Engg. Dept. Rept. No. 77-1*, 1977.
- 17) Oakeley, O.H. and Lozow, J.B.: Directional spectra measurement by small arrays, OTC 2745, *9th Annual Offshore Tech. Conf.*, 1977, pp. 155~166.
- 18) 上床隆彦・湯村やす: 碎波帯の波の研究(3)一佐賀ノ関海岸の例一, 第23回海岸工学講演会論文集, 1976年, pp. 308~312.
- 19) たとえば, 合田良実: 港湾構造物の耐波設計—波浪工学への序説, 鹿島出版会, 1977年, p. 159.

- 20) たとえば, 前出 19) p. 212.
 21) Sneddon, I.A.: *Fourier Transform*, McGraw-Hill, 1951, p. 44.
 22) Barber, N.F.: Design of 'optimum' arrays for direction finding, *Electronics and Radio Engineer*, Vol. 36, 1959, pp. 222~232.
 23) Haubrich, R.A.: Array design, *Bull. Seismological Soc. America*, Vol. 58, No. 3, 1968, pp. 979~991.
 24) 前出 19) p. 218.
 25) Goda, Y.: Numerical experiments on statistical variability of ocean waves, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, Vol. 16, No. 2, 1977, pp. 3~26.
 26) 合田良実・鈴木康正: 光易型方向スペクトルによる不規則波の屈折・回折計算, 港湾技研資料, No. 230, 1975年, 45p.
 27) たとえば, 前出 19) p. 206.
 28) Kendall, M.G. and Stuart, A.: *The Advanced Theory of Statistics*, Vol. 1 (3rd Ed.), Griffin, London, 1969, p. 370.
 29) 田中則男ほか: 砕波帯内諸現象の総合観測システムと観測例, 港湾技術研究所報告, 第17巻第1号, 1978年, pp. 57~87.
 30) 桑島 進・永井康平: 任意個数試料の FFT (Fast Fourier Transform) 算法とそのスペクトル解析への応用, 港湾技研資料, No. 155, 1973年, 33p.
 31) Masuda, A., Kuo, Y.Y. and Mitsuyasu, H.: On the dispersion relation of random gravity waves. Part 1. Theoretical framework, *J. Fluid Mech.*, Vol. 92, Pt. 4, 1979, pp. 717~730.
 32) Mitsuyasu, H., Kuo, Y.Y. and Masuda, A.: On the dispersion relation of random gravity waves. Part 2. An experiment, *J. Fluid Mech.* Vol. 92, Pt. 4, 1979, pp. 731~749.

主要記号表

- a : 規則波の振幅
 $a_m, a_{m,n}$: 不規則波の成分波の振幅
 b : 規則波の振幅
 $b_{m,n}$: 不規則波の成分波の振幅
 $C(f_0|X, Y)$: 距離 X, Y だけ離れた2点間の波形のクロススペクトルを $0 < f < \infty$ で定義したときの $f=f_0$ におけるコ・スペクトル
 $C_0(f_0|X, Y)$: 上述のコ・スペクトルを $-\infty < f < \infty$ で定義したもの
 $C_*(f_0|X, Y)$: 自己共分散関数を用いて無次元化したコ・スペクトル (式. 25)
 D : 波高計間の最小距離
 f : 周波数
 f_m : 不規則波の成分波の周波数
 f_{max} : スペクトル解析における周波数の上限値
 f_0 : 方向スペクトルの計算の過程で特定された周波数
 f_p : 周波数スペクトルのピークの周波数

- g : 重力の加速度
 $G(\theta|f)$: 方向関数
 G_{max} : 各周波数帯における方向関数の最大値
 h : 水深
 $H_{1/3}$: 1/3 最大波高すなわち有義波高
 i, j : 序数
 k : 波数 ($=2\pi/L$)
 k_m : 周波数 f_m に対応する波数
 K : 不規則波のシミュレーションにおける方向角の成分数
 L : 波長
 m : 序数
 m_0 : 周波数スペクトルの定積分値
 M : 不規則波のシミュレーションにおける周波数の成分数, あるいは波高計の対の個数
 n : 序数, あるいはスペクトル計算において平滑化するピリオドグラムの本数
 $n(t)$: 数値シミュレーションにおいてノイズを模式的に表示した関数 (正規確率変数)
 n_{rms} : 上記ノイズの rms 値
 N_0 : 波形データの読取個数
 $Q(f_0|X, Y)$: 距離 X, Y だけ離れた2点間の波形のクロススペクトルを $0 < f < \infty$ で定義したときの $f=f_0$ におけるクオドラチャ・スペクトル
 $Q_0(f_0|X, Y)$: 上述のクオドラチャ・スペクトルを $-\infty < f < \infty$ で定義したもの
 $Q_*(f_0|X, Y)$: 自己共分散数を用いて無次元化したクオドラチャ・スペクトル (式. 25)
 S : 方向関数の集中度パラメーター (式. 54)
 S_{max} : 集中度パラメーターの最大値
 $S(f)$: 周波数スペクトル
 $S(f, \theta)$: 方向スペクトル
 $S_k(k, \theta)$: 波数表示の方向スペクトル
 $S_k(u, v, \sigma)$: 直交座標系表示の方向スペクトル
 t : 時間
 $T_{1/3}$: 有義波周期
 u, v : 波数空間の直交座標
 w_{ij} : 方向関数推定の重み関数
 x : 水平座標の一つ
 \bar{x} : スペクトル密度推定値の平均値
 X : 2点間の x 座標上の距離
 X_n : n 番目の波高計の対の x 座標上の距離
 X_{ij} : i, j 番目の波高計間の x 座標上の距離
 y : 水平座標の一つ
 Y : 2点間の y 座標上の距離
 Y_n : n 番目の波高計の対の y 座標上の距離
 Y_{ij} : i, j 番目の波高計間の y 座標上の距離
 α : 方向関数の正規化条件を満足させるための比例係数
 Δt : 波形の読取時間々隔
 ϵ_0 : 規則波の位相遅れ角
 ϵ_A, ϵ_B : 二つの規則波の各々の位相遅れ角

$\varepsilon_m, \varepsilon_{m,n}$: 不規則波の成分波の位相遅れ角
 $\eta(x, y, t)$: 波形すなわち平均水位からの水面上昇量
 η_A, η_B : 二つの規則波の各々の波形
 η_{rms} : 波形の rms 値
 θ : 方向角
 θ_0 : 波向, すなわち規則波または波群の進んで行く方向と x 軸とのなす角
 θ_A, θ_B : 二つの規則波の各々の波向, あるいは二つの不規則波群の各々の主方向角
 θ_m, θ_n : 不規則波の成分波が進んで行く方向と x 軸のなす角
 σ_x : スペクトル密度推定値の標準偏差値

τ : 共分散関数計算の隔り時間
 ϕ_B : 等価帯域幅 (式. 61)
 $\Phi_0(f_0 | X, Y)$: 距離 X, Y だけ離れた 2 点間のクロススペクトルを $-\infty < f < \infty$ で定義したもの
 $\Phi_0^*(f | X, Y)$: クロススペクトル Φ_0 の共役複素数
 Φ_{ij}^* : $0 < f < \infty$ で定義された 共役クロススペクトルの複素行列の逆行列の (i, j) 成分
 $\Psi(X, Y, \tau)$: 波形の共分散関数 (式. 5)
 $\Psi'(\tau | X, Y)$: 距離 X, Y を固定して考えたときの共分散関数
 \wedge : 推定値であることを表わす記号