

運輸省港湾技術研究所

港湾技術研究所 報告

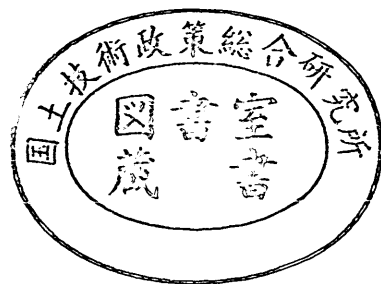
REPORT OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH
INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT

VOL. 16

NO. 3

SEPT. 1977

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



港湾技術研究所報告 (REPORT OF R.H.R.I.)

第16巻 第3号 (Vol. 16, No. 3), 1977年9月 (Sept. 1977)

目 次 (CONTENTS)

1. Diffraction of Sea Waves by Rigid or Cushion Type Breakwaters
.....Tomotsuka TAKAYAMA, Yutaka KAMIYAMA..... 3
2. ドルフィン上部工に作用する水平波力
..... 谷本勝利・高橋重雄・轟 正彦・和泉田芳和..... 39
(Horizontal Wave Forces on a Rigid Platform
.....Katsutoshi TANIMOTO Shigeo TAKAHASHI, Masahiko TODOROKI,
Yoshikazu IZUMIDA)
3. 東京湾の海水交換に関する水理模型実験
..... 堀江 毅・村上和男・亀山 豊・入尾野幸雄..... 69
(Model Experiment on Tidal Exchange Ratio in Tokyo Bay
...Takeshi HORIE, Kazuo MURAKAMI, Yutaka KAMEYAMA, Sachio IRIONO)
4. 待ち合せ理論による最適バース数の決定に関する研究
..... 奥山育英・口田 登.....101
(Determination of Optimum Number of Berths Applying Queuing Theory
.....Yasuhide OKUYAMA, Noboru KUCHIDA)

4. 待ち合せ理論による最適バース数の決定

奥山育英*・口田 登**

要 旨

港湾におけるバース数の決定にあたって、オペレーションズ・リサーチの一分野である待ち合せ理論を利用して得られた研究成果に費用の概念を付加して、総損失費用の最小化という基準の下での最適バース数を求める図表を作成し、利用法と問題点等にふれた。

利用するにあたって必要な入力情報は、バースへの船舶の到着はポアソン到着、接岸時間分布は比較的よくあうフェーズ2および3のアーラン分布のほかにも両極端であるランダムの場合とレギュラーの場合の4種類の分布のいずれかでとり扱い、i) 船舶の平均到着率 λ , ii) 1バースあたりの平均処理能力 μ , iii) 単位時間あたり1バースあたりの遊休損失費用 c_0 , iv) 単位時間あたり1船あたりの船待ちによる損失費用 c_w である。バース側の費用を遊休損失費用とせず、建設費と維持費の和 c_0' という形で与えた場合にも言及し、この場合も同様の図表で処理可能なことを示した。

* 設計基準部 システム研究室長

** 設計基準部 システム研究室

4. Determination of Optimum Number of Berths Applying Queuing Theory

Yasuhide OKUYAMA*

Noboru KUCHIDA**

Synopsis

By adding the cost conception to the results of the queuing theory, diagrams evaluating optimum number of berths in ports and harbours are presented.

In using the diagram, it is assumed that the arrival distribution is Poisson distribution and service distribution is exponential, Erlung Distribution with phase 2 or 3, or the regular distribution. Parameters needed for the diagram are λ : average arrival rate, μ : average service rate, c_b : berth idling cost per unit time if empty, and c_w : ship waiting cost per unit time.

If c'_b : total cost of construction and maintainance during the period T per berth, is taken instead of c_b , the optimum number of berths can be obtained by the same diagram but with the slightly different procedure.

* Chief of Systems laboratory, Design Standard Division

** Member of Systems laboratory, Design Standard Division

目 次

要 旨	101
1. ま え が き	105
2. 船舶の入港パターンおよび接岸時間パターン	105
3. 待ち合せ理論による最適バース数の決定方法	107
3.1 最適バース数の決定方法	107
3.1.1 c_0 をバース遊休費用とする場合	107
3.1.2 c'_0 を考察期間 T 内で発生する総バース費用とする場合	107
3.2 最適バース数を求める計算図表	108
4. 最適バース数から外れた場合の費用	109
5. 実際問題への適用にあたっての問題点および考察	112
6. バース増設計画の場合の適用方法	114
7. 具体的な利用手順	115
8. あとがき	116
参考文献	116
記 号 表	116

1. まえがき

港研報告第13巻第1号「ポアソン到着待ち合せモデルの教表——埠頭の教および泊地規模の決定——」で、確率論を用いて待ち行列の状態確率分布と平均待ち行列数等の図表を作成し、それらを利用した埠頭の教および泊地規模の決定法を報告した。

しかし、それらの図表を利用しても、費用の概念をいれると計算手順は複雑であることから、費用を考慮した最適バース数の簡便な計算法が要請されるようになった。

本報告はその要請に応えるものであり、なんらかの形で費用を導入し、システム全体での損失費用が最小となる場合のバース数をもって最適バース数とし、与条件から最適バース数を求める図表を作成したものである。

ここで、与条件とは、

- i) λ : 単位時間あたりの船舶の平均到着数、従って、その逆数 $1/\lambda$ は船舶の平均到着時間隔である。
 - ii) μ : 単位時間あたりに、一つのバースでの船舶の平均処理数、従って、その逆数 $1/\mu$ は一船の平均接岸時間である。
 - iii) c_w : フルバースによって生ずる滞船による一船あたり単位時間あたりの損失費用
 - iv) c_b : バースに船舶が接岸しておらずバース遊休による損失で生ずる一バースあたり単位時間あたりの損失費用
- なお、バース側の損失費用としては、この c_b の他に、次の c'_b の場合も考慮した。
- iv') c'_b : 一バースあたりの建設費用。従って、この場合には、 c'_b を与えると同時に、考察すべき期間（例えば耐用年数） T を与える。
 - iv'') T : バース側の費用を遊休損失でなく、バース建設費 c'_b で与えたときの、考察すべき期間である。
 - v) 到着分布: 単位時間あたりの船舶到着数の分布はポアソン分布、従って、船舶の到着時間隔の分布は指数分布であり、数学的なランダム到着である。
 - vi) 接岸時間分布: 4通り採用し、指数分布、フェーズ2のアーラン分布、フェーズ3のアーラン分布、レギュラー分布とした。すなわち、フェーズ1, 2, 3, ∞ のアーラン分布ともいえる。

であり、具体的には、 $a = \lambda/\mu$ を横軸にとり、 $c = c_w/c_b$ を縦軸にとって〔iv'の場合には少々異なる〕、座標 (a, c) に最適バース数 S を与える図表を作成した。

この図表により、総損失費用を最小とするバース数 S

が求められるが、実際の計画では他の制約条件をも勘案せねばならず、計画バース数が S に一致しない場合も生じよう。この様な場合に、計画バース数で計算した総損失費用が、最適バース数 S で計算した最小総損失費用と大差なければ、現実的妥請に即した計画バース数を建設してもかまわないといえよう。大差があれば、すなわち、計画バース数で計算した総損失費用が、最適バース数 S バースで与えられている最小総損失費用より著しく大きい場合は、現実の計画バース数の建設によって S バースを建設する際に生ずる以上の、ここでは考慮していない有形無形の便益が、その差額をうめあわせられると判断されるときに限って計画バース数を建設してもかまわないといえるが、うめあわせができないと判断されれば、計画の見直しが要請されよう。従って、この様な事態に備えて、上述の作業が簡単に行えるように、バース数 S に応じた総損失費用を求める図表も作成した。

さらに、これらの図表を利用した応用例としてはいろいろ挙げられようが、既存バースに加えて新たにバースを増設しようとする場合の最適増設バース数の決定法にも触れ、最後に、ここで述べた方法で最適バース数を求める具体的手順を実際の港湾を例にとって説明した。

なお、本文でも触れている様に、この方法において最も難かしい箇所は費用 c_w と c_b または c'_b の決定であり、 c_w と c_b または c'_b を何らかの方法で与えさえすれば、マクロ的な計画段階でのバース数の決定に耐え得る汎用的な簡易図表が完成したといえよう。

これらの費用が船毎にまたバース毎に異って求め難い場合は、在来の計画法で得られた計画バース数が最適であるとすると c_w/c_b の値の範囲が逆に図表より求められるから、その値の妥当性を検討して計画バース数の O.R. 的側面からの評価も可能であることに気付かれよう。

費用 c_w と c_b または c'_b 、とりわけ c_b または c'_b に関しては今後の調査研究によって決定される点が多くそれらは O.R. の分野よりも経済および経営の分野に近いと思われるので、一応、 c_w と c_b または c'_b が何らかの形で与えられたとして、区切りのよいこの段階で本報告を発表する次第である。

2. 船舶の入港パターンおよび接岸時間パターン

港湾における入港船舶の到着およびバースにおける荷役サービスの現象を、いわゆる待ち合せ理論の応用として展開してゆく方法論に関しては、既に教多くの論文および報告書が発表されている。長尾謙三氏の「港湾技術の発展に関する方法論的研究」1959は、その先駆的な論文の一つと言えるし、その後このテーマに関していろいろ

な観点から解析研究が進められて来ており、文献 2), 3), 4), 5) 等の他、多くの論文がある。

ある港湾に入港した船舶は先着順に所定のバースに接岸して荷役等の作業を行なうことになるが、もしそのバースがふさがっている場合には、先着し接岸している船舶が離岸するまでバース待ちをすることになる。このような港湾における船舶の入出港現象を待ち合せ理論の応用としてとらえ、モデル化することを考えると、銀行等における客の到着と窓口の数および窓口の客が受けるサービス時間の現象と類似した問題に帰着出来る。すなわち、客の到着と入港船の到着、窓口の数とバース数、窓口で客が受けるサービス時間とバースにおける船舶の接岸時間をそれぞれ対比すれば、港湾における船舶の入出港現象に用いるモデルは、通常の銀行等の窓口でのサービス現象に使われるモデルと基本的に異なるものではない。

ここで、待ち行列現象を決定する際に不可欠な要素は、よく知られているように次の4要素である。

- ① サービスを受けようとする客の到着分布
- ② サービス時間の分布
- ③ サービスを提供する窓口の数
- ④ サービスの方法

要素④は、先着順サービスとか優先権のあるサービスというようなことがらである。一般的には先着順サービスが多く、港湾における入港船の到着パターンと接岸時間パターンおよびバース数を決めることにより、港湾における待ち行列現象を記述する各種の数値を求めることが出来る。

こうした理由から、文献 1), 2), 3), 4), 5) 等においては、港湾における船舶の入港パターンと接岸時間のパターンの解明に、非常に多くの努力が払われている。

船舶の入港パターンについては、コンテナ船やフェリーを除けばボアソン到着、いいかえると入港時間隔が指数分布である場合が多く、これは、わが国ばかりでなく外国の場合もあてはまっており、具体的に一例を示すと図-2.1である。図-2.1は、岩国港（昭和45年）における入港船舶の入港時間隔を30分毎に区切って作成したヒストグラムと到着時間隔が平均1/1.56の指数分布を明示したものである。

船舶の接岸時間パターンは、通常山が一つで左側に片よったヒストグラムで表わされている。文献 2) によると、船舶の接岸時間は荷役時間と荷役以外の時間とがあるが、前者は指数分布に、後者は一様分布に従うという理論をうちたてて、シミュレーションを行ない、そのチェックに在港時間分布に似ているフェーズ2のアーラン

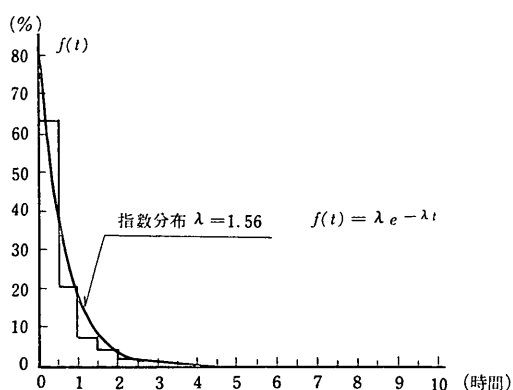


図-2.1 入港時間隔分布 (岩国港)

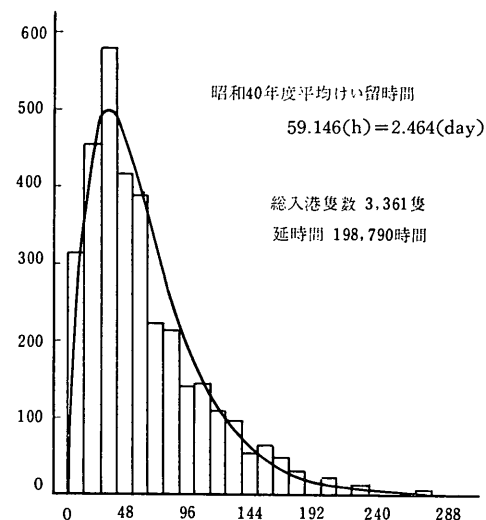


図-2.2 接岸時間分布 (神戸港新港埠頭)

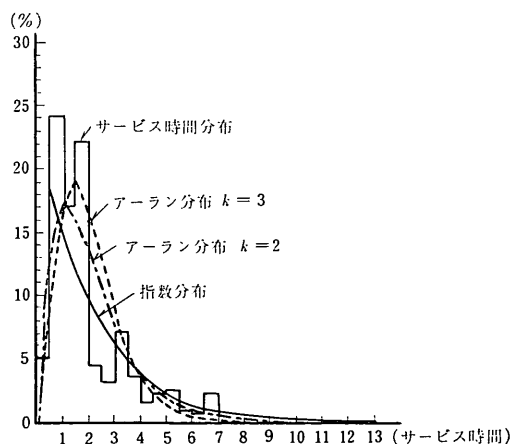


図-2.3 接岸時間分布 (徳山下松港)

分布の解を求めている。さらに、港湾における在港時間分布をアーラン分布で適合させた場合のフェーズ k の推定を行ない、 $k \leq 3$ であると結論をくだしている。このことは、在港時間を決定する要因が1個、或は2個～3個のランダム変動をする要素から成っていることを示している。また、文献3)では、在港時間分布がフェーズ3のアーラン分布によく適合する例が図示されている。文献4)によると船舶の航路別接岸時間分布が対数正規分布になると述べられているが、これもアーラン分布のフェーズ2又はフェーズ3に似た分布である。このような各種の解析結果より、船舶の接岸時間パターンは、フェーズ2またはフェーズ3のアーラン分布に適合する例が多いといえ、例示すれば図-2.2、図-2.3となる。図-2.2は、昭和40年の神戸港の新港埠頭に着岸した全船舶の接岸時間を12時間毎に区切って集計したものであり、図中の曲線は平均値が同一のフェーズ2のアーラン分布である。図-2.3は徳山下松港の場合の接岸時間を30分毎に区切って集計したものであり、図中の実線の曲線は同一の平均値の指数分布、一点鎖線は同一の平均値のフェーズ2のアーラン分布、破線は同一の平均値のフェーズ3のアーラン分布を示している。

このような船舶の入港パターンおよび接岸時間パターンを簡潔に表現するために、待ち行列理論でよく使われる表現方法として Kendall の記号があるが、バース数 S に対してポアソン到着、フェーズ2のアーラン分布サービスの場合は Kendall の記号で $M/E_2/S$ のように表現できることになる。

この Kendall の記号を用いると以上の考察から、港湾においては、 $M/E_2/S$ 、 $M/E_3/S$ のパターンでよいが、一般的に計算の簡単な、またランダムとレギュラーの両極端である $M/M/S$ 、 $M/D/S$ を加えた4つのパターンを以下ではとりあげる。

3. 待ち合せ理論による最適バース数の決定方法

3.1 最適バース数の決定方法

2. で述べてきたように、待ち行列問題に帰着した港湾における入港船舶の到着およびバース接岸離岸現象を利用して、費用を考慮した際の港湾の最適バース数を求める。

港湾における入港船舶の到着分布とバースにおける接岸時間分布およびバース数は、バース待ちする船舶の隻数やバースの利用率と密接な関係がある。すなわち、船舶の到着隻数に対してバース数が少ないと、船舶のバース待ち時間が増大し、結局その分だけ滞船による損失費用が大きくなる。逆にバース数を十分に多くすれば、バース待ち現象は生じないが、バース建設費用において過大投資になってしまう。従って、これらの総損失費用を最小にするという条件の下でのバースの経済的な最適規模が求まることになるのである。

ある港湾の在港隻数 r が確率(密度)分布 $P(r)$ にしたがう、すなわち r 隻在港している確率を $P(r)$ とし、バースの遊休による損失費用が1バースあたり1日 c_0 およびバース待ちによる滞船の損失費用が1日1隻あたり c_w とすると、バース数 S に対してこれらの損失費用のトータル $c(S)$ は次のようになる。

3.1.1 c_0 をバース遊休費用とする場合

ある港湾の在港隻数 r が確率(密度)分布 $P(r)$ にしたがう、すなわち r 隻在港している確率を $P(r)$ とし、バースの遊休による損失費用が1バースあたり1日 c_0 およびバース待ちによる滞船の損失費用が1日1隻あたり c_w とすると、バース数 S に対してこれらの損失費用のトータル $c(S)$ は次のようになる。

$$c(S) = c_0 \cdot \sum_{r=0}^S (S-r) \cdot P(r) + c_w \cdot \sum_{r=S+1}^{\infty} (r-S) \cdot P(r) \quad \dots\dots(3.1)$$

上式において、右辺第1項はバースの遊休損失費用であり、第2項はバース待ちによる滞船損失費用を表わしている。ここで、入港船舶の平均バース待ち時間を W_q 、平均待ち隻数を L_q とし、単位時間当りの平均入港隻数を λ および1バース1隻あたりの平均接岸時間を $1/\mu$ とし上式を変形すれば、

$$W_q = L_q / \lambda = \sum_{r=S+1}^{\infty} (r-S) P(r) / \lambda \text{ の関係を利用して}$$

$$c(S) = c_0 \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{S \cdot \mu}\right) \cdot S + c_w \cdot (W_q \cdot \lambda) \quad \dots\dots(3.2)$$

のように表わせる。ここで右辺第1項中の $\lambda/S \cdot \mu$ はバース利用率 ρ であるから $\left(1 - \frac{\lambda}{S \cdot \mu}\right)$ はバース遊休率となり、また第2項中の $W_q \cdot \lambda$ は平均待ち隻数 L_q である。

式(3.2)において、 λ 、 μ 、 c_0 、 c_w の値については、あらかじめ対象となる港湾における実際のデータより求めておく必要のある、経済的な最適バース数を得るために前提となる値である。

一方、 W_q は、 λ 、 μ 、 S が与えられて入港パターンと接岸時間のパターンが与えられると求められる値である。

従って、 λ 、 μ 、 c_0 、 c_w が与えられると、 $S=1, 2, 3, \dots$ の各値に対して総損失費用 $c(S)$ が求まり、それらの最小値を与える S を最適バース数として採用するのである。

3.1.2 c_0' を考察期間 T 内で発生する総バース費用とする場合

式(3.1)～式(3.2)においては、バースの遊休による損失費用 c_0 という概念を導入してバースの経済的な最適化を考えてきたが、港湾におけるバースの遊休による損失という定義は現実の問題として定量化する場合に、どのように把握すればよいのかと考えると、非常に曖昧

である。そこで、少しアプローチの視点をかえて考察してみる。パースの建設、維持、管理、運営の総費用を1パース当り c'_b 及びパース待ちによる滞船の損失費用を単位時間1隻当り c_w とし、考察すべき期間(例えば耐用年数)を T とすれば、式(3.2)に対応する費用関数 $c^*(S)$ として次式が得られる。

$$c^*(S) = c'_b \cdot S + T \cdot c_w \cdot W_q \cdot \lambda \quad \dots\dots(3.3)$$

式(3.3)において、右辺第1項は S パースを建設した時の総費用であり、第2項は期間 T における船舶の滞船損失の総費用である。

式(3.3)においても、式(3.2)と同様に、 λ, μ, c'_b, c_w および入港パターンと接岸時間のパターンがきまると S を与えることにより W_q が求まり、従って、 $S=1, 2, 3, \dots$ の各値に対して $c^*(S)$ が求まり、そのうちの最小値を与える S を求めるとその S が、与えられた λ, μ, c'_b, c_w に対する最適パース数である。

ここで述べた方法は考え方であり、実は、式(3.3)、は $c'_b = T \cdot c_b$ とおいて式(3.2)を使うことにより

$$c^*(S) = T \cdot c(S) + T \cdot c_b \cdot \lambda / \mu \quad \dots\dots(3.4)$$

が容易に導びかれ、式(3.4)の最後の項は S に関して独立であるから、 $c^*(S)$ を最小にする S は $c_b = c'_b / T$ とした3.1.1の考え方による $c(S)$ を最小とする S の値に等しいことがわかる。

ここで、再度 c_b と c'_b の定義の違いについて注目してみると、 c_b はパースの遊休による1パース1日当り損失費用であり、 c'_b はパースの建設、維持、管理、運営費等の T 期間における1パース当りの総費用であるから、期間 T の単位を日で取れば、 c'_b / T はパース建設に係る投資額(建設費及び付帯費用を含めたもの)の1パース1日当りの平均費用となり、これをパースの遊休による1パース1日当り損失費用 c_b と置き換えて考えても、全く同じ結果を得ることができることになる。言い換えれば、パース建設に係る投資額が遊休した分だけ無駄になるとする考え方を採ることになる。なお、費用の設定方法についての詳細な検討については、“5. 実際問題への適用にあたっての問題点および考察”で、あらためて行なうこととする。

3.2 最適パース数を求める計算図表

3.1により、 λ, μ, c_b または c'_b と T, c_w が与えられたとき $c(S)$ または $c^*(S)$ を最小とする S を求める場合、後者は $c_b = c'_b / T$ として前者に帰着されることから、 $c(S)$ を最小とする S の図表を作成さえすればよいことがわかった。従って、ここでは、 λ, μ, c_b, c_w を与えて $c(S)$ を最小とする S を求める計算図表のみを示すにとどめる。

図表を簡単にするために、横軸に $a = \lambda / \mu$ をとり、縦軸に船舶の滞船損失費用をパース遊休費用で除した相対費用 $c = c_w / c_b$ をとり、座標 (a, c) に与えられた λ, μ, c_b, c_w の場合の最適パース数 S を与える形をとった。

実際にこのような図表を作成するにあたっては、 a と c を次々に与えて s を計算すると、図面の正確さが失われ、労力も大きいことから、費用関数 $c(S)$ を最小とする S が i と $i+1 (i=1, 2, 3, \dots)$ で与えられる曲線群を求め、その曲線上では S は i でも $i+1$ でも最小費用は同額で、それらの曲線間、具体的にいうと、点 (a, c) が最適パース数が $n-1$ と n で $c(S)$ を最小とする曲線と n と $n+1$ で $c(S)$ を最小とする曲線の間にあるときには、 n を与えるという方法をとった。

このような曲線群の方程式は以下の方法で求められる。まず、式(3.2)の $c(S)$ を用いて

$$\Delta c = c(S) - c(S+1) \quad \dots\dots(3.5)$$

をつくる。

式(3.5)で定義された Δc は、与えられた λ, μ, c_b, c_w に対し、 $S=1, 2, 3, \dots$ と順次 S を増やしていくと、はじめのうちは、 $\Delta c > 0$ であり、最適パース数 n をこえると $\Delta c < 0$ となる。

ここで、考え方をかえて、 λ, μ, c_b, c_w を動かして $\Delta c = 0$ となる λ, μ, c_b, c_w を求める、すなわち、 $\lambda / \mu = a, c_w / c_b = c$ とした a, c を求めるという立場をとると、点 (a, c) は $\Delta c = 0$ とすることから最適パース数が S と $S+1$ である曲線の方程式であり、この S を $1, 2, 3, \dots$ とすることにより、上で述べた曲線群の方程式が求められるのである。

式(3.5)は、 S パースの場合の平均待ち隻数 L_q と平均待ち時間 W_q の式

$$L_q = \sum_{r=S+1}^{\infty} (r-S)P(r)$$

$$\lambda W_q = L_q$$

の関係を利用し式(3.2)とあわせて、

$$c_w / c_b = 1 / (s L_q - s_{+1} L_q) \quad \dots\dots(3.6)$$

と、曲線群の方程式 ($S=1, 2, 3, \dots$) が求められる。

ここで、 $s L_q$ はパース数が S の場合の平均待ち隻数であり、パース数 S と $P(r)$ が定まれば求まり、 $P(r)$ は S と到着分布とサービス分布が定まれば求まることから、平均到着率 λ と平均サービス能力 μ の比 $a = \lambda / \mu$ の関数である。

到着分布とサービス分布については、既に2.で考察したように、港湾の場合には、 M/E_2 型もしくは M/E_s 型が必要であるが、さらに最も単純なケースとして知られている接岸時間が指数分布の場合、および連立方程式を

解くことにより容易に得られる接岸時間が一定時間（レギュラー分布）である場合を付け加えることとした。その理由は、指数分布はランダムな現象の発生時間隔であり、レギュラー分布は等時間隔毎に起る現象の発生時間隔であることから、接岸時間の分布がフェーズ2または3のアーラン分布でない場合でも、この両者の間にあることは確実であることから両極端のケースとして付け加えたのである。このことは数学的にいうと、指数分布はフェーズ1のアーラン分布であり、レギュラー分布はフェーズ∞のアーラン分布であることから理解されよう。結局、ここで計算結果を図表化するのに採用したケースは、Kendallの記号を使って表わせれば、次の4ケースとなる。

- M/M/S (または M/E₁/S)
- M/E₂/S
- M/E₃/S
- M/D/S (または M/E_∞/S)

なお、図-3.1に、フェーズ k の値によってかわるアーラン分布（いずれも平均値は1である）を図示する。

このような4ケースについての理論式については文献5)に詳細な説明が加えられているので、ここでは省略する。

以上のような4ケースについて、 c_w/c_0 と a の関係をバース数 S 毎に計算し図表化したのが、図-3.2～図-3.5である。これらの図表の見方は、既に述べてきたように縦軸が c_w/c_0 であり横軸が λ/μ であるから、まず損失費用である c_w と c_0 を設定してその比を求めておくと共に、船舶の入港パターンや接岸時間パターンの分布型を決定すべきパラメーターとしての λ や μ を設定してその比 a を求めておき、 c_w/c_0 と a の交点が含まれる S の値を読み取れば、それが最適バース数 S となる。ただし、 a の値を設定する場合に注意すべきことは、 λ が単位時

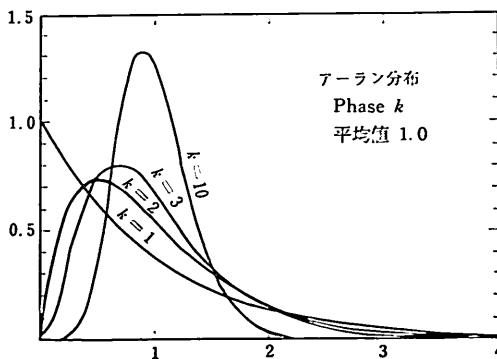


図-3.1 アーラン*i*分布

間あたりの平均入港隻数であり、 μ が1バースの単位時間あたりの平均処理能力（隻数）であるから、その比 a が次の範囲にある場合においてのみ図-3.2～図-3.5が利用出来る事になる。

$$0 < a < S \quad \dots\dots\dots(3.7)$$

(3.7)の条件が必要である理由は、よく知られているように a が S 以上であると、平均到着数が平均処理能力を上まわり時間の経過に伴ってバース待ちの船舶数が増加してゆく現象が生ずるからである。なお、 a が0に近いときは待ちが余り生じないこと、また a が S に近づくと待ちが増加することも容易に納得されよう。

図-3.2～図-3.5の4ケースについて、グラフ上の曲線群の特徴を調べるには、この4枚の図表を重ね合わせてみるとその違いがよくわかる。グラフ上の曲線群は、M/M/S, M/E₂/S, M/E₃/S, M/D/Sの順に原点から遠のいて描かれている。例えば、 $c_w/c_0=8$, $a=3.5$ とすればM/M/Sの場合 $S=7$, M/E₂/Sの場合 $S=7$, M/E₃/Sの場合 $S=6$, M/D/Sの場合 $S=6$ と読み取ることができるところからもわかるように、M/M/Sの場合では最適バース数 S は最も大きい値を示し、逆にM/D/Sの場合では最適バース数 S は最も小さい値を示す。この事は、前述したようにM/M/SとM/D/Sは両極端のケースであり、M/E₂/SとM/E₃/Sはその中間的な性質を持つケースである事を裏付けているのである。

4. 最適バース数から外れた場合の費用

まえがきでも述べたように、現実に港湾の計画を立案する場合には λ , μ , c_0 , c_w の値および到着分布、サービス分布が定まれば、図-3.2から図-3.5を利用して最適バース数を求められるが、予算面や自然条件、社会条件等の他の制約条件から最適バース数より少く建設するような場合、あるいは、最適バース数より余分に建設するような場合も生じよう。

このような最適バース数から外れた場合に備えて、最適バース数以外についても費用を求めて図表化しておくことができ、費用の面からの評価が可能となる。従って、ここではバース数 S に応じた $c(S)$ の値を求めて図表化することを試みた。費用については絶対額をとるとばらつきが大きくなることから、バースの遊休費用 c_0 で除した相対費用で取扱った。

まず、式(3.2)の両辺を c_0 で除すことにより、

$$c(S)/c_0 = S + sL_q \times c_w/c_0 - \lambda/\mu \quad \dots\dots\dots(4.1)$$

が得られるから、与えられた λ , μ , c_0 , c_w に対して S をいろいろと変えて計算することにより、 S が最適バース

M / M / S

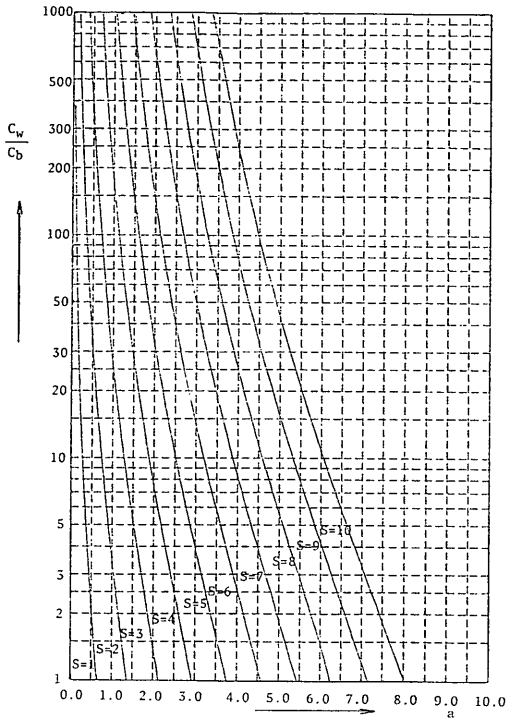


図-3.2 M/M 型の最適ベース数

M / E_3 / S

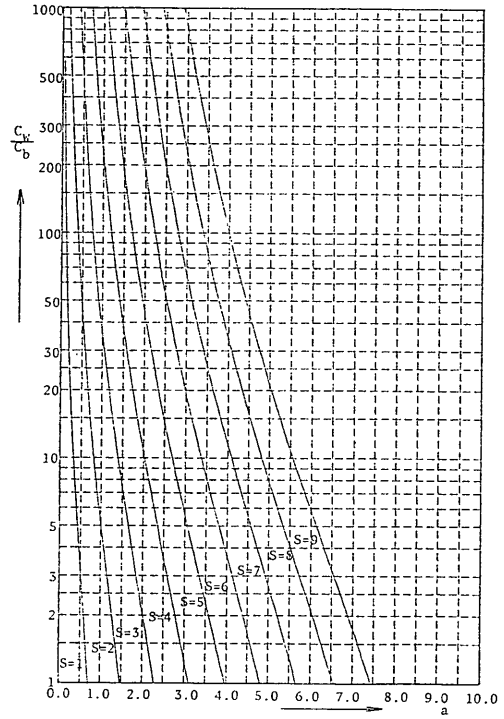


図-3.4 M/E_3 型の最適ベース数

M / E_2 / S

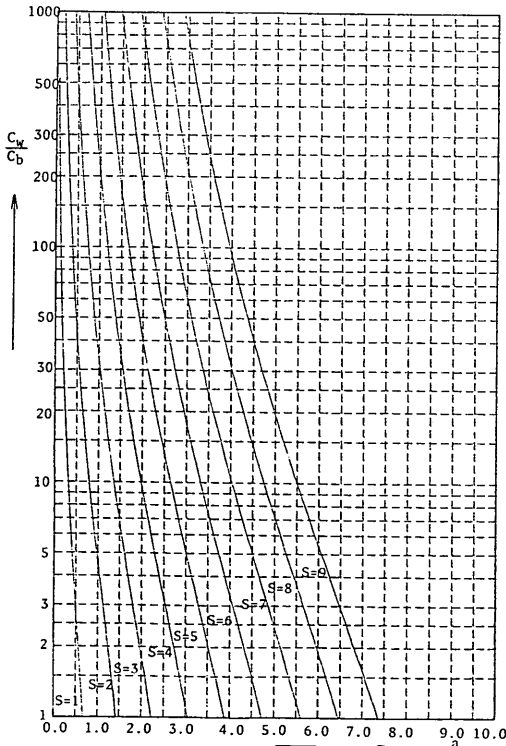


図-3.3 M/E_2 型の最適ベース数

M / D / S

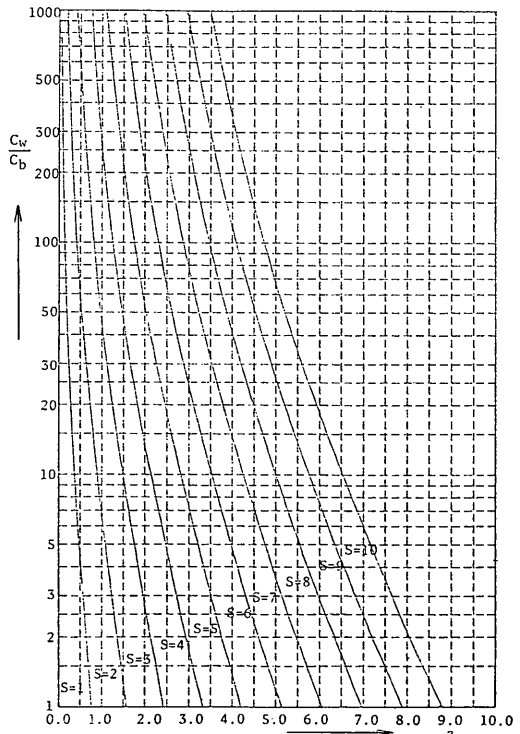


図-3.5 M/D 型の最適ベース数

待ち合せ理論による最適バース数の決定

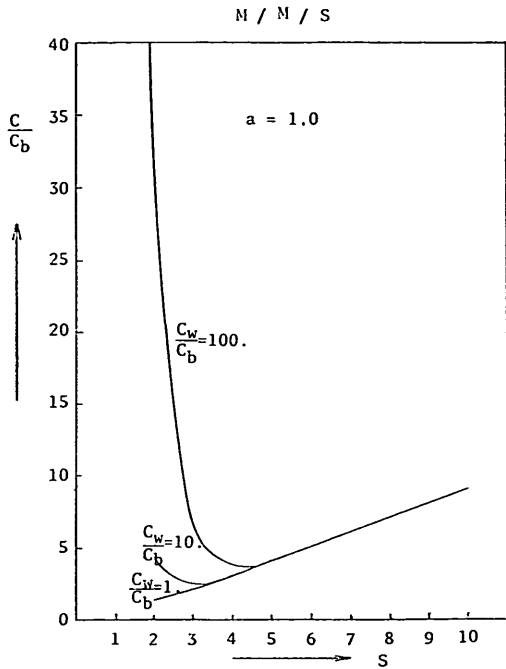


図-3.6 S の変化に対する相対費用 $c(S)/c_b$ の状態 (M/M 型: $a=1.0$)

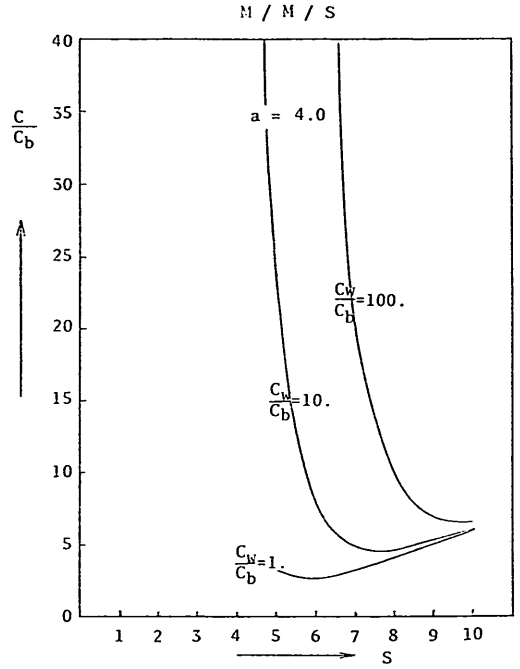


図-3.8 S の変化に対する相対費用 $c(S)/c_b$ の状態 (M/M 型: $a=4.0$)

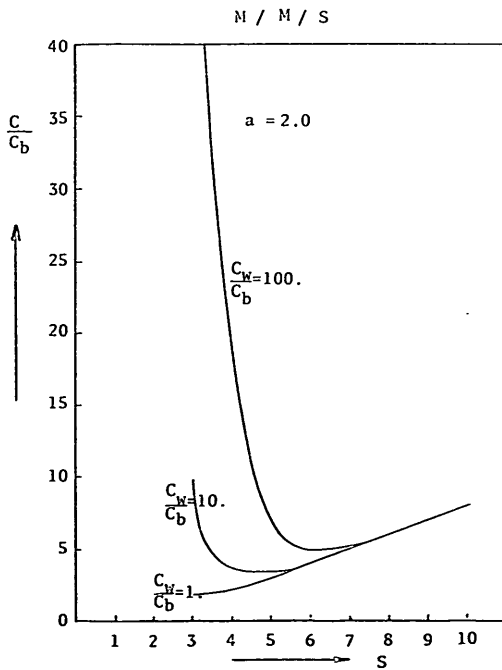


図-3.7 S の変化に対する相対費用 $c(S)/c_b$ の状態 (M/M 型: $a=2.0$)

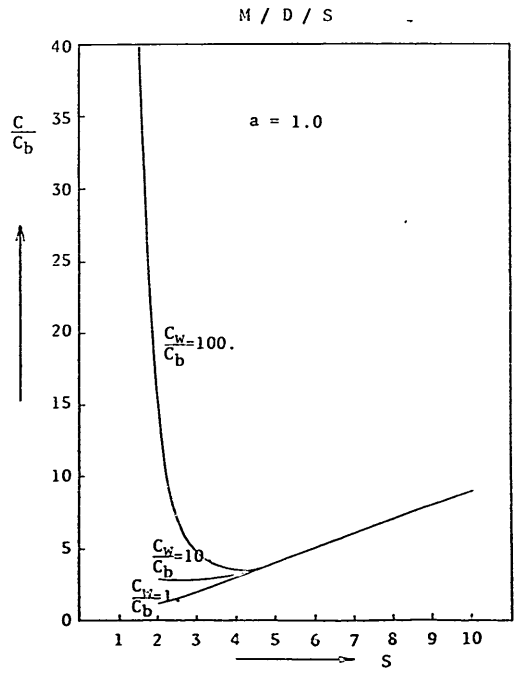


図-3.9 S の変化に対する相対費用 $c(S)/c_b$ の状態 (M/D 型: $a=1.0$)

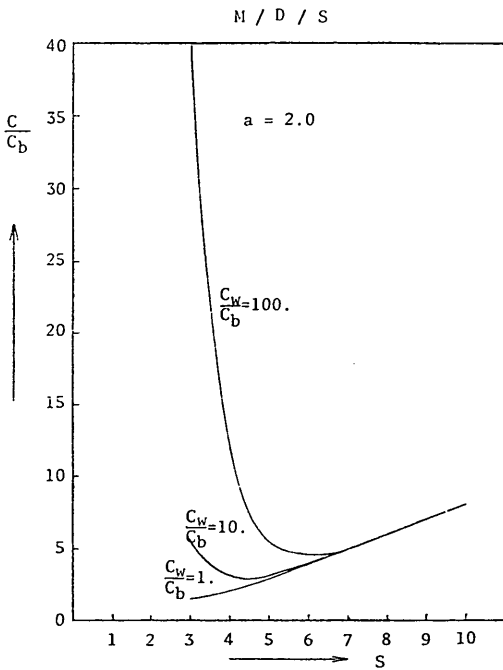


図-3.10 Sの変化に対する相対費用 $c(S)/c_b$ の状態 (M/D型: $a=2.0$)

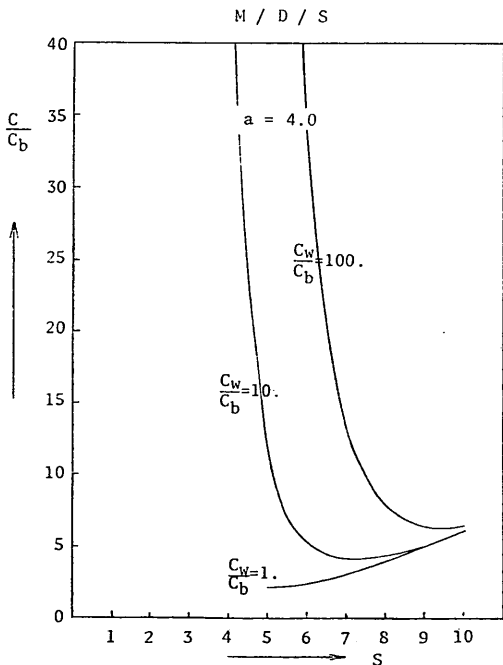


図-3.11 Sの変化に対する相対費用 $c(S)/c_b$ の状態 (M/D型: $a=4.0$)

ス数から外れた場合の総費用を求めることができる。

次に、3.1.2の考え方で同様のこころみを行うと、式(3.3)の両辺を c_b で除すわけで、それは式(3.4)の両辺を除しても同じことから

$$c^*(S)/c_b = c(S)/c_b + \lambda/\mu$$

が導びかれ、 $c(S)/c_b$ の図表より求めた値に λ/μ を加えることにより $c^*(S)/c_b$ の値が求まるので、そのため図表をわざわざ作成しなくとも、 $c(S)/c_b$ の図表でまにあうことがわかる。

ここでは、 $c(S)/c_b$ を求める図表のみに留めるが、すべてを網羅すると図の数が夥しくなるので、傾向をみるのが目的であることから $c_w/c_b=1.0, 10.0, 100.0$ と $\lambda/\mu=a=1.0, 2.0, 4.0$ の場合のみの図表を作成した。この際に、到着分布とサービス時間分布の型は、M/M型とM/D型の両極端な場合とし、M/E₂型 M/E₃型はプログラミングは為されているが、M/M型、M/D型から類推が可能となることから図面は省略した。

具体的な計算図表は、図-3.6から3.8はM/M型、図-3.9から3.11はM/D型である。

これからわかるように、最適バース数よりバース数が少ない場合には、 a あるいは c_w/c_b の値によっては顕著な費用の増大を招く場合があるので、計画立案に当っては注意する必要がある。

また、バース数が最適バース数より多い場合には、ある値より S が大きくなると c_w/c_b の値に関係なく同一曲線上にのってくるが、これは、バース数の増大により待ちがほとんど生じなくなり、総費用がバースの遊休費用だけからなるために、バースの数に比例してくることによる。従って、上で述べた同一曲線は、(4.1)式より、 S が増大すると $sL_q \rightarrow 0$ となることから、直線

$$c(S)/c_b = S - a(c(S)/c_b) \text{ が縦軸で } S \text{ が横軸} \dots (4.2)$$

に近づくことがわかる。

5. 実際問題への適用にあたっての問題点および考察 (損失費用 c_w および c_b の設定方法)

最適バース数を求めるには図-3.2~図-3.5を利用すればよいことがわかったが、これを港湾計画の実務面に適用してゆく際に問題となるであろう事項が残されているので、それらについて考察を行なう。

バース待ちによる滞船の損失費用を1日1隻当り c_w とし、バースの遊休による損失費用を1バース当り1日 c_b と定義して来たが、この定義だけでは、はなはだ不明確であり、また、これらの損失費用をどのように算定するかにより、得られた結果に違いが出てくることは図表よ

待ち合せ理論による最適バース数の決定

表-5.1 滞船による損料

定期船	24時間当り滞船料(千円)	不定期船	24時間当り滞船料(千円)
10,000G/T~12,000G/T	700	12,000G/T~14,000G/T	700
8,000G/T~10,000G/T	600	10,000G/T~12,000G/T	650
6,000G/T~ 8,000G/T	500	8,000G/T~10,000G/T	600
4,000G/T~ 6,000G/T	450	6,000G/T~ 8,000G/T	500
2,000G/T~ 4,000G/T	350	4,000G/T~ 6,000G/T	450
		2,000G/T~ 4,000G/T	400

(注) 日本船主協会試算による。

り明らかである。さらに、損失費用 c_w あるいは c_b の設定に当たっての考え方を考察しておくことにより、結果の持つ意味を計画立案者は知り得るので、以下検討を行なうことにする。

バース待ちによる滞船の損失費用 c_w については、入港した船舶の条件により評価が異って来る。即ち、新造船の場合と老朽船とでは前者の方が高く評価されるし、大型船と小型船によっても評価は異ってくるであろう。また、邦船と外国船の場合であっても多少差が有ると考えられる。こうした事情から、 c_w の設定にあたっては正確を期し難いと言える。表-5.1は、邦船外航船の1日当り滞船損料の試算結果であるが、現在のところこうした資料の値をひとつの目安にして評価することとならざるを得ないであろうが、設定に際しては関連業者等から実際にヒヤリングを行うなどして、より現実に近い値を設定する必要があると考える。

バースの遊休による損失費用 c_b についても、やはり非常に厄介であるが、議論を単純化するため公共バースについて検討してみる。公共バースの遊休による損失を、収入の面からとらえてみれば、現在公共バースを利用した船舶は通常港湾施設使用料やトン税等を港湾管理者や政府に支払っているが、公共バースが遊休していれば、こうした収益は得られないから損失となると考えられそうである。しかしながら、現実には港湾使用料等が公共的施設としての港湾の特性や、海運政策上の配慮から、極端な割安料金に定められていることを考えれば、こうした値を採用することは妥当性を欠いているであろう。次に便益の面からとらえてみれば、港湾を交通におけるターミナルとしての生産性を有するものと考えて、貨物がバースを経由することによる経済効果、即ち一種の設備投資効率を何らかの方法によって求め得るとすれば、こうした経済効果が公共バースの遊休により損なわれたと考えて、損失費用を設定することも考えられる。これは考え方としては妥当なものであるといえるが、実

際問題として精度よく算定することは、はなはだ難しいと考えられる。そこで、港湾施設への投資の面からとらえてみれば、公共バースが遊休していれば、バース建設に係る投資額（建設費及び付帯費用としての維持、管理、運営費用を含めた総費用）が遊休した分だけ無駄になると考えて、総費用の1バース1日当りの平均費用をもって、公共バースの遊休による損失費用とする方法である。この考え方をとれば、 c_b は比較的求め易いといえるし、また、3.1.2 で記述したように数式上での論理からしても妥当なものであると考えられる。しかしながら、港湾施設の整備が鉄道や道路のような公共土木施設建設と同じように将来における需要予測に見合った先行投資が公共資本の投入によって行なわれる際に、港湾における需要の波動性のピーク時における荷役能力を要求してその建設が進められるのであれば、 c_b は相当過大な値として設定されるであろう。また、港湾においては公共バースの建設だけが単独で行なわれる場合はむしろまれで、水域施設や外郭施設の整備が一体として進められるのが普通であるから、バース建設に係る投資額の範囲をどこまでとるかについても議論のあるところであろう。この点については今後具体的な例にもとづき試算を行なってみて、検討を加える必要のある課題であろうと思われる。

このように、損失費用 c_w 、 c_b の設定にあたっては、いろいろと難しい問題があり一概に断定することは出来ないけれども、ここで最も重要なことは計画立案者が c_w および c_b の設定に当たっての考え方を十分認識した上で、得られた結果に対する適切な判断をすることであろうかと考える。

これまでの考察を十分認識したうえで、一例として損失費用 c_w および c_b の算定方法を数式で表現しておくこととなる。

①バース待ちによる滞船の損失費用の1日1隻あたり c_w の算定式

表-5.2 $\sum_{n=1}^T (1+i)^n$ の計算表

$T \backslash i$	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
1	1.0300	1.0400	1.0500	1.0600	1.0700
2	2.0909	2.1216	2.1525	2.1836	2.2149
3	3.1836	3.2465	3.3101	3.3746	3.4399
4	4.3091	4.4146	4.5256	4.6371	4.7507
5	5.4684	5.6331	5.8019	5.9753	6.1533
6	6.6625	6.8984	7.1420	7.3938	7.6540
7	7.8924	8.2143	8.5491	8.8974	9.2598
8	9.1592	9.5829	10.0266	10.4912	10.9780
9	10.4640	11.0062	11.5779	12.1807	12.8165
10	11.8079	12.4864	13.2069	13.9715	14.7837
15	19.1570	20.8246	22.6574	24.6724	26.8881
20	27.6765	30.9692	34.7192	38.9926	43.8652
25	37.5531	43.3117	50.1135	58.1562	67.6765
30	49.0028	58.3284	69.7608	83.8015	101.0732
35	62.2761	76.5984	94.8362	118.1207	147.9136
40	77.6634	98.8266	126.8397	164.0476	213.6097
45	95.5016	125.8707	167.6852	225.5081	305.7521
50	116.1809	158.7738	219.8155	307.7561	434.9862

表-5.3 $\frac{r(1+r)^T}{(1+r)^T-1}$ の計算表

$T \backslash r$	0.06	0.07	0.08	0.10
1	1.08000	1.07000	1.08111	1.00000
2	0.54544	0.55309	0.56077	0.57619
3	0.37411	0.38105	0.38803	0.40211
4	0.28859	0.29523	0.30192	0.31547
5	0.23740	0.24389	0.25046	0.26380
6	0.20336	0.20980	0.21632	0.22961
7	0.17914	0.18555	0.19207	0.20541
8	0.16104	0.16747	0.17401	0.18744
9	0.14702	0.15349	0.16008	0.17364
10	0.13587	0.14238	0.14903	0.16275
15	0.10296	0.10979	0.11683	0.13147
20	0.08718	0.09439	0.10185	0.11746
25	0.07823	0.08581	0.09368	0.11017
30	0.07265	0.08059	0.08883	0.10608
40	0.06648	0.07501	0.08386	0.10226
50	0.06344	0.07246	0.08174	0.10086
60	0.06188	0.07123	0.08080	0.10033
100	0.06018	0.07008	0.08004	0.10001

$$c_w = c_{w0} \sum_{n=1}^T (1+i)^n / T \quad \dots\dots(5.1)$$

c_{w0} : 基準年における1日1隻あたり滞船損失費用(円/日・隻)

T : 考察すべき期間(例えば耐用年数)

i : 滞船損失費用の年あたり上昇率

②バースの遊休による損失費用の1バース1日あたりの c_b の算定式

$$c_b = \frac{c_{b0}}{365} \cdot \frac{r(1+r)^T}{(1+r)^T-1} + \frac{c_{b1}}{365 \cdot T} \sum_{n=1}^T (1+i)^n \quad \dots\dots(5.2)$$

c_{b0} : 1バースあたりの建設費用(投資額)

r : 年利率

c_{b1} : 基準年における1バースあたりの年間維持・管理・運営費用

T : 考察すべき期間(例えば耐用年数)

i : バースの維持・管理・運営費用の年あたり上昇率

なお、これらの値を計算する際に必要な値を、表-5.2～表-5.3にまとめた。

6. バース増設計画の場合の適用方法

図-3.2～図-3.5の図表を利用しようとする場合、例えば新規港湾において内貿公共バースを新しく何バース建設するのが妥当であろうかといった要請に対しては、これらの図表がそのまま使えるけれども、現実の要請としてはむしろある港湾(またはある港湾のある地区でと絞って考えてもよい)で、既存の外貿公共バースが S_n バース有るが、さらに何バース建設するのが妥当であろうかといった要請の方がより一般的であろう。こうした場合においても、基本的な考え方についてはほとんど差違なく図-3.2～図-3.5を利用出来るのであり、その手順は次の通りである。

新設バースの遊休による損失費用を1バースあたり1日 c_b^N とし、既存バースの遊休による損失費用を1バースあたり1日 c_b^O とすれば、既存バース数 S_n および最適バースの全体数 S に対して $S \cdot c_b$ を求めてみれば次のようになる。

$$S \cdot c_b = (S - S_n) \cdot c_b^N + S_n \cdot c_b^O = S \cdot \left\{ \left(1 - \frac{S_n}{S}\right) + \frac{S_n}{S} \cdot \frac{c_b^O}{c_b^N} \right\} \cdot c_b^N \quad \dots\dots(6.1)$$

ここで、 $S_n/S = \alpha$ 、 $c_b^O/c_b^N = \beta$ とおけば、

$$S \cdot c_b = S \cdot (1 - \alpha + \alpha \cdot \beta) \cdot c_b^N \quad \therefore c_b = (1 - \alpha + \alpha \cdot \beta) \cdot c_b^N \quad \dots\dots(6.2)$$

となる。よって、式(6.2)より求められた c_b を用いて、図-3.2～図-3.5を利用すればよいことになるが、パラメーター α は当初 S が未知であるため最初から設定する事が出来ないの、先ず S に任意の値(ただし当然 $S > S_n$) を設定して α を求め、 c_b を計算することにより、図表

を利用して S の値を読み取る。結果として得られた S と当初任意に設定した S とが異っていれば、再度 S を修正してパラメーター α を求め、 c_0 を計算することにより図表から S の値を読み取る。このような手順を数度繰り返すことにより、当初任意に設定した S と図表から読み取った S とが一致した時の S をもって、最終結果とすることになる。

7. 具体的な利用手順

これ迄に述べてきた方法にもとづいて、ここでは次のような事例について最適バース数を試算してみる。

A港においては、昭和60年を目標年次とした新規港湾の整備計画立案のための作業が進められており、目標年次における取扱貨物量は外貿内貿を合わせて200万トン程度と推計され、この取扱貨物推計量をもとにした、入港船の船型別隻数は表-7.1のように推定された。

また、A港の年間稼働率は、港内での荷役可能波高を0.5m($H_{1/10}$)以下として静穏度95%を確保するように計画するとすれば、1日当りの平均入港隻数 λ は次のようになる。

$$\lambda = 540 / (365 \times 0.95) = 1.56 \text{ 隻/日}$$

一隻の船舶のバースにおける平均接岸荷役時間を20時間程度と考え、夜間荷役は行なわないものとして1日のうち朝5時から夕方19時までの14時間を荷役可能時間とすれば、1日当りの1バースでの処理能力(隻数) μ は次のようになる。

$$\mu = 14 / 20 = 0.7 \text{ 隻/日} \cdot \text{バース}$$

ゆえに $a = \lambda / \mu$ は2.23となる。

次に、バース待ちによる滞船損失費用を1日1隻当り船型別に表-7.2のように与えるものとすれば、 c_w は耐用年数を40年として、次のように計算される。

$$c_{w0} = \{30 \times 650 + (180 + 70) \times 400 + (180 + 80) \times 350\} / 540 = 389.8 \text{ 千円/日} \cdot \text{隻}$$

$$c_w = c_{w0} \sum_{n=1}^T (1+i)^n / T \quad (T=40 \text{ 年}, i=6\% \text{ とする。})$$

$$c_w = 389.8 \times 164.0476 / 40 = 1,598.6 \text{ 千円/日} \cdot \text{隻}$$

バースの遊休による損失費用を求めるために、ここでは1バース当りの建設費用のみを対象として考えて、表-7.3のように設定した。

表-7.3をもとにして、 c_0 を計算すれば次のようになる。

$$c_{00} = \{666,000 \times 30 + 390,000 \times (180 + 70) + 225,000 \times (180 + 80)\} / 540$$

$$= 325,889 \text{ 千円/バース}$$

表-7.1 入港船の年間推定隻数

船型 (D/W)	入港推定隻数 (隻)
15,000	30
5,000	180
3,000	70
2,000	180
700	80
計	540

表-7.2 1日あたりの滞船損料

船型 (D/W)	滞船損料 (千円)
15,000	650
5,000	400
3,000	400
2,000	350
700	350

表-7.3 1バースあたりの建設費用

工種 (D/W)	1バース当りの建設費用 (千円)
岸壁 (-10) (15,000 ^D /W級)	666,000
岸壁 (-7.5) (5,000 ^D /W級)	390,000
岸壁 (-5.5) (2,000 ^D /W級)	225,000

$$c_0 = \frac{c_{00}}{365} \cdot \frac{\gamma(1+\gamma)^T}{(1+\gamma)^T - 1}$$

($T=40$ 年, $\gamma=6\%$ とする。)

$$c_0 = 325,889 \times 0.06648 / 365$$

$$= 59.36 \text{ 千円/日} \cdot \text{バース}$$

ゆえに $c_w/c_0 = 26.9$ となる。

$c_w/c_0 = 26.9$ 及び $a = 2.23$ を使って、図-3.2~図-3.5からバース数 S を読み取れば、M/M/Sの場合 $S=6$ 、M/E₂/Sの場合 $S=6$ 、M/E₃/Sの場合 $S=5$ 、M/D/Sの場合 $S=5$ となる。

このような検討結果より、A港における必要バース数は5ないし6バース程度となるが、計画立案にあたって、利用者への荷役サービスレベルを高くしたいという配慮から7バース程度を考えるのもよいであろう。また、 c_w/c_0 が26.9で a が2.23程度の状態では、図-3.6~図3.11でも分かるように、4バース程度で生じる総損失費用は、5ないし6バースの状態と著しい差はみられないことから、A港における港湾整備を段階的に進めてゆ

けば、効率よい港湾活動が昭和50年代においても実現されるといえよう。

8. あとがき

過去10年以上にわたって船舶の滞船現象をO. R. 手法を用いて解明してきたが、今回、費用の概念をとり入れて最適バース数を求める計算図表を作成するに至った。従って、本報告はO. R. 手法による最適バース数の決定法を汎用化したものであり、マクロ的な港湾計画におけるバース数の決定に資することを目的としたもので、一応、目的は達成されたと思われる。

この他に研究の副産物として、

- i) バース側の費用として、一バース単位時間あたりのバース遊休損失費用 c_0 をとる方法と、期間 T における一バースあたりにかかる総費用 c'_0 をとる方法の二通りの費用による最適バース数が全く一致したこと。
- ii) 本文でも述べたように、船舶の接岸時間はフェーズ2または3のアーラン分布であり在来では取り扱いが難しかったが、今回、M/M、M/E₂、M/E₃、M/Dの4ケースの数表を作成して比較したところ、取り扱いの簡単なM/MとM/Dを両極端として考察しさえすれば、他の精度とのかねあいを考慮すると、十分実用に耐え得ること。

の2点が得られた。

i) に関しては、遊休費用という捉えにくい概念が、耐用年数にも似た計画考察期間 T およびその期間内に必要とする費用と密接な関係にあることが示されたわけで、最近における、コンテナ船、ラッシュ船、ロールオンロールオフ船、カーフェリー、巨大タンカー等の高能率船の出現による港湾整備および、今後のエネルギー問題や陸上交通の環境問題から予想される陸上交通から海上交通への代替によって生起する内貿港湾の整備等からむ港湾の再開論やその際に生ずる時代々々の要求に対処していくための港湾のスクラップアンドビルドの経済的評価を行う際に役立つことが予想される。

ii) に関しては、港湾における船舶の接岸時間を克明に追って厳密な姿を追求しなくとも、ランダムな場合とレギュラーの場合さえおさえておけば、マクロ計画上は十分であることが示されたわけであり、この事実は今後続く理論的取り扱いを著しく軽減することが予想されよう。

また、今回報告した図表の発展した利用例としては、本文では、増設の例しかあげなかったが、与条件がダイナミックな場合にも短期間中はスタティックであるとして多段階に図表を利用することにより利用可能であると

思われ、工夫の仕方一つで広範囲に応用されよう。

なお、本文では $S > 10$ を取り扱っていないが、これは文献5)をもとにして計算を行ったことに起因するもので、現実的に同一の港では同じ性格のバースは通常の場合には10以下であろうという考えによっている。 $S > 10$ の場合でも λ 、 μ を与えることにより、M/M、M/E₂、M/E₃、M/D型(実は k を任意の値とした時のE_k/D型まで)の定常解 $P(r)$ および L_q 等を求めるプログラムは当システム研究室に準備されているので、 $S > 10$ の場合や、図表から読みとった数値では粗すぎる場合には、それを利用すればよい。

最後に、本報告は文献5)とあわせて、O. R. 手法によるバース計画を与えるものであるが、港湾計画へO. R.を導入して以来20年以上の歳月が経過してはじめて汎用的な図表が作成されたといえよう。

その間に数多くの先輩によってO. R.の研究と応用が為されているが、この報告書も有形無形にそれら先輩の尽力に導びかれるところが多く、ここに深謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 長尾義三：港湾技術の発展に関する方法論的研究，第三港湾建設局，1959
- 2) 工藤和男，高野聖三，奥山育英：埠頭の取扱い能力についての研究，港湾技術研究所報告第4巻8号，1965
- 3) 片山猛雄，石渡友夫：待ち合せ理論の港湾計画への応用(特に泊地面積の検討とそのための調査)，第5回技術研究発表会「報文集」，北海道開発局，1961
- 4) 佐藤 肇：雑貨輸出入埠頭計画論，第三港湾建設局業務資料，1965
- 5) 奥山育英，笹嶋 博，早藤能伸，中井典倫子：ポアソン到着待ち合せモデルの数表—埠頭の数および泊地規模の決定—，港湾技術研究所報告第13巻第1号，1974
- 6) 奥山育英，工藤和男，中村松子，中井典倫子：待ち合せ理論の港湾への適用に対する考察—その前提条件の実証的解析—，第6回港湾技術研究所研究発表会講演概要，1968
- 7) 柴田悦子：港湾経済，港湾研究シリーズ③，1972
- 8) 運輸省港湾局：港湾計画資料集(改訂版)，1974
- 9) 長尾義三：土木計画序論—公共土木計画論—，1972
- 10) 森村英典，大前義次：待ち行列の理論と実際，日科技連ライブラリー⑦，1962
- 11) 本間鶴千代：待ち行列の理論，理工学社，1966

記 号 表

- λ ：船舶の港湾への単位時間あたり平均到着隻数。
 逆数 $1/\lambda$ は一船一船の平均到着時間隔となる。
 μ ：バースにおける単位時間あたりの平均処理隻

待ち合せ理論による最適バース数の決定

- 数。逆数 $1/\mu$ は一船あたりの平均接岸時間となる。
- S : バース数
- A/B/C : 待ち合せ理論におけるケンドールの記法で、A は到着分布を示し、B はサービス時間分布を示し、C は窓口の数を示し、待ち合せのシステムを簡略に説明するとき用いる。C を省略する場合もある。
- M : ケンドールの記法において、M が上の A の位置に記されたらポアソン到着、すなわち指数分布間隔の到着を意味し、B の位置に記されたら指数分布サービスを意味する。
- E_k : フェーズ k のアーラン分布。 k は 1, 2, 3, ……、 ∞ をとり、2, 3 の場合はバースの接岸時間分布に合うといわれている。 E_1 は指数分布で、 E_∞ はレギュラー分布である。
- k : アーラン分布におけるフェーズの数。
- D : ケンドールの記法で D を用いたとき、レギュラー分布を意味する。 E_∞ と同じだが通常 D と記し E_∞ としない。
- W_q : 平均待ち時間。サービス時間は W_q に含まれない。
- L_q : 平均待ち行列数。サービスをうけている数は含まない。
- sL_q : 窓口が S のときの平均待ち行列数。
- a : 到着数とサービス能力の比で λ/μ である。
- ρ : 窓口の利用率で $\lambda/S\mu$ である。
- c_w : バース待ちによって生ずる単位時間あたりの船舶の損失費用
- c_b : バースの空きによって生ずる単位時間あたりのバース遊休損失費用
- c'_b : 次に述べる T と対で用い、期間 T 内で 1 バースあたりに必要とする総費用で、その内訳は建設費や維持費等が考えられる。
- T : 考察を必要とする対象期間。
- $c(S)$: S バース建設した場合に単位時間あたりの平均損失費用
- $c^*(S)$: S バース建設した場合に期間 T 内で考えられる総損失費用。
- c : 相対費用 c_w/c_b
- c_{w0} : 基準年における 1 日 1 隻あたりの滞船費用
- i : 滞船費用等の年あたり上昇率
- c_{b0} : 1 バースあたりの建設費用 (投資額)
- γ : 年利率
- c_{b1} : 基準年における 1 バースあたりの年間維持管理・運営費用