

運輸省港湾技術研究所

港湾技術研究所 報告

REPORT OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH
INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT

VOL. 17

NO. 4

DEC. 1978

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



港湾技術研究所報告 (REPORT OF P. H. R. I.)

第17巻 第4号 (Vol. 17, No. 4), 1978年12月 (Dec. 1978)

目 次 (CONTENTS)

1. Random Wave Velocity Field From Periodic Wave Theory
.....Koji KOBUNE..... 3
(規則波理論による不規則波中の水粒子の算定.....小舟浩治)
2. 浮体係留における粘性抵抗力および拘束条件の影響について
.....小舟浩治..... 59
(On the Effect of Viscous resistance and Non-linear Mooring System on the Mooring
Force of a Floating Body.....Koji KOBUNE)
3. 直立式円筒浮体の波浪中の動揺振幅に関する研究
.....合田良実・鈴木康正・蜂須賀和吉..... 89
(Prediction of the Oscillation Amplitude of a Bottom-hinged, Vertical Buoyant Cylinder
in Sea Waves.....Yoshimi GODA, Yasumasa SUZUKI, and Kazuyoshi HACHISUKA)
4. 地盤の圧密沈下による斜杭の曲げに関する実験的研究
.....高橋邦夫・沢口正俊..... 121
(Experimental Study on the Bending of Battered Piles due to Ground Settlement
.....Kunio TAKAHASHI, Masatoshi SAWAGUCHI)
5. ダイナフレクトによる空港アスファルト舗装評価とかさ上げ厚設計
.....佐藤勝久・福手 勤・佐藤峰夫・山崎英男..... 169
(The Evaluation and Overlay Thickness Design of Airport Asphalt Pavements by Dynaflect
Deflections.....Katsuhisa SATO, Tsutomu FUKUTE Mineo SATO and Hideo YAMAZAKI)
6. 繰り返し曲げを受ける PC パイルの力学的性質
.....大 即 信 明..... 193
(Strength and Deformation Characteristics of Prestressed Concrete Piles Subjected to
Repeated LoadingNobuaki OTSUKI)
7. 船舶の主要寸法に関する解析
.....寺 内 潔・吉田行秀・奥山育英..... 265
(Analysis on the Interrelations among the Several Dimensions of Ships
.....Kiyoshi TERAUCHI, Yukihide YOSHIDA and Yasuhide OKUYAMA)

8. 差圧式含泥率測定法の実用性について

.....浜田賢二・八木得次・斉藤 勝・是石昭夫... 329

(On Practical Characteristics of Solid Concentration Measurement by Differential
Pressure in Pipes.....Kenji HAMADA, Tokuji YAGI, Masaru SAITO and Akio KOREISHI)

2. 浮体係留における粘性抵抗力および拘束条件の影響について

小 舟 浩 治*

要 旨

矩形断面浮体の波浪動揺については、これまでに井島、伊藤らのポテンシャル理論による解析結果が報告されている。しかし、構造物を実際に設計する際重要となる係留力に関しては、これらの理論の実験的検証はまだ十分とは言えない。また、これらの理論は係留力が浮体変位の一次関数で与えられる線型の係留状況に対して導かれたものであり、非線型な係留状況下における運動を検討する必要がある。

そのため本報告では、浮体形状として比較的単純な矩形断面について、係留条件の違いが係留力に及ぼす影響を把握することを目的として、実験および解析を行なった。

その結果、以下の事が明らかになった。

- (1) ポテンシャル理論が粘性に起因する抵抗力を無視していることの影響は、浮体の共振周期付近では大きい。共振周期からある程度離れた入射波周期では、その影響は小さい。
- (2) 粘性に起因する抵抗力は、浮体底部の隅角部で発生する渦によるものであり、この抵抗力を考慮した運動方程式は共振周期付近の入射波周期においても妥当な係留力を与える。
- (3) 非対称な係留状態や、非線型バネによる係留状態であっても、係留力がそれほど大きくない場合には、運動方程式において状況に応じた拘束力を与えることにより十分な近似精度で係留力を算定できる。ただし、係留力が波浪外力に比べ大きい場合には、さらに検討を要する。

* 水工部 高潮津波研究室長

2. On the Effect of Viscous Resistance and Non-linear Mooring System on the Mooring Force of a Floating Body

koji KOBUNE*

Synopsis

Linear theories were developed for the analysis of the wave induced oscillation of a linearly moored floating body of rectangular cross section by Ijima and Ito. These linear theories ignore viscous resistance force and assume the mooring system to be linear. On the other hand, in practical situations, viscous resistance force plays an important role for resonant phenomenon, and the mooring system need not have linear characteristics.

This report presents the author's attempt to quantify the effect of viscous resistance for linearly moored floating body, and to examine the effect of the characteristics of the mooring system, such as linear or non-linear, or symmetry or asymmetry, on the motion and mooring force of the floating body.

Measurements of the motion and mooring forces were made in periodic waves. They were compared with the predictions from numerical solutions of the equation of motion.

The major conclusions are:

1. Viscous resistance force gives a substantial effect on rolling oscillation, and it can not be ignored when the frequency of the incident wave is close to the natural frequency of the rolling of the floating body.
2. The viscous resistance force arises from the generation of eddies at both corners of the bilge. Provided by an adequate coefficient for the viscous resistance, the equation of motion yields relevant solution of the motion.
3. Even under non-linear and asymmetric mooring condition as well as linear one, the equation of motion gives pertinent estimates of mooring forces, when the mooring force is weak in comparison with the hydrodynamic forces on floating body.

* Chief of Storm Surge and Tsunami Laboratory, Hydraulic Engineering Division

目 次

要 旨	59
1. まえがき	63
2. 運動解析の概要	63
2.1 作用外力	63
2.2 運動方程式	63
2.3 運動方程式中の諸係数	64
3. 矩形断面浮体の運動方程式	65
3.1 浮体モデル	65
3.2 運動方程式	66
4. 粘性抵抗力に関する考察	66
4.1 抵抗力の要因	66
4.2 固定浮体に働く抵抗力	67
4.3 静水中の運動浮体に働く抵抗力	67
4.4 自由減衰振動試験による粘性抵抗力の算定	67
4.5 渦抵抗係数算定式の検討	68
5. 実験結果と検討	69
5.1 実験装置および実験条件	69
5.2 自由浮体	72
5.3 線型バネによる係留浮体	72
5.4 非線型バネによる係留浮体	79
6. 結 論	80
7. あとがき	81
参考文献	81
記号一覧表	82
付録 A 自由振動における発生波	83
付録 B 自由減衰振動周波数および減衰定数	84
付録 C ローラーの運動摩擦係数	85
付録 D 水平運動の運動中心の求め方	86
付録 E 仮想仕事の原理	86
付録 F 表面摩擦抵抗について	87

1. まえがき

港湾における浮遊式構造物の一つに浮防波堤があり、これについては古くから種々の形が考案され¹⁾、数多くの研究成果が報告されている²⁾³⁾⁴⁾⁵⁾。そのほかシーバースに係留された大型船舶も一種の浮遊式構造物と見ることができる。さらに近年では様々の目的を持つ浮遊式海洋構造物が考案され、実際に建造される例も見られるようになってきている。

浮遊式構造物は着底式構造物にない利点をいくつか有する反面、波浪、流れ、風などの外力を受けて運動するという着底式構造物との大きな相違点を持っている。一般に利用面から考えて、その構造物がこれら外力を受けて運動しても、ある一定の範囲の外へ漂流しないよう係留しておくことが必要であり、実際に計画や設計を行なうにあたり、係留装置に生じる力について十分検討し、安全性を確かめておかねばならない。

浮遊式構造物（以後「浮体」と略称する）の係留問題の難しさは、単に浮体に作用する波浪、流れ、風などの外力のみを扱うだけでは解決しないことである。すなわち、これら外力の作用により惹起される浮体の運動が周辺の波動場と干渉し合うと共に係留力を変化させ、この係留力の変化がさらに浮体の運動に影響を与える。このように、外力、浮体、係留装置が一体となった振動系を構成しており、係留力のみを求めるにもこの振動系全体の挙動を明らかにしなければならない。

浮体係留問題の解析方法として、主要な外力が波浪でかつ係留力が浮体変位の一次関数として表わされる線型係留状態については、最近では任意形状の浮体の運動をポテンシャル理論に基づいた積分方程式を数値的に解く手法⁶⁾⁷⁾も開発されているが、係留力に関する実験的検証はまだ十分とは言えない。さらに、係留索や防舷材などにより構成される実際の係留状況は必ずしも線型系では表わせず、非線型係留状態における浮体運動の解放手法の検討も必要であろう。

本報告では浮体に関する問題の理解を深めるため、先ず浮体運動における影響諸要素および解析手法の概要を簡単にふり返り、次いで係留条件の違いが浮体運動や係留力に及ぼす影響を把握することを目的として、模型実験および理論解析を行なっている。

実験および解析は、比較的単純な形状であり、すでに井島²⁾、伊藤³⁾らによりポテンシャル理論による解が得られている矩形断面浮体を対象としているけれども、本報告における係留力に関する検討結果は、単に矩形断面浮体ばかりでなく、他の形状の浮体についてもあてはま

るものである。

2. 運動解析の概要

2.1 作用外力

物体の運動は、その物体に働く力はこれによって生じる物体の運動加速度と質量の積に等しい、という運動の第2法則によって表わされる。すなわち、

$$M \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = \vec{F} \quad (1)$$

(物体の質量) (加速度) (作用外力)

水面に浮かぶ浮体は入射波の作用を受けて運動し、この運動が周辺に波を発生させ、浮体はその反作用として力を受ける。このような状況下の作用外力は、入射波の波高が小さくまた浮体の運動振幅も微小であり、入射波や浮体背後への伝達波と浮体運動による発生波相互間の干渉を無視し得るものと仮定すれば、次のように分離して考えることができる⁹⁾。

$$\begin{aligned} & \text{(運動する浮体に作用する力)} \\ & = \text{(固定浮体に作用する力)} \\ & \quad + \text{(静水中で浮体が運動するとき} \\ & \quad \text{浮体に作用する力)} \end{aligned} \quad (2)$$

固定浮体に作用する力はさらに 1) 入射波による力 (F_F)、2) 反射波、伝達波および散乱波による力 (F_D)、3) 浮体表面における粘性抵抗に起因する抵抗力 (F_{V1}) に分けて考えることができる。また同様に静水中の浮体運動により生じる力も、1) 発生波による力 (F_R)、2) 浮力の変動により生じる復原力 (F_S)、および 3) 表面摩擦や渦による力 (F_{V2}) に分けて考えることができる。なお船舶工学では、これら種々の力のうち F_F は Froude-Krilov の力、 F_D は Diffraction force、 F_R は Radiation force と呼んでいる。

以上列挙した力のほか、浮体が係留索等により運動が拘束される場合にはその拘束力 (R)、波浪以外に流れや風が浮体に作用する場合にはこれらの力 (F_0) も加わる。係留索に作用する波力や、浮体が運動することによる流れと浮体の相対速度の変化などの二次的な影響が小さければ前者は静水中の運動浮体に作用する力、後者は固定浮体に作用する力と考えることができる。

かくして、運動する浮体に作用する外力 \vec{F} は結局以下のように種々の力の和として表わされる。

$$\begin{aligned} \vec{F} = & (\vec{F}_F + \vec{F}_D + \vec{F}_{V1} + \vec{F}_0) \\ & + (\vec{F}_R + \vec{F}_S + \vec{F}_{V2} + R) \end{aligned} \quad (3)$$

2.2 運動方程式

船舶のように波の作用により三次元運動をする浮体で

は、前後 (x 軸)、左右 (y 軸)、上下 (z 軸) 方向およびそれぞれの軸まわりの回転運動の合計六成分により表わされる複雑な運動をする。

また、これら六個の運動成分は互いに独立ではなく、ある方向の浮体運動により生じる力は、その方向ばかりでなく他の運動方向の力の成分を有するという連成運動となっている。例えば浮体が静水中で左右に振動する場合を考えると、浮体の左右揺れによって生じる波がそのに浮体与える圧力の合力の作用方向は一般には浮体重心を通らない。このような合力の作用方向の偏心により重心まわりの波力モーメントを生じ、このモーメントが浮体の回転運動 (後述する Roll および Yaw 運動) を発生させることになる。したがって式(3)の作用外力を各運動成分について求め運動方程式を書き直せば

$$M_i \ddot{x}_i = (F_F)_i + (F_D)_i + (F_{V1})_i + (F_0)_i + \left\{ \sum_{j=1}^6 (F_R)_{ij} + (F_S)_{ij} + (F_{V2})_{ij} + R_{ij} \right\}, \quad (4)$$

のようになる。ここに添字 i は i 方向の力の成分であることを表わし、二重添字 ij は浮体の j 方向の運動に起因する i 方向の力を表わしている。

上式中 F_F および F_D は波浪による水粒子運動の加速度に比例する力と速度に比例する力から成り、また F_{V1} は通常次式のように水粒子速度の二乗に比例する非線型の形で表現される。

$$F_{V1} = \text{Const.} |u|u \quad (5)$$

F_F や F_D と同様に F_R も浮体の運動加速度に比例する力と運動速度に比例する力から成り、前者は付加質量、後者は造波抵抗という形で浮体運動に寄与する。また F_S は浮体の運動変位の関数として与えられる静的な力であり、浮体の運動変位が小さいときは一次関数により近似することができる。一方 F_{V2} は

$$F_{V2} = c_1 \dot{x}_i + c_2 |\dot{x}_i| \dot{x}_i \quad (6)$$

のように運動速度に比例する表面摩擦力と 2 乗に比例する力を含んだ形状抵抗の和として与えることができる。ただし浮体運動の振幅が小さい場合には、(6)式右辺第 2 項は第 1 項に比べて小さいことが知られている¹⁰⁾。

以上に述べたような各種の力の特性にもとづき、浮体運動の加速度、速度、変位を用いて運動方程式を以下のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned} M_i \ddot{x}_i + \sum_{j=1}^6 [a_{ij} \ddot{x}_j + b_{ij} \dot{x}_j + c_{ij} x_j \\ + d_{ij} |\dot{x}_j| \dot{x}_j + R_{ij}(x_j)] \\ = F_{0i} + F_{Ci} \cos \omega t + F_{Si} \sin \omega t \\ + f_i |\sin \omega t| \sin \omega t \end{aligned} \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (7)$$

ただし、上式においては入射波として正弦波を与えており、右辺は固定状態の浮体に作用する強制外力を表わしている。式中用いた記号は以下のとおりである。

M_i : i 方向運動に対する浮体の質量または慣性モーメント

a_{ij} : j 方向運動により生じる i 方向運動に対する付加質量または付加慣性モーメント

b_{ij} : 線型抵抗係数

c_{ij} : 静水圧による復原力

d_{ij} : 浮体運動による非線型抵抗係数

$R_{ij}(x_j)$: 拘束力

E_{0i} : 流れや風による強制力

F_{Ci}, F_{Si} : 波浪強制外力のうち、それぞれ水粒子交換速度、および速度に比例する力の係数

f_i : 固定浮体に作用する非線型抵抗力の係数

先に述べたように、各方向の運動が他方向運動成分の影響を受ける連成運動となっているが、これは浮体の重心位置と流体力の合力の作用点 (または流体力のモーメント中心) とが一致しないために生じるものである。したがって浮体形状の特性によっては独立な運動となる場合もある。

例えば船舶のように船長軸を通る鉛直面に関して左右対称な浮体では、前後揺 (Surge)、上下揺 (Heave) および縦揺 (Pitch) の縦運動群と、左右揺 (Sway)、横揺 (Roll) および船首揺 (Yaw) の横運動群は拘束力による影響がなければ独立である。このことから、断面二次元における浮体運動では、水平運動 (Sway) と回転運動 (Roll) は連成運動となるが、浮体断面形状が重心を通る鉛直軸 (z 軸) に関して対称であれば、拘束力による影響がない限り、これら 2 つの運動成分と鉛直運動成分 (Heave) とは互いに独立であることがわかる。

ただしこうした扱いは、浮体の運動が微小であるという仮定にもとづくものであり、鉛直運動による浮体の浸水面積の変化は、水平や回転方向の波力の受圧面積の変化となって現われるから、二次的にはこれらの運動は互いに影響を及ぼす。このような二次的な力が漂流の原因の一つであることが指摘されている¹¹⁾。

2.3 運動方程式中の諸係数

実際に式(7)の運動方程式を解くにあたり、各項の係数を求めなければならない。これらの係数のうち、浮体の質量および慣性モーメント (M_i) および静水圧の復原力 (c_{ij}) は浮体諸元が、拘束力 (R_{ij}) は係留系の特性が与えられれば容易に求めることができる。また、付加質量 (a_{ij})、線型抵抗係数 (b_{ij})、波浪強制外力 (F_{Ci}, F_{Si}) 等は実験的に求めるか、あるいは浮体形状が比較的単純で

あれば、ポテンシャル理論により求めることも可能である。一方非線型抵抗力および風や流れによる力は流体の粘性に起因する力であるので、 d_{ij} , f_{ij} , F_{0i} 等の係数値は実験に基づいて決定されるのが普通である。

以下、付加質量、線型抵抗力係数、および波浪強制力の理論的および実験的に求める方法について簡単に述べる。

(1) 理論的算定法

波浪強制外力は浮体が固定されているときの波力であり、入射波の振幅が小さく正弦波と見なせる場合には浮体周辺の波動場の速度ポテンシャルを求めることにより、係数 F_{Ci} , F_{Si} を求めることができる。ところが、付加質量および線型抵抗力は浮体の運動によって発生する波の反作用として生じる力であり、浮体の形状ばかりでなくその運動状況によっても変化する。したがって現在開発されているいくつかの解析方法のいずれも、浮体が入射波と同じ周波数の正弦運動をするという仮定の下に、これら付加質量および抵抗力係数を求めている。こうした仮定は、抵抗力や拘束力などの非線型特性を持つ力が、正弦的に変化する外力に比べて小さいという条件下で妥当な解を与えるものである。

諸係数を求める第一の方法は、船舶工学の分野で一般に用いられている方法であり、式(4)のように分離して表わした各種の力を運動成分ごとに求めるという方法である。実際には、静水中で振動する円筒により造られる波の速度ポテンシャルの解を、等角写像により船舶断面形に写像変換することにより与えている¹²⁾。

第二は特異点分布法と呼ばれる方法で、浮体表面に特異点 (Source) を分布させ、グリーン⁹⁾の公式に基づいた積分方程式によって浮体周辺の流体運動の速度ポテンシャルを数値的に求める方法である。この方法により任意形状のについて、 F_F , F_D , F_R を求めることが可能である¹³⁾。

そのほか矩形断面浮体や円筒浮体のように側面が鉛直で底面が水平であり、浮体表面における境界条件が変数分離可能な形で与えられる場合には、領域分割法と呼ばれる方法を用いることができる。井島²⁾¹⁴⁾ や伊藤⁹⁾¹⁵⁾ による理論もこの方法に相当し、前者は浮体前後面において生じる減衰定常波を含んだ厳密解であり、後者はこの減衰定常波を省略して求めた近似解である。

(2) 実験的算定法

まず波浪強制力については、固定状態における浮体に波を作用させ、浮体を受ける波力の六成分を測定することにより、各方向の分力と入射波との関係を求めることができる。同様に、静水中で浮体を強制振動させたときにその浮体を受ける力の各方向成分を測定することによ

り、浮体運動と発生波力との関係を求めることができる。こうして求めた波力のうち、浮体の運動加速度と同位相のもの $\pi/2$ だけ位相がずれるものと分離し、運動方程式、式(7)に代入して逆算することにより付加質量 a_{ij} および抵抗力係数 b_{ij} を求めることができる。

また、浮体が共振周波数で運動するときの付加質量および抵抗力係数については、静水中でその浮体を自由減衰振動させることにより求めることも可能である¹⁶⁾。例えば合田、鈴木は軸が鉛直となるように置かれた円筒浮体の鉛直および回転運動に対するこれら二係数を自由減衰振動試験から求めており、その方法についても文献¹¹⁾ に詳しく示されている。本報告においても次章で述べるように、矩形浮体の回転運動に対する抵抗力係数を自由減衰振動試験における減衰状況を考慮して理論値を補正している。ただし合田の場合、浮体重心をヒンジで支え、回転運動に連成する連成項がない場合の係数値を求めている。一方本報告においては、回転および水平の二運動成分の連成運動状態における回転運動の自由減衰振動から抵抗力係数を求めている。

以上のような方法により、力を測定することなく減衰振動の記録から求めた振動周期および減衰定数から付加質量および抵抗力係数を求めることができる。

3. 矩形断面浮体の運動方程式

3.1 浮体モデル

解析の対象とした浮体モデルは図-1に示すような矩形断面浮体で、その諸元は表-1に示すとおりであり、木原¹⁷⁾が用いたモデルと同じである。また本報告における保留状態に対する検討はすべて水深 65cm の条件で行なっている。この条件では浮体の吃水が比較的大きく、浮体周辺に発生する減衰定常波の影響は小さい。これを無視した伊藤の近似理論⁹⁾ が与える浮体の運動振幅の周波数特性は、減衰定常波を含めた厳密理論²⁾¹⁷⁾ が与えるもの

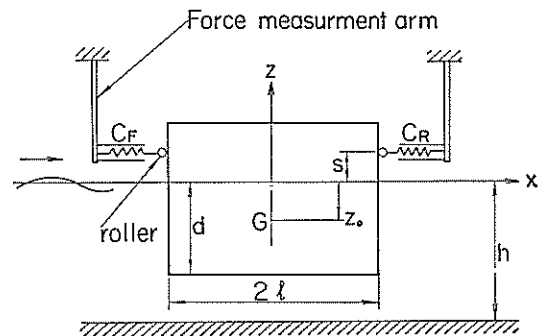


図-1 浮体モデル

表-1 浮体諸元

諸 元	記号	数 値
幅	$2l$	130cm
吃水	d	50.5cm
重心の座標	z_0	-19.0cm
慣性モーメント (長さ1cm 当り)	I_0	14.630 gs ²
長さ	B	47cm

と比較しても、付加質量の算定値の相違により共振周波数が少しずれる程度で、全体的にはほぼ一致している。

このように近似理論が無限級数で表わされる減衰定常波を省略していることによる誤差はそれほど大きなものではなく、蔽密解法に比べ取り扱いが極めて容易であることから、本報告では前者を解析に用いることにする。

3.2 運動方程式

入射波の振幅が小さく、また浮体の運動振幅も微小で、入射波の周波数と同じ周波数の正弦運動で表わされるといふ仮定に基づき、図-1のような矩形断面浮体に関する近似理論により、以下のように水平、鉛直、回転方向の力が与えられる*。

$$P_H = \frac{2\rho g d f_H}{1 - iy_B} \left(a - \frac{ikdf_H}{n} \xi + \frac{ikdf_M}{n} l_0 \right) \quad (8)$$

$$P_V = 2\rho g l f_B \left(a - \frac{ikl f_B}{n} \zeta \right) + \frac{2\rho\sigma^2 l}{3(h-d)} \{ l^2 + (h-d)^2 \} - 2\rho g l \quad (9)$$

$$M_R = -\frac{2\rho g d l}{1 - iy_B} \left(a - \frac{ikdf_H}{n} \xi + \frac{ikdf_M}{n} l_0 \right) + \frac{2\rho\sigma^2 l^3}{h-d} \left\{ \frac{l^2}{45} + \frac{(h-d)^2}{9} \right\} - 2\rho g d l \overline{GM\theta} \quad (10)$$

ここに、 ξ, ζ, θ はそれぞれ複素数で表わされた水平、鉛直、回転運動の振幅であり、絶対値が振幅を、偏角が位相を表わす。その他の記号については後の記号一覧表にまとめて示している。

式(8)~(10)の右辺は前章式(4)において、入射波、伝達波、発生波による変動圧力 F_P, F_D, F_R および復元力 F_S を表わしている。これらの力のうち、係数に σ^2 を含むものが浮体の運動加速度に比較する力、虚数 i を含むものが運動速度、 σ や i を含まないものが運動変位に比例する力であり、 a を含むものが入射波および伝達波に関連した力である。

水の粘性に起因する力 F_{V1} および F_{V2} 等の抵抗力はポテンシャル理論では与えられないので、別に与える必要

* 時間の関数 $e^{i\omega t}$ を省略して記述している。

がある。4.4 に述べるように、模型浮体の自由減衰振動試験の結果から見て、特に回転運動に対して粘性抵抗力が大きい影響を及ぼしており、またその大きさは浮体の運動速度に比例するものと考えられることから、次式で与えられる抵抗力を回転運動に対してのみ考慮することにした。水平および鉛直運動については、こうした粘性による抵抗力の影響がポテンシャル理論で与えられる造波抵抗力に比べ無視し得るものと考えて省略している。

$$R_f = -K\dot{\theta} \quad (11)$$

以上、式(8)~(11)で与えられる流体力に拘束力を加えて前章式(4)の右辺に代入し、式(7)の一般形にならって整理すれば次の運動方程式を得る。

$$(M_0 + M_2) \ddot{x}_G + S_1 S_2 f_H \dot{x}_G - y_B S_1 S_2 f_M l \dot{\theta} / \sigma - S_1 S_2 f_M l \dot{\theta} - R_H = a S_1 f_H \cos \omega t - a y_B S_1 f_H \sin \omega t \quad (12)$$

$$(M_0 + M_2) \ddot{z}_G + S_3 S_4 f_B \dot{z}_G + S_3 z_G = a S_3 f_B \cos \omega t \quad (13)$$

$$(I_0 + I_1 + I_d) \ddot{\theta} + S_1 S_5 f_M l \dot{\theta} + K\dot{\theta} + M_0 g \overline{GM\theta} - y_B S_1 S_2 f_M l \dot{x}_G / \sigma - S_1 S_2 f_M l \dot{x}_G - M_R = -a S_1 f_M l \cos \omega t + a y_B S_1 f_M l \sin \omega t \quad (14)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= S_1 \frac{2\rho g d}{1 + y_B^2}, & S_2 &= \frac{k d f_H}{n \sigma} \\ S_3 &= 2\rho g l, & S_4 &= \frac{k l f_B}{n} \\ S_5 &= \frac{k d f_M l}{n \sigma} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

なお、式(14)における粘性抵抗力の係数 K は、4.4 に述べるように静水中における模型浮体の自由減衰振動の結果にもとづき、次のように与えることにした。

$$K = 2\beta_D \omega R (I_0 + I_1) \quad (16)$$

ここに、

$$\beta_D = 0.045$$

実際の計算は、浮体が静止している状態を初期条件として与え、ルンゲ・クッタ法により時間間隔 $T/12$ 毎に式(12)~(14)の連立2階偏微分方程式を数値的に解いている。

4. 粘性抵抗力に関する考察

4.1 抵抗力の要因

水中におかれた物体に作用する抵抗力は以下の三つの要因が考えられる。

- 1) 造波抵抗
- 2) 表面摩擦
- 3) 渦抵抗 (または形状抵抗)

先ず、造波抵抗は物体の存在により生じる散乱波によ

る圧力変動に起因する力のうち、水粒子速度や物体の運動速度に比例する部分である。一方、表面摩擦および渦抵抗は流体の粘性に起因する力である。

先に述べたように、ここでは浮体の運動が微小であるという仮定に基づき、種々の外力を固定浮体に作用する力と静水中の運動浮体に作用する力に分離して考えているので、固定浮体に働く抵抗力および静水中の運動浮体に働く抵抗力のそれぞれについて上記三種の要因に分けて考えることができる。

4.2 固定浮体に働く抵抗力

固定浮体に働く抵抗力のうち、造波抵抗は速度ポテンシャルが求めれば水粒子速度に比例する力として与えられる。運動方程式(7)において F_{st} を含む項で表わされる。

一方、表面摩擦および渦抵抗の二つを、海岸工学ではまとめて抵抗力と呼び、通常(5)式のように水粒子速度の二乗に比例する形で与えている。したがって入射波高が小さい場合には、水粒子加速度に比例する圧力変動による流体力に比べて二次の微小項として省略できるものと考えられる。ただし極めて長周期の入射波が作用する場合には、水粒子加速度に比例する力が小さくなるため、相対的に抵抗力の影響は大きくなり、必ずしも無視し得ない。

4.3 静水中の運動浮体に働く抵抗力

造波抵抗についてはすでに短型浮体の運動方程式(2)~(4)式において浮体運動速度に比例する力として求められているので、以下に表面摩擦および渦抵抗について考えることにする。

表面摩擦や渦抵抗による力は浮体のすべての運動方向に対して生じるものであり、各運動方向について検討しなければならない。しかし後述する実験結果が示すようにこれら粘性に起因する抵抗力の影響は特に回転運動において大きいこと*、また本報告で扱う水平バネによる係留状況では鉛直運動は係留力とは無関係となることから、ここでは回転運動における粘性抵抗力の効果について検討を行なうことにする。

回転運動における表面摩擦については加藤¹⁸⁾が静水中で円筒を回転させ、波を発生させない状態で求めた摩擦力の測定結果にもとづいて算定式を提示している。これによれば表面摩擦力の影響は造波抵抗力の影響に比べ二桁小さく、無視し得る。(付録F参照)

* これは抵抗力そのものは小さくても作用点が浮体表面であり、重心まわりのモーメントとしては大きくなることによると考えられる。後述する係留浮体の運動(5.2)においても、ローラーのまさつ力が回転運動に対して大きい影響を及ぼすのも同じ理由による。

渦による抵抗力 R_D は一般に次の形で表わされる。

$$R_D = \frac{\rho}{2} c_D A |v| v \quad (21)$$

ここに、 c_D は抵抗力係数、 A は流れの方向に直角な面への物体の投影面積、 v は速度である。

抵抗力係数 c_D は、流れのような定常流の中ではこれまでレイノルズ数の関数として与えられてきた。しかし最近の波動運動などの非定常流れの中に置かれた物体や、静水中で物体が非定常運動する場合に物体に作用する抵抗力に関する研究によれば¹⁹⁾²⁰⁾²¹⁾、物体のまわりの渦の発生状況は $|v|_{\max} T/D$ ($|v|_{\max}$ 最大流速、 T は周期、 D は物体の最大投影幅) で与えられる $K-C$ 数 (Keulegan-Carpenter 数) によりうまく分類でき、抵抗力係数 c_D の変化もこのパラメーターにより変化するとされている。

船舶工学においても、ビルジキール (Bilge Keel) と呼ばれる船舶の横揺れ抵抗を増加させるために船底両側に取り付けた突起材の効果を、これに働く抵抗力を求めることにより解析することが試みられている。日本造船研究協会の報告²²⁾によれば、ビルジキールや振動する平板の抵抗力係数 c_D が次式のように $K-C$ 数の関数として表わされるという結果を得ている。

$$c_D = 22.5 \frac{b}{\pi r |\theta|} + 2.40 \quad (22)$$

ここに、 b はビルジキールの幅、 r は回転軸からのビルジキールまでの平均距離、 $|\theta|$ は回転振幅であり、 $b/\pi r |\theta|$ は $K-C$ 数の逆数に比例するパラメーターである。

式(22)で与えられる c_D の第一項が抵抗力のうち速度に比例する成分、第二項が速度の二乗に比例する成分である。したがって、上式は回転振幅 $|\theta|$ が小さいときは第一項の影響が大きく、回転角が大きくなるに従って c_D は第二項の値に漸近する。すなわち回転角がある程度大きくなれば c_D はほぼ一定値 2.4 となる。この値となるこの値は定常流においてレイノルズ数が十分大きい ($R_e > 10^4 \sim 10^5$) とときの平板の抵抗力係数の値 ($c_D = 2.0^{23)$) とほぼ一致している。

4.4 自由減衰振動試験による粘性抵抗の算定

静水中の浮体運動による抵抗力の大きさは、浮体の自由減衰振動における運動振幅の減衰状況から理論的、実験的に推定することが可能である。

表-1の諸元を持つ浮体を鉛直および回転自由減衰振動させたときの運動振幅の測定結果は文献17)に示されており、この記録から一サイクル毎の振動周期の平均値として求めた固有周期、および減衰状況を図-2のように描いて求めた減衰定数は表-2に示す値となった。

一方近似理論により、固有振動周期および減衰定数は

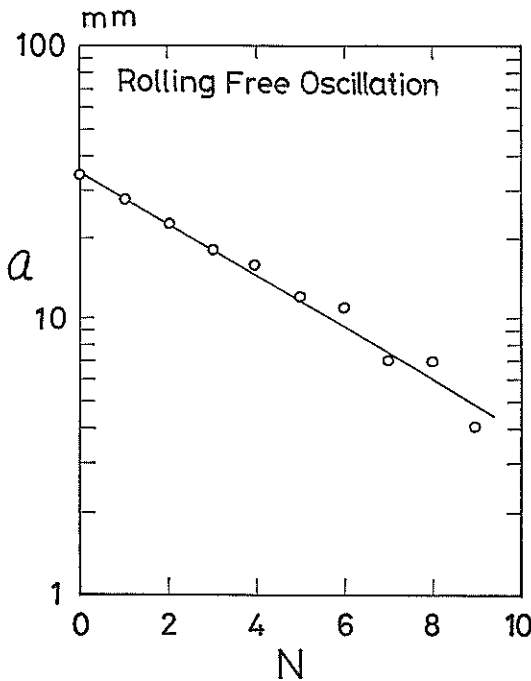


図-2 回転振幅の減衰状況

表-2 自由振動周期と減衰定数 (h=65cm)

	周期 (sec)		減 衰 定 数		
	実験	計算	実験	計算	実験値/計算値
鉛 直	2.36	2.47	0.120	0.104	1.15
回 転	2.32	2.31	0.070	0.025	2.80

以下のように与えられる。(付録 B 参照)

鉛直運動

$$\text{固有周波数} \quad \omega_V = \frac{2\pi}{T_V} = \left[\frac{2\rho g l}{M_0 + M_z} \right]^{1/2} \quad (17)$$

$$\text{減衰定数} \quad \beta_V = \frac{1}{2} \frac{k l f_B^2}{n} \frac{\omega_V}{\sigma} \quad (18)$$

回転運動

$$\text{固有周波数} \quad \omega_R = \frac{2\pi}{T_R} = \left[\frac{2\rho g d l G M}{I_0 + I_1} \right]^{1/2} \quad (19)$$

$$\text{減衰定数} \quad \beta_R = \frac{1}{2} \frac{k d f_M^2 l}{(1 + \gamma_{BH}^2) n G M} \frac{\omega_R}{\sigma} \quad (20)$$

これら式(17)~(20)により与えられる固有周期および減衰

定数を表-2に実験値と比較して示しておいた。なお、(18)、(20)式で計算される減衰定数は造波抵抗のみにより与えられる減衰定数である。このことから、実験値と計算値の差が表面摩擦および渦によって生じる抵抗力の影響と考えられる。

表-2の実験値と計算値を比較すると、固有周期については鉛直、回転運動ともにほぼ等しい値となっていることがわかる。一方減衰定数は鉛直運動では実験値は計算値の1.15倍、回転運動では1.8倍となっており、粘性に起因する抵抗力の影響が、特に回転運動に対して大きいことがわかる。

式(19)における β_D の値は表-2の回転自由減衰振動に対する減衰率の実験値とポテンシャル理論で与えられる造波抵抗による減衰定数との差として求めた値である。

4.5 渦抵抗係数の算定式の検討

本報告において解析対象としている浮体は、底部前後端が直角の隅角となっており、浮体の回転運動によりこの隅角部で渦が発生し、抵抗力が生じたと考えることができる。そこで底部隅角部を一種のビルジキールと見なし、これに作用する抗力の係数を式(22)にならい、次の形で与えることを考える。

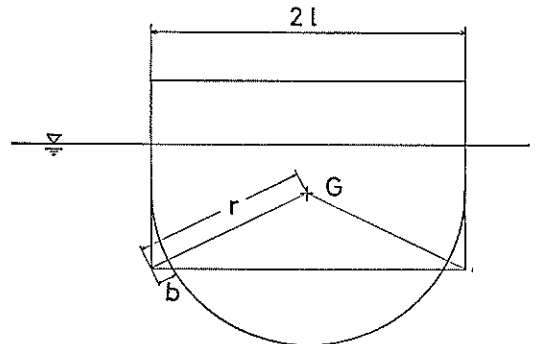


図-3 有効幅の与え方

$$c_D = c_1 \frac{b}{\pi r |\theta|} + c_2 \quad (23)$$

ここに、 c_1, c_2 は係数、 r は重心 G から底部隅角点までの距離、 b は抵抗に寄与する有効幅で、とりあえず図-3のように中心が G で半径 l ($=$ 浮体の半幅) の円からの突起部分の幅とする。

式(23)で表わされる抗力係数 c_D を用いて抵抗力は次式により表わされる。

$$R_D = 2 \left(c_1 \frac{b}{\pi r |\theta|} + c_2 \right) \frac{\rho}{2} b |r \theta| r \theta \quad (24)$$

上式で与えられる非型線抵抗力が 1/4 周期になす仕事

と等しい仕事をする線型抵抗力を考え、この線型化した抗力によるモーメント M_f を求めれば。

$$M_f = \frac{8}{3\pi} \rho r^2 b^2 \sigma \left\{ \frac{c_1}{\pi} + c_2 \frac{r|\theta|}{b} \right\} \theta \quad (25)$$

となる。

一方、静水中において模型浮体を自由振動させて測定した回転振動の減衰状況は、すでに図-2に示したように片対数紙上ではほぼ直線で表わされる。これは一周期間の減衰率が回転振幅の大小にかかわらず一定であることを示しており、この場合には式(25)における第二項の影響が小さいことがわかる。したがって近似的に $c_2=0$ とおき係数 c_1 を自由振動試験の結果から逆算してみる。

先に述べたように、表面摩擦の影響は無視できるものと考えられるから、自由減衰振動試験から求めた減衰定数 β_E からポテンシャル理論により与えられる造波抵抗による減衰定数 β_R を差引いたものが渦による抵抗に起因する減衰定数 β_D である。さらに、この減衰定数 β_D と抵抗モーメント M_f の関係は次式で与えられるから(付録 B 参照)。

$$M_f = 2\beta_D \omega_R (I_0 + I_1) \theta, \quad (26)$$

結局、係数 c_1 は次式により逆算できる。

$$c_1 = \frac{3\pi^2 \beta_D (I_0 + I_1)}{4\rho b^2 r^2} \quad (27)$$

大小二つの矩形断面の浮体模型を用い、種々の条件について振動試験を行なったところ、どのケースも回転振

幅は片対数紙上で直線で表わされるような減衰状況であった。各条件に対し式(27)により求めた係数 c_1 は、表-3に示すように14~34の範囲の値である。ビルジキールと隅角部では形状が異なるので直接比較はできないが、係数 c_1 は式(27)第一項の係数と同程度の値となっている。

矩形断面浮体の回転運動に対する抗力係数 c_D を一般的に求めるには、有効幅 b の取り方や水深の影響についてもさらに検討が必要である。また $K-C$ 数やレイノルズ数に関して広範囲にわたって実験値を得るためには、自由減衰振動ばかりでなく強制振動により大振幅の運動や広範囲の振動周期についての検討も必要となろう。

ところで、実際に係留力を算定するにあたり、抵抗係数としてどのような値を用いるかは、抵抗力が浮体運動に及ぼす影響を考慮して定めなければならない。着底式の港湾構造物では、抗力はその構造物に外力として作用する。そのため抗力係数には実際より小さくならないよう定めるのが普通である。しかし、ここで扱っている浮体運動により生じる抗力は、運動に対する流体の抵抗力として作用するから、抗力係数を実際より大きく与えることは、特に浮体の共振点付近の運動振幅を過小に評価し、したがって係留力を過小に評価するおそれがある。

こうした観点から、係留力の算定に用いる c_D は、式(27)において $c_1=14$ 、 $c_2=1.5$ 程度の値を用いておくのがよいと考えられる。ここに、係数 c_1 は表-3の実験値から求めた c_1 の下限、 c_2 は正角柱が一本の対角線が流れと平行になるように置かれたときの抗力係数²³⁾である。

表-3 種々の条件に対する係数 c_1 の計算

l (cm)	d (cm)	h (cm)	$I_0 + I_1$ (g s ²)	b (cm)	r (cm)	β_E	T_R	β_R	$\frac{\beta_D}{(-\beta_R)}$	c_1
65	50.5	65	19,162	7.2	72.2	0.070	2.32	0.025	0.045	23.3
		70	18,543			0.093	2.37	0.024	0.069	34.1
		75	18,304			0.067	2.34	0.023	0.044	21.6
30	16.8	30	754	3.3	33.3	0.045	1.77	0.013	0.032	13.7
		35	762			0.050	1.76	0.011	0.039	17.1
		40	780			0.043	1.73	0.007	0.034	15.2
		45	802			0.067	1.75	0.007	0.060	27.5
30	23.5	35	1,055	3.3	33.3	0.057	1.62	0.027	0.030	20.3
		40	1,057			0.067	1.60	0.023	0.044	30.3
		45	1,075			0.050	1.60	0.020	0.030	18.3

5. 実験結果と検討

5.1 実験装置および実験条件

(1) 水路

実験に用いた水路は文献(17)で使用しているものと同じであり、鉛直振動流型造波機により規則波を発生させ

る構造となっている。

(2) 係留装置

i) 線型バネによる係留

係留装置は図-4に示すようにコイルバネを鋼製の反力測定アームに直角に取り付けたものを用いた。コイルバネがバネの軸方向以外に撓まないようアクリル製パイプ

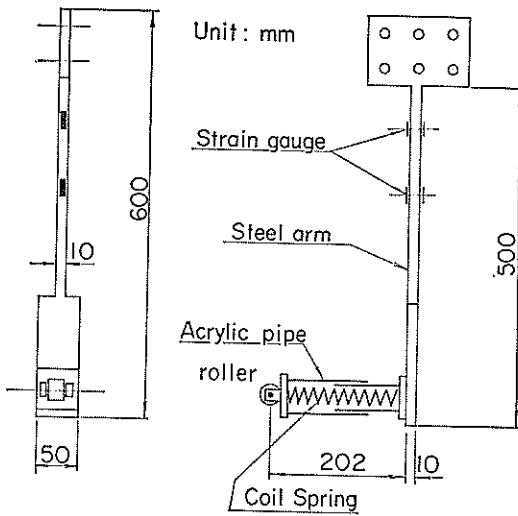


図-4 反力測定アーム

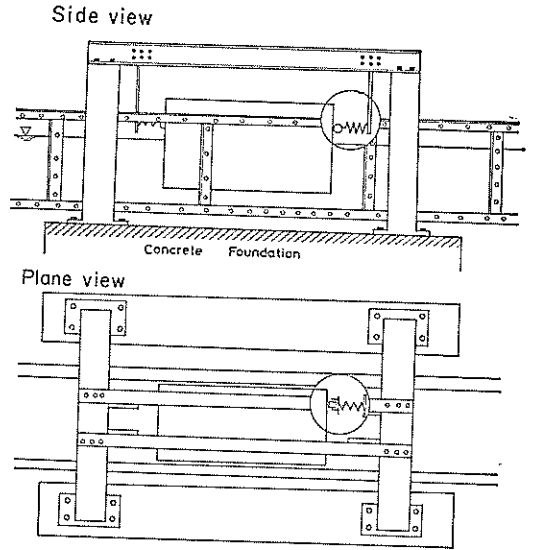


図-5 実験状況

表-4 コイルバネのパネ定数 (g/cm)

番号	1	2	3	4	平均
A	268	258	284	262	268
B	461	466	449	431	451

で作ったケースの中に納めてあり、先端には浮体側面との摩擦力が小さくなるようローラーを取り付けている。

このようにコイルバネを取り付けたアームを、図-5に示すように浮体前後にそれぞれ2本ずつ水路上に組んだ架台に固定し、浮体を前後からバネではさむことにより拘束している。

実験には二種類の硬さのバネを使用することにし、それぞれのバネ定数は載荷試験により求めた。試験結果は表-4に示すとおりであり、個々のコイルバネについては、解析においてはこれらの平均値を用いることにした。

これら8本のコイルバネの組合わせにより、以下のよう浮体長1cm 当りのバネ定数を三種類に変化させることができる。

- i) A型2本 11.4 (g/cm)/cm
 - ii) B型2本 19.2 (g/cm)/cm
 - iii) A型2本+B型2本 30.6 (g/cm)/cm
- (2) 非線型バネによる係留

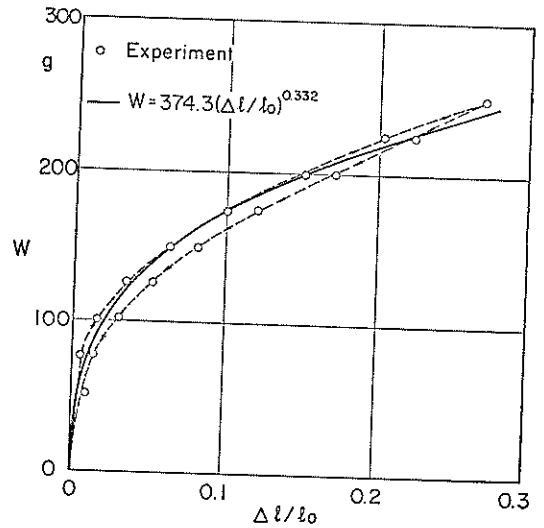


図-6 ゴムひも一本当りの荷重歪曲線

コイルバネの代りに図-6に示すような非線型の荷重-ひずみ特性を持つゴムひもを用いて浮体を係留した。

新しいゴムひもに初めて載荷した場合には残留歪が残るけれども、数回大きな荷重の載荷、除荷を繰返した後は、図-6のように少しヒステリシスが見られるが残留歪が0となるような荷重-歪特性となった。また何本かのサンプルについて試験を行なったところ、サンプルごとにそれほど大きな荷重-歪特性の違いは見られなかった。さらに、ゴムひもの場合、湿度、温度、使用回数により

特性が変化することも予想されたので、載荷試験の後、比較的短期間で実験を終了した。

係留状況は図-7に示すように、浮体の前後および反力測定アームにアクリライト製の板を取り付け、これら一対の板を所要の本数のゴムひもで結んでいる。

初期静止状態はこれらのゴムひもに張力が生じないように、またたるみが生じないように長さを調節した。なおゴムひもの長さ（二枚のアクリライト板の間隔）は浮体前後共19.5cmである。

(3) 変位測定装置

浮体の運動は図-8に示すように3本の変位変換器（共和電業 DT-100A）を用いて測定した。変換器 No. 1, および No. 2 を軸に対称となるように66cmの間隔で鉛直に設置し、これら2点における鉛直変位を検出した。

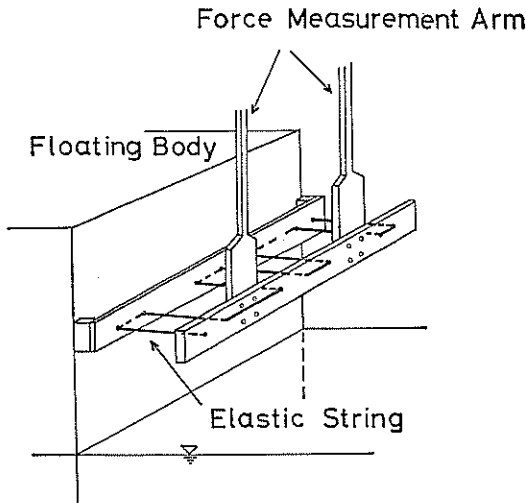


図-7 非線型バネによる係留状況

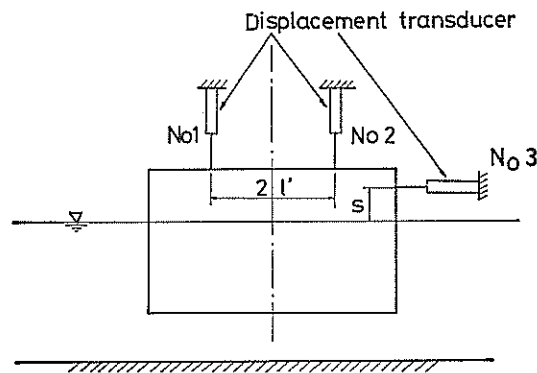


図-8 運動測定

さらに変換器 No. 3 を浮体背後においてバネと同じ高さに水平に設置し、この高さにおける浮体測面の水平変位を検出した。

これら変換器 No. 1, 2, 3 により検出される変位の時間的变化をそれぞれ $\delta_1(t)$, $\delta_2(t)$, $\delta_3(t)$ で表わすと、浮体重心の水平、鉛直、および回転変位は以下の式により求められる。

$$\left. \begin{aligned} x_G(t) &= \delta_3(t) + (S - z_0)\theta(t) \\ z_G(t) &= (\delta_1(t) + \delta_2(t))/2 \\ \theta(t) &= (\delta_2(t) - \delta_1(t))/2l' \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

ただし、 $\delta_1(t)$, $\delta_2(t)$ は上向きを正、 $\delta_3(t)$ は右向きを正としている。

(4) 実験条件

i) 入射波高

実験はすべて水深 65cm において行ない、造波板の振幅 $e = 1\text{ cm}$ および 2 cm の二種類について周期 $T = 1.48$ 秒から 3.45 秒の波を発生させた。

発生波の波高は浮体がない状態での進行波高として測定する方法、および浮体を水路に着底させ前面の重複波高の $1/2$ として求める方法、の二つの方法により測定した。測定結果は図-9に示すように、造波板の振幅が 2 cm のときは $H = 2.0 \sim 3.6\text{ cm}$ 、 1 cm のときは $H = 1.0 \sim 1.8\text{ cm}$ の範囲で変化しており、進行波として求めた波高と重複波として求めた波高で少し差が見られる。後に述べる実験結果の整理では、これら二つの方法により測定した波高の平均的な値（図中、 $e = 2\text{ cm}$ については実線、 $e = 1\text{ cm}$ については点線で示す）を用いている。

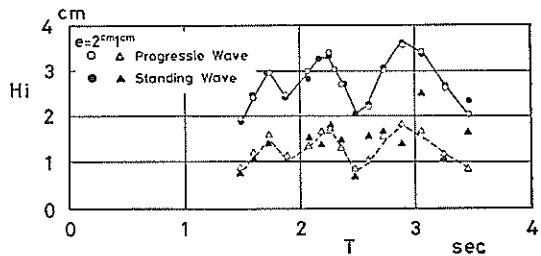


図-9 入射波高

(2) 係留条件

係留条件は線型特性を有するコイルバネを用いた場合、および非線型な荷重-歪特性を有するゴムひもを用いた場合の二種とし、さらにそれぞれについて、浮体前後でバネの強さが対称な場合と非対称な場合の二条件に対して実験を行なった。

実験ケースを表-5にまとめて示しておく。

表-5 係留条件

線型バネによる係留					非線型バネによる係留			
対 称		非 対 称			対 称		非 対 称	
バネ定数 C_F, C_R (g/cm)/cm	初期拘束力 g/cm	バネ定数		初期拘束力	ゴムひもの本数		ゴムひもの本数	
		C_F	C_R		N_F	N_R	N_F	N_R
19.2	0	11.4	30.6	0	14	14	14	7
30.6	0	19.2	30.6	0	7	7	7	3
11.4	20							
30.6	60							

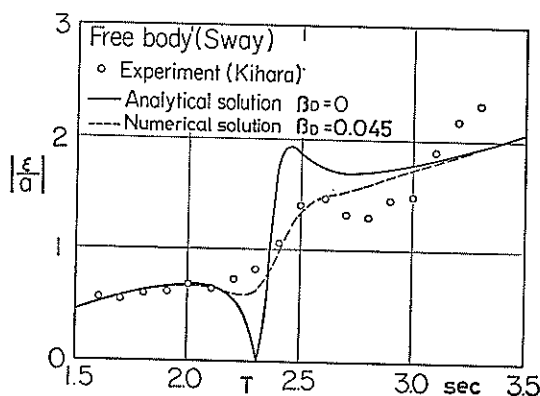


図-10 自由浮体の水平運動振幅

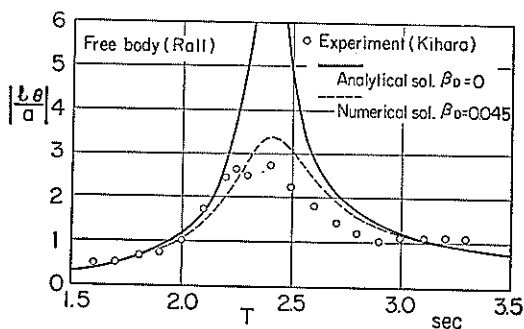


図-11 自由浮体の回転運動振幅

5.2 自由浮体

波浪中の自由浮体の漂流を除く水平、回転運動振幅について、実験値(木原¹⁷⁾による)と計算値を比較すると、それぞれ図-10および図-11のようになる。図中実験値を○印、粘性を考慮しない計算結果を実線、粘性を考慮した計算結果を点線で示す、入射波周期が浮体の自由振動周期に近い、 $T=2.2\sim 2.7$ 秒の範囲では粘性抵抗力を無視した計算値と実験値の差が大きいが、粘性を考慮した計算結果はこの範囲の入射波周期についても実験値に近い値を示している。このように、浮体の自由振動周期に近い周期の入射波の下では、浮体運動に及ぼす粘性抵抗力の影響が大きいことがわかる。

また、浮体の運動方程式が示すように水平運動と回転運動は連成運動となっているので、回転運動に対する粘性抵抗力の作用が、水平運動に対しても影響を及ぼすことがわかる。

5.3 線型バネによる係留浮体

(1) 運動方程式における係留力の与え方

浮体前面のバネ定数を C_F (浮体単位長さ当り)、後面

のバネ定数を C_R とし、浮体側面に接線方向摩擦力が生じないと仮定すれば、係留力 R_H, R_V, M_R はそれぞれ以下の式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} R_H &= R_F - R_R \\ R_V &= 0 \\ M_R &= -(s - z_0) R_H \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

ここに、 R_F, R_R はそれぞれ浮体前面および後面におけるバネ反力であり、以下のように浮体の変位の関数として与えられる。

$$\left. \begin{aligned} R_F &= \text{Max} [R_0 + C_F \{x_G - (s - z_0) \theta\}, 0] \\ R_R &= \text{Min} [-R_0 - C_R \{x_G - (s - z_0) \theta\}, 0] \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

ここに、 R_0 は初期静止状態におけるバネ反力(以後、初期拘束力と呼ぶ)、 $\text{Max}(a, b)$ は a および b のうち大きい方、 $\text{Min}(a, b)$ は a および b のうち小さい方の値である。

なお $C_F = C_R = C$ で、かつ $R_0 = 0$ の場合には、水平方向係留力 R_H は次のように書き直すことができる。

$$R_H = -C \{x_G - (s - z_0) \theta\} \quad (31)$$

(2) 対称な係留状態

浮体係留における抵抗力と拘束条件の影響

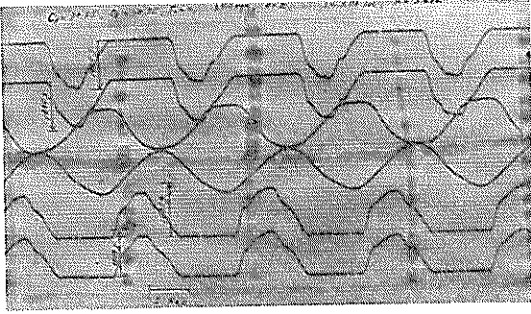


写真-1 係留力測定記録 (線型, 対称, $C_F=C_R=30.6$ (g/cm)/cm, $R_0=0$, $T=3.05$ s $H=3.4$ cm)

i) 初期拘束力が0の場合

反力測定アームによる水平拘束力 R_H の測定記録の一例として、 $T=3.05$ 秒、 $H=3.4$ cmのケースを写真-1に示す。6本の記録は下から順に

1. 反力測定アーム No. 1 (浮体前面, 造波機に向い 右側のアーム)
 2. 反力測定アーム No. 2 (浮体前面, 左側)
 3. 浮体前面の波高計
 4. 浮体後面の波高計
 5. 反力測定アーム No. 3 (浮体後面, 左側)
 5. 反力測定アーム No. 4 (浮体後面, 右側)
- からの出力である。

R_0 を 0, すなわち初期静止状態でローラーが浮体側面に接するよう設置しているの、反力測定アーム No. 1およびNo. 2は正の係留力を、アーム No. 3, No. 4は負の係留力を検出する。

$C_F=C_R=19.2$ (g/cm)/cm とした係留状態について、係留力 R_H の無次元振幅の入射波周期による変化を描くと図-12に示す結果が得られた。また図-13は $C_F=C_R=30.6$ (g/cm)/cm とした場合について同様に描いた図である。図中○印は浮体前面、●印は後面の係留力の測定値を示している。

これら二つの図から、係留力の無次元振幅は $T=2.0 \sim 2.1$ 秒付近で極大値を、 $T=2.6$ 秒付近で極小値を示し、 $T=2.6$ 秒を越えて T が大きくなるに従い再び増加する傾向にある。こうした特性は水の粘性を無視した計算値 (図-12, 13中の実線) でもほぼうまく表わされており、以下に述べるように、水平および回転運動の周波数特性によるものである。

係留力 R_H は式(8)のように、浮体の水平変位 x_G の影響と回転変位 θ の影響の差で表わされる。水平振幅および回転振幅の入射波周期による変化を描くと図-14のよ

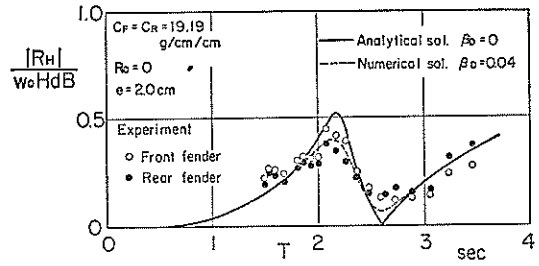


図-12 線型バネ係留浮体の係留力(1)

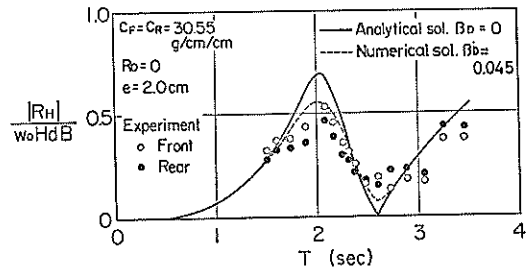


図-13 線型バネ係留浮体の係留力(2)

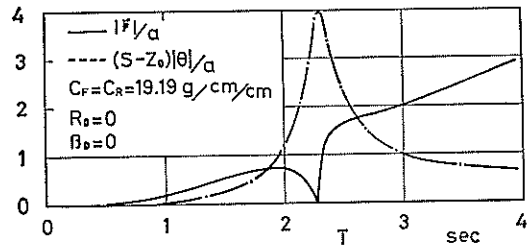


図-14 線型バネ係留浮体の水平および回転振幅

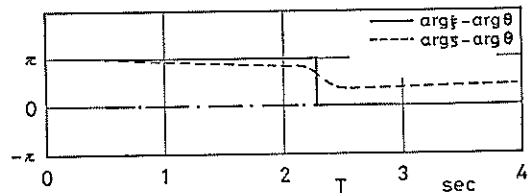


図-15 水平、鉛直運動の回転運動の回転運動に対する位相差 ($\beta_D=0$)

うになる。一方両者の位相差は図-15のように水平振幅 $|F|$ が最小値となる $T=2.3$ 秒を境にして、これより小さい周期では水平運動と回転運動が π だけ位相がずれており、これより大きい周期では両者は同位相となっていることがわかる。

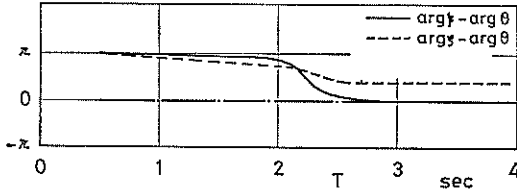


図-16 水平、鉛直運動の回転運動に対する位相差 ($\beta_D=0.045$)

このことから、周期が2.3秒以下では図-14の $|\xi|$ および $(s-x_0)|\theta|$ の和、2.3秒以上ではこれらの差にバネ定数に乗じたものが係留力となることがわかる。したがって、係留力が周期2.3秒付近で極大値を示すのは回転運動の共振によるものであり、 $T=2.6$ 秒付近で係留力が極小値となるのは x_G と $(s-x_0)\theta$ の振幅および位相が等しくなり、水平運動と回転運動がバネ設置位置($x=s$)における浮体側面の水平変位を打ち消し合うことによることわかる。

さて、上に述べたような係留力と浮体運動の関係の考慮すると、図-12および図-13において係留力の測定値の最大値が粘性を無視した計算値の示す極大値より小さいのは、粘性による抵抗力が共振状態における回転振幅に影響を及ぼしたことによるものと考えられる。また $T=2.6$ 秒付近で係留力の振幅が測定値では0とならないのは、この粘性抵抗力により水平運動と回転運動が図-16に示すように正確に同位相とならず、位相差が生じたことによると考えられる。

一方、運動方程式において粘性抵抗力を考慮すれば、図-12、13中点線で示すように実験値に近い結果が得られ、上に述べた粘性の効果が計算においてもうまく表現されているものと言える。

ii) 初期拘束力が0でない場合

$C_F=C_R$ であっても初期拘束力 R_0 が0でない場合には、図-17および図-18に示すように係留力の実験値は顕著な極大値を示さず、 $T=1.5\sim 3.0$ 秒にわたりほぼ一律な値となっている。このような係留力の特性は粘性抵抗力を考慮した計算(図の点線)でもうまく表現できず、以下に述べるように初期拘束力によりバネ先端のローラーと軸受け間の摩擦抵抗力が大きくなり、浮体側面に接線方向の力が生じたことによると考えられる。

ローラーの摩擦力を検討するため、自由浮体、および二種類の係留状態において回転自由減衰振動試験を行なったところ、図-19に示すような回転振幅の減衰状況が得られた。なお、初期拘束力 R_0 は初期状態におけるコ

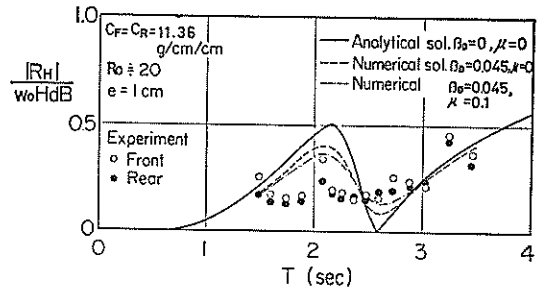


図-17 初期拘束力があるときの係留力(1)

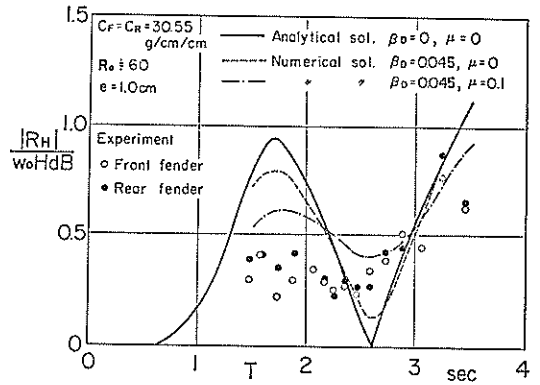


図-18 初期拘束力があるときの係留力(2)

イルバネの圧縮量にバネ定数を乗じて求めた推定値である。

これら三条件下の減衰状況を見ると、 R_0 の増大とともに運動振幅の減衰が早くなっていることがわかる。初期拘束力 R_0 は浮体前後で相等しく、浮体側面に垂直に働く力は前後で打ち消し合い浮体運動には寄与しない。したがって R_0 は浮体側面の接線方向の力、すなわち摩擦力に大きな影響を及ぼしたと考えられる。

このような初期拘束力 R_0 に起因する摩擦力によるモーメントは運動摩擦係数を μ とすれば式(32)により表わされる。

$$M_f = -\text{sign}(\dot{\theta}) \mu l (|R_F| + |R_R|) \quad (32)$$

ここに、 $\text{sign}(x)$ は x の正負の符号である。式中 R_F 、 R_R は式(30)により与えられ、今の場合 $C_F=C_R$ であるから M_f は次式により与えられる。

$$M_f = -\text{sign}(\dot{\theta}) 2\mu l R_0 \quad (33)$$

この摩擦力によるモーメント M_f を回転運動の方程式、式(4)の M_R に加えて計算を行なうと、図-17および図-18において一点鎖線で示すような比較的实验値の特性と類似した結果を得た。ただし、計算においては運動摩擦係

数 μ を 0.1 としている。(付録 C 参照)

このように、摩擦係数が小さくても初期拘束力や浮体幅が大きいときには摩擦力によるモーメントが大きくなり、浮体運動に及ぼす影響が大きいことがわかる。

(3) 非対称な係留状態

i) 浮体の運動

写真-2 は浮体運動の側定記録の一例で、 $H=2.95\text{cm}$

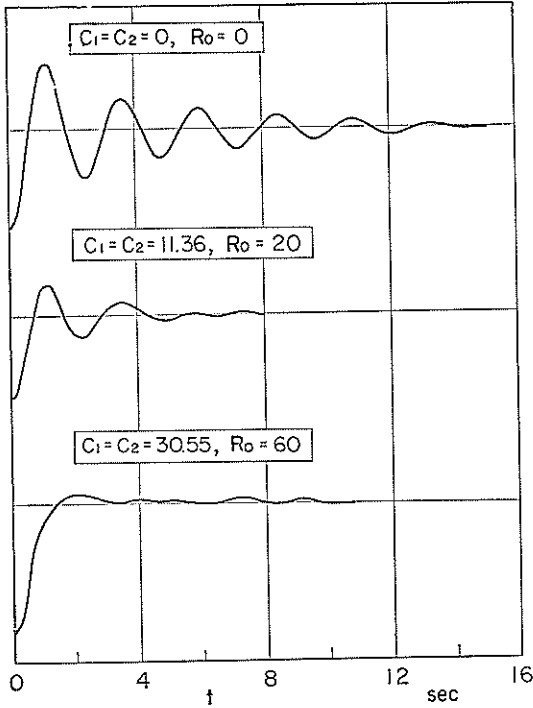


図-19 係留浮体の自由減衰振動

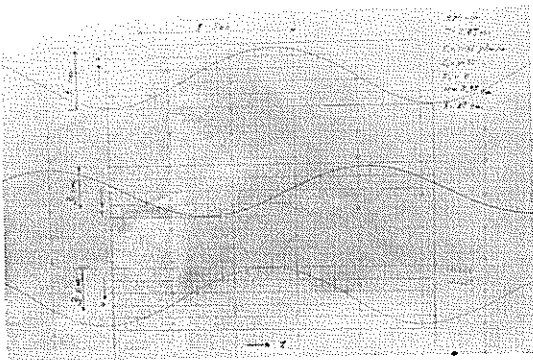


写真-2 浮体運動測定記録(線型, 非対称, $C_F=11.4$ (g/cm)/cm, $C_R=30.6$ (g/cm)/cm, $R_0=0$, $T=2.07\text{s}$, $H=2.95\text{cm}$)

$T=2.07$ 秒における記録である。上から順に変位変換器 No. 1, No. 2, No. 3 の出力を示しており、この記録から式(28)により各時刻の水平, 鉛直, 回転変位を求めることができる。

図-20~図-23は種々の入射波条件について、こうして求めた一周期間の浮体運動を描いたものである。ただし、水平変位 x_G の運動中心は係留力の測定値を用いて次式により与えられる $\Delta x/a$ だけずらせて描いている(付録 D 参照)。

$$\frac{\Delta x}{a} = -\frac{1}{2a} \left[\frac{R_{H\max}}{C_F} + \frac{R_{H\min}}{C_R} \right] \quad (34)$$

これらの図中 \circ, Δ, \bullet 印で示した水平, 鉛直, 回転運動の測定値は、非対称な係留状態であるにもかかわらず、滑らかな正弦的变化である。また実線, 点線および一点鎖線は、粘性を考慮した運動方程式を用い、初期静止状態から逐次計算を行なって求めた10周期目の各運動成分

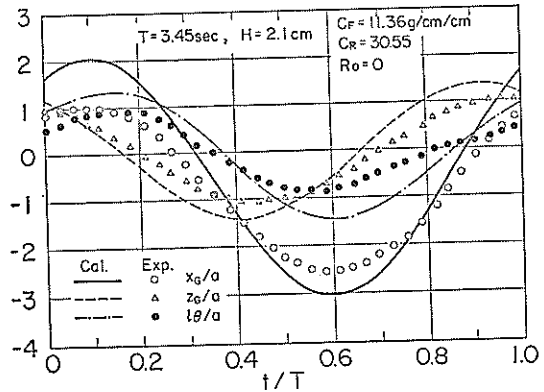


図-20 非対称バネ係留浮体の運動(1)

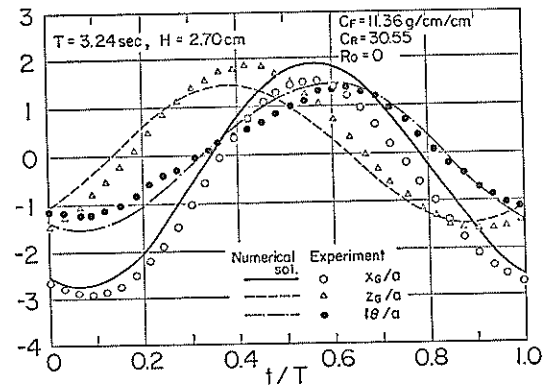


図-21 非対称バネ係留浮体の運動(2)

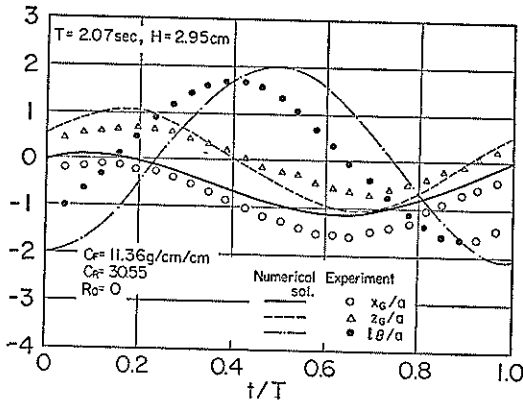


図-22 非対称バネ係留浮体の運動(3)

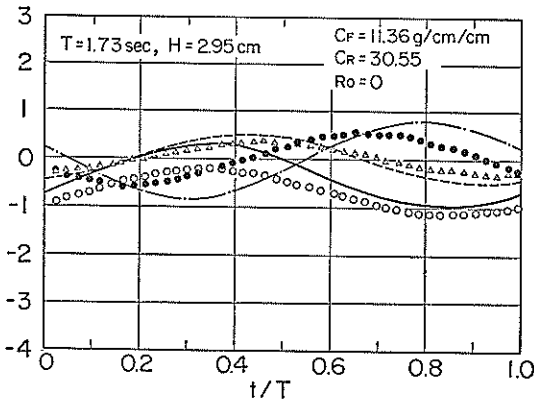


図-23 非対称バネ係留浮体の運動(4)

の計算結果である。測定値と計算値の間で若干位相のずれが見られるものの、後者が与える水平、鉛直、回転運動相互間の位相関係は、概して測定値の位相関係をうまく表わしていると言える。

水平および回転運動振幅の入射波周期による変化を描くと、それぞれ図-24および図-25のようになる。図中○印は実験値、実線が粘性を無視した計算結果、点線が粘性を考慮した計算結果である。粘性を考慮した計算値は実験値に近い変化を示している。

ii) 係留力

係留力は測定記録の一例を写真-3に示す。この記録からわかるように、浮体前面(下2本の記録)と後面(上2本の記録)で力が異なっており、バネ定数の非対称性の影響が現われている。

測定記録から求めた係留力の最大値 R_{Hmax} (浮体前面のバネ反力の最大値) および最小値 R_{Hmin} (浮体後面のバネ反力の最大値) を計算結果と比較した図が 図-26 お

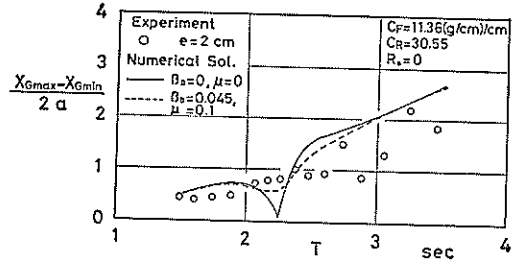


図-24 非対称バネ係留浮体の水平振幅

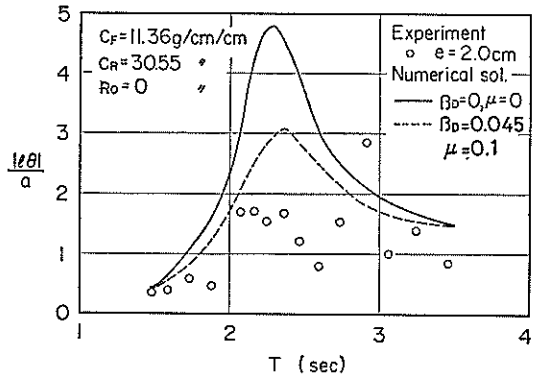


図-25 非対称バネ係留浮体の回転振幅

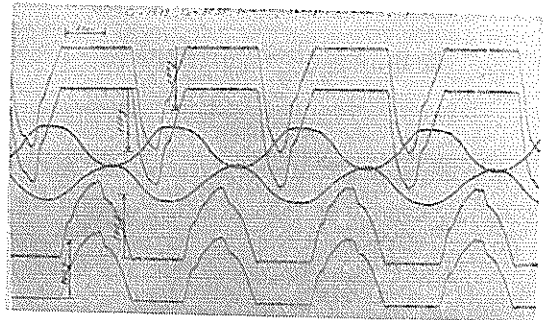


写真-3 係留力測定記録(線型, 非対称, $C_F=19.2$, $C_R=30.6$ (g/cm)/cm, $R_0=0$, $T=3.05s$, $H=3.4cm$)

および 図-27 である。図-26 は $C_F=11.4$ (g/cm)/cm, $C_R=30.6$ (g/cm)/cm, $R_0=0$ g/cm の条件における結果であり、図-27 は $C_F=19.2$ (g/cm)/cm, $C_R=30.6$ (g/cm)/cm $R_0=0$ g/cm における結果である。両図とも点線で示

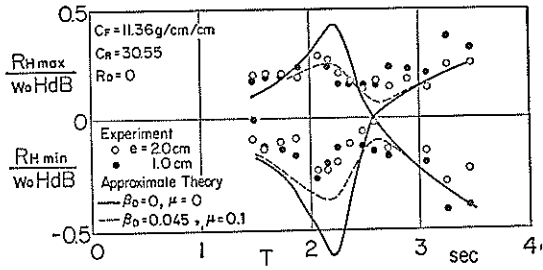


図-26 非対称バネ係留浮体の係留力(1)

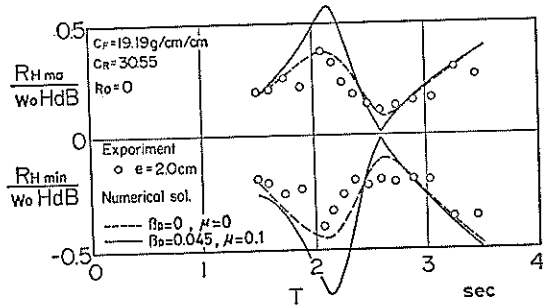


図-27 非対称バネ係留浮体の係留力(2)

した粘性抵抗力を考慮した計算結果は、実験値の特性をうまく表わしていることがわかる。

また図-26の条件下では二種類の波高について実験を行なっている。○印が入射波高が大きい場合（造波板の振幅 $e=2\text{cm}$ ）、●印が小さい場合（造波板の振幅 $e=1\text{cm}$ ）を示しているが、両者における無次元係留力はほぼ同じである。このように、バネ定数が浮体前後で非対称であってもバネの荷重—歪特性は線型であることから、波高の大小により無次元係留力は変化しないことがわかる。

iii) 非対称係留状態の浮体運動に関する考察

正弦波形的入射波の作用下で浮体が定期的な周期運動を行なっている状態を考えると、バネの変形量 X は次の形で表わされる。

$$X = X_0 \sin(\omega t + \epsilon) + a_0 \quad (35)$$

ここに、 a_0 はバネ定数の非対称性により生じる X の動中心位置のずれである。

先ず a_0 を求めることにする。

仮想仕事の原理²⁴⁾より（付録 E 参照）次式の関係が得られる。

$$\int_0^T R_H \cdot a_0 dt = 0 \quad (36)$$

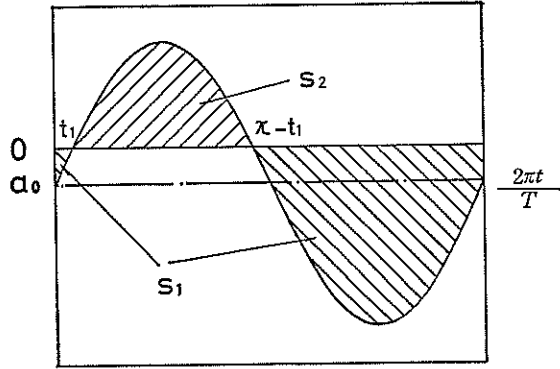


図-28 S_1 および S_2 の計算

非対称な係留条件下では、上式中の係留力 R_H は次のように X の正負に応じて与えられるから、

$$R_H = \begin{cases} -C_F X & X < 0 \\ -C_R X & X > 0 \end{cases} \quad (37)$$

式(37)は次の関係式となる。

$$s_1 C_F = s_2 C_R \quad (38)$$

ここに、 s_1 および s_2 は図-28に斜線示す面積を表わす。ただし $C_F < C_R$ の場合を想定しており、この場合 a_0 は負である。 s_1 および s_2 はそれぞれ以下のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= [-a_0 (\pi + 2t_1) + 2X_0 \cos t_1] / \sigma \\ s_2 &= [2X_0 \cos t_1 + a_0 (\pi - 2t_1)] / \sigma \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

ここに、

$$t_1 = \sin^{-1} (-a_0 / X_0) \quad (40)$$

式(39)を(38)に代入し、

$$\sin t_1 = -a_0 / X_0 \quad (41)$$

$$\cos t_1 = \frac{\sqrt{X_0^2 + a_0^2}}{X_0} \quad (42)$$

などの関係式を用いると次式を得る。

$$\frac{a_0}{X_0} = -\frac{2(C_R - C_F)}{\sqrt{\{C_R(\pi - 2t_1) + C_F(\pi + 2t_1)\}^2 + 4(C_R - C_F)^2}} \quad (43)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta &\equiv -a_0 / X_0 \\ \alpha &\equiv 1 - C_F / C_R \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

とおき、 X の運動中心のずれ a_0 は X の振幅 X_0 に比べ小さいと考えると、近似式

$$t_1 = \sin^{-1} (\delta) \doteq \delta \quad (45)$$

を用いて式(43)を変形すると、式(40)が得られる。

$$\delta = \frac{2\alpha}{\sqrt{\{(2-\alpha)\pi - 2\delta\alpha\}^2 + 4\alpha^2}} \quad (46)$$

$C_F = 11.4$ (g/cm)/cm, $C_R = 30.6$ (g/cm)/cm として上式により δ を求めると、 $\delta = 0.305$ を得る。また $C_F =$

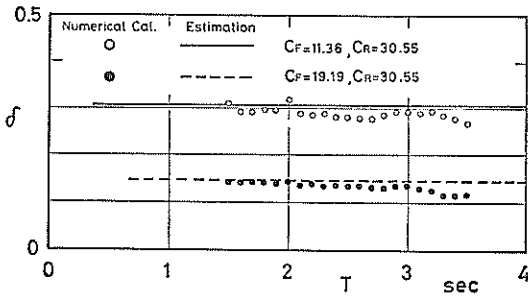


図-29 Xの運動中心位置

19.2 (g/cm)/cm, $C_R=30.6$ (g/cm)/cm の場合では $\delta=0.147$ となる。

こうして求めた δ を用いて, Xの運動中心位置とXの振幅の関係は次式により表わされる。

$$a_0 = -\delta \frac{X_{\max} - X_{\min}}{2} \quad (47)$$

図-29 は粘性を考慮した数値計算により直接求めた δ と, 上記式(46)により C_F と C_R の関係から与えられる δ の値を比較した図である。両者はよく一致しており, 非対称係留の場合には, 浮体の運動中心が一周期間に係留力のなす仕事の総和が0となる位置にずれることがわかる。

次に

$$s_1 C_F = s_2 C_R = \bar{C} \int_0^{T/2} X_0 \sin \omega t dt \quad (48)$$

を満たすような等価な平均バネ定数 \bar{C} を求めよう。

式(48)に式(43)で与えられる s_1 および s_2 を代入すると次の二式が得られ,

$$\left. \begin{aligned} \bar{C} &= C_F \left\{ \frac{-a_0}{2X_0} (\pi + 2t_1) + \cos t_1 \right\} \\ \bar{C} &= C_R \left\{ \cos t_1 + \frac{a_0}{2X_0} (\pi - 2t_1) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

辺々加え合わせ2で除すと, \bar{C} は次のように与えられる。

$$\bar{C} = \frac{1}{2} [(C_F + C_R) \cos t_1 - \frac{a_0}{X_0} (C_F + C_R) t_1] \quad (50)$$

$|a_0/A|$ が小さいと仮定すると, \bar{C} は近似的に次式で与えられる。

$$\bar{C} = \frac{1}{2} (C_F + C_R) \left\{ 1 + \left(\frac{a_0}{X_0} \right)^2 \right\} \div \frac{C_F + C_R}{2} \quad (51)$$

上式により与えられる \bar{C} は近似的に式(48)を満たしているから, バネ定数が浮体前後で等しく \bar{C} とした場合のXの振幅は, 前面で C_F , 後面で C_R の非対称な係留状態における振幅 X_0 と等しいと考えられる。

図-30は $C_F=11.4$ (g/cm)/cm, $C_R=30.6$ (g/cm)/cm

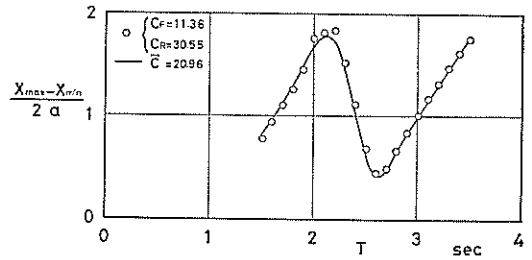


図-30 Xの振幅

とした非対称係留状態におけるXの振幅と, $C_F=C_R=\bar{C}$, すなわち

$$\bar{C} = \frac{11.4 + 30.6}{2} = 21.0 \text{ (g/cm)/cm} \quad (52)$$

とした対称な係留状態におけるXの振幅を数値計算により求め, 比較した図である。両者はよく一致している。

以上の考察により, 非対称な係留状態におけるXの最大値および最小値は, バネ定数が \bar{C} の対称な係留状態におけるXの振幅と次の関係にあるものと考えられる。

$$\left. \begin{aligned} X_{\max} &= X_0(1 - \delta) \\ X_{\min} &= -X_0(1 + \delta) \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

ここに, X_0 はバネ定数が \bar{C} のバネにより前後対称に係留される場合のXの振幅であり, δ は式(46)により非対称な係留状態における浮体前後のバネ定数 C_F, C_R から与えられる。

上式で与えられる X_{\max} に $-C_R$ を, X_{\min} に $-C_F$ を乗じると, それぞれ係留力の最小値 ($R_{H\min}$) および最大値 ($R_{H\max}$) となる。

二種類の非対称係留状態について, 非対称な条件に対して数値計算により求めた係留力と, バネ定数が \bar{C} である対称な係留条件に対して計算により求めたXの振幅 X_0 を用いて式(53)により算定した係留力の比較を 図-31に示す。図中○印と実線, ●印と点線のように数値計算により求めた値と算定値とは極めてよく一致している。このことから, 以上に述べた考察がほぼ妥当であるものと言えよう。

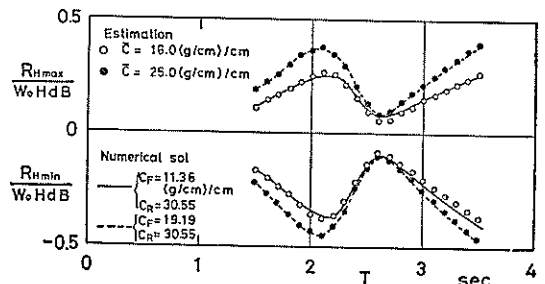


図-31 係留力の推定値と数値計算結果の比較

5.4 非線型バネによる係留浮体

(1) 運動方程式における係留力の与え方

ゴムひも一本当りの較荷時の荷重-歪特性は、図-6において実線で示したように、最小自乗法により求めた次式により近似できる。

$$W = 374.3 (dl/l_0)^{0.332} \quad (54)$$

式54を用い、浮体前面で N_F 本、浮体後面で N_R 本のゴムひもにより係留した場合、係留力は次のように表わすことができる。ただし、浮体運動振幅が小さくゴムひも張力の鉛直方向成分が無視し得るものとしている。

$$\left. \begin{aligned} R_H &= -374.3 \frac{N_F}{B} \left\{ \frac{x_G - (s-z_0)\theta}{l_0} \right\}^{0.332} && x_G - (s-z_0)\theta > 0 \\ &= 374.3 \frac{N_R}{B} \left\{ \frac{x_G - (s-z_0)\theta}{l_0} \right\}^{0.332} && x_G - (s-z_0)\theta < 0 \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

ここに、 $B=47\text{cm}$ 、 $l_0=19.5\text{cm}$ である。

(2) 対称な係留状態

浮体の運動測定結果の一例を図-32に示す。図中の表記法は先に示した図-20~23の線型非対称係留の場合と同じである。非線型バネにより係留した場合も、計算値の与えるような正弦的運動であることがわかる。

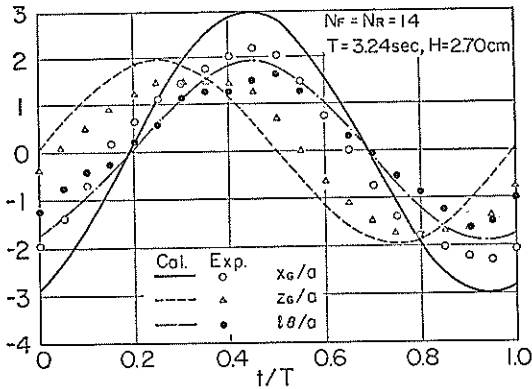


図-32 非線型バネ係留浮体の運動

写真-4および5は係留力測定記録の一例であり、前者は入射波高が小さい場合、後者は大きい場合である。写真-5の入射波高が大きい場合の係留力の時間的変化は正弦的ではなく、極大値付近でゆるやかな変化を示しており、係留力の非線型特性が現われている。

$N_F=N_R=14$ および7の2ケースについて、測定係留力の最大値と計算値(粘性抵抗力を考慮)のそれを比較すると、それぞれ図-33および図-34のようになる。図中○印は浮体前面の係留力の最大値、●印は後面の係留力

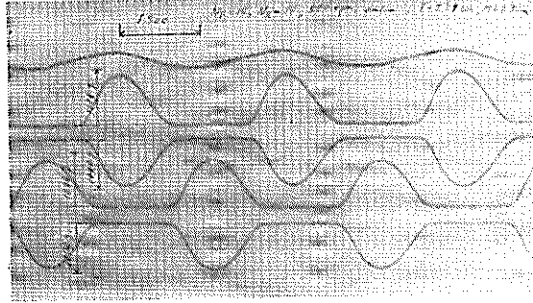


写真-4 非線型バネ係留浮体の係留力測定記録 ($N_F=N_R=14$, $T=2.07\text{sec}$, $H=1.30\text{cm}$)

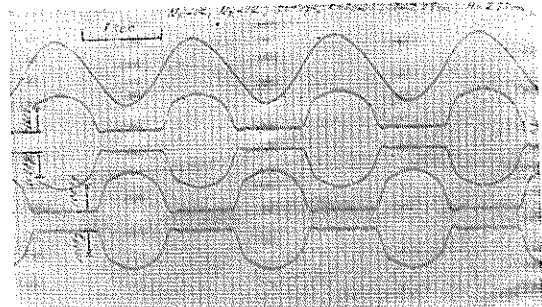


写真-5 非線型バネ係留浮体の係留力測定記録 ($N_F=N_R=14$, $T=2.07\text{sec}$, $H=2.95\text{cm}$)

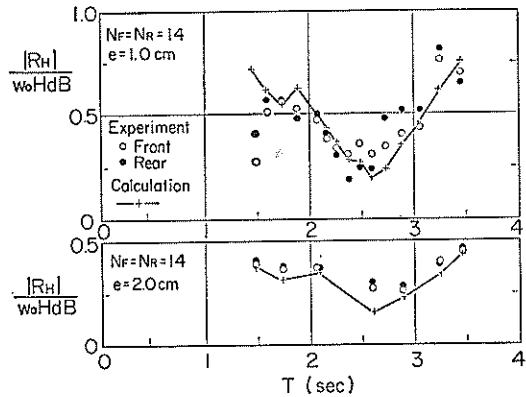


図-33 非線型対称係留浮体の係留力

の最大値、+印は計算値である。また両図とも上側が入射波高の小さい場合、下が大きい場合の結果である。

入射波高で除して表わした相対係留力の値は波高が大きい場合の方が小さくなっており、荷重の増加とともに歪の増加率が大きくなるという非線型特性の影響が現われている。

また図-33, 34によれば、波高が小さい $e=1.0\text{cm}$ の場合には実験値と計算値の差は大きいようであるが、こ

れば入射波高が小さく、また係留力も小さいことにより、相対的に測定誤差が大きくなったと考えられ、概して両者はよく一致していると言える。

(3) 非対称な係留状態

非対称な係留状態における係留力の測定記録例を写真-6および7に、浮体前後の係留力の最大値を図-35 ($N_F=14, N_R=7$) および図-36 ($N_F=7, N_R=3$) に示す、図-36, 37において、○印と実線、●印と点線がそれぞれ $e=1\text{ cm}$ および $e=2\text{ cm}$ における実験値と計算値であり、両者は極めてよく一致している。

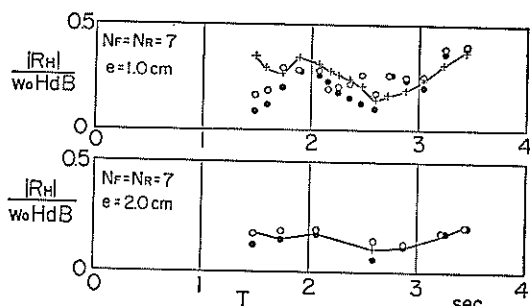


図-34 非線型対称係留浮体の係留力(2)

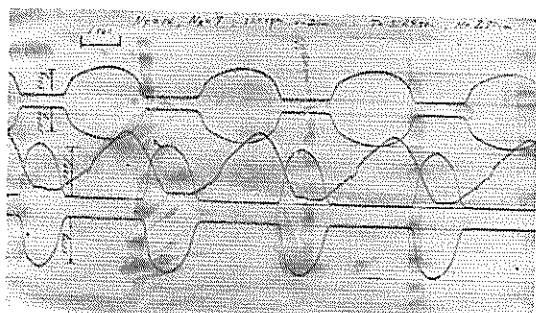


写真 6 非線型パネ係留浮体の係留力測定記録 ($N_F=14, N_R=7, T=3.24\text{s}, H=2.7\text{cm}$)

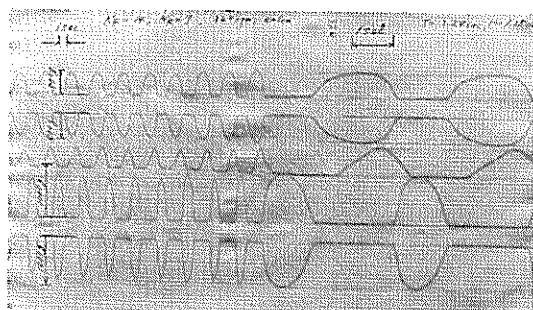


写真 7 非線型パネ係留浮体の係留力測定記録 ($N_F=14, N_R=7, T=3.24\text{s}, H=1.15\text{cm}$)

2. で述べたように、本報告で用いた運動方程式(式(2), (3), (4))における係留力以外の各項の係数は、振動系が線型であり、入射波と同じ周波数の正弦運動をするという仮定に基づいて導かれたものである。しかし以上に述べた実験値と計算値の比較によれば、非線型係留状態においても、運動方程式における係留力を状況に応じて与えることによりほぼ妥当な結果が得られることがわかる。ただし、こうした近似は係留力の大きさが流体力の大きさに比べて小さいという条件についてのみ可能であり、係留力が極めて大きい場合についてはさらに検討する必要がある。

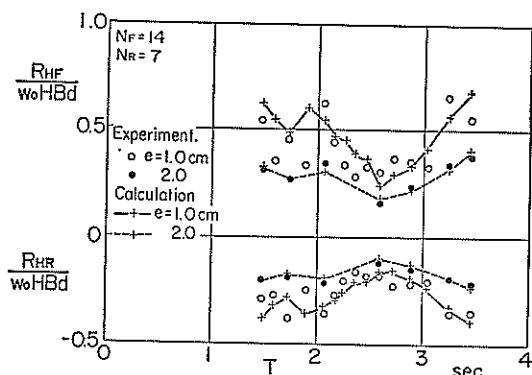


図-35 非線型非対称係留浮体の係留力(1)

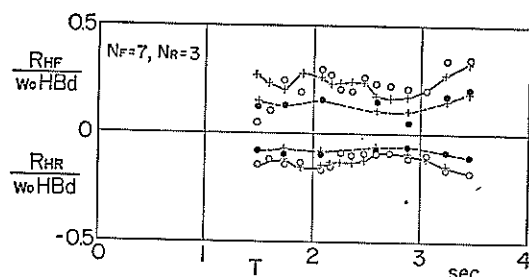


図-36 非線型非対称係留浮体の係留力(2)

6. 結 論

前章までに述べた水平パネにより係留された矩形断面浮体の運動と係留力に関する検討にもとづき、以下のことが結論としてまとめられる。

6.1 自由浮体の運動について

(1) 微小振幅波理論により与えられる矩形断面浮体の運動方程式は、粘性による抵抗力を無視しているため、浮体の共振周期付近の入射波周期に対し特に回転運動に対し過大な運動振幅を与える。しかし、共振周期 T_0 からある程度離れた入射波周期では粘性

による抵抗力の影響は小さく、実験値に近い値を与える。

- (2) 回転運動における水の粘性に起因する抵抗力は浮体底面両端の隅角部において発生する渦による抵抗力と考えられ、回転振幅が小さいときには回転速度に比例する。回転振幅が大きくなるにつれ、この抵抗力の大きさは回転速度の二乗に比例する形で表わされると考えられるが、この場合の抵抗の与え方についてはさらに検討することが必要である。
- (3) 水の粘性に起因する抵抗力として、浮体の自由減衰振動試験から求めた減衰定数の実験値 β_E と微小振幅波理論が与える造波抵抗力による減衰定数 β_R の差 β_D を用いて、式(20)により線形抵抗力 M_f を与えた。この M_f を加えた運動方程式は、波浪中の浮体運動の実験値に近い結果を与える。

6.2 線型バネによる係留浮体について

- (1) 対称な係留状態において初期拘束力 R_0 がない場合の係留力は、粘性による抵抗力を考慮した運動方程式により実験値に近い値を求めることができる。
- (2) 対称な係留状態においても、初期拘束力 R_0 が大きい場合には浮体側面に作用する摩擦力が大きくなり、特に回転運動に対して大きな影響を与える。実験ではローラーを用いて摩擦力が小さくなるように工夫しているが、実際の船舶係留状態のようにローラーがない場合には摩擦力がさらに大きくなるので、浮体の運動解析においては注意する必要がある。
- (3) 非対称な係留状態に対しても、運動方程式中に状況に応じた拘束力を与えることにより求めることができる。非対称性が極端でなければ、非対称性に応じて水平運動中心がバネ定数が小さい方へずれるが、浮体は正弦的な運動を行なう。この場合の運動振幅は、前後のバネ定数の平均値と等しい硬さのバネで対称に係留したときの振幅に等しい。

6.3 非線型バネによる係留浮体

- (1) 浮体の運動方程式は、浮体が入射波の周期と同じ周波数の正弦運動をするという仮定のもとに導かれたものであり、厳密には非線型係留状態に対して適用することはできない。しかし本報告で扱ったように非線形係留力であっても、その大きさが他の線形な種々の力に比べてそれほど大きくない場合については十分な近似精度で係留力を与える。

7. あとがき

線型およびそれほど力が大きくない非線型特性を有する水平バネにより係留された浮体の波浪による運動は、

微小振幅波による運動方程式に粘性の影響を加えた式を用い、所要の係留条件に対して数値計算を実施することにより求めることが可能であることがわかった。しかし、浮体の係留方法として係留鎖とアンカーによる係留のように浮体の変位に伴う係留力の変化が滑からでなく、変位がある量に達するときわめて大きな係留力が作用するという状態が考えられる。このような状況においては、運動方程式の基礎となる浮体が正弦運動をするという仮定が成立しなくなる。そのため今後このような係留状態について実験を含めた検討を行なって、適切な運動解析法を開発していくことが必要であろう。

本報告では規則波のみを対象としたが、不規則入射波に対する検討も不可欠である。線型の係留状態については、種々の周期数成分による浮体の応答結果を求め、これらを線型に重ね合わせるという方法で算定可能であろう。しかし、非線型係留状態ではこうした重ね合わせができず、すべての周波数成分の影響を含めた計算により、浮体運動を時間的に逐次求めてゆかねばならない。この場合、浮体の運動方程式中の係数は 2. に述べたように運動周波数の関数となっているので、これらの係数の値も時間的に変化する。近似的に入射波の有義波周期に対応する係数値を用いて計算することも考えられるが、その妥当性については模型実験により確かめることが必要であろう。

最後に、本研究の遂行にあたり、谷本防波堤研究室長から有益な助言を得たことを記して感謝の意を表したい。また実験結果の解析においては、防波堤研究室の大滝雅次研修生の熱心な協力を得たことを厚く御礼申し上げる。

参考文献

- 1) 伊藤喜行：特殊防波堤論，水工学に関する夏期研修会講義集，A 海岸・港湾コース，土木学会水理委員会，1968，pp. 6.1~6.31
- 2) 井島武士・田淵幹修・湯村やす：有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変形，土木学会論文報告集，第202号，1972，pp. 33~48
- 3) Adee, B.H. : Analysis of floating breakwater performance, Proc. of the Symposium on Model Techniques, A. S. C. E., 1975, pp. 1585~1602
- 4) Garrison, C.J. : Dynamic response of floating bodies, Preprints of Offshore Technology Conference, Paper No. OTC2067, 1974
- 5) Yamamoto, T. Yoshida, A. : Elastic moorings of floating breakwaters, proceedings of the 7th International Harbour Conference, 1978
- 6) 井島武士・吉田明德・湯村やす：有限水域の波による楕円および矩形浮体の運動と波の変形，土木学会論文報告集，第244号，1975，pp. 91~105

7) Von Oortmersen, Gerard: The motion of a ship in shallow water, Chesapeake Section of the Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1975 Nov.

8) 伊藤喜行・千葉 繁: 浮防波堤の水理に関する近似理論と応用, 港湾技術研究所報告, 第11巻第3号, 1972, pp. 137~166

9) 伊藤喜行: 浮防波堤の水理, 港湾技術研究所講演会講演概要, 1972, p. 21

10) Blagoveshchensky, S. N.: Theory of ship motions, Penver Publication, Inc., Vol. 1, 1962, pp. 114~118

11) 合田良実・鈴木康正・笹田 正: 波浪中の直立円柱に働く流体力とその運動, 港湾技術研究所報告, 第15巻第2号, 1976, pp. 167~210

12) Tasai, F: Hydrodynamic force and moment produced by swaying and rolling oscillations of cylinders on the free surface, Kyushu Univ. Reports of Research Institute for Applied Mechanics, Vol. IX, No. 35, 1961

13) Takeshi, I., A. Yoshida, T. Yamamoto: Two dimensional motions of moored floating bodies with arbitrary cross-section, Memoires of the Faculty of Engineering, Kyushu Univ. Vol. 37, No. 3, 1977, pp. 107~132

14) 井島武士・田淵幹修・湯村やす: 有限水深の波による円柱状浮体の運動, 土木学会論文報告集, 第206号, 1972, pp. 71~84

15) 伊藤喜行・木原 力: 円柱の動揺に伴う造波抵抗一杭の波力応答と円型浮体の挙動への応用一, 港湾技術研究所報告, 第11巻第3号, 1972, pp. 37~58

16) 文献10) pp. 118~127

17) 木原 力・藤 正彦: 矩形断面浮体の波浪動揺に関する研究, 港湾技術研究所報告, 第14巻第2号, 1975, pp. 47~77

18) 加藤 弘: 船の横揺に対する摩擦抵抗について, 造船協会論文集, 第102号, 1958, pp. 115~122

19) Keulegan, G. H. and L. H. Carpenter: Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid, Journal of Research, National Bureau of standards, Vol. 60, 1958, pp. 423~440

20) Sarpkaya, T. and C. J. Garrison: Voltex formation and resistance in nsteady flow, Journal of Applied Mechanics, Vol. 30, No. 1, Trans. ASME, Vol. 85, Series E, 1963, pp. 16~24

21) 中村孝幸: 海洋構造物に作用する波力特性とその振動応答に関する研究, 大阪大学博士論文, 1977, p. 297

22) 日本造船研究協会: 第161研究部会 船舶の波浪中性能推定の精度向上とその実証に関する研究, 資料 No. 257, 1976, p. 127

23) 土木学会編: 海洋鋼構造物設計指針(案)解説, 1973 pp. 18

24) Timoshenko, S.: vibration problems in engineering, Third Edition, D. Van Nostrand Company,

Inc., 1955

谷下市松・渡辺 茂沢: 工業振動学, 東京図書, 1966, pp. 147~148

記号一覧表

- A : 流れの方向に直角な面への投影面積
 a : 入射波の振幅 ($=H/2$)
 a_0 : 線型非対称バネ係数におけるバネ変形量 X の変動中心
 a_{ij} : j 方向運動によって生じる i 方向運動に対する付加質量または付加慣性モーメント
 B : 浮体の軸方向の長さ
 b : ビルジ・キールの幅, または矩形断面浮体の回転運動における粘性抵抗力の作用範囲 ($b = \sqrt{B^2 + (d+x_0)^2} - l$)
 b_{ij} : j 方向運動によって生じる i 方向運動に対する線型抵抗力の係数
 C : 線型バネのバネ係数
 \bar{C} : 線型非対称バネの平均バネ定数 ($= (C_F + C_R)/2$)
 C_F : 浮体前面 ($X < 0$ の範囲) のバネ定数
 C_R : 浮体後面 ($X > 0$ の範囲) のバネ定数
 c_1 : 線型抵抗力の係数
 c_2 : 非線型抵抗力の係数
 c_D : 抗力係数
 c_{ij} : j 方向運動によって生じる i 方向の静水圧的復原力の係数
 d : 浮体の吃水
 d_{ij} : j 方向運動によって生じる i 方向の非線型抵抗力の係数
 e : 造波板の振幅
 e_0 : 式 (c. 3)
 F : 浮体に作用する外力
 F_0 : 流れや風による力
 F_{ei} : 入射波が浮体に及ぼす力のうち, 水粒子加速度に比例する項の係数
 F_{ei} : 入射波が浮体に及ぼす力のうち, 水粒子速度に比例する項の係数
 F_D : 固定浮体による散乱波がその浮体に及ぼす力 (Diffraction Force)
 F_F : 入射波が固定浮体に及ぼす力 (Floud-Kliroff の力)
 F_R : 浮体が運動することにより発生する波がその浮体に及ぼす力 (Radiation Force)
 F_S : 静水圧的復元力
 F_{V1} : 固定浮体に作用する粘性抵抗力
 F_{V2} : 静水中の運動浮体に作用する粘性抵抗力
 $f_B = \frac{\sinh k(h-d)}{k(h-d) \cosh kh}$
 $f_H = \frac{\sinh kh - \sinh k(h-d)}{kd \cosh kh}$
 f_i : 固定浮体に作用する i 方向の非線型抵抗力の係数
 $f_M = f_{MH} + \frac{l}{3d} f_B$

$$f_{MH} = \frac{1}{kd \, kl \, \cosh kh} \{-kz_0 \sinh kh + k(d+z_0) \sinh k(h-d) - \cosh kh + \cosh k(h-d)\}$$

g : 重力加速度

$$\overline{GM}: \text{重心上のメタセンター高} \left(= \frac{l^2}{3d} - \frac{d}{2} - z_0 \right)$$

H : 入射波高

h : 水深

$$i: \sqrt{-1}$$

I_0 : 矩型断面浮体の慣性モーメント

I_1 : 矩型断面浮体の付加慣性モーメントのうち、浮体の幾何学的条件のみにより与えられる部分

$$I_1 = \frac{2\rho l^3}{h-d} \left\{ \frac{l^2}{45} + \frac{(h-d)^2}{9} \right\}$$

I_0 : 矩型断面浮体の付加慣性モーメントのうち、浮体の運動周波数の関数として与えられる部分

$$I_0 = M_0 g \frac{y_B k d f_M^2 l}{(1+y_B^2) n \sigma^2}$$

K : 回転運動における線型粘性抵抗力の係数

$$k = 2\pi/L \quad (L: \text{波長})$$

l : 浮体の半幅

l_0 : 非線型バネの初期長

Δl : 非線型バネの伸び

M : 物体の質量

M_0 : 矩型断面浮体の質量 ($=2\rho d l$)

M_i : i 方向運動に対する浮体の質量または慣性モーメント

M_x : 矩型断面浮体の水平 (x 軸方向) 運動に対する付加質量

$$M_x = \frac{2y_B \rho g k d^2 f_H^2}{(1+y_B^2) n \sigma^2}$$

M_z : 矩型断面浮体の鉛直 (z 軸方向) 運動に対する付加質量

$$M_z = \frac{2\rho l}{3(h-d)} \{l^2 + (h-d)^2\}$$

M_f : 粘性抵抗力による抵抗モーメント

M_R : 回転運動に対する拘束力

N_F : 浮体前面 ($X > 0$ の範囲) の非線型バネの本数

N_R : 浮体後面 ($X < 0$ の範囲) の非線型バネの本数

$$n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right)$$

R_F : 浮体前面 ($X < 0$ の範囲) のバネの水平反力

R_H : 水平運動に対する拘束力 (バネの水平反力)

R_V : 鉛直運動に対する拘束力

R_{ij} : i 方向運動によって生じる i 方向の拘束力

r : 浮体重心 G からピルジキールまでの距離

S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 : 式 (15)

s : 静水面上のバネ設置高さ

S_1, S_2 : 図-28参照

T : 入射波の周期

T_V : 自由浮体の鉛直運動固有周期

T_R : 自由浮体の回転運動固有周期

t_1 : バネ反力が 0 となる位相式 (40)

u : 水粒子運動速度

v : 物体と水粒子との相対速度

$|v|_{\max}$: v の最大値

W : 線型バネ一本当りの荷重

X : バネの変位量

X_{\max} : X の最大値

X_{\min} : X の最小値

x : 物体運動の変位ベクトル

x_G : 浮体重心の水平変位

Δx : 式 (34)

$$y_B = \frac{g}{\sigma^2 l} \frac{k(h-d) f_R^2}{n}$$

$$y_H = \frac{g}{\sigma^2 l} \frac{k d f_H^2}{n}$$

$$y_{BH} = y_B + y_H$$

z_0 : 浮体重心の z 座標

z_G : 浮体重心の鉛直変位

α : 式 (44) ($=1 - C_F/C_R$)

β_D : 回転自由振動における、粘性抵抗に起因する減衰定数

β_E : 回転自由振動試験により実験的に求めた減衰定数

β_R : 回転自由振動における、造波抵抗による減衰定数

β_V : 鉛直自由振動における、造波抵抗による減衰定数

δ : バネ変位量の変動中心のずれ 式 (44)

$\delta_1(t), \delta_2(t), \delta_3(t)$: それぞれ変位計 No. 1, No. 2, No. 3 の検出する変位量

$\epsilon, \epsilon_1, \epsilon_2$: 位相差

ζ : 複素数で表わした鉛直運動振幅

θ : 浮体の回転変位

θ : 複素数で表わした回転運動振幅

μ : ローラーの運動摩擦係数

ξ : 複素数で表わした水平運動振幅

ρ : 水の密度

σ : 入射波の周波数

ω_V : 鉛直自由振動周波数

ω_R : 回転自由振動周波数

付録 A 自由振動における発生波

静水中で浮体が自由振動するときの、浮体前後の流速および圧力の連続条件は、近似理論によりそれぞれ以下のように与えられる。

流速の連続

$$\frac{2ikl f_{BN}}{n} \zeta = -a_R - a_T \quad (\text{a. 1})$$

圧力の連続

$$\frac{ikd f_H}{n} \xi - \frac{ikd f_M l \theta}{n} + (1 - iy_B) \left(-a_T - \frac{ikl f_{BN}}{n} \zeta \right) = 0 \quad (\text{a. 2})$$

ここに、 a_R は浮体前面の発生波の振幅、 a_T は後面での発生波の振幅である。

式 (a. 2) より

$$a_T = \frac{1}{1-iy_B} \left(\frac{ikdf_H \xi}{n} - \frac{ikdf_M l \theta}{n} \right) - \frac{iklf_B \zeta}{n} \quad (a. 3)$$

これを (a. 1) に代入し、 a_R を求めると次式のようになる。

$$a_R = -\frac{1}{1-iy_B} \left(\frac{ikdf_H \xi}{n} - \frac{ikdf_M l \theta}{n} \right) - \frac{iklf_B \zeta}{n} \quad (a. 4)$$

式 (a. 3) および (a. 4) からわかるように、水平運動 ξ および回転運動 θ により発生する波は浮体前後で正負逆すなわち逆位相であり、鉛直運動 ζ により発生する波は前後で相等しい。

浮体の鉛直運動により発生する波を a_1 、水平および回転運動により発生する波を a_2 で表わすことにする。すなわち、

$$a_1 = -\frac{iklf_B \zeta}{n} \quad (a. 5)$$

$$a_2 = \frac{1}{1-iy_B} \left(\frac{ikdf_H \xi}{n} - \frac{ikdf_M l \theta}{n} \right) \quad (a. 6)$$

上のように入えられる a_1, a_2 を用いて、 a_R, a_T は次のように表わすことができる。

$$a_R = a_1 + a_2 \quad (a. 7)$$

$$a_T = a_1 - a_2 \quad (a. 8)$$

さて、浮体の前後面に波高計を取り付け、前後面の水位変化量 Δh_1 および Δh_2 を測定することを考えると (文献17) 参照)、 $\Delta h_1, \Delta h_2$ は次式のように表わされる。

$$\Delta h_1 = a_R + l\theta - \zeta \quad (a. 9)$$

$$\Delta h_2 = a_T - l\theta - \zeta \quad (a. 10)$$

(1) Δh_1 と Δh_2 の和

浮体前後の波高計が検出する水位変化の和を求めると、

$$\begin{aligned} \Delta h_1 + \Delta h_2 &= a_R + a_T - 2\zeta \\ &= 2(a_1 - \zeta) \\ &= 2|\zeta| \sqrt{1 + \left(\frac{kl}{n} f_B\right)^2} e^{i(\sigma_1 + \epsilon_1)} \end{aligned} \quad (a. 11)$$

となる。式中 $\sqrt{1 + (klf_B/n)^2}$ および ϵ_1 は浮体形状および運動周波数の関数であり運動振幅 ζ では無関係である。したがって浮体前後面に設置した一対の波高計が検出する水位変化の和は、振幅が $|\zeta|$ に比例し、位相差が ϵ_1 (一定値) の変動をする。

(2) Δh_1 と Δh_2 の差

浮体前後の水位差を同様にして求めると、以下のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta h_1 - \Delta h_2 &= a_R - a_T + 2l\theta \\ &= 2(a_2 + l\theta) \end{aligned}$$

$$= 2 \left\{ \frac{1}{2-iy_B} \left(\frac{ikdf_H \xi}{n} - \frac{ikdf_M l \theta}{n} \right) + l\theta \right\} \quad (a. 12)$$

水平運動と回転運動は速成しており、自由浮体では ξ と θ は次の関係にある (付録 B 式 (6.10))。

$$\xi = -\frac{iy_H}{1-iy_{BH}} \frac{f_M l \theta}{f_H} \quad (a. 13)$$

上式を式 (a. 12) に代入すれば、

$$\begin{aligned} \Delta h_1 - \Delta h_2 &= 2 \left(1 - \frac{1}{1-iy_{BH}} \frac{ikdf_M}{n} \right) l\theta \\ &= 2l|\theta| \sqrt{\left(1 + \frac{y_{BM}}{1+y_{BM}^2} \frac{kdf_M}{n} \right)^2 + \left(\frac{kdf_M}{n} \right)^2} e^{i(\sigma_1 + \epsilon_2)} \end{aligned} \quad (a. 14)$$

となり、 $\Delta h_1 - \Delta h_2$ は振幅が $|\theta|$ に比例し、位相差が ϵ_2 (一定値) の変化を示す。

以上のように、浮体前後の水位変動の和あるいは差を測定することにより、浮体の鉛直あるいは回転運動振幅の減衰状況を求めることが可能である。

付録 B 自由減衰振動の周波数および減衰定数

拘束力がない状態において、浮体が静水中で自由振動するときの作用外力は、水の粘性を無視すれば本文式(8)~(10)において $a=0$ とおいた式により与えられる。これらの力を用いて、運動方程式は以下のように表わされる。

$$-M_0 \sigma^2 \xi = -\frac{2\rho g d f_H}{1-iy_B} \frac{ikd}{n} (f_M \xi - f_M l \theta) \quad (b. 1)$$

$$-(M_0 + M_z) \sigma^2 \zeta = -2\rho g l f_B \frac{iklf_B \zeta}{n} - 2\rho g l \zeta \quad (b. 2)$$

$$\begin{aligned} -(I_0 + I_1) \sigma^2 \theta &= +\frac{2\rho g d l f_M}{1-iy_B} \frac{ikd}{n} (f_H \xi - f_M l \theta) \\ &\quad - 2\rho g d l \overline{GM} \end{aligned} \quad (b. 3)$$

(1) 鉛直運動

$$\left. \begin{aligned} -\sigma^2 \zeta e^{i\sigma t} &= \ddot{z}_G \\ i\sigma \zeta e^{i\sigma t} &= \dot{z}_G \\ \zeta e^{i\sigma t} &= z_G \end{aligned} \right\} \quad (b. 4)$$

の関係式を用いて式 (b. 2) はつぎのように書き直すことができる。

$$(M_0 + M_z) \ddot{z}_G + 2\rho g l f_B \frac{klf_B}{n\sigma} \dot{z}_G + 2\rho g l z_G = 0 \quad (b. 5)$$

これは通常の自由度の振動方程式、の標準型式 (b. 6) と同形であり、自由振動周波数 ω_V および減衰定数 β_V はそれぞれ式 (b. 7) および (b. 8) のように与えられる。

$$\ddot{z}_G + 2\beta_V \omega_V \dot{z}_G + \omega_V^2 z_G = 0 \quad (b. 6)$$

$$\omega_V = \sqrt{\frac{2\rho g l}{M_0 + M_z}}$$

$$\begin{aligned} \beta_V &= 2\rho g l f_B \frac{k l f_B}{n\sigma} 2\omega_V (M_0 + M_2) \\ &= \frac{1}{2} \frac{k l f_B^2}{n} \frac{\omega_V}{\sigma} \end{aligned} \quad (b. 7)$$

(2) 回転運動

回転運動は水平運動と連成しているため、式 (b. 1) および (b. 3) の二元連立方程式を解いて求めなければならない。

$M_0 = 2\rho d l$ であるから、式 (b. 1) より

$$\xi = \frac{g f_H}{\sigma^2 l} \frac{1}{1 - i y_B} \frac{k d}{n} (f_H \xi - f_M l \theta) \quad (b. 8)$$

$$y_H = \frac{g f_H}{\sigma^2 l} \frac{k d f_H^2}{n} \quad (b. 9)$$

とにおいて式 (b. 8) を変形すれば、

$$\xi = -\frac{i y_H}{1 - i y_{BH}} \frac{f_M}{f_H} l \theta \quad (b. 10)$$

となる。ここに

$$y_{BH} = y_B + y_H \quad (b. 11)$$

式 (b. 10) を (b. 3) に代入すれば θ のみの方程式が得られる。

$$\begin{aligned} -(I_0 + I_1) \sigma \theta &= -\frac{2\rho g d l}{1 - i y_B} \frac{i k d f_M^2}{n} \left(\frac{i y_H}{1 - i y_{BH}} + 1 \right) l \theta \\ &\quad - 2\rho g d l \overline{GM} \theta \\ &= -\frac{2\rho g d l}{1 - i y_{BH}} \frac{i k d}{n} l \theta - 2\rho g d l \overline{GM} \theta \end{aligned} \quad (b. 12)$$

すなわち

$$\begin{aligned} -(I_0 + I_1 + I_\theta) \sigma^2 \theta + \frac{2\rho g d l}{1 + y_{BH}^2} \frac{i k d f_M^2}{n} l \theta \\ + 2\rho g d l \overline{GM} \theta = 0 \end{aligned} \quad (b. 13)$$

ここに

$$I_\theta = \frac{2\rho g d l y_{BH}}{1 + y_{BH}^2} \frac{k d}{n \sigma^2}$$

I_θ は $(I_0 + I_1)$ に比べて十分小さいと考えられ、これを省略し、鉛直運動の場合と同様

$$\left. \begin{aligned} -\sigma^2 \theta e^{i\sigma t} &= \ddot{\theta} \\ i\sigma \theta e^{i\sigma t} &= \dot{\theta} \\ \theta e^{i\sigma t} &= \theta \end{aligned} \right\} \quad (b. 14)$$

の関係を用いると次式を得る。

$$\begin{aligned} (I_0 + I_1) \ddot{\theta} + \frac{2\rho g d l}{1 + y_{BH}^2} \frac{k d f_M^2}{n \sigma} l \theta + 2\rho g d l \overline{GM} \theta \\ = 0 \end{aligned} \quad (b. 15)$$

この振動方程式の与える自由振動周期 ω_R および減衰定数は

$$\omega_R \doteq \sqrt{\frac{2\rho g d l \overline{GM}}{I_0 + I_1}} \quad (b. 16)$$

$$\beta_R = \frac{1}{2} \frac{k d f_M^2 l}{(1 + y_{BH}^2) n \overline{GM}} \frac{\omega_R}{\sigma} \quad (b. 17)$$

なお式 (b. 8) および式 (b. 10) から θ を消去して ξ のみの方程式を求めても (b. 13) において θ を x_G に入れ替えた式が得られる。これは回転運動に連成して生じる水平運動の周波数や減衰定数が回転運動に対するものと同一となることを示している。

式 (b. 17) で表わされる減衰定数を用いて運動方程式中の抵抗モーメント M_f (式 (b. 15) 左辺第二項) を書き表わすと次のようになる。

$$M_f = 2\beta_R \omega_R (I_0 + I_1) \dot{\theta} \quad (b. 18)$$

ただし、式 (b. 17) において $\sigma = \omega_R$ としている。

付録 C ローラーの運動摩擦係数

運動摩擦力は次式のように、大きさは速度に無関係で、回転運動の方向とは逆向きに作用する。

$$M_f = -\text{sign}(\dot{\theta}) 2\mu l R_0 \quad (c. 1)$$

問題を簡略化し、一質点系の運動を考えれば、上式で与えられる摩擦力が働くときの自由振動は次の運動方程式により表わされる。

$$\ddot{\theta} + 2\beta \omega \dot{\theta} + \omega^2 \theta = \frac{M_f}{I_0 + I_1} \quad (c. 2)$$

$$e_0 = \frac{2\mu l R_0}{I_0 + I_1} \frac{1}{\omega^2} \quad (c. 3)$$

とにおいて式 (c. 2) を書き直せば

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\theta} + 2\beta \omega \dot{\theta} + \omega^2 (\theta + e_0) &= 0 & \dot{\theta} > 0 \\ \ddot{\theta} + 2\beta \omega \dot{\theta} + \omega^2 (\theta - e_0) &= 0 & \dot{\theta} < 0 \end{aligned} \right\} \quad (c. 4)$$

e_0 は時間 t の関数ではないから

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \frac{d}{dt} (\theta + e_0) \\ \frac{d^2\theta}{dt^2} &= \frac{d^2}{dt^2} (\theta + e_0) \end{aligned} \right\} \quad (c. 5)$$

の関係がなり立ち、 $\dot{\theta}$ が同一符号を取る 1/2 周期間においては式 (c. 4) はそれぞれ以下の式の解と同じである。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} (\theta + e_0) + 2\beta \omega \frac{d}{dt} (\theta + e_0) \\ + \omega^2 (\theta + l_0) &= 0 & \dot{\theta} > 0 \\ \frac{d^2}{dt^2} (\theta - e_0) + 2\beta \omega \frac{d}{dt} (\theta - l_0) \\ + \omega^2 (\theta - e_0) &= 0 & \dot{\theta} < 0 \end{aligned} \right\} \quad (c. 6)$$

式 (c. 6) 第一式の解は $\beta \ll 1.0$ とすれば、

$$\theta + e_0 \doteq C_1 e^{-\beta \omega t} \cos(\omega t + \varepsilon_1)$$

また第二式の解は

$$\theta - e_0 \doteq C_2 e^{-\beta \omega t} \cos(\omega t + \varepsilon_2)$$

いま、時刻 $t=0$ において $\theta = \theta_0 > 0$ $\dot{\theta} = 0$ とすれば $0 < t < T/2$ における θ は式 (c. 7) 第二式より

$$\theta = -\theta_0 e^{-\beta \omega t} \cos(\omega t) + e_0 \quad (c. 8)$$

で与えられ、したがって $t=T/2$ にける回転角 θ_1 は次のように与えられる。

$$\theta_1 = -\theta_0 e^{-\pi\beta} + e \quad (c. 8)$$

同様に $t=T$ における回転角 θ_2 は式 (c. 7) 第一式により

$$\theta_2 = -\theta_1 e^{-\pi\beta} - e_0 \quad (c. 9)$$

のように与えられる。

以下同様に $t=3T/2, 2T, \dots$ における回転角が求められ、結局 $1/2$ 周期間の回転角の減衰状況は次式で表わされる。

$$|\theta_{n+1}| = |\theta_n| e^{-\pi\beta} - e_0 \quad (c. 10)$$

このように $n+1$ 番目の最大回転角 θ_{n+1} は、 $1/2$ 周期前の最大回転角 θ_n に摩擦力が作用しないときの減衰率を乗じ、さらに e_0 を減じた値で与えられる。なお式 (c. 10) 右辺が負になった時、すなわち復元力が摩擦力より小さくなった時に振動は止まる。

減衰定数 β として係留しない状態での自由振動試験から求めた β_E を、初期回転角 θ_0 には水深、吃水および浮体幅を考慮して推定した値 (0.15 ラジアン) を用い、運動摩擦係数 μ を 0.1 として、式 (c. 10) により振動が止むまでの振動回数を試算した。その結果 $R_0=20g/cm$ の場合には 3 サイクル、 $60g/cm$ では 2 サイクルとなり、この試算回数と本文 図-19 に示す実験記録に見られる振動回数を比べると、ほぼ同数であることから、ローラーの摩擦係数は $\mu=0.1$ 程度と推定した。

付録 D 水平運動の運動中心位置

浮体前後のバネ定数が異なる非対称な係留状態では、水平運動の運動中心位置は初期静止位置とは異なる。

本文 5.3 (3) で述べたように、非対称な係留状態においても浮体は滑らかな正弦運動をしている。したがって、水平および回転変位を次のように表わることができる。

$$\left. \begin{aligned} x_G &= |\xi| e^{i(\sigma t + \epsilon_1)} + \Delta x \\ \theta &= |\theta| e^{i(\sigma t + \epsilon_2)} + \Delta \theta \end{aligned} \right\} \quad (d. 1)$$

ここに、 Δx および $\Delta \theta$ はそれぞれ係留力の非対称性起因する水平および回転運動の中心位置の初期静止位置からのずれを表わす。

このように、正確には水平および回転の両運動成分に運動中心位置のずれが生じることが考えられる。しかし回転運動では係留力以外に静水圧による復元力が変位に比例する力として浮体に作用しており、係留力の非対称性の影響は緩和される。一方水平運動では係留力以外に復元力は作用せず、係留力の非対称性が運動に及ぼす影響が大きいと考えられる。

以上の考察により、式 (d. 1) における $\Delta \theta$ を無視することにする。

さて、係留力の最大値および最小値は次のように表わされるから

$$\left. \begin{aligned} R_{H \max} &= -C_F \{x_G - (s - z_0)\theta\} \min \\ R_{H \min} &= -C_R \{x_G - (s - z_0)\theta\} \max \end{aligned} \right\} \quad (d. 2)$$

式 (d. 1) を代入することにより

$$\left. \begin{aligned} \frac{R_{H \max}}{C_F} &= -\{|\xi| e^{i(\sigma t + \epsilon_1)} \\ &\quad - (s - z_0) |\theta| e^{i(\sigma t + \epsilon_2)} + \Delta x\} \\ \frac{R_{H \min}}{C_R} &= -\{|\xi| e^{i(\sigma t + \epsilon_1)} \\ &\quad - (s - z_0) |\theta| e^{i(\sigma t + \epsilon_2)} + \Delta x\} \end{aligned} \right\} \quad (d. 3)$$

が得られ、辺々加えることにより次のように Δx と係留力の関係が求まる。

$$\Delta x = -\frac{1}{2} \left(\frac{R_{H \max}}{C_F} + \frac{R_{H \min}}{C_R} \right) \quad (d. 4)$$

付録 E 仮想仕事の原理 (Ritz の方法)

バネの設置位置 ($x=s$) における浮体側面の水平変位を X で表わすことにする。

X は浮体重心の水平変位 x_G および回転変位 θ の一次関数として

$$X = x_G - (s - z_0)\theta \quad (e. 1)$$

により与えられるから、水平および回転運動に関する運動方程式から X に関する運動方程式を次の形で表わすことができる。

$$\ddot{X} + 2c_1 g(\dot{X}) + p^2 f(X) - F(t) = 0 \quad (e. 2)$$

ここに c_1, p^2 は X に無関係な係数であり、 $g(\dot{X})$ は \dot{X} の関数、 $f(X)$ は X の関数であって復元力と係留力を表わす。また $F(t)$ は入射波による外力である。

式 (e. 2) は慣性力が抵抗力、復元力と係留力などの弾性力および波浪外力と釣り合っていることを示す。したがって仮想仕事の原理により、式 (e. 2) の左辺で与えられる力により、着目点がある仮想の変位 ΔX だけ移動した時の仕事は 0 となる。すなわち

$$[\ddot{X} + 2c_1 g(\dot{X}) + p^2 f(X)] \Delta X = 0 \quad (e. 2)$$

さて、 X の解は次式で表わされるものと考えられるから、

$$X = a_0 + a_1 \cos \sigma t + b_1 \sin \sigma t \quad (e. 4)$$

まず $\Delta X = a_0$ とおき式 (e. 3) に代入すれば次の関係式を得る。

$$[\ddot{X} + 2c_1 g(\dot{X}) + p^2 f(X) - F(t)] a_0 = 0 \quad (e. 5)$$

この式から

$$\int_0^T [\ddot{X} + 2c_1 g(\dot{X}) + p^2 f(X) - F(t)] a_0 dt = 0 \quad (e. 6)$$

を得る。

同様にして $\Delta X = a_1 \cos \sigma t$, また $\Delta X = b_1 \sin \sigma t$ とおくことにより以下の関係式を得る。

$$\int_0^T [\ddot{X} + 2c_1 g(\dot{X}) + p^2 f(X) - F(t)] a_1 \cos \sigma t dt = 0 \quad (e.7)$$

$$\int_0^T [\ddot{X} + 2c_1 g(\dot{X}) + p^2 f(X) - F(t)] b_1 \sin \sigma t dt = 0 \quad (e.8)$$

したがって、係数 c_1, p および関数 $g(\dot{X})$ および $f(X)$ が与えられれば、(e.6)~(e.8)を解いて係数 a_0, a_1, b_1 を求めることができる。

ここでは定数項 a_0 すなわち係留状態が非対称であることを起因する運動中心のずれのみをこの方法で求めることを考える。

式 (e.6) において $f(X)$ を除きすべて時間 t の調和関数であるから、一周期にわたって積分すれば 0 となる。このことから式 (e.6) は次式となる。

$$p^2 a_0 \int_0^T f(X) dt = 0 \quad (e.9)$$

また、関数 $f(X)$ に含まれる静水圧による復元力も一周期にわたり積分するとほぼ 0 に近い値になると考えられるから、結局上式は次式により表わされる。

$$\int_0^T R_H(X) dt = 0 \quad (e.10)$$

付録 F 表面摩擦抵抗力

加藤は円筒をその軸方向にピアノ線でするし、静水中で回転自由減衰振動させ、回転振幅の減衰状況から表面摩擦力を求めるといふ実験にもとづき、以下に示す算定式を提示している。

表面摩擦力 R_f を次式により与える。

$$R_f = \frac{\rho}{2} c_f S v^2 \quad (f.1)$$

ここに S は浮体の浸水面積であり、抵抗係数 c_f および速度 v を以下のように与える。

$$c_f = 1.328 \left(\frac{3.22 r_s^2 \theta_m^2}{T v} \right)^{-0.5} \quad (f.2)$$

$$v = r_s \theta_m \quad (f.3)$$

上式において、 θ_m は浮体の1/2周期間の平均回転振幅を表わし、 r_s は浮体の断面形状を表面摩擦力によるモー

メントが等しくなるような円筒に置換したときの円筒の半径であり、次式により与える。

$$r_s = \sqrt{\frac{I_s}{S}} \quad (f.4)$$

ここに、

$$I_s = \int_s r^2 \sin^2 \alpha ds \quad (f.5)$$

r は浮体重心から浸水面上の任意点 A までの距離であり、 α は A 点における浸水面の接線と、A 点と重心 G を結ぶ直線のなす角である。

短型断面では式 (f.4) および (f.5) により r_s は次のように与えられる。

$$r_s = \sqrt{\frac{2l \{ l d + (d + z_0)^2 \}}{2(d+l)}} \quad (f.6)$$

なお、式 (f.2) は Blasius が与えた流れに平行におかれた平板に対する層流抵抗係数と同形に表わしたもので、右辺 () 内が円筒の回転運動におけるレイノルズを表わしている。

一方式 (f.1), (f.2) で与えられる表面摩擦抵抗力が自由減衰振動における 1/2 周期間になす仕事と、その間の損失エネルギーとが等しいと考えると、加藤は 1/2 周期間の振幅の減衰角 $\Delta \theta$ を次のように与えている。

$$\frac{\Delta \theta}{\theta_m} = \frac{2.11 S r_s^2}{M_0 g G M T^{1.5}} \quad (f.7)$$

いま、自由減衰振動において相隣二つの回転角の極大値を θ_1, θ_2 とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \Delta \theta &= \theta_1 - \theta_2 \\ \theta_m &= (\theta_1 + \theta_2) / 2 \end{aligned} \right\} (f.8)$$

なる関係がある。また減衰定数 β_f を用いて θ_1 と θ_2 の関係を表わせば

$$\theta_2 = \theta_1 e^{-\beta_f T} \quad (f.9)$$

となる。したがって β_f と $\Delta \theta$ の関係は次式のように表わされる。

$$\beta_f = -\frac{1}{\pi} \ln \left\{ \left(2 - \frac{\Delta \theta}{\theta_m} \right) / \left(\frac{\Delta \theta}{\theta_m} + 2 \right) \right\} \quad (f.10)$$

上式により、本文表-1に示す浮体諸元と回転運動の自由振動周期 $T = 2.31s$ を用いて計算すると、この条件における $\Delta \theta / \theta_m$ は 2.23×10^{-3} となり、 β_f は 7.1×10^{-4} となる。この減衰定数 β_f は造波抵抗による減衰定数 $\beta_R = 0.0252$ より二桁小さい。