

運輸省港湾技術研究所

港湾技術研究所 報告

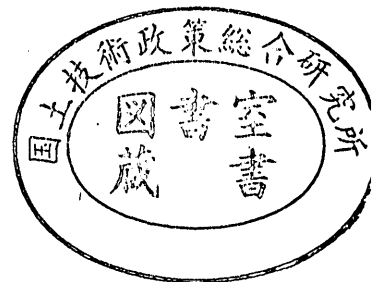
REPORT OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH
INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT

VOL. 15

NO. 3

SEPT. 1976

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



港湾技術研究所報告 (REPORT OF P. H. R. I.)

第15巻 第3号 (Vol. 15, No. 3), 1976年9月 (Sept. 1976)

目 次 (CONTENTS)

1. 波の連なりの統計的性質について…………… 合田良実………… 3
(On the Statistics of Wave Groups……………Yoshimi GODA)
2. ネガティブフリクションに関する実験と考察(第2報)
——アスファルトコーティング杭の現場実験——
…………… 高橋邦夫・沢口正俊………… 21
(Experimental Study on Negative Skin Friction on Piles (2nd Report)
——Field Experiment of Asphalt Coated Piles——
……………Masatoshi SAWAGUCHI, Kunio TAKAHASHI)
3. 空港舗装用アスファルトコンクリートのレオロジー的考察
…………… 福手 勤・佐藤勝久・渋谷英夫………… 53
(A Rheological Study on Asphalt Concretes for Airport Pavements
……………Tsutomu FUKUTE, Katsuhisa SATO, Hideo SHIBUYA)
4. 繰返し荷重を受ける鉄筋コンクリートばりの疲労強度(第1報)
…………… 堀井修身・上田 茂・柳沢雄博………… 69
(Study on Fatigue of Reinforced Concrete Beams (1st Report)
……………Osami HORII, Shigeru UEDA, Katsuhiko YANAGISAWA)
5. 海底パイプラインに作用する衝撃荷重の実験的研究
…………… 中山茂雄・清宮 理・藤澤孝夫………… 99
(Laboratory Impact Load of Anchors on Submarine Pipelines
……………Shigeo NAKAYAMA, Osamu KIYOMIYA, Takao FUJISAWA)
6. 海洋環境における鋼構造物の腐食の実態と集中腐食対策に関する研究
…………… 善 一章…………147
(Studies on the Situation of Corrosion of Steel Structures in Marine Environments
and Measures against Concentrated Corrosion……………Kazuaki ZEN)

1. 波の連なりの統計的性質について

合 田 良 実*

要 旨

海の波は不規則な波形をしているが、その中でも波高の大きな波が数波連なって現われることが時々ある。こうした波の連なりについて最近の研究成果を整理し、現在までの知見を統一的に提示した。

まず、高波の継続波数の分布はランダム現象の理論で計算できる。実際の波浪では前後の波高の間に弱い相関があるために、ランダム理論による値よりも波の連なりがやや長い傾向にある。波高間の相関はスペクトルの帯域幅が狭くなるにつれて高くなることが認められる。逆に、ランダム理論はスペクトルの帯域幅が非常に広い場合の漸近値を与える。

波の連なりの長さは、波のスペクトルと関連づけた波の包絡波形の理論によっても計算することができる。ただし、波浪記録の読み取りでは波の連なりを1波単位で数えるので、こうした離散量に対する補正を行なった波の連なりの平均長の算定式を導いた。また、各記録中の最高波を含むという条件付きの波の連なりの長さの度数分布のデータを提示した。

最後に、波の連なりの概念の応用について考察し、特に波の非線型性あるいは波の繰返し作用が重要な現象への応用の可能性について言及した。

* 海洋水理部 波浪研究室長

1. On the Statistics of Wave Groups*

Yoshimi GODA**

Synopsis

A review is made of various information concerning wave groups, or sequence of high waves among ocean waves. The distribution of the number of consecutive high waves is derived by the random theory. It serves as the asymptote for waves with spectra of broad bandwidth, although ocean waves show a tendency of slightly longer lengths of runs than the theory. The difference is due to the existence of a weak dependency of successive wave heights, and the dependency increases as the spectral bandwidth becomes narrow.

The length of wave groups can also be calculated by the theory of wave envelopes from the information of wave spectrum. The expression of the mean length of wave groups is presented with a formula of correction for discrete counting of the number of high waves in a wave group as adopted in the analysis of wave records. The data of the distribution of the length of conditional runs that contain the highest waves in respective wave records are presented.

Discussions are made on the possible applications of wave group analysis, especially for the phenomena characterized with nonlinearity in wave amplitudes or those with hysteresis of wave actions.

* A slightly shortened version of the present report has been presented at the International Conference on Behaviour of Offshore Structures, Trondheim, Norway, August 1976.

** Chief of the Wave Laboratory, Marine Hydrodynamics Division

目 次

要 旨	3
1. ま え が き	7
2. ランダム統計理論による波高の連の長さの分布	8
3. 波高の時系列における相関性	9
4. 波の連なりとスペクトルの関係	10
4.1 波高の連長に及ぼすスペクトルの影響の例	10
4.2 包絡波形の理論による連の長さの計算	11
4.3 波高の連長の実測値との比較	13
5. 波の連なりの概念の応用について	16
6. あとがき	18
参 考 文 献	18
主要記号一覧表	18

1. まえがき

海で波を観察したり、あるいは波高計の記録を調べていると、波高の大きな波が何波か続いて現われることがあるのが認められる。このため、波形も不規則なビート状を呈することが少なくない。こうした高波の続いた部分は wave group または波の連なりと呼ばれ、そこに含まれる波の数で波の連なりの長さを表わすのが普通である。また、波高の読取値を出現順に並べて、ある設定値を上回る波が何波続くかという観点から整理することもある。この場合には、波高の連(run)と呼ばれる。

こうした波の連なりの概念はかなり感覚的なものであって、これを定量的に吟味しようとする試みは最近始められたものであり、研究論文の数も限られている。しかし、波高の大きな波が連なって現われる現象は構造物や船舶に対する波の作用に影響を及ぼすものであり、たとえば不規則波に対する斜面堤の捨石あるいはブロックの安定重量などは高波の継続波数が長いほど大きな値になるであろう。また、船の転覆なども高波の続く波数に影響されよう。さらに、最近注目されている係留浮体の長周期動揺 (slow drift oscillations) は波の連なりと密接な関係にある。

波の連なりを数学的に取り扱う場合には、ランダム変量として波高の連を解析する方法と、波のスペクトルとの関連において波の包絡波形を解析する方法の二つの取り扱い方がある。ランダム変量の統計理論に基づく連(run)の一般的性質については、たとえば Mood¹⁾ や Fisz²⁾ の統計学の書物に記述されている。連の統計理論は主として現象のランダム性を検定する目的で使用されており、海の波については 1962 年に Sawhney³⁾ が適用

してみて前後の波高の間には弱い相関があることを例示している。著者は永井とともに、水路内の不規則発生波が海の波をどの程度再現しているかを検討する指標の一つとして波高の連を取り上げ⁴⁾、その後、連の長さの確率分布を計算して不規則波形のシミュレーション結果と比較した⁵⁾。実測波形についての比較は Wilson・Baird⁶⁾、Rye⁷⁾、著者と永井⁸⁾によって報告されている。また、永井⁹⁾は波形の極大値の連について波形記録の長さおよびスペクトルの帯域幅の影響について考察している。

一方、波の包絡波形の解析は Rice¹⁰⁾ に始まり、Longuet-Higgins¹¹⁾ が波の平面形状についての理論に拡張した成果に基礎を置いている。これを波の連なりに適用したのは Nolte・Hsu¹²⁾ と Ewing¹³⁾ であり、両者とも基本的には同一の式を用いて波の連なりの長さやスペクトルの関係を論じている。そして Ewing はスペクトルのピークが非常に尖っている場合の波の連なりの長さの漸近式を導き、一方、Nolte・Hsu はポアソン分布の仮定を用いて波の連なりの長さの分布関数を求めている。

このように、未だ数は少ないとはいえ、波の連なりに関する研究成果が次第に積み重ねられつつある状況に鑑み、ここに現時点でのとりまとめを行なって今後の研究の一助とすることとした。

なお、本報告は「海洋構造物の挙動に関する国際会議」の発足 (第 1 回は 1976 年 8 月にノルウェーで開催) にあたっての著者の招請論文¹⁴⁾に基づくものであることをお断りする。

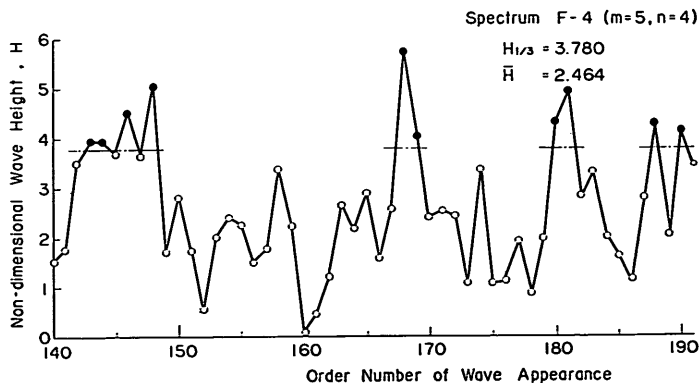


図-1 波高の時系列と波高の連の例⁵⁾

2. ランダム統計理論による波高の連の長さの分布

波高の連の例は図-1に見ることができる。これは著者が先に行なった不規則波の線型シミュレーション⁹⁾による擬似波形について、ゼロアップクロス法で定義した波高の時系列を示したものである。スペクトルは正規化された Pierson・Moskowitz 型であり、Bretschneider・光易型と同型である。波高のうちで $H_{1/3}=3.78$ (基準値は波形の標準偏差値) を超えるものは黒丸で示してあり、この図では連長が 2, 1, 1, 2, 2, 1, および 1 の計 7 個の $H > H_{1/3}$ の波高の連を認めることができる。

波高の連の長さの確率分布は、波高の各値が相互に独立、すなわちランダム性を仮定すれば、波高がある設定値 H_c を超えて出現する確率の関数として計算することができる⁹⁾。今、波高の確率分布関数(すなわち未超過確率)を $P_*(H)$ で表わし、 $H > H_c$ の超過確率を p で表示すれば、確率の定義により

$$p = 1 - q \quad (1)$$

ここに、 $q = P_*(H_c)$: 未超過確率。

波高の連が j の長さ ($H > H_c$ の波が j 個続く) である事象を考えると、これは第 1 波の波高が H_c を超えた後、続いて $(j-1)$ 波が H_c を超え、 $(j+1)$ 波目になって H_c 以下となる事象である。したがって、波高の連の中で長さ j の連が出現する確率は

$$P_1(j) = p^{j-1}q \quad (2)$$

で表わされる。そうすると、波高の連の平均長およびその標準偏差値は確率の計算によって次のように求められる。

$$\bar{j}_1 = \sum_{j=1}^{\infty} j P_1(j) = \frac{q}{p} \sum_{j=1}^{\infty} j p^j = \frac{1}{q} \quad (3)$$

$$\sigma(j_1) = \sqrt{\sum_{j=1}^{\infty} j^2 P_1(j) - \bar{j}_1^2} = \frac{p}{q} \quad (4)$$

波高の連としては、逆に波高が設定値 H_c を超えないような連を考えることもできる。この場合の平均長および標準偏差値は、式(3)、(4)で p と q を入れ替えた式で表示される。いずれの場合も、式(2)の確率分布から分るように、 $j=1$ の連が最も多く、連長が延びるにつれて出現率が低下するものと予測される。

また、高波の出現間隔の指標としては、高波の一つの連なりが設定値を超えてから、これに続く高波の連なりが次に設定値を超えるまでを一つの連と見なして、これ

についての統計量を考えることができる。こうした高波の繰り返しの連の長さの出現確率は、数学的帰納法によって次式で表わされることが証明できる。

$$P_2(j) = \frac{pq}{p-q} (p^{j-1} - q^{j-1}) \quad (5)$$

これを用いると、この連の長さの平均長および標準偏差値が次のように計算される。

$$\bar{j}_2 = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad (6)$$

$$\sigma(j_2) = \frac{p}{q^2} + \frac{q}{p^2} \quad (7)$$

式(6)の結果は、高波の繰り返しの連の平均長が $H > H_c$ の連の平均長と $H < H_c$ の平均長の和であることを表わしており、現象的にも当然といえる。

波高の連の長さを具体的に計算するには、波高の分布関数を知ることが必要である。波高分布がレーリー分布¹⁰⁾で近似できる場合には、 $P_*(H_c)$ および p が次のように表わされる。

$$P_*(H_c) = P(H < H_c) = 1 - \exp[-H_c^2/8 m_0] \quad (8)$$

$$p = \exp[-H_c^2/8 m_0] \quad (9)$$

ここに、

$$m_0 = \int_0^{\infty} S(f) df = \eta^2 \quad (10)$$

なお、 $S(f)$ は波の周波数スペクトル、 η は平均水位を基準にした波による水面上昇量である。

波高の連として設定波高を有義波高 ($H_c = H_{1/3}$) または中央波高 ($H_c = H_{med.}$) にとった場合を考えると、波高の超過確率は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} H > H_{1/3} \text{ の連: } H_c &= 4.004 \sqrt{m_0} \\ & p = 0.1348, q = 0.8652 \\ H > H_{med.} \text{ の連: } H_c &= 2.355 \sqrt{m_0} \\ & p = 0.5, q = 0.5 \end{aligned} \right\} (11)$$

この確率を式(3)に代入すれば、波高の連の平均長がそれぞれ 1.16 および 2.00 と計算される。

実測の波形記録について波高の連の長さを調べた例は表-1に示すとおりである。これは、著者と永井⁹⁾が先に解析した名古屋港および沿岸観測地点における波浪記録 171 例について $H > H_{1/3}$ および $H > H_{med.}$ の波高の連の総度数分布を示したもので、記録に含まれている波数は全体で 20,051 波である。また、この表には各記録中の最高波高を含む連についての統計も載せてある。表中

波の連なりの統計的性質について

表-1 波高の連の長さの度数分布の観測例*

連の長さ j	一般の波高の連				H_{\max} を含む波高の連			
	$H > H_{1/3}$		$H > H_{\text{med.}}$		$H > H_{1/3}$		$H > H_{\text{med.}}$	
	観測値	計算値	観測値	計算値	観測値	計算値	観測値	計算値
1	1,537	1,619.3	1,560	1,980	43	147.9	5	85.5
2	374	218.6	944	990	62	20.0	17	42.8
3	122	29.5	590	495	39	2.7	30	21.4
4	37	4.0	327	247.5	19	0.4	35	10.7
5	9	0.6	220	123.8	5	0	24	5.4
6	2	0	112	61.9	2		25	2.7
7	1		90	30.9	1		13	1.3
8			46	15.5			5	0.6
9			30	7.7			5	0.3
10			16	3.9			3	0.2
11			13	1.9			3	0.1
12			4	1.0			2	0
13			2	0.5			1	
14			1	0.2			0	
15			1	0.1			0	
16			0	0			0	
17			0				0	
18			1				0	
19			1				1	
20			1				1	
21			1				1	
合計	1,872	1,872	3,960	3,960	171	171	171	171
平均長	1.42	1.16	2.54	2.00	2.36	1.16	5.12	2.00
標準偏差	0.77	0.42	1.99	1.41	1.18	0.42	3.07	1.41

* 波高の連のうち $j \geq 18$ のものは名古屋港における観測値であり、航走波の影響を受けている可能性がある。

の「計算値」は式(2)および(11)で求めた期待度数である。これを観測値と比べてみると明らかのように、実際の波浪では波高の連が計算値よりも長目の傾向があり、波高の間に相関があることが示唆される。特に、 H_{\max} を含む波高の連は長く続く傾向が顕著である。たとえば、こうした条件付きの連の平均長は $H > H_{1/3}$ の連で2.4波、 $H > H_{\text{med.}}$ の連で5.1波であり、一般の約2.0倍である。いいかえれば、最高波高はただ1波で現われることは少なく、数波続く高波の1波として現われることが多いことになる。

なお、この解析では高波の繰返し連については検討しなかったが、表-1に記載の連の総数と記録に含ま

れる総波数の比から、 $H > H_{1/3}$ の波高の連は平均して10.7波に1連、 $H > H_{\text{med.}}$ の波高の連は平均して5.1波に1連現われることが分る。

3. 波高の時系列における相関性

実際の海の波の波高の連がランダム統計理論による値よりも長目であることは、著者らばかりでなく Wilson・Baird⁶⁾ および Rye⁷⁾ も報じている。Wilson・Baird はカナダ東部沿岸、Rye はノルウェー西岸の波浪記録を観測したもので、特に Rye は記録中に4mを越す波を含むような記録60例を解析して、 $H > H_{1/3}$ および $H < H_{1/3}$ の連の平均長および標準偏差値を次のように算出

している。

$$\left. \begin{aligned} H > H_{1/3} \text{ の連: } \bar{j}_1 = 1.35, \sigma(j_1) = 0.61 \\ H < H_{1/3} \text{ の連: } \bar{j}_1 = 7.71, \sigma(j_1) = 6.23 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

このうち、 $H_{1/3}$ を上回る波高の連の統計量は表-1 とほぼ同じである。

また、Rye は連続する波高の間の自己相関係数を計算している。これによると、隣り合う波高の間では+0.24 の相関が認められ、2 波以上離れると平均的に 0 に近い値となっている。自己相関係数が正の値であることは、前後の波高の値が独立ではなく、ある変動幅の中で関連していることを示唆するものである。Rye の解析で興味のある点は、波を発達過程と減衰過程に分けてみたところ、発達過程の波では波高の間の相関係数が 0.3 程度のもが多いのに対し、減衰過程の波では相関係数が 0.2 程度あるいはそれ以下となることである。この理由として Rye は、発達過程の波は JONSWAP の観測¹⁶⁾ で見られるようにスペクトルのピークが鋭く尖る場合が多いのに対し、減衰過程、特にその初期にあっては風の回り込みなどのためスペクトルのピークが広がった広帯域スペクトルが多いためではないかと考えている。こうしたスペクトル形状の影響については次節で考察する。

隣接する波高間の相関性の統計的検定は Rye より前に Sawhney³⁾ が行なっている。ただし、Sawhney の研究は受託研究であったためか一般にはあまり知られていなかったようである。Sawhney はまず一つの記録中に現われる波の振幅の連の総数について検討した。一般にランダムな事象について、たとえば振幅がその中央値を超える連の数と超えない連の数の和を r で表わすと、多数の記録についての r の平均値および分散が次のように求められる。

$$\text{平均値: } \mu_r = \frac{2n_1n_2}{n_1+n_2} + 1 \quad (13)$$

$$\text{分散: } \sigma_r^2 = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1+n_2)^2(n_1+n_2-1)} \quad (14)$$

ここに、

n_1 : ある設定値に等しいか、これを超える振幅の数

n_2 : 設定値を超えない振幅の数。

記録の数が十分に多ければ、 $Z = (r - \mu_r) / \sigma_r$ で定義される変数は近似的に正規分布をすと見なされる。ただし、 Z の平均値は 0、標準偏差値が 1 である。したがって、一つの記録について Z を計算すれば、その値が確率的にどの程度有意なものかは正規分布表を用いて判断で

きることになる。

Sawhney が解析したのはスペクトル形状の異なる波浪の水圧波形記録 4 例で、これらのそれぞれについて山・谷・山・谷の振幅の絶対値の時系列、山・山の振幅の時系列、および谷・谷の振幅の時系列を作成した。振幅の数はいずれも 100 個であり、設定値は振幅の中央値である。検定の結果は山・谷ではいずれも相関が認められ、山・山では相関がなく、谷・谷では 4 例中 3 例が無相関で 1 例が相関ありと判定された。Sawhney はまたマルコフ連鎖としての解析も行なっている。この結果では、波の振幅の相関性は 1 周期半では弱くなり、4 周期以上では完全に消滅することが確認された。

以上の Rye および Sawhney の結果は、いずれも隣接する波高の間に弱いながらも相関々係が存在していることを証明している。この相関々係が、表-1 に示したようなランダム理論よりも長目の波高の連の出現をもたらしたものと考えられる。逆に、波高の連が長いことはそれだけ波高間の相関が高いことを示唆するものである。

4. 波の連なりとスペクトルの関係

4.1 波高の連長に及ぼすスペクトルの影響の例

前節では波高間の相関性がスペクトルの形状に影響されているらしいことを紹介したが、波高の連の長さについてはスペクトルの形状の影響が明らかに認められている。たとえば、図-2 は線型シミュレーションによる擬似不規則波について、 $H > H_{1/3}$ の波高の連、 $H > H_{med}$ の波高の連、および波高が $H_{1/3}$ を超えてから次に $H_{1/3}$ を超えるまでの高波の繰り返しの連について、それぞれの連の長さの分布を求めて出現率の形で表示したものである⁵⁾。対象としたスペクトルは、

$$S(f) = Af^{-m} \exp[-Bf^{-n}] \quad (15)$$

の形のものであって、図-2 に示したデータでは指数を次のように与えてある。

$$\left. \begin{aligned} \text{M-9 型: } m=0.5, \quad n=0.4 \\ \text{F-4 型: } m=5, \quad n=4 \\ \text{M-5 型: } m=20, \quad n=16 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

M-9 型はスペクトル密度が一様で白色雑音と見なされるものであり、F-4 型は風波のスペクトルの一般形である。また M-5 型は、エネルギーがピーク周波数の約 0.9 倍から 1.4 倍の周波数の間にしか存在しないような、非常に鋭いピークを持つスペクトルである。

図中の実線は式 (2) および (5) のランダム統計理

波の連なりの統計的性質について

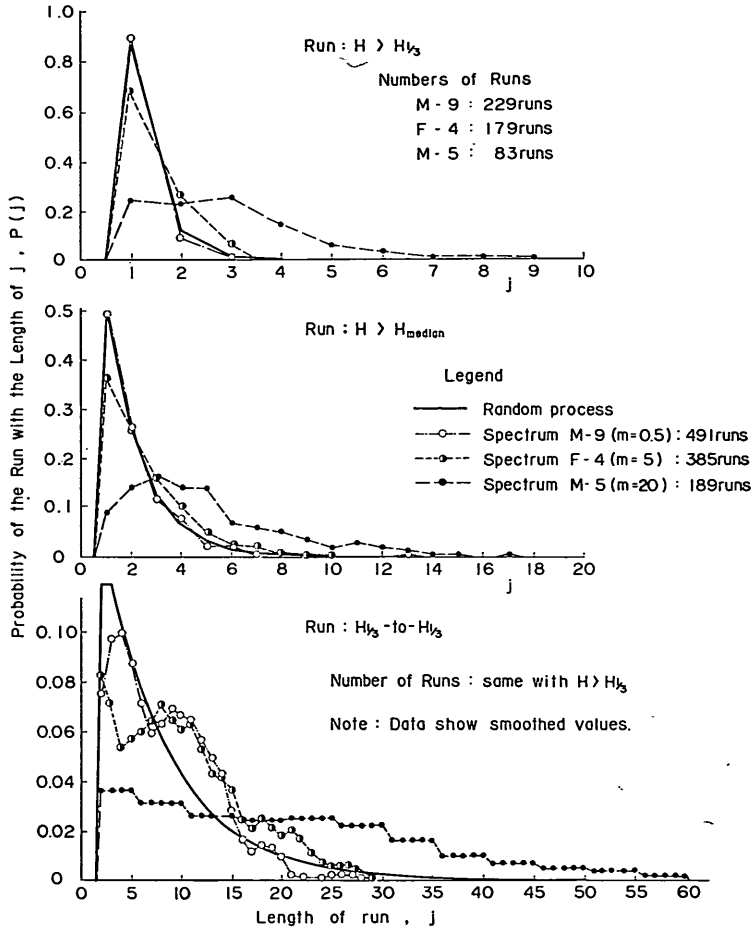


図-2 波高の連の長さの分布の例⁵⁾

論による計算値であって、M-9型の白色雑音スペクトルの場合は理論どおりの値を示しているけれども、F-4、M-5とスペクトルのピークが尖るにつれて連長の長いものが多く現われるようになる。ちなみに、ここに示したデータの連長の平均値は次のようになっている。

$$\left. \begin{aligned} \text{M-9型} : \bar{j}_1(H_{1/3}) &= 1.12, \bar{j}_1(H_{med.}) = 1.97 \\ \text{F-4型} : \bar{j}_1(H_{1/3}) &= 1.39, \bar{j}_1(H_{med.}) = 2.49 \\ \text{M-5型} : \bar{j}_1(H_{1/3}) &= 2.84, \bar{j}_1(H_{med.}) = 4.94 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

また、表-1に示した実測波形のデータでもスペクトルの形状によって分類してみれば同様の傾向が浮び上る。たとえば、使用した171例のうち92例は名古屋港内の波浪観測データであって、これについてスペクトルのピークが1個か複数個かによって分類したところ、 $H > H_{med.}$ の波高の連の平均長が単一ピーク型では2.77波、

複数ピーク型では2.36波であった。また、 $H > H_{1/3}$ の波高の連についても前者の平均長が1.55波、後者が1.34波と差が見られる。

4.2 包絡波形の理論による連の長さの計算

こうした波の連なりに及ぼすスペクトルの影響は、波の包絡波形の解析によって明らかにすることができる。ここで包絡波形というのは、図-3に例示されるように波の山と谷を滑らかに包絡線で結んだ波形のことを指し、数式的には以下のように表示される^{10),11)}。まず、スペクトル $S(f)$ を持つ波の時間波形は、一般に次のように書くことができる。

$$\eta(t) = \sum_n c_n \cos(2\pi f_n t - \varepsilon_n) \quad (18)$$

ここに、

$$c_n = \sqrt{2 S(f) \delta f} : \text{成分波の振幅}$$

f_n : 成分波の周波数

ε_n : $0 \sim 2\pi$ の間に等密度に分布するランダムな位相角。

式 (18) は不規則な波形が無数の微小振幅の成分波の重ね合せとして表示し得ることを記述したもので、線型シミュレーションなどの基本式である。

ここで、次のような平均周波数を定義しておく。

$$\bar{f} = m_1 / m_0 \quad (19)$$

ここに m_1 はスペクトルの 1 次の積率であり、一般に

$$m_n = \int_0^\infty f^n S(f) df \quad (20)$$

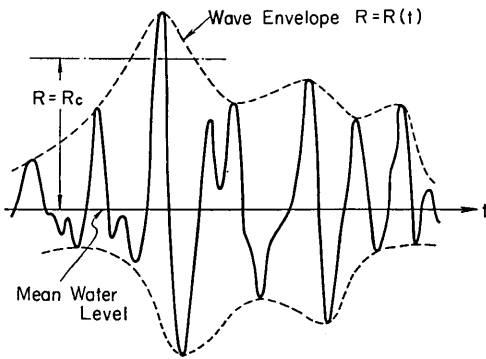


図-3 波の包絡波形

で定義される。そして、この \bar{f} を使って式 (18) を次のように書き改める。

$$\eta(t) = Y_c \cos 2\pi\bar{f}t - Y_s \sin 2\pi\bar{f}t \quad (21)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} Y_c &= \sum_n c_n \cos(2\pi f_n t - 2\pi\bar{f}t - \varepsilon_n) \\ Y_s &= \sum_n c_n \sin(2\pi f_n t - 2\pi\bar{f}t - \varepsilon_n) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

さらに、式 (22) の Y_c と Y_s を使って次のような振幅および位相角を定義する。

$$\left. \begin{aligned} R &= R(t) = \sqrt{Y_c^2 + Y_s^2} \\ \phi &= \phi(t) = \tan^{-1} \frac{Y_s}{Y_c} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

そうすると、この R および ϕ を用いて η が次のような形で書き表わされる。

$$\eta = R(t) \cos [2\pi\bar{f}t + \phi(t)] \quad (24)$$

この式 (24) は、形式的には周波数を \bar{f} とする余弦波形であるが、振幅および位相角が時間の関数であるため、結果として不規則な波形を表わすことになる。しかし、スペクトルが周波数のある狭い範囲に限定されている場

合、すなわち狭帯域スペクトルの場合には $R(t)$ の変化がゆるやかであり、波形は振幅がゆるやかに変動するビート状を呈する。こうした場合には波の包絡波形の定義が容易であり、包絡波形の振幅は $R=R(t)$ で表示されることになる。この類推として、一般のスペクトルについても R が包絡波形の振幅と定義される。したがって、波の連なりの長さを論ずるためには、 $R=R(t)$ の波形についてその性質を調べていけばよい。

今、包絡波形振幅 R の確率密度関数を $p(R)$ で表わす。また、 R がある設定値 R_c を超える確率を $P(R_c)$ と書くと、これは次のように定義される。

$$P(R_c) = P(R > R_c) = \int_{R_c}^\infty p(R) dR \quad (25)$$

また、包絡波形が上昇しながら設定値 $R=R_c$ を横切る回数を単位時間当り $N_+(R_c)$ とすると、これは次の積分で求めることができる¹¹⁾。

$$N_+(R_c) = \int_0^\infty \dot{R} p(R_c, \dot{R}) d\dot{R} \quad (26)$$

ここに、 \dot{R} は包絡波形振幅の時間微分、すなわち勾配、 $p(R, \dot{R})$ は R と \dot{R} の結合確率密度関数である。式 (26) は Rice¹⁰⁾ が波形がゼロ線を切る回数を求めるときに使った方法の拡張である。

狭帯域スペクトルについては包絡波形振幅の確率密度関数が Rice¹⁰⁾ によって次のように求められている。

$$p(R) = \frac{R}{m_0} \exp[-R^2/2m_0] \quad (27)$$

波高の理論分布として一般に用いられるレーリー分布は、波高が振幅の 2 倍 ($H=2R$) であり、また平均波高と m_0 との間に $\bar{H} = \sqrt{2\pi m_0}$ の関係があることを用いて式 (27) を書き直したものである。この式を式 (25) に代入すると、包絡波形振幅が R_c を超える確率 $P(R_c)$ が次のように求められる。

$$P(R_c) = \exp[-R_c^2/2m_0] \quad (28)$$

狭帯域スペクトルの場合にはさらに、 R と \dot{R} が統計的に独立であることが導かれ、したがって結合確率密度関数はそれぞれの積として表わすことができる。すなわち、

$$p(R, \dot{R}) = p(R)p(\dot{R}) \quad (29)$$

この \dot{R} の確率密度関数 $p(\dot{R})$ については、Longuet-Higgins¹¹⁾ が平面的な広がりを持って進行する不規則な波形を対象とする一般式を導いており、これをここで考

えているような時間波形について書き直すと次のように表わされる。

$$p(\dot{R}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu_2^*}} \exp[-\dot{R}^2/2\mu_2^*] \quad (30)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \mu_2^* &= (2\pi)^2 \mu_2 \\ \mu_2 &= \int_0^\infty (f-\bar{f})^2 S(f) df = m_2 - m_1^2/m_0 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

式(30)は包絡波形の勾配 \dot{R} が正規分布することを表わしている。

式(27), (29), (30)を式(26)に代入して積分を実行すれば次の結果が得られる。

$$N_+(R_c) = \sqrt{\frac{2\pi\mu_2}{m_0}} \frac{R_c}{\sqrt{m_0}} \exp[-R_c^2/2m_0] \quad (32)$$

この回数 $N_+(R_c)$ は単位時間当りに高波の繰り返しの連が出現する回数である。したがって、高波の繰り返しの連の平均の長さ(時間)はこの逆数である。すなわち、

$$\begin{aligned} \tau_2(R_c) &= \frac{1}{N_+(R_c)} \\ &= \sqrt{\frac{m_0}{2\pi\mu_2}} \frac{\sqrt{m_0}}{R_c} \exp[R_c^2/2m_0] \end{aligned} \quad (33)$$

$R > R_c$ の連の平均長は、この繰り返しの連の平均長に式(28)の出現率を乗じたものと考えられる。したがって、

$$\tau_1(R_c) = P(R_c) \cdot \tau_2(R_c) = \sqrt{\frac{m_0}{2\pi\mu_2}} \sqrt{\frac{m_0}{R_c}} \quad (34)$$

この式(34)の結果は、Nolte・Hsu¹²⁾が導いたものと同一である。ただし、彼等の表式では μ_2 を式(31)の関係をを使って書き直し、また振幅を2倍した波高を用いているので次のような形である。

$$\tau_1(H_c) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi} \sqrt{f_s^2 - \bar{f}^2}} \cdot \frac{H_{1/3}}{H_c} \quad (35)$$

ここに、 f_s は単位時間当りのゼロアップクロス点の数であって、Rice¹⁰⁾の理論で次のように与えられるものである。

$$f_s^2 = m_2/m_0 \quad (36)$$

式(35)における分母の $\sqrt{f_s^2 - \bar{f}^2}$ はスペクトルの形が決まれば一義的に定まる量である。したがって、Nolte・Hsu は波高がレーリー分布に従う場合には $\tau_1(H_c)$ と $H_c/H_{1/3}$ との積が一定値であることを指摘し、これをメ

キシコ湾での約750波の連続記録で例証している。ただし、実測波形では波高分布がレーリー型から若干ずれていたため、波の連なりの平均長を

$$\tau_1(R_c) = \frac{\int_{R_c}^\infty p(R) dR}{\int_0^\infty \dot{R} p(R_c, \dot{R}) d\dot{R}} \quad (37)$$

の一般形で表示し、式(29)の関係を仮定して

$$\tau_1(R_c) = \frac{\int_{R_c}^\infty p(R) dR}{\bar{R} p(R_c)} \propto \frac{\int_{R_c}^\infty p(R) dR}{p(R_c)} \quad (38)$$

ここに、

$$\bar{R} = \int_0^\infty \dot{R} p(\dot{R}) d\dot{R} \quad (39)$$

の関係を導き、さらに $p(R)$ を実測の波高の累加分布の数値微分で求めることによって、実測波形に対する $\tau_1(R_c)$ と R_c の関係を提示している。実測値との一致は良好である。

以上に示した波の連なりの長さは時間単位で表示されている。これを波数単位で表わすには $\tau_1(R_c)$ にゼロアップクロスの平均回数を乗ずればよい。すなわち、

$$\bar{I}_1(R_c) = f_s \tau_1(R_c) = \sqrt{\frac{m_2}{2\pi\mu_2}} \cdot \frac{\sqrt{m_0}}{R_c} \quad (40)$$

この式はEwing¹³⁾が提示したものである。Ewing は、さらにスペクトルの帯域幅が非常に狭い場合の漸近式として次式を導いている。

$$\bar{I}_1(R_c) = \frac{Q_p}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{m_0}}{R_c} \quad (41)$$

上式中の Q_p は著者がスペクトルのピークの尖鋭度を表わす指標として導入したパラメーターで、次式で定義される。

$$Q_p = \frac{2}{m_0^2} \int_0^\infty f S^2(f) df \quad (42)$$

Q_p は白色雑音の場合に $Q_p=1$ となり、ピークが尖るほど大きな値をとる。通常の風波では $Q_p=2$ 前後である。

4.3 波高の連長の実測値との比較

式(40)で求めた波の連なりの長さは、その誘導過程から明らかのように、包絡波形の長さという連続的な量を対象としたものである。したがって、個々の波の連なりの長さを波数単位で測れば、たとえば0.8波というような端数が現われる。このため、スペクトルの帯域幅が

広い場合に式 (40) をそのまま使うと、波の連なりの平均長が 1 波以下ということが生じたりする。しかし、実測波形について波の連なりを考えると、波高の連の観点から 1 波単位で数えるのが普通であり、連長は整数値で表示される。したがって連の平均長は常に 1 以上である。

この連続量と離散量の差異は、包絡波形がある設定値を超えて継続する時間 t_0 の分布関数が分れば調整可能である。Nolte・Hsu¹²⁾ はポアソン過程の考え方をを用いて、継続時間 t の分布関数を次のように求めている。

$$P_*(t_0) = P(t < t_0 | R_c) = 1 - \exp[-t_0/\tau_1(R_c)] \quad (43)$$

この式は、継続時間の超過確率が指数関数的に減少することを表わしている。表-1 の波高の連の度数分布から連の長さの超過出現率を求めてみると図-4 のようになる。すなわち、 $H > H_{1/3}$ の連も $H > H_{med}$ の連もいずれも半対数紙上でほぼ直線の上に乗っており、式 (43) の傾向と一致している。

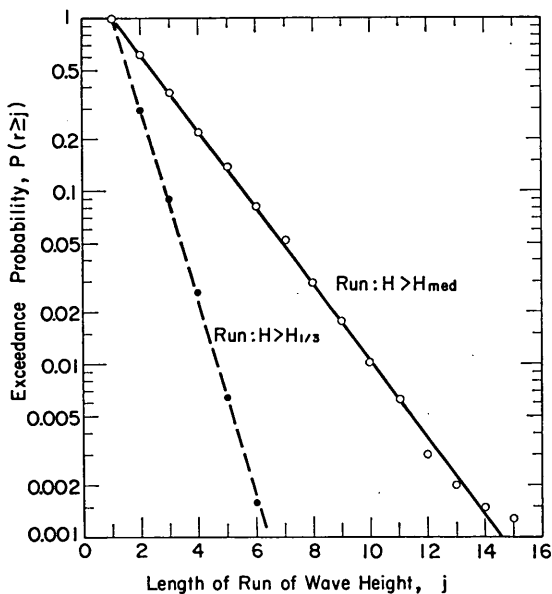


図-4 波高の連の長さの超過出現率

ただし、ポアソン過程は次のような条件を前提としている。

- i) 時間軸をある短い単位時間ごとに区切ったとき、一つの単位時間内に包絡波形が設定値を横切る確率はどの時刻でも一定であり、また単位時間ごとに独立な事

象と見なされる。

- ii) 短い単位時間内に設定値を横切る確率は単位時間の長さ按比例する。
- iii) 短い単位時間内に 2 度以上横切る確率は、1 回だけ横切る確率に比べて無視できるくらい小さい。

このうち第 1 の仮定的事象の独立性は、波の連なりについていえば波高の値の独立性にほぼ対応するものである。したがって、スペクトルの帯域幅が比較的広いときにはほぼ妥当であるけれども、スペクトルが狭帯域の場合には必しも成立しない。たとえば、式 (43) の継続時間の分布関数は、これから確率密度を求めてみれば明らかかなように、継続時間の短いものほど出現ひん度が多いことを表わしている。しかし、図-2 を見れば分るように、スペクトルのピークの幅が非常に狭い M-5 型スペクトルの波高の連の長さは $j=3$ 付近に最多値があり、これについて超過出現率を作成してみれば図-4 のような直線にはならない。すなわち、M-5 型スペクトルの場合には式(43)が適用できない。また、表-1 の中でも H_{max} を含む条件付きの波高の連は式 (43) の関数形から外れる。

もっとも、図-4 のように風波などではほぼ成立するので、波の連なりの継続時間の分布関数の第 1 次近似として式 (43) を用いることにする。今、波高の連の長さが j 波と数えられたとすると、これは波の連なりの継続時間 t_0 が次の関係を満足している状態である。

$$\text{波高の連長 } j: (j-1)\bar{T} < t_0 \leq j\bar{T} \quad (44)$$

ただし、 \bar{T} は波の平均周期である。長さ j の波高の連の出現確率は $t_0 = j\bar{T}$ と $t_0 = (j-1)\bar{T}$ における分布関数 $P(t)$ の差として与えられるので、波高の連の平均長 \bar{j}_1 は次のように計算できる。

$$\bar{j}_1 = \sum_{j=1}^{\infty} j [P_*(j\bar{T}) - P_*((j-1)\bar{T})] \quad (45)$$

上式に式 (43) を代入して計算を進めると、

$$\bar{j}_1 = \sum_{j=1}^{\infty} j [A^{j-1} - A^j] = \frac{1}{1-A} \quad (46)$$

ここに、

$$A = \exp[-\bar{T}/\tau_1(R_c)] = \exp[-1/\bar{i}_1] \quad (47)$$

または、

$$\bar{j}_1 = \frac{1}{1 - e^{-1/\bar{i}_1}} \quad (48)$$

波の連なりの長さ \bar{i}_1 が十分に大きいとき、式 (48) は次

のように近似展開することができる:

$$\bar{j}_1 = \bar{l}_1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{12\bar{l}_1} \quad (49)$$

以上により、波のスペクトルが既知の場合の波の連の平均の長さは、包絡波形については式(40)で計算でき、波高の連のように1波単位で数える場合は式(48)で換算できることになる。著者は先に式(15)のスペクトルについて $m=0.5\sim 50$ に変えた場合の擬似不規則波形について種々の統計量を求めている³⁾ ので、このうち $H > H_{1/3}$ および $H > H_{med}$ の波高の連の平均長を式(40)、(48)による計算値と比べたのが図-5である。計算においては波高のレーリー分布がどのスペクトル形についてもほぼ成立するところから、包絡波形の基準レベルとしては $H > H_{1/3}$ に対しては $R_c = 2.002\sqrt{m_0}$ 、 $H > H_{med}$ に対しては $R_c = 1.177\sqrt{m_0}$ を使用した。

図-5は波高の連の平均長をスペクトルのピークの尖鋭度のパラメーターである Q_p に対して表示したもので、 $H > H_{1/3}$ の連については $Q_p \geq 2$ 、 $H > H_{med}$ の連については $Q_p \geq 4$ の範囲で計算値(実線)とシミュレーションの結果とが一致している。 Q_p が小さい場合に計算値が合わなくなるのは、波形の変化が激しくて式(23)で定義した振幅 R が必しも十分に包絡波形の振幅を表わせなくなるためと思われる。また、水平な1点鎖線は式(3)のランダム統計理論による値であり、 $Q_p \leq 1$ ではこの方がデータに一致する。これは、 Q_p が小さい場合には波高の間の相関が失われ、波高の時系列がランダム過程に従うことを意味している。なお、図-5には

Ewing による式(41)の漸近値を式(49)で補正した値も破線で示してある。Ewing はスペクトルとして式(15)ではなく、中心周波数に対して左右対称な正規分布形を用いており、こうしたスペクトル形状の差によって波高の連の平均長が若干影響されることが認められる。

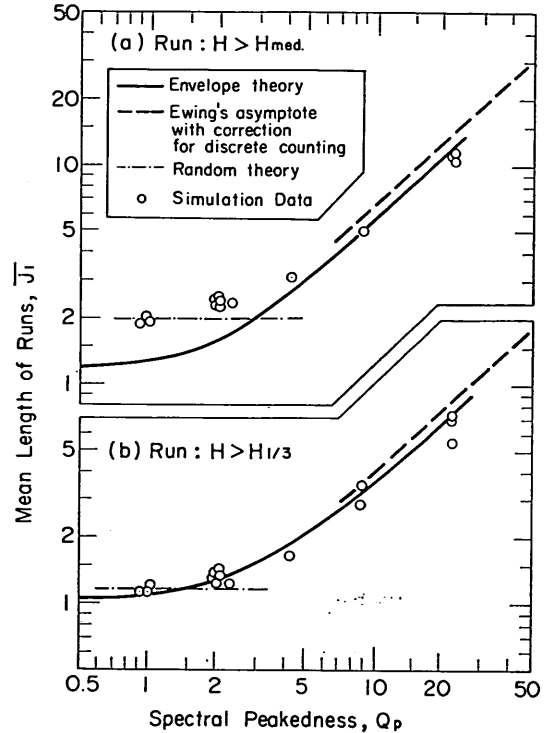


図-5 波高の連の平均長の比較

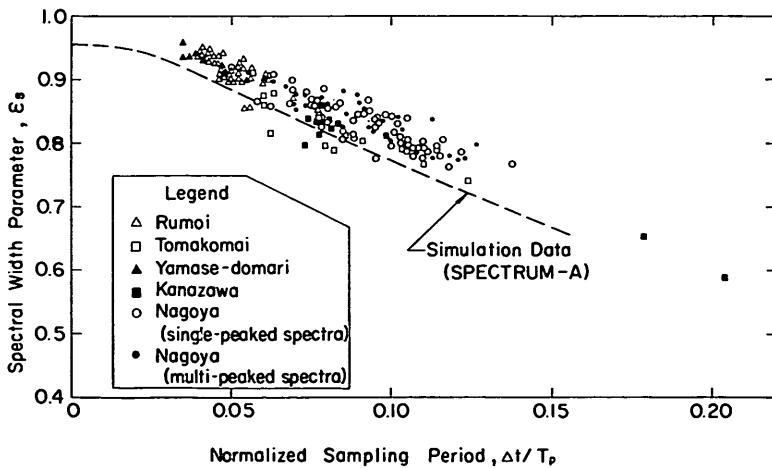


図-6 スペクトル幅パラメーター ϵ_s に及ぼす サンプル周期 Δt の影響³⁾

なお、図-5の横軸に Q_p を用いたのはスペクトルの特性を表わす指標として著者が以前から使用していることによるもので、波高の連長の議論であれば式(40)に現われる $\sqrt{m_2/\mu_2}$ などのパラメーターを使うことも一つの方法であろう。しかしながら、スペクトルの帯域幅パラメーターの $\varepsilon = \sqrt{1 - m_2^2/m_0m_4}$ は海の波の連なりの指標としては適当でない。確かに ε は極大点の数や極大値の分布を論ずるのには適切なパラメーターである。しかし、海の波のスペクトルは高周波側が f^{-3} にほぼ比例するため、スペクトルの全体の形状よりも高周波成分をどこまで分析しているかによって m_4 、ひいては ε の値が支配されてしまう。スペクトルの高周波側の上限値は $f_N = 1/2 \Delta t$ で定まるので、波形記録のサンプリング周期 Δt が ε に大きな影響を及ぼすことになる。図-6は、日本沿岸の波浪記録についてこれを例示したもので、波形のサンプリング周期 Δt とスペクトルのピークに対応する周期 T_p との比 $\Delta t/T_p$ の増加につれてスペクトル幅パラメーター ε が一様に減少する様子が明らかである。これらのデータは、スペクトルのピークが二つ以上のものを1/4程度含んでいるけれども、そうしたスペクトルの形の差は ε と $\Delta t/T_p$ の関係に全く影響を及ぼしていない。

波高の連の平均長に及ぼすスペクトル形状の影響は、

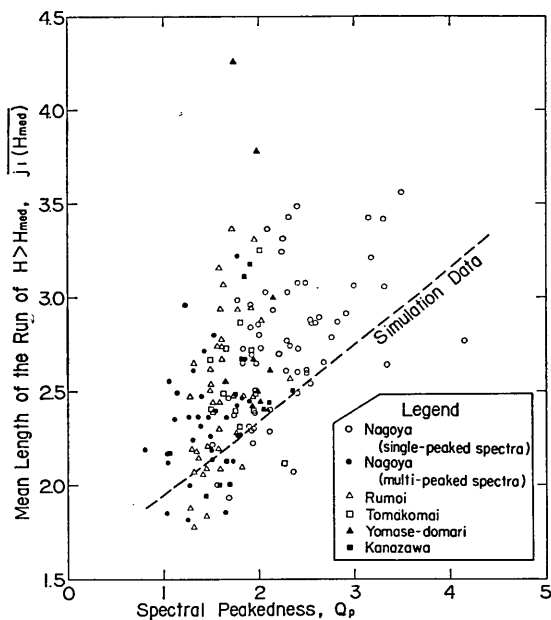


図-7 波高の連 ($H > H_{med}$) の平均長とスペクトルの尖鋭度 Q_p との関係⁸⁾

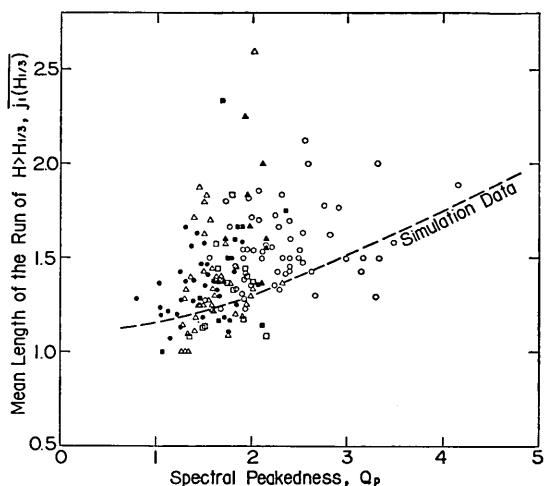


図-8 波高の連 ($H > H_{1/3}$) の平均長とスペクトルの尖鋭度 Q_p との関係⁸⁾

現地波浪の場合にはシミュレーションほど明瞭ではない。図-7, 8は著者と永井⁸⁾が先にとりまとめた各波形記録ごとの $H > H_{1/3}$ および $H > H_{med}$ の波高の連の平均長と Q_p との関係を再録したものである。データがばらついているのは、波高の連の平均長の統計的変動性によるものと思われる。また、シミュレーションの結果よりも全般に連長が大きくなるのは、スペクトルの高周波側に含まれる非線型成分に起因すると考えられる。一般に、波のスペクトルには非線型干渉に基づく見掛けの成分が含まれており、ピーク周波数の整数倍付近ではこのためにスペクトルに小さなこぶが見られることがある。こうした見掛けの成分は、スペクトルのピークの尖鋭度をにぶらせる働きを持つもので、このため Q_p の値も低められる。したがって、実測データをシミュレーションデータと正しく対比させるためには、非線型干渉の項を取り除いたスペクトル(若し可能ならば)について Q_p を求めてプロットする必要があるであろう。

5. 波の連なりの概念の応用について

波の連なりの現象は工学的問題にも影響を及ぼすものではあるが、これを定量的に吟味して工学的問題に適用した例は未だ見られないようである。そこで、以下に波の連なりの影響が大きいと思われる問題を幾つか紹介し、今後の研究の参考に供したい。

まず、海洋工学で最近注目されている現象に係留浮体の長周期動揺がある。これは、船舶その他をゆるやかに係留したときに不規則な波浪を受けると、波の周期より

も遙かに長い周期で大きく揺れ動き、係留索には一定周期の波では考えられないような大きな力が働く現象である。この原因は、浮体を波の進行方向に定常的に押しやる力(漂流力)が波高の2乗に比例するため、波高の変動に伴って漂流力が不規則に変動することである。この意味で、波の連なり (wave group) は長周期動揺 (slow drift oscillations) と密接に関係しており、最近の波の連なりに対する関心は長周期動揺との関連によるところが大きい。

両者の関連はスペクトルの形の上でも証明される。不規則波な波浪による漂流力のうちの長周期成分のスペクトル $S_F(\sigma)$ は、Pinkster¹⁷⁾ によれば次のように求められる。

$$S_F(\sigma) = 2 \rho^2 g^2 \int_0^{\infty} S_{\eta}(\omega) S_{\eta}(\sigma + \omega) R^4 \left(\frac{\sigma + \omega}{2} \right) d\omega \quad (50)$$

ここに、 σ は漂流力に関する角周波数、 ρ は水の密度、 g は重力の加速度、 $S_{\eta}(\omega)$ は波のスペクトル、 ω は角周波数、 $R(\omega)$ は規則波中の漂流力係数である。

同様の表式は Bowers¹⁸⁾ によっても提示されており、式 (50) の積分における $S_{\eta}(\omega) S_{\eta}(\sigma + \omega)$ の項 (これは成分波間の周波数の差の干渉項に相当する) は長周期動揺に特徴的なものと思われる。一方、波の包絡波形に関して Nolte・Hsu¹²⁾ は、Rice¹⁰⁾ の導いた関係を発展させて、包絡波形の振幅のスペクトルならびに振幅の2乗のスペクトルは同形であって、次のように基準化できると述べている。

$$E(f) = \frac{\int_0^{\infty} S(x) S(x+f) dx}{\int_0^{\infty} S^2(f) df} \quad (51)$$

したがって、包絡波形の場合も長周期動揺と同じ $S(x) \times S(x+f)$ の項がスペクトルの基本となっている。この包絡波形のスペクトルは一般に $f=0$ で最大密度を持ち、 f の増加とともに単調に減少する。このため包絡波形には特徴的な周期が存在せず、極めて不規則な波形を示すことになる。もっとも、周期の接近した複数のうねりが共存しているときには、それぞれのピークの周波数の差に相当する周波数の箇所に包絡波形のスペクトルのピークが現われるものと考えられる。

波の連なりの影響の顕著な第2の現象としては、サーフビートが挙げられる。海岸の汀線近傍の平均水位が

不規則に動揺するサーフビートの発生原因について、Longuet-Higgins・Stewart¹⁹⁾ はラジエーションストレスによって波群中の波高の大きな箇所では平均水位が低下し、波高の小さな箇所では平均水位が上昇することを挙げているが、定性的な説明にとどまっている。これに波の連なりの解析、特に式 (51) を組み合わせればサーフビートの発生機構の解明が進められるのではないかと思われる。

係留浮体の長周期動揺やサーフビートの現象は、それらが波高の2乗などに比例する非線型性を有することのために波の連なりの影響を受けると考えられる。これに対して、波による船の転覆や波との共振による海洋構造物の破壊などは、高波の継続波数が問題であり、いわば累積効果による現象である。したがって、波の連なりの長さが重要となる。スペクトルでいえば、船または構造物の共振周期と波のスペクトルのピークの周期との同調が最も危険であるが、その場合は波のスペクトルのピークの尖鋭度あるいは $\sqrt{m_2/\mu_2}$ などのパラメーターも考慮に入れる必要がある。また、こうした問題を規則波で試験する場合には、表-1に示した H_{max} を含む波高の連の長さを参考して実験波の継続波数を定めればよいのではないかと思われる。

累積効果に関係する現象としては、斜面堤の被覆材の安定性および越波に対する護岸背後の排水の問題が挙げられる。前者については1966年にCarstensほか²⁰⁾ が不規則波に対する捨石堤の安定性を報告しているが、これによるとスペクトルの帯域幅が狭い波の場合には、帯域幅の広い波よりも有義波高が同一であっても、被害率が大きいと述べられている。スペクトルの帯域幅が狭いことはそのピークが尖っていることであり、したがって高波が長く続く傾向にあり、このため被害が大きくなったものと思われる。斜面堤の耐波性を論ずる場合には、 Q_p 、 $\sqrt{m_2/\mu_2}$ 、あるいは波高の連の平均長を一つの指標として考える必要があろう。

越波に関しては、背後地が狭く、排水能力が限られているような場合に高波が何波も続くと背後地が冠水してしまう危険がある。したがって、護岸の計画にあたっては不規則波の作用による平均的な越波量だけでなく、高波の継続波数ならびにそれによる短時間内の越波量の両者を考慮する必要がある、こうした点から波の連なりに対する配慮が要請されるものと思われる。

以上のほかにも、波の非線型性あるいは累積効果が重要な問題については、波の連なりの概念を適用すること

によって解析を有効に進められるものと思われる。

6. あとがき

最初にも述べたように、波の連なりというのは単純な概念であって定性的な理解は容易であるけれども、その定量的な解析は比較的最近のことであって、特にその応用面はこれからの問題である。本報告ではランダム統計理論による解析とスペクトルによる包絡波形の理論を紹介し、現地観測データおよび線型シミュレーションのデータとの比較を示した。海の波の場合には隣り合う波高値の間に弱い相関があることが特徴であり、このためランダム統計理論と包絡波形の理論の適用限界の境界に位置する結果になっている。波の連なりに関する理論的課題の一つは、波高間に相関が見られる場合の連長の確率分布であり、図-2のM-5型のような分布をどのように予測するかの問題である。表-1に示した H_{max} を含む条件付きの波高の連も、連長の分布形としてはM-5型に近い。今後の解明が期待される。

波の連なりの概念の応用に関しては定量的な適用手法の開発が待たれる。また、定量的な解析が直ちには行えないとしても、実験データの整理にあたっては波の連なりに関するパラメーターを要因の一つとして考慮しておくことが効果的であろう。

本報告を一つの契機として、波の連なりに関する理解が深まり、関連の研究が進展すれば何より幸いである。

(1976年6月29日受付)

参 考 文 献

- 1) Mood, M.: Introduction to the Theory of Statistics, McGraw-Hill, New York, 1950.
- 2) Fisz, M.: Probability Theory and Mathematical Statistics, John Wiley & Sons, New York, 1963.
- 3) Sawhney, M. D.: A study of ocean wave amplitudes in terms of the theory of runs and a Markov chain process, Tech. Rept., Dept. Meteorology and Oceanography, New York Univ., 1963, 29 p.
- 4) 合田良実・永井康平：造波板の変速運動による発生不規則波のスペクトルについて、港湾技術研究所報告，第8巻第3号，1969年，pp. 47-75.
- 5) Goda, Y.: Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, Rept. Port and Harbour Res. Inst., Vol. 9, No. 3, pp. 3-57.
- 6) Wilson, J. R. and W. F. Baird: A discussion of some measured wave data, Proc. 13th Conf. Coastal Engg., Vancouver, 1972, pp. 113-130.
- 7) Rye, H.: Wave group formation among storm waves, Proc. 14th Conf. Coastal Engg., Copenhagen, 1974, pp. 164-183.
- 8) 合田良実・永井康平：波浪の統計的性質に関する調査・解析，港湾技術研究所報告，第13巻第1号，1974年，pp. 3-37.
- 9) Nagai, K.: Runs of the maxima of the irregular sea, Coastal Engineering in Japan, Vol. 16, JSCE, 1973, pp. 13-18, または第20回海岸工学講演会論文集，pp. 477-481.
- 10) Rice, S. O.: The mathematical analysis of random noise, reprinted in "Selected Papers on Noise and Stochastic Process," Dover, New York, 1954.
- 11) Longuet-Higgins, M. S.: The statistical analysis of a random, moving surface, Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A, Vol. 249 (966), 1957, pp. 321-387.
- 12) Nolte, K. G. and F. H. Hsu: Statistics of ocean wave groups, Prepr. 4th OTC, No. 1688, also in Soc. Petroleum Engrs. Jour., June 1973, pp. 139-146.
- 13) Ewing, J. A.: Mean length of runs of high waves, Jour. Geophys. Res., Vol. 78, No. 12, 1973, pp. 1933-1936.
- 14) Goda, Y.: On wave groups, Proc. Int. Conf. on Behaviour of Offshore Structures, Trondheim, 1976.
- 15) Longuet-Higgins, M. S.: On the statistical distributions of the heights of sea waves, Jour. Marine Res., Vol. IX, No. 3, pp. 245-266.
- 16) Hasselmann, K. et al.: Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP), Erg. Deutschen Hydrog. Zeitschrift, Reihe A (8°), Nr. 12, 1973, 95 p.
- 17) Pinkster, J. A.: Low frequency phenomena associated with vessels moored at sea, Prepr. SPE-European Spring Meeting, Soc. Petroleum Engrs., AIME, Amsterdam, 1974, SPE 4837, 16 p.
- 18) Bowers, E. C.: Long period oscillations of moored ships subject to short wave seas, Roy. Inst. Naval Architects, W 4 (1975), 8 p.
- 19) Longuet-Higgins, M. S. and R. W. Stewart: Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to "surf beats," Jour. Fluid Mech., Vol. 13, 1962, pp. 481-504.
- 20) Carstens, T., Tørum, A., and A. Trætteberg: The stability of rubble mound breakwaters against irregular waves, Proc. 10th Conf. Coastal Engg., Tokyo, 1966, pp. 958-971.

主要記号一覧表

c_n : 不規則波形の成分波の振幅
 f : 周波数

波の連なりの統計的性質について

- \bar{f} : 平均周波数 (式. 19 の定義による)
 f_z : ゼロアップクロス周波数 (式. 36 の定義による)
 H : 波高
 \bar{H} : 平均波高
 H_c : 波高の連を定義するための設定波高
 H_{\max} : 波群または波浪記録中の最高波高
 $H_{\text{med.}}$: 波高の中央値
 $H_{1/3}$: 有義波高
 j : 波高の連の長さ
 $\bar{j}_1(\cdot)$: 括弧内の波高を上回る波高の連の平均長
 $\bar{j}_2(\cdot)$: 括弧内の波高を上回る高波の繰り返し連の平均長
 $\bar{I}_1(R_c)$: 波の包絡波形が基準レベル R_c を超えて継続する平均波数
 m : 線型シミュレーションで用いたスペクトル密度関数の周波数の指数 (式. 15)
 m_0 : スペクトル密度関数の積分値 (式. 10)
 m_n : スペクトル密度関数の n 次の積率 (式. 20)
 n : 線型シミュレーションで用いたスペクトル密度関数の周波数の指数 (式. 15)
 n_1 : ある設定値に等しいか、これを超える振幅の数
 n_2 : 設定値を超えない振幅の数
 $N_+(R_c)$: 波の包絡波形が単位時間に基準レベル R_c を上向きに横切る回数
 p : ある設定値よりも大きな波高が出現する確率
 $p(R)$: 波の包絡波形の振幅 R の確率密度
 $p(\dot{R})$: 波の包絡波形の勾配 \dot{R} の確率密度
 $p(R, \dot{R})$: R と \dot{R} の結合確率密度
 $P(R_c)$: 波の包絡波形の振幅が基準レベル R_c を超える確率
 $P_*(H)$: 波高の分布関数または未超過確率
 $P_*(t_0)$: 波の包絡波形が基準レベル R_c を超えて継続する時間の分布関数または未超過確率
 $P_1(j)$: ある設定値を上回る波高の連の中で長さ j の連が出現する確率
 $P_2(j)$: ある設定値を上回る高波の繰り返し連の中で長さ j の連が出現する確率
 q : 波高がある設定値を超えない確率
 Q_p : スペクトルの尖鋭度を表わすパラメーター (式. 42)
 r : ある波形記録における超過および未超過の連の数の和
 R : 波の包絡波形の振幅 (式. 23)
 \dot{R} : 振幅 R の時間微分または包絡波形の勾配
 R_c : 波の連なりを定義するための包絡波形の振幅の基準レベル
 $S(t)$: 周波数スペクトルまたはスペクトル密度関数
 t : 時間
 \bar{T} : 波の平均周期
 T_p : スペクトルのピークの周波数の逆数
 Δt : 波形のサンプリング周期
 ε : スペクトル幅パラメーター
 ε_n : 不規則波形の成分波の位相角
 η : 平均水位からの波による水面上昇量
 μ_r : ある波形記録における超過および未超過の連の総数の期待値 (式. 13)
 μ_2 : 平均周波数に対するスペクトルの 2 次積率 (式. 31)
 $\sigma(j_1)$: ある設定値を上回る波高の連の長さの標準偏差
 $\sigma(j_2)$: ある設定値を上回る高波の繰り返し連の長さの標準偏差
 σ_r : ある波形記録における超過および未超過の連の総数の標準偏差値 (式. 14)
 $\tau_1(R_c)$: 波の包絡波形が基準レベル R_c を超えて継続する時間の平均値
 $\tau_2(R_c)$: 波の包絡波形が基準レベル R_c を超える高波の繰り返し連の時間の平均値
 ϕ : 波の包絡波形の位相角