

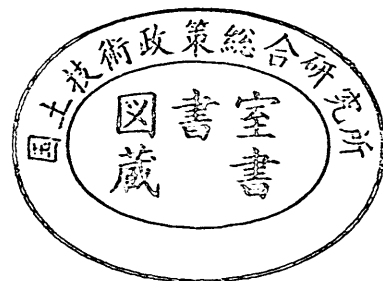
運輸省港湾技術研究所

港湾技術研究所 報告

REPORT OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH
INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT

VOL. 14 NO. 2 JUNE 1975

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



港湾技術研究所報告 (REPORT OF P.H.R.I)

第14巻 第2号 (Vol. 14, No. 2), 1975年6月 (June 1975)

目 次 (CONTENTS)

1. 備讃瀬戸における海底砂州, サンドウェーブの調査小 笹 博 昭..... 3
(Field Investigation of Submarine Banks and Large Sand Waves
.....Hiroaki OZASA)
2. 矩形断面浮体の波浪動揺に関する研究木 原 力, 轟 正 彦.....47
(Etude sur les Mouvement d'un Corps Flottant Rectangulaire dans la Houle
..... Tsutomu KIHARA and Masahiko TODOROKI)
3. 円形断面緊張繫留浮体の防波効果と繫留力
..... 木 原 力, 北 谷 高 雄, 轟 正 彦.....79
(A Study on the Function and Mooring Force of Floating Breakwaters with Circular
Cross SectionTsutomu KIHARA, Takao KITATANI and Masahiko TODOROKI)
4. 栈橋スラブ上のコンクリート舗装の収縮ひびわれと防止対策
..... 佐 藤 勝 久, 森 口 拓, 浅 島 豊 明, 洪 谷 英 男... 111
(Control of Shrinkage Cracking of Concrete Pavements on pier Slabs
.....Katsuhisa SATO, Hiraku MORIGUCHI, Toyoaki ASAJIMA and Hideo SHIBUYA)
5. 空港舗装路盤としてのコーラルリーフロックの評価 (第1報)
..... 佐 藤 勝 久, 福 手 勤, 浅 島 豊 明, 洪 谷 英 男... 139
(An Appraisal of Coral Reef Rock as the Base Course Material of Airport Pavements
(Ist Report)
..... Katsuhisa SATO, Tsutomu FUKUDE, Toyoaki ASAJIMA and Hideo SHIBUYA)

2. 矩形断面浮体の波浪動揺に関する研究

木原 力*・轟 正彦**

要 旨

本研究は波による矩形浮体の波浪動揺に関する理論値が妥当なものであるか否かを自由浮体に関する実験値と比較することにより検討したものである。

実験は水路において入射波周期を1.6秒から3.3秒まで0.1秒間隔に変化させ、浮体の水平、鉛直、回転運動の振幅を測定した。一方、理論計算としては、速度ポテンシャルを用いた解析および差分方程式による浮体動揺逐次計算により浮体運動の各振幅を求めた。

実験値と理論値を比較することにより、一般に理論値は浮体の回転振幅が大きくなる入射波周期のもとで、実験値と定量的にかなり異なる結果が得られた。これは、浮体運動に関する理論を導くに際し、浮体の回転変位を微小と仮定していることに起因すると思われる。

また、浮体の波浪動揺による変位を考慮して逐次計算を行なうことにより、水平変位は往復運動に加え漂流が生じる。そこで、計算において漂流が生じる原因を明らかにした。

* 前水工部 高潮津波研究室長

** 水工部 模型試験課

2. Etude sur les Mouvement d'un Corps Flottant Rectangulaire dans la Houle

Tsutomu KIHARA*

Masahiko TODOROKI**

Resumé

Le présent travail a pour but d'examiner si des théories des mouvements d'un corps flottant rectangulaire sont valable ou non en comparant les résultats théoriques avec les résultats expérimentaux.

D'une part, des amplitudes du mouvement horizontal, vertical et de roulis du corps flottant librement dans la houle dont la période est de 1.6 à 3.3 secondes ont été mesurées au moyen d'un expérience. D'autre part, elles ont été calculées analytiquement par une théorie utilisant le potentiel de vitesse et aussi numériquement à l'aide de l'équations de différences finies.

La comparaison des amplitudes du mouvement du corps flottant obtenues montre que les valeurs de l'amplitude entre l'expérience et les calculs sont assez différentes seulement dans la houle sous laquelle le roulis du corps sont très fort.

On considère la cause d'un dérive qui a été engendré en appliquant la methode de calcul numérique tenant compte le déplacement du corps flottant.

* Ex-Chief de la Storm Surge and Tsunami Laboratory, Hydraulic Engineering Division

** Membre de la Model Test Section, Hydraulic Engineering Division

目 次

要 旨	47
1. まえがき	51
2. 自由浮体の波浪動揺に関する実験	51
2.1 実験施設	51
2.2 実験結果	54
3. ポテンシャル理論による解析解	55
3.1 厳密解の誘導	55
3.2 近似解	61
3.3 計算結果	62
4. 差分方程式による逐次解	63
4.1 近似理論を用いた解法	63
4.2 浮体の変位および波による水面変動を考慮した解法	67
5. む す び	76
参考文献	76
記号一覧表	76

1. まえがき

港湾建設上の最近の傾向の一つとして、荒天時においても船舶が安全に荷役ないしは避泊できるよう外郭施設の配置を計画し、既存防波堤を改良しようとする動きがある。このためには港口侵入波、防波堤からの越波、港内発生波等による港内の擾乱度算定手法の開発と共に、緊留船舶の波浪による動揺の大きさを推定する理論式の確立化が望まれる。

一般に、波浪による浮体運動を理論的に取り扱うには速度ポテンシャルを用いた解析的手法が採られる。これは与えられた境界条件を満足する速度ポテンシャルを仮定し、浮体の運動方程式、水粒子の圧力および流速の連続条件式を用いて、速度ポテンシャル中の係数を決定することにより、浮体運動の振幅を求める方法である。

いま、浮体の平面形状として矩形浮体を対象に既存の浮体運動に関する理論を挙げると、断面的取り扱いによる浮体の二次元運動について、井島 et al.¹⁾ は自由および緊留浮体の運動および波の反射率、透過率を扱っている。伊藤・千葉²⁾ は速度ポテンシャル中の無限級数項を省略した近似理論により、同様の問題を扱った。井島³⁾ は、浮体の二次元運動に関する理論を積分方程式を用いて三次元の浮体運動にまで拡張している。

こうした矩形浮体の波浪動揺に関する理論値は、未だ実験的に十分検証されているとはいえない。たとえば、緊留船舶に関する実験的研究として、岸壁ないしは杭式シーバースに緊留された船舶の波浪による岸壁、シーバースへの衝突力ないしはけん引力に関する実験^{4),5)}、スーパータンカーの波浪動揺によるドルフィンへの衝撃力

に関する実験⁶⁾ 等があるが、これらはどれも具体的構造物を対象とした平面実験で、上記の理論値と比較するには必ずしも適した形で表わされていない。

そこで、本研究は最も基本的な矩形断面自由浮体を対象とし、数多くの入射波周期のもとで波浪動揺に関する断面実験を行ない、測定した浮体の水平・鉛直・回転運動の振幅を理論値と比較することにより、理論値の妥当性を検討する。ただし、波浪による浮体動揺の理論値として、速度ポテンシャルを用いた解析解と、差分方程式を用いて浮体動揺を時間的に逐次求める逐次計算法を取り上げる。

2. 自由浮体の波浪動揺に関する実験

2.1 実験施設

(1) 水路

実験は当所の無反射性造波水路において鉛直振動流型造波機による規則波を用いて行なった。図 2.1 は実験に用いた水路諸元および水路における浮体運動測定位置の概略を示したものである。

(2) 模型浮体

a) 浮体諸元

実験に用いた浮体は図 2.2 に示すように幅 130 cm,

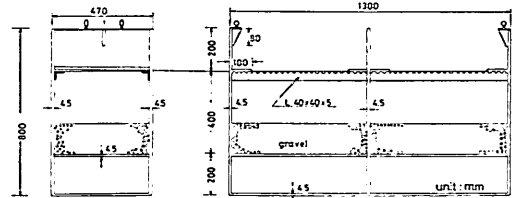


図 2.2 実験浮体

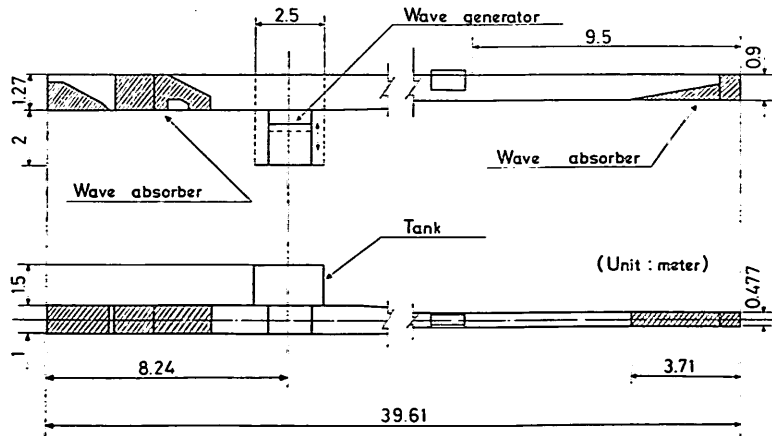


図 2.1 実験水路および浮体位置

高さ 80cm, 長さ 47cm, 4.5mm 厚の鋼板で製作し, 浮体下部 20cm は仕切り板により中空になっている。実験は浮体の吃水および慣性モーメントを調節するため, 浮体内部に高さ 14.3cm にわたって砂利を填充した。表 2.1 は波浪による浮体運動を計算するのに必要な諸元を示したものである。

表 2.1 浮体諸元

諸元	記号	値
半幅	l	65cm
吃水	d	50.5cm
浮体重心位置	z_0	-19.0cm
慣性モーメント(長さ 1cm 当り)	I_0	14.63 kg·sec ²

b) 静水中における浮体動揺試験

ここでは浮体重心の鉛直運動 (heaving) および重心の回りの回転運動 (rolling) の固有振動周期を測定するため静水中で行なった浮体動揺試験について述べる。

いま, 図 2.3 に示すように静水中において浮体が鉛直方向に ζ , 回転角 θ だけ変位したとすると, 浮体前後面の波高計で測定する水位変化 η_A, η_B はそれぞれ次のように表わされる*。

$$\left. \begin{aligned} \eta_A &= -\zeta + l\theta \\ \eta_B &= -\zeta - l\theta \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

この水位変化を図 2.4 のホイーストブリッジを利用

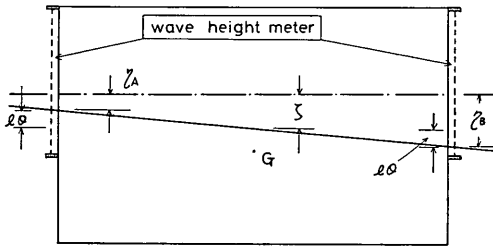


図 2.3 静水中における浮体変位

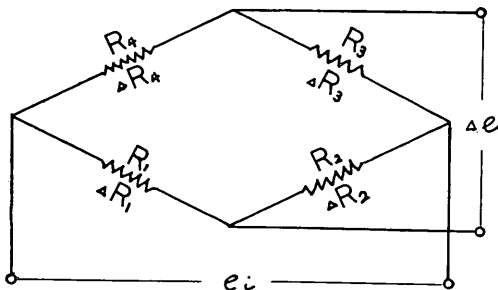


図 2.4 ホイーストブリッジ

した波高計で計測するものとし, 簡単のためブリッジ各辺の抵抗が初期平衡条件 $R_1=R_2=R_3=R_4=R$ を満たしているとする。浮体前後の波高計による水位変化 (2.1) 式が抵抗変化 $\Delta R_1, \Delta R_2$ となって生じるものとする,

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1}\right)_{\eta_A} &= -\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{\zeta} + \left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{l\theta} \\ \left(\frac{\Delta R_2}{R_2}\right)_{\eta_B} &= -\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{\zeta} - \left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{l\theta} \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

で表わされる。よって出力電圧の変化 Δe_i は

$$\begin{aligned} \Delta e_i &= \frac{1}{4} \left\{ \left(\frac{\Delta R_1}{R_1}\right)_{\eta_A} - \left(\frac{\Delta R_2}{R_2}\right)_{\eta_B} \right\} e_i \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{l\theta} e_i \end{aligned}$$

となり, 浮体の鉛直変位 ζ は消し合って回転変位のみが取り出せる。

次に, 抵抗変化 ΔR_1 が浮体前後の水位変化の和として生じたものとする

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = -2 \left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{\zeta}$$

の関係から

$$\Delta e_i = -\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{\zeta} e_i$$

となり, 浮体の鉛直変位 ζ のみが測定されることになる。

静水中における浮体動揺試験は, 水深 60, 65, 70cm のそれぞれについて, 浮体を鉛直および回転方向に変位させこれら運動の周期を測定した。図 2.5 は, 水深 65 cm の場合の測定記録の例である。表 2.2 に浮体の回転

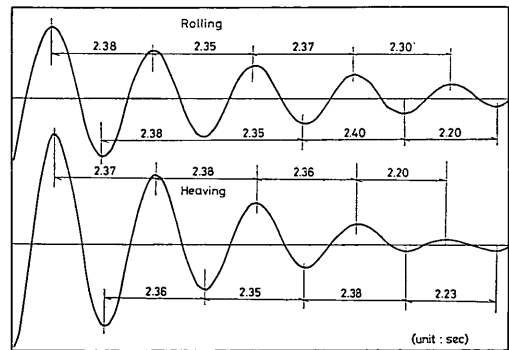


図 2.5 浮体動揺周期の測定例

* 浮体の鉛直変位は上向き正, 水平変位は右向き, 回転変位は反時計方向をそれぞれ正とする。

矩形断面浮体の波浪動揺に関する研究

表 2.2 回転および鉛直運動の固有周期

水深 (cm)	回 転		鉛 直	
	実 測	計 算	実 測	計 算
60	2.35	2.40	2.45	2.86
65	2.32	2.31	2.36	2.47
70	2.28	2.27	2.28	2.28

(単位: sec)

および鉛直運動の測定固有振動周期を示す。なお、同表には後述する近似理論による計算値も参考のため掲げた。

(3) 実験諸元

a) 水 深

水深 h は実験を通し 65cm の一定とした。

b) 入射波周期

入射波周期 T は 1.6 秒から 3.3 秒まで 0.1 秒きざみに変化させた。

c) 入射波高

波高は各周期毎に浮体を浮かべない状態で通過波高を測定し、これを入射波高とした。ただし、通過波高を測定するにおいては水路末端消波工および側壁からの反射の影響により水路内に部分重複波が形成されるので、浮

体位置付近の最大および最小波高の平均値をとった。図 2.6 は各周期における入射波高 (造波機偏心 2 cm) を示したもので、参考のため浮体を水路底に着座させその前面の測定重複波高より逆算した入射波高の値も併せ示している。なお、図中の (a) と (b) は、浮体を沈めた位置が若干異なっている。すなわち、(a) は浮体後端より水路末端まで 10 m の位置に浮体を沈めたもので、(b) は (a) よりさらに 50cm 後方に沈めた。

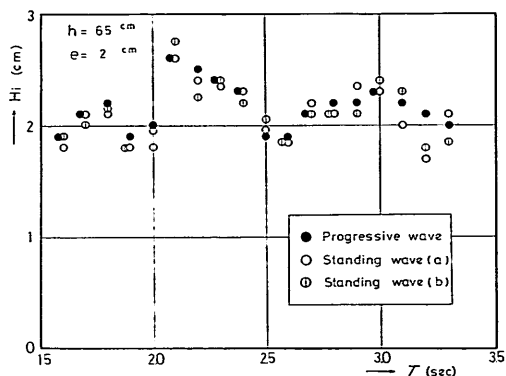


図 2.6 入射波高

(4) 波浪による浮体動揺の測定

波浪による浮体動揺の測定には 8 ミリ 撮影機を用い

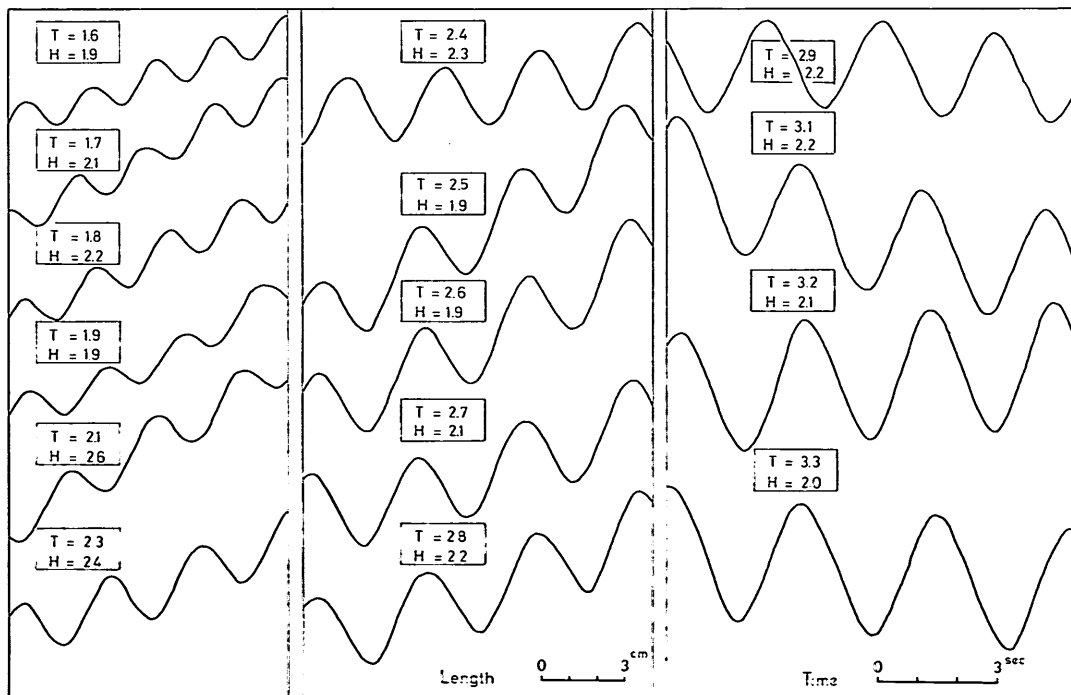


図 2.7 浮体重心の時間的な水平変位 (実験値)

た。すなわち、浮体の重心運動を撮影したフィルムをスクリーンに映写し、フィルム2コマ毎に重心の水平および鉛直変位を読みとることにより、浮体の水平運動(swaying)および鉛直運動の振幅を測定した。また、回転運動の振幅は浮体中心から50cmづつ離れた2点の同時刻の鉛直変位の差から計算により算出した。なお、造波機で波を起こし始めて最初の数波は定常状態に達しない波が浮体に作用するものとみなし、この間は漂流のみを止める目的で浮体を手で拘束した。このあと手を放し、自由運動する浮体を撮影した。

2.2 実験結果

(1) 水平変位

図2.7は浮体重心水平変位の時間的変動を示す*。図より一般に短周期性の入射波のもとで、浮体は往復運動に加え波の進行方向に時間と共に移動する漂流現象を生じている。一方、 $T > 2.9$ 秒の入射波周期のもとでは、浮体はあまり漂流していないか、むしろ波の進行方向に逆らって移動している。これは、後述するように水路終端側壁からの波の反射の影響によるものと思われる。

表 2.3 浮体の水平振幅 (実験結果)

T (sec)	2a (cm)	2ξ (cm)					ξ/a
		1	2	3	4	平均	
1.6	1.9	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	0.58
1.7	2.1	1.2	1.2	1.2	1.1	1.2	0.57
1.8	2.2	1.4	1.5	1.4	1.4	1.4	0.64
1.9	1.9	1.3	1.3	1.3	1.2	1.3	0.68
2.0	2.0	1.3	1.5	1.3	1.4	1.4	0.70
2.1	2.6	1.8	1.7	1.7	1.9	1.8	0.69
2.2	2.5	2.0	1.9	1.9	—	1.9	0.76
2.3	2.4	2.0	2.1	2.0	1.9	2.0	0.83
2.4	2.3	2.4	2.4	2.5	—	2.4	1.04
2.5	1.9	2.7	2.7	2.6	—	2.7	1.42
2.6	1.9	2.9	2.8	2.8	—	2.8	1.47
2.7	2.1	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	1.33
2.8	2.2	3.0	2.8	2.9	—	2.9	1.32
2.9	2.2	3.2	3.2	3.2	—	3.2	1.45
3.0	2.3	3.5	3.5	3.4	—	3.5	1.52
3.1	2.2	4.3	4.2	4.1	4.2	4.2	1.91
3.2	2.1	4.5	4.6	4.6	—	4.6	2.19
3.3	2.0	4.6	4.5	4.7	—	4.6	2.30

* 図に示されていない入射波周期の実験結果は、4.で計算値と比較する際に掲載する。

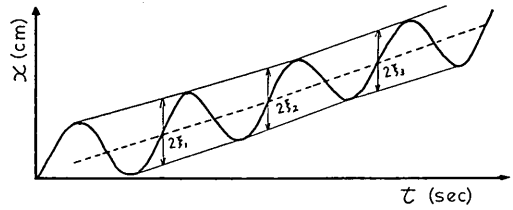


図 2.8 水平振幅算出法

表2.3は浮体重心水平振幅についての実験結果を示したもので、水平振幅を決定するにあたっては以下の方法を用いた。まず、図2.8に示すように、時間的な水平変位の極大および極小値同志を直線で結び、この直線間の中心線を引く。この中心線を浮体水平変位が下から上に向かって横切る位置での水平全振幅(2ξ)の平均値を入射波高(2a)で割って無次元化した水平振幅(ξ/a)を求めた。

(2) 鉛直変位

実験で測定した浮体重心の時間的な鉛直変位は、浮体初期重心位置を中心に正弦的な運動を行なう。表2.4は浮体鉛直変位の実験結果を示したものである。

(3) 回転変位

浮体の回転変位についても、鉛直変位と同様時間的に

表 2.4 浮体の鉛直振幅 (実験結果)

T (sec)	2a (cm)	2ξ (cm)					ξ/a
		1	2	3	4	平均	
1.6	1.9	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.37
1.7	2.1	0.9	1.2	0.9	0.8	1.0	0.48
1.8	2.2	1.2	1.2	0.9	1.2	1.1	0.50
1.9	1.9	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	0.68
2.0	2.0	1.8	1.9	1.8	1.6	1.8	0.90
2.1	2.6	1.9	2.0	2.4	2.0	2.1	0.81
2.2	2.5	2.4	2.3	2.1	—	2.3	0.92
2.3	2.4	2.7	2.8	2.8	2.8	2.8	1.17
2.4	2.3	2.5	2.5	2.5	—	2.5	1.09
2.5	1.9	2.2	2.1	2.0	2.0	2.1	1.11
2.6	1.9	2.8	2.6	2.7	—	2.7	1.42
2.7	2.1	3.2	3.1	3.1	3.1	3.1	1.48
2.8	2.2	3.6	3.6	3.5	3.6	3.6	1.64
2.9	2.2	3.8	3.9	3.8	—	3.8	1.73
3.0	2.3	3.4	3.5	3.5	—	3.5	1.52
3.1	2.2	2.8	2.8	2.8	2.9	2.8	1.27
3.2	2.1	2.5	2.6	2.6	—	2.6	1.24
3.3	2.0	2.3	2.3	2.4	—	2.3	1.15

ほぼ正弦波に近い変動を示した。表 2.5 に実験結果を示す。

表 2.5 浮体の回転振幅 (実験結果)

T (sec)	2a (cm)	2θl' (cm)					θl/a
		1	2	3	4	平均	
1.6	1.9	1.4	1.4	1.3	1.2	1.3	0.44
1.7	2.1	1.7	1.8	1.8	1.5	1.7	0.53
1.8	2.2	2.0	2.1	2.2	2.0	2.1	0.61
1.9	1.9	2.2	2.2	2.1	2.0	2.1	0.73
2.0	2.0	3.1	3.1	3.0	3.0	3.1	1.00
2.1	2.6	6.9	6.7	6.9	—	6.8	1.71
2.2	2.5	9.6	8.9	9.5	—	9.3	2.43
2.3	2.4	9.8	9.5	9.7	—	9.7	2.62
2.4	2.3	8.9	8.7	8.7	8.9	8.8	2.48
2.5	1.9	8.1	8.0	8.0	—	8.0	2.74
2.6	1.9	6.5	6.5	6.6	—	6.5	2.23
2.7	2.1	5.6	5.8	5.7	6.0	5.8	1.79
2.8	2.2	4.8	4.8	4.8	—	4.8	1.42
2.9	2.2	4.0	3.9	4.0	—	4.0	1.18
3.0	2.3	3.6	3.9	3.6	—	3.7	1.04
3.1	2.2	4.0	3.8	3.8	3.7	3.8	1.13
3.2	2.1	3.6	3.8	3.8	—	3.7	1.15
3.3	2.0	3.5	3.3	3.3	—	3.4	1.10

(注) l' = 100cm

3. ポテンシャル理論による解析解

3.1 歳密解の誘導

図 3.1 に示すように一定水深 h の海域で、幅 2l、吃水 d の矩形浮体が入射波 a のもとに運動する場合を考え、(I) は入射波領域、(II) は浮体底層領域、(III) は伝達波領域を表わすものとする。

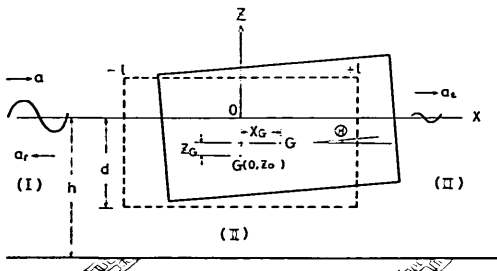


図 3.1 浮体の運動

(1) 境界条件および速度ポテンシャル

a) 境界条件

静止位置からの浮体重心の水平・鉛直および重心のま

わりの回転変位を

$$\left. \begin{aligned} x_G &= \xi e^{i\sigma t} \\ z_G &= \zeta e^{i\sigma t} \\ \theta &= \theta e^{i\sigma t} \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

と置くと、この運動に伴う浮体壁面の水平および鉛直速度は運動を微小と仮定するとそれぞれ次のように表わされる*。

$$\left. \begin{aligned} U &= i\sigma \xi - i\sigma \theta (z - z_0) \\ V &= i\sigma \zeta + i\sigma \theta x \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

ここに z_0 は浮体初期重心位置の z 座標である。

領域 (I), (II), (III) の速度ポテンシャルをそれぞれ φ_I, φ_II, φ_III とすると、各領域の境界条件は次のようになる。

領域 (I), (III):

$$\left. \begin{aligned} z=0 \text{ で } \frac{\partial \phi}{\partial z} &= \frac{\sigma^2}{g} \phi \\ z=-h \text{ で } \frac{\partial \phi}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

領域 (II):

$$\left. \begin{aligned} z=-d \text{ で } \frac{\partial \phi_{II}}{\partial z} &= i\sigma \zeta + i\sigma \theta x \\ z=-h \text{ で } \frac{\partial \phi_{II}}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

b) 速度ポテンシャル

各領域において上記の境界条件を満足する Laplace 方程式

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (3.5)$$

の解は次式で与えられる。

$$\phi_I = \{A_0 e^{-ik(x+l)} + B_0 e^{ik(x+l)}\} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{kn(x+l)} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \phi_{II} &= C_0 \frac{x}{l} + D_0 + \sum_{s=1}^{\infty} \left(\frac{C_s}{\sinh \frac{s\pi l}{h-d}} \frac{\sinh \frac{s\pi x}{h-d}}{h-d} \right. \\ &+ \left. \frac{D_s}{\cosh \frac{s\pi l}{h-d}} \frac{\cosh \frac{s\pi x}{h-d}}{h-d} \right) \cos \frac{s\pi}{h-d} (h+z) \\ &- \frac{i\sigma \zeta}{h-d} \left\{ \frac{x^2}{2} - \frac{(h+z)^2}{2} + E_1 \right\} \end{aligned}$$

* ここに e^{i\sigma t} の項は省略して記述する。

$$-\frac{i\sigma\theta x}{h-d} \left\{ \frac{x^2}{6} - \frac{(h+z)^2}{2} + E_2 \right\} \quad (3.7)^*$$

$$\begin{aligned} \phi_{\text{III}} = & G_0 e^{-ik(x-l)} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} G_n e^{-k_n(x-l)} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし } \sigma^2 = & kg \tanh kh \\ & = -k_n g \tan k_n h \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

(2) 圧 力

速度ポテンシャルを用いると、圧力は一般に、

$$p(x, z) = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = -i\rho\sigma\phi \quad (3.10)$$

で与えられるので、浮体境界では次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} p_1(-l, z) = & -i\rho\sigma \left\{ (A_0 + B_0) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \right\} \\ p_2(\pm l, z) = & -i\rho\sigma \left[\pm C_0 + D_0 + \sum_{s=1}^{\infty} (\pm C_s + D_s) \right. \\ & \times \cos \frac{s\pi}{h-d} (h+z) - \frac{i\sigma\zeta}{h-d} \\ & \times \left\{ \frac{l^2}{2} - \frac{(h+z)^2}{2} + E_1 \right\} \\ & \left. \mp \frac{i\sigma\theta l}{h-d} \left\{ \frac{l^2}{6} - \frac{(h+z)^2}{2} + E_2 \right\} \right] \\ p_3(l, z) = & -i\rho\sigma \left[G_0 \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} G_n \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

ここで、サフィックス 1, 2, 3 はそれぞれ領域 (I), (II), (III) を示すものとする。

次に底層断面 ($-h \leq z \leq -d$) の鉛直方向平均圧力 \bar{p} は

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}_1(-l) = & -i\rho\sigma \left\{ (A_0 + B_0) f_B + \sum_{n=1}^{\infty} A_n g_{Bn} \right\} \\ \bar{p}_2(\pm l) = & -i\rho\sigma \left[\pm C_0 + D_0 - \frac{i\sigma\zeta}{h-d} \right. \\ & \times \left\{ \frac{l^2}{2} - \frac{(h-d)^2}{6} + E_1 \right\} \\ & \left. \mp \frac{i\sigma\theta l}{h-d} \left\{ \frac{l^2}{6} - \frac{(h-d)^2}{6} + E_2 \right\} \right] \\ \bar{p}_3(l) = & -i\rho\sigma \left\{ G_0 f_B + \sum_{n=1}^{\infty} G_n g_{Bn} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

* 井島ほかは、(3.4) 式を満たす速度ポテンシャルを Fourier 変換することにより級数の形で得ているが、ここでは伊藤・千葉にならって有限 Fourier cosine 変換により導いた。

で与えられる。

ここで、

$$\left. \begin{aligned} f_B = & \frac{1}{h-d} \int_{-h}^{-d} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz \\ = & \frac{1}{k(h-d)} \frac{\sinh k(h-d)}{\cosh kh} \\ g_{Bn} = & \frac{1}{(h-d)} \int_{-h}^{-d} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} dz \\ = & \frac{1}{k_n(h-d)} \frac{\sin k_n(h-d)}{\cos k_n h} \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

(3) 流 速

水平流速 u はポテンシャル ϕ を x で微分することにより得られる。各境界での流速はそれぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u_1(-l, z) = & -ik(A_0 - B_0) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} k_n A_n \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \\ u_2(\pm l, z) = & \frac{C_0}{l} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{s\pi}{(h-d)} \left(C_s \coth \frac{s\pi l}{h-d} \right. \\ & \left. \pm D_s \tanh \frac{s\pi l}{h-d} \right) \cos \frac{s\pi}{h-d} (h+z) \\ & \mp \frac{i\sigma\zeta l}{(h-d)} - \frac{i\sigma\theta}{h-d} \left\{ \frac{l^2}{2} - \frac{(h+z)^2}{2} + E_2 \right\} \\ u_3(l, z) = & -ikG_0 \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} k_n G_n \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

(3.14) 式より底層流の断面平均流速 $\bar{u}_2(\pm l)$ を計算すると級数項が消えて次のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{u}_2(\pm l) = & \left[\frac{C_0}{l} \mp \frac{i\sigma\zeta l}{h-d} - \frac{i\sigma\theta}{h-d} \left\{ \frac{l^2}{2} - \frac{(h-d)^2}{6} + E_2 \right\} \right] \\ = & \bar{u}_2(0) + \frac{i\sigma l}{h-d} \left(\mp \zeta - \frac{\theta l}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.15)$$

この平均流速を用いると

$$\begin{aligned} u_2(\pm l, z) = & \bar{u}_2(\pm l) + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{s\pi}{h-d} \left(C_s \coth \frac{s\pi l}{h-d} \right. \\ & \left. \pm D_s \tanh \frac{s\pi l}{h-d} \right) \cos \frac{s\pi}{h-d} (h+z) \\ & - \frac{i\sigma\theta}{h-d} \left\{ \frac{(h-d)^2}{6} - \frac{(h+z)^2}{2} \right\} \end{aligned} \quad (3.16)$$

で表わされ、 $\bar{u}_2(0)$ については

$$i\sigma\bar{u}_2(0) = -\frac{\bar{p}_2(l) - \bar{p}_2(-l)}{2\rho l} - \frac{\sigma^2 l^2 \theta}{6(h-d)} \quad (3.17)$$

$$\left. \begin{aligned} ikn_0(A_0 - B_0 - G_0) &= 2[-i\sigma l f_B \zeta + \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon_{2s} \alpha_s D_s] \\ -ikn_0(A_0 - B_0 + G_0) &= 2[i\sigma d f_H \xi \\ &\quad - i\sigma d f_{MH} \theta l + (h-d) f_B \bar{u}_2(0) \\ &\quad - \frac{i\sigma l f_B}{2} \theta l + \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon_{3s} \alpha_s C_s - i\sigma \theta (h-d)^2 \\ &\quad \times \left(\frac{f_B}{6} - \frac{f_C}{2} \right)] \end{aligned} \right\} \quad (3.25)$$

が得られる。また、 $\cos k_n(h+z)/\cos k_n h$ を乗じ、同様に積分すると次の関係を得る。

$$\left. \begin{aligned} -k_n n_n(A_n + G_n) &= 2[-i\sigma l g_{Bn} \zeta \\ &\quad + \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon_{2s} \alpha_n D_s] \\ k_n n_n(A_n - G_n) &= 2[i\sigma d g_{Hn} \xi - i\sigma d g_{MHn} \theta l \\ &\quad + (h-d) g_{Bn} \bar{u}_2(0) - \frac{i\sigma l g_{Bn}}{2} \theta l \\ &\quad + \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon_{3s} \alpha_n C_s - i\sigma \theta (h-d)^2 \left(\frac{g_{Bn}}{6} - \frac{g_{Cn}}{2} \right)] \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} f_H &= \frac{1}{d} \int_{-d}^0 \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz \\ &= \frac{\sinh kh - \sinh k(h-d)}{kd \cosh kh} \\ g_{Hn} &= \frac{1}{d} \int_{-d}^0 \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} dz \\ &= \frac{\sin k_n h - \sin k_n(h-d)}{k_n d \cos k_n h} \\ f_{MH} &= \frac{1}{dl} \int_{-d}^0 (z-z_0) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz \\ &= \frac{1}{kd \, kl \cosh kh} \{-kz_0 \sinh kh \\ &\quad - \cosh kh + k(d+z_0) \sinh k(h-d) \\ &\quad + \cosh k(h-d)\} \\ g_{MHn} &= \frac{1}{dl} \int_{-d}^0 (z-z_0) \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} dz \\ &= \frac{1}{k_n d \, k_n l \cos k_n h} \{-kz_0 \sin k_n h \\ &\quad + \cos k_n h + k_n(d+z_0) \sin k_n(h-d) \\ &\quad - \cos k_n(h-d)\} \\ f_C &= \frac{1}{(h-d)^3} \int_{-h}^{-d} (h+z)^2 \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz \\ &= \frac{1}{k^3 (h-d)^3 \cosh kh} \left[k^2 (h-d)^2 + 2 \right] \\ &\quad \times \left[\sinh k(h-d) - 2k(h-d) \cosh k(h-d) \right] \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} g_{Cn} &= \frac{1}{(h-d)^3} \int_{-h}^{-d} (h+z)^2 \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} dz \\ &= \frac{1}{\{k_n(h-d)\}^3 \cos k_n h} \left[\{k_n^2 (h-d)^2 - 2\} \right. \\ &\quad \left. \sin k_n(h-d) + 2k_n(h-d) \cosh k_n(h-d) \right] \\ n_0 &= \int_{-h}^0 \frac{\cosh^2 k(h+z)}{\cosh^2 kh} dz \\ &= \frac{h}{2 \cosh^2 kh} \left(1 + \frac{\sinh 2kh}{2kh} \right) \\ n_n &= \int_{-h}^0 \frac{\cos^2 k_n(h+z)}{\cos^2 k_n h} dz \\ &= \frac{h}{2 \cos^2 k_n h} \left(1 + \frac{\sin 2k_n h}{2k_n h} \right) \\ \varepsilon_{2s} &= s\pi \tanh \frac{s\pi l}{h-d} \\ \varepsilon_{3s} &= s\pi \coth \frac{s\pi l}{h-d} \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

(5) 浮体の運動

図 3.2 に示すように、浮体が K のバネ定数を有する水平バネで拘束されている場合を考える。浮体に作用する

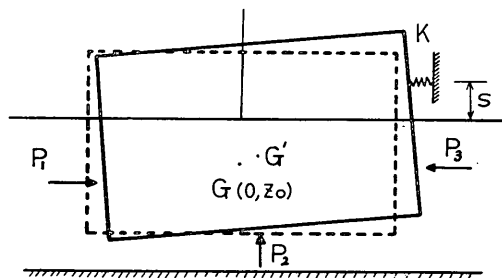


図 3.2 水平バネによる拘束浮体

圧力（静水圧は無視）の合力をそれぞれ P_1, P_2, P_3 、水平・鉛直・回転の拘束力を R_H, R_V, R_M で表わすと、浮体の運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} -\sigma^2 M \xi &= P_1 - P_3 + R_H \\ -\sigma^2 M \zeta &= P_2 - 2\rho g l \zeta + R_V \\ -\sigma^2 I \theta &= M_{P_1} + M_{P_2} + M_{P_3} - 2\rho g d l \overline{GM} \theta + R_M \end{aligned} \right\} \quad (3.28)$$

ここに M : 浮体の質量 ($=2\rho l d$)
 I : 重心のまわりの慣性モーメント
 M_P : 波力モーメント
 \overline{GM} : メタセンター高 ($=\frac{l^2}{3d} - \frac{d}{2} - z_0$)

で表わされる。拘束力は、運動を微小と考えると次のよ

うになる。

$$\left. \begin{aligned} R_H &= -K\{\xi - \theta(s - z_0)\} \\ R_V &= 0 \\ R_M &= K\{\xi - \theta(s - z_0)\}(s - z_0) \end{aligned} \right\} (3.29)^*$$

次に浮体に作用する波力および波力モーメントを算出すると P_1 , P_3 , M_{P1} , M_{P3} については簡単な計算により次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \int_{-d}^0 p_1(-l, z) dz \\ &= -i\rho\sigma d \{(A_0 + B_0)f_H + \sum_{n=1}^{\infty} A_n g_{Hn}\} \\ P_3 &= \int_{-d}^0 p_3(l, z) dz \\ &= -i\rho\sigma d (G_0 f_H + \sum_{n=1}^{\infty} G_n g_{Hn}) \\ M_{P1} &= -\int_{-d}^0 (z - z_0) p_1(-l, z) dz \\ &= i\rho\sigma d l \{(A_0 + B_0)f_{MH} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n g_{MHn}\} \\ M_{P3} &= \int_{-d}^0 (z - z_0) p_3(l, z) dz \\ &= -i\rho\sigma d l (G_0 f_{MH} + \sum_{n=1}^{\infty} G_n g_{MHn}) \end{aligned} \right\} (3.30)$$

P_2 , M_{P2} については、計算の結果次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= \int_{-l}^l p_2(x, -d) dx \\ &= (M_1 - M_2)\sigma^2 \zeta - i\rho\sigma l \{(A_0 + B_0 + G_0) \\ &\quad \times (f_B + \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_s a_s + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n + G_n) \\ &\quad \times (g_{Bn} + \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_s a_{ns}))\} \\ M_{P2} &= \int_{-l}^l x p_2(x, -d) dx \\ &= (I_1 - I_2)\sigma^2 \theta + i\rho\sigma d l \left\{ (A_0 + B_0 - G_0) \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{l f_B}{3d} + \sum_{s=1}^{\infty} \beta_s a_s \right) + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n - G_n) \right. \\ &\quad \left. \times \left(\frac{l g_{Bn}}{3d} + \sum_{s=1}^{\infty} \beta_s a_{ns} \right) \right\} \end{aligned} \right\} (3.31)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{2\rho l}{3(h-d)} \{l^2 + (h-d)^2\} \\ M_2 &= \sum_{s=1}^{\infty} \frac{4\rho(h-d)^2}{(s\pi)^3} \tanh \frac{s\pi l}{h-d} \\ \alpha_s &= \frac{2(h-d)}{l} \frac{(-1)^s}{s\pi} \tanh \frac{s\pi l}{h-d} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{2\rho l^3}{h-d} \left\{ \frac{l^2}{45} + \frac{(h-d)^2}{9} \right\} \\ I_2 &= \sum_{s=1}^{\infty} \frac{4\rho l}{h-d} \left(\frac{h-d}{s\pi} \right)^4 \left\{ \frac{s\pi l}{h-d} \coth \frac{s\pi l}{h-d} - 1 \right\} \\ \beta_s &= \frac{2(-1)^s}{d l} \left(\frac{h-d}{s\pi} \right)^2 \left\{ \frac{s\pi l}{h-d} \coth \frac{s\pi l}{h-d} - 1 \right\} \end{aligned} \right\} (3.32)$$

以上の波力、波力モーメント、拘束力を浮体の運動方程式 (3.28) に代入し整理すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} &(\sigma^2 M - K)\xi + \frac{K(s - z_0)}{l} \theta \\ &= i\rho\sigma d \{(A_0 + B_0 - G_0)f_H + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n - G_n)g_{Hn}\} \\ &(\sigma^2 M + \sigma^2 M_1 - \sigma^2 M_2 - 2\rho g l)\zeta \\ &= i\rho\sigma l \{(A_0 + B_0 + G_0)(f_B + \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_s a_s) \\ &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n + G_n)(g_{Bn} + \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_s a_{ns})\} \\ &\frac{K(s - z_0)}{l} \xi + \frac{1}{l^2} \{\sigma^2 (I + I_1 - I_2) - 2\rho g d l \bar{G} \bar{M} \\ &\quad - K(s - z_0)^2\} \theta \\ &= -i\rho\sigma d \left\{ (A_0 + B_0 - G_0) \left(f_{MH} + \frac{l}{3d} f_B \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_s \beta_s \right) + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n - G_n) \right. \\ &\quad \left. \times \left(g_{MHn} + \frac{l}{3d} g_{Bn} + \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_{ns} \beta_s \right) \right\} \end{aligned} \right\} (3.33)$$

(3.33) 式から ξ , ζ , θ を求めると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\xi}{A_0} &= \frac{i}{\sigma l} \frac{1}{\lambda} \left[(1 + Y_0)q_0 + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n q_{n0} \right] \\ \frac{\zeta}{A_0} &= \frac{i}{\sigma l} \frac{1}{\delta} \left[(1 + X_0)q_1 + \sum_{n=1}^{\infty} X_n q_{n1} \right] \\ \frac{\theta l}{A_0} &= -\frac{i}{\sigma l} \frac{1}{\lambda} \left[(1 + Y_0)q_2 + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n q_{n2} \right] \end{aligned} \right\} (3.34)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} X_0 &= (B_0 + G_0)/A_0 \\ Y_0 &= (B_0 - G_0)/A_0 \\ X_n &= (A_n + G_n)/A_0 \\ Y_n &= (A_n - G_n)/A_0 \\ q_0 &= b_2 f_H + b_1 f_0 \\ q_1 &= f_B + \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_s a_s \\ q_2 &= a_1 f_0 + b_1 f_H \end{aligned} \right\} (3.35)$$

* 波力・拘束力などの外力は座標軸の方向（水平力は右向き、鉛直力は上向き、回転力は反時計まわり）を正として表わす

$$\left. \begin{aligned} q_{n0} &= b_2 g_{Hn} + b_1 g_{0n} \\ q_{n1} &= g_{Bn} + \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_s a_{ns} \\ q_{n2} &= a_1 g_{0n} + b_1 g_{Hn} \\ \lambda &= (a_1 b_2 - b_1^2) / \rho d \sigma^2 l \\ \delta &= \{\sigma^2 (M + M_1 - M_2) - 2\rho g l\} / \rho \sigma^2 l^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & - \frac{h-d}{2l} g_{Bj} q_3 - \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon_{3s} a_{js} a_s \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \left(-\frac{d}{l} \frac{g_{Hj}}{\lambda} q_{n0} - \frac{\lambda_{sj}}{\lambda} q_{n2} \right. \\ & \left. - \frac{h-d}{2l} g_{Bj} q_{n3} - \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon_{3s} a_{js} a_{ns} \right) (j=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (3.38)$$

また,

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \sigma^2 M - K \\ b_1 &= K(s - z_0) / l \\ b_2 &= \{\sigma^2 (I + I_1 - I_2) - 2\rho g d l \overline{GM} \\ & \quad - K(s - z_0)^2\} / l^2 \\ f_0 &= f_{MH} + l f_B / 3d + \sum_{s=1}^{\infty} a_s \beta_s \\ g_{0n} &= g_{MHn} + l g_{Bn} / 3d + \sum_{s=1}^{\infty} a_{ns} \beta_s \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \text{ここで} \\ \lambda_s &= \frac{d}{l} f_{MH} + \frac{f_B}{2} + \left(\frac{h-d}{l} \right)^2 \left(\frac{f_B}{6} - \frac{f_C}{2} \right) \\ & \quad + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2(h-d)}{l} \frac{(-1)^s}{s\pi} \coth \frac{s\pi l}{h-d} a_s \\ \lambda_{sj} &= \frac{d}{l} g_{MHj} + \frac{g_{Bj}}{2} + \left(\frac{h-d}{l} \right)^2 \left(\frac{g_{Bj}}{6} - \frac{g_{Cj}}{2} \right) \\ & \quad + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2(h-d)}{l} \frac{(-1)^s}{s\pi} \coth \frac{s\pi l}{h-d} a_{js} \end{aligned} \quad (3.39)$$

(3.34), (3.35) 式を使って $\bar{u}_2(0)/A_0$, D_s/A_0 , C_j/A_0 を書き直すと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{u}_2(0)}{A_0} &= -\frac{1}{2l} [(1+Y_0)q_3 + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n q_{n3}] \\ \frac{C_s}{A_0} &= -(1+Y_0)a_s - \sum_{n=1}^{\infty} Y_n a_{ns} + i\varepsilon_{1s} \frac{\theta l}{A_0} \sigma l \\ \frac{D_s}{A_0} &= (1+X_0)a_s + \sum_{n=1}^{\infty} X_n a_{ns} + i\varepsilon_{1s} \frac{\xi}{A_0} \sigma l \\ \text{ただし, } \varepsilon_{1s} &= -\frac{2(-1)^s}{l(h-d)} \left(\frac{h-d}{s\pi} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.37)$$

(3.34)~(3.37) 式を (3.32) (3.33) 式に代入することにより, 定数 X_0 , Y_0 , X_n , Y_n を決定するための以下の諸式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{ikn_0}{2}(1-X_0) &= (1+X_0) \left(\frac{q_1^2}{\delta} + \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon_{2s} a_s^2 \right) \\ & \quad + \sum_{n=1}^{\infty} X_n \left(\frac{q_1 q_{n1}}{\delta} + \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon_{2s} a_s a_{ns} \right) \\ -\frac{ikn_0}{2}(1-Y_0) &= (1+Y_0) \left(-\frac{d}{l} \frac{f_H}{\lambda} q_0 - \frac{\lambda_2}{\lambda} q_2 \right. \\ & \quad - \frac{h-d}{2l} f_B q_3 - \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon_{3s} a_s^2 \left. \right) + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \left(-\frac{d}{l} \frac{f_H}{\lambda} q_{n0} \right. \\ & \quad - \frac{\lambda_s}{\lambda} q_{n2} - \frac{h-d}{2l} f_B q_{n3} - \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon_{3s} a_{js} a_{ns} \left. \right) \\ -\frac{k_j n_j}{2} X_j &= (1+X_0) \left(\frac{q_{j1} q_1}{\delta} + \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon_{2s} a_{js} a_s \right) \\ & \quad + \sum_{n=1}^{\infty} X_n \left(\frac{q_{j1} q_{n1}}{\delta} + \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon_{2s} a_{js} a_{ns} \right) (j=1, 2, \dots, n) \\ \frac{k_j n_j}{2} Y_j &= (1+Y_0) \left(-\frac{d}{l} \frac{g_{Hj}}{\lambda} q_0 - \frac{\lambda_{sj}}{\lambda} q_2 \right. \\ & \quad - \frac{h-d}{2l} g_{Bj} q_3 - \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon_{3s} a_{js} a_s \\ & \quad + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \left(-\frac{d}{l} \frac{g_{Hj}}{\lambda} q_{n0} - \frac{\lambda_{sj}}{\lambda} q_{n2} \right. \\ & \quad \left. - \frac{h-d}{2l} g_{Bj} q_{n3} - \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon_{3s} a_{js} a_{ns} \right) \left. \right) (j=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (3.41)$$

(3.38) 式は, 複素定数 X_0 , Y_0 , X_j , Y_j ($j=1, \dots, n$) に関する連立方程式であるから, 右辺および左辺の実部, 虚部とおしを等値とすることにより, これら複素定数を決定することができる。

いま, 入射波形を $a \cos\{k(x+l) - \sigma t\}$ とおくと, 定数 A_0 は

$$A_0 = \frac{ig}{\sigma} a \quad (3.40)$$

で表わされるので, 浮体の変位および拘束力は次のようになる。

矩形断面浮体の波浪動揺に関する研究

ただし、 $r(X_r^0, Y_r^0, \dots)$ は実部を、 $i(X_i^0, Y_i^0, \dots)$ は虚部をそれぞれ表わす。

(3.41) 式から浮体運動ないしは拘束力の振幅を求めするためには、たとえば

$$\left| \frac{\xi}{a} \right| = \sqrt{\left(\frac{\xi}{a} \right)_{\text{real}}^2 + \left(\frac{\xi}{a} \right)_{\text{imag}}^2} \quad (3.42)$$

のように実部および虚部の2乗和の平方根をとる。また、拘束力の無い自由浮体については、バネ定数 K を0と置けばよい。

3.2 近似解

伊藤・千葉は速度ポテンシャル中の無限級数項を省略した近似理論により、矩形断面の固定および運動浮体に関する水理的諸問題を扱った。近似理論による浮体動揺の解析解の誘導法は3.1で述べた厳密解におけるものと原理的には同じであるが、級数項を省略しているため、式の誘導過程および計算式自体も厳密解のそれに比べてはるかに簡単である。

自由およびいくつかの拘束条件のもとでの近似理論による浮体運動の解析解は既にその各々の場合について導かれているので、ここでは、浮体が拘束下にある場合の浮体動揺解析に関する汎用計算法について説明する。

浮体の運動および連続条件式を次のように表わす*。

水平運動:

$$\xi = -\frac{g f_H}{\sigma^2 l} \left(a - a_T - \frac{i k l f_B}{n} \zeta \right) - \frac{R_H}{2 \rho l d \sigma^2} \quad (3.43)$$

鉛直運動:

$$\zeta = -\frac{\omega_{v_1}^2}{\sigma^2 - \omega_{v_1}^2} f_B \left(a - \frac{i k l f_B}{n} \zeta \right) - \frac{\omega_{v_1}^2}{\sigma^2 - \omega_{v_1}^2} \frac{R_V}{2 \rho g l} \quad (3.44)$$

回転運動:

$$\theta = \frac{\omega_{R_1}^2}{\sigma^2 - \omega_{R_1}^2} \frac{f_H}{G M} \left(a - a_T - \frac{i k l f_B}{n} \zeta \right) - \frac{\omega_{R_1}^2}{\sigma^2 - \omega_{R_1}^2} \frac{R_M}{2 \rho g d l G M} \quad (3.45)$$

連続条件式:

$$\frac{i k d f_H}{n} \xi - \frac{i k d l f_M}{n} \theta + (1 - i y_B) \times \left(a - a_T - \frac{i k l f_B}{n} \zeta \right) = a \quad (3.46)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \omega_{v_1}^2 &= \frac{2 \rho g l}{M + M_1} \\ \omega_{R_1}^2 &= \frac{2 \rho g d l G M}{I + I_1} \\ n &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 k h}{\sinh 2 k h} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.47)$$

表 3.1 近似理論による浮体動揺計算係数表

式	実・虚	ξ/a		ζ/a		θ/a		a_T/a		定数
		r	i	r	i	r	i	r	i	
(3.43)	r	$S_3 C_{11} - 1$	0	$S_3 C_{12}$	$-S_1 S_2$	$S_3 C_{13}$	0	$-S_1$	0	$-S_3 C_{14} / a - S_1$
	i	0	$S_3 C_{11} - 1$	$S_1 S_2$	$S_3 C_{12}$	0	$S_3 C_{13}$	0	$-S_1$	0
(3.44)	r	$S_5 C_{21}$	0	$S_5 C_{22} - 1$	$-S_2 S_4$	$S_5 C_{23}$	0	0	0	$-S_5 C_{24} / a - S_4$
	i	0	$S_5 C_{21}$	$S_2 S_4$	$S_5 C_{22} - 1$	0	$S_5 C_{23}$	0	0	0
(3.45)	r	$S_7 C_{31}$	0	$S_7 C_{32}$	$-S_2 S_6$	$S_7 C_{33} - 1$	0	$-S_6$	0	$-S_7 C_{34} / a - S_6$
	i	0	$S_7 C_{31}$	$S_2 S_6$	$S_7 C_{32}$	0	$S_7 C_{33} - 1$	0	$-S_6$	0
(3.46)	r	0	$-S_5$	$y_B S_2$	$-S_2$	0	$-S_9$	-1	$-y_B$	0
	i	S_5	0	S_2	$y_B S_2$	S_9	0	y_B	-1	y_B

$$\begin{aligned} S_1 &= -g f_H / \sigma^2 l & S_7 &= S_6 / 2 \rho g d l f_M \\ S_2 &= -k l f_B / n & S_8 &= k d f_H / n \\ S_3 &= -1 / 2 \rho l d \sigma^2 & S_9 &= -k d f_M / n \\ S_4 &= -\omega_{v_1}^2 f_B / (\sigma^2 - \omega_{v_1}^2) & r &: \text{real} \\ S_5 &= S_4 / 2 \rho g l f_B & i &: \text{imaginary} \\ S_6 &= \omega_{R_1}^2 f_H / (\sigma^2 - \omega_{R_1}^2) G M \end{aligned}$$

* 式の誘導法等については文献(2)を参照されたい。

また、静水中における浮体自由振動の鉛直および回転運動の固有周期はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} T_V &= 2\pi/\omega_{V1} \\ T_R &= 2\pi/\omega_{R1} \end{aligned} \right\} \quad (3.48)$$

で与えられる。

さて、拘束力 R が浮体変位 ξ, ζ, θ の一次関数

$$\left. \begin{aligned} R_H &= C_{11}\xi + C_{12}\zeta + C_{13}\theta + C_{14} \\ R_V &= C_{21}\xi + C_{22}\zeta + C_{23}\theta + C_{24} \\ R_M &= C_{31}\xi + C_{32}\zeta + C_{33}\theta + C_{34} \end{aligned} \right\} \quad (3.49)$$

で表わされる線型系を考えると、(3.43) ~ (3.46) 式は $\xi/a, \zeta/a, \theta/a, a_r/a$ に関する複素方程式であるから、それぞれを実部および虚部に分けて8元の連立方程式を解くことにより、浮体運動の振幅、位相および伝達波高を決定することができる。表 3.1 はこの連立方程式の各要素を示したものである。

3.3 計算結果

(1) 水平バネによる拘束浮体

水平バネで拘束されている矩形浮体の諸元が表 3.2 で表わされると仮定し、厳密理論および近似理論による拘束力、即ちバネ反力の計算結果の比較を試みる。図 3.3

表 3.2 水平バネによる拘束浮体の諸元

諸 元	記号	値
水深	h	66cm
浮体半幅	l	66cm
吃水	d	60cm
初期浮体重心座標(鉛直)	Z_0	-19cm
慣性モーメント	I	15.81kg-sec ²
バネ定数	K	0.0383kg/cm/cm
静水面からバネまでの高さ	S	10cm

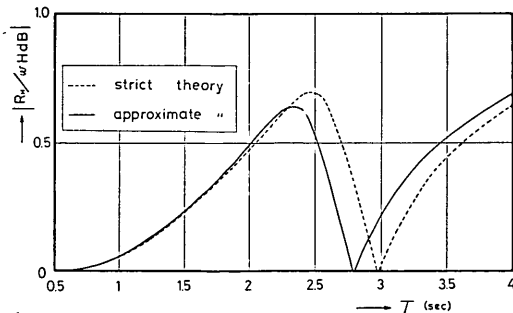


図 3.3 厳密理論および近似理論によるバネ反力の比較

に無次元化したバネ反力の振幅の計算結果を示したもので、図より厳密計算と近似計算では全般的な傾向は似ているが、バネ反力が0になる入射波周期が両者で若干異なっていることが分る。

(2) 自由浮体

自由浮体の波浪動揺についての実験値と厳密および近似理論による計算値を比較するに先だち、厳密理論による計算値どおしを比較しておく。

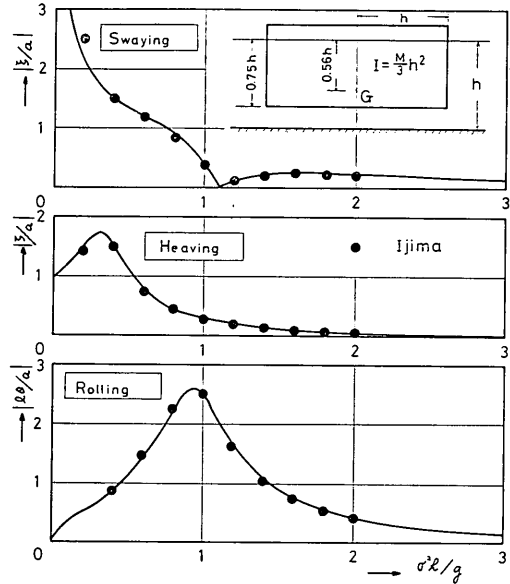


図 3.4 浮体運動の振幅についての厳密解どおしの比較

図 3.4 は井島の計算結果の図から読みとった浮体運動振幅を 3.1 で示した厳密理論による計算値と比較したもので、両者は極めて良く一致している。このことは、境界条件 (3.4) 式を満たす領域 (III) の速度ポテンシャルとして有限 Fourier cosine 変換, Fourier 変換による無限級数のどちらで表わそうとも解の精度に著しい差がないことを示している*。

次に実験結果との比較を試みる。

a) 水平振幅

図 3.5(a) は浮体運動水平振幅について、厳密理論および近似理論による解析解と実験値を比較したもので、入射波周期の比較的短い $T \leq 2.1$ 秒の波に対しては、理論値と実験値は良く合う。 $2.2 \leq T < 2.5$ 秒の範囲で計算値による水平振幅 ξ/a は 0 から 2 まですら急変するが、実験値ではこの傾向は現われていない。 $2.5 \leq T \leq 3.0$ 秒で

* 円筒形浮体については堀川・渡辺⁷⁾が指摘している。

は、計算値および理論値は定性的には似ており、一般に計算値の方が大きい。\$T > 3.0\$ 秒では、実験による水平振幅は周期と共に急激に増大しているが、計算値では漸増の傾向にある。なお、厳密および近似理論による計算値どおしを比較すると、水平バネで拘束された浮体のバネ反力における計算結果と同様、水平振幅が0になる入射波周期が両者で若干異なっている。

b) 鉛直振幅

鉛直振幅について理論値と実験値を比較したのが図3.5(b)である。鉛直運動の振幅が最大となる入射波周期は厳密理論による計算値で \$T_v = 3.0\$ 秒、近似理論では \$T_v = 2.7\$ 秒となっており、近似理論による計算値の方が小さい。これらの計算値を実験値と比べてみると次のよ

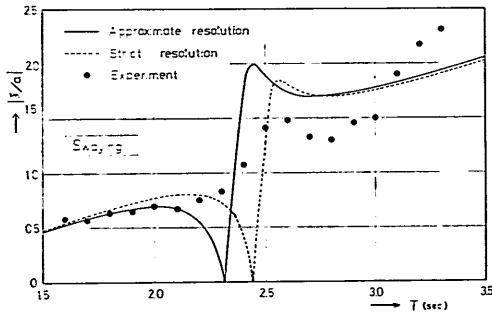


図 3.5(a) 計算値と実験値の比較 (水平振幅)

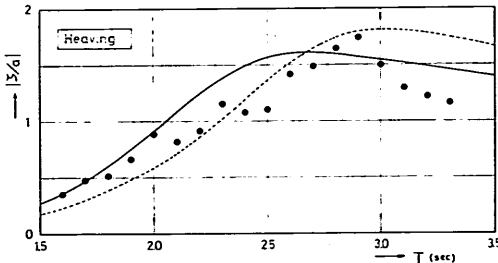


図 3.5(b) 計算値と実験値の比較 (鉛直振幅)

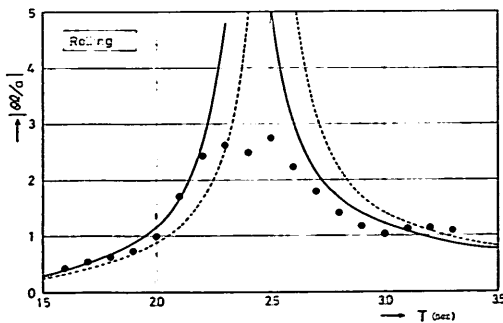


図 3.5(c) 計算値と実験値の比較 (回転振幅)

うなことが云える。

\$T \le 2.0\$ 秒の範囲では、実験値は近似理論値に近く \$2.0 < T \le 3.0\$ 秒では厳密理論値に近い。\$T > 3.0\$ 秒において、実験値は入射波周期が長くなると共に振幅が急激に小さくなっており、理論値との隔たりが大きい。

c) 回転振幅

図3.5(c) 回転振幅についての理論と実験値を比較したもので、回転振幅が最大となる入射波周期については水平および鉛直運動と同様、厳密および近似理論による計算結果で若干異なる。これら理論値を実験値と比較する限りにおいては、実験値はむしろ近似理論値に近い。

4. 差分方程式による逐次解

4.1 近似理論を用いた解法

伊藤は近似理論を用いて、浮体動揺を時間的に逐次計算する方法を提案している⁵⁾。この節では式の誘導および計算法について簡単に紹介し、計算結果について述べる。

(1) 式の誘導

a) 基本方程式

水粒子の運動および連続の方程式は微小振幅波の仮定のもとに、慣性項および粘性項を省略すると次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} (4.1)$$

浮体周辺の減衰の定常波を無視し、浮体外の圧力および流速の鉛直分布を次のように置く。

圧力 (静水圧を除く) :

$$p(z) = \rho g \eta \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}$$

水平流速 :

$$u(z) = u_0 \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}$$

$$\left. \right\} (4.2)$$

ここで、

\$\eta\$: 静水面から測った水位

\$u_0\$: \$z=0\$ における流速

(4.2)を(4.1)式に代入し表面条件を考慮すると、浮体外の水位、流速を表わす基本式として次式を得る*。

* (4.3) 式は数値波動解析法⁹⁾の基本式と同じである。また、以降においては簡単のため表面流速を表わすサフィックス0は省略して記す。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_0}{\partial t} &= -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= -\frac{c^2}{g} \frac{\partial u_0}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

ここに,

$$c^2 = \frac{g}{k} \tanh kh \quad (4.4)$$

b) 浮体に作用する力

浮体に作用する水平合力は次のようになる。

$$\begin{aligned} P_1 - P_3 &= \int_{-d}^0 \rho g (\eta_A - \eta_B) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz \\ &= \rho g d (\eta_A - \eta_B) f_H \end{aligned} \quad (4.5)$$

ただし, サフィックス A, B はそれぞれ浮体前面および後面を表わすものとする。

浮体に作用する揚圧力は, 底層流の速度ポテンシャル (3.7) 式中の級数項を省略すると次式で表わされる。

$$\begin{aligned} p_2(x, -d) &= \frac{\bar{P}_1(-l) + \bar{P}_3(l)}{2} + \frac{\bar{P}_3(l) - \bar{P}_1(-l)}{2} \\ &\times \frac{x}{l} - \frac{\rho \ddot{\xi}}{h-d} \left\{ \frac{l^2 - x^2}{2} + \frac{(h-d)^2}{3} \right\} \\ &- \frac{\rho \ddot{\theta} x}{h-d} \left\{ \frac{l^2 - x^2}{6} + \frac{(h-d)^2}{3} \right\} \end{aligned} \quad (4.6)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} \bar{P}_1(-l) &= \frac{\rho g \eta_A}{h-d} \int_{-h}^{-d} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz \\ &= \rho g \eta_A f_B \\ \bar{P}_3(l) &= \rho g \eta_B f_B \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

(4.6) および (4.7) 式から, 揚圧力の合力 P_2 は,

$$\begin{aligned} P_2 &= \int_{-l}^l p_2(x, -d) dx \\ &= \rho g l f_B (\eta_A + \eta_B) - \frac{2\rho l^3 \ddot{\xi}}{3(h-d)} \{l^2 + (h-d)^2\} \end{aligned} \quad (4.8)$$

で表わされる。

また, 浮体重心のまわりの回転モーメントは

水平力による回転モーメント:

$$\begin{aligned} M_{P1} + M_{P3} &= \rho g (\eta_B - \eta_A) \int_{-d}^0 (z - z_0) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz \\ &= \rho g d l (\eta_B - \eta_A) f_{MH} \end{aligned} \quad (4.9)$$

揚圧力による回転モーメント:

$$\begin{aligned} M_{P2} &= \int_{-l}^l x p_2(x, -d) dx \\ &= \frac{\rho g l^2}{3} (\eta_B - \eta_A) f_B - \frac{2\rho l^3 \ddot{\theta}}{h-d} \left\{ \frac{l^2}{45} + \frac{(h-d)^2}{9} \right\} \end{aligned} \quad (4.10)$$

で書かれる。

c) 浮体の運動方程式

以上の水平・揚圧力および回転モーメントを浮体の運動方程式 (3.28) に代入すると

$$\left. \begin{aligned} M_0 \ddot{\xi} &= \rho g d (\eta_A - \eta_B) f_H + R_H \\ (M + M_1) \ddot{\xi} &= \rho g l (\eta_A + \eta_B) f_B - 2\rho g l \zeta + R_V \\ (I + I_1) \ddot{\theta} &= -\rho g d l (\eta_A - \eta_B) f_M - \\ &\quad 2\rho g d l \overline{GM} \theta + R_M \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

ここで

$$f_M = f_{MH} + \frac{l}{3d} f_B \quad (4.12)$$

が得られる。

d) 連続条件式

圧力の連続条件は, 領域 (II) の圧力強度 (4.6) 式を算出するのに用いたので, ここでは流速の連続性のみを考慮する。流速の連続条件式は浮体前面において

$$\left. \begin{aligned} -d \leq z \leq 0: \\ \xi - \dot{\theta} (z - z_0) &= \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} u_{1,A} \\ -h \leq z < -d \\ \bar{u}_{2,A} &= \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} u_{1,A} \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

となる。ここで, 底層流断面方向の平均流速 $\bar{u}_{2,A}$ を (3.15) 式より近似的に

$$\bar{u}_{2,A} = \bar{u}_2(-l) = \bar{u}_2(0) + \frac{l}{h-d} \left(\dot{\xi} - \frac{\dot{\theta} l}{2} \right) \quad (4.14)$$

とおく。(4.14) 式を (4.13) 式に代入し, 両辺に $\cosh k(h+z)/\cosh kh$ を乗じ z について $-h$ から 0 まで積分すると

$$\begin{aligned} u_{1,A} &= \frac{k}{\tanh kh} \left\{ \frac{df_H}{n} \dot{\xi} + \frac{lf_B}{n} \dot{\xi} - \frac{dl}{n} \left(f_{MH} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{lf_B}{2d} \dot{\theta} + \frac{(h-d)f_B}{n} \bar{u}_2(0) \right) \right\} \end{aligned} \quad (4.15)$$

を得る。同様に, $u_{3,B}$ は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} u_{3,B} &= \frac{k}{\tanh kh} \left\{ \frac{df_H}{n} \dot{\xi} - \frac{lf_B}{n} \dot{\xi} - \frac{dl}{n} \left(f_{MH} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{lf_B}{2d} \dot{\theta} + \frac{(h-d)f_B}{n} \bar{u}_2(0) \right) \right\} \end{aligned} \quad (4.16)$$

$\bar{u}_2(0)$ は (3.17) 式より

$$\frac{\partial \bar{u}_2(0)}{\partial t} = -\frac{\bar{P}_2(l) - \bar{P}_2(-l)}{2\rho l} + \frac{l^2 \ddot{\theta}}{6(h-d)} \quad (4.17)$$

なる関係がある。(4.11)を(4.17)式に代入することにより

$$\frac{\partial \bar{u}_2(0)}{\partial t} = \frac{gf_B}{2l}(\eta_A - \eta_B) + \frac{l^2}{6(h-d)} \frac{1}{I+I_1} \{-\rho g d l \times (\eta_A - \eta_B) f_M - 2\rho g d l G \sqrt{l\theta} + R_M\} \quad (4.18)$$

を得る。

(2) 計算法

a) 差分方程式による計算

以上得られた方程式を数値的に解くため差分化する。初期静止浮体端を $i=1$ とし、透過波領域(Ⅲ)については波の進行方向に、入射波領域(Ⅰ)は波の進行と逆方向にそれぞれ 2, 3, …… と格子番号をつける。

浮体外の水位・流速を差分化すると、(4.3)式より

$$\left. \begin{aligned} \eta_1(i)^{t+\frac{\Delta t}{2}} &= \eta_1(i)^{t-\frac{\Delta t}{2}} - \frac{c^2}{g} \frac{Dt}{\Delta x} \\ &\times \{u_1(i)^t - u_1(i+1)^t\} \quad (i=1, 2, \dots) \\ \eta_3(i)^{t+\frac{\Delta t}{2}} &= \eta_3(i)^{t-\frac{\Delta t}{2}} - \frac{c^2}{g} \frac{Dt}{\Delta x} \\ &\times \{u_3(i+1)^t - u_3(i)^t\} \quad (i=1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

$$\left. \begin{aligned} u_1(i)^{t+\Delta t} &= u_1(i)^t - g \frac{Dt}{\Delta x} \\ &\times \{\eta_1(i-1)^{t+\frac{\Delta t}{2}} - \eta_1(i)^{t+\frac{\Delta t}{2}}\} \quad (i=2, 3, \dots) \\ u_3(i)^{t+\Delta t} &= u_3(i)^t - g \frac{Dt}{\Delta x} \\ &\times \{\eta_3(i)^{t+\frac{\Delta t}{2}} - \eta_3(i-1)^{t+\frac{\Delta t}{2}}\} \quad (i=2, 3, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

を得る。浮体の運動方程式については(4.11)式を中央差分化し次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \xi^{t+\frac{3\Delta t}{2}} &= 2\xi^{t+\frac{\Delta t}{2}} - \xi^{t-\frac{\Delta t}{2}} + \frac{Dt^2}{M} [\rho g d f_H \\ &\times \{\eta_A^{t+\frac{\Delta t}{2}} - \eta_B^{t+\frac{\Delta t}{2}}\} + R_H^{t+\frac{\Delta t}{2}}] \\ \xi^{t+\frac{3\Delta t}{2}} &= 2\xi^{t+\frac{\Delta t}{2}} - \xi^{t-\frac{\Delta t}{2}} + \frac{Dt^2}{M+M_1} [\rho g l f_B \\ &\times \{\eta_A^{t+\frac{\Delta t}{2}} - \eta_B^{t+\frac{\Delta t}{2}}\} - 2\rho g l \zeta^{t+\frac{\Delta t}{2}} + R_V^{t+\frac{\Delta t}{2}}] \\ \theta^{t+\frac{3\Delta t}{2}} &= 2\theta^{t+\frac{\Delta t}{2}} - \theta^{t-\frac{\Delta t}{2}} + \frac{Dt^2}{I+I_1} [-\rho g l f_M \\ &\times \{\eta_A^{t+\frac{\Delta t}{2}} - \eta_B^{t+\frac{\Delta t}{2}}\} - 2\rho g d l G \sqrt{M} \cdot \theta^{t+\frac{\Delta t}{2}} \\ &+ R_M^{t+\frac{\Delta t}{2}}] \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

ここで、浮体前後の水位および流速 η_A , η_B , $u_{1,3}$,

$u_{3,B}$ は浮体の水平運動に伴ない、厳密にはその位置を浮体と共に変わる移動座標で表わさなければならない。しかしながら、微小振幅波のもとでの浮体の水平移動速度 U は波速 c に比べかなり小さいことから*、これらを近似的に初期浮体静止位置、すなわち固定座標における値

$$\left. \begin{aligned} \eta_A^{t+\frac{\Delta t}{2}} &= \eta_1(1)^{t+\frac{\Delta t}{2}} \\ \eta_B^{t+\frac{\Delta t}{2}} &= \eta_3(1)^{t+\frac{\Delta t}{2}} \\ u_{1,A}^{t+\Delta t} &= u_1(1)^{t+\Delta t} \\ u_{3,B}^{t+\Delta t} &= u_3(1)^{t+\Delta t} \end{aligned} \right\} \quad (4.22)$$

とした。

連続条件式は(4.15), (4.16), (4.18)式から、

$$\left. \begin{aligned} u_1(1)^{t+\Delta t} &= \frac{g}{c^2} \left[\frac{df_M}{n \Delta t} (\xi^{t+\frac{\Delta t}{2}} - \xi^{t-\frac{\Delta t}{2}}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{lf_B}{n \Delta t} (\zeta^{t+\frac{3\Delta t}{2}} - \zeta^{t-\frac{\Delta t}{2}}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{dl}{n \Delta t} \left(f_{MH} + \frac{lf_B}{2d} \right) (\theta^{t+\frac{3\Delta t}{2}} - \theta^{t-\frac{\Delta t}{2}}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{(h-d)f_B}{n} u_2(0)^{t+\Delta t} \right] \\ u_3(1)^{t+\Delta t} &= \frac{g}{c^2} \left[\frac{df_H}{n \Delta t} (\xi^{t+\frac{3\Delta t}{2}} - \xi^{t-\frac{\Delta t}{2}}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{lf_B}{n \Delta t} (\zeta^{t+\frac{3\Delta t}{2}} - \zeta^{t-\frac{\Delta t}{2}}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{dl}{n \Delta t} \left(f_{MH} + \frac{lf_B}{2d} \right) (\theta^{t+\frac{3\Delta t}{2}} - \theta^{t-\frac{\Delta t}{2}}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{(h-d)f_B}{n} u_2(0)^{t+\Delta t} \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.23)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_2(0)^{t+\Delta t} &= \bar{u}_2(0)^t + \frac{gf_B \Delta t}{2l} \{\eta_1(1)^{t+\frac{\Delta t}{2}} - \eta_3(1)^{t+\frac{\Delta t}{2}}\} \\ &\quad + \frac{l^2 \Delta t}{6(h-d)} \frac{1}{I+I_1} [-\rho g d l f_M \{\eta_1(1)^{t+\frac{\Delta t}{2}} \\ &\quad - \eta_3(1)^{t+\frac{\Delta t}{2}}\} - 2\rho g d l G \sqrt{l\theta}^{t+\frac{\Delta t}{2}} + R_M^{t+\frac{\Delta t}{2}}] \end{aligned} \right\} \quad (4.24)$$

で表わされる。

初期条件は波の先端がちょうど浮体前面に達したときを $t=0$ とし、以下の諸定数を与える。

$$\left. \begin{aligned} \eta_1(i)^{-\frac{\Delta t}{2}} &= a \sin 2\pi \left\{ \left(i - \frac{1}{2} \right) \frac{\Delta x}{L} - \frac{\Delta t}{2T} \right\} \\ u_1(i)^0 &= \frac{ag}{c} \sin 2\pi \left\{ \frac{(i-1)\Delta x}{L} \right\} \\ \eta_3(i)^{-\frac{\Delta t}{2}} &= u_3(i)^0 = \bar{u}_2(0)^0 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.25)$$

* $h=65\text{cm}$, $T=1.6$ 秒で波速 $c=210\text{cm/sec}$ 。一方、実験の範囲内での浮体の最大水平速度は $U_{\max}=5\text{cm/sec}$ である。

$$\left. \begin{aligned} \xi^{-\frac{\Delta t}{2}} &= \zeta^{-\frac{\Delta t}{2}} = \theta^{-\frac{\Delta t}{2}} = 0 \\ \xi^{\frac{\Delta t}{2}} &= \frac{\Delta t^2}{M} \rho g d f_H \eta_1(1)^{-\frac{\Delta t}{2}} \\ \zeta^{\frac{\Delta t}{2}} &= \frac{\Delta t^2}{M+M_1} \rho g l f_B \eta_1(1)^{-\frac{\Delta t}{2}} \\ \theta^{\frac{\Delta t}{2}} &= -\frac{\Delta t^2}{I+I_1} \rho g d l f_M \eta_1(1)^{-\frac{\Delta t}{2}} \end{aligned} \right\} (4.26)$$

境界条件は、領域 (III) の境界終端で

$$u_3(i_e) = 0 \quad (4.27)$$

また、領域 (I) の沖側境界流速を

$$\left. \begin{aligned} u_1(i_e)^{mat} &= \frac{ag}{c} \sin m\theta \\ \theta &= \cos^{-1} \left\{ 1 - \left(\frac{c\Delta t}{\Delta x} \right)^2 \left(1 - \cos \frac{2\pi\Delta x}{L} \right) \right\} \end{aligned} \right\} (4.28)$$

とおく、

以上の関係式を用いることにより、浮体の運動が時間的に逐次計算されることになる。なお、格子間隔 Δx と計算時間間隔 Δt の間では、

$$\frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{2c^2} \quad (4.29)$$

の計算安定条件を満たさなければならない。そこで、計

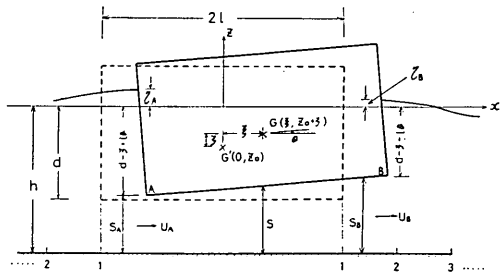


図 4.1 浮体の変位

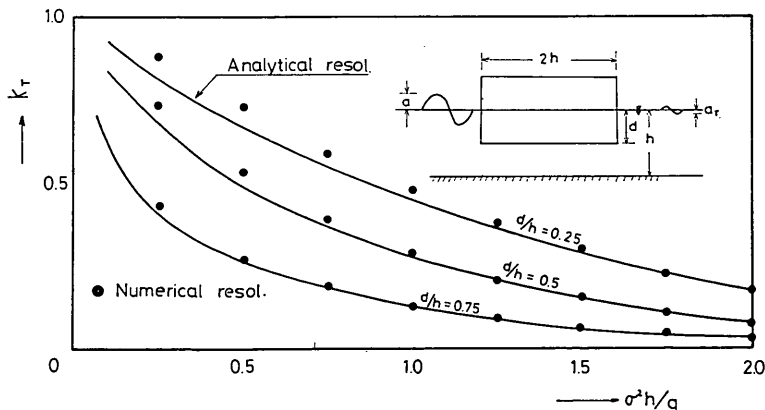


図 4.2 固定浮体に対する計算結果

算には

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= L/15 \\ \Delta t &= T/25 \end{aligned} \right\} (4.30)$$

を用いた。

b) 差分方程式、数値積分併用による解法

ここでは、浮体の運動および連続式を差分式の代りに数値積分により求める方法について説明する。簡単のため水平変位を例にとると、 $G = \xi$ とおくことにより、(4.11) 式は

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\xi} &= \dot{G} = \frac{\rho g d f_H}{M} \{ \eta_1(1) - \eta_3(1) \} + R_H \\ \dot{\xi} &= G \end{aligned} \right\} (4.31)$$

で表わされる。 $t - \frac{\Delta t}{2}$ 時の $\eta_1(1)$ 、 $\eta_3(1)$ 、 R_H および ξ が分れば、(4.31) 式を数値積分することにより $t + \frac{\Delta t}{2}$ 時の ξ 、 $\dot{\xi}$ が求まる。全く同様にして ζ 、 θ についても求めることができる。

(3) 計算結果

a) 固定浮体

固定浮体に対する計算は浮体変位 ξ 、 ζ 、 θ をすべて 0 と置くことによりなされる。図 4.2 は差分式のみを用いた波高伝達率の計算結果を近似理論による解析解と比較したもので、差分計算による逐次解は解析解に良く合うことが分る。

b) 自由浮体

自由浮体の波浪動揺に関する計算結果を実験結果と比較する。ただし、計算では差分および Runge-Kutta 法による数値積分併用の解法を用いた。図 4.3 は $T=2.0$ 秒の入射波に対する浮体運動の時間的な変動を示すもので、各運動は時間の経過と共に徐々に定常状態に達する

ことが判る。また、浮体の水平運動については往復運動のみで漂流は生じない。図 4.4 (a)~(c) は 1.6 秒から 3.3 秒までの各入射波周期について、浮体運動振幅の計算結果を実験結果と比較したもので、参考のため近似理論による解析解の値も示してある。この図から分るように、逐次解による計算結果は近似理論値に近く、実験値との適合性は、特に浮体の回転振幅が大きい入射波周期についてはさ

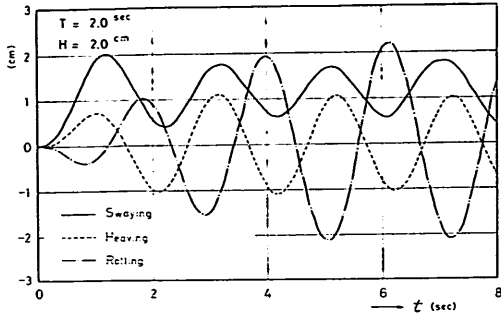


図 4.3 浮体運動の時間的変動

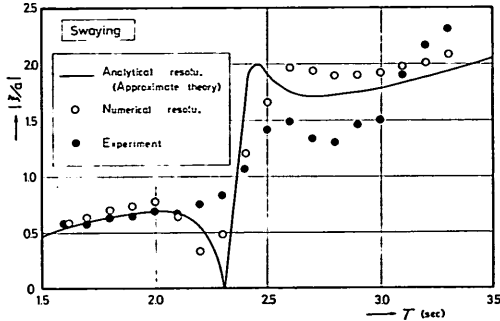


図 4.4(a) 計算値と実験値の比較 (水平振幅)

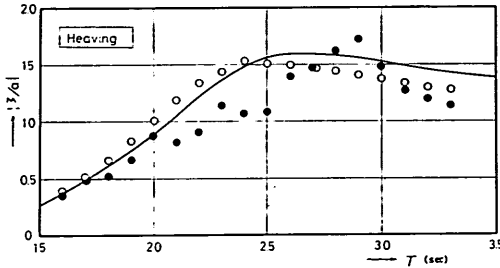


図 4.4(b) 計算値と実験値の比較 (鉛直振幅)

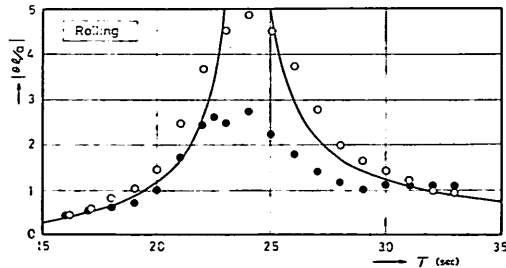


図 4.4(c) 計算値と実験値の比較 (回転振幅)

ど良好とは云えない。

4.2 浮体の変位および波による水面変動を考慮した

解法

いままで述べてきた理論はすべて微小振幅波のもとで

浮体運動が微小であると仮定することにより、理論式誘導の過程において浮体の変位および波による水位の高まりを考慮しなかった。ここでは、実際の現象により近づけるため、これらを考慮した逐次計算法を紹介し、その計算結果について述べることにする。

(1) 式の誘導

a) 底層流速

浮体下の余裕水深は浮体動揺を考慮すると次式で表わされる (図 4.1 参照)。

$$S(x) = h - d + \zeta + \theta(x - \xi) \quad (4.32)$$

浮体底面の鉛直速度 V は、(4.32) 式を t に関し微分することにより次式で与えられる。

$$V = \dot{S} = \dot{\zeta} + \dot{\theta}(x - \xi) - \theta \dot{\xi} \quad (4.33)$$

底層流の鉛直方向平均流速 \bar{w} は、

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = \frac{V}{S} = \frac{\dot{\zeta} + \dot{\theta}(x - \xi) - \theta \dot{\xi}}{h - d + \zeta + \theta(x - \xi)} \quad (4.34)$$

で与えられる*。

よって (4.1) 式より、

$$\bar{u}_2(x) = - \int \frac{\dot{\zeta} + \dot{\theta}(x - \xi) - \theta \dot{\xi}}{h - d + \zeta + \theta(x - \xi)} dx \quad (4.35)$$

となる。簡単のため

$$\left. \begin{aligned} b &= h - d + \zeta \\ c &= \dot{\zeta} - \theta \dot{\xi} \\ X &= x - \xi \end{aligned} \right\} \quad (4.36)$$

と置き換え、 $\theta X/b \ll 1$ を仮定すると底層断面内の平均流速 \bar{u}_2 は (4.35) 式より

$$\begin{aligned} \bar{u}_2(x) &= - \int \frac{\dot{\theta}X + c}{\theta X + b} dX \\ &= - \frac{1}{b} \left[\frac{\dot{\theta}}{2} X^2 + cX + \lambda \right] \\ &= - \frac{1}{h - d + \zeta} \left[\frac{\dot{\theta}}{2} (x - \xi)^2 + \dot{\zeta}(x - \xi) + \lambda \right] \end{aligned} \quad (4.37)$$

となる。ただし、 λ は積分定数である。

b) 揚圧力および揚圧力モーメント

(4.37) 式より

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial t} &= \frac{1}{b} \left\{ - \frac{\dot{\theta}}{2} X^2 + \dot{\theta} \dot{\zeta} X - \dot{\zeta} X + \dot{\zeta} \dot{\xi} - \dot{\lambda} \right\} \\ &\quad + \frac{1}{b^2} \left\{ - \frac{\dot{\theta}}{2} X^2 + \dot{\zeta} X + \lambda \right\} \end{aligned} \quad (4.38)$$

* (4.34) 式は底層流の速度ポテンシャル (3.7) 式を用いても得られる。

で表わされる。よって、浮体底面に作用する揚圧力強度は、(4.1) 式より

$$\begin{aligned} \frac{\bar{p}_2(X)}{\rho} &= -\frac{\partial \bar{u}_2(X)}{\partial t} dX \\ &= f_{11}(X)\bar{\theta} + f_{12}(X)\bar{\xi} + f_{13}(X)\bar{\lambda} \\ &\quad + T_1(X) + C_1 \end{aligned} \quad (4.39)$$

ここで

$$f_{11}(X) = \int \frac{X^2}{2b} dX$$

$$f_{12}(X) = \int \frac{X}{b} dX$$

$$f_{13}(X) = \int \frac{1}{b} dX$$

$$T_1(X) = -\int \frac{b(\bar{\theta}\bar{\xi}X + \bar{\xi}\bar{\xi}) + \bar{\xi}\left(\frac{\bar{\theta}}{2}X^2 + \bar{\xi}X + \bar{\lambda}\right)}{b^2} dX \quad (4.40)$$

となる。

浮体周辺の減衰的定常波を無視し、浮体の圧力および流速の鉛直分布が(4.2)式で表わされると仮定すると、底層流断面内の鉛直方向平均圧力の連続条件は波による水面の変動を考慮すると次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}_2(\bar{\xi} - l) &= \rho g f_B^{(A)} \eta_A \\ \bar{p}_2(\bar{\xi} + l) &= \rho g f_B^{(B)} \eta_B \end{aligned} \right\} \quad (4.41)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} f_B^{(A)} &= \frac{1}{S_A} \int_{-h}^{-(h-S_A)} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz \\ &= \frac{1}{kS_A} \frac{\sinh kS_A}{\cosh kh} \\ f_B^{(B)} &= \frac{1}{kS_B} \frac{\sinh kS_B}{\cosh kh} \end{aligned} \right\} \quad (4.42)$$

また、 S_A, S_B は(4.32)式より

$$\left. \begin{aligned} S_A &= h - d + \zeta - l\theta \\ S_B &= h - d + \zeta + l\theta \end{aligned} \right\} \quad (4.43)$$

の関係がある。

(4.39) および (4.41) 式より

$$\left. \begin{aligned} g f_B^{(A)} \eta_A &= f_{11}(-l)\bar{\theta} + f_{12}(-l)\bar{\xi} + f_{13}(-l)\bar{\lambda} \\ &\quad + T_1(-l) + C_1 \\ g f_B^{(B)} \eta_B &= f_{11}(l)\bar{\theta} + f_{12}(l)\bar{\xi} + f_{13}(l)\bar{\lambda} \\ &\quad + T_1(l) + C_1 \end{aligned} \right\} \quad (4.44)$$

が成立し、定数 C_1 は次式で書かれる。

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= g f_B^{(A)} \eta_A - [Q_1(-l)] \\ Q_1(X) &= f_{11}(X)\bar{\theta} + f_{12}(X)\bar{\xi} \\ &\quad + f_{13}(X)\bar{\lambda} + T_1(X) \end{aligned} \right\} \quad (4.45)$$

浮体底面には近似的に \bar{p}_2 なる圧力が作用するものと見なし、浮体底面に作用する揚圧力の合力を算出する。

$$\begin{aligned} \frac{P_2}{\rho} &= \int_{\bar{\xi}-l}^{\bar{\xi}+l} \frac{\bar{p}_2}{\rho} dx = \int_{-l}^l \frac{\bar{p}_2}{\rho} dX \\ &= g_{21}\bar{\theta} + g_{22}\bar{\xi} + g_{23}\bar{\lambda} + TT2 + 2g l f_B^{(A)} \eta_A \end{aligned} \quad (4.46)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} g_{2j} &= f_{2j}(l) - f_{2j}(-l) - 2l f_{1j}(-l) \quad (j=1\sim 3) \\ TT2 &= T_2(l) - T_2(-l) - 2l T_1(-l) \\ f_{2j}(X) &= \int f_{1j}(X) dX \quad (j=1\sim 3) \\ T_2(X) &= \int T_1(X) dX \end{aligned} \right\} \quad (4.47)$$

揚圧力による浮体重心のまわりの回転モーメントは、

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_{P_2}}{\rho} &= \int_{\bar{\xi}-l}^{\bar{\xi}+l} (x - \bar{\xi}) \frac{\bar{p}_2}{\rho} dx = \int_{-l}^l X \frac{\bar{p}_2}{\rho} dX \\ &= g_{31}\bar{\theta} + g_{32}\bar{\xi} + g_{33}\bar{\lambda} + TT3 \end{aligned} \right\} \quad (4.48)$$

となる。

ただし、

$$\left. \begin{aligned} g_{3j} &= f_{3j}(l) - f_{3j}(-l) \quad (j=1\sim 3) \\ f_{3j}(X) &= \int X f_{1j}(X) dX \quad (j=1\sim 3) \\ TT3 &= T_3(l) - T_3(-l) \\ T_3(X) &= \int X T_1(X) dX \end{aligned} \right\} \quad (4.49)$$

c) 水平力および水平力モーメント

浮体に作用する水平力および水平力による回転モーメントを算出する。水平合力および水平力による回転モーメントを水位上昇および浮体の変位を考慮して次のように置く。

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \rho g \eta_A \int_{-(h-S_A)}^{\eta_A} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz \\ &= \rho g \eta_A (\eta_A + h - S_A) f_H^{(A)} \\ P_3 &= \rho g \eta_B \int_{-(h-S_B)}^{\eta_B} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz \\ &= \rho g \eta_B (\eta_B + h - S_B) f_H^{(B)} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 M_{P_1} &= \rho g \eta_A \int_{-(h-S_A)}^{\tau_A} (z-z_0-\zeta) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz \\
 &= \rho g d l \eta_A f_{MH}^{(A)} \\
 M_{P_2} &= \rho g \eta_B \int_{-(h-S_B)}^{\tau_B} (z-z_0-\zeta) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz \\
 &= \rho g d l \eta_B f_{MH}^{(B)}
 \end{aligned}
 \tag{4.50}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 f_{MH}^{(A)} &= \frac{1}{(\eta_A+h-S_A)} \int_{-(h-S_A)}^{\tau_A} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz \\
 &= \frac{1}{k(\eta_A+h-S_A)} \\
 &\quad \times \frac{\sinh k(h+\eta_A) - \sinh kS_A}{\cosh kh} \\
 f_{MH}^{(A)} &= \frac{1}{d l} \int_{-(h-S_A)}^{\tau_A} (z-z_0-\zeta) \\
 &\quad \times \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz \\
 &= \frac{1}{k d k l \cosh kh} \{k(\eta_A-z_0-\zeta) \\
 &\quad \times \sinh k(h+\eta_A) - \cosh k(h+\eta_A) + k(h+z_0 \\
 &\quad + \zeta - S_A) \sinh kS_A + \cosh kS_A\}
 \end{aligned}
 \tag{4.51}$$

$f_{MH}^{(B)}$, $f_{MH}^{(B)}$ については、 $\eta_A \rightarrow \eta_B$, $S_A \rightarrow S_B$ に変えればよい。

d) 浮体運動方程式および連続条件式 (4.46), (4.48), (4.50) 式を浮体の運動方程式 (3.28) に代入し、整理すると

$$\begin{aligned}
 \ddot{\xi} &= \frac{\rho g}{M} \{ \eta_A (\eta_A + h - S_A) f_{MH}^{(A)} \\
 &\quad - \eta_B (\eta_B + h - S_B) f_{MH}^{(B)} \} + \frac{R_H}{M} \\
 g_{21} \ddot{\theta} + \left(g_{22} - \frac{M}{\rho} \right) \ddot{\xi} + g_{23} \dot{\lambda} \\
 &= -TT2 - 2gl f_{MH}^{(A)} \eta_A + 2gl \zeta - R_V / \rho \\
 \left(g_{31} - \frac{I}{\rho} \right) \ddot{\theta} + g_{32} \ddot{\xi} + g_{33} \dot{\lambda} &= -TT3 \\
 &\quad + gdl \{ \eta_A f_{MH}^{(A)} - \eta_B f_{MH}^{(B)} \} + 2gd \overline{GM} \theta \\
 &\quad - R_H / \rho
 \end{aligned}
 \tag{4.52}$$

また、圧力の連続条件式 (4.44) より

$$g_{11} \ddot{\theta} + g_{12} \ddot{\xi} + g_{13} \dot{\lambda} = g \{ f_{MH}^{(B)} \eta_B - f_{MH}^{(A)} \eta_A \} - TT1
 \tag{4.53}$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned}
 g_{1j} &= f_{1j}(l) - f_{1j}(-l) \quad (j=1\sim 3) \\
 TT1 &= T_1(l) - T_1(-l)
 \end{aligned} \right\} \tag{4.54}$$

を得る。

(e) 数値積分による浮体動揺計算

(4.52) (4.53) 式より浮体の運動が計算できる。すなわち、(4.52) の第1式より $\ddot{\xi}$ を、第2, 3式および (4.53) 式より $\ddot{\theta}$, $\dot{\xi}$, $\dot{\lambda}$ をそれぞれ

$$\ddot{\xi}, \ddot{\theta}, \dot{\xi}, \dot{\lambda} = F(\theta, \dot{\theta}, \zeta, \dot{\zeta}, \dot{\xi}, \dot{\lambda}, \eta_A, \eta_B) \tag{4.55}$$

の関数として解くことができる。よって、 η_A , η_B の時間的な変動が与えられれば、適当な初期条件のもとに既述の数値積分を用いて、浮体の運動を時間的に逐次計算することができる。表4.1は $\ddot{\theta}$, $\dot{\xi}$, $\dot{\lambda}$ を連立方程式として求めるための係数を示したものである。

表 4.1 係数表

$\ddot{\theta}$	$\dot{\xi}$	$\dot{\lambda}$	定数
$\frac{l^4}{3b}$	$-\frac{2l^3}{3b} - \frac{M}{\rho}$	$\frac{2l^2}{b}$	$-TT2 - 2\rho l f_{MH}^{(A)} \eta_A - \frac{R_V}{\rho} + 2gl \zeta$
$\frac{l^5}{15b}$	0	$\frac{2l^3}{3b}$	$-TT3 - \frac{M_{P_1} + M_{P_2}}{\rho} + 2gd \overline{GM} \theta - \frac{R_H}{\rho}$
$\frac{l^3}{3b}$	0	$\frac{2l}{b}$	$g f_{MH}^{(B)} \eta_B - f_{MH}^{(A)} \eta_A - TT1$

$$b = h - d + \zeta, \quad GA = \frac{\theta \dot{\xi}}{2}, \quad GB = b \theta \dot{\xi} + \dot{\xi}^2,$$

$$GC = b \dot{\xi} \dot{\xi} + \lambda \dot{\xi}$$

$$TT1 = -\frac{2}{b^2} \left\{ GA \frac{l^3}{3} + GCl \right\}$$

$$TT2 = -\frac{2}{b^2} \left\{ GA \frac{l^4}{3} - GB \frac{l^3}{3} + GC l^2 \right\}$$

$$TT3 = -\frac{2}{b^2} \left\{ GA \frac{l^5}{15} + GC \frac{l^3}{3} \right\}$$

f) 流速の連続条件式

浮体外の水位および流速の計算には (4.19) および (4.20) 式を用いる。流速の連続性は (4.13) 式に浮体の鉛直変位を考慮して次のようにおく。 $x = \xi - l$ において、

$$-(h - S_A) \leq z \leq \eta_A :$$

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{\xi} - \dot{\theta}(z - z_0 - \zeta) &= \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} u_{1,A} \\
 h \leq z < -(h - S_A) : \\
 \bar{u}_2(\xi - l) &= \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} u_{1,A}
 \end{aligned} \right\} \tag{4.56}$$

両辺に $\cosh k(h+z)/\cosh kh$ を乗じ z について $-h$ より η_A まで積分し整理すると次式を得る。

$$u_{1,A} = \frac{1}{(h+\eta_A)f_n^{(A)}} [(h+\eta_A-S_A) f_H^{(A)} \xi - dl f_{HH}^{(A)} \dot{\theta} + S_A f_B^{(A)} \bar{u}_2(\xi-l)] \quad (4.57)$$

同様にして

$$u_{3,B} = \frac{1}{(h+\eta_B)f_n^{(B)}} [(h+\eta_B-S_B) f_H^{(B)} \xi - dl f_{HH}^{(B)} \dot{\theta} + S_B f_B^{(B)} \bar{u}_2(\xi+l)] \quad (4.58)$$

ただし、 \bar{u}_2 については (4.37) 式より次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_2(\xi-l) &= -\frac{1}{(h-d+\zeta)} \left(\frac{\dot{\theta}}{2} l^2 - \xi l + \lambda \right) \\ \bar{u}_2(\xi+l) &= -\frac{1}{(h-d+\zeta)} \left(\frac{\dot{\theta}}{2} l^2 + \xi l + \lambda \right) \end{aligned} \right\} (4.59)$$

また

$$\begin{aligned} f_n^{(A)} &= \frac{1}{(h+\eta_A)} \int_{-h}^{\eta_A} \frac{\cosh^2 k(h-z)}{\cosh^2 kh} dz \\ &= \frac{1}{2\cosh^2 kh} \left\{ 1 + \frac{\sinh 2k(h+\eta_A)}{2k(h+\eta_A)} \right\} \end{aligned} \quad (4.60)$$

$f_n^{(B)}$ については $\eta_A \rightarrow \eta_B$ と置けばよい。

(g) 計 算

浮体動揺計算の数値積分は Runge-Kutta 法を用いた。初期条件は (4.25) 式に以下のものと付け加えた。

$$[\xi = \zeta = \theta = \lambda = \dot{\xi} = \dot{\zeta} = \dot{\theta}]_{t=0} = 0 \quad (4.61)$$

また $\eta_A, \eta_B, u_{1,A}, u_{3,B}$ については固定座標における値 (4.22) 式を用いた。

(2) 計算結果

a) 水平バネによる拘束浮体

水平バネによる拘束浮体の波浪動揺に関する一計算例を図 4.5 に示す。ただし、計算は表 3.1 の諸元を用いて行なった。浮体動揺は初期過渡運動から徐々に定常運動

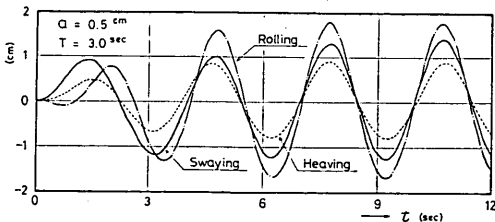


図 4.5 水平バネにより拘束された浮体運動の時間的变化

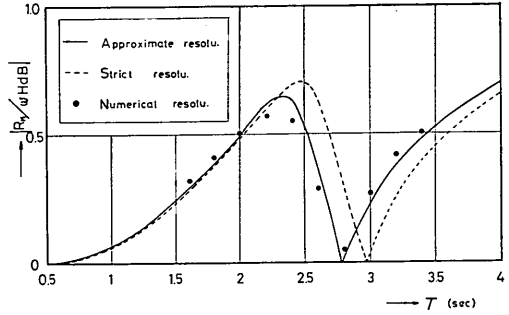


図 4.6 バネ反力の計算結果

へと移行し、3~4波目の波においてはほぼ定常状態に達している。無次元化したバネ反力の計算結果を各入射波周期について解析解と比較したのが図 4.6 である。この図から逐次理論による数値解は近似理論による解析解に近いことが分る。これは逐次理論を導くにあたって近似理論と同様、浮体周辺の減衰の定常波を無視した取り扱いを施しているからである。

b) 自由浮体

計算により求めた浮体重心水平運動の時間的変動を図 4.7 に示す。ただし初期条件の影響を除くため図には第 3 波以後の波による浮体運動を示している。この図から

表 4.2 浮体の水平振幅 (計算結果)

T (sec)	2a (cm)	2ξ (cm)					ξ/a
		1	2	3	4	平均	
1.6	1.9	1.16	1.00	1.10	1.20	1.12	0.59
1.7	2.1	1.45	1.35	1.20	1.30	1.33	0.63
1.8	2.2	1.60	1.65	1.45	1.30	1.50	0.68
1.9	1.9	1.30	1.50	1.45	1.33	1.40	0.74
2.0	2.0	1.08	1.38	1.51	1.65	1.41	0.71
2.1	2.6	0.90	0.86	1.20	1.40	1.09	0.42
2.2	2.5	1.10	0.70	0.40	0.20	0.60	0.24
2.3	2.4	2.00	1.90	1.95	2.00	1.96	0.82
2.4	2.3	2.85	3.15	3.40	3.65	3.51	1.53
2.5	1.9	3.00	3.30	3.50	3.65	3.36	1.77
2.6	1.9	3.50	3.70	3.70	3.60	3.63	1.91
2.7	2.1	4.10	4.10	3.90	3.70	3.95	1.88
2.8	2.2	4.40	4.10	3.90	3.90	4.03	1.83
2.9	2.2	4.30	4.00	4.10	4.10	4.13	1.88
3.0	2.3	4.30	4.30	4.50	4.60	4.43	1.93
3.1	2.2	4.30	4.40	4.60	4.30	4.40	2.00
3.2	2.1	4.10	4.30	4.20	4.20	4.20	2.00
3.3	2.0	4.10	4.20	4.10	4.20	4.15	2.08

矩形断面浮体の波浪動揺に関する研究

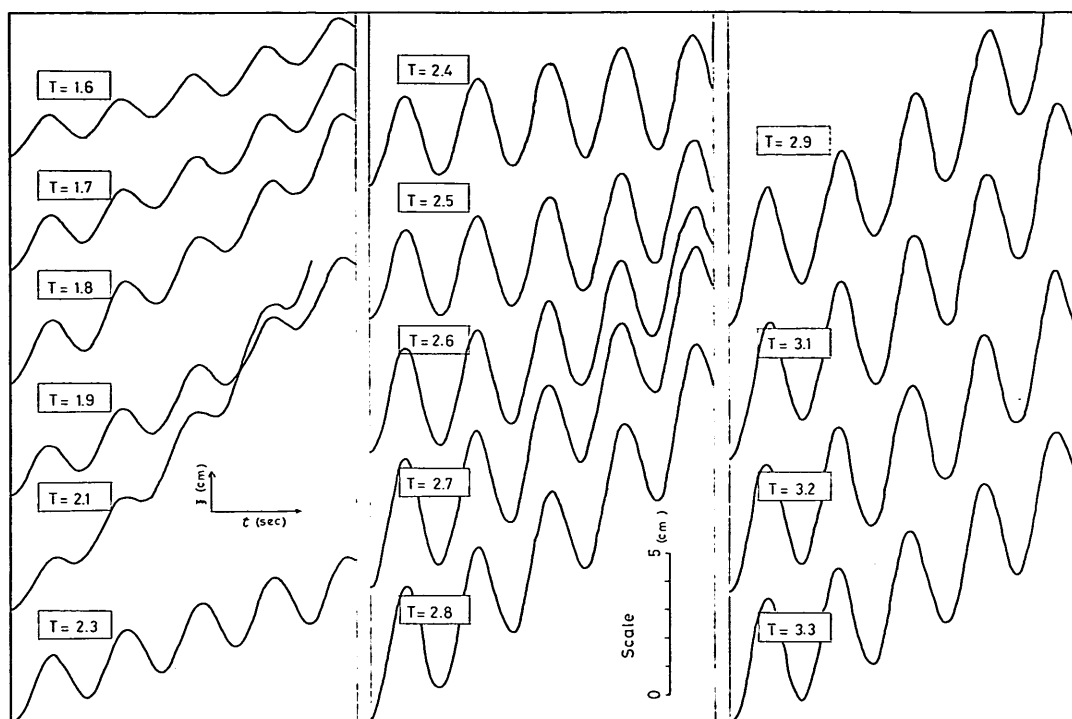


図 4.7 浮体重心の時間的な水平変位 (計算結果)

表 4.3 浮体の鉛直振幅 (計算結果)

T (sec)	2a (cm)	2ζ (cm)					ζ/a
		1	2	3	4	平均	
1.6	1.9	0.75	0.83	0.78	0.78	0.79	0.42
1.7	2.1	1.07	1.16	1.15	1.13	1.13	0.54
1.8	2.2	1.47	1.52	1.52	1.51	1.51	0.69
1.9	1.9	1.66	1.65	1.66	1.65	1.66	0.87
2.0	2.0	2.12	2.09	2.09	2.09	2.10	1.05
2.1	2.6	3.18	3.13	3.09	3.08	3.12	1.20
2.2	2.5	3.38	3.36	3.31	3.32	3.34	1.33
2.3	2.4	3.42	3.42	3.46	3.40	3.43	1.43
2.4	2.3	2.97	3.33	3.36	3.42	3.27	1.42
2.5	1.9	2.82	2.80	2.81	2.81	2.81	1.48
2.6	1.9	2.79	2.76	2.80	2.77	2.79	1.47
2.7	2.1	3.00	3.02	2.98	2.99	3.00	1.43
2.8	2.2	3.06	3.09	3.07	3.09	3.08	1.40
2.9	2.2	2.99	3.01	2.98	3.02	3.00	1.36
3.0	2.3	3.06	3.06	3.05	3.07	3.06	1.33
3.1	2.2	2.88	2.84	2.87	2.85	2.86	1.30
3.2	2.1	2.69	2.66	2.69	2.64	2.67	1.27
3.3	2.0	2.51	2.47	2.51	2.47	2.49	1.25

表 4.4 浮体の回転振幅 (計算結果)

T (sec)	2a (cm)	2θl (cm)					θl/a
		1	2	3	4	平均	
1.6	1.9	0.64	1.46	0.93	0.54	0.89	0.47
1.7	2.1	1.47	2.07	1.25	0.84	1.41	0.67
1.8	2.2	1.44	0.95	2.09	2.51	1.75	0.80
1.9	1.9	1.56	1.26	2.05	2.59	1.87	0.98
2.0	2.0	3.93	2.79	2.07	2.24	2.76	1.38
2.1	2.6	8.46	8.87	6.89	5.96	7.55	2.90
2.2	2.5	10.71	11.31	11.51	11.89	11.36	4.54
2.3	2.4	11.49	12.22	13.86	14.26	12.96	5.40
2.4	2.3	11.00	12.49	12.98	13.89	12.59	5.47
2.5	1.9	8.06	8.53	8.44	8.10	8.28	4.36
2.6	1.9	6.44	5.99	5.15	4.52	5.53	2.91
2.7	2.1	5.02	3.83	3.20	3.60	3.91	1.86
2.8	2.2	3.15	2.70	3.51	3.95	3.33	1.51
2.9	2.2	2.20	3.08	3.55	3.02	2.96	1.35
3.0	2.3	2.63	3.28	2.80	2.41	2.78	1.21
3.1	2.2	2.74	2.55	2.03	2.45	2.44	1.11
3.2	2.1	2.48	1.79	2.03	2.09	2.10	1.00
3.3	2.0	1.52	1.90	1.79	1.68	1.72	0.86

分かるように、波による水面変動および浮体変位を考慮した逐次計算法で求めた水平運動には漂流が生じる。計算において漂流が出現する原因についてはのちほど考察することにして、ここでは浮体運動の振幅について実験結果と計算結果を比較する。

表 4.2~4.4 は浮体の変位および波の高まりを考慮した逐次計算より求めた浮体の水平、鉛直、回転運動の振幅を示す。表より、水平および鉛直運動についてはほぼ定常状態に達しているが、回転運動については必ずしも定常状態に達していないことが分る。図 4.8~4.10 はこうして得られた浮体運動の振幅を実験結果および近似理論による計算結果と比較したものである。図 4.11 は同じく波高伝達率についての計算結果を実験結

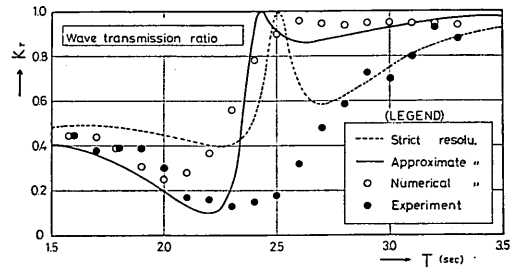


図 4.11 計算値と実験値の比較 (波高伝達率)

果および厳密理論、近似理論による解析解と比較したものである。これらの図から次のようなことが分る。

- (i) 入射波周期が比較的短い波 ($T \leq 2.0$ 秒程度) については、逐次計算値は実験値と良く合う。
- (ii) 浮体の回転振幅が比較的大きい入射波周期 (2.1 秒から 2.6 秒程度) では、計算値は実験値と定量的にかなり異なる。また、水平運動、波高伝達率については定性的にもかなり異なっている。これは (4.37) 式を導くにあたり θ を微小と仮定したこと起因するものと思われる。
- (iii) 比較的長い入射波周期 ($T > 3.0$ 秒) においては、実験値および計算値はかなり似かよってくる。
- (iv) 逐次計算による浮体運動の振幅は近似理論による計算値とほぼ合致する。

なお、浮体運動の振幅についてのみ着目すれば浮体の変位および波の高まりを考慮した計算値と、これを考慮しない計算値の間にはほとんど差が無かった。

c) 各運動間の位相の関係

ここでは、浮体の水平、鉛直、回転運動間の位相の関係を調べてみる。

図 4.12(a), (b) は $T=2.0$ 秒について実験および計算により求めた浮体各運動の時間的な変動を示したもので、浮体は鉛直および水平方向にはほぼ同位相で、回転は逆位相で運動していることがわかる。また、それぞれの運動間の位相の関係は、計算値および実験値で類似している。図 4.13(a), (b) は $T=3.0$ 秒について示したもので、矢張り計算値は実験値をうまく近似している。以上の2ケースとも、浮体の回転振幅はかなり小さく、計算値は比較的理論値に適合する周期であった。

図 4.14(a), (b) は、 $T=2.2$ 秒についての計算値と実験値の比較を示したもので、水平および回転振幅の大きさは計算値と実験値の間でかなり異なる。各運動間の位相差の関係をみると実験では水平および鉛直運動はほぼ同位相となっているが、計算では、水平運動の位相が若

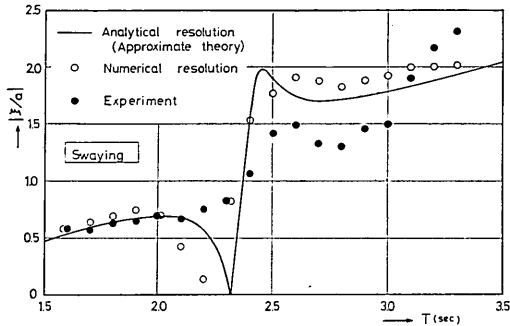


図 4.8 計算値と実験値の比較 (水平振幅)

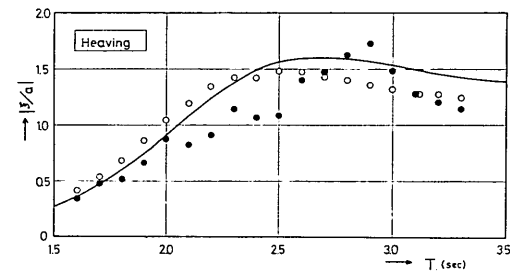


図 4.9 計算値と実験値の比較 (鉛直振幅)

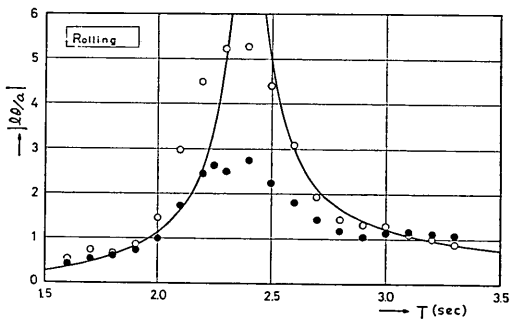


図 4.10 計算値と実験値の比較 (回転振幅)

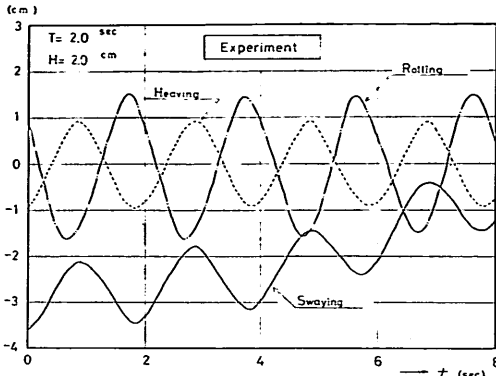


図 4.12(a) 浮体運動の時間的変化 (実験値)

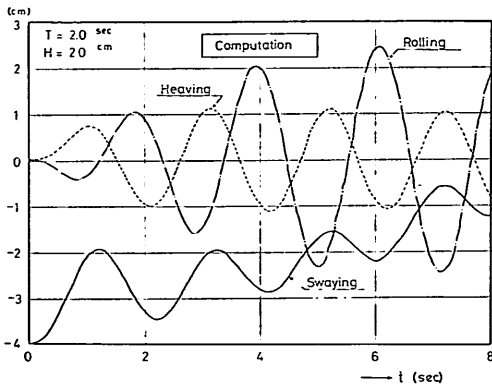


図 4.12(b) 浮体運動の時間的変化 (計算値)

干遅れて生じている。また、鉛直運動と回転運動の関係についても、各々のピークの起時が両者でかなり異なっている。

(3) 計算における漂流の原因

図 4.15(a), (b) は入射波周期 $T=1.6$ 秒のケースについて、実験および計算による浮体重心の運動軌跡を比較したもので、計算値はかなり良く実験値の漂流特性を捕えている。波による水面変動および浮体の変位を考慮

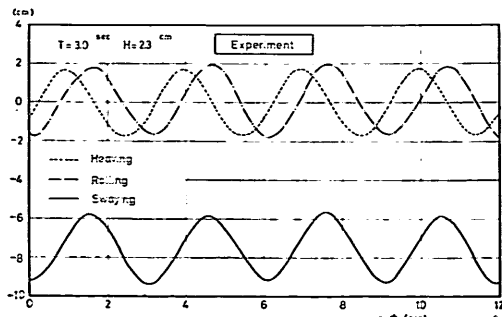


図 4.13(a) 浮体運動の時間的変化 (実験値)

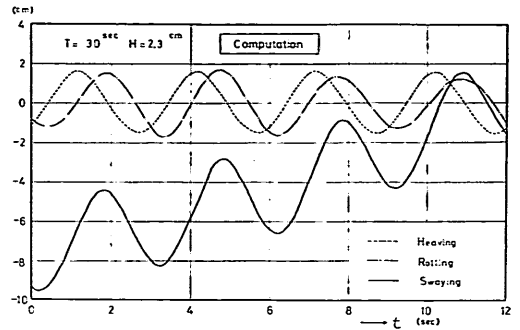


図 4.13(b) 浮体運動の時間的変化 (計算値)

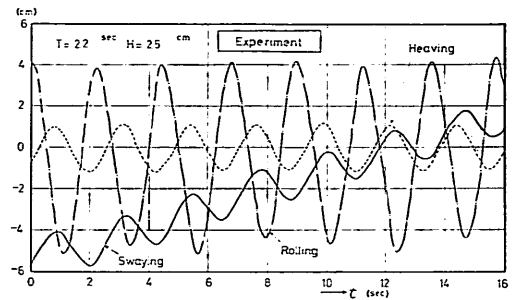


図 4.14(a) 浮体運動の時間的変化 (実験値)

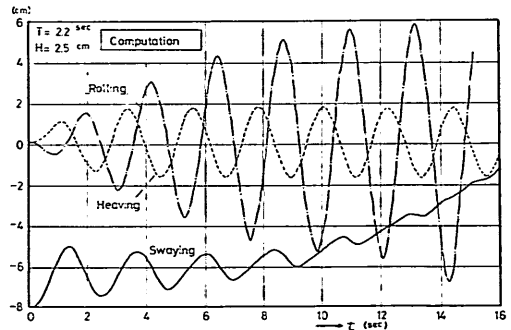


図 4.14(b) 浮体運動の時間的変化 (計算値)

した逐次計算においてのみ、なぜこうした漂流現象が現われるかを考察してみる。

浮体前後面の水平力の差を算出すると、 $h \gg \eta$ の仮定のもとに、(4.43), (4.50), (4.51) 式より、

$$P_1 - P_3 = \frac{\rho g}{k \cosh kh} \left[\eta_A \{ \sinh kh - \sinh k(h-d+\zeta-l\theta) \} - \eta_B \times \{ \sinh kh - \sinh k(h-d+\zeta+l\theta) \} \right] \quad (4.62)$$

で表わされる。右辺の大括弧の中を

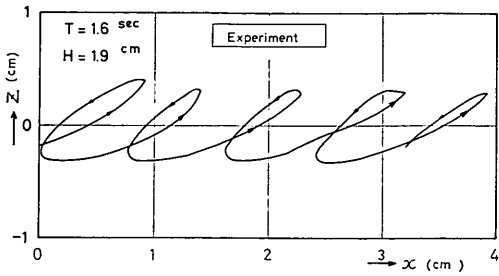


図 4.15(a) 浮体重心の運動軌跡 (実験値)

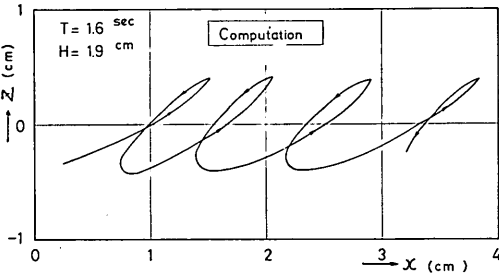


図 4.15(b) 浮体重心の運動軌跡 (計算値)

$$\Delta P = (\eta_A - \eta_B) \sinh kh - \eta_A \sinh k(h-d+\zeta-l\theta) + \eta_B \sinh k(h-d+\zeta+l\theta) \quad (4.63)$$

と置くと、通常の入射波周期のもとでは近似的に

$$\left. \begin{aligned} \sinh k(h-d+\zeta-l\theta) &\doteq k(h-d+\zeta-l\theta) \\ \sinh k(h-d+\zeta+l\theta) &\doteq k(h-d+\zeta+l\theta) \end{aligned} \right\} \quad (4.64)$$

が成立するので*、(4.63) 式の ΔP は次のように表わされる。

$$\Delta P = (\eta_A - \eta_B) \{ \sinh kh - k(h-d) \} - k(\eta_A - \eta_B)\zeta + k(\eta_A + \eta_B)l\theta \quad (4.65)$$

いま、簡単のため、浮体前後の水位および浮体運動が時間に関し正弦的に変動すると仮定し、次のように置く。

$$\left. \begin{aligned} \eta_A - \eta_B &= \eta^* \sin \sigma t \\ \zeta &= \zeta^* \sin(\sigma t + \varepsilon) \end{aligned} \right\} \quad (4.66)$$

(4.65) 式の ΔP を波の1周期間にわたり積分すると、右辺第一項は

$$\eta^* \int_0^T \sin \sigma t \, dt = 0 \quad (4.67)$$

から、この項による波の1周期間の水平力の差は0とな

* 実験を行なった入射波周期の範囲内では $k(h-d+\zeta-l\theta) < 0.4$ である。すなわち、 $\sinh(0.4) \doteq 0.41 \doteq 0.4$ が成立する。

り、浮体は正弦的な往復運動をするのみで漂流は生じない。(4.65)式の第二項は、

$$\begin{aligned} &-k\eta^*\zeta^* \int_0^T \sin \sigma t \cdot \sin(\sigma t + \varepsilon) \, dt \\ &= -k\eta^*\zeta^* \pi \cos \varepsilon \end{aligned} \quad (4.68)$$

となる。これは $\pi/2 < \varepsilon < 3\pi/2$ の範囲で正となり、 $\varepsilon = \pi$ のとき最大値をとる。すなわち、浮体前後の水位差が最大となると、浮体が鉛直下方に変位していれば漂流現象を生じることになる。第三項についても同じような計算を施すことにより、浮体前後の水位の和が最大となると浮体が反時計方向(回転正の方向)に変位していれば漂流を生じることになる。

図 4.16 は $T=2.0$ 秒について、浮体動揺および波による水面上昇の計算結果を示したもので、水位差が最大るとき、浮体は鉛直下方に最も変位しており、水位の和が最大になる時刻の近傍で浮体の回転は正の方向に最大変位していることがわかる。

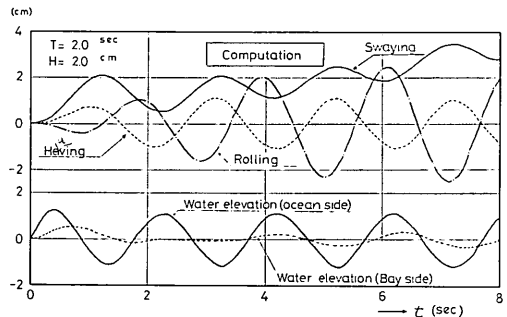


図 4.16 浮体運動および浮体前後における水面変動の時間的变化

(4) 連続条件式の検討

(4.57) 式で表わされる境界流速を求めるに際しては、流速の連続性 (4.56) 式に $\cosh k(h+z)/\cosh kh$ を乗じ積分したことにより、この連続条件式は一種のエネルギー輸送の連続性と見なすことができる。一方、(4.56) 式を単に z について積分し整理すると流量の連続性を考慮することになる。ここでは、流量の連続性を用いて行なった計算結果について述べる。

図 4.17 は $T=3.0$ 秒における浮体動揺の時間的変動を示したもので、浮体は波の進行方向と逆向きに移動している。図 4.18 は水平振幅についての計算結果をエネルギー輸送の連続性による計算結果および実験結果と比較したもので、これらの図から、連続条件式としては (4.57) 式で与えられるエネルギー輸送の連続性を用いた方がより実験値に近いことがわかる。

矩形断面浮体の波浪動揺に関する研究

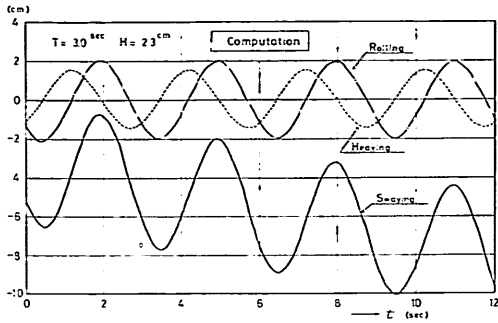


図 4.17 浮体運動の時間的変動

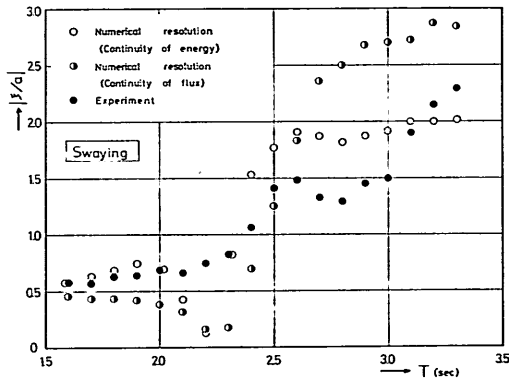


図 4.18 浮体の水平振幅

(5) 水路末端壁からの反射波の影響

図 2.7 から明らかなように、実験では $T > 2.9$ 秒の入射波周期に対して浮体は顕著な漂流現象を生じていないか、又は波の進行方向と逆に移動している。この原因と

して、水路末端壁からの反射波の影響が考えられる。すなわち、図 4.11 から明らかなように、入射波周期が長くなると、波高伝達率は大きくなる。また、壁前面の消波装置からの反射も増大することが予想される。

しかしながら、浮体が水平運動することにより、浮体背後の水域の延長が時間的に異なること、壁前面の消波装置からの反射が加わること等により、実験条件を計算で忠実に再現することは目下のところ不可能である。よって、ここでは、水路末端からの反射波が浮体の動揺に顕著な影響を及ぼすか否かを計算により検討してみる。

計算は、浮体背後に反射率 20% の直立壁が存在すると仮定し、浮体後端から反射壁までの長さを 9.5m および 10m の 2 種類について行なった**。

図 4.19 は $T = 3.3$ 秒の波について、浮体動揺および浮体前後面の水位上昇の時間的変動の計算結果を示す。図より、反射波の影響は、第 3 波目の波による浮体動揺から現われ始め、特に浮体の水平運動に及ぼす影響が大きいことが分る。すなわち、浮体背後 9.5m に反射壁を仮定した場合、反射が無い場合に比べ漂流速度は小さくなり、浮体背後 10m に仮定した場合には、ほとんど漂流を生じていない。

次に、同様の計算を $T = 2.2$ 秒について行なってみた

* 簡単な測定を行なった結果では、 $T > 2.0$ 秒の波に対し反射率は、15~25%程度であった。

** 計算は谷本防波堤研究室長のプログラムを借用した。その詳細については後日発表の予定である。

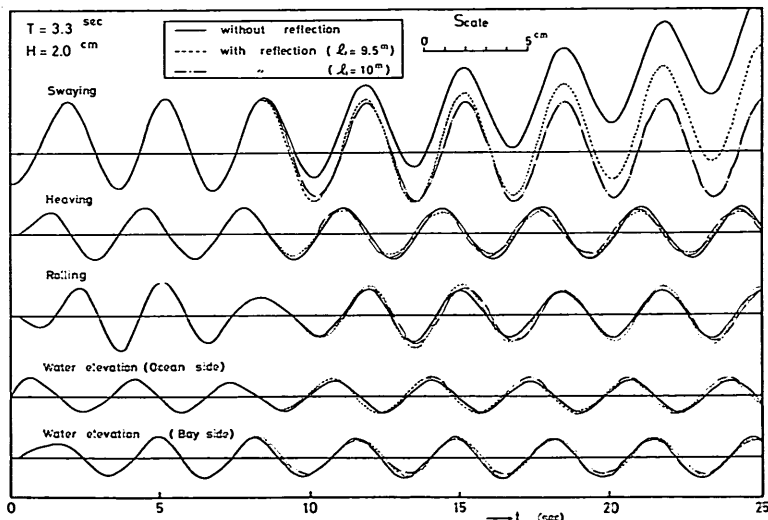


図 4.19 浮体運動に及ぼす反射波の影響

ところ、漂流速度は若干減る傾向にあるが浮体運動の振幅についてはほとんど変わらなかった。

以上のことから、浮体背後の消波工ないしは側壁からの反射波の影響は $T > 3.0$ 秒程度の波に対しては無視することができないことが分る。

5. むすび

いままで述べてきた矩形断面浮体の波浪動揺に関する理論的、実験的研究を通じ得られた結果を要約すれば次のようになる。

(i) 波浪による浮体運動を速度ポテンシャルを用いて解析的に解く場合、速度ポテンシャル中の級数項を省略した近似解は、厳密解に比べ浮体の鉛直、回転運動のピーク周期が若干異なるが、入射波周期による浮体動揺特性の傾向は一致している。

(ii) 浮体運動を差分式を用いて時間的に逐次求める逐次計算法による浮体各運動の振幅は、近似理論により求めた値に近い。また、浮体の変位を考慮した計算を行なうことにより、浮体は水平往復運動に加え漂流を生じる。

(iii) 浮体運動の振幅について上記の計算値と実験値を比較すると、浮体の回転振幅が大きい入射波周期で、一般に計算値は実験値とかなり異なる。これは、理論式を導くにあたり浮体の回転を微小と仮定し、回転の影響を無視していることに起因すると思われる。

上記の結果から結論として、浮体の波浪による動揺を推定するには、今後、浮体の回転変位を考慮した計算法を確立すると共に、慣性項、損失項等を計算に取り入れ理論式をより精密化する必要がある。

以上、波浪による矩形浮体の運動をもっぱら断面的な取り扱いにより論じてきた。現地における繋留船舶の波浪動揺を推定するには、非線型拘束力のもとでの不規則波による浮体の三次元運動を解く必要がある。

本研究が今後の浮体問題を取り扱うに際して何らかの参考となれば幸である。

最後に、本論文は前水工部長、伊藤喜行博士に負うところが大きい。また、研究の遂行、論文のとりまとめに際し、谷本防波堤研究室長から有益な助言を得た。なお浮体の変位および波の高まりを考慮した浮体動揺の逐次計算は筆者の一人が 1972~73 年にかけてフランス国立水理研究所で行なった研究を基礎に若干の修正を加えたものであることを附記すると共に、関係者の御協力を感謝する。

(1975年 3月31日受付)

参考文献

- 1) 井島武士ほか：有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変形，土木学会論文報告集，第202号，1972年6月，pp.33~48
- 2) 伊藤喜行・千藤繁：浮防波堤の水理に関する近似理論と応用，港湾技術研究所報告，第11巻，第2号，1972，pp.137~166
- 3) 井島武士：有限水深域の構造物および浮体による波の変形，1974年度（第10回）水工学に関する夏期研修会講義集，Bコース，土木学会水理委員会，1974
- 4) 伊藤喜行ほか：横波を受ける船の繋船岸への衝突力に関する実験，港湾技術研究所報告，第11巻，第2号，1972，pp.121~135
- 5) 谷本勝利ほか：杭式シーバースにおける波力問題，昭和48年度港湾技術研究所講演会講演集，1973
- 6) 永井荘七郎ほか：横波を受けるスーパータンカーの drifting, swaying および rolling によってドルフィンに働く衝撃力に関する研究，第16回海岸工学講演会講演集，1969
- 7) 堀川清司・波辺晃：円筒形浮体と浅海波の相互作用第19回海岸工学講演会論文集，1972年，pp.421
- 8) 伊藤喜行：浮防波堤の水理，昭和47年度港湾技術研究所講演会講演概要，1972，pp.1-1~22
- 9) 伊藤喜行・谷本勝利：新しい方法による波動の数値計算—防波堤周辺の波高分布への適用—，港湾技術研究所報告，第10巻，第2号，1971年6月

記号一覧表

a	: 入射波の半振幅
a_T	: 伝達波の半振幅
c	: 波速
d	: 浮体の吃水
e_s	: ホイーストンブリッジの電圧
g	: 重力加速度
\overline{GM}	: 重心上のメタセンター高 = $\frac{l^2}{3d} - \frac{d}{2} - z_0$
h	: 水深
i	: 虚数単位又は格子番号
I	: 浮体の慣性モーメント (単位長あたり)
$k = 2\pi/L$	
K	: パネ定数 (単位長あたり)
l	: 浮体幅の半分
L	: 波長
M	: 浮体の質量 (単位長あたり)
M_p	: 波力モーメント
p	: 圧力
\bar{p}	: 底層平均圧力
P	: 圧力の合力
ΔP	: 浮体前後の圧力差
r	: 実数単位
R	: ホイーストンブリッジの抵抗
R_H	: 水平拘束力
R_V	: 鉛直拘束力

矩形断面浮体の波浪動揺に関する研究

R_M	: 回転拘束力	f_M	: (4. 12)
s	: 水平バネの水面上の高さ	f_{MH}	: (3. 27)
T	: 波の周期	$f_{MH}^{(A)}, f_{MH}^{(B)}$: (4. 51)
Δt	: 時間間隔	$f_n^{(A)}, f_n^{(B)}$: (4. 60)
u	: 水平流速	g_{0n}	: (3. 36)
\bar{u}	: 底層平均流速	$g_{1j}(j=1\sim 3)$: (4. 54)
U	: 浮体の水平速度	$g_{2j}(j=1\sim 3)$: (4. 47)
V	: 浮体の鉛直速度	$g_{3j}(j=1\sim 3)$: (4. 49)
Δx	: 格子間隔	g_{Bn}	: (3. 13)
z_0	: 浮体初期重心の z 座標	g_{Cn}, g_{Hn}, g_{MHn}	: (3. 27)
ζ	: 鉛直運動の半振幅または鉛直変位	I_1, I_2	: (3. 32)
η	: 静水位から測った水面変動	M_1, M_2	: (3. 32)
θ	: 回転運動の半振幅または回転変位	n	: (3. 47)
ξ	: 水平運動の半振幅または水平変位	n_0, n_n	: (3. 27)
ρ	: 水の密度	$q_0, q_1, q_{n0}, q_{n1}, q_{n2}$: (3. 35)
$\sigma = 2\pi/T$		S_A, S_B	: (4. 43)
ϕ	: 速度ポテンシャル	T_1	: (4. 40)
		T_2	: (4. 47)
		T_3	: (4. 49)
		T_R, T_V	: (3. 48)
(計算定数)		$TT1$: (4. 54)
a_1	: (3. 36)	$TT2$: (4. 47)
a_2	: (3. 21)	$TT3$: (4. 49)
a_{ns}	: (3. 21)	X	: (4. 36)
b	: (4. 36)	X_0, Y_0, X_n, Y_n	: (3. 35)
b_1, b_2	: (3. 36)	α_s, β_s	: (3. 32)
c	: (4. 36)	δ	: (3. 35)
f_0	: (3. 36)	ϵ_{1s}	: (3. 27)
$f_{1j}(j=1\sim 3)$: (4. 40)	$\epsilon_{2s}, \epsilon_{3s}$: (3. 27)
$f_{2j}(j=1\sim 3)$: (3. 47)	λ	: (3. 35) 又は積分定数
$f_{3j}(j=1\sim 3)$: (4. 49)	λ_s, λ_{sj}	: (3. 39)
f_B	: (3. 13)	ω_{V1}, ω_{R1}	: (3. 47)
$f_B^{(A)}, f_B^{(B)}$: (4. 42)		
f_C, f_H	: (3. 27)		
$f_H^{(A)}, f_H^{(B)}$: (4. 51)		