

運輸省港湾技術研究所

港湾技術研究所 報告

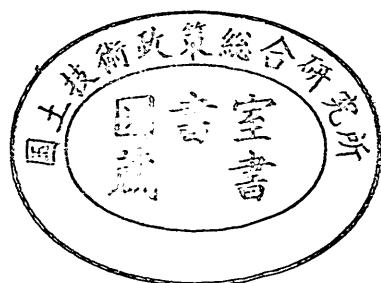
REPORT OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH
INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT

VOL. 15

NO. 2

JUNE 1976

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



港湾技術研究所報告 (REPORT OF P.H.R.I.)

第15巻 第2号 (Vol. 15, No. 2), 1976年6月 (June 1976)

目 次 (CONTENTS)

1. Theory of transient fluid waves in a vibrated storage tank
..... Tomotsuka TAKAYAMA..... 3
(振動外力を受けるタンク内発生波の非定常解について.....高山 知司)
2. 防波堤隅角部付近の波高分布に関する研究 小舟浩治・大里睦男.....55
(A study of wave height distribution along a breakwater with a corner
..... Koji KOBUNE, Mutsuo OSATO)
3. 阿賀野川河口近傍海岸の海底地形変化について (1962年~1973年)
..... 田中則男・加藤一正・柳島慎.....89
(Changes of sea-bed topography at the coast near Agano River (1963~1973)
..... Norio TANAKA, Kazumasa KATO, Shin-ichi YANAGISHIMA)
4. 波浪中の直立円柱浮体に働く流体力とその運動
..... 合田良実・鈴木康正・笹田 正..... 167
(Movements of a floating vertical circular cylinder in waves and associated
forces..... Yoshimi GODA, Yasumasa SUZUKI, Tadashi SASADA)
5. 大阪湾の潮流と物質拡散に関する模型実験 (第2報)
——主要汚染源の湾内汚染に与える影響——
..... 金子安雄・堀江 毅・村上和男・亀山 豊・入尾野幸雄..... 211
(Model experiment on tidal current and substance diffusion in Osaka Bay (2nd
Report)—Influence of main sources on the water contamination of the Osaka
Bay Yasuo KANEKO,
Takeshi HORIE, Kazuo MURAKAMI, Yutaka KAMEYAMA, Sachio IRIONO)
6. 潮流計算における境界等の取扱い——特にADI法による検討——
..... 堀江 毅・金子安雄・村上和男・細川恭文・亀山 豊..... 251
(Boundary treatments of tidal simulation—Investigation by alternating direction
implicit method——.....Takeshi HORIE, Yasuo KANEKO, Kazuo MURAKAMI,
Yasushi HOSOKAWA, Yutaka KAMEYAMA)
7. 強震記録の上下動成分の解析と重力式岸壁の安定に関する事例研究
..... 上部達生・野田節男・倉田栄..... 289
(Characteristics of vertical components of strong-motion accelerograms and
effects of vertical ground motion on stability of gravity type quay walls.....
.....Tatsuo UWABE, Setsuo NODA, Eiichi KURATA)

4. 波浪中の直立円柱浮体に働く 流体力とその運動

合田良実*・鈴木康正**・笹田 正***

要 旨

波浪中の浮遊式海洋構造物の運動解析の一つとして直立円柱浮体を取り上げ、理論計算および模型実験によって、固定時の波力および自由浮体の運動について検討した。計算法としては、井島による線形ポテンシャル理論の厳密解法、減衰的定常波に相当する項を省略した伊藤による近似解法、および実験的に求めた流体力係数を用いたストリップ法の3種類について検討した。実験は水深40cmにおける、直径10cmおよび20cmの5種類の模型について波力、上下揺、左右揺および漂流を測定した。各理論計算値と実験値を比較した結果、次のような結論を得た。

- (1) 線形ポテンシャル理論の厳密解法は、波高および浮体の運動が小さいときは波力と運動を精度よく計算できる。ただし、浮体の運動が大きくなると、非線形減衰項を考慮していないために運動を過大に評価する。
- (2) ポテンシャル理論の近似解法は、浮体の形状によってかなり精度が異なるので、その一般的適用性には問題が残されている。
- (3) ストリップ法は、計算に用いる流体力係数が正確に求められる場合にはかなりの精度が期待でき、複雑な形状の浮体の計算にも応用しやすい計算法である。

また、浮体の運動の中で注意すべきものは漂流現象であり、実験では漂流速度が水粒子速度の80%以上に達する場合が認められる。漂流力については、波と浮体動揺の非線形効果による時間的に変化しない力として計算し、これと漂流速度の2乗に比例する抵抗力がつり合っているものとして、漂流速度を計算した。この結果を実験値と比較した結果、抵抗力の比例定数が直径10cmの円柱浮体では0.42、直径20cmの円柱浮体では2.24と求められた。

* 海洋水理部 波浪研究室長

** 海洋水理部 波浪研究室

*** 前海洋水理部 波浪研究室

4. Movements of a Floating Vertical Circular Cylinder in Waves and Associated Forces

Yoshimi GODA*

Yasumasa SUZUKI**

Tadashi SASADA***

Synopsis

A floating vertical circular cylinder in regular waves is dealt with as a model of analysis of the behaviour of floating offshore structures. Wave forces on a fixed cylinder and movements of a freely floating one in regular waves are calculated by three methods: the strict method by Ijima based on linear potential theory, the approximate method by Ito which neglects the terms of infinite series corresponding to the exponentially diminishing stationary waves, and the strip method with hydrodynamic coefficients obtained from model experiments. The results of three methods are compared with the data of measurements of wave forces, heaving, swaying, and drifting for five models with the diameters of 10 cm and 20 cm in the water of 40 cm deep. The comparison has yielded the following conclusions.

- (1) When the wave height and movements are small, the wave forces and movements are calculated fairly exactly by the strict theory. But when the movements become large, the method based on linear theory overestimates the movements owing to the absence of nonlinear damping term.
- (2) The accuracy of the approximate method depends on the geometry of floating cylinder in relation to wave characteristics, and thus the application of this method to general situations should be restrained.
- (3) The strip method provides fairly exact results if the hydrodynamic coefficients are accurately estimated, and it is applicable to the cases of structures of complicated geometry.

Among the movements of floating cylinder, drifting is an interesting one. Experiments have shown that the drifting velocity may exceed 80% of the maximum horizontal orbital velocity. The drifting velocity has been calculated by consideration of the nonlinear effects between the wave pressure and the movements of the floating body. The drifting velocity is estimated from the drifting force by the assumption that it is balanced with hydrodynamic resistance force in proportion to the square of drifting velocity. The coefficients of the resistance force is determined as 0.42 and 2.24 for the cylinders, with the diameters of 10 cm and 20 cm respectively, by the comparison of the estimated and measured drifting velocities.

* Chief of the Wave Laboratory, Marine Hydrodynamics Division

** Member of the Wave Laboratory, Marine Hydrodynamics Division

*** Formely, Member of the Wave Laboratory, Marine Hydrodynamics Division

目 次

要 旨	167
1. 序 論	171
2. 直立円柱浮体に働く流体力およびその運動の計算法の概略	171
2.1 概 説	171
2.2 運動方程式	173
3. 流体力の計算法	175
3.1 井島によるポテンシャル理論の厳密解法	176
3.2 伊藤によるポテンシャル理論の近似解法	177
3.3 ストリップ法による計算法	178
3.4 非線形抵抗力の計算法	180
3.5 漂流力の計算法	181
4. 浮体の運動の計算法	182
4.1 井島によるポテンシャル理論の厳密解法	182
4.2 伊藤によるポテンシャル理論の近似解法	182
4.3 ストリップ法による計算法	183
4.4 漂流速度の計算法	183
5. 実験装置および実験方法	185
5.1 実験装置	185
5.2 実験方法	186
6. 実験および計算結果と考察	187
6.1 固定円柱浮体に働く波力	187
6.2 自由円柱浮体の運動	191
7. 結 論	201
参考文献	202
記号一覧表	203
付 録	206
A-1 井島法による固定円柱浮体に働く波力の計算式	206
A-2 井島法による造波抵抗の計算式	207
A-3 井島法による円柱浮体の運動の計算式	209

1. 序 論

ジャーナリズムにおける海洋開発のブームは去り、現在では北海における海底油田開発、世界各地の海上空港建設計画およびその実施などにみられるように、すでに現実的な問題となってきた。日本においても、先に行なわれた沖繩海洋博などさまざまな試みや可能性の追求がなされている。

海洋開発は、海洋構造物の建設から始まる。海洋構造物には大きく分けて(i)着底式(海底に固定されたもので埋立ても含む)(ii)半着底式(海底に固定したり移動したりできるもの)(iii)浮遊式(まったくの自由浮体かロープ等によって固定されているもの)の3種類がある。これらの方式にはそれぞれメリット、デメリットがあり、実際の建設にあたっては、それらを考慮してどの方式を採用するかが決定されている。本報告は、このうちの浮遊式構造物について述べたものである。

浮遊式構造物の場合には、一般の海洋構造物の場合と同様にそれに働く流体力(波力・潮流力)が問題になると同時に、風・波・潮流による運動特性の解明が非常に重要となる。そこで本報告では、まず解析および実験が比較的容易な直立円柱を例にとり、規則波が来襲したときにそれに作用する波力およびその運動の計算法について述べ、実験結果と計算結果とを比較して各種の計算法の精度およびその適用性を検討する。

直立円柱浮体に働く波力とその運動の計算法としては、井島によるポテンシャル理論の厳密解¹⁾、伊藤によるポテンシャル理論の近似解²⁾およびストリップ法³⁾の3種類の方法を用いた。これらの方法は、それぞれ次のような特徴を持っている。まず、井島法はまったくの理論計算であり、精度は高いが計算に時間を要すると考えられる。これに対して伊藤法は、井島法の級数項の一部を省略したもので、精度はやや劣るけれども計算時間を大幅に短縮できる計算法である。またストリップ法は、3次元物体を切断して2次元的に扱う近似計算法であり、複雑な形状の物体の計算を行なう場合に比較的便利な方法である。これらの諸方法の比較検討は、実用上からも興味ある問題である。

次に、浮遊式構造物に関して、今なお十分には解決されていない技術的問題点としては、

- (i) 係留に関する問題
- (ii) 漂流力および漂流速度の計算法
- (iii) 非線形減衰力(浮体と水粒子の相対速度の2乗に比例する抵抗力)の評価に関する問題

(iv) 模型と現地構造物の対応

などを挙げるができる。このうち(i)と(iv)については次の機会に譲ることとし、本報告では(ii)と(iii)について検討した。漂流力および漂流速度の計算法は、今までいくつかの方式が提案されているが^{4)~9)}、まだ確立されたものはないようである。そこで、円柱浮体の運動を波との非線形効果を考慮することによって漂流力を計算し、漂流現象について考察を加えた。一方、非線形減衰力は線形化して計算することもできるが、その係数としてどのような値をとるべきかまだはっきりわかっていないため、計算上ではほとんど無視しているのが現状である。本報告では、非線形減衰力をまったく考慮していない計算値と実験値を比較し、非線形減衰力の影響度を調べた。

2. 直立円柱浮体に働く流体力およびその運動の計算法の概略

2.1 概 説

円柱状浮体に限らず定常振動をする物体に作用する流体力あるいはその運動は、境界値問題を解くことによって求めることができる。一般に、波高および物体の運動振幅は微小とし、また流体は非粘性・非圧縮の完全流体であるという仮定のもとに、問題は次のように整理される。

支配方程式: Laplace の方程式

境界条件: (i) 自由表面条件

(ii) 水底条件

(iii) 物体表面条件

(iv) 無限遠での拡散条件(Sommerfeld の拡散条件)

(v) 流体の境界面における連続条件

すなわち、流体の速度ポテンシャルあるいは流れ関数を、(i)~(v)の境界条件を満足する Laplace の方程式の解として求め、それを用いて物体に働く流体力およびその運動を計算するわけである。

この種の境界値問題の解法について、現在までさまざまな方式がとられてきたが、それらを大きく分けると次の4種類になる¹⁰⁾。

(1) 特異点分布法^{11)~14)}

この方法は、物体表面に吹出しあるいは2重吹出しを分布させ、それらの和として解を表わす。次に、それが境界条件を満足するための積分方程式を導き、それを解くことによって速度ポテンシャルあるいは流れ関数を求めるもので、Green の公式に基づいている。

(2) 原点に多重特異点をおく方法^{15)~19)}

原点の吹出しまたは2重吹出しによるポテンシャルと波なしポテンシャルの和として速度ポテンシャルを求める方法で、UrSELLの解が最も一般的である。ただし、物体の断面が円でなくなるとUrSELLの解の級数が収束しにくくなるので、これを防ぐために田才は、写像変換を用いてもとの物体を円断面に変換する方法を示した。

(3) 領域分割法^{20)~26)}

この解法では流体域を内域(物体下部の領域)と外域(物体の外側の領域)に分け、各領域の速度ポテンシャルをそれぞれ独立に、適当な級数で表示する。そして級数の未知係数を、境界条件および内域と外域との間の速度と圧力の連続条件を満足するように決定する。解の接続の仕方では種々の方法があり、本報告で用いた井島法および伊藤法もこの領域分割法の一つである。

(4) 変分法による方法^{27)~31)}

直接微分方程式を解くかわりに、これと等価な変分原理を求め、その汎関数の停留値を与える許容関数から解を求める方法である。(1)~(3)の方法では、速度ポテンシャルあるいは流れ関数の各項の係数を決めるために、多数の連立方程式を解く必要があるが、この方法ではその必要がなく、実用上は最も簡単である。しかし、運動の詳細、特に物体近傍の現象は近似的にしかわからないという難点がある。また、流体域全体に変分原理を応用したのが有限要素法である^{32)~39)}。この方法によれば、複雑な形状の物体の造波問題も解くことが可能である。

本報告で用いた井島による方法¹⁾は、前にも述べたように領域分割法の一つであり、次のような仮定のもとに計算を行なっている。

- i) 非粘性・非圧縮性完全流体
- ii) 微小振幅波
- iii) 水深は有限で一定
- iv) 運動は微小で、原点を中心として往復運動をし、重心を中心回転運動をする。

まず、外域については、水面と水底の境界条件を満足するLaplaceの方程式の解として、適当な級数によって速度ポテンシャルを求める。また内域については、水底および物体の底面における運動学的境界条件を満足する速度ポテンシャルを求める。次に、級数の未知係数を、浮体側面の運動学的境界条件および内域と外域との間の速度と圧力の連続条件によって決定する。この井島法は、水面および水底の境界条件を満足する速度ポテンシャルの一般解が、直交関数系によって展開される場合に限るが、それが求められればあとは機械的に計算を進め

ることができる。また、物体表面の運動学的境界条件をさまざまに変えることによって、規則波中の浮体の運動、固定物体に作用する波力および造波抵抗等を計算することができる。

伊藤による近似解²⁾は、井島法と同様の解法であるが、減衰的定常波に相当する無限級数部分を省略したものである。したがって計算の精度は当然おちるが、計算時間を大幅に減少させることができ、波および物体の諸元が結果に与える影響を容易に把握できるという利点を持っている。

この他に、主として船舶工学の分野で船体に働く流体力およびその運動を計算する場合に用いられている手法にストリップ法と呼ばれるものがある。この方法は、Munkが飛行船に働く力とモーメントの計算に用いた理論⁴⁰⁾を、1955年および1957年にKorvin-Kroukovskyが規則波中の船の計算に応用した、いわゆる「ストリップ理論」に基づいている。本来のストリップ理論は、縦波(迎波および追波)中の船の、上下揺(heaving)および縦揺(pitching)の解法を示したものであったが、現在では斜波中の船にまで拡張され適用されており、実用に差支えない程度に有効であると考えられている。ただし斜波中の船の横揺(rolling)、左右揺(swaying)、船首揺(yawing)およびそれらの運動に関連した波力の、ストリップ理論による計算値は、上下揺、縦揺の場合ほどには良好な結果を与えないといわれている。

この理論は、次のような仮定を設けている。

- i) 船体は十分細長い。
- ii) 船体運動によって生じた波の波長は、船長および入射波の波長に比べて十分短い。
- iii) 船体に作用する流体力学的圧力は、上下揺の変位には無関係である。
- iv) 船体の任意の断面の速度ポテンシャルは、線形自由表面条件を満足する二次元解を用いる。
- v) 圧力・力などは、Bernoulliの方程式の中の粒子速度の2乗のオーダーのものをすべて無視して求める。

以上のような仮定のもとに、船体を船軸に直角な鉛直断面によって、厚さ dx の薄い矩形板に分け、各部に働く鉛直方向の周期的変動力 dF を求める。この鉛直方向の力を船の全長にわたって積分し、またこの鉛直方向の力の船の重心に関するモーメントを船の全長にわたって積分すれば、船体に働く合力を計算することができる。したがって、上下揺変位を z_0 、縦揺変位を θ とすれば、上下揺、縦揺の運動方程式は次のようになる。

波浪中の直立円柱浮体に働く流体力とその運動

$$M\ddot{z}_0 = \int \frac{dF}{dx} dx \quad (1)$$

$$I\ddot{\theta} = \int \frac{dF}{dx} (x-x_0) dx \quad (2)$$

ここで、 M : 船の質量

I : 船体の重心を通り船軸に直角な軸のまわりの慣性能率

x_0 : 重心の座標

これらの運動方程式を解いて、上下揺および縦揺の変位を求めるわけである。

以上述べたことからわかるように、ストリップ理論はもともと3次元的存在である船体運動を、二次元線形理論で解いているので、三次元流体理論の立場からみれば厳密ではない。しかしこの計算法による結果は模型実験結果とよく合ひ、その有効性が確認されている。また、複雑な形状の浮体についての計算をするとき、浮体を切断して簡単な形をした要素に分け、各要素に作用する流体力をポテンシャル理論などから正確に計算し、これらを再び合成して浮体全体の流体力を求めるという計算法が考えられるが、これも一種のストリップ法であるといえる。

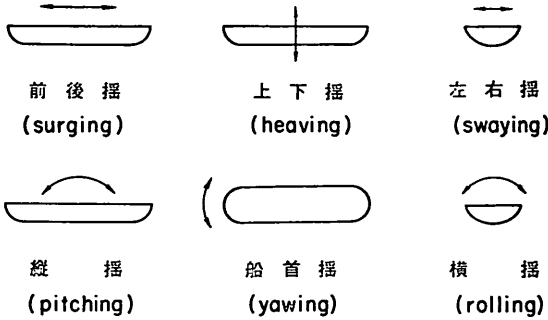


図-1 船体の運動形式

2.2 運動方程式

浮体の運動に対する運動方程式は、一般に次のように書ける。

$$M\ddot{x} = F_R + F_E + F_V + F_S \quad (3)$$

ここで M : 浮体の質量あるいは慣性能率

x : 浮体の変位 (水平・鉛直・回転変位を表わす)

F_R : 浮体が運動すると波を起すが、浮体はその反作用として力を受ける。これを造波抵抗 (radiation force) といい、浮体の速度および加速度と同位相の力、速度の2乗に比例する力に分けることができる。

F_E : 浮体が固定されているとしたときに作用する波力 (exciting force) で、波による強制外力である。

F_V : 粘性抵抗

F_S : 静水圧的復元力

次に式(3)の右辺の各流体力について述べる。まず、造波抵抗は、次のように表わすことができる。

$$F_R = -(c_1\dot{x} + c_2\ddot{x} + c_3|\dot{x}|) \quad (4)$$

右辺の第一項は付加慣性力、第二項は線形減衰力、第三項は非線形減衰力と呼ばれる。また、比例係数 c_1 , c_2 を浮体の質量で割ったものをそれぞれ付加慣性力 (または付加質量) 係数および減衰力係数 (水平および上下方向の運動の場合)、また慣性能率で割ったものをそれぞれ付加慣性能率係数および減衰モーメント係数 (回転運動の場合) と呼んでいる。

次に、波浪強制外力も次のように分けられる。

$$F_E = F_F + F_D \quad (5)$$

ここで F_F : 浮体によって乱されない入射波の場における圧力の、浮体の全没水表面における積分値 (船舶工学では“Froude-Kriloffの力”と呼んでいる)。この力は後に示すように、水粒子加速度と同位相である。

F_D : 浮体によって入射波が散乱されるために浮体に働く力で、diffraction wave force あるいは scattered wave force と呼ばれる。この力は、さらに水粒子速度および加速度に比例する力 F_{D1} , F_{D2} に分けられる。

いま固定された物体が存在する流体場に波が入射してくると、入射波は固定物体によって散乱される。その結果流体場の速度ポテンシャル Φ_E は、入射波と散乱波の速度ポテンシャル Φ_I , Φ_D の和になる。

$$\Phi_E = \Phi_I + \Phi_D \quad (6)$$

したがって、 Φ_I による流体圧力を物体の没水表面で積分した力が F_F 、 Φ_D による力が F_D に対応している。

粘性抵抗 F_V は抗力とも呼ばれ、一般に次式で表わされる。

$$F_V = -c_4 u |u| \quad (7)$$

ここで c_4 : 比例定数 ($= \frac{1}{2} \rho C_D A$)

u : 水粒子速度

C_D : 抗力係数

ρ : 流体密度

A : 考えている方向の物体の断面積

抗力係数 C_D は物体の形により異なるが、定まった形の物体では流体の Reynolds 数の関数として表わされる。

式(3)中の静水圧的復元力 F_s は、浮体の変位に比例した力で、比例定数を c_s とおけば

$$F_s = -c_s x \quad (8)$$

となる。この静水圧的復元力は、上下揺および回転揺の場合にのみ存在し、水平揺では 0 となる。

これらの式を用いて式(3)を書きなおすと、次のようになる。

$$(M+c_1)\ddot{x}+c_2\dot{x}+c_3x|\dot{x}|+c_4u|u|+c_5x = F_F+F_D \quad (9)$$

後で造波抵抗の項で詳しく述べるように、浮体が水平運動を行なうと水平方向の流体による抵抗力と重心まわりの抵抗力が働き、また回転運動をすると抵抗モーメントの他に水平力が作用する。すなわち、前後揺 (surging) と縦揺 (pitching), 左右揺 (swaying) と横揺 (rolling) は連成する。したがってこれらの運動に対する運動方程式には、式(9)の各項の他に連成項が入ってくるので注意する必要がある。

自由浮体は波浪中において、図-1 に示したような 6 種類の往復運動の他に漂流運動をする。規則的な波浪中での漂流は、浮体の運動が定常状態に達したのちは、等速度となる。したがって、浮体には時間とともに変動する周期的な流体力のほかに、時間的に変化しない漂流力が働いていることになる。線形理論ではこの漂流力は計算できない。しかし、水面変動および浮体の変位を考慮して計算を行えば、それらの非線形項として漂流力を求めることができる。これについては、3.5 で詳しく述べる。

次に、式(9)の各項の計算法について概要を述べる。

(1) 浮体の形状が簡単で、速度ポテンシャルが容易に求められる場合

まず式(9)の右辺の波浪強制力は前にも述べたように、入射波と散乱波の速度ポテンシャルが求まれば、次式で表わされる圧力を浮体の全没水表面で積分することによって計算できる。

$$p = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} - \rho g z \quad (10)$$

ここで g : 重力加速度

z : 鉛直座標

次に造波抵抗は、いま求めようとしている運動と同じ方向に強制振動させると浮体の周囲に波が発生するが、そのときの流体の速度ポテンシャルが求まれば、やはり式(10)を用いて計算することができる。このうち、浮体の加速度と同位相の力が式(9)の $c_1\ddot{x}$ であり、速度と同位相

の力が $c_2\dot{x}$ である。速度ポテンシャルは、振動の周期に関係するので、 c_1, c_2 は運動周期の関数となる。また、水平振動あるいは回転振動させると水平力と回転モーメントが働き、連成項を計算することができる。

最後に、式(9)の非線形項のうち粘性抵抗はポテンシャル理論では当然無視し、また線形ポテンシャル理論では非線形減衰力も無視している。しかし波高と直径の比が大きい場合、あるいは運動の共振点付近のように振幅が大きくなると、非線形項が大きく影響してくる。非線形減衰力は、造波抵抗を計算するときに浮体の変位を考慮すれば求めることができるが、そのような非線形性を含む速度ポテンシャルを求めること自体が困難であり、まだ計算例はないようである。

(2) 複雑な形状を持つ浮体の場合

最近では Green 関数を用いてかなり複雑な形状のものについても解析解が得られている^{(14)~(26)}。しかしその計算法は複雑でなかなか容易には計算できない。またどうしても理論的には解けない形状のものもあるので、式(9)の流体係数を実験的に決定するなど、何らかの手法を用いる必要がある。このような場合には、一般に次のような近似が採用される。

- (i) c_1, c_2 は波の周期に無関係である。
- (ii) F_D のうち水粒子速度に比例する力 F_{D1} は、水粒子加速度に比例する力 F_{D2} および F_F に比べて非常に小さい。
- (iii) 非線形項 $c_3x|\dot{x}|+c_4u|u|$ は無視できるか、あるいは線形化する。

このようにすると、式(9)は次のように単純化される。

$$(M+c_1)\ddot{x}+c_2\dot{x}+c_5x = F_F+F_{D2} \quad (11)$$

右辺の F_F は、入射波の速度ポテンシャルが容易に求まるのでそれを用いて計算でき、また F_{D2} は散乱波の速度ポテンシャルが求まらなくとも、近似的には水粒子加速度を用い、比例定数を c_1 と等しくとることによって計算することができる。ただし、仮定 ii) のもとに F_{D1} が無視できるのは浮体の運動が小さいうちだけであり、浮体の運動が大きくなると F_{D1} は F_{D2} および F_F と同程度の値を持つようになる。また、静水圧的復元力の係数 c_5 は、計算あるいは実験によって容易に求まる。したがって問題となるのは付加質量および減衰力の係数 c_1, c_2 の決定法である。このうち c_1 はある程度計算で求めることができるが、ここでは c_1 と c_2 を実験的に決めるための手法を示す。

いま $m_1 = M+c_1$, $F_F+F_{D2} = F_0 \sin(\omega t + \epsilon_1)$ とおくと、式(11)は、

波浪中の直立円柱浮体に働く流体力とその運動

$$m_1 \ddot{x} + c_2 \dot{x} + c_3 x = F_0 \sin(\sigma t + \varepsilon_1) \quad (12)$$

となる。この微分方程式の一般解は、次のように与えられる。

$$x = F_1 \exp[-(c_2/2m_1)t] \cos\left(\sqrt{\frac{c_3}{m_1} - \frac{c_2^2}{4m_1^2}} t + \varepsilon_2\right) - F_2 \sin(\sigma t - \varepsilon_1 - \varepsilon_3) \quad (13)$$

ここで

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$: 位相

F_1 : 減衰振動の振幅

F_2 : 定常振動の振幅

$$F_2 = \frac{F_0}{\sqrt{(c_3 - m_1 \sigma^2)^2 + c_2^2 \sigma^2}}$$

$$\tan \varepsilon_3 = \frac{c_2 \sigma}{c_3 - m_1 \sigma^2}$$

式(13)の第1項、第2項は、それぞれ減衰振動および定常振動を表わしている。浮体の運動の場合には一般に第1項は急激に減衰し、波が来襲しはじめてからある時間がすぎると、浮体は定常振動だけを行なうものとみなすことができる。浮体の固有周期 T_0 は、定常振動の振幅 F_2 が最大になるとき、すなわち F_2 の計算式の分母が最小になる周期であり、

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{c_3}} \quad (14)$$

となる。また、自由減衰振動させたときの周期 T_1 および減衰定数 β は式(13)の第1項から次のようになる。

$$T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{c_3}{m_1} - \frac{c_2^2}{4m_1^2}}} \quad (15)$$

$$\beta = \frac{c_2}{2\sqrt{m_1 c_3}} \quad (16)$$

いま浮体の自由減衰振動記録をとると、一般に図-2のようになる。これから振幅 a_n を読みとり、片対数グラフ用紙に、 a_n を対数目盛、 n を普通目盛にとってプロットすると、図-3のようにある直線上に並ぶ。この直線の延長が a_n 軸および n 軸と交わる点をそれぞれ a_0, N とすれば、減衰定数 β は次式によって計算される。

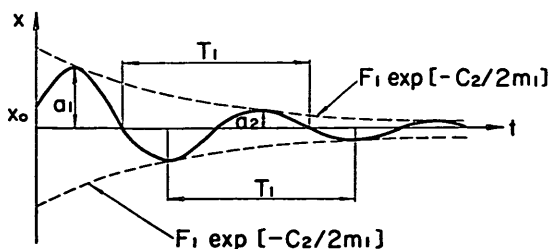


図-2 浮体の自由減衰振動記録例

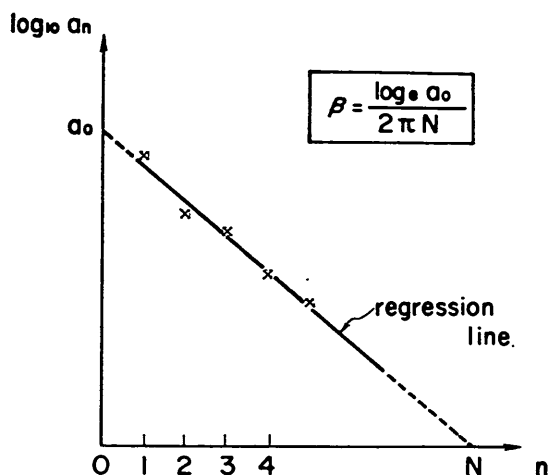


図-3 減衰定数の求め方

$$\beta = \frac{\log_{10} a_0}{2\pi N} \quad (17)$$

ここで、 $\beta \ll 1$ のときは、式(14)~(16)からわかるように $T_0 \approx T_1$ とみなすことができる。水中での浮体の運動では一般に $\beta \ll 1$ となるので、図-2の記録から T_1 を読みとり、 $T_0 \approx T_1$ とすればよい。また、前にも述べたように c_3 は既知であるから、式(14)から m_1 がわかり ($c_1 = m_1 - M$)、式(16)から c_2 を求めることができる。ただし自由浮体は水平方向には自由減衰振動をしないので、以上に述べたような方法では係数を決定することができない。そこで、適当な仮定を設けて計算によって係数を求める必要があるが、自由浮体の水平運動には共振点が存在しないということから、水平運動に対する減衰力の係数 c_2 は0とおくことができる。

以上のようにして各流体力係数および波浪強制力が求まれば、式(11)を解いて浮体の運動を計算することができる。今回用いた円柱模型では解析解が求まっているので、上に述べたような方法をとる必要はないが、複雑な形状の浮体に作用する流体力および運動を計算する場合の例として、実験的に求めた流体力係数を用いて、ストリップ法によって流体力を計算する方法を3.3で、また運動の計算法を4.3で示した。

3. 流体力の計算法

この章においては、固定円柱浮体に働く波力、造波抵抗および静水圧的復元力の計算法について述べる。いま図-4のような座標系をとり、円周波数 σ を持つ入射波が、 x 軸の正方向から進行してくるものとする。したがって波力は、 x 軸方向と z 軸方向の力および xz 平面に

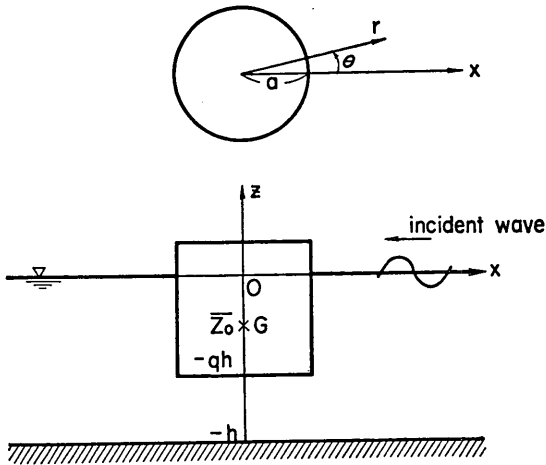


図-4 座 標 系

直角な軸のまわりのモーメントのみが働き、その他の力は0となる。また、浮体が横波を受けている状態を考えれば、運動の種類としては、左右揺 (swaying), 上下揺 (heaving), 横揺 (rolling) だけを考えればよい。

3.1 井島によるポテンシャル理論の厳密解法

井島による方法は、2.1の概説に示した仮定を設けているので、速度ポテンシャル $\Phi(x, y, z; t)$ が存在し、次の Laplace の方程式を満足する。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (18)$$

いま円柱についての計算が容易なように円筒座標を用い、 $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ とおけば、式(18)は次のように書き換えられる。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (19)$$

ここで、流体域を円柱の外側 ($r \geq a$) の領域と円柱の下側の領域 ($r < a$) に分け、各領域の速度ポテンシャルを $\Phi_1(r, \theta, z; t)$, $\Phi_2(r, \theta, z; t)$ で表わすことにする。これらの速度ポテンシャルもやはり式(19)を満足している。

次に各境界条件は、水面および水底における条件としては水深を h として、

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial z} = \frac{\sigma^2}{g} \Phi_1 \quad (z=0) \quad (20)$$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial z} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} = 0 \quad (z=-h) \quad (21)$$

が成立していなければならない。さらに、浮体の運動状況に応じて、円柱浮体の没水表面における運動学的境界条件、すなわち、浮体表面において水粒子速度と浮体の

速度が等しいという条件が満足される必要がある。

また、流体域の分割面 $r=a$ では、内域と外域との間で速度と圧力が連続しているという条件から次式が成立つ。

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial r} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial r}, \quad \Phi_1 = \Phi_2 \quad (r=a, -qh > z > -h) \quad (22)$$

ここで a : 円柱の半径

qh : 吃水

したがって、外域の速度ポテンシャルは、境界条件式(20), (21) および運動学的境界条件を満足する式(19)の解として与えられ、また内域の速度ポテンシャルは、境界条件式(21)および運動学的境界条件を満足する式(19)の解である。井島法においては、速度ポテンシャルの一般解は無級数を含む直交関数系によって表わされるが、各級数の未知係数は、式(22)の連続条件式によって決定される。

このようにして速度ポテンシャルが求まると、流体の変動圧力 p は、次式によって計算することができる。

$$p = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho g z \quad (23)$$

したがって円柱の側面と底面に作用する変動圧力をそれぞれ p_1 , p_2 とすれば、円柱に働く水平および鉛直波力 F_x , F_z , 重心まわりの回転モーメント M_T は次のようになる。

$$F_x = - \int_{-qh}^0 \int_{-\pi}^{\pi} a p_1 \cos \theta \, d\theta \, dz \quad (24)$$

$$F_z = \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^a p_2 r \, dr \, d\theta \quad (25)$$

$$M_T = \int_{-qh}^0 \int_{-\pi}^{\pi} a p_1 (z - z_0) \cos \theta \, d\theta \, dz + \int_0^a \int_{-\pi}^{\pi} p_2 r^2 \cos \theta \, d\theta \, dr \quad (26)$$

ここで z_0 : 時刻 t における重心の座標

各力の符号は、水平力は x 軸の正方向、鉛直力は z 軸の正方向、回転モーメントは反時計まわりを正としている。

次に個々の流体力の計算法について述べるが、ここでは概要だけにとどめ、具体的な式は付録にまとめたので、参照して頂きたい。

(1) 固定円柱浮体に作用する波力

浮体が固定されているとしたときの波力 F_E は、式(5)のように、入射波と散乱波による力に分けて、

$$F_E = F_F + F_D$$

とおくことができる。これらの力を計算するには、固定された円柱が存在する流体場における速度ポテンシャル Φ_E を求める必要がある。この場合には、円柱表面における運動学的境界条件は、表面の法線方向の水粒子速度

が0であるということから、次のようになる。

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial r} = 0 \quad (r=a, 0 > z > -qh) \quad (27)$$

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial z} = 0 \quad (r < a, z = -qh) \quad (28)$$

よって、速度ポテンシャルは境界条件式(27)~(28), (27)および(28)を満足する式(19)の解として求まる。したがって速度ポテンシャルの各項のうち、入射波および散乱波に対応する項を用いて式(27)~(28)から波力を計算すれば、 F_P および F_D が求められることになる。

(2) 造波抵抗

いま円柱浮体の運動としては、左右揺、上下揺および横揺だけを対象としているので、これらの方向に浮体を強制振動させて、そのときに浮体に作用する造波抵抗を計算する。この場合には入射波は考慮しない。

上に述べた3種類の振動に対する運動学的境界条件は、それぞれ次のようになる。

(i) 左右揺

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial r} = i\sigma \xi e^{i\sigma t} \cdot \cos\theta \quad (r=a, 0 > z > -qh) \quad (29)$$

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial z} = 0 \quad (r < a, z = -qh) \quad (30)$$

ここで ξ : 左右揺の複素振幅

(ii) 上下揺

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial r} = 0 \quad (r=a, 0 > z > -qh) \quad (31)$$

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial z} = i\sigma \eta e^{i\sigma t} \quad (r < a, z = -qh) \quad (32)$$

ここで η : 上下揺の複素振幅

(iii) 横揺

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial r} = i\sigma(\bar{z}_0 - z)\omega e^{i\sigma t} \cdot \cos\theta \quad (r=a, 0 > z > -qh) \quad (33)$$

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial z} = i\sigma\omega e^{i\sigma t} \cdot r\cos\theta \quad (r < a, z = -qh) \quad (34)$$

ここで \bar{z}_0 : 静水状態での重心の座標

ω : 横揺の複素振幅

これらの運動学的境界条件を満足する速度ポテンシャルを求めて、浮体に作用する流体力を計算すれば、各運動に対する造波抵抗が求まる。ただし、左右揺によって生ずる造波抵抗は水平力と回転モーメント、上下揺の造波抵抗は鉛直力、また横揺による造波抵抗は回転モーメントと水平力であり、この他の力は働かない。したがって、左右揺と横揺は連成していることになる。

このようにして造波抵抗が計算されれば、そのうち浮

体運動の加速度と同位相の力が付加慣性力であり、速度と同位相の力が減衰力となる。たとえば、浮体の運動および造波抵抗が、

$$x = a \cos \sigma t \quad (35)$$

$$F = P \cos \sigma t - Q \sin \sigma t \quad (36)$$

と表わせるものとすれば、 $\dot{x} = -a\sigma \sin \sigma t$, $\ddot{x} = -a\sigma^2 \cos \sigma t$ であるから、 $-P \cos \sigma t$ が付加慣性力、 $-Q \sin \sigma t$ が減衰力である。また、 P を $Ma\sigma^2$, Q を $Ma\sigma$ で割った値が、それぞれ付加質量係数および減衰力係数である。このことからわかるように、付加質量係数と減衰力係数はともに運動周期に依存している。

(3) 静水圧的復元力

まず浮体が水平方向に変位しても、静水圧的復元力は働かない。

次に鉛直方向に $\eta e^{i\sigma t}$ だけ変位したときの復元力 F_{zs} は、次式で表わされ、鉛直方向に働く。

$$F_{zs} = -\pi\rho g a^2 \eta e^{i\sigma t} \quad (37)$$

また、重心まわりに $\omega e^{i\sigma t}$ だけ回転したとすれば、復元モーメント M_{Ts} は次のようになる。

$$M_{Ts} = -\pi\rho g q h a^2 \overline{GM} \omega e^{i\sigma t} \quad (38)$$

ここで \overline{GM} : 円柱浮体の傾心高

$$\overline{GM} = \frac{a^2}{4qh} - \frac{qh}{2} - \bar{z}_0 \quad (39)$$

線形ポテンシャル理論では、式(9)の非線形力を考慮していないので、以上にあげた固定円柱浮体に働く波力、造波抵抗および静水圧的復元力が浮体に作用する流体力のすべてである。

3.2 伊藤によるポテンシャル理論の近似解法

この方法の考え方および手法は井島法と同じである。ただし、速度ポテンシャルの減衰の定常波に相当する無限級数部分を省略して計算を行なっている。

なお、井島法では物体の没水表面における運動学的境界条件式を Fourier-Bessel 展開しているが、この方法ではそのままの形で用いており、堀川ら⁴³⁾によれば、両者に対する計算結果に著しい差はない。

座標系および円柱の形状は図-4と同じである。解法の詳細は文献2)にゆずり、固定円柱に働く波力と造波抵抗を実際に計算するとき用いる式のみを記すと次のようになる。

(1) 固定円柱浮体に作用する波力

水平および鉛直合力 F_x , F_z , 重心まわりの回転モーメント M_T は次式の実部で表わされる。

$$F_x = \frac{4i\rho g q h \zeta_0 f_H}{k \{H_1^{(3)}(ka) - y_B H_3^{(3)}(ka)\}} e^{i\sigma t} \quad (40)$$

$$F_z = \frac{2\rho g a \zeta_0 f_B}{k H_1^{(2)}(ka)} e^{i\omega t} \quad (41)$$

$$M_{Tr} = \frac{4i\rho g q h a \zeta_0 f_M}{k \{H_1^{(2)}(ka) - y_B H_1^{(2)}(ka)\}} e^{i\omega t} \quad (42)$$

ここで、

$H_m^{(2)}$: m 次の第3種ベッセル関数 (第1種および第2種のベッセル関数を J_m , Y_m とすれば、 $H_m^{(2)} = J_m - iY_m$)

ζ_0 : 入射波の半振幅

k : 入射波の波数 (波長を L とすれば $k = 2\pi/L$)

$$f_B = \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \quad (43)$$

$$f_H = \frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0}{q \lambda_0 \cosh \lambda_0} \quad (44)$$

$$f_M = \frac{a}{4qh} f_B + \frac{1}{kaq \lambda_0 \cosh \lambda_0} \times \{-k\bar{z}_0 \sinh \lambda_0 + k(qh + \bar{z}_0) \sinh \bar{\lambda}_0 - \cosh \lambda_0 + \cosh \bar{\lambda}_0\} \quad (45)$$

$$y_B = \frac{g}{\sigma^2 a} \cdot \frac{\bar{\lambda}_0 f_B'}{N_0} \quad (46)$$

$$N_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_0}{\sinh 2\lambda_0} \right) \quad (47)$$

$$\lambda_0 = kh, \quad \bar{\lambda}_0 = \lambda_0 \bar{q}, \quad \bar{q} = 1 - q \quad (48)$$

また計算結果と実験結果を比較するために、固定円柱浮体に働く波力の測定をしているが、回転モーメントについては静水面からある高さ l_s の点のまわりの回転モーメントを測っている。そこで、その点の回転モーメントを計算すると次式のようになる。

$$M_p = -\frac{4i\rho g q h a \zeta_0 f'_M}{k \{H_1^{(2)}(ka) - y_B H_1^{(2)}(ka)\}} e^{i\omega t} \quad (49)$$

ここで、

$$f'_M = \frac{a}{4qh} f_B + \frac{1}{kaq \lambda_0 \cosh \lambda_0} \times \{-kl_s \sinh \lambda_0 + k(qh + l_s) \sinh \bar{\lambda}_0 - \cosh \lambda_0 + \cosh \bar{\lambda}_0\} \quad (50)$$

(2) 造波抵抗

(i) 左右揺

浮体が左右揺をすると、水平方向の造波抵抗 F_{zn} とともに造波抵抗モーメント M_{Trn} を受ける。いま左右揺の複素振幅を ξ とすれば、これらの造波抵抗は次式の実部となる。

$$F_{zn} = -\frac{\pi\rho g a q^2 h \lambda_0 f_H}{N_0} \times \frac{H_1^{(2)}(ka)}{H_1^{(2)}(ka) - y_B H_1^{(2)}(ka)} \xi e^{i\omega t} \quad (51)$$

$$M_{Trn} = \frac{\pi\rho g a^2 q^2 h \lambda_0 f_H f_M}{N_0}$$

$$\times \frac{H_1^{(2)}(ka)}{H_1^{(2)}(ka) - y_B H_1^{(2)}(ka)} \xi e^{i\omega t} \quad (52)$$

(ii) 上下揺

上下揺による造波抵抗は上下方向にだけ働く。複素振幅を η とすれば、造波抵抗 F_{zo} は次式の実部として求められる。

$$F_{zo} = \frac{\pi\rho a^2 \sigma^2}{\bar{q}h} \left\{ \frac{a^2}{8} + \frac{(\bar{q}h)^2}{3} \right\} \eta e^{i\omega t} - \frac{\pi\rho g k a^3 f_B}{2N_0} \frac{H_0^{(2)}(ka)}{H_0^{(2)}(ka)} \eta e^{i\omega t} \quad (53)$$

(iii) 横揺

横揺によって浮体には水平造波抵抗 F_{zr} と造波抵抗モーメント M_{Tr} が働き、横揺の複素振幅を ω とすればこれらは次式の実部となる。

$$F_{zr} = \frac{\pi\rho g a q^2 h \lambda_0 f_H f_M}{N_0} \times \frac{H_1^{(2)}(ka)}{H_1^{(2)}(ka) - y_B H_1^{(2)}(ka)} a \omega e^{i\omega t} \quad (54)$$

$$M_{Tr} = \frac{\pi\rho a^3 \sigma^2}{12\bar{q}h} \left\{ \frac{a^2}{8} + (\bar{q}h)^2 \right\} a \omega e^{i\omega t} - \frac{\pi\rho g a^2 q^2 h \lambda_0 f'_M}{N_0}$$

$$\times \frac{H_1^{(2)}(ka)}{H_1^{(2)}(ka) - y_B H_1^{(2)}(ka)} a \omega e^{i\omega t} \quad (55)$$

3.3 ストリップ法による計算法

2.2(2) で述べた複雑な形状を持つ浮体は一般に3次元元的であり、このような場合には3次元の物体を切断して2次元的に取扱うストリップ法を適用するのが便利である。そこでここでは、複雑な形状の浮体について、2.2(2) の近似計算法をとりながらかつストリップ法によって流体力を計算する方法について述べる。

ストリップ理論は、前にも述べたようにもともとは追波あるいは迎波中の船体の上下揺と縦揺を対象としたものであり、水平運動は考慮していない。したがって、切断は鉛直面によって行なっているが、ここでは水平方向の力も計算するために、水平面でも切断して考えることにする。

また、2.2(2) で設けた仮定 i)~iii) の他に、さらに次の2つの仮定をすることにする。

iv) 円柱の直径は波の波長に比べて非常に小さい。

v) 自由表面の影響は無視できる。

(2) 固定円柱浮体に働く波力

2.2(2) の仮定 ii) から、ここでは入射波による波力 F_F と水粒子加速度に比例した波力 F_{Ds} を計算すればよいことになる。したがって計算に必要なのは入射波の変動圧力および水粒子加速度である。円柱浮体を鉛直面お

波浪中の直立円柱浮体に働く流体力とその運動

よび水平面で切って波力を求める場合に便利のように、これらを直交座標系および円筒座標系で表わすと次のようになる。まず入射波による変動圧力は、

$$p = \rho g \zeta_0 \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh \lambda_0} e^{i(kz+\omega t)} \quad (56)$$

$$= \rho g \zeta_0 \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh \lambda_0} \times \sum_{m=0}^{\infty} i^m \varepsilon_m J_m(kr) \cos m\theta \cdot e^{i\omega t} \quad (56')$$

ここで $\varepsilon_0=1$, $\varepsilon_m=2$ ($m \neq 0$)

と表わすことができる。また、水粒子加速度としては近似的に入射波によるものを用いることにすれば、次式によって計算することができる。

$$\dot{u} = -i \zeta_0 \sigma^2 \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh \lambda_0} e^{i(kz+\omega t)} \quad (57)$$

$$= -i \zeta_0 \sigma^2 \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh \lambda_0} \times \sum_{m=0}^{\infty} i^m \varepsilon_m J_m(kr) \cos m\theta \cdot e^{i\omega t} \quad (57')$$

$$\dot{w} = -\zeta_0 \sigma^2 \frac{\sinh k(z+h)}{\sinh \lambda_0} e^{i(kz+\omega t)} \quad (58)$$

$$= -\zeta_0 \sigma^2 \frac{\sinh k(z+h)}{\sinh \lambda_0} \times \sum_{m=0}^{\infty} i^m \varepsilon_m J_m(kr) \cos m\theta \cdot e^{i\omega t} \quad (58')$$

ここで \dot{u} : 水平方向の水粒子加速度

\dot{w} : 鉛直方向の水粒子加速度

(a) 水平方向に働く波力

円柱を水平面で切断し、厚さ dz の円板に分ける。深さ z にある円板に働く入射波の変動圧力による x 方向の力 dF_{Fz} は、式 56' から

$$dF_{Fz} = -\rho g \zeta_0 \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh \lambda_0} dz \times \int_0^{2\pi} i^m \varepsilon_m J_m(ka) \cos m\theta \cdot e^{i\omega t} \cos \theta \cdot a d\theta \quad (59)$$

となる。したがって入射波による波力 F_{Fz} は、次式によって計算できる。

$$F_{Fz} = \int_{-qa}^0 \frac{dF_{Fz}}{dz} dz = -2i\pi\rho g a \zeta_0 J_1(ka) \frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0}{k \cosh \lambda_0} e^{i\omega t} \quad (60)$$

一方、水粒子加速度に比例した波力を求めるときの比例定数は c_{1z} にとればよいが、2.2(2)でも述べたように水平方向の c_{1z} は実験的に求めることができない。しかし、仮定 i), iv) および v) から、厚さ dz の円板の付加質量は $\pi\rho a^2 dz$ とおくことができるので、これを用い

て計算することにする。すなわち、深さ z にある円板に働く水粒子加速度に比例した力 $d(F_{Dz})_z$ は、式 57' から、

$$d(F_{Dz})_z = -\frac{1}{2} i \rho a^2 \zeta_0 \sigma^2 \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh \lambda_0} \times \int_0^{2\pi} i^m \varepsilon_m J_m(ka) \cos m\theta \cdot e^{i\omega t} d\theta dz \quad (61)$$

となる。よって、水粒子加速度に比例した力は

$$(F_{Dz})_z = \int_{-qa}^0 \frac{d(F_{Dz})_z}{dz} dz = -i\pi\rho a^2 \zeta_0 \sigma^2 J_0(ka) \frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0}{k \sinh \lambda_0} e^{i\omega t} \quad (62)$$

と求められる。

結局、固定円柱浮体に働く水平方向の波力 F_z は、次式によって計算されることになる。

$$F_z = F_{Fz} + (F_{Dz})_z \quad (63)$$

(b) 鉛直方向に働く波力

この場合には鉛直面で浮体を切断し、厚さ dx の断片に分ける。原点から距離 x にある断片の底面に働く入射波の変動圧力による鉛直方向の力は、式 56 から次式のようになる。

$$dF_{Fz} = \rho g \zeta_0 \frac{\cosh \bar{\lambda}_0}{\cosh \lambda_0} e^{i(kz+\omega t)} \times 2\sqrt{a^2 - x^2} dx \quad (64)$$

したがって、これを $-a$ から a まで積分すれば、

$$F_{Fz} = 2\pi\rho g a \zeta_0 \frac{J_1(ka)}{k} \frac{\cosh \bar{\lambda}_0}{\cosh \lambda_0} e^{i\omega t} \quad (65)$$

となる。

また、水粒子加速度に比例した力を計算するときの比例係数は、2.2(2)で述べた方法によって実験的に求めた c_{1z} を使うことにする。式 58 から水粒子加速度に比例した力は、次式のようになる。

$$d(F_{Dz})_z = -\frac{c_{1z}}{\pi a^2} \zeta_0 \sigma^2 \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\sinh \lambda_0} e^{i(kz+\omega t)} \times 2\sqrt{a^2 - x^2} dx \quad (66)$$

よって

$$(F_{Dz})_z = \int_{-a}^a \frac{d(F_{Dz})_z}{dx} dx = -2c_{1z} \zeta_0 \sigma^2 \frac{J_1(ka)}{ka} \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\sinh \lambda_0} e^{i\omega t} \quad (67)$$

以上から、固定円柱浮体に働く鉛直方向の力 F_z は、

$$F_z = F_{Fz} + (F_{Dz})_z \quad (68)$$

によって計算される。

(c) 回転モーメント

浮体に働く重心のまわりの回転モーメントは、入射波の変動圧力によるものは式 56, 64, また水粒子加速度に比例した力によるものは式 61, 66 の各断面力の重心まわり

の回転モーメントを加え合わせれば求める。すなわち、

$$\begin{aligned} M_{TF} &= -\int_{-qh}^0 (z - \bar{z}_0) \frac{dF_{Fz}}{dz} dz + \int_{-a}^a x \frac{dF_{Fz}}{dx} dx \\ &= 2i\pi\rho g a^2 \zeta_0 \frac{J_1(ka)}{k^2 \cosh \lambda_0} \{k(qh + \bar{z}_0) \sinh \lambda_0 \\ &\quad - k\bar{z}_0 \sinh \lambda_0 + \cosh \lambda_0 - \cos \lambda_0\} e^{i\omega t} \\ &\quad + 2i\pi\rho g a^2 \zeta_0 J_2(ka) \frac{\cosh \lambda_0}{k \cosh \lambda_0} e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (69)$$

$$\begin{aligned} M_{TD2} &= -\int_{-qh}^0 (z - \bar{z}_0) \frac{d(F_{D2})_z}{dz} dz + \int_{-a}^a x \frac{d(F_{D2})_z}{dx} dx \\ &= i\pi\rho a^2 \zeta_0 \sigma^2 \frac{J_0(ka)}{k^2 \sinh \lambda_0} \{k(qh + \bar{z}_0) \sinh \lambda_0 \\ &\quad - k\bar{z}_0 \sinh \lambda_0 + \cosh \lambda_0 - \cosh \lambda_0\} e^{i\omega t} \\ &\quad - 2i c_{1z} \zeta_0 \sigma^2 J_2(ka) \frac{\sinh \lambda_0}{k \sinh \lambda_0} e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (70)$$

また静水面上 l_s の点のまわりの回転モーメントは、式(69), (70)で \bar{z}_0 を l_s でおきかえることによって計算することができる。

(2) 造波抵抗

(a) 左右揺

浮体が水平方向に $x_0 = \xi e^{i\omega t}$ で表わされる振動をするときは、

$$c_{1z} = \int_{-qh}^0 \pi\rho a^2 dz = \pi\rho a^2 qh \quad (71)$$

$$c_{2z} = 0 \quad (72)$$

であるから、水平方向の造波抵抗は次式のようになる。

$$F_{zx} = -\pi\rho a^2 qh \ddot{x}_0 \quad (73)$$

また造波抵抗モーメントは、次式によって求められる。

$$\begin{aligned} M_{Tx} &= \int_{-qh}^0 \pi\rho a^2 (z - \bar{z}_0) dz \cdot \ddot{x}_0 \\ &= -\frac{1}{2} \pi\rho a^2 qh (qh + 2\bar{z}_0) \ddot{x}_0 \end{aligned} \quad (74)$$

(b) 上下揺

浮体が鉛直振動 $z_0 - \bar{z}_0 = \eta e^{i\omega t}$ をするとき、浮体に働く鉛直方向の造波抵抗は次のようになる。

$$F_{z0} = -c_{1z} \ddot{z}_0 - c_{2z} \dot{z}_0 \quad (75)$$

ここで、 c_{1z} 、 c_{2z} は実験的に求める。

(c) 横揺

浮体が横揺 $\delta = \omega e^{i\omega t}$ をするときの造波抵抗モーメントは次のようになる。

$$M_{Ty} = -c_{1y} \ddot{\delta} - c_{2y} \dot{\delta} \quad (76)$$

ここで c_{1y} 、 c_{2y} は実験的に求める。

また水平方向の造波抵抗は、水平方向の減衰力係数を0とおいているので、次式のようになる。

$$\begin{aligned} F_{zx} &= \int_{-qh}^0 \pi\rho a^2 (z - \bar{z}_0) \delta dz \\ &= -\frac{1}{2} \pi\rho a^2 qh (qh + 2\bar{z}_0) \delta \end{aligned} \quad (77)$$

3.4 非線形抵抗力の計算法

ここではポテンシャル理論では無視している抗力および非線形減衰力の計算法について述べる。いまこれらの力をひとまとめにして

$$P_R = c_v (\mathbf{u} - \dot{\mathbf{x}}) |\mathbf{u} - \dot{\mathbf{x}}| \quad (78)$$

と表わし、次のようにして線形化する³⁾。水粒子速度 \mathbf{u} および浮体の運動速度 $\dot{\mathbf{x}}$ は、ともに入射波と同じ周期で変動するので、次のようにおくことができる。

$$\mathbf{u} - \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{U} = \mathbf{u}_0 \sin(\sigma t - \varepsilon) \quad (79)$$

ここで ε : 入射波との位相差

いま線形化された抵抗力を

$$P'_R = c'_v \mathbf{U} \quad (80)$$

とおくと、抵抗力が1/4周期になす仕事は、式(78)では

$$\int_{\varepsilon}^{\varepsilon + \pi/2\sigma} P_R U dt = \frac{2c_v \mathbf{u}_0^2}{3\sigma} \quad (81)$$

式(80)では

$$\int_{\varepsilon}^{\varepsilon + \pi/2\sigma} P'_R U dt = \frac{\pi c'_v \mathbf{u}_0^2}{4\sigma} \quad (82)$$

となる。したがって式(81)と(82)の右辺を等置すれば、 c'_v は次式で表わされる。

$$c'_v = \frac{8}{3\pi} c_v \mathbf{u}_0 \quad (83)$$

よって式(80)から、抵抗力は

$$P'_R = c'_v (\mathbf{u} - \dot{\mathbf{x}}) \quad (84)$$

と線形化される。これを式(9)に代入すれば線形化された運動方程式が得られることになる。ただし式(79), (83)からわかるように係数 c'_v は、いま求めようとしている浮体の運動速度 $\dot{\mathbf{x}}$ を含んでいる。そこで、まず \mathbf{u}_0 を仮定し、運動方程式を解くことによって運動の振幅と位相を求め、これらを用いて式(79)から \mathbf{u}_0 を計算する。この新しい \mathbf{u}_0 の値についてさらに振幅と位相を計算するというように、繰返し計算によって解を求めていく必要がある。

しかし実際問題として、浮体と水粒子との相対速度が刻々と変化する場合に、抵抗係数 c'_v としてどのような値をとるべきかはまだはっきりわかっていない。この c'_v の決定法は、浮体の運動、とくに $\dot{\mathbf{x}}$ が大きくなる運動の共振点付近の運動を計算する上で、今後に残された大きな問題の一つであるが、本報告ではとりあえずこの非線形的な抵抗力は無視して理論計算を行なった。ただし、2.2(2)で述べた実験的に減衰力係数を求める場合には、測定された振動記録にはここで述べたような非線形的な減衰力の影響も当然含まれているので、求められた減衰力係数 c_2 は、式(84)の c'_v もある程度含んだ値である

可能性もある。

3.5 漂流力の計算法

3.1~3.3で述べた浮体に働く流体力の計算法では、浮体は往復運動だけをして移動はしないという仮定のもとに計算を進めている。しかし自由浮体は波浪中で水平方向に移動する漂流現象を起こす。したがって、浮体にはいままで述べてきたような線形理論では求められない漂流力が働いていることがわかる。

漂流力を理論的に研究したのは、渡辺の研究⁹⁾が最初であろうと思われる。これは、末広ら¹⁰⁾によって見出された「横揺の同調近くの周期を持つ波による漂流力が最大である」という実験結果に対して、Froude-Kriloff理論の立場から、理論的な裏付けを行なったものである。横波を受ける船を対象とし、「その漂流力は、船の動揺と波浪強制外力の間の位相差のために、Froude-Kriloffの力の時間平均がある値を持つために生じるものである」とした。この渡辺の理論を用いて、Havelock¹¹⁾は縦波中にある船体に働く漂流力を計算している。

一方、丸尾¹²⁾は、漂流力は入射波の船体からの反射波によるものであり、最終的には反射波の波高の2乗に比例することを示すとともに、渡辺の理論による漂流力は全漂流力の一部であることを示した。これに対し、田才¹³⁾は丸尾が近似的に計算していた波浪中で動揺している二次元物体の反射波を、完全流体の線形理論で正確に計算し、丸尾の理論に従って漂流力を求めてみると、計算結果は実験結果を説明できないことを示した。

以上述べてきたように、漂流力の計算法として確立されたものは現在までのところないようである。そこで本報告では、漂流現象は波および浮体の動揺との間の非線形効果によるところが大であると仮定して漂流力を計算した。この方法は、木原らが用いた計算法¹⁴⁾と考え方は同じである。すなわち、円柱浮体に働く水平力を計算する場合に、 x 方向の積分区間は線形理論では $-qh \sim 0$ までとればよいが、非線形効果を考慮するために、積分区間を浮体の変位および水位変動を考慮して決め、それを時間平均したときに残る定常力として漂流力を求めるものである。この場合、考慮すべき変位は上下揺と横揺であり、また水位変動は、浮体が波浪中で動揺するときの速度ポテンシャルによって計算する。したがって、浮体の動揺振幅が大きくなるほど、線形理論による波力との差が大きくなり、漂流力も増大することになる。このことは、現在までの実験的、理論的研究から明らかとなっているところの「漂流現象は浮体の上下揺および横揺と密接な関係を持っており、これらの同調周期において漂

流力は極大値を持つ」ということを、ここで用いた計算法によって説明することができることを示している。

しかし、5章で述べるように今回用いた5種類の円柱模型は横揺の共振周期が長いので、実験の対象とした波の周期の範囲からはずれるものが多いこと、また上下揺による漂流力の方が横揺による力よりも一般に大きい¹⁵⁾ことから、浮体の変位としては上下揺変位のみを考慮した。

時刻 t における水位変動を ζ_t 、浮体の上下変位を η_t とすると、水平方向に働く力は

$$F_x^i = - \int_{-qh+\eta_t}^{\zeta_t} \int_{-\pi}^{\pi} a p_1 \cos \theta d\theta dz \quad (8)$$

$$= - \int_0^{\zeta_t} \int_{-\pi}^{\pi} a p_1 \cos \theta d\theta dz \\ + \int_{-qh}^{-qh+\eta_t} \int_{-\pi}^{\pi} a p_1 \cos \theta d\theta dz \\ - \int_{-qh}^0 \int_{-\pi}^{\pi} a p_1 \cos \theta d\theta dz \quad (9)$$

ここで p_1 : 線形理論による流体の変動圧力となる。 p_1 、 ζ_t および η_t としては、井島法によるものを使うことにする。 ζ_t 、 η_t は付録 A-3 から次式によって計算できる。

$$\zeta_t = - \frac{i\sigma}{g} \sum_{m=0}^{\infty} (A_{m0} + B_{m0} + \sum_{n=0}^{\infty} C_{mn}) \cos m\theta \cdot e^{i\sigma t} \quad (10)$$

$$\eta_t = i\alpha_2 [D_{00} + \sum_{m=1}^{\infty} f_m^{(1)} D_{0m}] e^{i\sigma t} / \sigma h \quad (11)$$

ここで、各係数については、付録を参照されたい。また式を展開するときには、 p_1 、 ζ_t 、 η_t の実部だけを用いる必要がある。

式(8)の右辺第3項は、式(9)ですでに計算された周期的に変化する力であり、時間平均は0となる。したがって漂流力に関係があるのは第1項と第2項である。まず第1項についてであるが、微小振幅波理論による変動圧力を水位が正のときに適用するのは波力を過大に評価する可能性があり問題があるので、第1項を計算するときの p_1 は式(10)の第1項を除き、静水圧的な分布をする第2項だけを用いた。したがって、(8)式の第1項は次式のようになる。

$$F_{x1}^i = - \frac{1}{2} \rho g a \int_{-\pi}^{\pi} \zeta_t |\zeta_t| \cos \theta d\theta \quad (12)$$

漂流力はこのうちの時間に関係しない定常的な力と考えられるので、

$$F_{a1} = - \frac{1}{2} \rho g a \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \int_{-\pi}^{\pi} \zeta_t |\zeta_t| \cos \theta d\theta dt \quad (13)$$

と表わすことができる。しかし水位変動 ζ_t は θ および t の関数であり、式(10)の積分を解析的に求めるのは困難である。そこで、 $\zeta_t > 0$ と $\zeta_t \leq 0$ の部分に分け、差分積分

を用いて計算した。

次に第2項の積分区間は浮体の水中部分であるため、速度ポテンシャルから計算される変動圧力をそのまま用いることができる。付録の式(A-1)および式(10)から、変動圧力は

$$p_1 = -i\rho\sigma \sum_{m=0}^{\infty} \left[(A_{m0} + B_{m0}) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh \lambda_0} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos \lambda_n} \right] \cos m\theta \cdot e^{i\sigma t} - \rho g z \quad (91)$$

の実部となる。ここで複素数の実部に'、虚部に''をつけて表わすとすれば、漂流力は次式によって計算される。

$$\begin{aligned} F_{d2} &= \frac{1}{T} \int_0^T \int_{-qh}^{-\pi} \int_{-\pi}^{\pi} a p_1 \cos \theta d\theta dz dt \\ &= -\frac{\pi \rho a \alpha_2}{2h} \left\{ (A'_{10} + B'_{10}) \frac{\cosh \bar{\lambda}_0}{\cosh \lambda_0} + \sum_{n=1}^{\infty} C'_{1n} \frac{\cos \bar{\lambda}_n}{\cos \lambda_n} \right\} \times (D''_{00} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}'_s D''_{0s}) \\ &\quad + \left\{ (A'_{10} + B'_{10}) \frac{\cosh \bar{\lambda}_0}{\cosh \lambda_0} + \sum_{n=1}^{\infty} C'_{1n} \frac{\cos \bar{\lambda}_n}{\cos \lambda_n} \right\} \\ &\quad \times (D''_{00} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}'_s D''_{0s}) \quad (92) \end{aligned}$$

以上から全漂流力は

$$F_d = F_{d1} + F_{d2} \quad (93)$$

となる。しかし実際に計算を行なってみたところ $F_{d1} \ll F_{d2}$ となり、漂流力は円柱浮体の上下揺変位と波との非線形効果によるものが支配的であった。また、式(92)で、速度ポテンシャルの係数である A, B, C, D は入射波高に比例するので、漂流力は波高の2乗に比例することになる。

ここで述べた漂流力の計算法は、空間固定座標を用いているので厳密なものではなく、ある速度で漂流している浮体に対しては、それと同じ速度で移動する座標系で解析を行なうべきであろうと思われる。本報告では、波速に比べ漂流速度が非常に小さいものとして以上に述べたような方法をとったが、漂流力を定性的に把握することは十分可能であると思われる。なお実験結果をみると、漂流速度と波速の比は最大で0.058であった。また、実際問題としては自由浮体の漂流速度よりも、係留浮体の場合にその係留索に働く漂流力の方がより重要であろうと思われる。係留浮体は当然のことながら漂流せず、したがって空間に固定された座標系で解析が行なわれるので、ここで述べたような方法で漂流力を計算することができる。

4. 浮体の運動の計算法

4.1 井島によるポテンシャル理論の厳密解法

3.1および、付録A-1, A-2で述べたような方法によって、波浪強制外力、造波抵抗および静水圧的復元力が計算されれば、運動方程式の各項が表わせたことになり、それを解くことによって左右揺、上下揺および横揺を求めることができる。しかし付録A-1, A-2をみるとわかるように、それぞれの力を別個に計算して運動方程式をたてる場合には、同じような連立方程式を何度も解かなければならないことになる。もし浮体の動揺のみを計算したいのであれば、円柱浮体の没水表面における運動学的境界条件を次式のようにとることによって、一度で計算することができる。

$$\partial \Phi_1 / \partial r = i\sigma \{ \xi + (\bar{z}_0 - z) \omega \} \cos \theta \cdot e^{i\sigma t} \quad (r=a, 0 > z > -qh) \quad (94)$$

$$\partial \Phi_2 / \partial r = i\sigma (\eta + \omega r \cos \theta) e^{i\sigma t} \quad (r < a, z = -qh) \quad (95)$$

すなわち、円柱浮体が波浪中で動揺するときの流体の速度ポテンシャルは、式(20)~(22), (94), および(95)の境界条件を満足する Laplace の方程式(19)の解となる。

このようにして求めた速度ポテンシャルから計算される浮体の側面および底面に作用する変動圧力をそれぞれ p_1, p_2 とすれば、水平方向、鉛直方向および重心まわりの回転運動に対する運動方程式は次のようになる。

$$M \frac{d^2 x_0}{dt^2} = - \int_{-qh}^0 \int_{-\pi}^{\pi} a p_1 \cos \theta d\theta dz \quad (96)$$

$$M \frac{d^2 z_0}{dt^2} = \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^a p_2 r dr d\theta \quad (97)$$

$$\begin{aligned} I \frac{d^2 \delta}{dt^2} &= \int_{-qh}^0 \int_{-\pi}^{\pi} a p_1 (z - \bar{z}_0) \cos \theta d\theta dz \\ &\quad + \int_0^a \int_{-\pi}^{\pi} p_2 r^2 \cos \theta d\theta dr \quad (98) \end{aligned}$$

ここで M : 円柱浮体の質量

$$M = \rho \pi a^2 qh \quad (99)$$

I : 浮体の重心を通り x 軸に直角な軸のまわりの慣性能率

$$I = \nu^2 \rho \frac{\pi a^4}{4} qh \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{qh}{a} \right)^2 \right\} \quad (100)$$

ν^2 : 円柱浮体の密度分布によって決まる定数

$$x_0 = \xi e^{i\sigma t} \quad (101)$$

$$z_0 = \bar{z}_0 + \eta e^{i\sigma t} \quad (102)$$

$$\delta = \omega e^{i\sigma t} \quad (103)$$

各方向の複素振幅 ξ, η, ω は、式(96)~(98)を解けば求めることができる。なお詳しい計算式は付録A-3を参照されたい。

4.2 伊藤によるポテンシャル理論の近似解法

この近似理論においても4.1で述べた方法で、直接運動を求めることもできるが、式(37), (38), (40)~(42), (51)~(55)を用

いれば、簡単に運動方程式をたてることができる。

左右揺:

$$\begin{aligned}
 -\sigma^2 M \xi = & \frac{4i\rho g q h \zeta_0 f_H}{k\{H_1^{(v)}(ka) - y_B H_1^{(v)}(ka)\}} \\
 & - \frac{\pi\rho g a q^2 h \lambda_0 f_H^2}{N_0} \frac{H_1^{(v)}(ka)}{H_1^{(v)}(ka) - y_B H_1^{(v)}(ka)} \xi \\
 & + \frac{\pi\rho g a q^2 h \lambda_0 f_H f_M}{N_0} \frac{H_1^{(v)}(ka)}{H_1^{(v)}(ka) - y_B H_1^{(v)}(ka)} a\omega
 \end{aligned} \quad (104)$$

上下揺:

$$\begin{aligned}
 -(\sigma^2 - \omega_{v_1}^2)(M + M_1)\eta = & \frac{2\rho g a \zeta_0 f_B}{k H_0^{(v)}(ka)} \\
 & - \frac{\pi\rho g a^3 k f_B^2}{2N_0} \frac{H_0^{(v)}(ka)}{H_0^{(v)}(ka)} \eta
 \end{aligned} \quad (105)$$

横揺:

$$\begin{aligned}
 -(\sigma^2 - \omega_{R_1}^2)(I + I_1)\omega = & - \frac{4i\rho g q h a \zeta_0 f_M}{k\{H_1^{(v)}(ka) - y_B H_1^{(v)}(ka)\}} \\
 & + \frac{\pi\rho g a^2 q^2 h \lambda_0 f_H f_M}{N_0} \frac{H_1^{(v)}(ka)}{H_1^{(v)}(ka) - y_B H_1^{(v)}(ka)} \xi \\
 & - \frac{\pi\rho g a^2 q^2 h \lambda_0 f_H^2}{N_0} \frac{H_1^{(v)}(ka)}{H_1^{(v)}(ka) - y_B H_1^{(v)}(ka)} a\omega
 \end{aligned} \quad (106)$$

ここで、

M_1 : 浮体の寸法と水深で定まる付加質量

$$M_1 = \frac{\pi\rho a^2}{\bar{q}h} \left\{ \frac{a^2}{8} + \frac{(\bar{q}h)^2}{3} \right\} \quad (107)$$

I_1 : 浮体の寸法と水深で定まる付加慣性性能率

$$I_1 = \frac{\pi\rho a^4}{12\bar{q}h} \left\{ \frac{a^2}{8} + (\bar{q}h)^2 \right\} \quad (108)$$

ω_{v_1} : 上下揺の固有円振動数

$$\omega_{v_1}^2 = \frac{\pi\rho g a^2}{M + M_1} \quad (109)$$

ω_{R_1} : 横揺の固有円振動数

$$\omega_{R_1}^2 = \frac{\pi\rho g q h a^2 \overline{GM}}{I + I_1} \quad (110)$$

式(104)~(106)の三元一次連立方程式を解けば、 ξ, η, ω を求めることができる。

4.3 ストリップ法による計算法

3.3で求めた各流体力を式(1)に代入すれば、運動方程式は次のようになる。

左右揺:

$$\begin{aligned}
 (M + \pi\rho a^2 q h) \ddot{x}_0 - \frac{1}{2} \pi\rho a^2 q h (q h + 2\bar{z}_0) \ddot{\delta} \\
 = -2i\pi\rho g a \zeta_0 J_1(ka) \frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0}{\cosh \lambda_0} e^{i\sigma t} \\
 - i\pi\rho a^2 \zeta_0 \sigma^2 J_0(ka) \frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0}{k \sinh \lambda_0} e^{i\sigma t}
 \end{aligned} \quad (111)$$

上下揺:

$$\begin{aligned}
 (M + c_{1z}) \ddot{z}_0 + c_{2z} \dot{z}_0 + \pi\rho g a^2 z_0 \\
 = 2\pi\rho g a \zeta_0 J_1(ka) \frac{\cosh \bar{\lambda}_0}{k \cosh \lambda_0} e^{i\sigma t} \\
 - 2c_{1z} \zeta_0 \sigma^2 \frac{J_1(ka)}{ka} \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\sinh \lambda_0} e^{i\sigma t}
 \end{aligned} \quad (112)$$

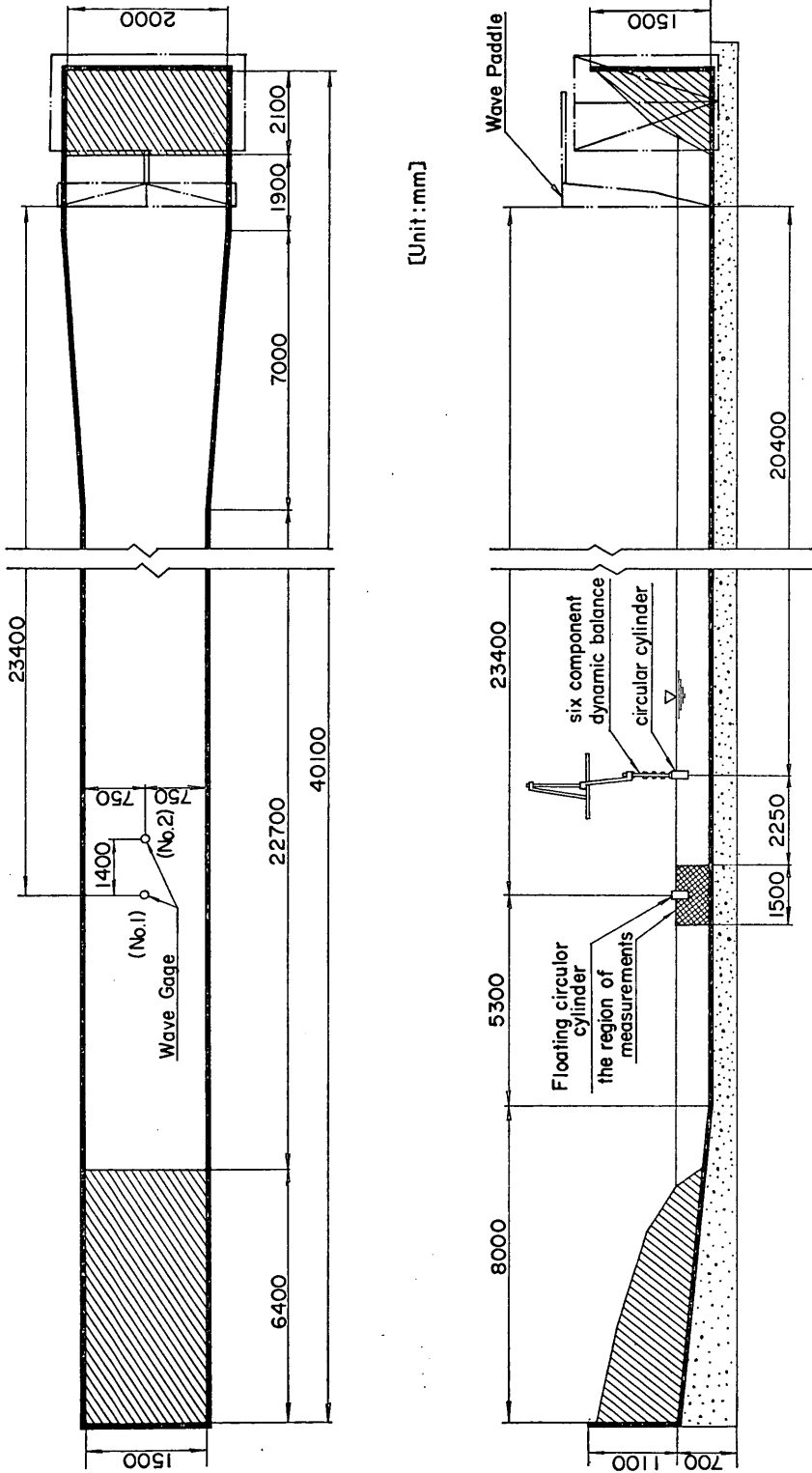
横揺:

$$\begin{aligned}
 (I + c_{1r}) \ddot{\delta} + c_{2r} \dot{\delta} + \pi\rho g q h a^2 \overline{GM} \delta \\
 + \frac{1}{2} \pi\rho a^2 q h (q h + 2\bar{z}_0) \ddot{x}_0 \\
 = 2i\pi\rho g a \zeta_0 \frac{J_1(ka)}{k^2 \cosh \lambda_0} \{k(q h + \bar{z}_0) \sinh \bar{\lambda}_0 \\
 - k\bar{z}_0 \sinh \lambda_0 + \cosh \bar{\lambda}_0 - \cosh \lambda_0\} e^{i\sigma t} \\
 + 2i\pi\rho g a^2 \zeta_0 J_2(ka) \frac{\cosh \bar{\lambda}_0}{k \cosh \lambda_0} e^{i\sigma t} \\
 + i\pi\rho a^2 \zeta_0 \sigma^2 \frac{J_0(ka)}{k^2 \sinh \lambda_0} \{k(q h + \bar{z}_0) \sinh \bar{\lambda}_0 \\
 - k\bar{z}_0 \sinh \lambda_0 + \cosh \bar{\lambda}_0 - \cosh \lambda_0\} e^{i\sigma t} \\
 - 2i c_{1z} \zeta_0 \sigma^2 J_2(ka) \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{k \sinh \lambda_0} e^{i\sigma t}
 \end{aligned} \quad (113)$$

これらを解けば x_0, z_0, δ を求めることができる。

4.4 漂流速度の計算法

3.5の最後で述べたように、自由浮体の漂流力および漂流速度を厳密に計算するためには、漂流速度で移動する座標系を用いる必要がある。したがって、漂流力が3.5のような方法によって求めることができるとしても、波と浮体との相対速度を考慮して計算しなければ、計算結果はあくまでも近似値でしかないことになる。いま漂流速度と同じ速度で移動する座標系で浮体の運動をみると、浮体はもはや漂流せず、往復運動だけをしていることになる。すなわち、漂流力は0となる。このことから、逆にいえば座標系をさまざまな速度で移動させて漂流力を計算し、それが0になるような速度が求められれば、その速度を漂流速度とすればよいということになる。しかしこの方法によって実際に漂流速度を計算するのはなかなか困難であり、また実験結果をみると漂流速度は波速に比べて非常に小さかったので本報告では3.5で述べた計算法で漂流力を求め、模型実験の漂流速度の測定値との定性的な関係を求めた。自由円柱浮体の波浪中における運動の測定記録をみると、初め静水状態で静止している浮体に波が到達すると浮体は運動し始め、ある時間がたつと定常状態に達する。このうち、浮体は定常的な周期運動をするとともに一定速度で漂流する(後出の図-8参照)。そこで、定常状態に達したのちは漂流運動の加速度はないものとし、3.5で求めた漂流力とある抵抗力がつり合っていると考えることにする。



水路実験実図

この抵抗力としては、式(9)の非線形減衰力のように、漂流速度の2乗に比例する力であると考え、次式のように表わす。

$$R_d = -\rho C_d a q h v_d^2 \quad (114)$$

ここで R_d : 漂流力とつり合う抵抗力

C_d : 漂流運動に対する抵抗係数

v_d : 漂流速度

したがって、 C_d の値がわかれば式(114)の漂流力 F_d と R_d を等しいとおいて、簡単に漂流速度を計算することができる。しかし現在までのところ漂流運動に対する抵抗係数の測定例もなく、どのような値をとるべきかわかっていない。そこで、漂流速度の実験値と、 $C_d=1$ とおいたときの計算値を比較して、逆に C_d の値を求めてみることにする。

なお、前に述べたように、漂流力は入射波高の2乗に比例するので、式(114)からわかるように、漂流速度は波高に比例することになる。

5. 実験装置および実験方法

5.1 実験装置

(1) 実験水路

実験水路は、運輸省港湾技術研究所大型水工実験場内にある40m不規則波造波水路を使用した。この水路は図-5に示したように、幅1.5m、高さ1.5m、長さ40mで、水路床は水平である。また水路終端部には、消波装置としてステンレス切削屑を詰めた籠が並べてある。水深は模型寸法との対応を考慮して $h=40$ cmとした。

造波装置はピストン型造波機で、幅2m、高さ1.5mの造波板をミナーシャモーターで駆動するようになっている。造波板の最大振幅は300mm、最高速度500mm/secであり、入力信号は低周波発振装置による正弦波形を用いた。

(2) 測定機器

波高は、容量型波高計を用いて測定した。記録器として、波高および波力の測定にはペン書きオシログラフ、浮体の運動の測定にはビジグラフを用いた。

また、波力の測定には、波力分力測定装置を使用した。本装置は、測定アームの下に模型を取付け、それに作用する前後・左右・上下方向の力(F_x, F_y, F_z)および各軸まわりの回転モーメント(M_x, M_y, M_z)の合計6個の波力成分を、動歪計によって検出することができる。ただし今回の模型は直立円柱であるので、波力測定装置の x 軸を水路方向に合わせれば、 F_x, F_z, M_x の波力だけが作用し、 F_y, M_y, M_z は0となる。また、 M_y の検

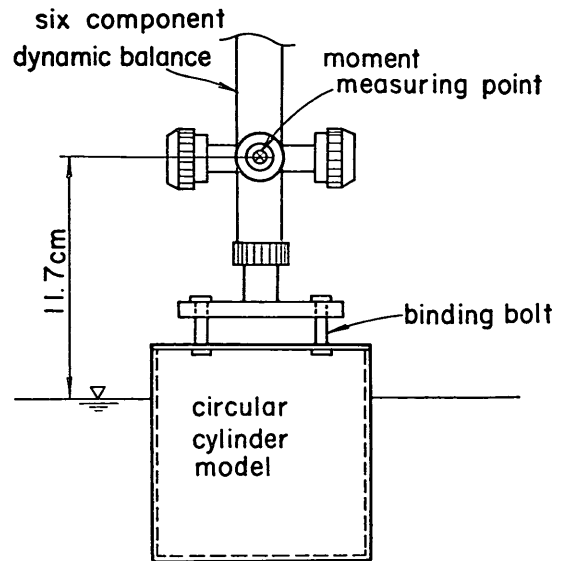


図-6 波力測定用の模型設置状況

出点は、水面上11.7cmの高さの点であった。すなわち、式(4)および式(A-7)の計算式で $l_0=11.7$ cmである。図-6に、波力測定用模型の取付け状態を示した。

浮体の運動の測定にはX-Yアナライザーを用いた。この装置はテレビと同様のものであるが、画面上にX-Y座標をとってあり、視野内の最も明るい点の位置をその座標で表わし、電気量に変換することができる。したがって、周囲を暗くして円柱浮体に明るい光源を付け、それをカメラでとらえれば浮体の運動を測定できるので、浮体にはまったく影響を与えずにその運動を測定することができる。これは、漂流現象などのように、非常に小さな力によっても影響を受けてしまうような運動を測定する場合には便利な測定法である。

(3) 模型円柱

今回行った実験は、井島法、伊藤法およびストリップ法の計算精度を確かめまた漂流速度を測定するのが目的であるので、円柱の形状およびその運動の性質を決定する3つのパラメーターのうちの半径と吃水を変えた5種類の模型を、アクリル樹脂で作製した。またもう1つのパラメーターである浮体の重心の位置は、各模型とも吃水の半分のところになるように、重錘(鉄製の円板)の高さによって調節した。

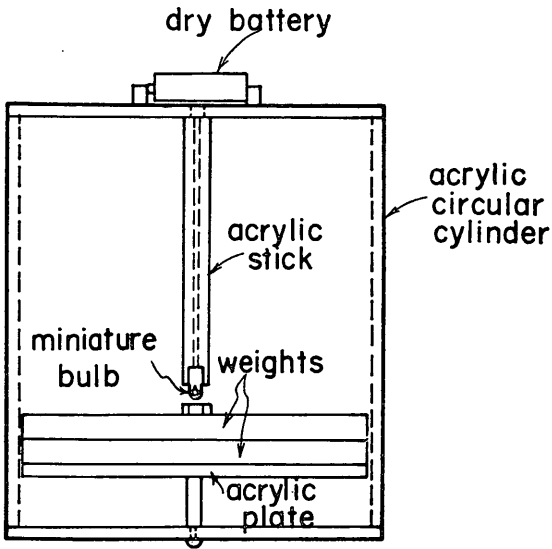
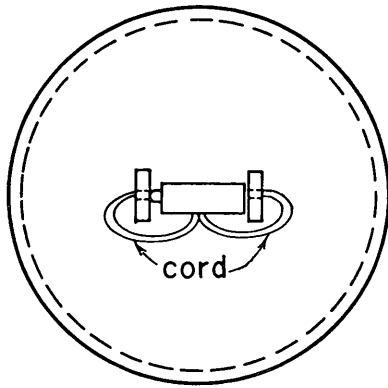


図-7 模型円柱体

なお、浮体の運動を測定する X-Y アナライザーは 1 台しかないので 2 方向の運動しか測定できない。そこで、水平および鉛直方向の運動を測定することとし、横揺の影響がそれらの測定記録に影響を及ぼさないようにするために、光源である豆電球は、円柱浮体の重心の位置に取付けた。図-7 に模型円柱の形状を示し、また表-1 には各模型の諸元をまとめて示してある。

5.2 実験方法

(1) 入射波の検定

模型を置いた実験では、模型による散乱波のために、入射波高を正確に測定することができない。そこで、模型を置かない状態であらかじめ入射波高の検定を行なった。波高の測定位置は、図-5 に示した波力測定位置および運動の測定範囲の中央の 2 箇所である。本報告で用いた各計算法はいずれも微小振幅波理論であるので、入射波高としてはほぼ 1 cm と 2 cm の 2 種類とした。周波数は理論値の広い範囲をカバーするように、 $f=0.56\sim 1.60$ Hz とした。また、波高と波力および運動の関係を検討するために、それらを測定するのに適当な周波数を定め、それらの波については波高がほぼ 1~4 cm となるように約 0.5 cm おきに検定を行なった。波高がほぼ一定となったときから 8~10 波測定して平均値をとった。また、測定は各周波数および波高について 2 回ずつ行ない、その平均値をそのときの波高とした。

(2) 波力

波力が一定となったときから 5~7 波をとり、その山と谷の平均値を波力とした。実験は各周波数について、2 回ずつ行ない、その平均をとった。

波力の測定において注意すべきことは、その測定結果が測定系が振動することによって影響を受けることである。すなわち、波力の見掛けの測定値は、実際の波力に

表-1 模型の諸元

	模 型				
	I	II	III	IV	V
半 径 a (cm)	5	5	10	10	10
吃 水 qh (cm)	30	20	30	20	10
重心位置 \bar{z}_0 (cm)	-15	-10	-15	-10	-5
上下揺固有周期* T_{z0} (sec)	1.16	0.95	1.23	1.02	0.76
横 揺 " T_{r0} (sec)	6.35	3.17	2.32	1.56	0.97
上下揺固有周期 T_{z1} (sec)	1.17	0.95	1.23	1.05	0.78
" 減衰定数 β_z	0.0257	0.0416	0.0371	0.0421	0.0818
横揺固有周期 T_{r1} (sec)	7.71	5.06	2.30	1.80	1.02
" 減衰定数 β_r	0.0367	0.0315	0.0225	0.0310	0.0448

* 周期に添字 0 をつけたものは、ポテンシャルの厳密解法による周期、1 をつけたものは自由減衰記録から読みとった周期を表わす。

ある増幅率 A_p を掛けたものになる。 A_p は次式で計算することができる。

$$A_p = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{f^2}{f_0^2}\right)^2 + \frac{cf}{2\pi M f_0^2}}} \quad (115)$$

ここで f_0 : 測定系の固有振動数

f : 外力の振動数

c : 抵抗係数

波力を測定するときと同じ状態で測定系を自由振動させて f_0 を測定したところ約 15 Hz であった。一方 f の最大値は 1.60 Hz であり、また c/M も非常に小さいため、 $A_p \approx 1.0$ となる。そこで、波力は測定記録から読みとった値をそのまま用いることにした。

(3) 自由円柱浮体の運動

図-4のような座標系をとると、円柱浮体は2次元運動すなわち $x-z$ 平面内で運動する。横波を受ける場合を考えることにすれば、 x 方向の左右揺 (swaying), z 方向の上下揺 (heaving), y 軸まわりの横揺 (rolling) および x 方向への漂流 (drifting) が起こり、測定記録は一般に図-8のようになる。この図からわかるように、 x 方向の記録には左右揺と漂流とが同時に入ってくる。そこで、まず漂流速度 v_d を求め、次に水平運動の測定記録から直接読みとった見掛けの左右揺振幅を v_d で補正し、真の左右揺振幅を求めた。

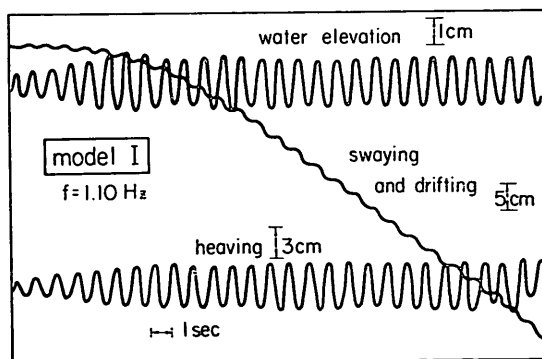


図-8 運動の測定記録例

測定は、静水状態で円柱浮体を水路の中央に静止させてから波を起し、運動が定常状態になったときの記録を用いた。

(4) 円柱浮体の自由減衰振動

ストリップ法によって、浮体に働く波力およびその運動を計算する場合に用いる各流体力係数を実験的に求めるため、浮体を自由減衰振動させそのときの運動を測定した。3.3で述べたように、鉛直振動および回転振動の

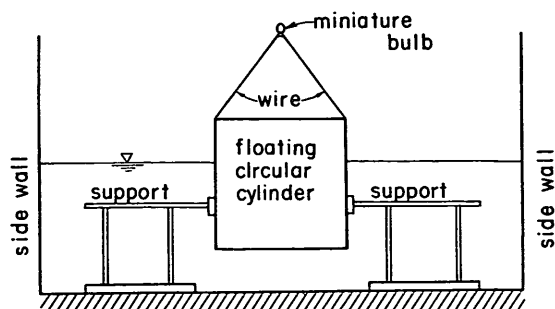


図-9 回転自由減衰振動測定用架台

測定記録が必要である。

まず鉛直方向に対しては、なるべくまっすぐ鉛直下方に浮体を沈め、静かに放して自由振動させ、振幅が徐々に減衰していく様子を $X-Y$ アナライザーで測定した。各模型について 4~5 回測定し、横揺れおよび水平移動がなるべく少ない記録を解析に用いた。

一方回転振動は、上記のような方法ではどうしても上下振動と水平移動が起こり、回転振動だけを測定することができない。そこで、図-9のように円柱浮体を水平および鉛直方向にのみ固定する架台を作製して、回転振動を測定した。この場合、架台によって回転運動までが拘束されることのないように注意した。

このようにして測定した自由減衰振動記録から読みとった各運動の周期および減衰定数を表-1に示してある。模型 I, II の横揺周期が長いので測定がむずかしく、ポテンシャルの厳密解法による固有周期との差が大きい。が、その他はよく合っていることがわかる。

6. 実験および計算結果と考察

6.1 固定円柱浮体に働く波力

(1) 波高と波力

微小振幅波理論による波力の計算式によれば、波力は入射波高に比例している。しかし実験はある有限な波高で行なっているので、計算値と測定値を比較する前にその影響がどれくらいあるかをチェックしておく必要がある。そこで各模型ごとにある 1 つの周波数の波を取り、その波高をいろいろ変えたときの波力を測定した。波の周波数は、 F_s, F_r, M_p がそれぞれ適当な大きさとするときのものを用いた。これらの波力を入射波高 H に対してプロットすると図-10(1)~(3)のようになる。図中の実線は井島法による理論値であり、実験値とよく合っていることがわかる。これらの図から、 $H \leq 4$ cm では、波力の測定値は入射波高に比例しており、微小振幅波理論

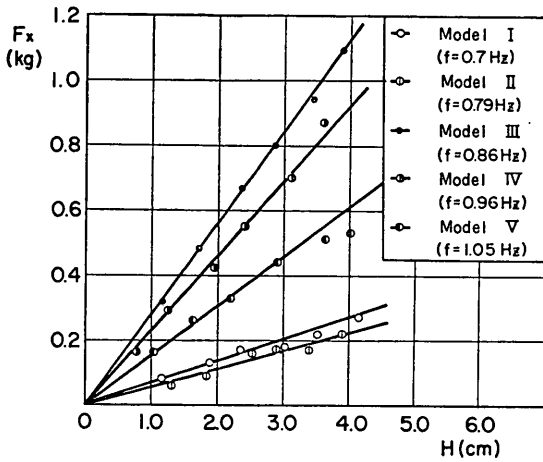


図-10 波高と波力 (1) 水平力

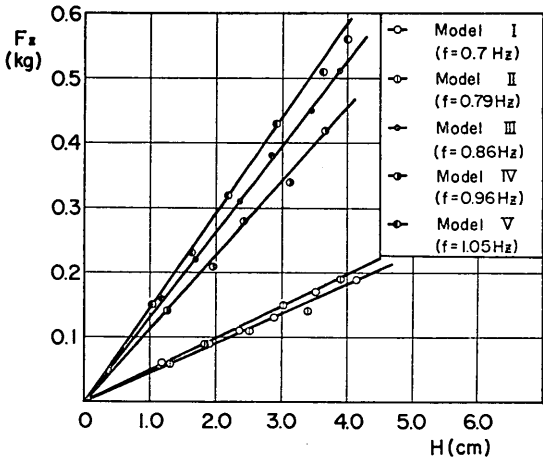


図-10 波高と波力 (2) 鉛直力

が成立していることがわかる。よって、波力の測定は、波高については1種類で十分である。そこで、以下の波力の測定実験においては、 $H \approx 4$ cmの波について行なった。

(2) 入射波周期と波力

図-11(1)~(5), 図-12(1)~(5), および 図-13(1)~(5) に固定円柱浮体に作用する水平、鉛直方向の波力および静水面上11.7 cmの点のまわりの回転モーメントの実験値と計算値を示した。それぞれの波力は、 $4\rho g a q h \zeta_0$, $2\pi\rho g a^2 \zeta_0$ および $2\rho g a^2 q h \zeta_0$ を基準値として無次元化してある。また横軸の値 $\sigma^2 h/g$ が π より小さい波が浅海波 ($h/L \leq 0.5$), π より大きい波が深海波に対応している。図中の実線、破線および一点鎖線は、それぞ

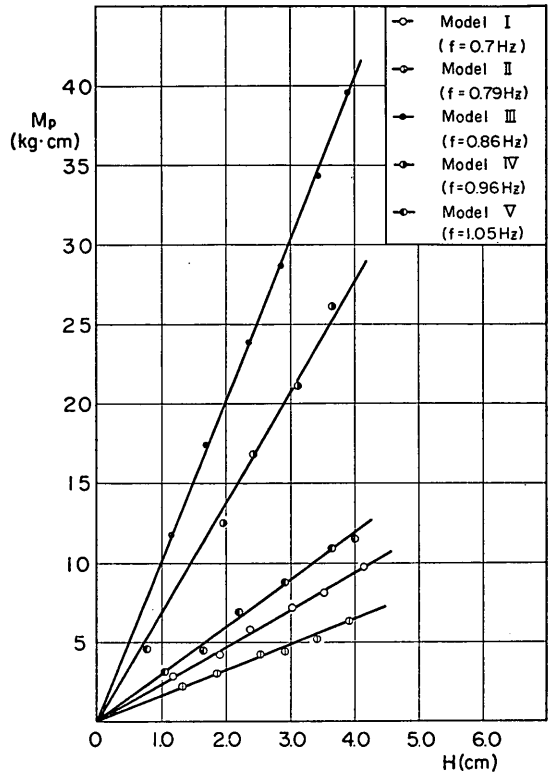


図-10 波高と波力 (3) 回転モーメント

れ井島によるポテンシャル理論の厳密解法、伊藤による近似解法およびストリップ法による計算値を示したものである (なおここで述べた曲線の種類の使い分けは、今後の図においても特にことわらない限りは、統一して使うことにする。)

これらの図をみると、一般的にいって実験値はポテンシャル理論の厳密解とよく一致していることがわかる。 F_x および M_p はある周期で極値を持つが、その位置もほぼ一致している。ただし、周期が短くなってくると、 F_x の計算値は測定値に比べてやや大き目となるが、この原因は不明である。

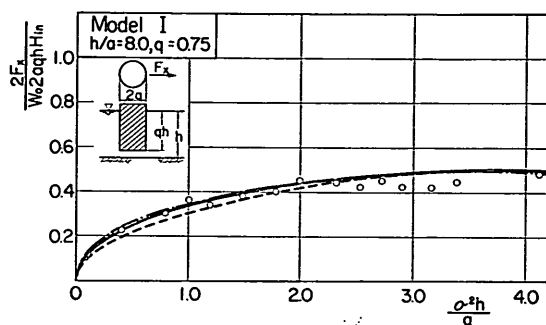
近似解の計算結果は、無視した減衰的定常波の分だけ厳密解よりも小さくなる。この誤差は各模型とも周期の長いところで大きい。周期が短くなるにしたがって厳密解に漸近する。また F_x と M_p の極大値の位置は、わずかではあるが周期の短い方へずれている。一方、模型形状と計算誤差の関係をみてみると、浮体の吃水が小さくなるほど誤差が大きくなっている。このことは、近似解で無視した定常波の頂が、波の周期が長く吃水が

波浪中の直立円柱浮体に働く流体力とその運動

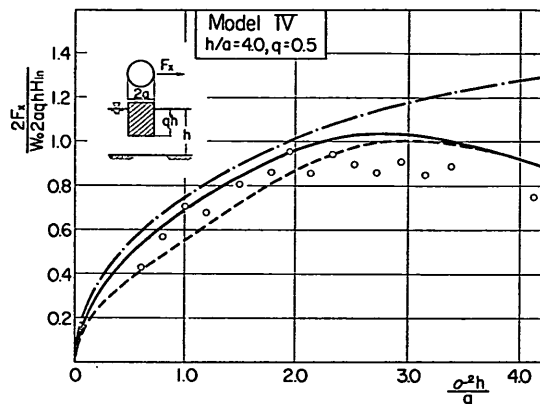
小さくなるほど大きな値を持つことによる。したがって今回用いた近似解は、波の周期が短かく吃水が大きいほど、精度高く固定円柱浮体に作用する波力を計算できることがわかる。

ストリップ法による計算結果は、かなり大胆な仮定を設けている割にはよく合っている。特に鉛直方向の力

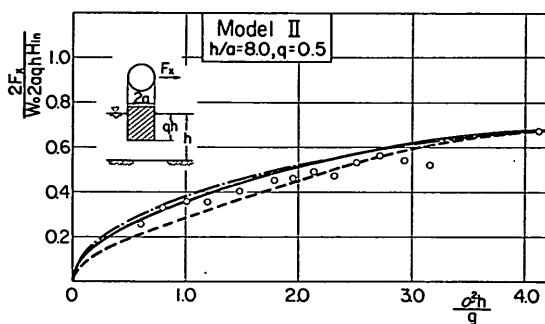
F_x についてみると、今回対象とした円柱模型では、近似解よりもよい結果が得られている。しかし F_x, M_p については、周期が長いうちはかなりよい精度を持っているが、極大値を与える周期よりも短い周期の波に対しては、他の理論値および実験値よりもかなり大きい値となっている。これは周期が短かくなると波長が短かくな



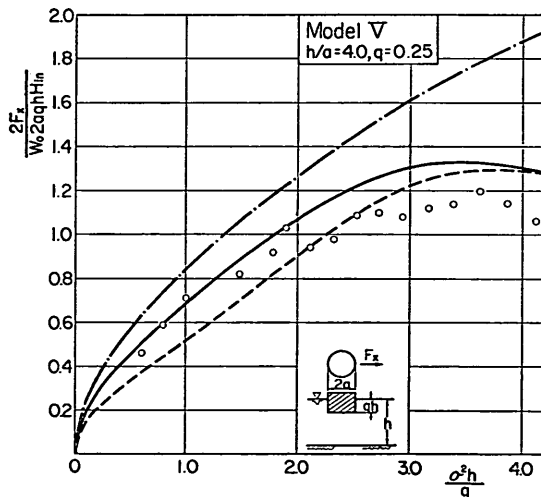
(1)—模型 I—



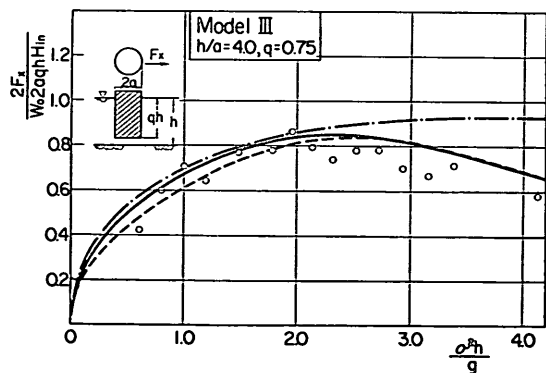
(4)—模型 IV—



(2)—模型 II—



(5)—模型 V—



(3)—模型 III—

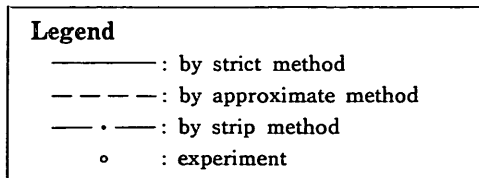


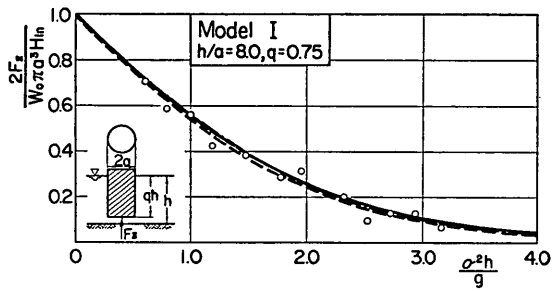
図-11 F_x に関する実験値と理論値の比較

り、ストリップ法の計算の際に仮定した、半径が波長に比べて非常に小さいという条件が成立たなくなるためである。今回の実験では $\frac{a}{L} \geq \frac{1}{12}$ のときに誤差が大きくなっている。また、半径 10cm の模型Ⅲ～Ⅴでは、吃水が小さくなるほど誤差が大きくなっているが、これが水粒子速度に比例する波力を無視したためなのか、それとも水粒子加速度に比例する力を計算する場合に用いる比例定数のとり方に問題があるのかは明らかでない。

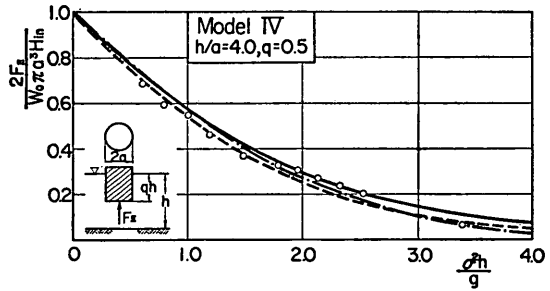
以上述べたように、今回計算に用いた波力の近似的算定法をもとにしたストリップ法では、吃水が大きい浮体に、ポテンシャルの近似解とは逆に周期が長い波が来襲

するときの波力を比較的精度よく計算できる。したがってその計算の手順の簡便さを考えれば、計算の基礎となっている仮定が成立つような浮体に作用する波力を計算する場合に、かなり有効な計算法であるといえる。

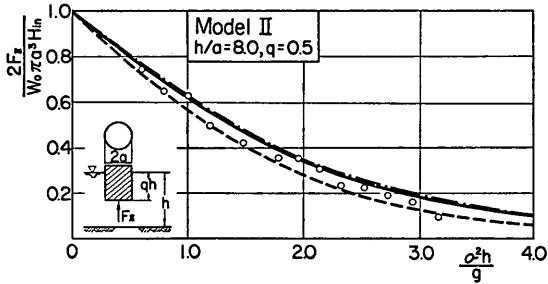
図-14には、漂流力 F_d の計算結果を示した。 F_d は、 $\rho g a \zeta_0^2$ で割って無次元化してある。縦軸は対数目盛であり、図-11(1)～(5)の F_x の図と比べてみると非常にシャープな形をしていることがわかる。しかし F_d と F_x を次元量で比べてみると、 $\zeta_0=1$ cm のときの各ピーク値は、 F_d で 25～30 gr、 F_x で 300～1,000 gr であり、 F_d は F_x に比べて非常に小さい力である。また、次節の図-19



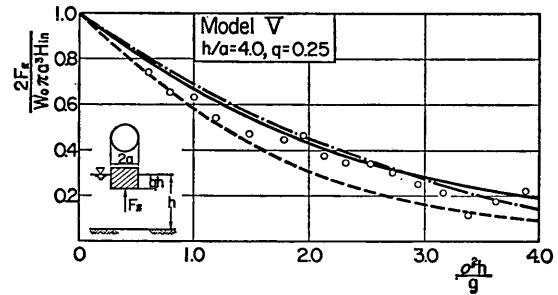
(1)—模型Ⅰ—



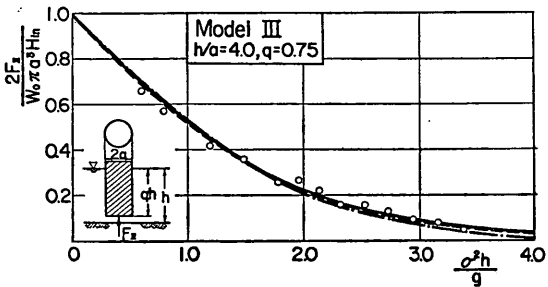
(4)—模型Ⅳ—



(2)—模型Ⅱ—



(5)—模型Ⅴ—



(3)—模型Ⅲ—

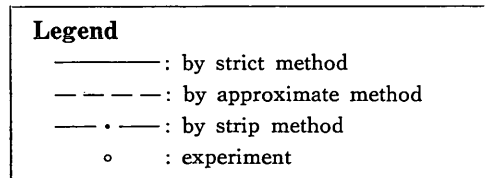


図-12 F_x に関する実験値と理論値の比較

波浪中の直立円柱浮体に働く流体力とその運動

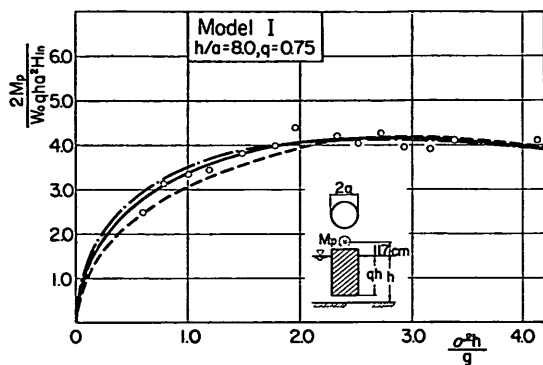
(1)~(5)の上下揺振幅の図と比べてみると、その同調周期で漂流力が極大値を持っていることがわかる。

6.2 自由円柱浮体の運動

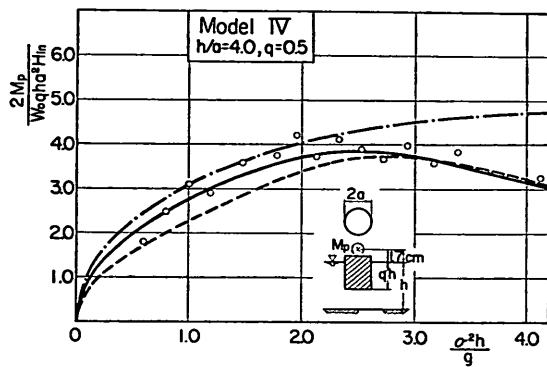
(1) 波高と浮体の運動

水面上に自由に浮かんでいる直立円柱は、横波を受け

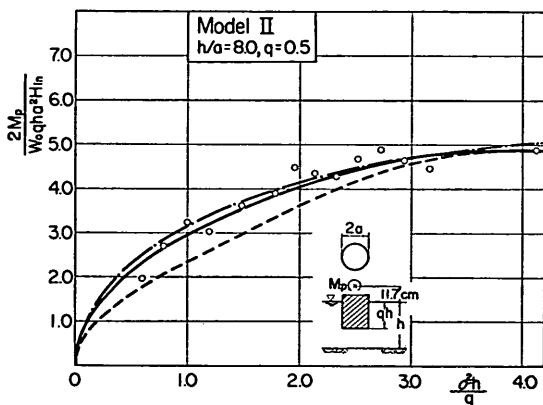
ると左右揺、上下揺、横揺および漂流運動をする。これらの運動は、微小振幅波理論をもとにした計算式では波高に比例している。微小振幅であるという仮定がどの程度の波高まで成立するかをみるために、波の周期を一定とし、波高を0.5 cm おきに 0.5~4.0 cm と変えて、波



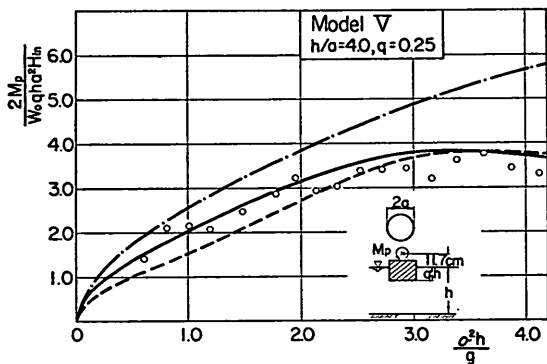
(1)—模型 I—



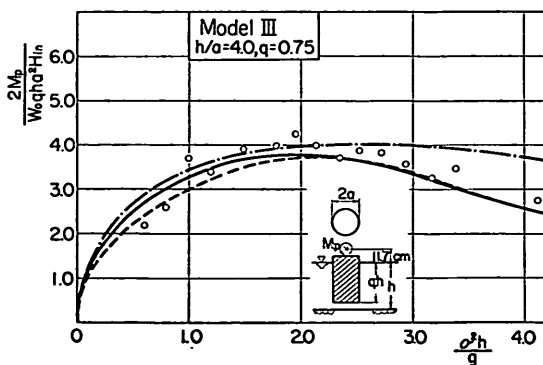
(4)—模型 IV—



(2)—模型 II—



(5)—模型 V—



(3)—模型 III—

Legend

- : by strict method
- - - : by approximate method
- · - : by strip method
- : experiment

図-13 M_p に関する実験値と理論値の比較

高と浮体の運動との関係を調べた。各模型に対する波の周期は、運動の共振点付近で実験すると運動が大きくなりすぎ、微小運動という仮定が成立しなくなるおそれがあり、また運動が不安定になるので、そのようなことが起こらないように決めた。測定は2回ずつ行ないその平均値をとった。

図-15(1)~(5)および図-16(1)~(5)は、波高 H による左右揺振幅 ξ と、上下揺振幅 η の変化を示したものである。図中の実線はポテンシャル理論の厳密解による計算値、破線は測定値の回帰直線である。これらの図をみると計算値と実験値との間に差はあるが、実験値だけをみると波高と運動の振幅はほぼ比例関係にあることがわかる。ただし波高があまり大きくなると、図-15(3)等からわかるように、測定値が直線からはずれてくるので注意する必要がある。これは、浮体の運動が大きくなると非線形効果が現われるためである。したがって、入射波高はなるべく小さくして実験を行なう必要がある。

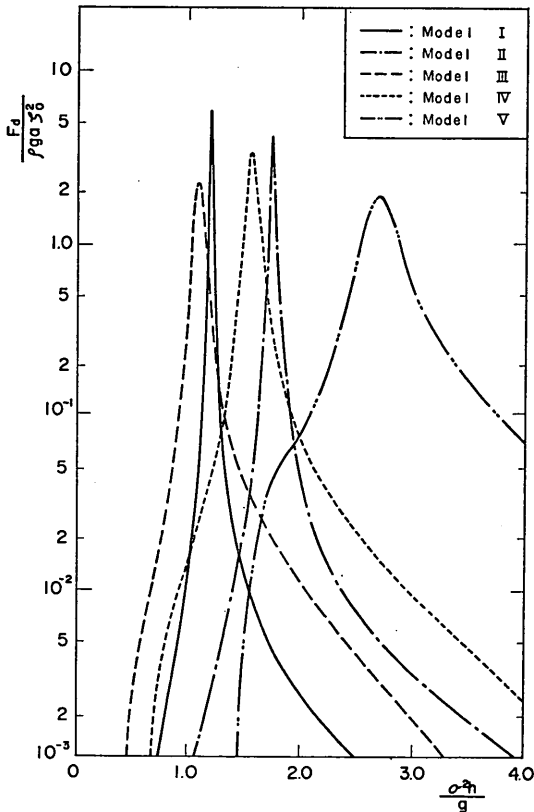


図-14 漂流力の計算結果

図-17に、波高と漂流速度 v_d の測定値を示した。実験値のばらつきが大きい、これは、浮体の漂流が非常に小さな力でおこる現象であるので、漂流運動自体が不安定であることによるものと思われる。図中の曲線は回帰曲線である。4.4で述べたような考え方をすると漂流速度は波高に比例することになる。しかし、測定結果をみると波高の1.5乗程度に比例するようであるので、図中には、 $v_d = aH^{1.5}$ (a :定数) の回帰曲線を引いた。た

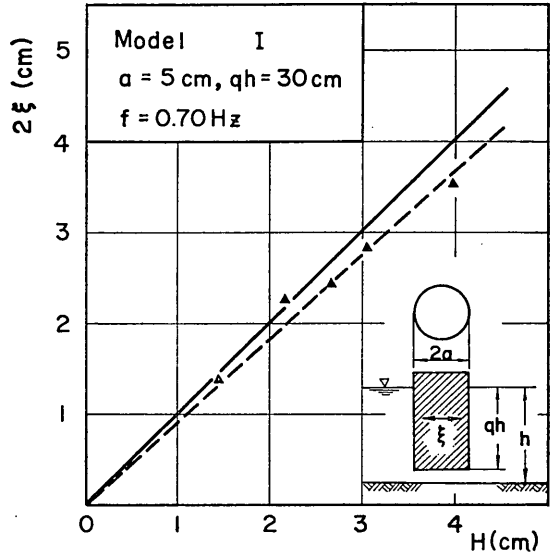


図-15 波高と左右揺の振幅(1)—模型 I—

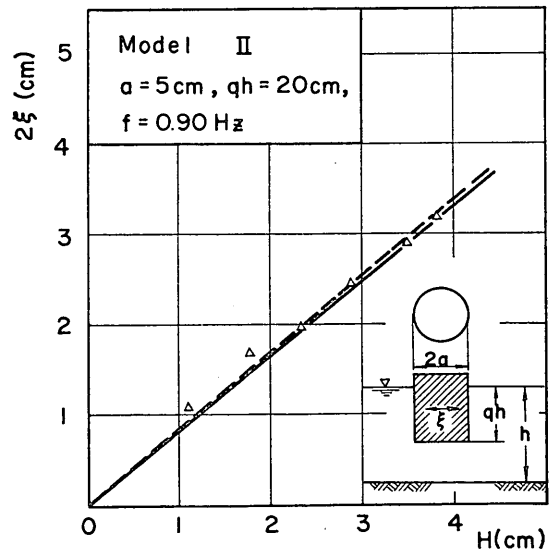


図-15 波高と左右揺の振幅(2)—模型 II—

波浪中の直立円柱浮体に働く流体力とその運動

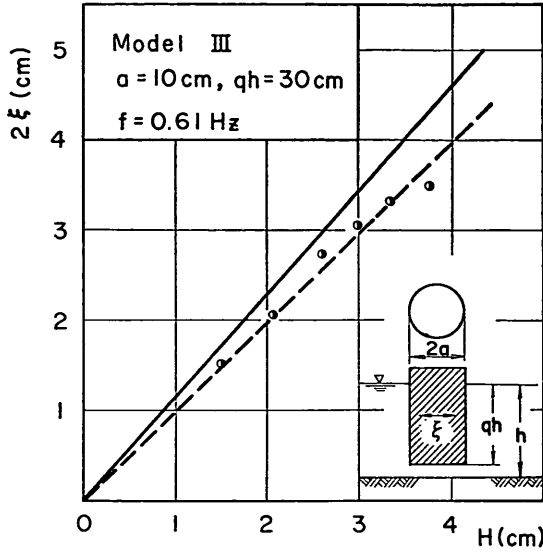


図-15 波高と左右揺の振幅(3)—模型Ⅲ—

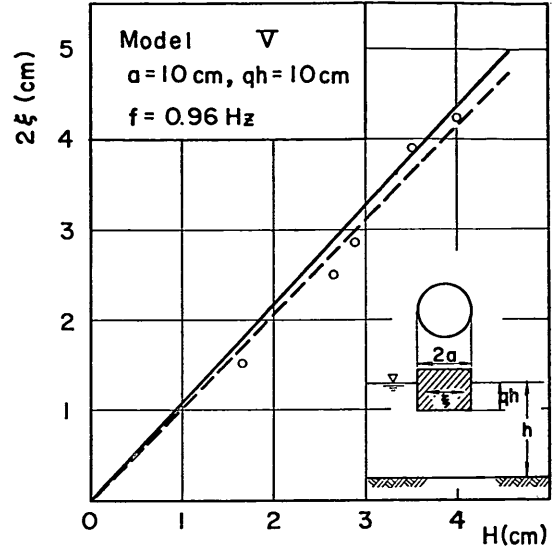


図-15 波高と左右揺の振幅(5)—模型Ⅴ—

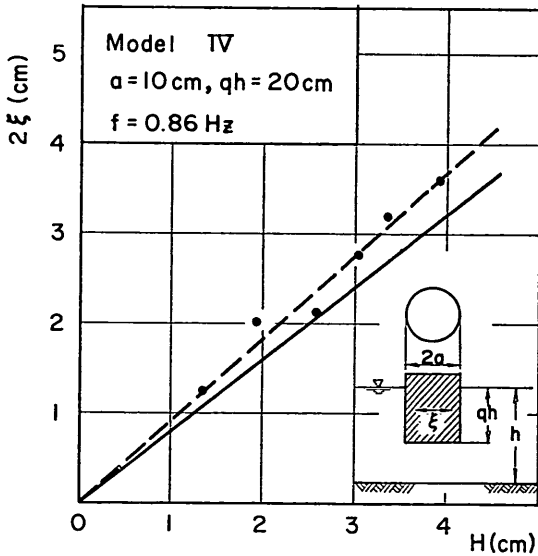
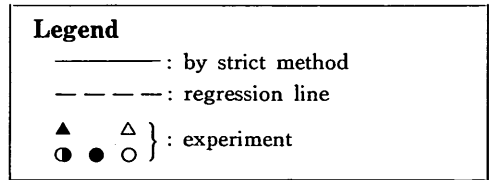


図-15 波高と左右揺の振幅(4)—模型Ⅳ—



だし曲線の勾配がゆるいので、波高が小さいときには、漂流速度は波高に比例するものとみなすことができる。したがって、4.4の計算法は入射波高が小さい場合に適用できる方法であるといえる。

(2) 入射波周期と浮体の運動

(i) 左右揺

図-18(1)~(5)は、左右揺の計算値と実験値を比較

したものである。実験値の白丸は波高がほぼ2cm、黒丸はほぼ1cmのときの値であり、それぞれ3~4回測定した平均値である。また運動の振幅は、入射波高によって無次元化している。

これらの図をみると、左右揺の実験値は、いずれの計算値よりも小さ目に出ており、特に模型Ⅲでは、測定値は計算値のほぼ半分しか出ていない。この原因は、測定

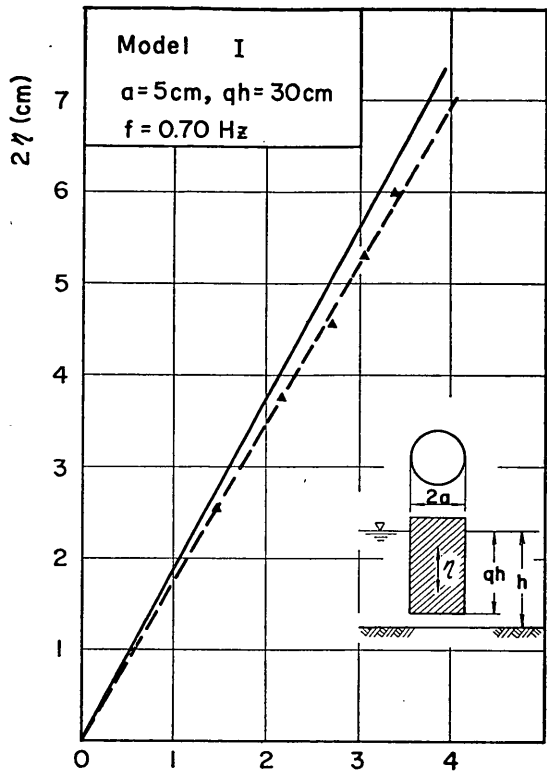


図-16 波高と上下揺の振幅(1)一模型 I 一

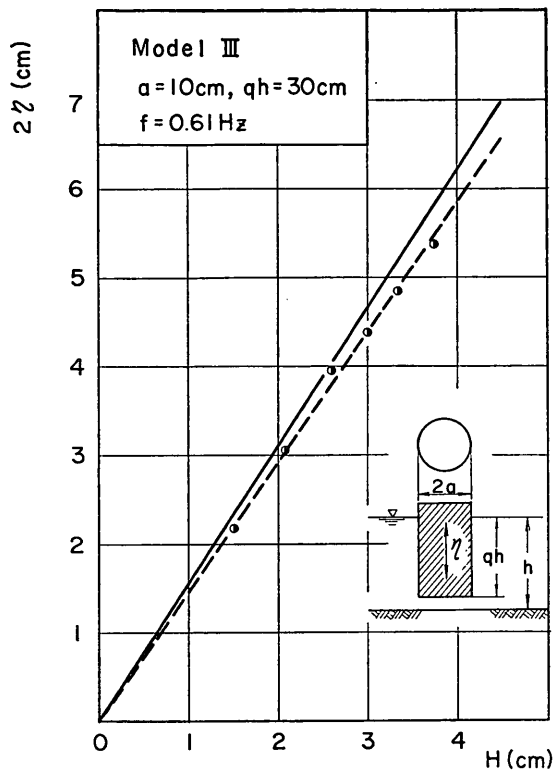


図-16 波高と上下揺の振幅(3)一模型 III 一

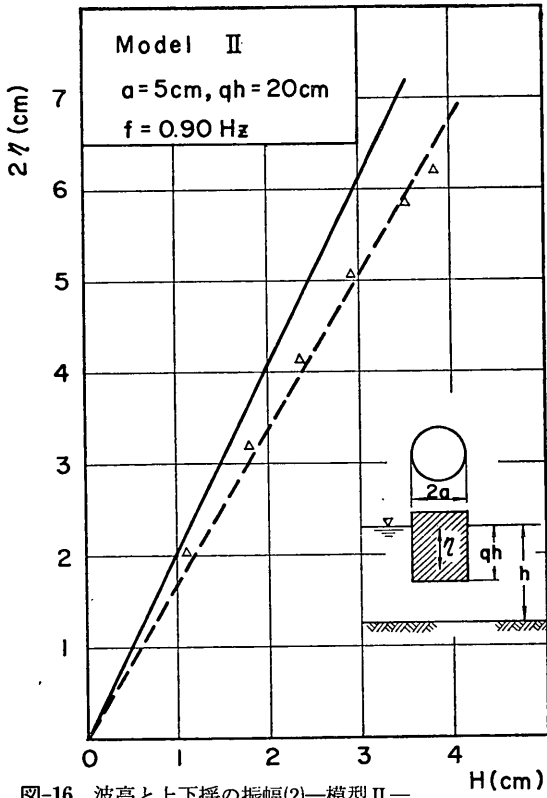


図-16 波高と上下揺の振幅(2)一模型 II 一

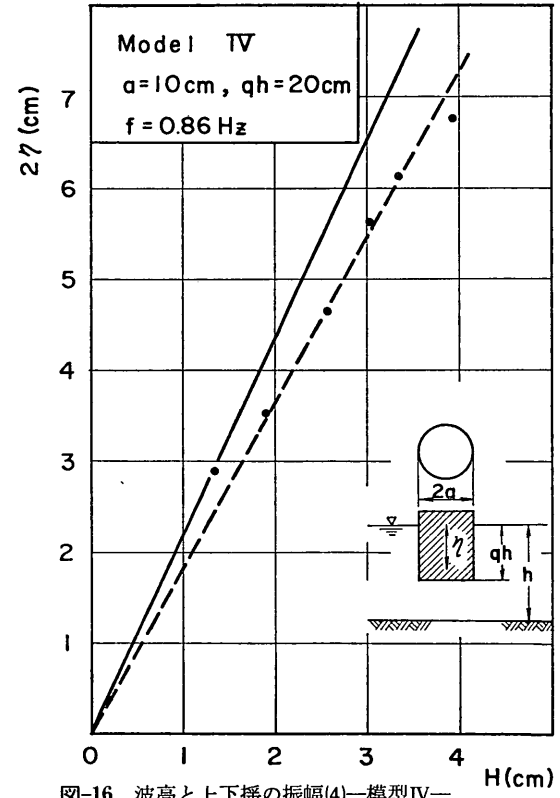


図-16 波高と上下揺の振幅(4)一模型 IV 一

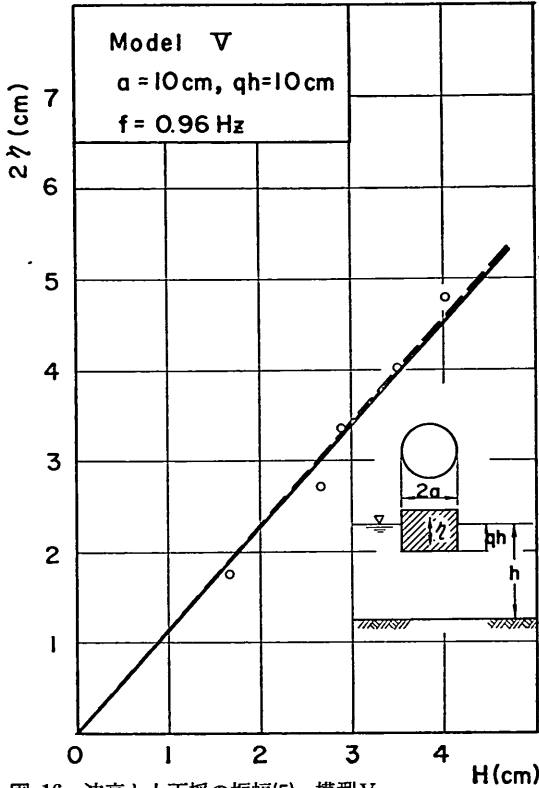
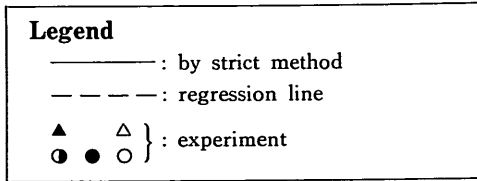


図-16 波高と上下揺の振幅(5)一模型V—



誤差，計算上では無視した抗力および非線形減衰力の影響等が考えられるが，詳細は不明である。

次に，各計算法の結果には大きな差はない。ただし共振点についていえば，近似解では厳密解による計算結果と位置がずれている。これは近似解で定常散乱波に対する級数部分を省いたためである。一方，ストリップ法では浮体の水平速度と同位相の造波抵抗を無視しているので，当然のことながら共振点は存在しない。測定結果をみると，左右揺には顕著な共振点は現われておらず，共振点が存在しないと仮定しても，十分に実験結果を説明できることがわかる。なお，左右揺は横揺と連成しており，ポテンシャル理論の厳密解法および近似解法による

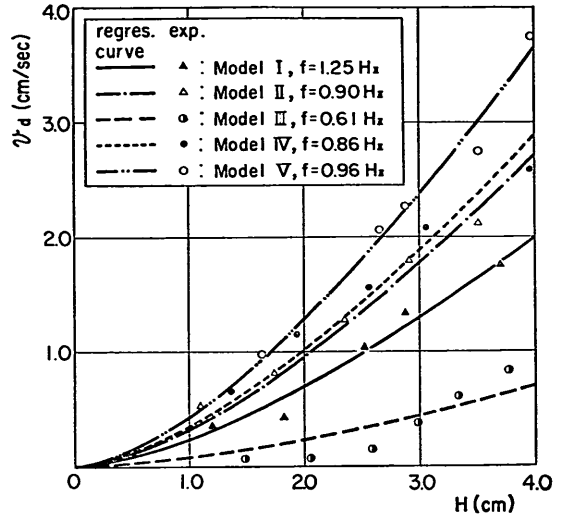


図-17 波高と漂流速度

計算結果では，左右揺と横揺の共振周期は一致する。

(ii) 上下揺

入射波の周期と上下揺振幅との関係を示すと 図-19(1)~(5)のようになる。実験値は，ポテンシャル理論の厳密解およびストリップ法による計算値と比較的よく合っている。近似解の最も大きな誤差は共振周期のずれで，吃水が浅くなるほど誤差が大きくなっていることがわかる。近似解の上下揺の共振周期は，式(109)で表わされるが，真の共振周期を別に求めておき，それを使って計算を行なうとかなりよい結果が得られる。また，ストリップ法では固有周期を実験によって求めているので，共振点のずれはない。

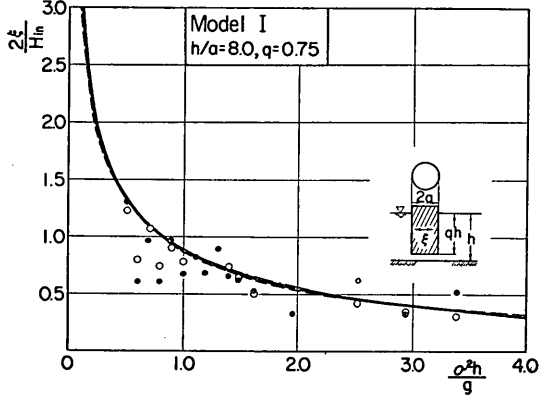
また，共振点付近で，実験値と測定値を比較することによって，抗力や非線形減衰力などの，浮体に働く非線形抵抗が浮体の運動に及ぼす影響を調べることができる。これが最もよく現われている 図-19(2)の模型IIの場合について考える。計算法としては，ポテンシャル理論の厳密解をとり，それと実験値を比較する。共振点からはずれた $\sigma^2 h/g < 1.4$ および $\sigma^2 h/g > 2.0$ では実験値と計算値がよく合っており，入射波高の大小による測定値の差もほとんど認められない。ところが，共振点付近では測定値は計算値ほど大きくならず，また，波高が大きいときの無次元振幅の方が，小さい波高のそれよりも小さくなっている。これは， $-c_3 z_0 / z_0$ で表わされる非線形減衰力が浮体に働いているためであろうと思われる。この減衰力は浮体の運動速度の2乗に比例してい

る。したがって、相対速度が小さいうちは他の1次の項に比べて小さく、無視することができるので、共振点付近以外ではこれを考慮しない計算法でも浮体の運動を十分精度よく計算することができるわけである。しかし

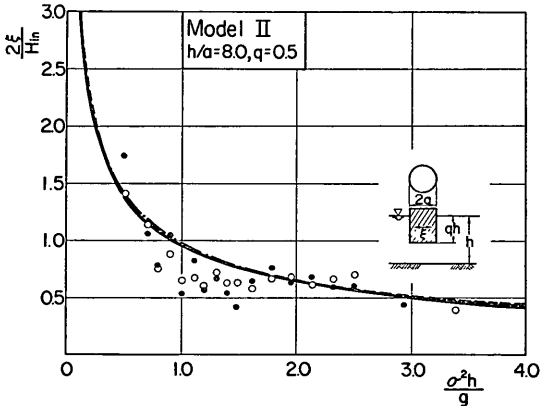
運動が大きくなるにつれて、急激にその影響度が増し、非線形減衰力を考慮しない計算値は実験値に比べて過大となる。またこのように考えれば、共振点付近では波高の大きい波による無次元振幅が波高の小さい波によるものよりも小さくなるということも説明することができる。

(iii) 横 揺

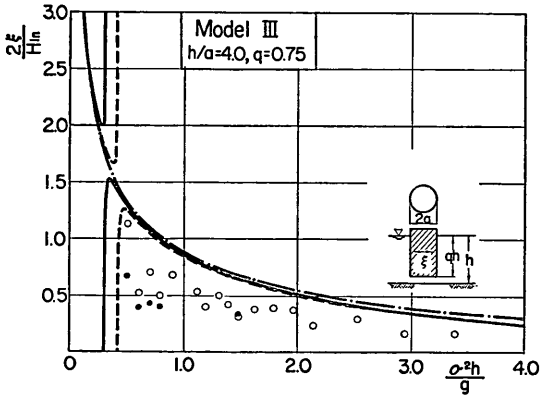
横揺の測定は行なわなかったので、計算結果だけを示すと図-20(1)~(5)のようになる。実験は $0.5 < \sigma^2 h / g < 4.2$ で行なっているが、この範囲では模型 IV, V を



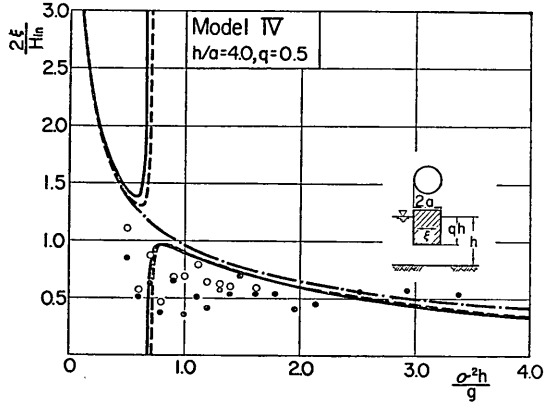
(1)—模型 I—



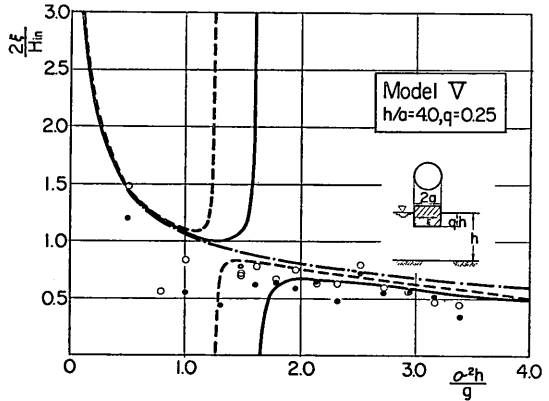
(2)—模型 II—



(3)—模型 III—



(4)—模型 IV—



(5)—模型 V—

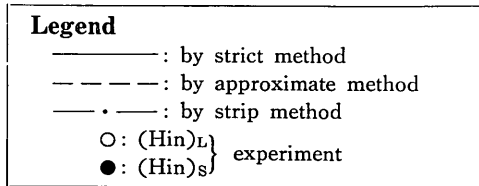
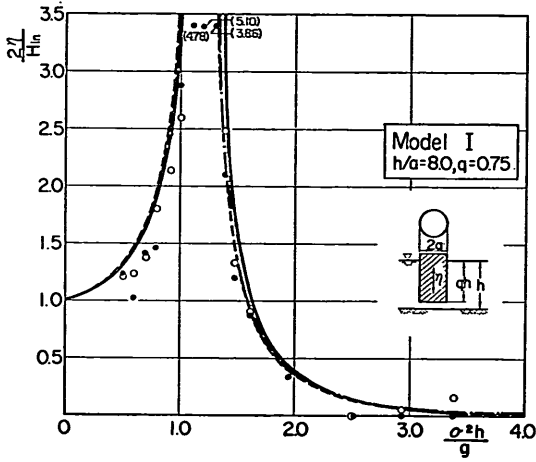
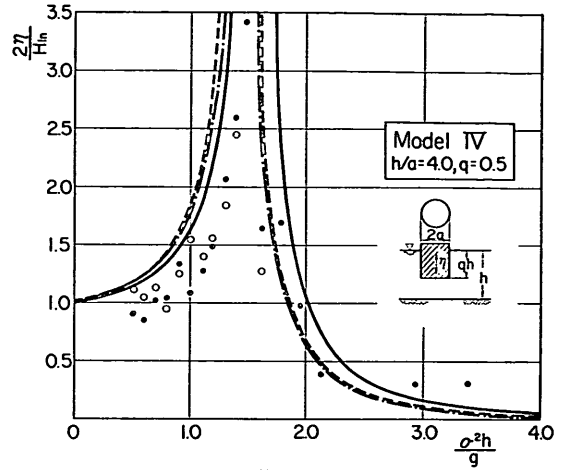


図-18 左右揺振幅に関する実験値と理論値の比較

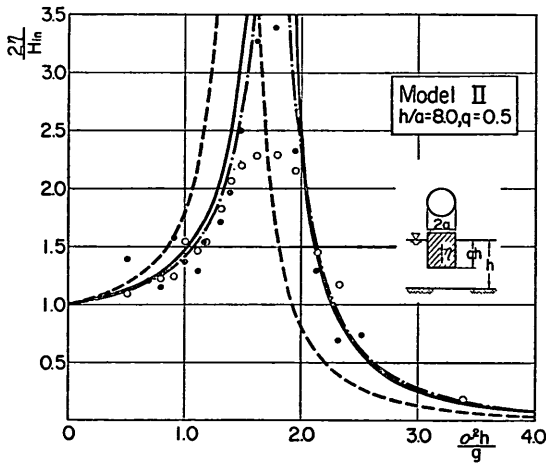
波浪中の直立円柱浮体に働く流体力とその運動



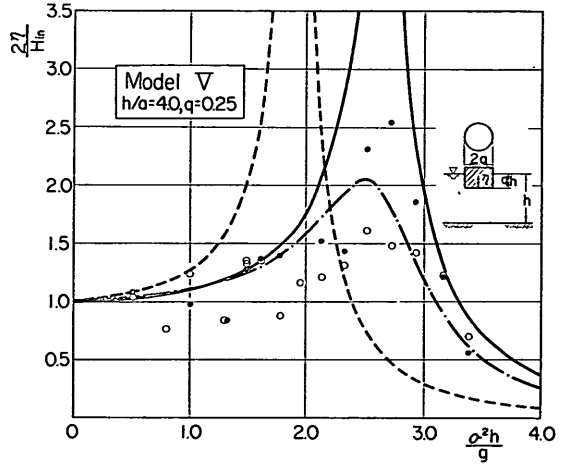
(1)—模型 I—



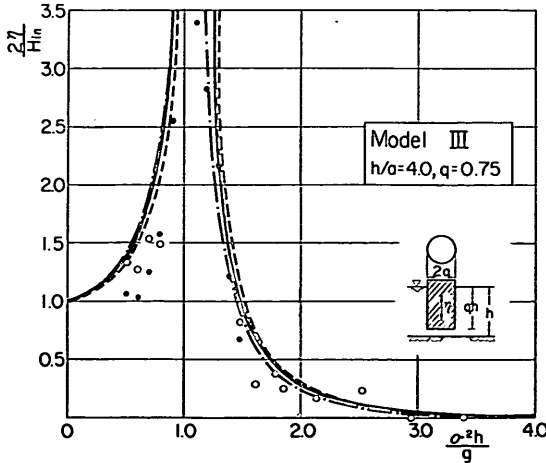
(4)—模型 IV—



(2)—模型 II—



(5)—模型 V—



(3)—模型 III—

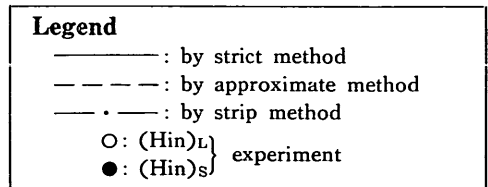


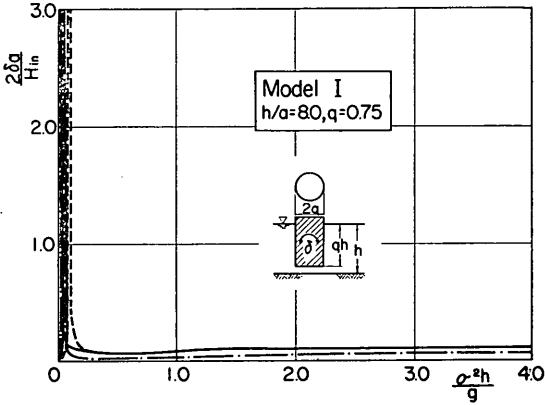
図-19 上下揺振幅に関する実験値と理論値の比較

除いて横揺は小さいことがわかる。このことは実験の際に目で確かめることができた。また、特に模型Vでは、 $\sigma^2 h/g = 1.6$ 前後で横揺が大きくなっていることも観察することができた。

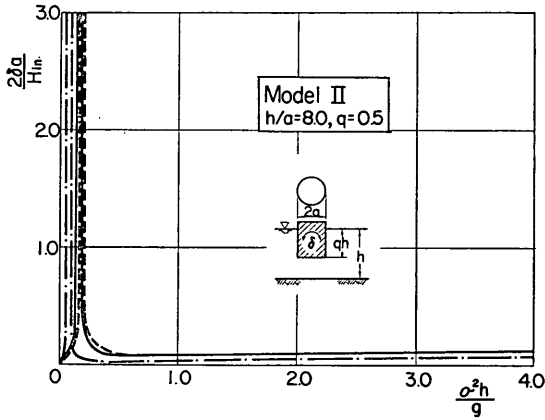
各計算法を比較すると、左右揺と上下揺の場合と同じように、近似解法と厳密解法の共振点の位置がずれていること、およびそのずれは、吃水が小さいほど大きくなっていることがわかる。また、横揺の共振点はストリップ法の場合を除けば、図-18(1)~(5)の左右揺共振点と一致していることがわかる。

(iv) 漂流速度

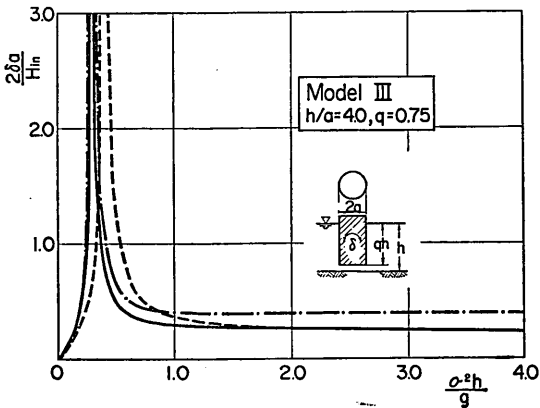
漂流速度の測定値は、図-21(1)~(5)のようになる。漂流速度は、水面における水粒子速度の最大値 $u_{max} = \zeta_0 \sigma \coth kh$ を基準値として無次元化している。実験は $H = 1$ cm (図の●印) および 2 cm (○印) で行なっているが、図をみると波高の影響はほとんどみられず、波高



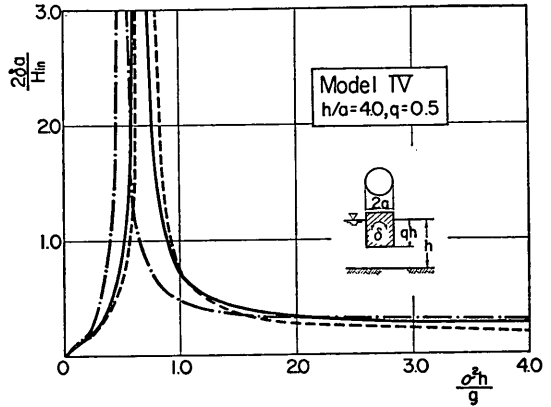
(1)—模型I—



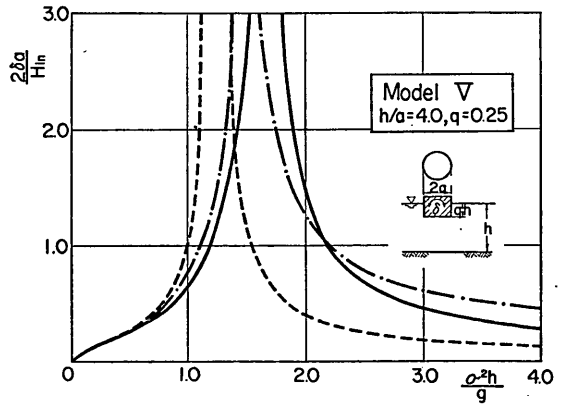
(2)—模型II—



(3)—模型III—



(4)—模型IV—



(5)—模型V—

Legend

- : by strict method
- - - : by approximate method
- · - : by strip method

図-20 横揺振幅の計算値

波浪中の直立円柱浮体に働く流体力とその運動

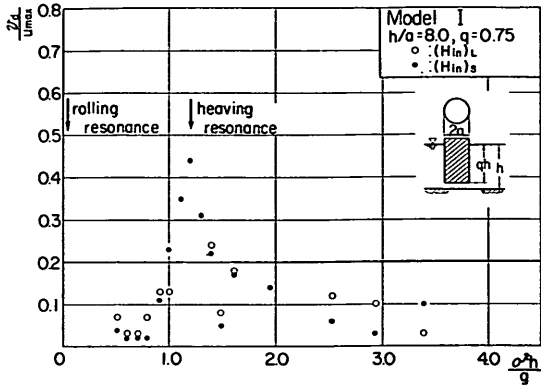


図-21 漂流速度の測定値 (1)—模型Ⅰ—

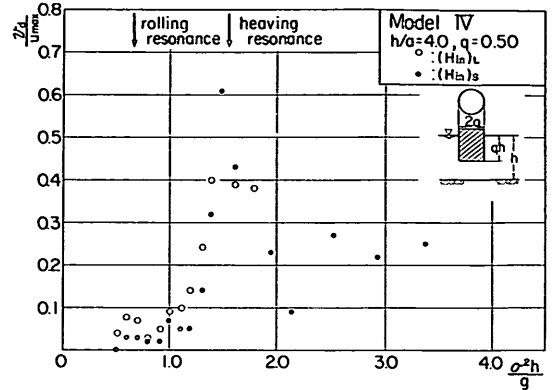


図-21 漂流速度の測定値 (4)—模型Ⅳ—

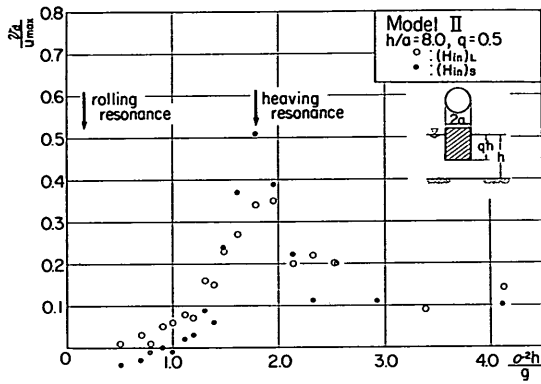


図-21 漂流速度の測定値 (2)—模型Ⅱ—

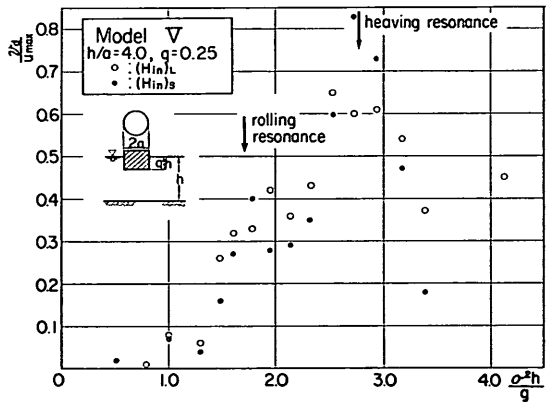


図-21 漂流速度の測定値 (5)—模型Ⅴ—

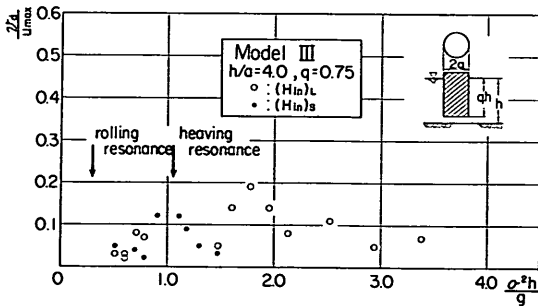


図-21 漂流速度の測定値 (3)—模型Ⅲ—

が 2 cm 以下では、漂流速度は波高に比例するとしても問題は無いようである。

図中の矢印は上下揺および横揺の共振点を示しているが、その付近で漂流速度が大きくなっていることがわかる。また、上下揺と横揺の影響度を比べてみると、上下揺の方がはるかに大きい。

次に、実験で求められた漂流速度が、現地ではどれくらいの値になるかを調べてみる。今回用いた円柱浮体が縮尺 1/100 の模型であると、現地で波高 2 m の波を受けたときの上下揺の共振点付近での漂流速度を計算すると表-2 のようになる。したがって現地の値になおすことかなりの速度であり、自由浮体を一定地点にとどめておくためには、何らかの方策を講じる必要があることがわかる。

次に 4.3 で述べたように式(114)の抵抗係数 C_d を 1.0 とおいて求めた漂流速度 $(v_d)_{cal}$ と測定値 $(v_d)_{exp}$ の相関関係を見てみると 図-22(1)~(5) のようになる。ばらつきもあるが、図-22(3)を除いてははっきりした相関がみられる。図中の実線は原点を通ることを条件として最小自乗法で求めた回帰直線であり、これから各模型に対する平均的な C_d の値を計算すると表-3 のようになる。なお表-3には各図の相関係数も示した。これを見ると、 C_d の値は吃水にはあまり関係せず、円柱浮体の半径に

表-2 実験および現地の漂流速度

		模 型				
		I	II	III	IV	V
実 験 ($h=40\text{cm}$)	$a(\text{cm})$	5	5	10	10	10
	$qh(\text{cm})$	30	20	30	20	10
	$T(\text{sec})$	1.16	0.95	1.25	1.04	0.77
	$v_d(\text{cm/sec})$	2.69	3.51	0.75	4.00	6.82
現 地 ($h=40\text{m}$)	$a(\text{m})$	5	5	10	10	10
	$qh(\text{m})$	30	20	30	20	10
	$T(\text{sec})$	11.6	9.5	12.5	10.4	7.7
	$v_d(\text{cm/sec})$	26.9	35.1	7.5	40.0	68.2

波高は模型で 2 cm, 現地で 2 m の場合である。

表-3 漂流の抵抗係数および漂流速度の実験値と計算値の相関係数

模 型	I	II	III	IV	V
C_d	0.43	0.41	2.24	2.43	2.06
相 関 係 数	0.78	0.90	0.26	0.89	0.83

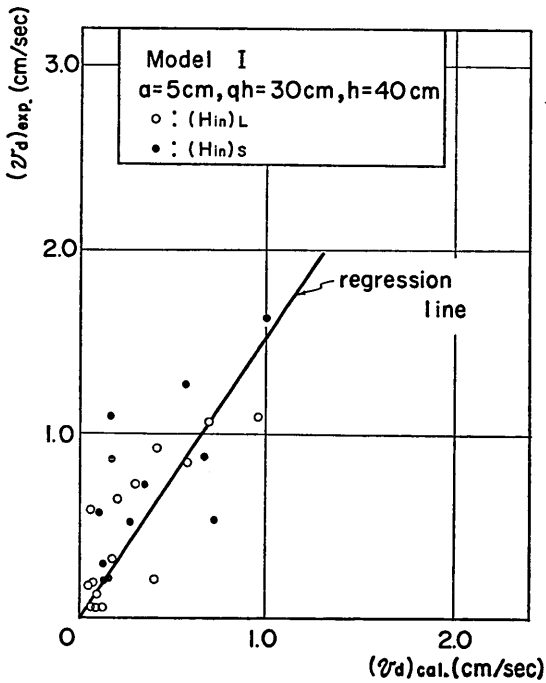


図-22 漂流速度の測定値と計算値 (1)—模型 I—

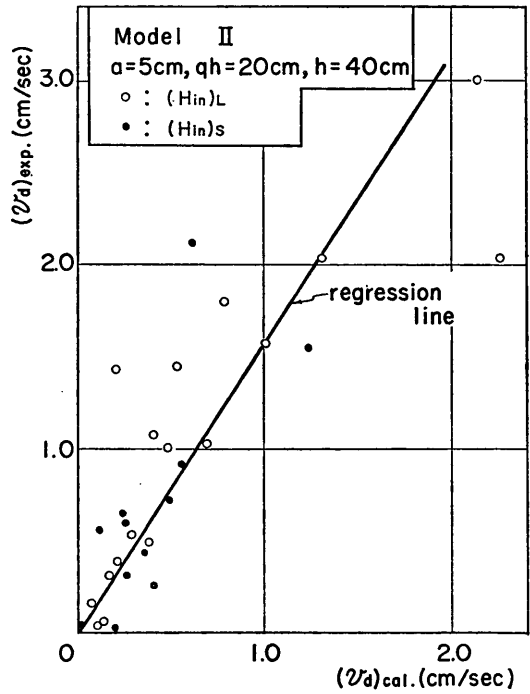


図-22 漂流速度の測定値と計算値 (2)—模型 II—

波浪中の直立円柱浮体に働く流体力とその運動

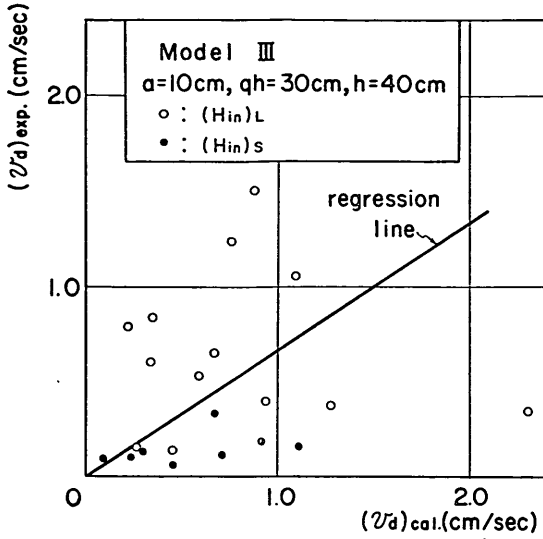


図-22 漂流速度の測定値と計算値 (3)—模型Ⅲ—

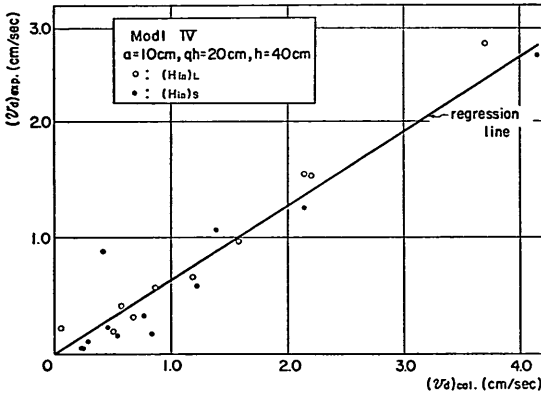


図-22 漂流速度の測定値と計算値 (4)—模型Ⅳ—

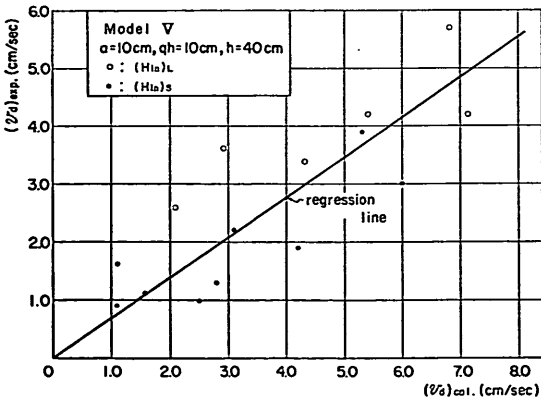


図-22 漂流速度の測定値と計算値 (5)—模型Ⅴ—

よってはば一定のようである。また、 $(v_d)_{cal}$ と $(v_d)_{exp}$ の間にはっきりとした相関々係があることから、抵抗係数 C_d として用いるべき適当な値がわかれば、漂流速度を計算によって求めることができることがわかる。

また図中には現われていないが、上下揺の共振点付近では漂流速度の計算値は実験値に比べて非常に大きな値となる。これは、前節で述べたように線形理論では共振点付近の運動を過大に評価してしまうからであり、回帰直線および相関係数の計算ではそれらの点を除いている。

7. 結 論

浮遊式海洋構造物の波浪中の運動解析の1つとして直立円柱浮体を取り上げ、微小振幅の規則波について、波力分力測定装置によって固定時の波力を測定し、また X-Yアナライザーを用いて自由浮体の左右揺、上下揺および漂流を測定し、それらの特性を調べた。さらに、実験値と既往の線形理論計算法による計算結果とを比較し、その精度および適用性について検討した。その結果得られた結論は次のとおりである。

(a) 理論計算法の比較

1. 井島によるポテンシャル理論の厳密解法は、波高および浮体の運動が小さいときに円柱浮体に作用する波力およびその運動を精度よく計算することができる。ただし、共振点付近では、理論値は非線形力方を考慮していないため、実験値に比べ過大となる。
2. 伊藤によるポテンシャル理論の近似解は、減衰の定常波に相当する項を省略しているため波力はその分だけ厳密解に比べて小さくなり、また運動の共振周期がずれる。計算の精度は円柱の吃水に最も関係し、吃水が小さくなるほど誤差が大きくなる。
3. 3次元物体を2次元的に取扱うストリップ法は、複雑な形状の浮体に働く流体力や運動を解析するときには有利な方法である。また計算によって流体力係数を求められない場合には、今回用いたような実験的に各係数を定める方法も有効である。ただし、固定時の波力は円柱の半径に比べて波長が短くなり、 $a/L \geq 0.083$ となると誤差が急激に大きくなる。

(b) 自由浮体の動揺特性

4. 井島法、伊藤法のポテンシャル理論では左右揺に共振点が存在するが実験値にはそれが見られず、周期が短くなるにしたがって振幅は単調に減少する。
5. 上下揺には顕著な共振点が存在し、共振周期は円柱の吃水が小さくなるほど短くなる。

6. 上下揺の共振点付近では、運動が大きくなるために実験値に非線形性が現れ、波高が大きくなるほど無次元振幅 $2\eta/H$ は小さくなる。

(c) 漂流について

7. 自由円柱浮体は波浪中で往復運動のほかに漂流を起こす。規則波中の漂流は等速度運動である。またその速度は上下揺と横揺の共振点で極大となり、水平水粒子速度の80%以上に達する場合がある。

8. 上下揺および横揺の共振点以外では、漂流速度は波高のほぼ1.5乗に比例する。

9. 漂流を生じさせる力は、波と浮体動揺の間の非線形効果を考慮することによって計算することができる。漂流力は運動の共振点で極大値を持ち、その絶対値は今回の模型では固定時の水平波力の極大値の3~10%程度であった。

10. 漂流力と漂流速度の2乗に比例する流体による抵抗力がつり合っていると仮定し、実験的に比例定数 C_d を求めたところ、直径10cmの円柱浮体では $C_d \approx 0.42$ 、直径20cmでは $C_d \approx 2.24$ となった。

なお今回用いた計算法および実験は、すべて規則波を対象としたものである。しかし実際の海の波は不規則波であるので、より現地の現象に近づけるためには、不規則波を用いた解析が必要である。また、浮遊式構造物一般についていえば、今後に残された最も大きな技術的問題点は、係留に関する問題であり、これらについては今後も研究を続けていく予定である。

最後に、本研究は合田の全般的な指導のもとに、鈴木が解析および取りまとめを行なったものであり、実験およびデータ解析は笹田が実施した。また、高山知司波力主任研究官からは、いろいろと有益な助言を得た。ここに感謝の意を表する次第である。

(1976年3月31日受付)

参 考 文 献

1) 井島武士・田淵幹修・湯村やす：有限水深の波による円柱状浮体の運動，土木学会論文報告集，第206号，1972年10月，pp. 71~84。
 2) 伊藤喜行・木原 力：円柱の動揺に伴う造波抵抗——杭の波力応答と円型浮体の挙動への応用——，港湾技術研究所報告，第11巻 第3号，1972年9月，pp. 37~58。
 3) 田才福造：浮遊構造物に働く流体力とその運動について（第2稿），九州大学応用力学研究所，講義ノート，1971年8月，pp. 2-1~2-24。

4) 末広恭二・佐藤 兎・成毛 実：波浪中における横動揺のために誘起せらる船舶の横漂流，造船協会々報，第31号，1922年。
 5) Watanabe, Y.: Some Contributions to the theory of rolling, T.I.N.A., Vol. 80, 1938.
 6) Havelock, T.H.: The drifting force on a ship among waves, Phil. Mag., Vol. 33, 1942.
 7) Maruo, T.: the drift of a body floating on waves, Jour. Ship Research, Vol. 4, No. 3, Dec. 1960. pp. 1~10.
 8) 田才福造：規則波中の二次元物体に働く漂流力について，関西造船協会誌，第152号，1974年3月，pp. 69~78。
 9) 本間 仁・荻原国宏：浮遊物体（構造物）の波による水平移動運動について，第21回海岸工学講演会論文集，1974年，pp. 515~520。
 10) 高木又男：耐航性理論の展望（その現状と問題点）その1，日本造船学会誌 第536号，1974年2月，pp. 13~20。
 11) John, F.: On the motions of floating bodies (II), Communications on Pure and Applied Mathematics, Vol. 3, 1950.
 12) 別所正利：波の中の船の横揺れ運動の理論について，防衛大学校理工学研究所報告，第3巻 第1号，1965年5月。
 13) 前田久明：任意船型に及ぼす波の強制力について，日本造船学会論文集，第126号，1969年11月。
 14) 日野幹雄・宮永洋一：グリーン関数および仮想法による波力と波の回折計算，土木学会論文報告集，No. 237, 1975年5月，pp. 51~62。
 15) Ursell, F.: On the heaving motion of a circular cylinder on the surface of a fluid, Quart. Jour. Mech. and Applied Math., Vol. II, Pt. 2, 1949, pp. 218~231.
 16) Ursell F.: On the rolling motion of cylinders in the surface of a fluid, Quart. Jour. Mech. and Applied Math., Vol. II, Pt. 3, 1949, pp. 335~353.
 17) 田才福造：船の上下動揺ならびに縦動揺における減衰力および付加質量について，造船協会論文集，第105号，1959年7月，pp. 47~56。
 18) Tasai, F.: Hydrodynamic force and moment produced by swaying and rolling oscillations of cylinders on the free surface, Kyushu Univ. Reports of Research Institute for Applied Me-

- chanics, Vol. IX, No. 35, 1961.
- 19) Tamura, K.: The calculation of hydrodynamic forces and moment acting on the two-dimensional body, 西部造船会会報 第26号, 1963年。
 - 20) Newman, J.N.: Propagation of water waves over an infinite step, Jour. Fluid Mech., Vol. 23, 1965.
 - 21) Garrett, C.J.R.: Wave forces on a circular dock, Jour. Fluid Mech., Vol. 46, Pt. 1, 1971.
 - 22) Miles, J.W.: Surface-wave scattering matrix for a shelf, Jour. Fluid Mech., Vol. 28, 1967.
 - 23) Miles, J.W.: A note on variational principles for surface-wave scattering, Jour. Fluid Mech., Vol. 46, 1971.
 - 24) 井島武士・田淵幹修・湯村やす: 有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変形, 土木学会論文報告集, 第202号, 1972年6月, pp. 33~48.
 - 25) 前出, 文献1)
 - 26) 井島武士・湯村やす・周宗仁・吉田明德: 水底および水面付近の任意断面の固定柱状体による波の散乱と波力, 土木学会論文報告集, No. 228, 1974年8月, pp. 29~43.
 - 27) Mei, C.C. and J.L. Black, : Scattering of surface waves by rectangular obstacles in water of finite depth, Jour. Fluid Mech., Vol. 38, Pt. 3, 1969.
 - 28) Black, J.L., Mei, C.C. and M.C.G. Bray, : Radiation and scattering of water waves by rigid bodies, Jour. Fluid Mech., Vol. 46, Pt. 1, 1971.
 - 29) 別所正利: Variational approach to steady ship wave problem, 8th Symp. on Naval Hydrodynamic, Pasadena, 1970.
 - 30) 水野俊明: 半没水柱状体の左右揺れおよび横揺れについて, 日本造船学会論文集, 第127号, 1970年5月。
 - 31) 佐尾邦久・前田久明・黄宗屹: 軸対称柱体の上下揺れについて, 日本造船学会論文集, 第130号, 1971年11月。
 - 32) Zienkiewicz, O.C., Irons, B.M. and B. Nath: Natural frequencies of complex free or submerged structures by the finite element method, Proc. Conf. on Vibrations in Civil Engineering, Institute of Civil Engineers, London, 1965.
 - 33) Rören, E.M.Q.: Impact of finite element techniques on practical design of ship structures, Proc. Symp. on Finite Element Techniques, Stuttgart, 1969, pp. 419~466.
 - 34) Holand, I.: Finite elements for the computation of hydrodynamic mass, Proc. Symp. on Finite Element Techniques, Stuttgart, 1969, pp. 509~531.
 - 35) Matsuura, Y. and H. Kawakami: Calculation of added virtual mass and added virtual mass moment of inertia of ship hull vibration by the finite element method, Jour. Soc. Naval Arch. Japan, 124, 1968, pp. 281~291.
 - 36) Matsumoto, K.: Application of finite element method to added virtual mass of ship hull vibration, Jour. Soc. Naval Arch. Japan, 127, 1970, pp. 83~90.
 - 37) Zienkiewicz, O.C. and R.E. Newton, : Coupled vibrations of a structure submerged in a compressible fluid, Proc. Sym. on Finite Element Techniques, Stuttgart, 1969, pp. 359~379.
 - 38) Newton, R.E., Chenault, D.W., II, and D.A. Smith, Jr.: Finite element solution for added mass and damping, Proc. Int. Symp. on Finite Element Methods in Flow Problems, Swansea, 1974.
 - 39) Newton, R.E.: Finite element analysis of two-dimensional added mass and damping, Finite Elements in Fluids, Vol. 1, 1975, pp. 219~232.
 - 40) Munk, M.: Fundamentals of Fluid Dynamics for Aircraft Designers, Ronald Press.
 - 41) Korvin-Kroukovsky, B.V.: Investigation of ship motions in regular waves, Trans. SNAME, Vol. 63, 1955.
 - 42) Korvin-Kroukovsky, B.V. and Jacobs, W.R.: Pitching and heaving motions of a ship in regular waves, Trans. SNAME, Vol. 65, 1957.
 - 43) 堀川清司・渡辺 晃: 円筒形浮体と浅海波の相互作用, 第19回海岸工学講演会論文集, 1972年, pp. 419~425.
 - 44) 木原 力・苅 正彦: 矩形断面浮体の波浪動揺に関する研究, 港湾技術研究所報告, 第14巻 第2号, 1975年6月, pp. 47~77.

記号一覧表

- A: 浮体の投影面積
 $A_{\infty 0}$: 入射波に対する速度ポテンシャルの係数, 式(A-3) ($m=0, 1, 2, \dots$)
 A_p : 波力測定時の増幅率, 式(115)
 a : 円柱の半径

- a_n : 浮体を自由減衰振動させたときの第 n 番目の振幅
 $a_m^{(0)}$: 式 (A-9) ($m=0, 1, 2, \dots$)
 B_{m0} : 円柱による進行散乱波の速度ポテンシャルの係数 ($m=0, 1, 2, \dots$)
 $b_m^{(0)}$: 式 (A-9) ($m=0, 1, 2, \dots$)
 $b_m^{(n)}$: " ($m=0, 1, 2, \dots; n=1, 2, \dots$)
 C_D : 抗力係数
 C_d : 漂流運動に対する抵抗係数
 C_{mn} : 円柱による停止散乱波の速度ポテンシャルの係数 ($m=0, 1, 2, \dots; n=1, 2, \dots$)
 c_1 : 付加質量あるいは付加慣性能率
 c_2 : 線形減衰力の係数
 c_3 : 非線形減衰力の係数
 c_4 : 粘性抵抗の係数
 c_5 : 静水圧的復元力の係数
 c_{1r} : 横揺に対する付加慣性能率
 c_{2r} : " 減衰力モーメントの係数
 c_{1z} : 左右揺に対する付加質量
 c_{2z} : " 減衰力の係数
 c_{1z} : 上下揺に対する付加質量
 c_{2z} : " 減衰力の係数
 c_V : 非線形抵抗力の係数
 c'_V : 線形化された非線形抵抗力の係数
 D_{ms} : 円柱浮体下部の速度ポテンシャルの係数 ($m=0, 1, 2, \dots; s=0, 1, 2, \dots$)
 dF : 浮体を薄い断片に分けたとき, 各断片に働く周期的変動力
 dF_{Fz} : 厚さ dz の水平円板に作用する入射波の水平方向波力, 式(59)
 dF_{Fz} : 厚さ dx の板に働く入射波の鉛直方向波力, 式(64)
 $d(F_{D2})_z$: 厚さ dz の水平円板に作用する水平水粒子加速度に比例する水平方向波力, 式(61)
 $d(F_{D2})_z$: 厚さ dx の板に働く鉛直水粒子加速度に比例する鉛直方向波力, 式(66)
 $d_m^{(0)}$: 式 (A-9) ($m=0, 1, 2, \dots$)
 $d_m^{(n)}$: " ($m=0, 1, 2, \dots; n=1, 2, \dots$)
 $d_{ms}^{(0)}$: " ($m=0, 1, 2, \dots; s=1, 2, \dots$)
 $d_{ms}^{(n)}$: " ($m=0, 1, 2, \dots; n=1, 2, \dots; s=1, 2, \dots$)
 \bar{e}_0 : 式 (A-9)
 \bar{e}_n : " ($n=1, 2, \dots$)
 $e_s^{(0)}$: " ($s=0, 1, 2, \dots$)
 $e_s^{(n)}$: " ($n=1, 2, \dots; s=0, 1, 2, \dots$)
 F_0 : 強制波浪外力の振幅
 F_1 : 浮体の減衰振動の振幅
 F_2 : 浮体の定常振動の振幅
 F_D : 固定浮体に働く散乱波による波力 (diffraction wave force または scattered wave force)
 F_E : 固定浮体に働く波浪強制外力 (exciting force)
 F_F : 浮体によって乱されない入射波の場における圧力の浮体の全没水表面における積分値 (Froude-Krieff's force)
 F_R : 造波抵抗 (radiation force)
 F_S : 静水圧的復元力
 F_V : 粘性抵抗
 F_d : 円柱浮体に作用する全漂流力, 式(89)
 F_z : 固定円柱浮体に働く水平波力
 F_z : " 鉛直方向波力
 F_z : 水位変動および浮体の鉛直変位を考慮したときに, 円柱浮体に働く水平波力, 式(85)
 F_{D1} : 散乱波による波力のうち, 水粒子速度に比例する力
 F_{D2} : 散乱波による波力のうち, 水粒子加速度に比例する力
 F_{d1} : 円柱の周囲の水位差による漂流力, 式(89)
 F_{d2} : 浮体の上下揺変位による漂流力, 式(82)
 F_{Fz} : 固定円柱浮体に作用する入射波による水平波力, 式(60)
 F_{Fz} : 固定円柱浮体に作用する入射波による鉛直方向波力, 式(65)
 F_{zh} : 左右揺に対する水平方向の造波抵抗
 F_{zr} : 横揺に対する水平方向の造波抵抗
 F_{zs} : 鉛直方向の静水圧的復元力, 式(87)
 F_{zv} : 上下揺に対する鉛直方向の造波抵抗
 $(F_{D2})_z$: 固定円柱浮体に作用する水平水粒子加速度に比例する水平波力, 式(62)
 $(F_{D2})_z$: 固定円柱浮体に作用する鉛直水粒子加速度に比例する鉛直方向の波力, 式(67)
 f : 周波数
 f_0 : 波力測定系の固有振動数
 f_B : 式(43)
 f_H : 式(44)
 f_M : 式(45)
 f'_M : 式(50)
 $\bar{f}_s^{(1)}$: 式 (A-9) ($s=1, 2, \dots$)
 $\bar{f}_s^{(n)}$: " ($s=1, 2, \dots$)

波浪中の直立円柱浮体に働く流体力とその運動

- \overline{GM} : 傾心高, 式(8)
- g : 重力加速度
- g'_0 : 式(A-49)
- g'_n : " ($n=1, 2, \dots$)
- \bar{g}_0 : 式(A-9)
- \bar{g}_n : " ($n=1, 2, \dots$)
- \bar{g}'_0 : "
- \bar{g}'_n : " ($n=1, 2, \dots$)
- H : 波高
- $H_m^{(3)}$: m 次の第3種ベッセル関数(第1種および第2種ベッセル関数を J_m, Y_m とすれば, $H_m^{(3)} = J_m - iY_m$) ($m=0, 1, 2, \dots$)
- h : 水深
- $h^{(0)}$: 式(A-14)
- $h^{(n)}$: " ($n=1, 2, \dots$)
- I : 浮体の重心まわりの慣性能率, 式(100)
- I_1 : 浮体の寸法と水深で定まる付加慣性能率, 式(108)
- I_w : 円柱部分を流体でおきかえた場合の慣性能率, 式(A-40)
- $I_m\{ \}$: 虚数部分
- i : 虚数単位 ($i^2 = -1$)
- J_m : m 次の第1種ベッセル関数 ($m=0, 1, 2, \dots$)
- K_x : 水平方向の付加質量係数, 式(A-17)
- K_z : 鉛直方向の " , 式(A-27)
- K_θ : 横揺に対する付加慣性モーメント, 式(A-38)
- k : 波数($k=2\pi/L$)
- k_n : $\sigma^2 h/g = k_n h \tan k_n h$ の根 ($n=1, 2, \dots$)
- L : 波長
- l_i : モーメント測定点の静水面からの高さ
- M : 円柱浮体の質量, 式(8)
- M : 浮体の質量あるいは慣性能率
- M_1 : 浮体の寸法と水深で定まる付加質量, 式(107)
- M_T : 固定円柱浮体に作用する重心まわりのモーメント
- M_p : " 静水面上 l_i の点のまわりのモーメント
- M_{TF} : 固定円柱浮体に作用する入射波による重心まわりのモーメント, 式(8)
- M_{Th} : 左右揺に対する重心まわりの造波抵抗モーメント
- M_{Tr} : 横揺に対する重心まわりの造波抵抗モーメント
- M_{TS} : 静水圧的復元モーメント, 式(8)
- M_{TDz} : 固定円柱浮体に作用する水粒子加速度に比例した力による重心まわりのモーメント, 式(7)
- m : 整数
- m_1 : 浮体の質量と付加質量の和, あるいは慣性能率と付加慣性能率の和
- N_0 : 式(7)
- N_n : 式(A-9) ($n=1, 2, \dots$)
- N_x : 水平方向の減衰力係数, 式(A-18)
- N_z : 鉛直方向の " , 式(A-28)
- N_θ : 横揺に対する減衰力モーメント係数, 式(A-39)
- n : 整数
- P_R : 非線形抵抗力, 式(7)
- \bar{P}_R : 線形化された非線形抵抗力, 式(8)
- p : 入射波による変動圧力, 式(5), (5)' または流体の変動圧力, 式(10)
- p_1 : 円柱の側面に作用する流体の変動圧力
- p_2 : " 底面 "
- q : 水深と浮体の吃水との比
- \bar{q} : 式(4)
- R_d : 漂流力とつり合う抵抗力, 式(114)
- $R_e\{ \}$: 実数部分
- r : 円筒座標の距離
- $r^{(0)}$: 式(A-35)
- $r^{(n)}$: " ($n=1, 2, \dots$)
- s : 整数
- \bar{s} : 式(A-9)
- T_0 : 浮体の固有周期(上下揺および横揺)
- T_1 : 自由減衰振動させたときの周期(上下揺および横揺)
- t : 時間
- u : 水粒子速度(水平および鉛直方向)
- \dot{u} : 水平水粒子加速度, 式(5), (5)'
- v_d : 漂流速度
- $(v_d)_{cal}$: 漂流速度の計算値
- $(v_d)_{exp}$: " 実験値
- $v^{(0)}$: 式(A-25)
- $v^{(n)}$: " ($n=1, 2, \dots$)
- w_0 : 流体の単位重量 ($w_0 = \rho g$)
- \dot{w} : 鉛直水粒子加速度, 式(5), (5)'
- x : 入射波の進行方向と逆向きを正にとった水平座標
- x : 浮体の変位(水平, 鉛直および回転変位)
- x_0 : 時刻 t における重心の x 座標
- y : x 軸と直角な水平座標
- y_B : 式(4)
- z : 上向きを正にとった鉛直座標

z_0 : 時刻 t における重心の z 座標

\bar{z}_0 : 静水時における重心の z 座標

α_1 : 式(A-49)

α_2 : "

α_3 : "

β : 減衰定数, 式(16)

γ : 式(A-49)

δ : 時刻 t における浮体の回転角

ε : 非線形抵抗力と入射波との位相差

ε_m : $\varepsilon_0=1, \varepsilon_m=2 (m \neq 0)$

ζ_0 : 入射波の振幅

ζ_t : 円柱浮体の周囲の時刻 t における水位変動, 式(87)

η : 上下揺の複素振幅

η_t : 円柱浮体の時刻 t における上下変位, 式(88)

θ : 円筒座標の角度または船体の縦揺変位

λ_0 : 式(88)

$\bar{\lambda}_0$: "

λ_{1s} : $J_1(\lambda_{1s})=0 (s=1, 2, \dots)$

λ_{2s} : $J_2(\lambda_{2s})=0 (s=1, 2, \dots)$

ν^2 : 円柱浮体の密度分布によって決まる定数

ξ : 左右揺の複素振幅

π : 円周率

ρ : 流体密度

σ : 円周波数 ($\sigma=2\pi f$)

Φ : 速度ポテンシャル

Φ_1 : 円柱浮体の外側 ($r \geq a$) の速度ポテンシャル

Φ_2 : " の下部 ($r < a$) の "

Φ_B : 固定浮体が存在する流体場の速度ポテンシャル

Φ_I : 入射波の速度ポテンシャル

Φ_D : 散乱波の速度ポテンシャル

ω : 横揺の複素振幅

ω_{n1}^0 : 伊藤の近似解法による横揺の固有円振動数, 式(110)

ω_{n1}^1 : 伊藤の近似解法による上下揺の固有円振動数, 式(109)

付録 A-1 井島法による固定円柱浮体に働く波力の計算式

固定円柱浮体に対する速度ポテンシャルは次式のように表わされる。

i) 外域 ($r \geq a$)

$$\Phi_1(r, \theta, z; t) = \sum_{m=0}^{\infty} \left[A_{m0} \frac{J_m(kr)}{J_m(ka)} + B_{m0} \frac{H_m^{(2)}(kr)}{H_m^{(2)}(ka)} \right]$$

$$\times \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh \lambda_0} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \frac{K_m(k_n r)}{K_m(k_n a)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos \lambda_n} \Big] \cos m\theta \cdot e^{i\sigma t} \quad (\text{A-1})$$

ii) 内域 ($r < a$)

$$\Phi_2(r, \theta, z; t) = \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ D_{m0} \left(\frac{r}{a} \right)^m + \sum_{s=1}^{\infty} D_{ms} \frac{I_m(\bar{s}r)}{I_m(\bar{s}a)} \right\} \times \cos \bar{s}(z+qh) \cos m\theta \cdot e^{i\sigma t} \quad (\text{A-2})$$

ここで, A_{m0} は入射波に対する係数, B_{m0} および C_{mn} はそれぞれ円柱による進行散乱波および停止散乱波に対する係数である。このうち A_{m0} は次式で与えられる。

$$A_{m0} = i^{m+1} \varepsilon_m J_m(ka) \zeta_0 g / \sigma \quad (\text{A-3})$$

ここで

J_m : m 次の第 1 種ベッセル関数

ζ_0 : 入射波の半振幅

$\varepsilon_0=1, \varepsilon_m=2 (m \neq 0)$

また, $H_m^{(2)}$ は m 次の第 3 種ベッセル関数, I_m および K_m は m 次の第 1 種および第 2 種の変形ベッセル関数である。なお, この他の記号の説明は後にまとめてあるので参照されたい。

式(A-1)と(A-2)の速度ポテンシャルを用いて圧力を計算することができ, それを浮体の没水表面で積分すれば合力が求まる。計算結果のみを記せば, 固定円柱浮体に作用する水平, 鉛直および重心まわりの回転モーメントは, 次式の実数部分となる。

$$F_x = i\rho\sigma\pi ah [\bar{e}_0(A_{10}+B_{10}) + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{e}_n C_{1n}] e^{i\sigma t} \quad (\text{A-4})$$

$$F_z = -i\rho\sigma\pi a^2 [D_{00} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}_s^{(1)} D_{0s}] e^{i\sigma t} \quad (\text{A-5})$$

$$M_T = -i\rho\sigma\pi ah^2 [\bar{g}_0(A_{10}+B_{10}) + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{g}_n C_{1n} + \frac{a^2}{4h^2} (D_{10} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}_s^{(2)} D_{1s})] e^{i\sigma t} \quad (\text{A-6})$$

また, 実験値と理論値を比較するために, 静水面上 l_s の高さの点の回転モーメント M_p を求めると次のようになる。

$$M_p = -i\rho\sigma\pi ah^2 [\bar{g}_0'(A_{10}+B_{10}) + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{g}_n' C_{1n} + \frac{a^2}{4h^2} (D_{10} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}_s^{(2)} D_{1s})] e^{i\sigma t} \quad (\text{A-7})$$

ここで未知係数 B_{m0} , C_{mn} , D_{ms} は次の連立方程式を解いて得られる。

$$\left. \begin{aligned} b_m^{(0)} \frac{B_{m0}}{A_{m0}} - d_{m0}^{(0)} \frac{D_{m0}}{A_{m0}} - \sum_{s=1}^{\infty} d_{ms}^{(0)} \frac{D_{ms}}{A_{m0}} &= -a_m^{(0)} \\ b_m^{(n)} \frac{C_{mn}}{A_{m0}} - d_{m0}^{(n)} \frac{D_{m0}}{A_{m0}} - \sum_{s=1}^{\infty} d_{ms}^{(n)} \frac{D_{ms}}{A_{m0}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-8})$$

($n=1, 2, \dots$)

$$e_s^{(0)} \frac{B_{m0}}{A_{m0}} + \sum_{p=1}^{\infty} e_s^{(p)} \frac{C_{mn}}{A_{m0}} - \frac{1}{\varepsilon_s} \frac{D_{ms}}{A_{m0}} = -e_s^{(0)} \quad \left. \begin{array}{l} \\ (s=0, 1, 2, \dots) \end{array} \right\}$$

なお、式(A-4)~(A-7)からわかるように、 $m=0, 1$ についてだけ解けばよく、また n, s についての無限級数は第10項程度までとれば十分である。

式(A-1)~(A-8)に用いた記号は次のとおりである。また、これらの記号は付録(A-2)~(A-3)でも使われる。

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= kh, \quad \bar{\lambda}_0 = \bar{q}\lambda_0, \quad \bar{q} = 1 - q \\ \lambda_n &= k_n h, \quad \bar{\lambda}_n = \bar{q}\lambda_n, \quad \bar{s} = \pi s / \bar{q} h \\ \sigma^2 h / g &= kh \tanh kh = -k_n h \tan k_n h \\ &\quad (n=1, 2, \dots) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{e}_0 &= \frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0}, \quad \bar{e}_n = \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n \cos \lambda_n} \\ \bar{g}_0 &= \frac{1}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \left\{ \frac{q\lambda_0 \sinh \bar{\lambda}_0 + \cosh \bar{\lambda}_0 - \cosh \lambda_0}{\lambda_0} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0) \bar{e}_0}{h} \right\} \end{aligned}$$

$$\bar{g}_n = \frac{1}{\lambda_n \cos \lambda_n} \left\{ \frac{q\lambda_n \sin \bar{\lambda}_n - \cos \bar{\lambda}_n + \cos \lambda_n}{\lambda_n} \right. \\ \left. - \frac{(\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n) \bar{e}_0}{h} \right\}$$

$$\bar{f}_s^{(0)} = \frac{2I_1(\bar{s}a)}{\bar{s}aI_0(\bar{s}a)}, \quad \bar{f}_s^{(p)} = \frac{4I_2(\bar{s}a)}{\bar{s}aI_1(\bar{s}a)}$$

$$\bar{g}'_0 = \frac{1}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \left\{ \frac{q\lambda_0 \sinh \bar{\lambda}_0 + \cosh \bar{\lambda}_0 - \cosh \lambda_0}{\lambda_0} \right. \\ \left. - \frac{(\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0) l_s}{h} \right\}$$

$$\bar{g}'_n = \frac{1}{\lambda_n \cos \lambda_n} \left\{ \frac{q\lambda_n \sin \bar{\lambda}_n - \cos \bar{\lambda}_n + \cos \lambda_n}{\lambda_n} \right. \\ \left. - \frac{(\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n) l_s}{h} \right\}$$

$$a_m^{(0)} = \frac{N_0 \sinh \lambda_0 J'_m(ka)}{J_m(ka)}$$

$$b_m^{(0)} = \frac{N_0 \sinh \lambda_0 H_m^{(0)'}(ka)}{H_m^{(0)}(ka)}$$

$$b_m^{(n)} = \frac{N_n \sin \lambda_n K'_m(k_n a)}{K_m(k_n a)}$$

$$N_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_0}{\sinh 2\lambda_0} \right), \quad N_n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_n}{\sin 2\lambda_n} \right)$$

$$d_{m0}^{(0)} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0} \cdot m$$

$$d_{m0}^{(s)} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0} \cdot \frac{\bar{s}a I'_m(\bar{s}a)}{I_m(\bar{s}a)} \cdot \frac{1}{1 + (\pi/\bar{\lambda}_0)^2}$$

$$d_{m0}^{(n)} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n} \cdot m$$

$$d_{m0}^{(s)} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n} \cdot \frac{\bar{s}a I'_m(\bar{s}a)}{I_m(\bar{s}a)} \cdot \frac{1}{1 - (\pi/\bar{\lambda}_n)^2}$$

(A-9)

$$\begin{aligned} e_s^{(0)} &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} \cdot \frac{1}{1 + (\pi/\bar{\lambda}_0)^2} \\ e_s^{(n)} &= \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\bar{\lambda}_n \cos \lambda_n} \cdot \frac{1}{1 - (\pi/\bar{\lambda}_n)^2} \end{aligned} \quad \left. \right\}$$

付録 A-2 井島法による造波抵抗の計算式

(1) 左右揺による造波抵抗

円柱浮体を

$$x_0 = \xi e^{i\omega t} \quad (A-10)$$

で表わされる水平振動をさせたときの速度ポテンシャルは次のようになる。

i) 外域 ($r \geq a$)

$$\begin{aligned} \Phi_1(r, \theta, z; t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \left[B_{m0} \frac{H_m^{(0)}(kr)}{H_m^{(0)}(ka)} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh \lambda_0} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \frac{K_m(k_n r)}{K_m(k_n a)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos \bar{\lambda}_n} \right] \cos m\theta \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (A-11)$$

ii) 内域 ($r < a$)

$$\begin{aligned} \Phi_2(r, \theta, z; t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ D_{m0} \left(\frac{r}{a} \right)^m \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} D_{mn} \frac{I_m(\bar{s}r)}{I_m(\bar{s}a)} \cos \bar{s}(z+qh) \right\} \cos m\theta \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (A-12)$$

未知係数は次の連立方程式を解いて得られる。

$$\begin{aligned} (b_1^{(0)} - d_{10}^{(0)} e_0^{(0)} - 2 \sum_{p=1}^{\infty} d_{1p}^{(0)} e_p^{(0)}) B_{10} \\ - \sum_{p=1}^{\infty} (d_{10}^{(0)} e_0^{(p)} + 2 \sum_{s=1}^{\infty} d_{1s}^{(0)} e_s^{(p)}) C_{1p} = i h^{(0)} \xi \sigma a \\ - (d_{10}^{(n)} e_0^{(0)} + 2 \sum_{s=1}^{\infty} d_{1s}^{(n)} e_s^{(0)}) B_{10} + b_1^{(n)} C_{1n} \\ - \sum_{p=1}^{\infty} (d_{10}^{(n)} e_0^{(p)} + 2 \sum_{s=1}^{\infty} d_{1s}^{(n)} e_s^{(p)}) C_{1p} = i h^{(n)} \xi \sigma a \quad (n=1, 2, \dots) \\ D_{1s} = \varepsilon_s \{ e_s^{(0)} B_{10} + \sum_{p=1}^{\infty} e_s^{(p)} C_{1p} \} \quad (s=0, 1, \dots) \end{aligned} \quad (A-13)$$

ここで

$$\begin{aligned} h^{(0)} &= \frac{(\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0) h}{a \lambda_0} \\ h^{(n)} &= \frac{(\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n) h}{a \lambda_n} \end{aligned} \quad (A-14)$$

その他の記号は式(A-9)による。

造波抵抗は、この場合水平方向のほか、重心まわりの抵抗モーメントが発生する。

$$F_{zx} = i \rho \sigma \pi a h (\bar{e}_0 B_{10} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{e}_n C_{1n}) e^{i\omega t} \quad (A-15)$$

$$\begin{aligned} M_{Tz} &= -i \rho \sigma \pi a h^2 \left[\bar{g}_0 B_{10} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{g}_n C_{1n} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \left(D_{10} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}_s^{(0)} D_{1s} \right) \right] e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (A-16)$$

また水平方向の付加質量係数 K_x , 減衰力係数 N_x は次式
 のようになる。

$$K_x = (R_e\{\xi\} R_e\{F_{xh}\} + I_m\{\xi\} I_m\{F_{xh}\}) / M\sigma^2 |\xi|^2 \quad (\text{A-17})$$

$$N_x = (I_m\{\xi\} R_e\{F_{xh}\} - R_e\{\xi\} I_m\{F_{xh}\}) / M\sigma |\xi|^2 \quad (\text{A-18})$$

ここで, $R_e\{\cdot\}$: 実数部分

$I_m\{\cdot\}$: 虚数部分

M : 浮体の質量 ($M = \pi\rho a^2 qh$)

$$|\xi|^2 = R_e\{\xi\}^2 + I_m\{\xi\}^2$$

(2) 上下揺による造波抵抗

円柱浮体を上下方向に次式で表わされる強制振動をさせるものとする。

$$z_0 - \bar{z}_0 = \eta e^{i\omega t} \quad (\text{A-19})$$

このときの速度ポテンシャルは次のようになる。

i) 外域

$$\begin{aligned} \Phi_1(r, \theta, z; t) = & \left[B_{00} \frac{H_0^{(2)}(kr)}{H_0^{(2)}(ka)} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh \lambda_0} \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} C_{0n} \frac{K_0(k_n r)}{K_0(k_n a)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos \lambda_n} \right] e^{i\omega t} \quad (\text{A-20}) \end{aligned}$$

ii) 内域

$$\begin{aligned} \Phi_2(r, \theta, z; t) = & \left[D_{00} + \sum_{s=1}^{\infty} D_{0s} \frac{I_0(\bar{s}r)}{I_0(\bar{s}a)} \cos \bar{s}(z+qh) \right. \\ & \left. + 2i \sum_{s=1}^{\infty} \eta \sigma h \frac{a}{h} \frac{J_0(\lambda_{0s} r/a)}{\lambda_{0s}^2 J_1(\lambda_{0s})} \right. \\ & \left. \frac{\cosh(\lambda_{0s}(z+h)/a)}{\sinh(\bar{q}\lambda_{0s}h/a)} \right] e^{i\omega t} \quad (\text{A-21}) \end{aligned}$$

ここで, λ_{0s} は $J_0(x) = 0$ の第 s 番目の根, すなわち $J_0(\lambda_{0s}) = 0$ ($s = 1, 2, 3, \dots$) によって決まる値である。

この場合の未知係数を決定するための連立方程式は、次のようになる。

$$\begin{aligned} (b_0^{(0)} - 2 \sum_{s=1}^{\infty} d_{0s}^{(0)} e_s^{(0)}) B_{00} - 2 \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} d_{0s}^{(0)} e_s^{(p)} C_{0p} \\ = i v^{(0)} \eta \sigma h \quad (\text{A-22}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2 \sum_{s=1}^{\infty} d_{0s}^{(n)} e_s^{(0)} B_{00} + b_0^{(n)} C_{0n} - 2 \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} d_{0s}^{(n)} e_s^{(p)} C_{0p} \\ = i v^{(n)} \eta \sigma h \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (\text{A-23}) \end{aligned}$$

$$D_{0s} = \varepsilon_s (e_s^{(0)} B_{00} + \sum_{n=1}^{\infty} e_s^{(n)} C_{0n}) \quad (\text{A-24})$$

ここで ($s = 0, 1, \dots$)

$$\begin{aligned} v^{(0)} = & -2 \frac{a}{h} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_{0s}} \\ & \times \frac{ka \sinh \bar{\lambda}_0 \coth(\bar{q}\lambda_{0s}h/a) - \lambda_{0s} \coth \bar{\lambda}_0}{(ka)^2 - (\lambda_{0s})^2} \\ v^{(n)} = & -2 \frac{a}{h} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_{0s}} \end{aligned} \quad (\text{A-25})$$

$$\times \frac{k_n a \sin \bar{\lambda}_n \coth(\bar{q}\lambda_{0s}h/a) + \lambda_{0s} \cos \bar{\lambda}_n}{(k_n a)^2 + (\lambda_{0s})^2} \Bigg]$$

円柱浮体が上下運動をすると、周囲には式 (A-20), (A-21) で表わされる速度ポテンシャルを持つ波が発生し、その反作用として円柱には次式の実部によって表わされる造波抵抗が働く。

$$\begin{aligned} F_{zv} = & -i\rho\sigma\pi a^2 \left[D_{00} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}_s^{(0)} D_{0s} \right. \\ & \left. + 4i\eta\sigma h \frac{a}{h} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\coth(\bar{q}\lambda_{0s}h/a)}{\lambda_{0s}^2} \right] e^{i\omega t} \quad (\text{A-26}) \end{aligned}$$

この場合には、円柱のまわりには一様な波が発生するので、上下方向以外の造波抵抗は働かない。

上下方向の付加質量係数 K_z , 減衰力係数 N_z は次式のようにになる。

$$K_z = (R_e\{\eta\} R_e\{F_{zv}\} + I_m\{\eta\} I_m\{F_{zv}\}) / M\sigma^2 |\eta|^2 \quad (\text{A-27})$$

$$N_z = (I_m\{\eta\} R_e\{F_{zv}\} - R_e\{\eta\} I_m\{F_{zv}\}) / M\sigma |\eta|^2 \quad (\text{A-28})$$

ここで

$$|\eta|^2 = R_e\{\eta\}^2 + I_m\{\eta\}^2$$

(3) 横揺に対する造波抵抗

円柱が重心のまわりには、

$$\delta = \omega e^{i\omega t} \quad (\text{A-29})$$

で表わされる回転振動を行なうものとする、流体の速度ポテンシャルは次のようになる。

i) 外域

$$\begin{aligned} \Phi_1(r, \theta, z; t) = & \sum_{m=0}^{\infty} \left[B_{m0} \frac{H_m^{(2)}(kr)}{H_m^{(2)}(ka)} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh \lambda_0} \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \frac{K_m(k_n r)}{K_m(k_n a)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos \lambda_n} \cos m\theta \cdot e^{i\omega t} \right] \quad (\text{A-30}) \end{aligned}$$

ii) 内域

$$\begin{aligned} \Phi_2(r, \theta, z; t) = & \left[\sum_{m=1}^{\infty} \left\{ D_{m0} \left(\frac{r}{a} \right)^m + \sum_{s=1}^{\infty} D_{ms} \frac{I_m(\bar{s}r)}{I_m(\bar{s}a)} \right. \right. \\ & \left. \left. \times \cos \bar{s}(z+qh) \right\} \cos m\theta \right. \\ & \left. + 2i \sum_{s=1}^{\infty} \omega \sigma a^2 \frac{J_1(\lambda_{1s} r/a)}{\lambda_{1s}^2 J_2(\lambda_{1s})} \right. \\ & \left. \frac{\cosh(\lambda_{1s}(z+h)/a)}{\sinh(\bar{q}\lambda_{1s}h/a)} \cos \theta \right] e^{i\omega t} \quad (\text{A-31}) \end{aligned}$$

ここで λ_{1s} は, $J_1(x) = 0$ の第 s 番目の根で, $J_1(\lambda_{1s}) = 0$ ($s = 1, 2, 3, \dots$) で決まる値である。

速度ポテンシャルの各未知係数は、次の連立方程式の解である。

$$(b_1^{(0)} - d_{10}^{(0)} e_0^{(0)} - 2 \sum_{s=1}^{\infty} d_{1s}^{(0)} e_s^{(0)}) B_{10} - \sum_{p=1}^{\infty} (d_{10}^{(p)} e_0^{(p)} + 2 \sum_{s=1}^{\infty} d_{1s}^{(p)} e_s^{(p)}) C_{1p} = ir^{(0)} \omega \sigma a^2 \quad (\text{A-32})$$

$$-(d_{10}^{(n)} e_0^{(n)} + 2 \sum_{s=1}^{\infty} d_{1s}^{(n)} e_s^{(n)}) B_{10} + b_1^{(n)} C_{1n} - \sum_{p=1}^{\infty} (d_{10}^{(p)} e_0^{(p)} + 2 \sum_{s=1}^{\infty} d_{1s}^{(p)} e_s^{(p)}) C_{1p} = ir^{(n)} \omega \sigma a^2 \quad (n=1, 2, \dots) \quad (\text{A-33})$$

$$D_{1s} = \varepsilon_s (e_s^{(0)} B_{10} + \sum_{n=1}^{\infty} e_n^{(n)} C_{1n}) \quad (\text{A-34})$$

ここで, $(s=0, 1, \dots)$

$$\left. \begin{aligned} r^{(0)} &= \left(\frac{h}{a}\right)^2 \left\{ (\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0) \bar{z}_0 / (\lambda_0 h) \right. \\ &\quad \left. - (q \lambda_0 \sinh \bar{\lambda}_0 + \cosh \bar{\lambda}_0 - \cosh \lambda_0) / \lambda_0^3 \right\} \\ &\quad + 2 \sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_1'(\lambda_{1s})}{\lambda_{1s} J_2'(\lambda_{1s})} \\ &\quad \times \frac{ka \sinh \bar{\lambda}_0 \coth(\bar{q} \lambda_{1s} h/a) - \lambda_{1s} \cosh \bar{\lambda}_0}{(ka)^2 - (\lambda_{1s})^2} \\ r^{(n)} &= \left(\frac{h}{a}\right)^2 \left\{ (\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n) \bar{z}_0 / (\lambda_n h) \right. \\ &\quad \left. - (q \lambda_n \sin \bar{\lambda}_n - \cos \bar{\lambda}_n + \cos \lambda_n) / \lambda_n^3 \right\} \\ &\quad + 2 \sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_1'(\lambda_{1s})}{\lambda_{1s} J_2'(\lambda_{1s})} \\ &\quad \times \frac{k_n a \sin \bar{\lambda}_n \coth(\bar{q} \lambda_{1s} h/a) + \lambda_{1s} \cos \bar{\lambda}_n}{(k_n a)^2 + (\lambda_{1s})^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-35})$$

横揺の場合には, 造波抵抗モーメントと水平方向の造波抵抗が働く。

$$M_{T_r} = -i \rho \sigma \pi a h^2 \left[\bar{g}_0 B_{10} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{g}_n C_{1n} + \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{a}{h}\right)^2 (D_{10} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}_s^{(1)} D_{1s}) + 2i \left(\frac{a}{h}\right)^2 \omega \sigma a^2 \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\coth(\bar{q} \lambda_{1s} h/a)}{\lambda_{1s}^2} \right] e^{i \omega t} \quad (\text{A-36})$$

$$F_{z_r} = i \rho \sigma \pi a h [\bar{e}_0 B_{10} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{e}_n C_{1n}] e^{i \omega t} \quad (\text{A-37})$$

また, 付加慣性モーメントの係数 K_θ および減衰モーメントの係数 N_θ は次のようになる。

$$K_\theta = (R_e \{\omega\} R_e \{M_{T_r}\} + I_m \{\omega\} I_m \{M_{T_r}\}) / I_\omega \sigma^2 |\omega|^2 \quad (\text{A-38})$$

$$N_\theta = -(I_m \{\omega\} R_e \{M_{T_r}\} - R_e \{\omega\} I_m \{M_{T_r}\}) / I_\omega \sigma^2 |\omega|^2 \quad (\text{A-39})$$

ここで,

I_ω : 円柱部分を流体でおきかえた場合の慣性能率。

$$I_\omega = \frac{1}{4} \pi \rho a^2 q h \left[a^2 + 4 \left\{ \bar{z}_0^2 + \bar{z}_0 q h + \frac{(q h)^2}{3} \right\} \right] \quad (\text{A-40})$$

$$|\omega|^2 = R_e \{\omega\}^2 + I_m \{\omega\}^2$$

A-3 井島法による円柱浮体の運動の計算式

円柱浮体が規則波中で, 左右揺, 上下揺および横揺をしているときの流体の速度ポテンシャルは次式で表される。

i) 外域

$$\begin{aligned} \Phi_1(r, \theta, z; t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \left[A_{m0} \frac{J_m(kr)}{J_m(ka)} \right. \\ &\quad \left. + B_{m0} \frac{H_m^{(0)}(kr)}{H_m^{(0)}(ka)} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh \lambda_0} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \frac{K_m(k_n r)}{K_m(k_n a)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos \lambda_n} \right] \cos m\theta \cdot e^{i \omega t} \end{aligned} \quad (\text{A-41})$$

ii) 内域

$$\begin{aligned} \Phi_2(r, \theta, z; t) &= \left[\sum_{m=0}^{\infty} \left\{ D_{m0} \left(\frac{r}{a}\right)^m \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{s=1}^{\infty} D_{ms} \frac{I_m(\bar{s}r)}{I_m(\bar{s}a)} \cos \bar{s}(z+qh) \right\} \cos m\theta \right. \\ &\quad \left. + 2i \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ \eta \sigma h \frac{a}{h} \frac{J_0(\lambda_{0s} r/a)}{\lambda_{0s} J_1(\lambda_{0s})} \frac{\cosh(\lambda_{0s}(z+h)/a)}{\sinh(\bar{q} \lambda_{0s} h/a)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \omega \sigma a^2 \frac{J_1(\lambda_{1s} r/a)}{\lambda_{1s} J_2(\lambda_{1s})} \frac{\cosh(\lambda_{1s}(z+h)/a)}{\sinh(\bar{q} \lambda_{1s} h/a)} \cos \theta \right\} e^{i \omega t} \right] \end{aligned} \quad (\text{A-42})$$

速度ポテンシャルの未定係数を決定するための連立方程式は次のようになる。

$m=0$ に対して,

$$b_0^{(0)} \frac{B_{00}}{A_{00}} + \alpha_2 v^{(0)} \frac{D_{00}}{A_{00}} + \sum_{s=1}^{\infty} (\alpha_2 v^{(0)} \bar{f}_s^{(1)} - d_{0s}^{(0)}) \frac{D_{0s}}{A_{00}} = -a_0^{(0)} \quad (\text{A-43})$$

$$b_0^{(n)} \frac{C_{0n}}{A_{00}} + \alpha_2 v^{(n)} \frac{D_{00}}{A_{00}} + \sum_{s=1}^{\infty} (\alpha_2 v^{(n)} \bar{f}_s^{(1)} - d_{0s}^{(n)}) \frac{D_{0s}}{A_{00}} = 0 \quad (n=1, 2, \dots) \quad (\text{A-44})$$

$$e_s^{(0)} \frac{B_{00}}{A_{00}} + \sum_{p=1}^{\infty} e_s^{(p)} \frac{C_{0p}}{A_{00}} - \frac{1}{\varepsilon_s} \frac{D_{0s}}{A_{00}} = -e_s^{(0)} \quad (s=0, 1, 2, \dots) \quad (\text{A-45})$$

$m=1$ に対して,

$$\begin{aligned} \{b_1^{(0)} - (\alpha_1 \bar{e}_0 h^{(0)} - \alpha_3 g_0' r^{(0)})\} \frac{B_{10}}{A_{10}} \\ - \sum_{p=1}^{\infty} (\alpha_1 \bar{e}_p h^{(0)} - \alpha_3 g_p' r^{(0)}) \frac{C_{1p}}{A_{10}} \\ - \left(d_{10}^{(0)} - \frac{a}{4h} \alpha_3 r^{(0)}\right) \frac{D_{10}}{A_{10}} \\ - \left(d_{10}^{(0)} - \frac{a}{4h} \alpha_3 r^{(0)} \bar{f}_s^{(0)}\right) \frac{D_{1s}}{A_{10}} \\ = -(\alpha_1^{(0)} - \alpha_1 \bar{e}_0 h^{(0)} + \alpha_3 g_0' r^{(0)}) \quad (\text{A-46}) \\ (\alpha_1 \bar{e}_0 h^{(n)} - \alpha_3 g_0' r^{(n)}) \frac{B_{10}}{A_{10}} - b_1^{(n)} \frac{C_{1n}}{A_{10}} \\ + \sum_{p=1}^{\infty} (\alpha_1 \bar{e}_p h^{(n)} - \alpha_3 g_p' r^{(n)}) \frac{C_{1p}}{A_{10}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left(d_{10}^{(n)} - \frac{a}{4h} \alpha_3 r^{(n)} \right) \frac{D_{10}}{A_{10}} \\
 & + \sum_{s=1}^{\infty} \left(d_{1s}^{(n)} - \frac{a}{4h} \alpha_3 r^{(n)} \bar{f}_s^{(2)} \right) \frac{D_{1s}}{A_{10}} \\
 & = -(\alpha_1 \bar{e}_0 h^{(n)} - \alpha_3 g'_0 r^{(n)}) \quad (n=1, 2, \dots)
 \end{aligned} \tag{A-47}$$

$$\begin{aligned}
 e_s^{(0)} \frac{B_{10}}{A_{10}} + \sum_{p=1}^{\infty} e_s^{(p)} \frac{C_{1p}}{A_{10}} - \frac{1}{\varepsilon_s} \frac{D_{1s}}{A_{10}} = -e_s^{(0)} \\
 (s=0, 1, 2, \dots)
 \end{aligned} \tag{A-48}$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha_1 &= 1/q \\
 \alpha_2 &= 1 / \left\{ q - \frac{1}{r} + 4 \frac{a}{h} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\coth(\bar{q} \lambda_{1s} h/a)}{\lambda_{1s}^3} \right\} \\
 \alpha_3 &= 4 / \left[\nu^2 q \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{qh}{a} \right)^2 \right\} - \frac{1}{r} \right. \\
 & \quad \left. + \frac{2qh}{ra} \left(\frac{qh}{a} + \frac{2\bar{z}_0}{a} \right) + 8 \frac{a}{h} \frac{\coth(\bar{q} \lambda_{1s} h/a)}{\lambda_{1s}^3} \right] \\
 g'_0 &= \frac{h}{a} \bar{g}_0, \quad g'_n = \frac{h}{a} \bar{g}_n, \quad r = \frac{\sigma^2 h}{g}
 \end{aligned} \right\} \tag{A-49}$$

ν^2 : 円柱浮体の密度分布によって決まる定数。
 重心まわりの慣性能率を I とすると、

$$I = \nu^2 \rho \frac{\pi a^4}{4} qh \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{qh}{a} \right)^2 \right\}$$

また、他の係数は既出のものと同じである。

このようにして速度ポテンシャルが決まると、左右揺、上下揺および横揺の複素振幅 ξ, η, ω は次式によって計算できる。

$$\xi \sigma a = -i \alpha_1 [\bar{e}_0 (A_{10} + B_{10}) + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{e}_n C_{1n}] \tag{A-50}$$

$$\eta \sigma h = i \alpha_2 (D_{00} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}_s^{(1)} D_{0s}) \tag{A-51}$$

$$\begin{aligned}
 \omega \sigma a^2 = i \alpha_3 \left[g_0 (A_{10} + B_{10}) + \sum_{n=1}^{\infty} g'_n C_{1n} \right. \\
 \left. + \frac{a}{4h} \left(D_{10} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}_s^{(2)} D_{1s} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{A-52}$$

なお、式(A-45)、(A-46)、(A-49)、(A-51) および式(A-48)の α_3, g'_0, g'_n は文献 1) の井島による計算式とは異なっているが、実験結果と比較してみたところここに挙げた式による計算値の方がよく合っていることがわかったので、本報告ではこれらの式によって計算を行っている。