

運輸省港湾技術研究所

港湾技術研究所 報告

REPORT OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH
INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT

VOL. 14

NO. 1

MAR. 1975

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



港湾技術研究所報告 (REPORT OF P.H.R.I.)

第14巻 第1号 (Vol. 14, No. 1), 1975年3月 (Mar. 1975)

目 次 (CONTENTS)

| | |
|---|---|
| ADI 法による潮流と汚染拡散の数値計算 ——大阪湾に適用した場合について—— 金子安雄・堀江 毅・村上和男..... | 1 |
| (Numerical Simulation on Tidal Currents and Pollutant Dispersion due to Alternating Direction Implicit Method —Application to Osaka Bay—Yasuo KANEKO, Takeshi HORIE and Kazuo MURAKAMI) | |

ADI 法による潮流汚染拡散の数値計算

——大阪湾に適用した場合について——

金子安雄*・堀江 毅**

村上和男***

要 旨

本報告は、Leendertse, J.J. によって開発された ADI 法による潮流と汚染拡散の数値計算法において、計算の基礎となる方程式と差分式の特徴を明らかにし、この解法を大阪湾に適用して、解の安定性や安定解を得るに要するサイクルタイムの検討、および、模型実験では困難であったコリオリ力、粗度係数、拡散係数の効果の検討を試みると共に、これらの数値計算結果を模型実験および現地実測との結果と対比して、その再現性を検討したものである。

数値モデルは二次元単層であり、拡散物質は保存系である。計算対象領域は現況地形（昭和46年）に限定し、潮汐、河川流量、拡散物質、汚染負荷量（COD）等は、比較の関係上、模型実験の条件と可能な限り同一になるようにしている。

本計算の結果、タイムステップに対する制約は従来の計算法のそれより数倍大きくとれること、安定解を得るまでのサイクルタイムは比較的小さくてすむこと、粗度係数については $C=(1/n)\bar{h}^{1/3}$ にて十分表示できること、コリオリ力の効果は、少くとも、潮流に関しては極めて小さいこと、拡散係数 $10\sim 10^{-2} \text{ m}^2/\text{sec}$ の範囲では拡散係数の差による濃度分布の変化は汚染源付近を除いて小さいこと等が明らかになった。さらに、模型実験、実測値との比較から、潮位、遅角、潮流の流向流速についての再現性は良好であった。拡散計算では、濃度の分布形は模型実験の場合とよく類似しているが、定量的には、湾の長軸方向に沿う拡散が実験に較べて遅れる以外、一般に、計算の方が促進される傾向があった。

* 海洋水理部 海水汚染水理研究室長

** 水工部 模型試験課長

*** 海洋水理部 海水汚染水理研究室

Numerical Simulation on Tidal Currents and Pollutant Dispersion due to Alternating Direction Implicit Method

—Application to Osaka Bay—

Yasuo KANEKO*

Takeshi HORIE**

Kazuo MURAKAMI***

Synopsis

This paper describes the characteristics of basic equations and finite difference equations concerning with tidal currents and substance dispersion due to numerical simulations developed by J.J. Leendertse, and treats the stability of solution and cycle time required for convergent solution in application of the method to Osaka Bay. This paper estimates the effect of Coriolis force and bottom friction to tidal currents, and the effect of dispersion coefficients on substance dispersion, which are difficult to investigate in model tests. The reproducibility of the simulation is also discussed in comparison with the results of model tests and field survey.

Numerical model is two-dimensional (depth-averaged). Dispersive matter is conservative. The area concerned is limited to the geographical configuration of present state (1971). Efforts are made to meet the input data of the simulation to those of model tests, as many as possible, such as tide, river effluents, dispersive matter, sources of pollution, etc., on account of the comparison with model tests.

The following items are clarified through the numerical investigation; i) time step is possible to be greater than that of other type of model, ii) cycle time required for the convergent solution is comparatively small, iii) bottom friction is successfully represented as $C=(1/n)\bar{h}^{1/6}$, iv) Coriolis force affects little effect on tidal currents, v) the variation of dispersion coefficients has a slight effect on the concentration distribution, for the range of 10 to 10^{-2} m²/sec, vi) the reproducibility of tidal range, phase and currents are quite acceptable, comparing with the results of model tests and field data, and vii) numerical configuration of dispersing cloud is similar to that of model tests, but numerical dispersion generally tends to be promoted except along the long-axis of the bay in its quantitative estimation.

* Chief of the Marine Diffusion Laboratory, Marine Hydrodynamics Division

** Chief of the Model Test Section, Hydraulic Engineering Division

*** Member of the Marine Diffusion Laboratory, Marine Hydrodynamics Division

目 次

| | |
|---------------------------------|----|
| 要 旨 | 3 |
| 1. ま え が き | 7 |
| 2. 数値計算の特徴と位置づけ | 7 |
| 3. 従来の計算手法 | 8 |
| 4. 基礎方程式 | 9 |
| 4.1 流体の運動方程式と連続方程式 | 9 |
| 4.2 物質拡散方程式 | 10 |
| 5. 数値モデル | 11 |
| 5.1 ADI 法とその特徴 | 11 |
| 5.2 格子網および変数の定義 | 11 |
| 5.3 潮流計算の差分式 | 12 |
| 5.3.1 一般式 | 12 |
| 5.3.2 境界の取扱い | 15 |
| 5.3.3 流入河川の取扱い | 15 |
| 5.3.4 潮流計算のフローチャート | 15 |
| 5.4 拡散計算の差分式 | 15 |
| 5.4.1 一般式 | 15 |
| 5.4.2 境界の取扱い | 17 |
| 5.4.3 拡散計算のフローチャート | 17 |
| 5.5 潮流計算に必要な条件の設定 | 17 |
| 5.6 拡散計算に必要な条件の設定 | 18 |
| 6. 大阪湾の潮流, 汚染拡散計算への適用 | 21 |
| 6.1 潮流計算に対する入力条件 | 21 |
| 6.2 拡散計算に対する入力条件 | 21 |
| 7. 入力条件の効果と選定 | 26 |
| 7.1 潮流計算における諸効果 | 26 |
| 7.2 拡散計算における諸効果 | 31 |
| 8. 潮流計算の再現性 | 32 |
| 8.1 潮 汐 (振幅と遅角) | 32 |
| 8.2 潮 流 | 32 |
| 8.3 恒 流 | 39 |
| 9. 拡散計算の再現性 | 42 |
| 10. ま と め | 50 |
| 11. あ と が き | 51 |
| 参 考 文 献 | 51 |
| 付 録 | 53 |
| 付録 1. 連続方程式, 運動方程式の二次元化 | 53 |
| 付録 2. 拡散基礎式の誘導 | 54 |
| 付録 3. 拡散基礎式の二次元化 | 54 |
| 付録 4. 連続方程式, 運動方程式の差分式の誘導 | 55 |
| 付録 5. 潮流計算での境界の取扱い | 56 |
| 付録 6. 拡散基礎式の差分式の誘導 | 58 |
| 付録 7. 拡散計算での境界の取扱い | 60 |

1. まえがき

湾内および内海に建設される大規模な沿岸埋立や海上都市その他の海洋構造物等による海湾内の潮流又は汚染物質の拡散への影響を予測することは、港湾整備計画上、また、水質および環境保全の立場からも極めて重要である。このためには、まず、これら構造物の建設前の現況地形における水理特性を前もって十分把握しておく必要がある。

通常、この種の問題に対処するには、過去の豊富な信頼できる実測値が貴重な資料となる。大阪湾に関しては、潮汐関係では、国又は府県等の地方自治体の関係機関によって沿岸各検潮所で継続的に測定され、それらの結果は調和定数の算定や潮汐表作成のための資料となっている。また潮流関係では、水路部¹⁾、運輸省第三港湾建設局²⁾、その他で実施され、比較的上層部の潮流特性が明らかにされている。これに対し同湾内の水質調査は、これまで大阪府・兵庫県³⁾、または環境庁⁴⁾などによって実施されているが、季節的変化、および、水深別変化などの時間的、空間的な変動が著しく、さらに、水質汚濁機構を構成する物理的、生物化学的作用の複雑さ等から、その実態はまだ十分に把握されていない。

このため潮流、および汚濁物質の拡散を規制する要因の中から支配的なものを取りあげて単純化されたモデル内で各々の現象を分析してゆかざるを得ない。また推算手法にもそれぞれ特徴があり、結果の判定にはそれらの相異を十分認識しておく必要がある。この種のモデルとして、主として、水理模型および数値モデルが用いられる。

水理模型を用いた大阪湾の潮流と染料拡散に関する実験は、筆者らによって実施され⁵⁾、湾内の埋立、海上空港その他の計画にともなう大規模埋立地の造成が湾内潮流、汚水拡散現象に対する影響を検討しているが、模型歪の効果の他、起潮法、汚染トレーサーとしての染料、計測手法等、今後解決されなければならない検討事項を残している。

これに対し、数値モデルを用いた計算では、なおモデルの現象に対する表現や数値計算に伴う解の誤差、安定性についての問題が付随するけれども、縮尺や歪に関する問題はない。また外力として与える境界での潮汐の設定や、コリオリ力の導入、および、粗度係数や拡散係数の変更等が容易である。ところが、これまで大阪湾の潮

流および汚濁拡散の数値計算例^{6),7)}はわずかしかなかく、水理模型実験との関係、相似性等について検討したものは少ない。また、その後の地形変化や汚濁負荷量・方法等の点で、筆者らの行った水理模型実験⁸⁾の入力条件とも必ずしも一致しない。

このような理由から、本研究においては、Leendertse, J.J. によって開発された ADI 法による潮流と汚濁拡散の計算法を導入し、計算条件は模型実験の場合と可能な限り同一になるようにして、新たに数値計算を行い、つぎの諸点を明らかにすることを試みた。すなわち、

- (1) 潮流および汚濁拡散に関する数値計算の特徴と位置づけ
- (2) それらの計算手法の変遷と現状
- (3) 計算の基礎となる方程式と差分式の取扱い
- (4) 数値計算において常に問題となる解の安定性、安定解を得るまでのサイクルタイムの検討と、水理模型では困難な、コリオリ力、粗度係数、拡散係数の効果等の検討
- (5) 数値計算による推算結果の模型実験結果および実測値との比較による再現性の評価

である。

そこで、本文 2. において潮流および汚濁拡散計算に関する数値計算の特徴とその位置づけを明らかにし、3. において、従来の計算手法をふり返り、4., 5. において計算の基礎となる方程式、差分式および計算の取扱いを説明し、6. において、この計算法を大阪湾に適用するに当たっての入力条件を述べ、7. において数値計算の安定性やコリオリ力、粗度係数等についてその効果を比較検討し、8., 9. においては潮流および拡散計算の再現性を、模型実験および現地実測値との比較において検討する。

2. 数値計算の特徴と位置づけ

流体の運動は一般に極めて複雑であり、これを解析的に解くことは困難である。これは、境界条件や初期条件が複雑である他、流体の運動を記述する方程式が非線型であることに由来している。特定な二三の問題については、現象の分析から、微小項の省略、近似化等を行って線型化し現実の流れが解かれているが、一般の複雑な条件の下では解を得ることは容易でない。通常、こうした場合には、模型実験を行い実際の現象を縮小して再現するという手法がとられる。しかし模型実験によってすべ

ての問題が解決できるわけではなく、相似律の問題の他、実験施設、場所、時間、労力などの制約を受ける。特に、本課題のように、比較的広領域を対象とする潮流や物質拡散実験ではなおさらである。

一方、数値モデルによる計算は、近年の高速度電子計算機の発展によって、驚くべき速度で得られるようになり、数値解法は飛躍的に進歩した。しかし、数値計算を行うためには、潮流とか物質拡散等の現象を記述する方程式が前もって確立されている必要がある。すなわち、数値計算は、現象の物理的機構を解明することではなく、すでに確立された方程式に対する解を得ることに威力を発揮するものである。また計算機にも記憶容量、計算時間等に制約があるので、基礎方程式は、計算機の特性に合うよう、適当に変形して用いられるのが通例である。水理模型実験の水理諸量の測定値は、計算ではラインプリンター上に文字又は数字によって打出されるが、表式化、図式化をはかるとともに、図化システム（カーブプロッター、ドラフター、グラフィックディスプレイ、マイクログフィルム等）を活用することにより、計算結果が図式化され、“目で見る”現象として再現できるので計算

機との対話形式によって計算を確認又は補正しつつ実行するという、いわゆる数値実験を行うことが可能である。表-1 は、潮流および物質拡散に関するモデルを念頭におき、水理模型との対比において、数値モデルの主な特徴を列挙したものである。

3. 従来の計算手法

計算機による数値計算は、1930年代にイギリスの気象学者 Richardson が気象変化の解析を試みたのが最初とされている。しかし、計算機といっても今日のような高性能の電子計算機ではなく、手廻し計算機であり、非常な努力、時間を費したものと思われる。その後、Dronker, J.J.¹⁰⁾らによって長周期波に対する数値計算手法が展開され、また一方では高性能の電子計算機の開発が進み、主に気象学の分野から、Hansen, W., Platzman, G.W.らにより潮流、高潮の計算が行われて数値計算の有用性が実証された。これを契機としてわが国でも、宮崎、宇野木、磯崎、上野¹¹⁾らにより、東京湾、大阪湾その他の潮流、高潮計算が実施され、今日一般に適用されている長周期波の基礎式の差分化による計算手法が確立された。

表-1 水理模型と数値モデルの特徴

| | 水 理 模 型 | 数 値 モ デ ル |
|--------------|--|--|
| 縮 尺 | 模型縮尺および歪（一般には）を有し、相似律の問題が生ずる。 | 原型、歪なし |
| モ デ ル | 三次元であるが歪効果を考慮する必要がある。 | 二次元単層であるため、鉛直方向の水理量の取扱いができない。 |
| 地 形 表 現 | 比較的忠実にできる。 | 格子分割のため細部の表現は無理 |
| 潮 汐 | 境界で位相差をつけたり、複雑な任意波を与えることは困難であり、また設備を要する。 | 関数または観測データから比較的容易に与えられる。 |
| 河 川 流 | 容易 | それ程困難でない。 |
| コ リ オ リ カ | 再現は特殊な設備を要し容易でない。多くの場合無視される。 | 容易 |
| 底面摩擦拡散係数 | パイプ、ブロック、銅板その他等によって調整するが時間、労力を要する。 | 数値的に変更することは容易であるが実態が不明確。 |
| 境界での水及び物質の交換 | 有限領域のため特殊な装置・工夫を要する。 | 任意に操作できる。 |
| 計測および再現性 | 計測器の性能、測定技術、外的条件(温度、風、他)等の変化による影響を受けやすい。 | ラインプリンター、図化機の活用によりデータの整理が容易になる。同一入力に対しては同一結果が出る。 |
| ト レ ー サ ー | 非保存系物質の取扱いは困難である。 | 非保存系物質についても取扱い可能であるが諸係数が不明確。 |

潮汐、高潮などの長周期波の計算が気象学の分野から発達したのに対し、拡散現象の解析は熱力学の分野で研究が進められた。Fick によって組立てられた輸送理論に基づく古典的拡散理論は、1950年代に、Pritchard, D.W.¹¹⁾らにより感潮河川の淡水と塩水の混合過程に応用され、理論的に体系づけられた。海洋における物質拡散についても、特定の条件下で理論解が得られている。たとえば、一次元流れの中の鉛直拡散(ガウス分布)¹²⁾、円形パッチの水平拡散を取扱った Joseph, Sendner, Ozmidov, 大久保¹³⁾らの解、ブリュームの鉛直拡散を取扱った Brooks, N.H.¹⁴⁾の解等が主な例としてあげられる。しかしこれらの解は極く限られた条件の下でしか適用できず任意の場での拡散を取扱うことはできない。一方、Phelps, E.B., Tully, J., および、Ketchum, B.H.¹⁵⁾らはタイダルブリズムの概念を導入し、感潮河川域を潮汐の流動距離によってブロック分割し、各区間内で塩水と淡水との完全混合を仮定して、潮汐による区割間の物質(塩分)収支を計算した。Stommel, H.¹⁶⁾らはこの手法に混合距離理論を導入してより力学的説明を加えた。さらに Kent, R.E.¹⁷⁾は Stommel, らの研究を受けつぎ、染料拡散の模型実験をおこなうとともに、拡散基礎式を差分化し、渦動拡散(乱流拡散)係数を用いて Delaware 河の塩水バランスに関する一次元拡散計算をおこなった。

また、BOD, COD などの生物化学的作用による反応作用、自浄作用を考慮した非保存系の取扱いも以上の研究とほぼ並行して現地観測が進められ、Dobbins, W.E.¹⁸⁾, O'Connor, D.J.¹⁹⁾らによる一次元定常流中の解析解も得られた。

しかしこのような物質拡散に関する解析解にはその適用に自ら限界があり、数値モデルにおいては計算に非常な労力が加わった。やがて1960年代に入り、高速度電子計算機がようやく実用段階に入るとともに、拡散計算の数値解も飛躍的に発展した。Harleman, D.R.F.²⁰⁾, Bella, D.A.²¹⁾, Leendertse, J.J.²²⁾, Fischer, H.B.²³⁾他、我国でも堀口²⁴⁾, 村上²⁵⁾その他により、取扱われる範囲も、一次元定常解から二次元非定常解へ、また、保存系物質から非保存系物質の計算に及び今日に至っている。

これらの潮汐計算ならびに汚染拡散計算は、それぞれ流体の運動方程式と連続方程式、および、物質拡散基礎式の有限差分式を解くもので、差分化に伴う誤差や計算過程で発生する誤差、細部の地形表現その他に問題点が残されている。この有限差分式の欠陥を補うものとして、最近構造解析の分野から発展した有限要素法による

解法が流体の運動解析に適用され始めているが²⁶⁾、一般の水理学の問題に対しては、構造解析の場合に較べて数段難しいとされている。

さらに、温度密度流、湧昇流など、水深方向の流れを考慮した二次元多層モデルは Liggett, J.A.²⁷⁾, 杉ノ原²⁸⁾その他によって二・三実施されているが、今日の技術をもって、計算機の容量、性能その他技術的問題も加わって、三次元的に取扱うことは容易でなく、いまなおそのほとんどは二次元単層または二層モデルであり、流れ、濃度などの鉛直分布を考慮した取扱いは今後の研究課題となっている。

以上の状況から判断すれば、実用的には依然として有限差分法を用いた二次元単層モデルに依らざるを得ないのが現状である。そこで次節において、これらの差分式の基礎となる流体の運動方程式、連続方程式、および物質拡散方程式について記述する。

4. 基礎方程式

4.1 流体の運動方程式と連続方程式

ある海域中で平均海面上の一点を原点とし、直交直線座標系を図-1のように定義する。ここに、 x, y 軸は平均海面上に、また、 z 軸は鉛直上方にとり、 u, v, w はそれぞれ x, y, z 軸方向の流れ速を、さらに、 $z = -h$, および $z = \zeta$ はそれぞれ海底および海面を表わすものとする。

さらに、

- (1) 流体は粘性非圧縮性である
- (2) 圧力は静水圧分布である
- (3) 鉛直方向の流れの時間的、場所的変化量 $\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)$,

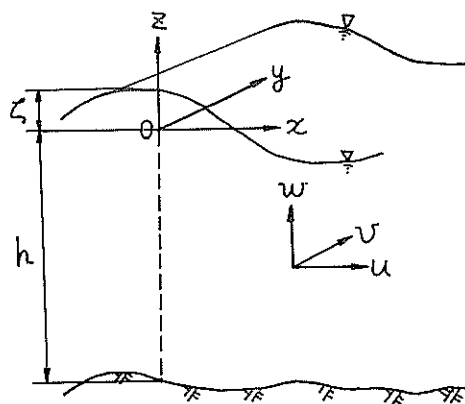


図-1 座標系の定義

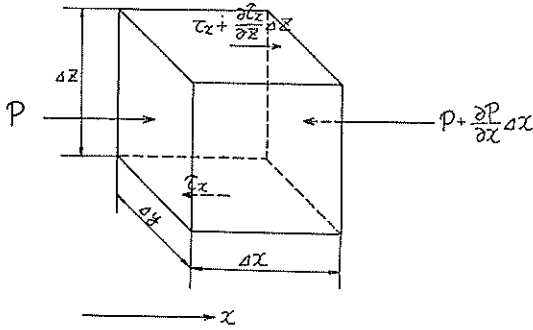


図-2 流体粒子に働く力の釣り合い (x 軸方向)

$\frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}$ は無視する

(4) 水平混合項は鉛直混合項に較べて小さいので無視する

と仮定すれば、 x, y, z 軸方向の力のつり合いから、長周期波の運動方程式は近似的に次式で表わされる (図-2)。

x 軸方向:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = f v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_x}{\partial z} \quad (1)$$

y 軸方向:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -f u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_y}{\partial z} \quad (2)$$

z 軸方向:

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (3)$$

ここに、

t : 時間

f : コリオリ係数 ($=2\omega \sin \varphi$, ω =地球自転の角速度, φ : 緯度)

p : 圧力

τ_x, τ_y : z 軸に垂直な面で x, y 軸方向に働くせん断力

ρ : 流体の密度

を表わす。

つぎに連続方程式は、周知のとおり、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

で表わされる。ここで式(1)を変形し式(4)を用いれば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} \\ - f v + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_x}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

となる。同様にして式(2)も次式のように変形できる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2)}{\partial y} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} \\ + f u + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_y}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

一方、式(3)より、

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

となる。したがって、

$$p = \rho g(\zeta - z) + p_0 \quad (7)$$

ここに、 $p_0 = p_0(x, y, \zeta, t)$

となる。ただし、潮汐計算では、水面 ($z = \zeta$) における圧力 p_0 は 0 として取扱う。式(7)より、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \rho g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \rho g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

したがって、式(8)を式(5),(6)に代入してつぎの関係式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} \\ - f v + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_x}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2)}{\partial y} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} \\ + f u + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_y}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

連続方程式(4)および、 x, y 軸方向の運動方程式(9),(10)が潮流計算における基本式となる。

つぎに、前節で述べた理由から、上記3式(4),(9),(10)の二次元化(水深方向に平均化)を行うと次式のようなになる。式の詳しい誘導については、本文末の付録1. に示してある。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(\zeta + h)u] + \frac{\partial}{\partial y} [(\zeta + h)v] = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f v + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{g u \sqrt{u^2 + v^2}}{(\zeta + h)C^2} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f u + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{g v \sqrt{u^2 + v^2}}{(\zeta + h)C^2} = 0 \quad (13)$$

ここに、 u, v は $-h \leq z \leq \zeta$ 間の平均流速、 C は chezy 係数を表わす。

4.2 物質拡散方程式

拡散物質の単位体積当りの質量を p とすれば、速度成分 u, v, w の流れの場における微小六面体 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$

内に入出する量の増加は、その中の拡散物質の増加に等しいことから、流体運動に関する連続式の誘導と同様にして、つぎの関係式が得られる。

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(up) + \frac{\partial}{\partial y}(vp) + \frac{\partial}{\partial z}(wp) = 0 \quad (14)$$

ここで、連続運動による乱流拡散過程で、乱流における平均量と変動量とを用いて式(14)を平均流に関する式で表わし、さらに“Fickの法則”に類似して乱流拡散係数を導入すると、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial(u p)}{\partial x} + \frac{\partial(v p)}{\partial y} + \frac{\partial(w p)}{\partial z} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial p}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

ここに、 p, u, v, w は時間平均量、 D_x, D_y, D_z はそれぞれ x, y, z 方向の乱流拡散係数を表わす。となり、式(15)が物質拡散の基礎方程式となる。式(15)の詳しい誘導については、本文末の付録 2. に示してある。

つぎに、流体の運動方程式および連続方程式におけると同様に、式(15)を z 軸方向に積分して式の二次元化するすれば、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial[(\zeta+h)p]}{\partial t} + \frac{\partial[(\zeta+h)up]}{\partial x} + \frac{\partial[(\zeta+h)vp]}{\partial y} \\ &= \frac{\partial[(\zeta+h)K_x \frac{\partial p}{\partial x}]}{\partial x} + \frac{\partial[(\zeta+h)K_y \frac{\partial p}{\partial y}]}{\partial y} \end{aligned} \quad (16)$$

ここに、 u, v, p は $-h \leq z \leq \zeta$ 間における平均量、 K_x, K_y は見かけ上の拡散係数が得られる。式(16)の詳しい誘導については本文末の付録 3. に示してある。式(16)が二次元化された物質拡散の基礎式となる。

5. 数値モデル

5.1 ADI 法とその特徴

第3節にも述べたように、現段階では、数値モデルの設定は、すでに確立された流体の運動方程式、連続方程式および拡散基礎式をいかに変形し、またこれらの変形された式を電子計算機にいかにか組み込むかにあるといえる。本計算では、差分近似解法の一つとして Peaceman, Rachford その他により考案された ADI 法 (Alternating Direction Implicit Method) を採用することにした。この方法は Leendertse, J.J.²²⁾ によって潮流および拡散方程式の差分式に応用され、Jamica 湾その他の計算がおこなわれている。この ADI 法は、楕円型偏微分方程式

の境界値問題の差分近似解法にあたって現われる大型の連立一次方程式を解く方法として、緩和法 (relaxation method)、逐次加速緩和法 (successive over-relaxation method) その他等と併行して、ここ10数年来注目されてきたものである。この特徴を、後述の計算例から簡単に述べるとつぎのとおりである。すなわち、まず時間 $k\Delta t \rightarrow (k + \frac{1}{2})\Delta t$ において、運動方程式(12)、連続方程式(11)又は拡散基礎式(16)を、原則的には x 軸方向の成分を implicit の表示、 y 軸方向の成分については explicit の表示 (式(18), (17), (44)) を行なう。つぎに、このようにして形成される方程式をある x 軸上の格子点列について整理すると、一般には、相隣る3点での未知量 (流速、水位、濃度に関しての) を一つの方程式とする多元連立方程式が形成される。そこで、この多元連立方程式を変形してできる未知数の係数マトリックスを対角行列に変換することにより式(33), (34) または(46)に示すような漸化式が得られる。したがって、行列式をそのまま解くことなく、境界値を設定することによりつぎつぎに未知量を決定することができる。さらに、時間 $(k + \frac{1}{2})\Delta t \rightarrow (k+1)\Delta t$ においては、implicit, explicit の表示を x, y 方向について転換し、 y 方向の漸化式を導いて、 y 方向に計算を進める。このように、ADI 法では、計算領域内の格子点で水平方向と鉛直方向とを交互に巡回して計算を行うことからこの名称 (Alternating Direction Implicit Method) が由来している。以上、ADI 法の計算手法の特徴から、つぎの2点が主な利点として挙げられる。すなわち、

- (1) x, y 方向の変数がそれぞれ交互に一方のみ implicit な差分で表現するため、計算式が簡単になる。
- (2) x, y 方向で implicit と explicit の差分表現を交代して繰返し計算するので、誤差の増大が相殺されるため計算が安定になる。

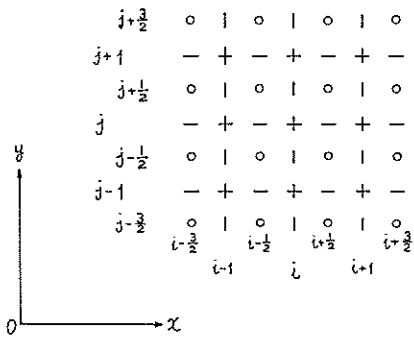
である。尚、前述のように、本計算手法においても二次元単層 (すなわち、水深方向に平均化した x, y 平面上の変化量の取扱い) であることに変わりなく、さらに、模型実験²³⁾との比較の関係から、汚染拡散計算においては、汚染物質は保存系 (すなわち、沈澱や吸着等の物理化学的作用、あるいは、自浄、生産、反応等によって増減する生物、化学的作用は一際考慮しない) として取扱う。

以下本節において、ADI 法による Leendertse, J.J.²²⁾ の潮流計算法を簡単に説明する。

5.2 格子網および変数の定義

水位、流速等の変数の位置はつぎのように定義される(図-3)。

| | x 座 標 | y 座 標 |
|--|----------------------|----------------------|
| 水位 (ζ), 粗度係数 (c) 濃度 (p) | 整 数 | 整 数 |
| 水 深 (h) | 整数 $\pm \frac{1}{2}$ | 整数 $\pm \frac{1}{2}$ |
| 流 速 (u) | 整数 $\pm \frac{1}{2}$ | 整 数 |
| 流 速 (v) | 整 数 | 整数 $\pm \frac{1}{2}$ |



- + 水位 (ζ), 粗度 (C), 濃度 (P)
- o 水深 (h)
- 流速 (u)
- l 流速 (v)

図-3 変数の位置 (スキーム)

さらに、以下の差分式の表示を簡単にするため、つぎの諸記号を用いる。

$$F_{i,j}^{(k)} \equiv F(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta t)$$

$$\Delta x = \Delta y = \Delta S$$

$$i = 0, \pm \frac{1}{2}, \pm 1, \pm \frac{3}{2}, \dots$$

$$j = 0, \pm \frac{1}{2}, \pm 1, \pm \frac{3}{2}, \dots$$

$$k = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$$

$$\bar{F}_{i+(1/2), j}^x \equiv \frac{1}{2}(F_{i,j} + F_{i+1,j})$$

$$\bar{F}_{i, j+(1/2)}^y \equiv \frac{1}{2}(F_{i,j} + F_{i, j+1})$$

$$F_x = F_{i,j} - F_{i-1,j} \quad \left(\text{at } i - \frac{1}{2}, j\right)$$

$$F_y = F_{i,j} - F_{i,j-1} \quad \left(\text{at } i, j - \frac{1}{2}\right)$$

$$\bar{F}_{i+(1/2), j+(1/2)}^z = \frac{1}{4}(F_{i,j} + F_{i,j+1} + F_{i+1,j} + F_{i+1,j+1})$$

など。

5.3 潮流計算の差分式

5.3.1 一般式

前節で述べた流体の運動方程式 (12), (13) および連続方程式 (11) に対し、図-4 に示す格子点上で差分化をする。

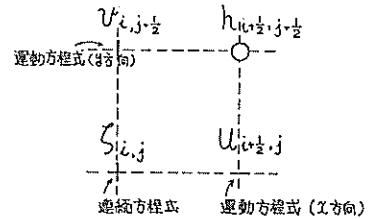


図-4 水位および流速の計算位置

計算の手順は、まず1タイムステップ Δt を2分し、前半のタイムステップ $k\Delta t \rightarrow (k + \frac{1}{2})\Delta t$ においては

式(12) } を連立して u, ζ を求め、得られた解
式(11) } を用いて式(13)より v を計算する。

さらに次の $(k + \frac{1}{2})\Delta t \rightarrow (k+1)\Delta t$ において

式(13) } を連立して v, ζ を求め、得られた解
式(11) } を用いて式(12)より u を計算する

という方法をとる。

そこでまず、前半のタイムステップ $k\Delta t \rightarrow (k + \frac{1}{2})\Delta t$ において式 (12), (11) および(13)を、それぞれ $(i + \frac{1}{2}, j)$, (i, j) および、 $(i, j + \frac{1}{2})$ で差分化する。

式(12)より

$$u^{(k+(1/2))} = u^{(k)} + \frac{1}{2}\Delta t f \bar{v}^{(k)} - \frac{1}{2}\Delta t u^{(k+(1/2))}$$

$$\times \left\langle \frac{\partial u^{*(k)}}{\partial x} \right\rangle - \frac{1}{2}\Delta t v^{(k)} \left\langle \frac{\partial u^{*(k)}}{\partial y} \right\rangle$$

$$- \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta S} g \zeta_x^{(k+(1/2))} - \frac{1}{2}\Delta t g u^{*(k)}$$

$$\times \frac{\sqrt{(u^{(k)})^2 + (v^{(k)})^2}}{(\bar{h}^y + \bar{\zeta}^x(k))(\bar{C}^x)^2} \quad (17)$$

$$\text{at } \left(i + \frac{1}{2}, j\right)$$

式(11)より

$$\begin{aligned} \zeta^{(k+(1/2))} = & \zeta^{(k)} - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} [(\bar{h}^y + \bar{\zeta}^y) u^{(k+(1/2))}]_x \\ & - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} [(\bar{h}^x + \bar{\zeta}^x) v^{(k)}]_y \quad (18) \\ & \text{at } (i, j) \end{aligned}$$

式(13)より

$$\begin{aligned} v^{(k+(1/2))} = & v^{(k)} - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} f \bar{u}^{(k+(1/2))} - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} \bar{u}^{(k+(1/2))} \\ & \times \left\langle \frac{\partial v^*}{\partial x} \right\rangle^{(k)} - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} v^{*(k+(1/2))} \left\langle \frac{\partial v}{\partial y} \right\rangle^{(k)} \\ & - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} g \zeta_v^{*(k)} - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} g v^{(k+(1/2))} \\ & \times \frac{\sqrt{(u^{(k+(1/2))})^2 + (v^{(k)})^2}}{(\bar{h}^x + \bar{\zeta}^x v^{(k+(1/2))}) (\bar{C}^y)^2} \quad (19) \\ & \text{at } \left(i, j + \frac{1}{2} \right) \end{aligned}$$

全く同様に後半のタイムステップ $(k + \frac{1}{2}) \Delta t \rightarrow (k+1) \Delta t$ において

式(13)より

$$\begin{aligned} v^{(k+1)} = & v^{(k+(1/2))} - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} f \bar{u}^{(k+(1/2))} - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} \bar{u}^{(k+(1/2))} \\ & \times \left\langle \frac{\partial v^*}{\partial x} \right\rangle^{(k+(1/2))} - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} v^{*(k+1)} \\ & \times \left\langle \frac{\partial v^*}{\partial y} \right\rangle^{(k+(1/2))} - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} g \zeta_v^{(k+1)} \\ & - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} g v^{*(k+(1/2))} \\ & \frac{\sqrt{(u^{(k+(1/2))})^2 + (v^{(k+(1/2))})^2}}{(\bar{h}^x + \bar{\zeta}^x v^{(k+(1/2))}) (\bar{C}^y)^2} \quad (20) \\ & \text{at } \left(i, j + \frac{1}{2} \right) \end{aligned}$$

式(11)より

$$\begin{aligned} \zeta^{(k+1)} = & \zeta^{(k+(1/2))} - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} [(\bar{h}^y + \bar{\zeta}^y) u]_x^{(k+(1/2))} \\ & - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} [(\bar{h}^x + \bar{\zeta}^x) v^{(k+1)}]_y \quad (21) \\ & \text{at } (i, j) \end{aligned}$$

式(12)より

$$\begin{aligned} u^{(k+1)} = & u^{(k+(1/2))} + \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} f \bar{v}^{(k+1)} - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} \bar{v}^{(k+1)} \\ & \times \left\langle \frac{\partial u^*}{\partial x} \right\rangle^{(k+(1/2))} - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} \bar{v}^{(k+1)} \\ & \times \left\langle \frac{\partial u^*}{\partial y} \right\rangle^{(k+(1/2))} - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} g \zeta_x^{*(k+(1/2))} \\ & - \frac{1}{2} \frac{Dt}{\Delta S} g u^{(k+1)} \frac{\sqrt{(u^{(k+(1/2))})^2 + (v^{(k+1)})^2}}{(\bar{h}^y + \bar{\zeta}^y v^{(k+1)}) (\bar{C}^x)^2} \quad (22) \\ & \text{at } \left(i + \frac{1}{2}, j \right) \end{aligned}$$

ここに,

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle_{i+(1/2), j} &= \frac{1}{2\Delta S} (u_{i+(3/2), j} - u_{i-(1/2), j}) \\ \left\langle \frac{\partial u}{\partial y} \right\rangle_{i+(1/2), j} &= \frac{1}{2\Delta S} (u_{i+(1/2), j+1} - u_{i+(1/2), j-1}) \\ \left\langle \frac{\partial v}{\partial x} \right\rangle_{i, j+(1/2)} &= \frac{1}{2\Delta S} (v_{i+1, j+(1/2)} - v_{i-1, j+(1/2)}) \\ \left\langle \frac{\partial v}{\partial y} \right\rangle_{i, j+(1/2)} &= \frac{1}{2\Delta S} (v_{i, j+(3/2)} - v_{i, j-(1/2)}) \end{aligned}$$

なお、式(17)~(22)において*印を付した項は、計算式の線型化、安定化をはかるため特別の配慮がなされている。それらの一例をあげるとつぎのようである。

| 式 | 本 来 | → | 用いた式 |
|------|---|---|---|
| (17) | $u^{(k+(1/2))} \left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle^{(k+(1/2))} + \bar{v}^{(k)} \left\langle \frac{\partial u}{\partial y} \right\rangle^{(k+(1/2))}$ | → | $u^{(k+(1/2))} \left\langle \frac{\partial u^*}{\partial x} \right\rangle^{(k)} + \bar{v}^{(k)} \left\langle \frac{\partial u^*}{\partial y} \right\rangle^{(k)}$ |
| (19) | $\bar{u}^{(k+(1/2))} \left\langle \frac{\partial v}{\partial x} \right\rangle^{(k+(1/2))} + v^{(k)} \left\langle \frac{\partial v}{\partial y} \right\rangle^{(k)}$ | → | $\bar{u}^{(k+(1/2))} \left\langle \frac{\partial v^*}{\partial x} \right\rangle^{(k)} + v^{*(k+(1/2))} \left\langle \frac{\partial v}{\partial y} \right\rangle^{(k)}$ |
| (20) | $\bar{u}^{(k+(1/2))} \left\langle \frac{\partial v}{\partial x} \right\rangle^{(k+1)} + v^{(k+1)} \left\langle \frac{\partial v}{\partial y} \right\rangle^{(k+1)}$ | → | $\bar{u}^{(k+(1/2))} \left\langle \frac{\partial v^*}{\partial x} \right\rangle^{(k+(1/2))} + v^{(k+1)} \left\langle \frac{\partial v^*}{\partial y} \right\rangle^{(k+(1/2))}$ |
| (22) | $u^{(k+1)} \left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle^{(k+1)} + \bar{v}^{(k+1)} \left\langle \frac{\partial u}{\partial y} \right\rangle^{(k+1)}$ | → | $u^{(k+1)} \left\langle \frac{\partial u^*}{\partial x} \right\rangle^{(k+(1/2))} + \bar{v}^{(k+1)} \left\langle \frac{\partial u^*}{\partial y} \right\rangle^{(k+(1/2))}$ |

また、式(19)、(22)の $\zeta_v^{(k)}$ 、 $\zeta_x^{(k+(1/2))}$ も本来の主旨からゆくと $\zeta_v^{(k+(1/2))}$ 、 $\zeta_x^{(k+1)}$ の方が形式上からは妥当と考えられたが試算の結果計算不安定になり上記のように変更した。

上述(17)~(22)式において、計算機の特性に合わせるためさらに以下のような変形をしてつぎの一般式を得る。なお、詳しい式の誘導は、本文末の付録4. に示されている。

$$\zeta_i^{k+(1/2)} = -P_i u_{i+(1/2)}^{k+(1/2)} + Q_i \quad (23)$$

$$u_{i-(1/2)}^{k+(1/2)} = -R_{i-1} \zeta_i^{k+(1/2)} + S_{i-1} \quad (24)$$

ここに,

$$P_i = \frac{r_{i+(1/2)}}{1+r_{i-(1/2)} \cdot R_{i-1}} \quad (25)$$

$$Q_i = \frac{A_i^{(k)} + r_{i-(1/2)} \cdot S_{i-1}}{1+r_{i-(1/2)} \cdot R_{i-1}} \quad (26)$$

$$R_i = \frac{r_{i+1}}{r'_{i+(1/2)} + r_i \cdot P_i} \quad (27)$$

$$S_i = \frac{B_{i+(1/2)}^{(k)} + r_i \cdot Q_i}{r'_{i+(1/2)} + r_i \cdot P_i} \quad (28)$$

$$A_i^{(k)} = \zeta_i^{(k)} - \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} [(\bar{h}^x + \bar{\zeta}^y) v]_i^{(k)} \quad (29)$$

$$B_{i+(1/2)}^{(k)} = u^{(k)} + \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} [f \bar{v}^{(k)} - \bar{v}^{(k)}] \\ \times \frac{1}{2\Delta S} (u_{i+(1/2), j+1}^{(k)} - u_{i+(1/2), j-1}^{(k)}) \\ - g u^{(k)} \frac{\sqrt{(u^{(k)})^2 + (\bar{v}^{(k)})^2}}{(\bar{h}^y + \bar{\zeta}^x(k)) (\bar{C}^x)^2} \quad (30)$$

$$r_i = \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} g \quad (31)$$

$$r'_{i+(1/2)} = 1 + \frac{dt}{2\Delta S} (u_{i+(1/2), j+1}^{(k)} - u_{i+(1/2), j}^{(k)}) \quad (32)$$

したがって、まず P_i, Q_i, R_i, S_i を x 軸上で i が増加する方向に求めておき、つぎに、(23), (24) を交互に使用することにより i の減少する方向に ζ, u が求められる。このようにして求めた ζ, u を式(19)に代入することにより、 j の増加する方向に v が求められる。

つぎに後半のタイムステップ $(k + \frac{1}{2})dt \rightarrow (k+1)dt$ においては、 $u \rightarrow v, k \rightarrow k + \frac{1}{2}, i \rightarrow j, r' \rightarrow r'', P \rightarrow p, Q \rightarrow q, R \rightarrow r, S \rightarrow s, A \rightarrow a, B \rightarrow b$ において、前半のタイムステップにおけると全く同様の手法によりつぎの一般式で導かれる。

$$\zeta_j^{k+1} = -p_j \cdot v_{j+(1/2)}^{k+1} + q_j \quad (33)$$

$$v_{j-(1/2)}^{k+1} = -r_{j-1} \cdot \zeta_j^{k+1} + s_{j-1} \quad (34)$$

$$p_j = \frac{r'_{j+(1/2)}}{1+r'_{j-(1/2)} \cdot r_{j-1}} \quad (35)$$

$$q_j = \frac{a_j^{k+(1/2)} + r'_{j-(1/2)} \cdot s_{j-1}}{1+r'_{j-(1/2)} \cdot r_{j-1}} \quad (36)$$

$$r_j = \frac{r'_{j+1}}{r'_{j+(1/2)} + r'_j \cdot p_j} \quad (37)$$

$$s_j = \frac{b_{j+(1/2)}^{k+(1/2)} + r'_j \cdot q_j}{r'_{j+(1/2)} + r'_j \cdot p_j} \quad (38)$$

$$a_j^{k+(1/2)} = \zeta_j^{k+(1/2)} - \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} [(\bar{h}^y + \bar{\zeta}^x) u]_j^{k+(1/2)} \quad (39)$$

$$b_{j+(1/2)}^{k+(1/2)} = v^{k+(1/2)} + \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} [f \bar{u}^{k+(1/2)} - \bar{u}^{k+(1/2)}] \\ \times \frac{1}{2\Delta S} (v_{i+1, j+(1/2)}^{k+(1/2)} - v_{i-1, j+(1/2)}^{k+(1/2)}) \\ - g v^{k+(1/2)} \frac{\sqrt{(v^{k+(1/2)})^2 + (\bar{u}^{k+(1/2)})^2}}{(\bar{h}^x + \bar{\zeta}^y(k)) (\bar{C}^y)^2} \quad (40)$$

$$r'_i = \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} g \quad (41)$$

$$r'_{i+(1/2)} = 1 + \frac{dt}{2\Delta S} (v_{i+(1/2), j+1}^{k+(1/2)} - v_{i+(1/2), j}^{k+(1/2)}) \quad (42)$$

式(33), (34) より ζ, v を y 軸上で j の減少する方向に求め、つぎに式(27)を用いて x 軸上で i の増加する方向に u を求める。

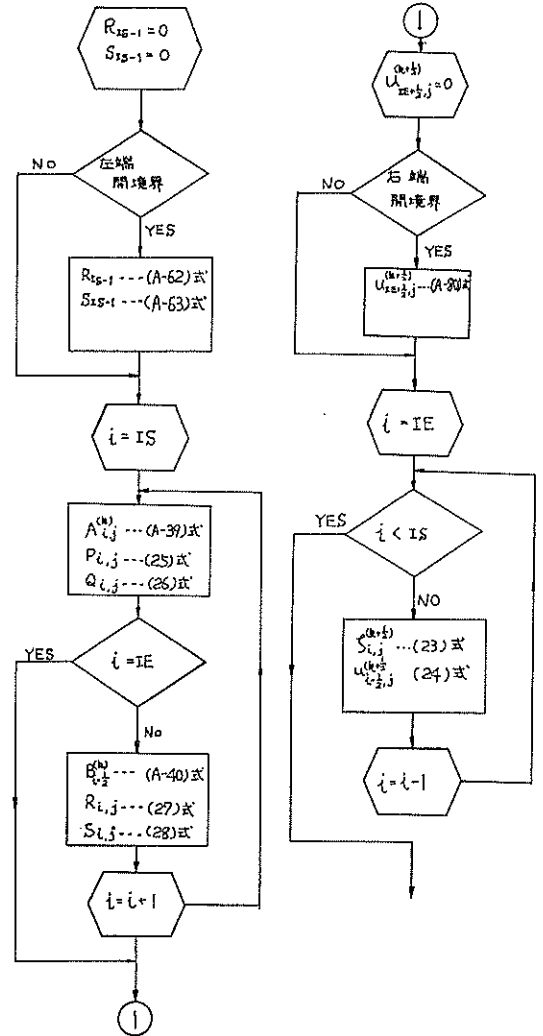


表-2 境界の計算フロー (潮流計算)

5.3.2 境界の取扱い

前節において潮流計算の一般式を解説したが、実際の計算に際しては、境界の陸地、島（閉境界）、外海（開境界）、防波堤その他流れをさえ切るような障害物を有する領域での計算は別に考慮する必要がある。本計算では防波堤等の障害物は該当がなく、開境界、閉境界のみであった。これをまとめて計算手順をフローチャートで示すと表-2 のようになる。なお、詳しい説明は、本文末の付録 5. に示されている。

境界の取扱いとして x 軸方向の左右における閉境界、開境界のみを考えたが、 y 軸方向についても全く同様である。海域中に存在する島についても同様に取扱える。防波堤等、幅をもたない障害物のまわりの流れに対しては、その前後で u, v, ζ 等の値をもつて増加した分だけ別に変数のメモリーを増加させるなどの工夫を要する。

5.3.3 流入河川の取扱い

湾内に流入する河川がある場合は以上の計算法のみでは十分でない。もっとも、流量の小さい中小河川では問題ないが、年平均流量が数百トン/秒を越えるような大河川では、湾内の潮流に少なからず影響を及ぼしていることが予想される。さらに、多くの海湾では、流れの停滞しがちな湾奥部に比較的流量の大きい河川が集中しているため、汚染拡散を考える場合、特に河川流の影響を考慮した方が好ましい。しかし厳密な意味で河川流を取り入れた計算を行おうとするといくつかの困難な問題が生ずる。たとえば、各河川について、感潮区域、河川断面、流量記録その他等の詳しいデータが要ることや、計算時間が急増することなどである。そこで本計算では、河川流入を取扱う最も簡単な方法として、河川流入点から流量のみを連続方程式(11)に加えるという手法をとった。

すなわち、単位時間当り流量 Q_R の河川が点 (i, j) において湾内に流入しているものと仮定すれば、式(18)より、

$$\zeta^{(k+1/2)} = \zeta^{(k)} - \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} [(\bar{h}v + \bar{\zeta}v) * u^{(k+1/2)}]_x - \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} [(\bar{h}x + \bar{\zeta}x)v]_y^{(k)} + \frac{1}{2} \frac{dt}{(\Delta S)^2} Q_R \quad (18 \cdot a)$$

となり、式(18-a)に関連して式(21), (29) もつぎのようになる。

$$\zeta^{(k+1)} = \zeta^{(k+1/2)} - \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} [(\bar{h}v + \bar{\zeta}x)u]_x^{(k+1/2)}$$

$$-\frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} [(\bar{h}x + \bar{\zeta}v) * v^{(k+1)}] + \frac{1}{2} \frac{dt}{(\Delta S)^2} Q_R \quad (21 \cdot a)$$

$$A \zeta^{(k)} = \zeta^{(k)} - \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} [(\bar{h}x + \bar{\zeta}v)]_y^{(k)} + \frac{1}{2} \frac{dt}{(\Delta S)^2} Q_R \quad (29 \cdot a)$$

したがって、計算過程において河川流入点に入った場合には式(18), (21)および(29)の代りに式(18-a), (21-a)および(29-a)を用いればよいことになる。

5.3.4 潮流計算のフローチャート

表-3 に潮流計算のメインフローを示す。

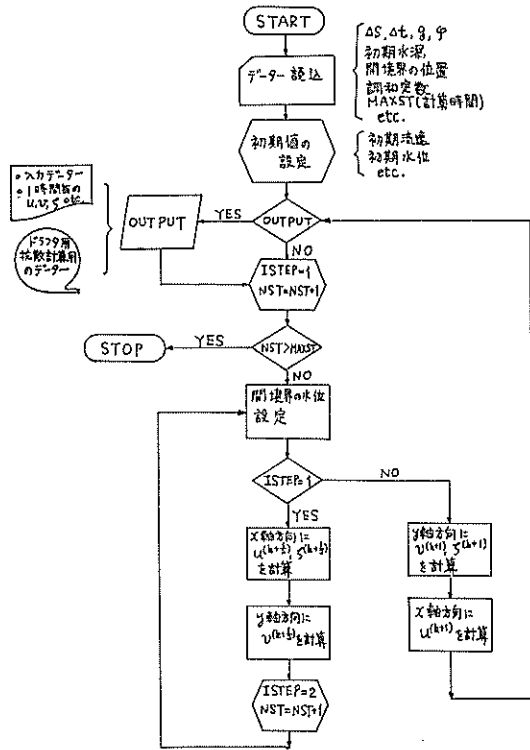


表-3 潮流計算フローチャート

5.4 拡散計算の差分式

5.4.1 一般式

拡散方程式(16)の数値積分は、前節に述べた潮流計算により得られる水理諸量 (u, v, ζ, C etc.) を用いておこなうものである。したがって、 u, v, ζ, C のスキームは前節 図-3 に示すと同一であり、濃度 φ の計算点は、水位 ζ 、および、粗度係数 C と同じ点にとる。

式(16)において、系外から単位時間単位面積当りの物質の負荷量 S_m があるとすれば、

$$\frac{\partial[(\zeta+h)p]}{\partial t} + \frac{\partial[(\zeta+h)up]}{\partial x} + \frac{\partial[(\zeta+h)vp]}{\partial y} \\ = \frac{\partial[(\zeta+h)K_x \frac{\partial p}{\partial x}]}{\partial x} + \frac{\partial[(\zeta+h)K_y \frac{\partial p}{\partial y}]}{\partial y} + S_m \quad (43)$$

と表わせる。

Leendertse, J.J.²⁰⁾ による ADI 法の差分化では、潮流計算の場合と類似して、まず前半のタイムステップ $(k)dt \rightarrow (k + \frac{1}{2})dt$ においては、 x 軸方向に積分し、式(43)左辺第1項、第2項、および右辺第1項のみの ζ , u , p に対し $(k + \frac{1}{2})dt$ タイムレベルをとり、その他の項については kdt タイムレベルの値を用いる。つぎに、後半のタイムステップ $(k + \frac{1}{2})dt \rightarrow (k+1)dt$ においては、 y 軸方向に積分し、式(43)左辺第1項、3項および右辺第2項の ζ , v , p に対し $(k+1)dt$ タイムレベルをとり、その他の項は $(k + \frac{1}{2})dt$ タイムレベルの値を用いる。このようにして、濃度 p を $\frac{1}{2}dt$ タイムステップ毎に x, y 方向に繰返し計算する。

すなわち、 $kdt \rightarrow (k + \frac{1}{2})dt$ において、点 (i, j) の濃度 $p_{i,j}^{(k+\frac{1}{2})}$ は式(16)より

$$p_{i,j}^{(k+\frac{1}{2})}(\bar{h} + \zeta_{i,j}^{(k+\frac{1}{2})}) - p_{i,j}^{(k)}(\bar{h} + \zeta_{i,j}^{(k)}) \\ + \frac{dt}{2\Delta S} [(\bar{h}v + \bar{\xi}^{x(k)})u^{(k+\frac{1}{2})} \bar{p}^{x(k+\frac{1}{2})}]_x \\ + \frac{dt}{2\Delta S} [(\bar{h}x + \bar{\xi}^{y(k)})v^{(k)} \bar{p}^{y(k)}]_y \\ - \frac{dt}{2(\Delta S)^2} [(\bar{h}v + \bar{\xi}^{x(k+\frac{1}{2})})K_x^{(k+\frac{1}{2})} p_x^{(k+\frac{1}{2})}]_x \\ - \frac{dt}{2(\Delta S)^2} [(\bar{h}x + \bar{\xi}^{y(k)})K_y^{(k)} p_y^{(k)}]_y - \frac{dt}{2} S_m = 0 \quad (44)$$

によって計算し、後半のタイムステップ $(k + \frac{1}{2})dt \rightarrow (k+1)dt$ において点 (i, j) の濃度 $p_{i,j}^{(k+1)}$ は、

$$p_{i,j}^{(k+1)}(\bar{h} + \zeta_{i,j}^{(k+1)}) - p_{i,j}^{(k+\frac{1}{2})}(\bar{h} + \zeta_{i,j}^{(k+\frac{1}{2})}) \\ + \frac{dt}{2\Delta S} [(\bar{h}v + \bar{\xi}^{x(k+\frac{1}{2})})u^{(k+\frac{1}{2})} \bar{p}^{x(k+\frac{1}{2})}]_x \\ + \frac{dt}{2\Delta S} [(\bar{h}x + \bar{\xi}^{y(k+\frac{1}{2})})v^{(k+\frac{1}{2})} \bar{p}^{y(k+\frac{1}{2})}]_y \\ - \frac{dt}{2(\Delta S)^2} [(\bar{h}v + \bar{\xi}^{x(k+\frac{1}{2})})K_x^{(k+\frac{1}{2})} p_x^{(k+\frac{1}{2})}]_x \\ - \frac{dt}{2(\Delta S)^2} [(\bar{h}x + \bar{\xi}^{y(k+\frac{1}{2})})K_y^{(k+\frac{1}{2})} p_y^{(k+\frac{1}{2})}]_y \\ - \frac{dt}{2} S_m = 0 \quad (45)$$

で求められる。

式(44)を、潮流計算の場合と同様に、さらに変形して以下に示す循環式に変換する(これらの式の詳しい誘導については、本文末の付録6.に示されている)。すなわち、

$$p_i = E_{i+1} p_{i+1} + Q_{i+1} \quad (46)$$

ここに、

$$E_{i+1} = -\frac{c_i}{b_i + a_i E_i} \quad (47)$$

$$Q_{i+1} = \frac{d_i - a_i Q_i}{b_i + a_i E_i} \quad (48)$$

$$a_i = -\beta(h_{i-(1/2), j-(1/2)} + \bar{h}_{i-(1/2), j+(1/2)} \\ + \zeta_{i-1, j}^{(k)} + \zeta_{i, j}^{(k)})u_{i-(1/2), j}^{(k+\frac{1}{2})} \frac{dt}{4\Delta S} \\ - (h_{i-(1/2), j-(1/2)} + \bar{h}_{i-(1/2), j+(1/2)} \\ + \zeta_{i-1, j}^{(k+\frac{1}{2})} + \zeta_{i, j}^{(k+\frac{1}{2})})(K_x)_{i-(1/2), j}^{(k+\frac{1}{2})} \frac{dt}{4(\Delta S)^2} \quad (49)$$

$$b_i = (h_{i-(1/2), j-(1/2)} + h_{i+(1/2), j-(1/2)} \\ + h_{i-(1/2), j+(1/2)} + h_{i+(1/2), j+(1/2)} + 4\zeta_{i, j}^{(k+\frac{1}{2})}) \frac{1}{4} \\ + \alpha(h_{i+(1/2), j-(1/2)} + \bar{h}_{i+(1/2), j+(1/2)} \\ + \zeta_{i, j}^{(k)} + \zeta_{i+1, j}^{(k)})u_{i+1, j}^{(k+\frac{1}{2})} \frac{dt}{4\Delta S} \\ - (1-\beta)(h_{i-(1/2), j-(1/2)} + \bar{h}_{i-(1/2), j+(1/2)} \\ + \zeta_{i-1, j}^{(k)} + \zeta_{i, j}^{(k)})u_{i-(1/2), j}^{(k+\frac{1}{2})} \frac{dt}{4\Delta S} \\ + (h_{i+(1/2), j-(1/2)} + \bar{h}_{i+(1/2), j+(1/2)} \\ + \zeta_{i, j}^{(k+\frac{1}{2})} + \zeta_{i+1, j}^{(k+\frac{1}{2})})(K_x)_{i+(1/2), j}^{(k+\frac{1}{2})} \frac{dt}{4(\Delta S)^2} \\ + (h_{i-(1/2), j-(1/2)} + \bar{h}_{i-(1/2), j+(1/2)} \\ + \zeta_{i-1, j}^{(k+\frac{1}{2})} + \zeta_{i, j}^{(k+\frac{1}{2})})(K_x)_{i-(1/2), j}^{(k+\frac{1}{2})} \frac{dt}{4(\Delta S)^2} \quad (50)$$

$$c_i = (1-\alpha)(h_{i+(1/2), j-(1/2)} + \bar{h}_{i+(1/2), j+(1/2)} \\ + \zeta_{i, j}^{(k)} + \zeta_{i+1, j}^{(k)})u_{i+1, j}^{(k+\frac{1}{2})} \frac{dt}{4\Delta S} \\ - (h_{i+(1/2), j-(1/2)} + \bar{h}_{i+(1/2), j+(1/2)} \\ + \zeta_{i, j}^{(k+\frac{1}{2})} + \zeta_{i+1, j}^{(k+\frac{1}{2})})(K_x)_{i+(1/2), j}^{(k+\frac{1}{2})} \frac{dt}{4(\Delta S)^2} \quad (51)$$

$$d_i = p_{i,j}^{(k)}(h_{i-(1/2), j-(1/2)} + \bar{h}_{i+(1/2), j-(1/2)} \\ + h_{i-(1/2), j+(1/2)} + \bar{h}_{i+(1/2), j+(1/2)} + 4\zeta_{i,j}^{(k)}) \frac{1}{4} \\ - (h_{i-(1/2), j-(1/2)} + \bar{h}_{i+(1/2), j+(1/2)} \\ + \zeta_{i,j}^{(k)} + \zeta_{i+1,j}^{(k)})v_{i,j}^{(k)} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} & \times [\gamma p_{i,j}^{(k)} + (1-\gamma)p_{i,j+1}^{(k)}] \frac{dt}{4\Delta S} \\ & + (h_{i-(1/2), j-(1/2)} + h_{i+(1/2), j-(1/2)} \\ & + \zeta_{i,j-1}^{(k)} + \zeta_{i,j}^{(k)}) v_{i,j-(1/2)}^{(k)} \\ & \times [\delta p_{i,j-1}^{(k)} + (1-\delta)p_{i,j}^{(k)}] \frac{dt}{4\Delta S} \\ & + (h_{i-(1/2), j+(1/2)} + h_{i+(1/2), j+(1/2)} \\ & + \zeta_{i,j}^{(k)} + \zeta_{i,j+1}^{(k)}) [K_y]_{i,j+(1/2)}^{(k)} \\ & \times (p_{i,j+1}^{(k)} - p_{i,j}^{(k)}) \frac{dt}{4(\Delta S)^2} \\ & - (h_{i-(1/2), j-(1/2)} + h_{i+(1/2), j-(1/2)} \\ & + \zeta_{i,j-1}^{(k)} + \zeta_{i,j}^{(k)}) [K_x]_{i,j-(1/2)}^{(k)} \\ & \times (p_{i,j}^{(k)} - p_{i,j-1}^{(k)}) \frac{dt}{4(\Delta S)^2} + \frac{dt}{2} S_m \end{aligned} \quad (52)$$

$$\alpha = 1 \left(u_{i+(1/2), j}^{(k)} \geq 0 \right) \quad (53)$$

$$\alpha = 0 \left(u_{i+(1/2), j}^{(k)} < 0 \right) \quad (54)$$

$$\beta = 1 \left(u_{i-(1/2), j}^{(k)} \geq 0 \right) \quad (55)$$

$$\beta = 0 \left(u_{i-(1/2), j}^{(k)} < 0 \right) \quad (56)$$

つぎに $(k + \frac{1}{2})dt \rightarrow (k+1)dt$ のタイムステップにおける $p_{i,j}^{(k+1)}$ の計算も $k + \frac{1}{2} \rightarrow k+1$, $u \rightarrow v$, $x \rightarrow y$, $y \rightarrow x$, $i \rightarrow j$, $j \rightarrow i$ などと置換えることにより以上と全く同様の手順で求められる。

5.4.2 境界の取扱い

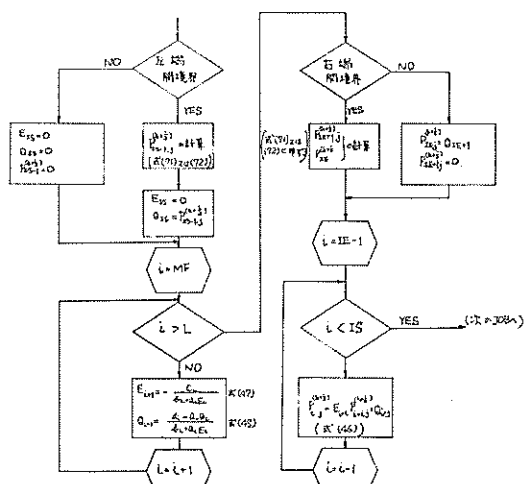


表-4 境界の計算フロー (拡散計算)

潮流計算の場合と同様に、境界での取扱いをフローチャートで示すと表-4 のようになる。なお、これらの取扱いについては、本文末の付録 7 に詳述されている。

y 軸方向の上下両端における閉境界、開境界における取扱いも全く同様であるので、ここでは省略する。

5.4.3 拡散計算のフローチャート

拡散計算のフローチャートを表-5 に示す。

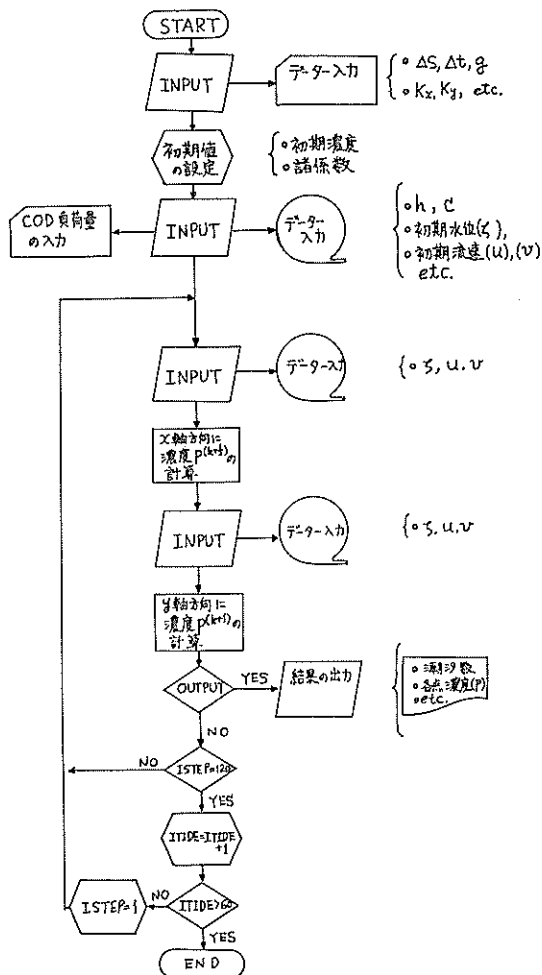


表-5 拡散計算フローチャート

5.5 潮流計算に必要な条件の設定

座標軸と格子網の決定に際しては、本計算で用いた差分方式では計算の最小単位が正方形領域となり、したがって陸地や計算領域内外の境界が直交する線分で表示されることから、特に対象としたい領域の地形や向き、開境界での強制水位の与え易さ等を考慮する必要がある。

格子間隔 (ΔS) の大きさは、計算対象領域の規模や後述するタイムステップ ($\Delta t/2$) と関連して、計算の安定性、収束性、計算機の記憶容量、計算所要時間等に直接影響するので、その設定に当っては特に注意を払う必要がある。

水深 (h) は、このようにして決定された格子網の交点上の水深を与える。対象領域の実測資料があればそれを用いればよいが、そうでない場合は、通常海図を利用する。陸地と海域との境界では一つの格子内に両領域が含まれるが、どちらにするかは、計算例によっては重大な影響を及ぼすこともあり得るので慎重を要する。海域の最浅部でも潮汐振幅以上の水深を与えることが望ましい。

タイムステップ ($\Delta t/2$) は、計算の安定性、収束性を支配するもので、一般に、つぎの関係を満足すべきとされている。

$$\frac{\Delta t}{2} < \frac{\alpha \Delta S}{\sqrt{gh_{\max}}}, \quad (\alpha=1\sim 3) \quad (57)$$

ここに、 h_{\max} : 最大水深

コリオリ係数 (f) は、

$$f = 2\omega \sin \varphi \quad (58)$$

ここに、 ω : 地球自転の角速度

φ : 計算対象領域の緯度

で与えられる。対象領域が広範囲にわたる場合には φ は各々の点での値を与えるが、狭い場合には一点で代表しても差しつかえない。

粗度係数 (C) は、

$$C = \frac{1}{n} \bar{h}^{1/6} \quad (59)$$

ここに、 n : manning の粗度係数

\bar{h} : まわり 4 点の平均水深

で表わされる。この他、Leendertse²²⁾ が経験的に得た

$$C = 19.4 \ln \{0.9(\bar{h} + C)\} \quad (60)$$

をさらに近似的に

$$C = 19.4 \ln (0.9\bar{h}) \quad (61)$$

とした場合や、宇野木^{9),10)} らが用いているところの

$$\tau = \rho \gamma^2 u \sqrt{u^2 + v^2} \quad (62)$$

における $\gamma^2 = 0.0026$ に対応する

$$C = 61.4 \quad (63)$$

等も考えられる。これらの選択については本計算の研究課題の一つであり、後程検討する。

強制水位 (潮汐) は、計算領域の開境界 (外海との境界) において、境界又はその付近の潮汐の実測値による

任意波形、又は、それを調和分解した調和定数値を用いた規則波形の潮汐を与える。境界の中間領域では通常線型補間法に依る。規則波の場合で、半日周潮の卓越するような領域に対しては、振幅として ($M_2 + S_2$) を、また位相差は M_2 潮の遅角 ϵ_2 を、さらに、周期としては 12 時間 25 分を採用することが多い。

初期水位及流速は、適当に与えることにより、計算をより安定にし、より早く収束解を求めることができる。

5.6 拡散計算に必要な条件の設定

計算領域、座標系、格子間隔、水深等については、潮流計算の場合と同一のものを用いる。

潮位、潮流のデータは、潮流計算において得られるもので、計算開始後一定時間経過して、解が十分安定した値を用いる。また潮流計算において強制水位として規則波を用いた場合には、計算開始後数潮汐経過したところの一潮汐間のデータを繰返し使用する。これらの値は、通常、潮流計算の際に、磁気テープ、又は、磁気ディスクに収納されている。

タイムステップ ($\Delta t/2$) は、潮流計算結果を用いる関係上、潮流計算でのタイムステップと同一か、又はその整数倍をとる。拡散計算は、通常、潮流計算よりも安定であること、計算時間が要すること、および、潮流データ収録容量 (磁気テープ、磁気ディスク等の) 等の関係から、潮流計算の数倍から 1 桁位大きいタイムステップを用いることが多い。格子間隔 (ΔS)、最大流速 (u_{\max}) との関係から $\Delta t/2$ の大体の目安は、

$$\frac{\Delta t}{2} \leq (0.2 \sim 0.25) \frac{\Delta S}{u_{\max}} \quad (64)$$

として算定できる。

汚染負荷量は、主要な汚染源で得られた実測値、又は、将来予想される負荷推定量等を連続又は間歇的に投入する。

拡散係数の選定は、拡散計算結果を支配する重要な要素と考えられる。式 (16) 中の見掛け上の拡散係数 K_x 、 K_y は、濃度、流速の時間的変動に基づく乱流拡散係数と、同じく濃度、流速の場所的分布の非一様性に基づく移流分散係数より成るが、一般に、前者は後者に比して桁違いに小さいと考えられている。したがって、本計算においては、式 (16) 中の K_x 、 K_y は移流分散係数のみを考えて差つかえない。移流分散係数に関する研究は 1958 年の Taylor に始まる。Taylor, G.I.³⁰⁾ は、管路の一様定常流において、対数法則の流速分布の仮定から

$$K = 10.1 a u_* \quad (65)$$

ADI 法による潮流と汚染拡散の数値計算

a : 管の半径

u_* : 摩擦速度

を与えている。

これに対し, Elder, J.W.²¹⁾ は, Taylor の考え方を二次元開水路の一樣定常流に拡張し,

$$K=5.93hu_* \quad (66)$$

h : 水深

を導いている。さらに, Harleman, D.R.F.²⁰⁾ は, Taylor の考え方を正弦波で表わされる二次元水路中の往復流の拡散計算に適用し,

$$K=\frac{20.2n}{\sqrt{g}}u_{xt}R_H^{5/6} \quad (MKS \text{ 単位}) \quad (67)$$

u_{xt} : 往復流の流速, n : マニングの粗度係数

R_H : 径深

を導いて感潮河川の拡散計算を行っている。これに対し, Bella, D.A.²²⁾, 村上²⁵⁾らは, 差分化に起因する拡散誤差を修正するものとして, 擬似拡散係数を考慮すべきことを提案している。さらに, Leendertse, J.J.²³⁾ は,

Elder の式(66)において,

$$u_*=\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}=\sqrt{\frac{\gamma RI}{\rho}}=\sqrt{gRI}=\sqrt{g}\frac{u}{C} \quad (68)$$

ここに,

τ_0 : せん断力, R : 径深, I : エネルギー勾配

u : 平均流速, C : Chezy 係数,

γ : 流体の単位体積重量

を代入し,

$$K=5.93\sqrt{g}uh/C \quad (69)$$

によって, Jamaica 湾, その他の拡散計算を行っている。

式(69)の変形型として, 各点の流速の絶対値の平均値を用いた次式で示される拡散係数 K_x, K_y すなわち,

$$K_x=5.93\sqrt{g}|\bar{u}|h/C \quad (70\cdot a)$$

$$K_y=5.93\sqrt{g}|\bar{v}|h/C \quad (70\cdot b)$$

ここに, $|\bar{u}|, |\bar{v}|$: 流速 u, v の絶対値の平均値等も, 往復流の拡散係数として考えられる。

境界濃度は, 閉境界では, 計算領域外の濃度 0, および境界を通じての物質収支がないとして取扱えばよい。

表-6 入力諸元 (潮流計算)

| 諸 元 | 採 用 し た 値 |
|--------------------------|--|
| 計 算 対 象 領 域 | 大阪湾と沼島—海南以北, 東二見—江井以東の海域 |
| 座 標 | 図-5 |
| 格 子 間 隔 (ΔS) | 2 km |
| 水 深 (h) | 海図より読取 (単位 m) |
| タイムステップ ($\Delta t/2$) | 90秒 (他試算的に 60, 180, 300, 600秒) |
| コリオリ係数 (f) | $f=2\omega \sin \varphi$, $\omega=2\pi/(24 \times 60 \times 60)$, $\varphi=35.5^\circ$, 他に $f=0$ |
| 粗 度 係 数 (C) | $C=\frac{1}{n}(\bar{h})^{1/6}$, $n=0.026$ 他に試験的に $C=19.4 \ln(0.9\bar{h})$, $C=61.4$ (M.K.S.), $C=\infty$ $C=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{n}(\bar{h})^{1/6}\right)$ $C=\sqrt{2}\left(\frac{1}{n}(\bar{h})^{1/6}\right)$ |
| 強 制 水 位 (潮汐) | 沼島, 海南, 東二見, 江井における潮汐調和定数 M_2+S_2 (振幅) と M_2 の遅角 κ 沼 島: $\zeta_{3,2}=0.6286 \sin [(2\pi/T)k(dt/2)-179.80]$ 海 南: $\zeta_{19,2}=0.6608 \sin [(2\pi/T)k(dt/2)-188.19]$ 東二見: $\zeta_{2,29}=0.2846 \sin [(2\pi/T)k(dt/2)-294.64]$ 江 井: $\zeta_{2,18}=0.3339 \sin [(2\pi/T)k(dt/2)-327.06]$ (単位 m) ($k=0, 1, 2, \dots$) |
| 河川流量 (年平均流量) | 武庫川 3.1 m ³ /sec, 神崎川 9.8 m ³ /sec, 新淀川 302.2 m ³ /sec 正蓮寺川 10.0 m ³ /sec, 安治川, 尼無川, 木津川の 3川計 85 m ³ /sec, 大和川 21.8 m ³ /sec, 紀ノ川 67.1 m ³ /sec (他に河川流を考慮しない場合も試算) |
| 初 期 水 位 及 流 速 | 共に全域 0 |

これに対し、開境界の濃度の取扱いはやや複雑になる。一方法として、水位強制点上の境界濃度の取扱いを、流向によって、計算領域内から外海へ向う場合、および、その逆の場合とによって変更し、つぎの濃度を与える方法がある (図-A-6)。すなわち、

$$p_{Y_{S-1}, k}^{(k+1/2)} = 0 \quad (\text{流入の場合}) \quad (71)$$

$$p_{Y_{S-1}, k}^{(k+1/2)} = p_{Y_{S-1}, k}^{(k)} - \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} u_{Y_{S-1/2}, k}^{(k+1/2)}$$

$$\times (p_{Y_{S}, k}^{(k)} - p_{Y_{S-k}, k}^{(k)}) \quad (\text{流出の場合}) \quad (72)$$

この他、計算領域外に仮想海域を設定して、流出時の割引された濃度を流入時に設定した計算例もある。

初期濃度は、模型実験の場合と同様なら、全域0とすればよく、また、計算開始時に一定の濃度分布を与えてもよい。

拡散計算継続時間は、計算領域の規模や、拡散物質の

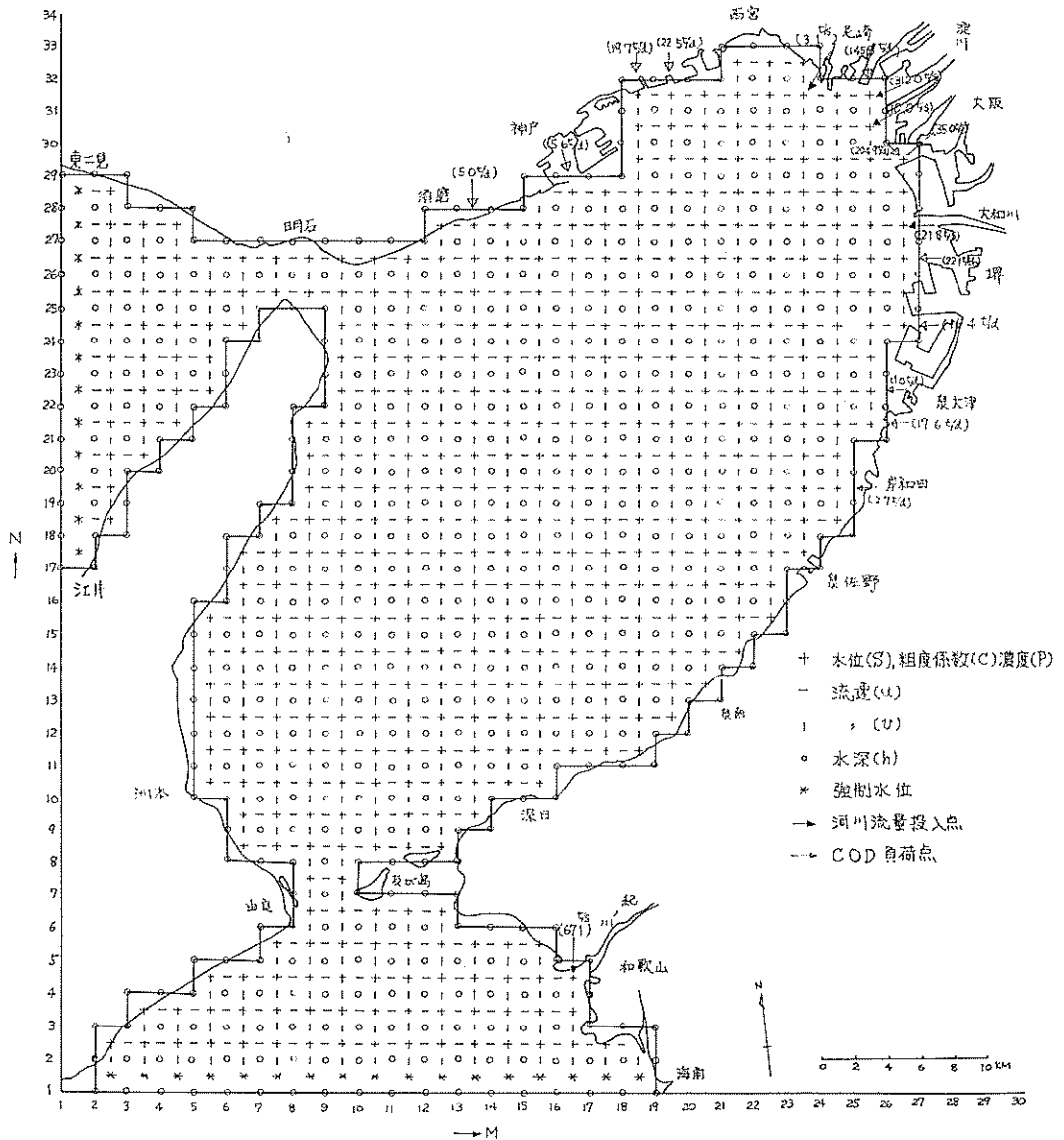


図-5 計算領域と格子網

追跡したい時間で定めればよい。計算機のマシンタイムの関係で制約を受ける場合には、演算を適宜中断し、最終結果のみを磁気テープ（又はディスク）に記録しておけば、後程、継続計算も可能である。

6. 大阪湾の潮流，汚染拡散計算への適用

5.までにおいて、潮流および汚染拡散計算に対する一般論を述べてきたが、6.以降において、この計算手法を大阪湾に適用し、本計算の課題である入力諸条件の検討と、計算結果の再現性の検討を行う。本項では、計算に用いた入力条件について述べる。

6.1 潮流計算に対する入力条件

表-6に、本計算に用いた主な入力条件を示す。計算対象領域は、図-5に示すように、沼島—海南を結ぶ線より北、東二見—江井を結ぶ線より東の大阪湾で、東西約60km、南北約70kmの範囲を覆い、先に筆者らの行った水理模型実験⁹⁾の水槽の範囲(図-6)とほぼ一致する。座標軸は図-5に示すように、 x, y 軸をほぼ、緯線、経線方向にとり、格子間隔(ΔS)は2kmとした。水深は海図6201号²⁰⁾に基づき、格子点(図-5の○印)上の水深をメートル単位で読取った。線分境界の関係上、一部で陸地に相当する所も海域側から外挿して水深を与え、最浅部でも4メートルとした(図-7)。タイムステップは式(57)において、 $\alpha=1.5$ 、 $\Delta S=2000\text{m}$ 、 $g=9.8\text{m/sec}^2$ 、 $h_{\max}=113\text{m}$ を代入すれば、

$$\frac{\Delta t}{2} < \frac{1.5 \times 2000}{\sqrt{9.8 \times 113}} \approx 90 \text{ sec}$$

となる。したがって、 $\Delta t/2=90\text{sec}$ とした。その他比較のため、 $\Delta t/2=60, 180, 300$ および600秒についても試算した。

コリオリ係数は、式(58)において、

$$\omega = \frac{2\pi}{24 \times 60 \times 60} = 7.27 \times 10^{-5}$$

$\varphi=35.5^\circ$ を代入して得られる値を用いた。計算領域の緯度差は南北約30分であり、これは f にして $\pm 1\%$ に満たないので、 φ としてはほぼ中央領域の値を採用し、全域一律とした。また試算的に $f=0$ の場合も実施した。

粗度係数は、式(59)、(61)、(63)の他、摩擦項の効果を検討するため、 $(1/\sqrt{2}) \times (59)$ 、 $(\sqrt{2}) \times (59)$ 、および $C=\infty$ (摩擦項0)についても計算した。強制水位は、表-6に示した4点で、平均大潮に相当する潮汐調和定数の (M_2+S_2) を振幅とし、位相差は M_2 潮の遅角を採

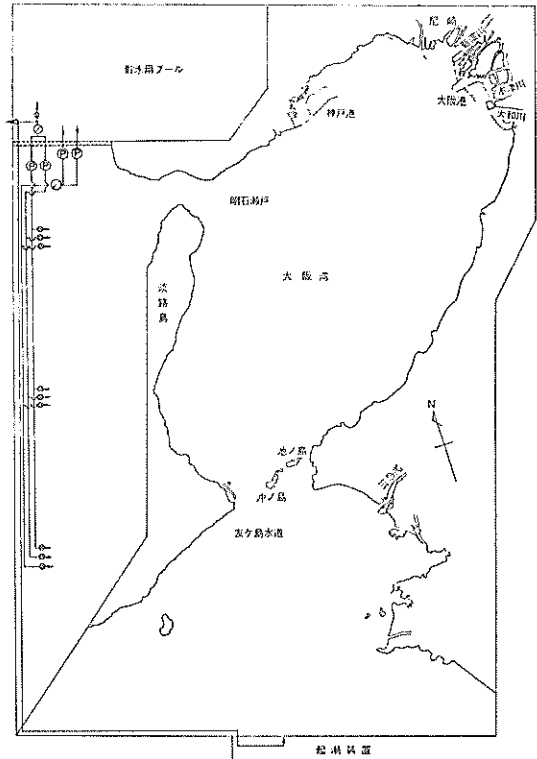


図-6 水理模型水槽

用した。また、潮汐の周期は半日周期で $T=12$ 時間25分であるが、計算ではアウトプット、その他整理の都合上、近似的に $T=12$ 時間とした。河川流の導入方式は、5.3.3で述べた通り、タイムステップ毎に、連続方程式中の水位上昇率として付加する方法をとった。河川流量(表-6)、投入位置は図-13に示すとおりである。初期水位および流速については、本計算では特にこれを考慮することなく、共に全域0から計算を開始した。

6.2 拡散計算に対する入力条件

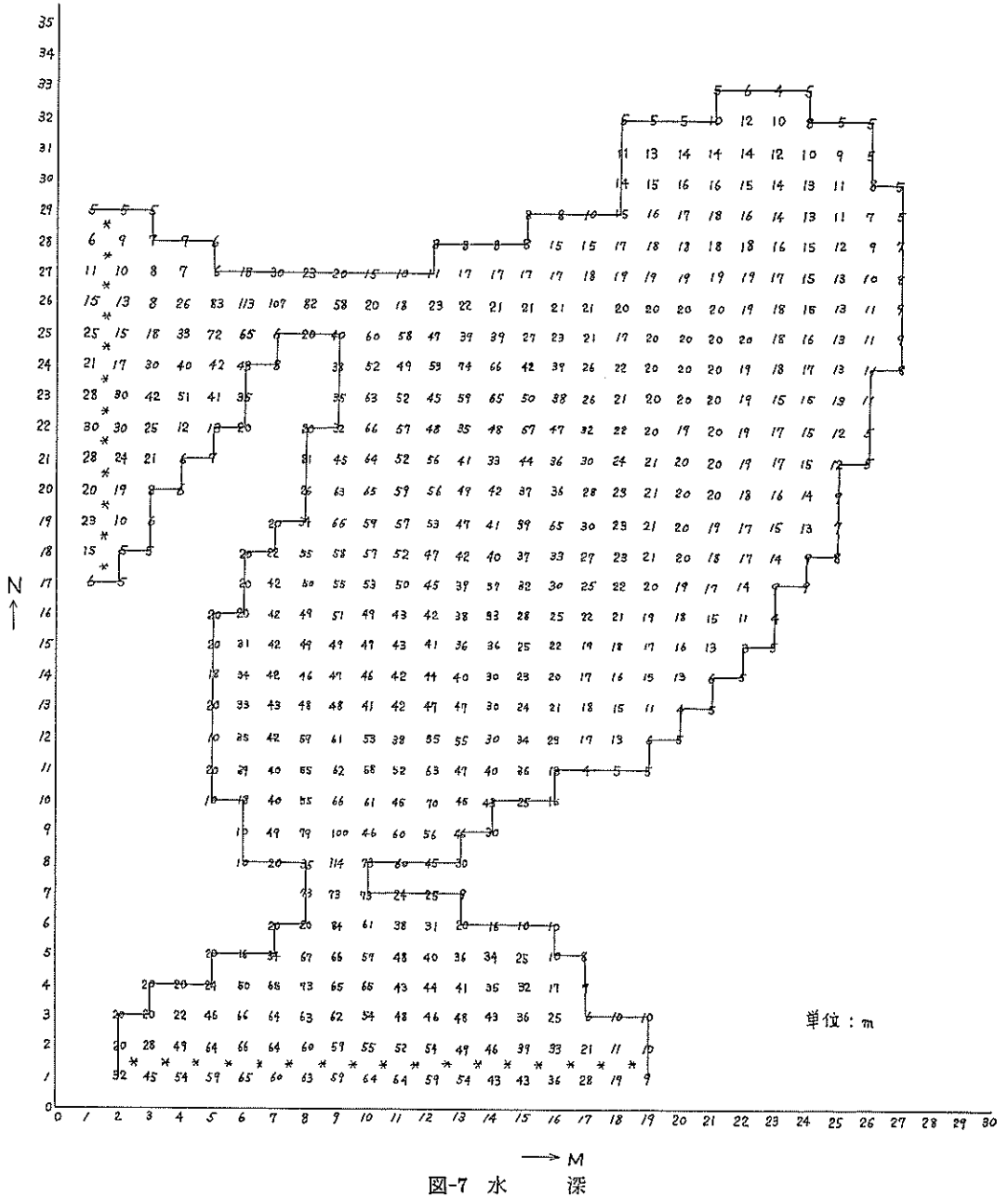
表-7に、拡散計算に用いた主な入力条件を示す。

計算対象領域、座標、格子間隔、水深については潮流計算と同一である。タイムステップは、式(64)において、 $\Delta S=2000\text{m}$ 、 $u_{\max}=2.5\text{m/sec}$ を代入して、

$$\frac{\Delta t}{2} < (0.2 \sim 0.25) \frac{2000}{2.5} = 160 \sim 200 \text{ sec}$$

および、潮流計算のタイムステップが90秒であることから、 $\Delta t/2=180$ 秒(即ち3分)とした。潮位潮流のデータは、先に行った潮流計算($\Delta t/2=90$ 秒、河川あり、コリオリ力考慮、 $C=(1/n)\sqrt{h^{1/6}}$)の場合の第3~4周期の1潮汐間の2タイムステップ(即ち、 $\Delta t/2=180$ 秒)毎の値

金子安雄・堀江 毅・村上和男



ADI 法による潮流と汚染拡散の数値計算

表-7 入力諸元 (拡散計算)

| 諸 元 | 採 用 し た 値 | | |
|--------------------------|---|------------------------------|-------------------------------|
| 計 算 対 象 領 域 | } 潮流計算に使用した値と同一 | | |
| 座 標 | | | |
| 格 子 間 隔 (ΔS) | | | |
| 水 深 (h) | | | |
| タイムステップ ($\Delta t/2$) | 180秒 (3分) | | |
| 潮 位 及 潮 流 | 潮流計算で得たデータを使用 | | |
| 汚 染 (COD) 負 荷 量 | 1. 須 磨 (14, 28) 5.0t/d | 2. 兵 庫 (17, 29) 5.6t/d | 3. 神 戸 (19, 32) 19.7t/d |
| | 4. 西 宮 (20, 32) 22.5t/d | 5. 淀 川 (26, 32) 145.8t/d | 6. 大 阪 港 (27, 30) 204.9t/d |
| | 7. 大 和 川 (27, 27) 22.1t/d | 8. 泉 北 (27, 25) 15.4t/d | 9. 泉 北 四 区 (26, 23) 1.0t/d |
| | 10. 木 津 川 (26, 22) 17.6t/d | 11. 津 田 川 (25, 20) 2.7t/d | |
| 拡 散 係 数 | $K=10 \text{ m}^2/\text{sec}$ (全域一定), $1 \text{ m}^2/\text{sec}$ (全域一定) $K=5.93 \bar{u} h\sqrt{g}/C$ (m^2/sec) | | |
| 境 界 濃 度 | 閉境界: 境界を通じての物質収支 0, 境界外の濃度 0 開境界: 潮流の流出・流入により変える (式(71), (72)) | | |
| 初 期 濃 度 | 全域濃度 0 より計算開始 | | |
| 計 算 時 間 | 60潮汐 | | |

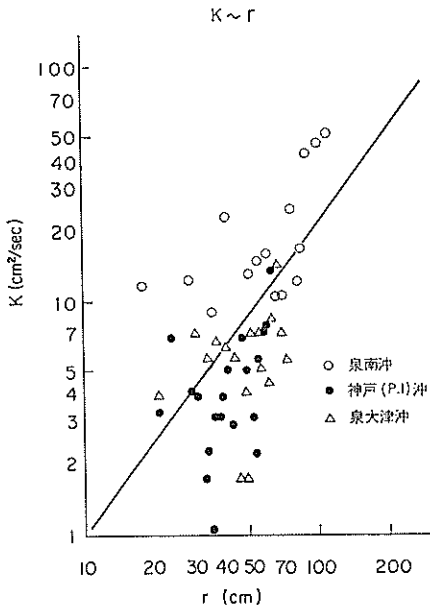


図-8 拡散係数 (実験値)

を、磁気テープから読取って用いた。汚染負荷については、汚染指標として COD (化学的酸素要求量) をとり、昭和48年環境庁⁴⁾ によって得られたデータをもとにして、表-7 (又は 図-5) に示す 11 点の主な汚染源から連続 ($\Delta t/2$ タイムステップ毎) 投入した。拡散係数については、5.6 で述べたように各種の理論式および実験式があつていずれを採用するかは決め難い。そこで筆者らが行った模型水槽での染料の瞬間投入の拡散雲より求めた拡散係数を調べてみると 図-8 のようであり、実験を行った湾奥部の泉南、神戸および泉大津沖付近では原型に換算すると大略 $1 \sim 10 \text{ m}^2/\text{sec}$ のオーダーとなっている。そこで本計算では、拡散係数を全域一定として、 $K_x=K_y=10 \text{ m}^2/\text{sec}$ としたケース 1、 $K_x=K_y=1 \text{ m}^2/\text{sec}$ としたケース 2、および、式 (70・a, b) で表わされる拡散係数 (図-9 (a), (b)) を用いたケース 3 の計 3 ケースについて計算を行った。境界濃度 (とくに開境界) は式 (71) および (72) の方法に依った。さらに、初期濃度は模型実験の場合と同様全域 0 とし、計算継続時間も実験との関連から、汚染負荷開始後 60 潮汐とした。

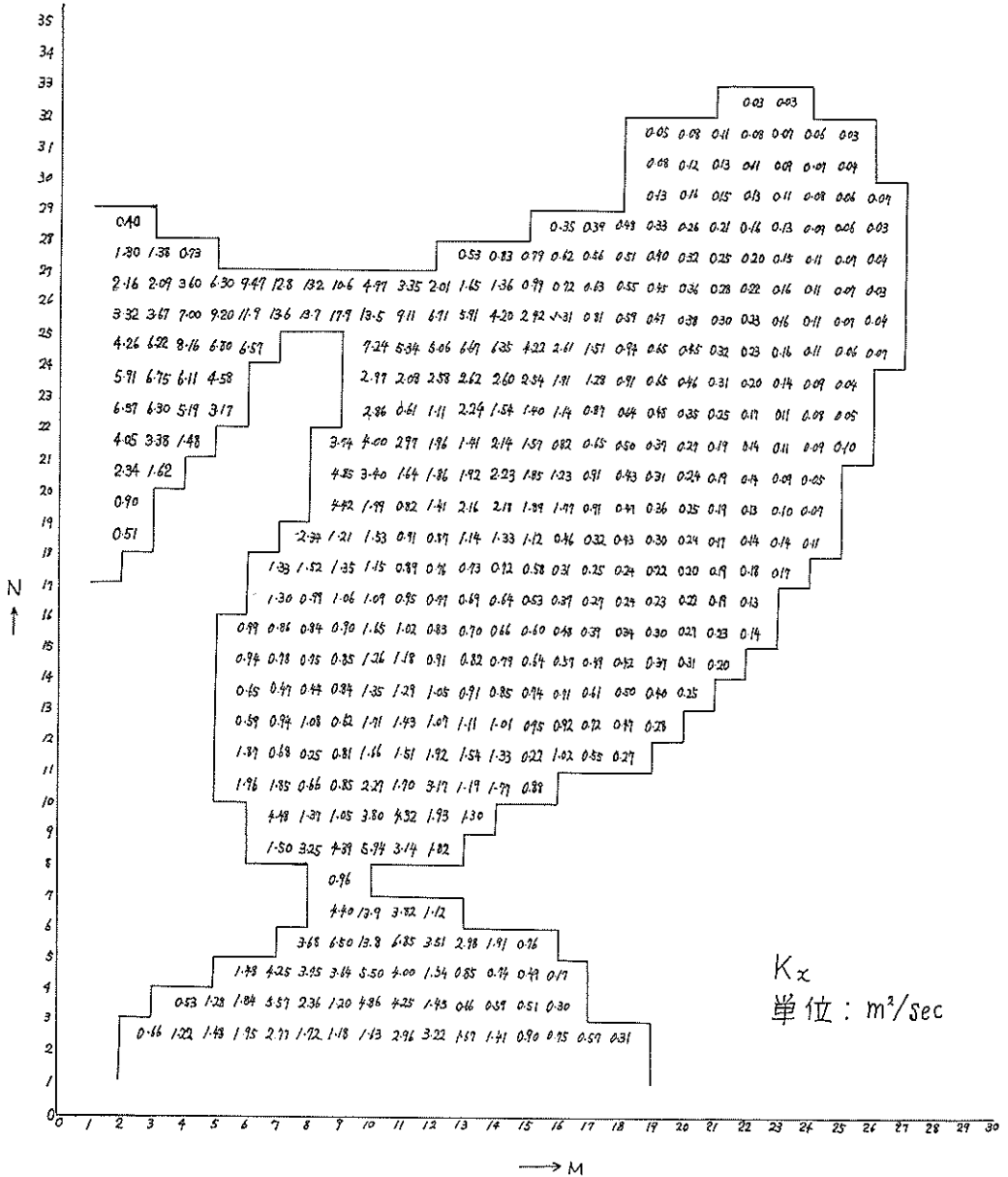


図-9(a) 拡散係数 (ケース 3, K_x)

ADI 法による潮流と汚染拡散の数値計算

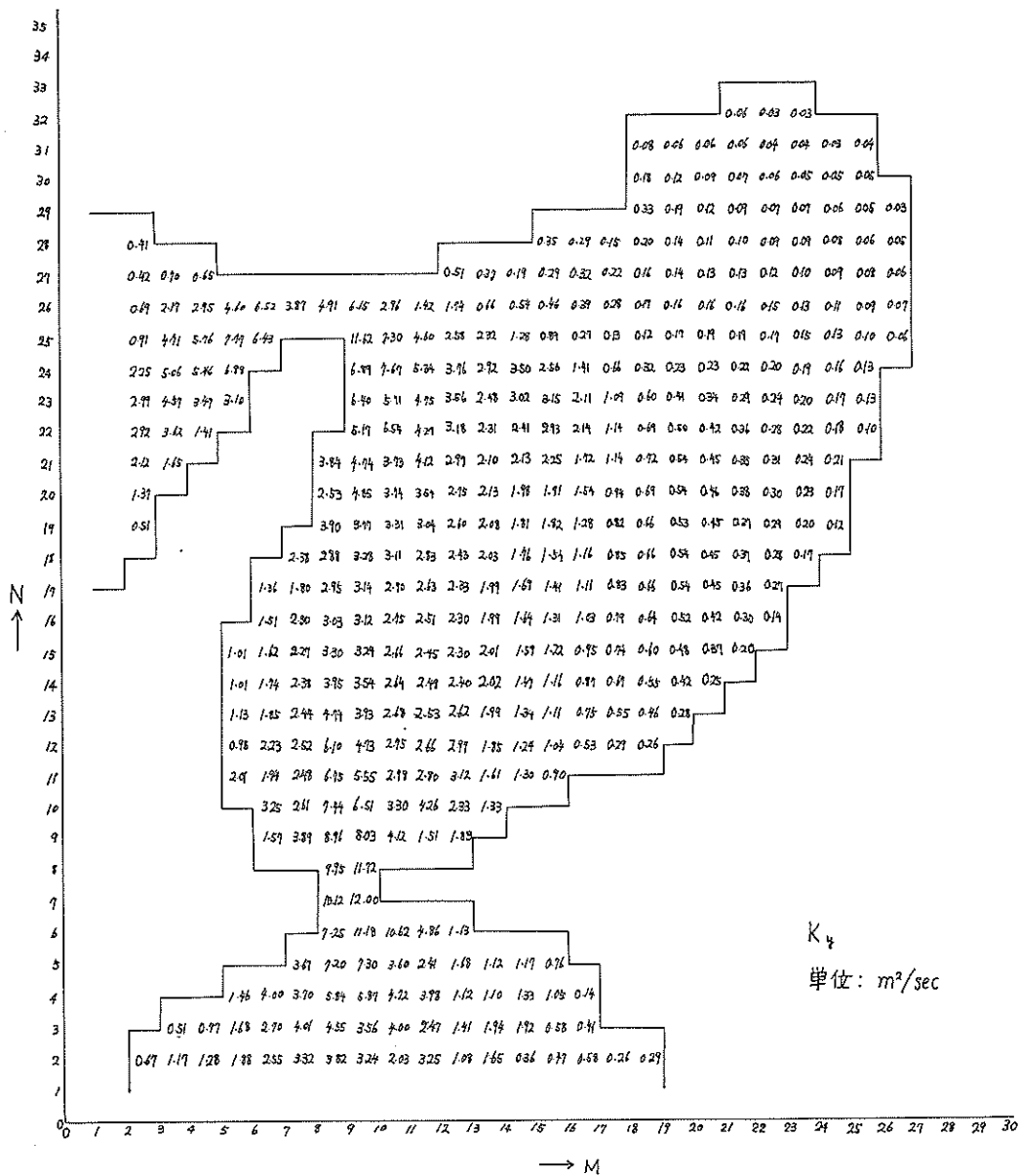


図-9(b) 拡散係数 (ケース 3, K_y)

7. 入力条件の効果と選定

7.1 潮流計算における諸効果

潮流計算結果を支配する因子としては、計算時間（潮汐数）、タイムステップ、粗度係数、コリオリ力、河川流の他様々の要因が考えられる。これらの全てについては検討できないので上述の項目についてのみテストケースを行った。それらの一覧表を 表-8 に示す。

計算時間（潮汐数）

開境界において一定振幅、一定周期の正弦波を強制水位として与えてもその潮汐波が計算領域内に伝播し、地形、水深その他の影響で反射又は屈折を繰返して安定するのに一定の時間を要する。このことは水理模型実験においても同様であり、湾内の潮汐、潮流が安定するのに、起潮装置運転開始後約20~25潮汐を要している⁵⁾。水理模型実験では潮位、潮流の初期値を任意に与えることは容易でなく、したがって、模型内に周期的な流動を確保

するのにある程度の時間を要することは止むを得ない。しかし数値計算の場合には、初期潮位、初期流速の設定は比較的容易であり、これを適当に与えることにより計算時間の短縮が期待できる。たとえば、湾内の憩流は一般に、干潮時と満潮時またはその付近で生ずることから、初期水位を干潮位(又は満潮位)に設定し、潮流0から計算を開始するというのがその一つである。しかしこの方法は、本計算の場合のように開境界が複数個あり、強制水位点での遅角が場所によってかなり異なる場合には、その効果は減少する。そこで本計算では全ての例において、初期値に対して特別な配慮は避け、表-6 に示した正弦波形を $dt=0$ から、また流速は全域0で与えた。安定した周期解の確保を支配するもう一つの要因として、タイムステップ ($\Delta t/2$) の選定があるが、これについては後述する。図-10(a) および (b) は、タイムステップ ($\Delta t/2$)=90 秒で第7 潮汐まで計算したうちの友が島の潮位、および、計算領域内で最大流速を示す明石の潮流を

表-8 潮流計算テストケース一覧表

| テスト No. | タイムステップ ($\Delta t/2$) | 粗度係数 (C) | コリオリ係数 (f) | 河川流入 | 備 考 |
|---------|--------------------------|---|--------------------------|------|----------|
| 1 | 60 | $C=19.4 \ln(0.9\bar{h})$ | $f=2\omega \sin \varphi$ | なし | 0~4 潮汐 |
| 2 | 90 | " | " | " | 0~7 潮汐 |
| 3 | 180 | " | " | " | |
| 4 | 300 | " | " | " | |
| 5 | 600 | " | " | " | |
| 6 | 180 | $C=\infty$ (マサツ項 0) | " | " | 5 時間で発散 |
| 7 | 180 | $C=\sqrt{g/\gamma^2}$ ($\gamma^2=0.0026$ に相当) | " | " | |
| 8 | 180 | $C=\frac{1}{n}\bar{h}^{1/6}$ | " | " | |
| 9 | 180 | $C=\sqrt{2} \cdot (1/n)\bar{h}^{1/6}$ (マサツ項 1/2) | " | " | |
| 10 | 180 | $C=(1/\sqrt{2})(1/n)\bar{h}^{1/6}$ (マサツ項 2 倍) | " | " | |
| 11 | 90 | $C=\frac{1}{n}\bar{h}^{1/6}$ | " | あり | 本計算として採用 |
| 12 | 90 | " | " | なし | |
| 13 | 90 | " | $f=0$ | あり | |
| 14 | 90 | " | $f=0$ | なし | |

ADI 法による潮流と汚染拡散の数値計算

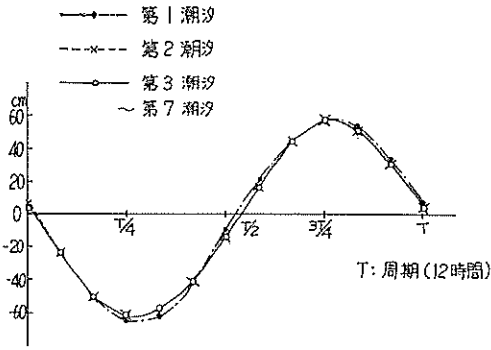


図-10(a) 友ガ島の潮位 (計算)

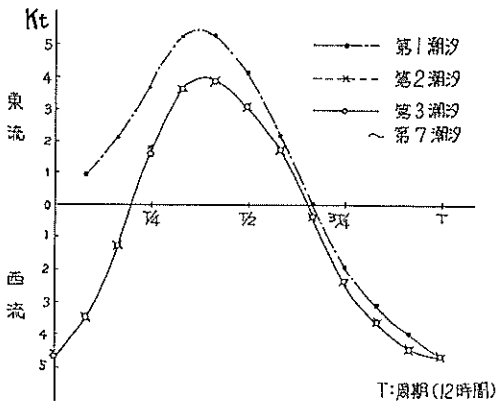


図-10(b) 明石の潮流 (計算)

それぞれ示したものである。これらの図から、潮汐、潮流とも第3潮汐以後はほとんど一致し、周期的な流動を再現しているのが読取れる。他の領域についても同様である。このことから、 $\Delta t/2=90$ 秒に対しては、第3潮汐から第4潮汐に至る1潮汐間の潮位、潮流を収束解とみなすことができよう。

タイムステップ ($\Delta t/2$) と安定解

図-11 は、タイムステップ $\Delta t/2=60, 90, 180, 300$ および 600 秒の5ケースに対し、境界 (沼島—海南)、湾狭さく部 (友が島)、湾内 (淡輪) および湾奥 (大阪港) での潮汐の半振幅を調和定数値とともに示したものである。時間ステップが小さくなるにしたがって、調和定数値に近づき、 $\Delta t/2=90$ 秒と 60 秒については、この結果に関する限りほとんど同値を示していることがわかる。

図-12 は、計算領域内で最大流速の現われる明石付近の流速 (u 成分) を第4潮汐についてのみタイムステップ別に示したものである。この図から、時間ステップが

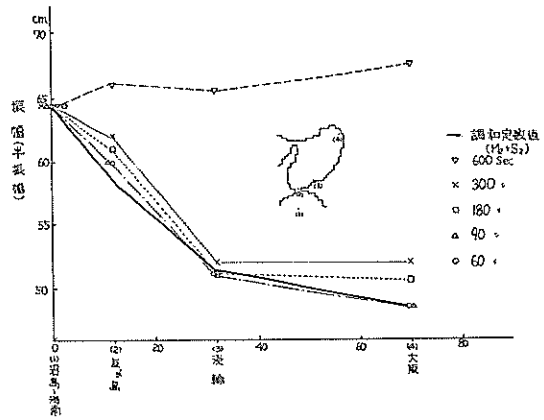


図-11 タイムステップ～振幅 (計算)

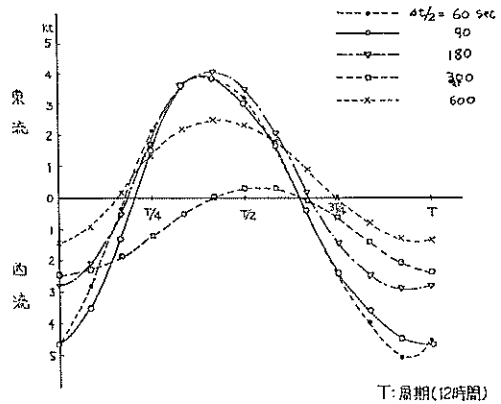


図-12 タイムステップ～明石流速 (計算)

大きくなるに従って最大流速値減少の傾向がみられ、 $\Delta t/2=180, 300$ および 600 秒については、 $\Delta t/2=60, 90$ 秒の場合の $1/2$ またはそれ以下となっていることがわかる。図-11 および 図-12 の結果のみから判定すると、タイムステップが小さくなる程計算精度のよいことがわかるが、計算所要時間はタイムステップに逆比例して増大する (図-13) ので、計算結果とのかね合いから、 $\Delta t/2$ は適当に定める必要がある。本計算では、図-11, 12 より、 $\Delta t/2=90$ 秒を採用することにした。

粗度係数 (C)

5.5 に記した式 (59) $\sqrt{2} \times (59), 1/\sqrt{2} \times (59), (61), (63)$ および $C=\infty$ (摩擦項 0) の6ケースについて $\Delta t/2=180$ 秒で計算し比較した。粗度係数のうち、(59), (61), (63) の関係を水深とともに示したものが 図-14 である。 $C=\infty$ については、計算のスキームをこわすためか (再検討の余地はある)、計算開始後5時間分 (5/12

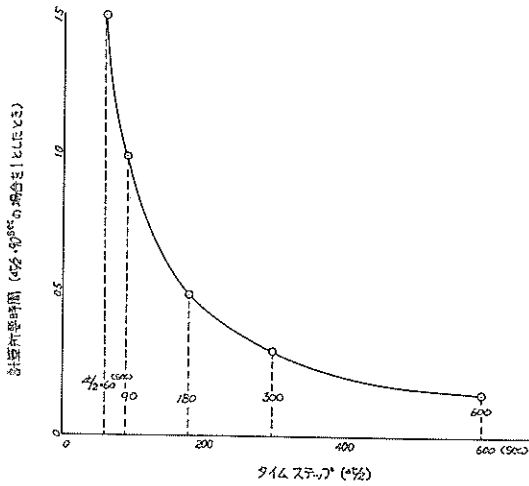


図-13 タイムステップ～計算所要時間

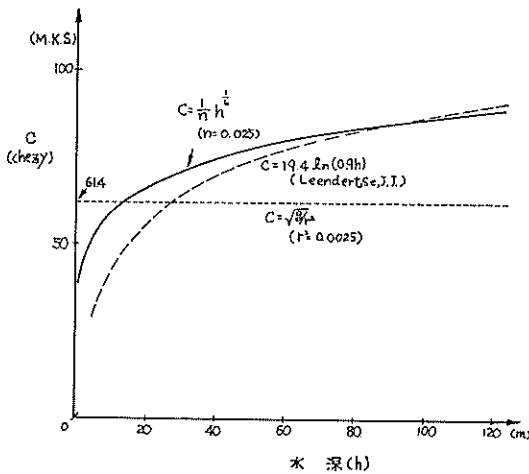


図-14 粗度係数～水深

潮汐)で発散した。残り5ケースについて比較すると、水位では、水深の比較的大きいところでは変化は小さく(10%以下)、比較的水深の小さい大阪港前面(-10m前後)で20%程度となり(図-15)、粗度係数が大きくなると水位変化が小さくなる傾向を示している。また潮流では、流れの小さい湾奥部ではその変化が見極め難い。これに対し流速の大きい明石では、かなり粗度による影響を受けるようで、流向や流速が異なることが図-16から読取れる。以上の結果から粗度係数としてどれを選択するかを決定するのは容易でないが、ここでは、水深変化を考慮して、式(54)で表わされる粗度係数、 $C=(1/n)\bar{h}^{1/6}$ を採用した。図-17にその数値を示す。この結果、大水

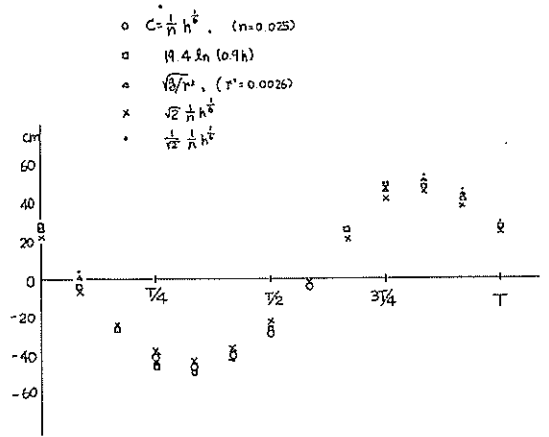


図-15 大阪港前面の潮位(計算)

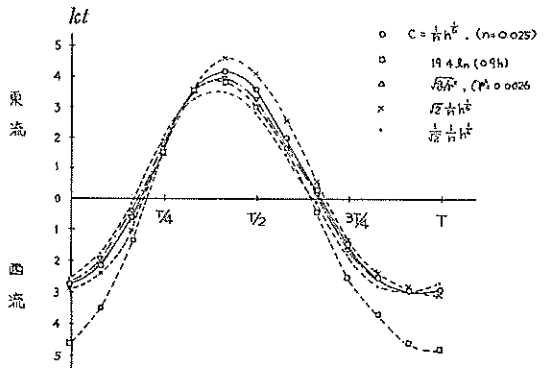


図-16 明石の潮流(計算)

深の両海峡付近では80以上、両海峡を結ぶ湾西部では70~80、湾奥部で50~60(いずれもM.K.S.単位)となった。

コリオリ力と河川流量

設備、装置等の関係上、大型平面水理模実験において、コリオリ力まで考慮されることはまれであるが、実際の流れに対してどの程度の効果をもつかを数値計算で確かめておく必要がある。また、模型実験で行っているように、感潮区域を考慮して河川流量を与え河川と湾を一体として計算する場合には、河川流入を考慮しない場合に較べかなりの計算時間を要する。したがって、計算上で河川流入による湾内の流れの影響も把握しておく必要がある。このため表-8のケース11, 12, 13および14の4ケースについて計算をおこない潮位、潮流および恒流について比較したところつぎのことが明らかになった。

- (1) 河川流の潮位、潮流に与える影響は小さく、河川流出のある湾奥の沿岸部2~3メッシュ(4~6km)

ADI 法による潮流と汚染拡散の数値計算

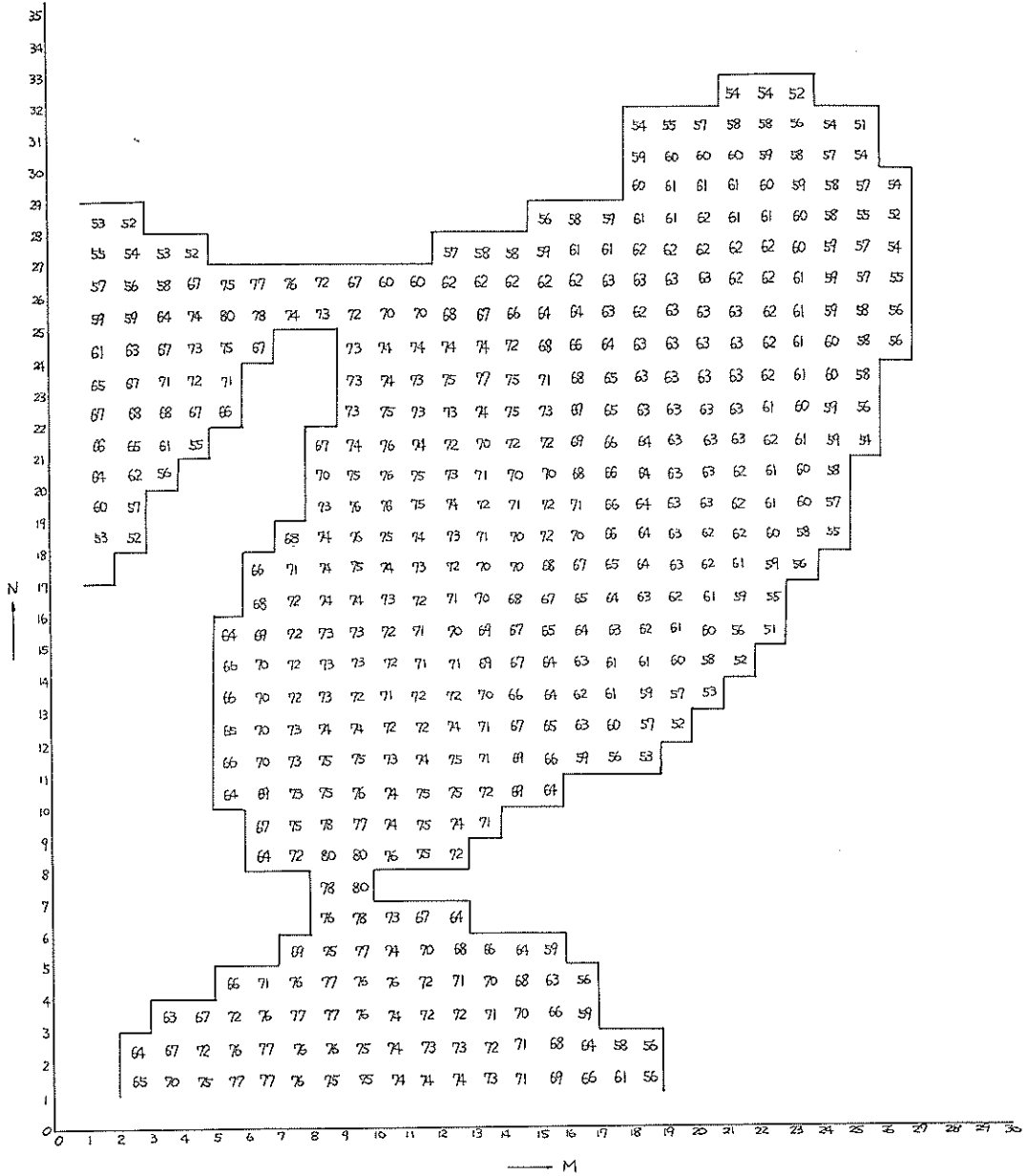


図-17 粗度係数

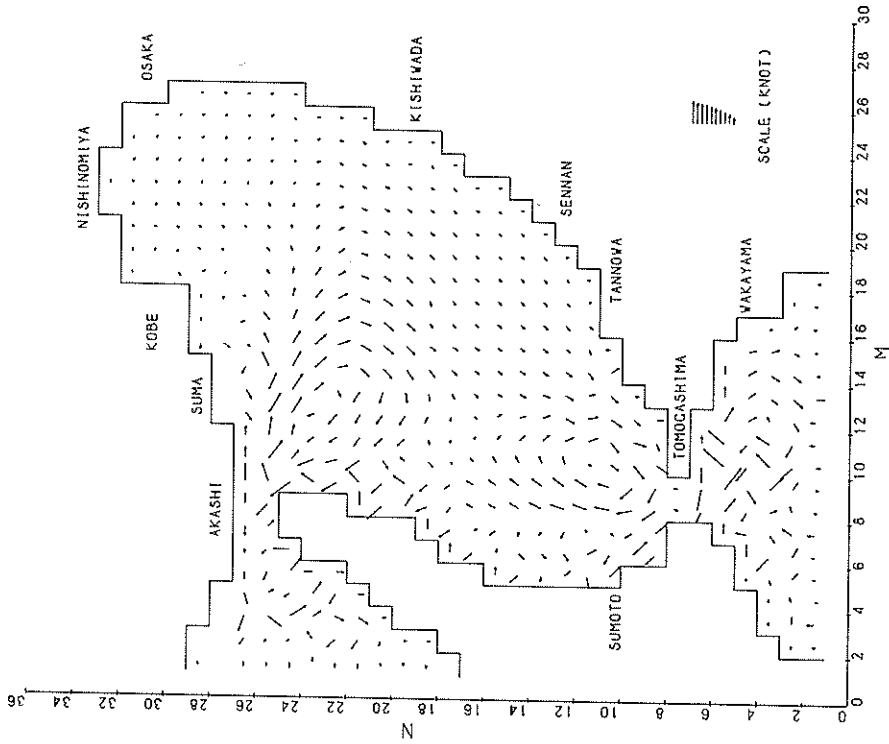


図-18 恒流 (計算, 河川流入あり, コリオリ力あり)

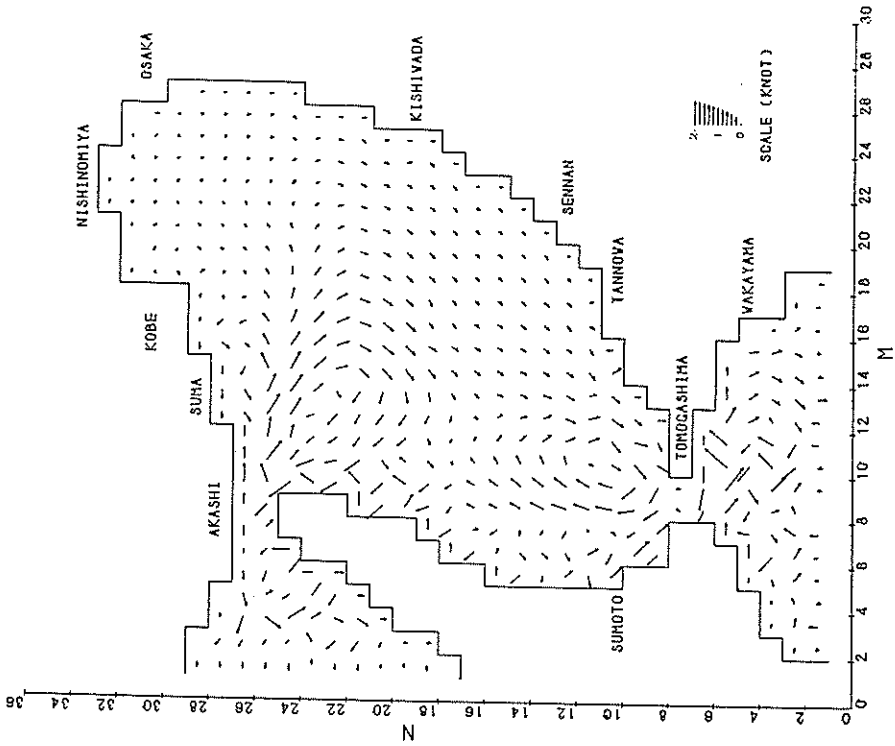


図-19 恒流 (計算, 河川流入なし, コリオリ力あり)

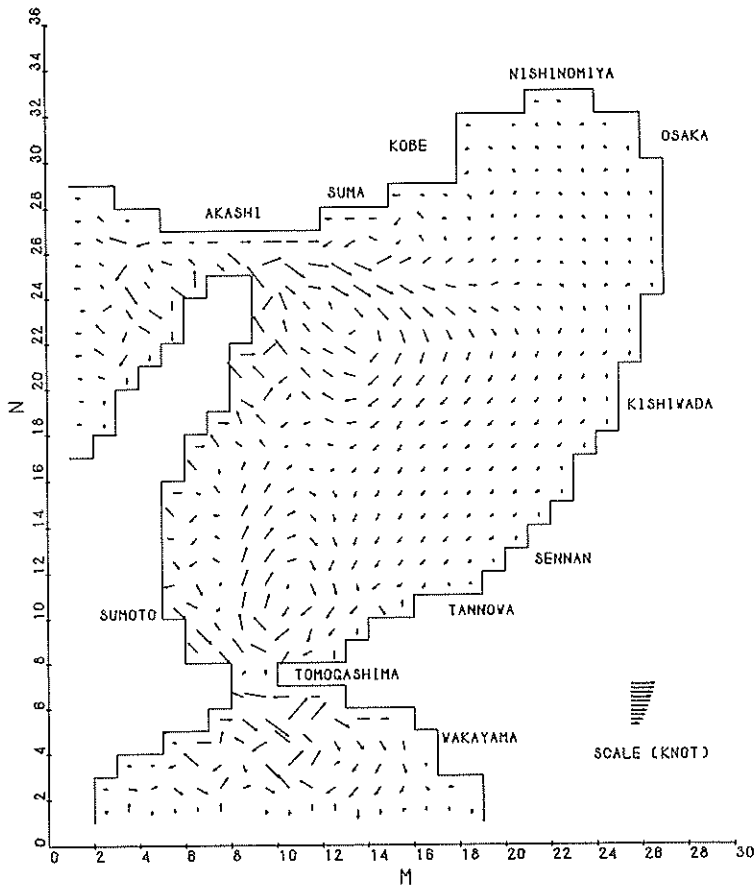


図-20 恒流 (計算, 河川流入あり, コリオリ力なし)

内において、流速で高々 $\pm 1\text{cm}$ 程度の増減があるのみで、潮位については $\pm 1\text{mm}$ に過ぎない。また 1 周期間の潮流の平均をとって得られる恒流 (計算法については後述) の河川流による影響もほとんど認められない (図-18, 図-19)。

- (2) コリオリ力の潮位、潮流に与える影響は、河川流に較べればやや大きく、特に、沖ノ瀬 (須磨沖) および友が島北部において見られる大規模な環流の曲率をやや大きくする傾向が認められる (図-20)。しかし全体的にみれば量的変化は小さく、湾奥部、湾外での変化はほとんどない。
- (3) (1) および (2) から、コリオリ力および河川流入による湾内の潮流 (恒流) に対する変化は微弱である。

以上から、コリオリ力についての比較はかなりはっき

りしているが河川流入については、本計算では簡易法をとっているため模型実験等の場合と直接比較対応はできないかも知れない。事実、東京湾の潮流模型実験²²⁾では河川流による恒流への影響は大であるという報告例も出ている。このため河川流入による影響についてはさらに詳しい計算手法をとり入れて比較してみる必要があると思われる。

7.2 拡散計算における諸効果

拡散計算における検討項目は、

拡散係数

開境界での濃度設定

初期濃度

移流拡散と渦動 (乱流) 拡散の関係

等があげられる。本計算では、拡散係数の設定が重大で

あると考え、前述の3種類の拡散係数を与えて計算し比較した。

Case 1. $K_x=K_y=10\text{ m}^2/\text{sec}$ (海域全域)

Case 2. $K_x=K_y=1\text{ m}^2/\text{sec}$ (海域全域)

Case 3. $K_x=5.93\sqrt{g|u|}h/C$ (図-17(a))

$K_y=5.93\sqrt{g|v|}h/C$ (図-17(b))

試算の結果、これら3ケースの濃度分布は、2, 3の例外を除いてほとんど差異が認められなかったため、9.において、これらの結果を述べる。

8. 潮流計算の再現性

8.1 潮汐(振幅と遅角)

潮汐の再現性を調べるため、現地検潮所記録から潮汐調和定数値の得られている代表7点の振幅と遅角を潮汐調和定数値 M_2, S_2 および M_2 潮の遅角 ϵ とともに示したものが表-9である。

神戸と明石における潮位は調和定数値 (M_2+S_2) に対し3~4割の誤差がある。明石については、播磨灘側の西方に向っての振幅の減衰が大きいため、代表点の選定いかんで説明できるが、神戸についてはどうして3割減の振幅が出たかは原因不明である。その他の点については潮位の再現性は±3%以内の誤差であり、極めて良好といえる。また遅角については、湾奥で若干遅れる傾向にあり、尼崎で、時間にして約40分、調和定数値より遅れているが、その他の点については小さく、全体としても、5%以下の誤差に入っている。

8.2 潮 流

図-21(1)~(13)は計算開始後36~48時間(第4潮汐)の1時間毎の潮流ベクトルを示したものである。

矢印の大きさは、同図右下に示されるスケールで表わされている。

図-21から大阪湾内の潮流パターンを観察すると、友が島北流最強時を過ぎると(図-21(1))、須磨沖の沖ノ

瀬、および、友が島北部沖で右廻りの大きな環流が発生し、次第に発達して大きくなるとともに、北流は減衰し(同図(2))、憩流期を経て(同図(3))、南流に転換する(同図(4))。南流が強くなるにしたがって、沖ノ瀬および友が島北部に発生した環流は衰えはじめ(同図(5))、南流最強時付近では、環流は消失して、明石海峡から友が島水道へ直接流出するようになる(同図(6),(7))、以後南流が衰えはじめると同時に、沖ノ瀬、友が島北部において再び環流が発生し(同図(8))、発達して、友が島では北流に転換しはじめるが、明石海峡では、時間遅れのためなお流入が継続している(同図(9))。その後は北流が強くなり、湾全体が、友が島より流入する流れが直接明石海峡に流出する形をとり(同図(10),(11),(12))、潮流の周期運動の1行程を終了する(同図(13))。また同図(1)と(13)は1潮汐後の同時間(同位相)の潮流を示すものであり、これら2枚の図面を重ね合わせることで、計算の再帰性を確認することができる。

つぎに、計算結果の再現性を調べるため、潮流に関する現地観測例および、模型実験の結果と対比してみる。図-22(1),(2)は運輸省第三港湾建設局が昭和46年8月~9月にわたって、小野式流速計により15昼夜連続潮流観測をおこなったもののうちから、平均大潮時の海面下2mにおける明石海峡西流最強時および東流最強時の潮流図を抜粋したものである。さらに、図-23(1),(2)は筆者らが昭和46年に大阪湾水理模型実験水槽(水平縮尺1/2000,鉛直縮尺1/200,歪10)において、フロート追跡により潮流実験をおこなったうちから、友が島海峡北流最強時および、南流最強時の潮流図を採択したものである。図-21(数値計算)、図-22(現地観測)、および図-23(模型実験)において、図-21は各断面の平均流速を、図-22は海面下2mの流速を、そして、図-23は表面(海面)流速をそれぞれ示すものである。また、図-22は明石海峡での潮流最強時を基準にしているのに対

表-9 潮位と遅角(計算と実測)

| | 友が島 (10, 6) | 淡 輪 (17, 12) | 大 阪 (26, 30) | 尼 崎 (26, 32) | 神 戸 (19, 31) | 明 石 (10, 26) | 洲 本 (6, 11) |
|--|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|
| M_2+S_2 (実測) (cm) | 58.6 | 51.3 | 48.5 | 48.2 | 48.8 | 25.2 | 47.4 |
| " (計算) | 60.2 | 51.0 | 49.0 | 49.0 | 35.5 | 35.5 | 49.0 |
| (計算)/(実測) | 1.02 | 0.99 | 1.01 | 1.02 | 0.73 | 1.41 | 1.03 |
| $\epsilon(^{\circ})$ (実測) | 192.5 | 205.0 | 213.3 | 215.7 | 215.9 | 240.3 | 193.5 |
| $\epsilon(^{\circ})$ (計算) | 192.5 | 201.5 | 198.5 | 195.5 | 222.5 | 222.5 | 192.5 |
| ϵ° (計算) - ϵ° (実測) | 0.0 | -3.5 | -14.8 | -20.2 | +6.6 | -17.8 | -1.0 |

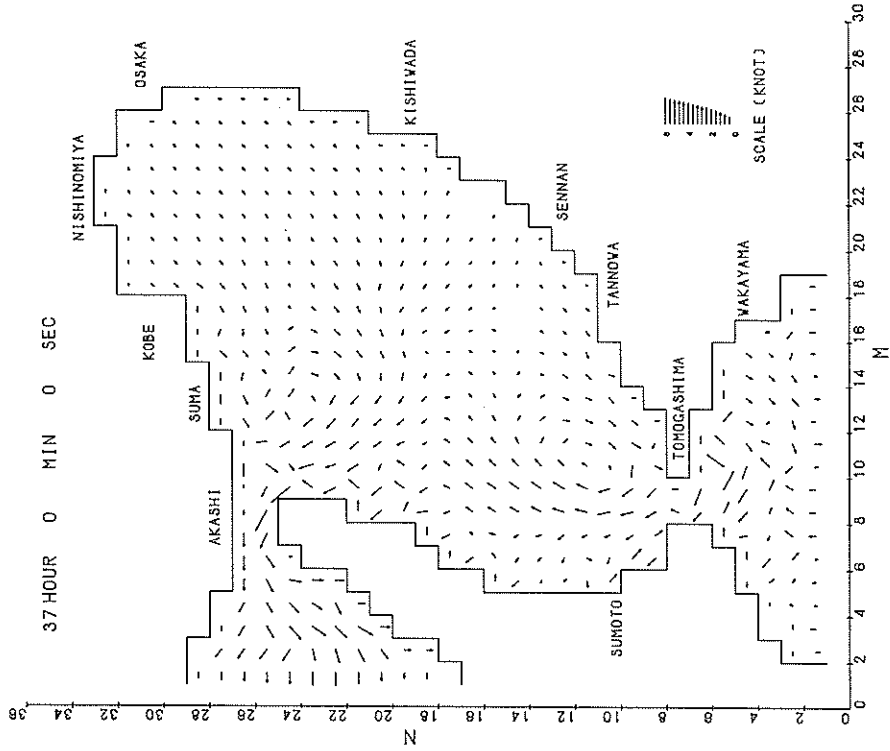


図-21(2) 潮流ベクトル図 (計算, 37時間)

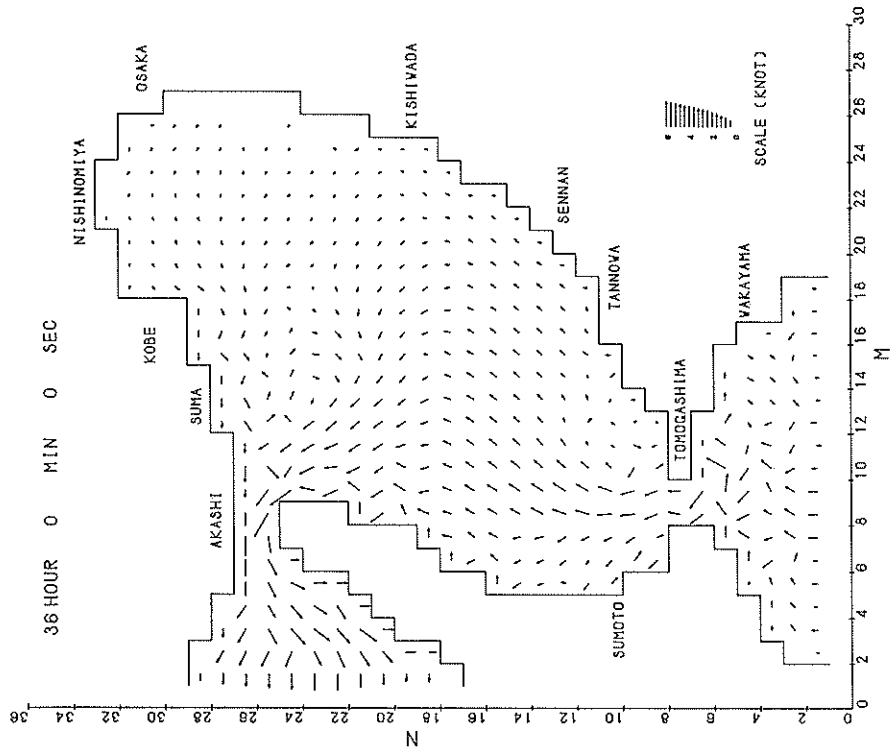


図-21(1) 潮流ベクトル図 (計算, 36時間)

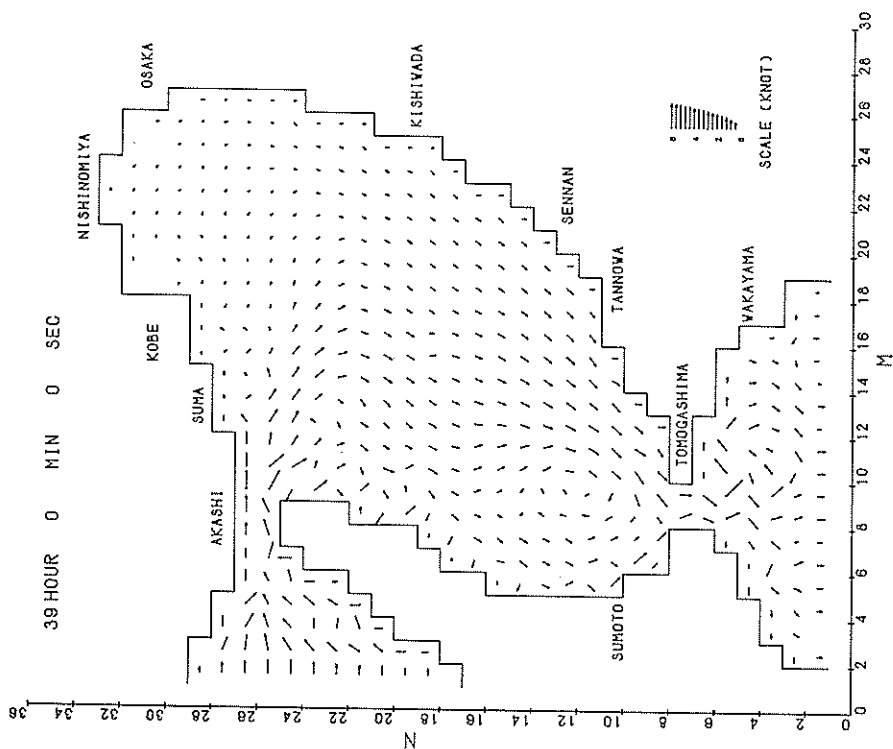


図-21(4) 潮流ベクトル図 (計算, 39時間)

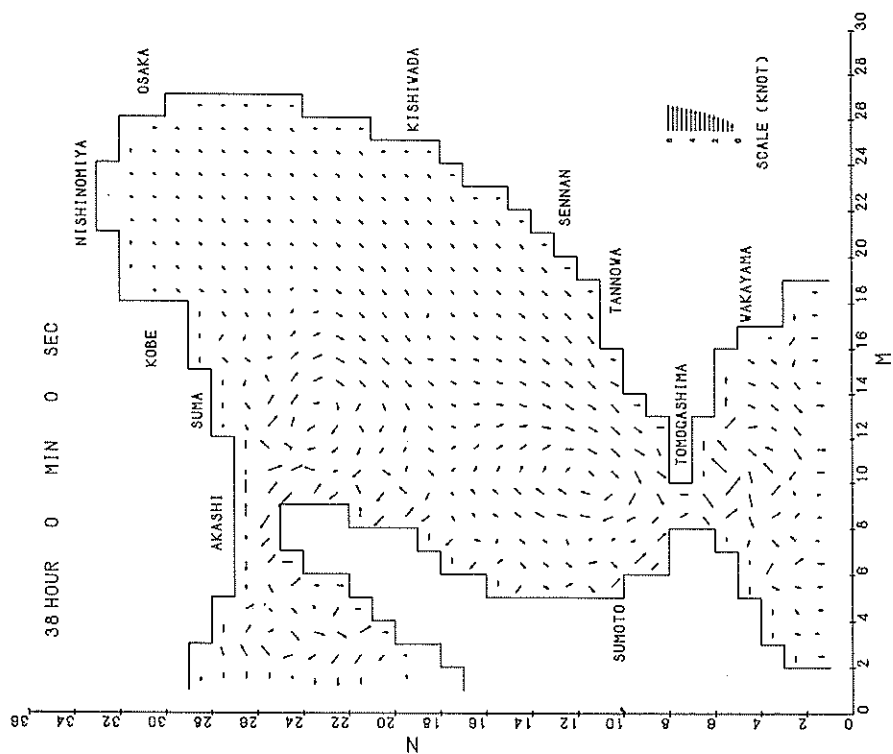


図-21(3) 潮流ベクトル図 (計算, 38時間)

ADI 法による潮流と汚染拡散の数値計算

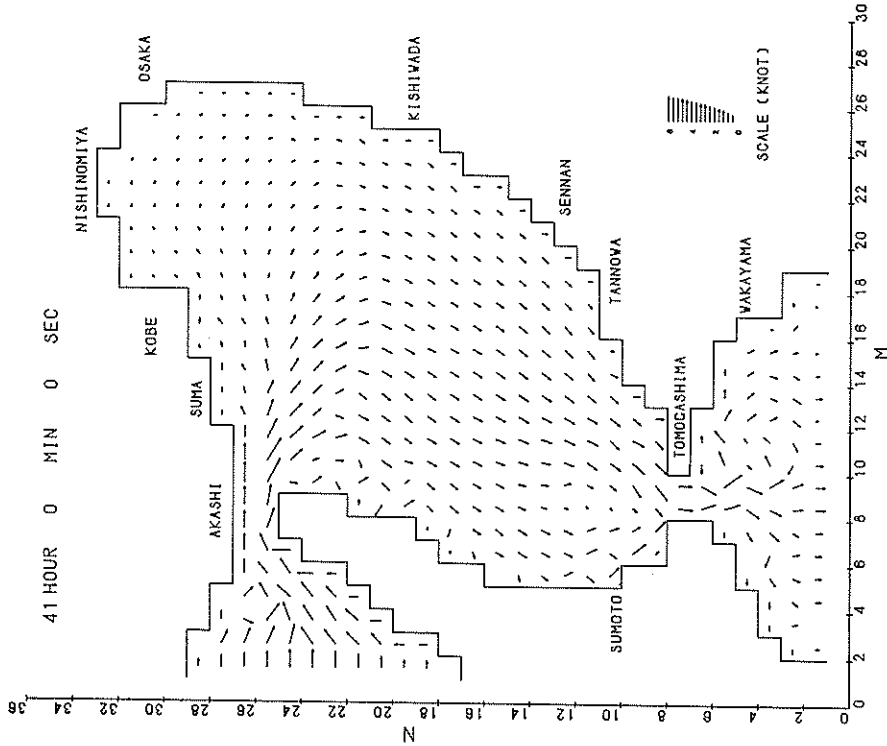


図-21(6) 潮流ベクトル図 (計算, 41時間)

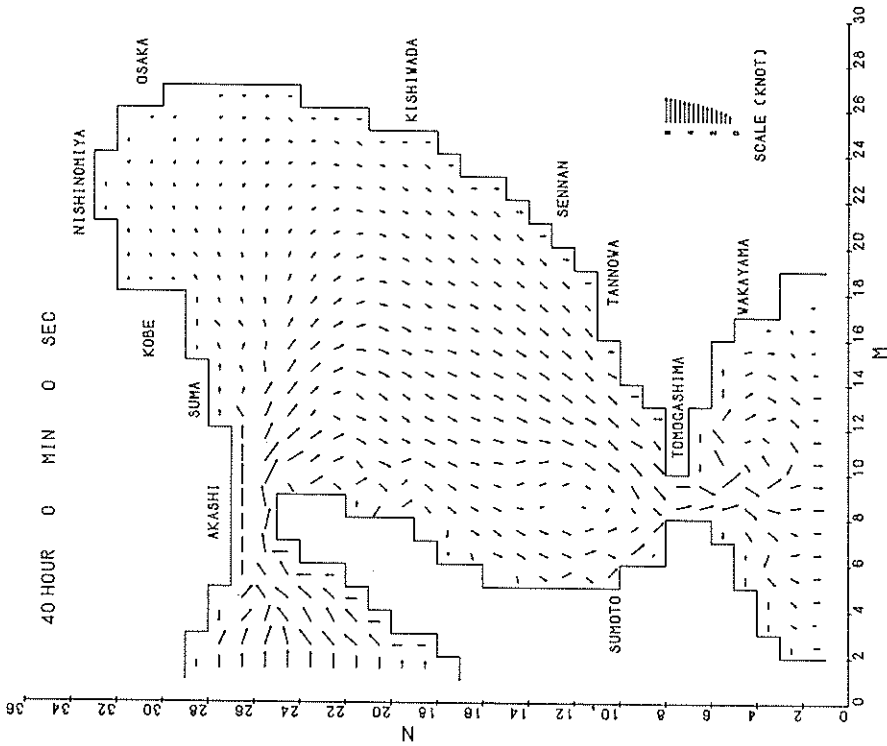


図-21(5) 潮流ベクトル図 (計算, 40時間)

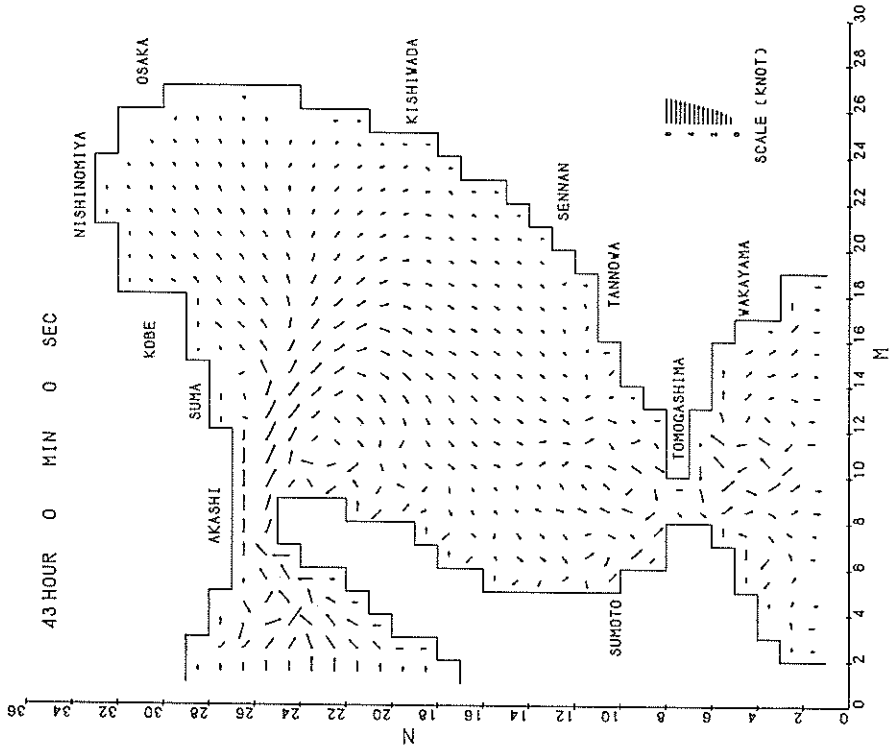


図-21(8) 潮流ベクトル図 (計算, 43時間)

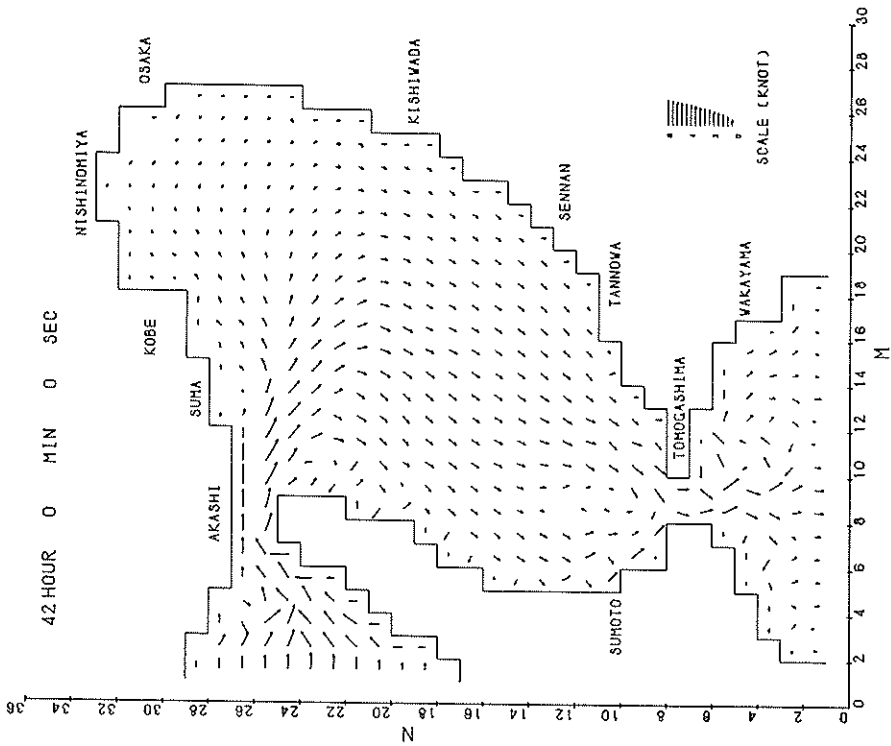


図-21(7) 潮流ベクトル図 (計算, 42時間)

ADI 法による潮流と汚染拡散の数値計算

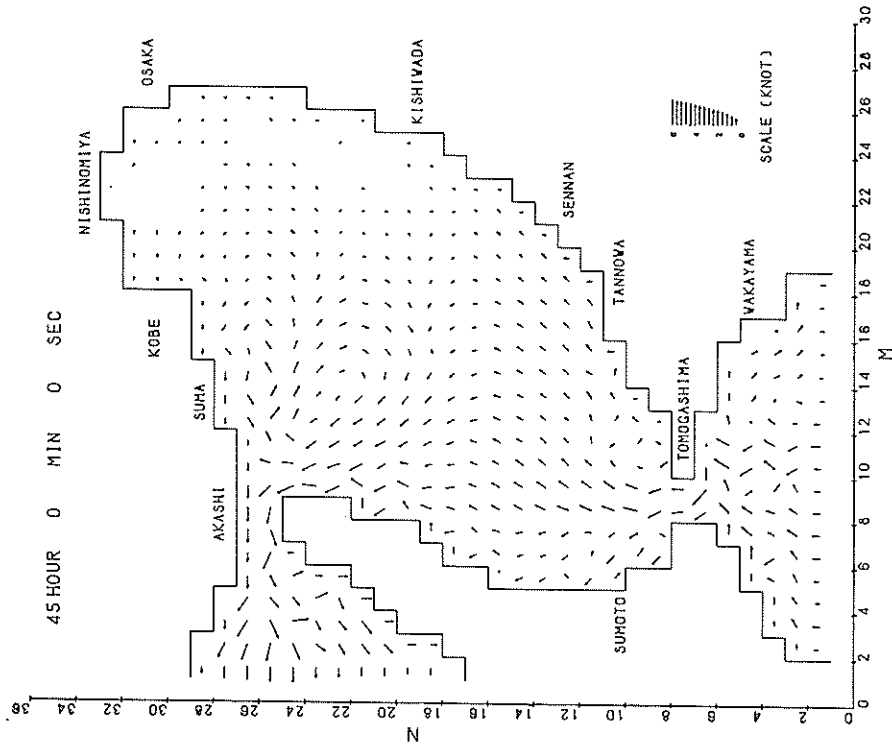


図-21(10) 潮流ベクトル図 (計算, 45時間)

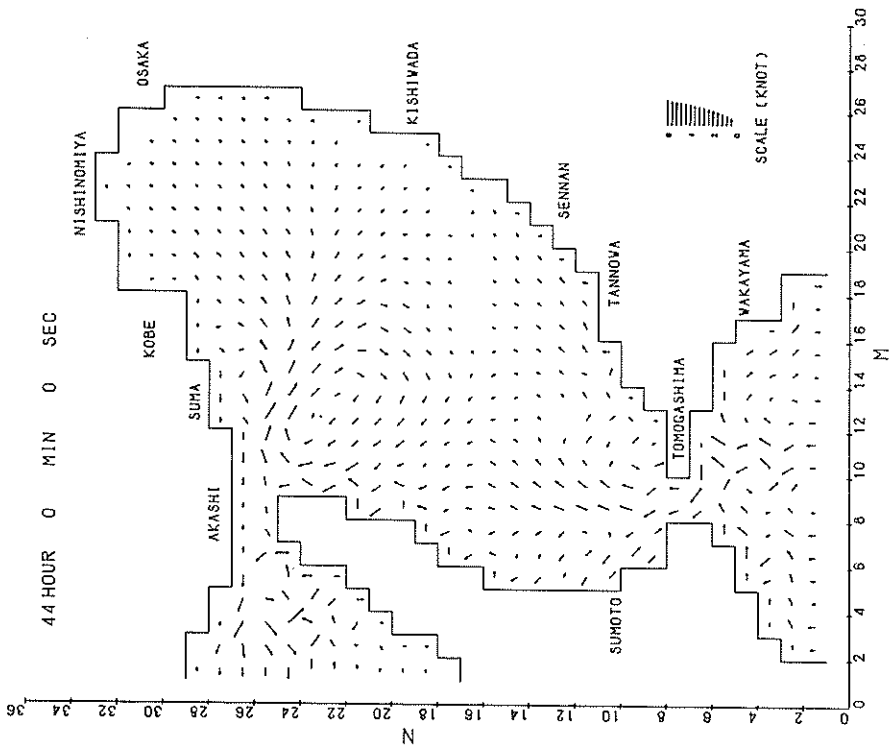


図-21(9) 潮流ベクトル図 (計算, 44時間)

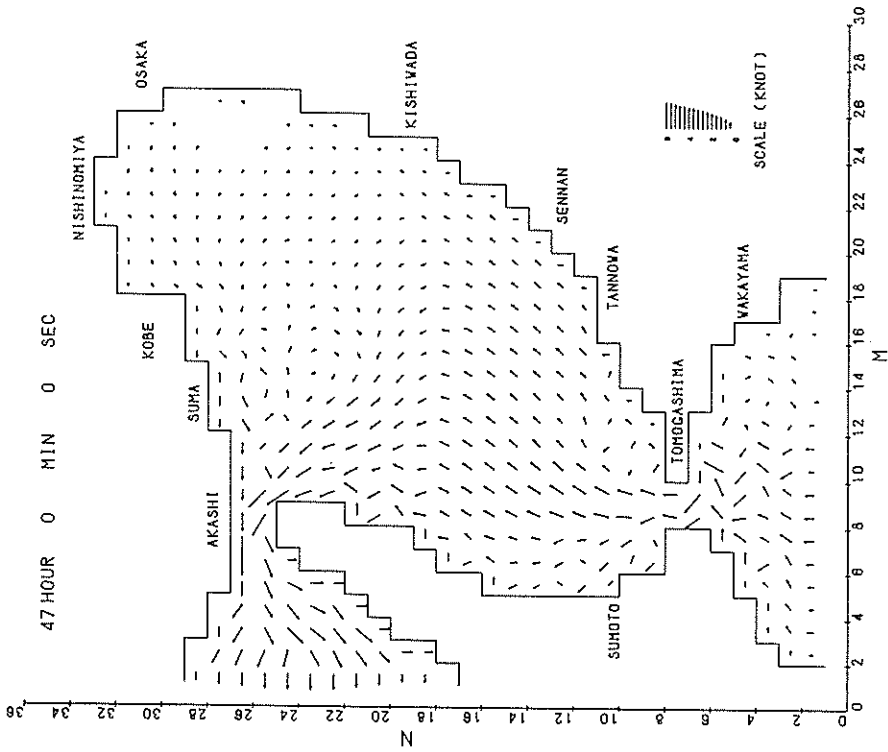


図-21(12) 潮流ベクトル図 (計算, 47時間)

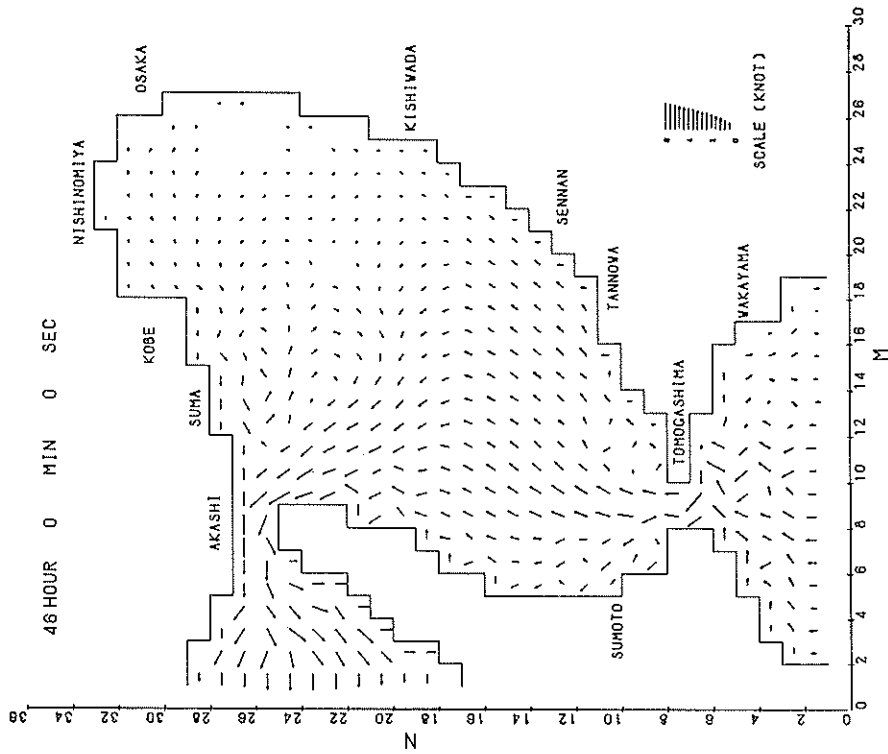


図-21(11) 潮流ベクトル図 (計算, 46時間)

ADI 法による潮流と汚染拡散の数値計算

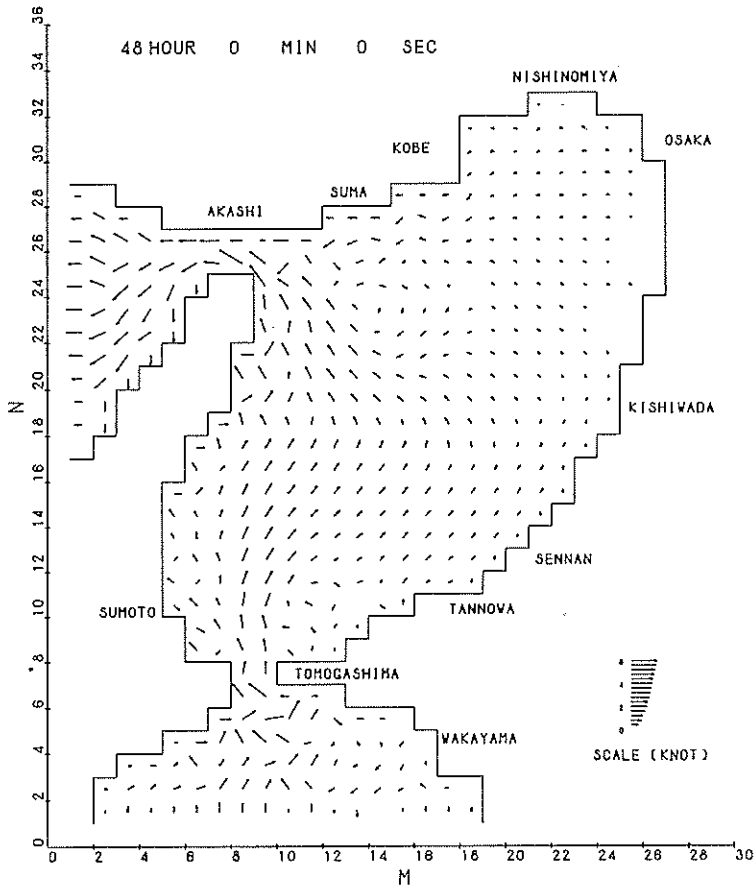


図-21(13) 潮流ベクトル図 (計算, 48時間)

し、図-23 は友ガ島海峡を基準としていることなどからこれら三者間の条件は必ずしも一致せず、したがって一対一の対応はできない。

図-21(6) (数値計算) 明石での西流最強時付近で、湾内潮流は淡路島の東、友ガ島～明石を結ぶ溝筋域で最も速く、1.0kt 以上の流速をもち、湾中央部、湾奥部の順に流速が低下し、神戸～泉佐野 (岸和田の南) 以北の湾奥では 0.5kt 以下、さらに、湾奥沿岸部では 0.1kt 程度となっている。また明石では 6kt、友ガ島では 3kt の流速が出ている。これに対し、図-22 (現地観測) でも潮流の流向、流速ともほぼ同傾向を示しているが、友ガ島の流速は 1kt 前後と小さい。これは、観測点が最強流の現われる海峡部でないこと、および、最強流の現われる時間の遅れがあるためで、事実、これより 2時間前の観測で 3.5kt の観測値が得られている。さらに図-23

(模型実験)においても、潮流パターン、流速とも同傾向を示しているが、明石海峡では最大 2.8kt で原型に較べて小さい。これは友ガ島での最大流速時を基準にしての値であり、明石海峡の最大値は友ガ島の約 1.5 倍であることを考慮すれば、ほぼ妥当な流速である。

8.3 恒流

沿岸浅海域では潮汐変動に誘起されて、流向が周期的に変化する潮汐流が生ずる。大阪湾内の流れも、紀伊水道および明石海峡から侵入する潮汐流が主体であるが、地形、河川流、コリオリ力その他の作用外力に基づいて、流向がほぼ一定な流れが発生し、潮汐流と混在している。この流向一定の流れは一般に恒流と呼ばれる。恒流の存在は、潮汐流の一潮汐 (1 周期) 間の平均的操作によって確認することができる。潮流の循環および汚染物質等の拡散を考える場合、この恒流のパターンは重要な要素

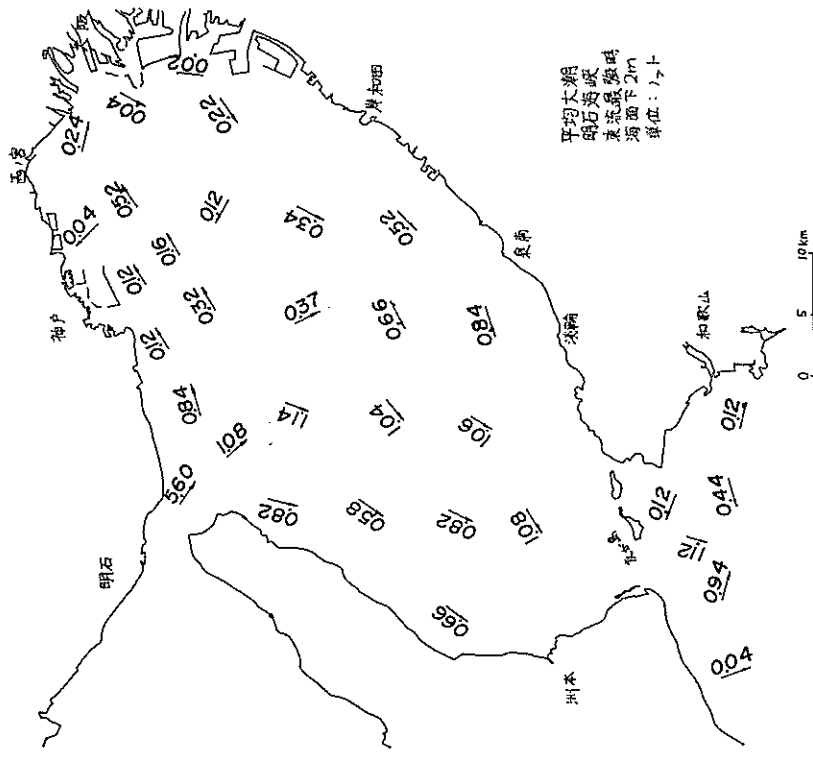


図-22(2) 潮流ベクトル図 (実測, 下潮)

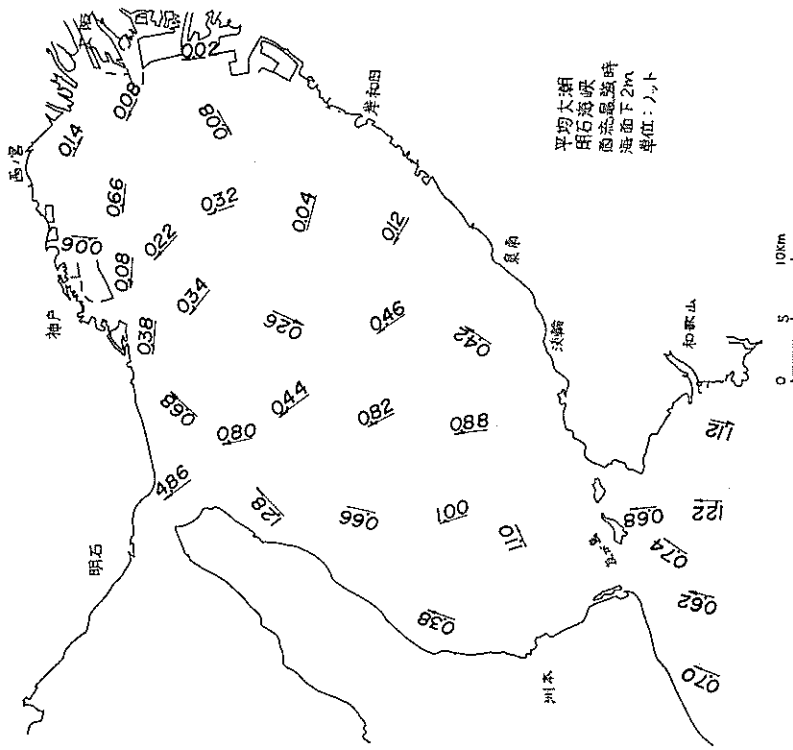


図-22(1) 潮流ベクトル図 (実測, 上潮)

ADI 法による潮流と汚染拡散の数値計算

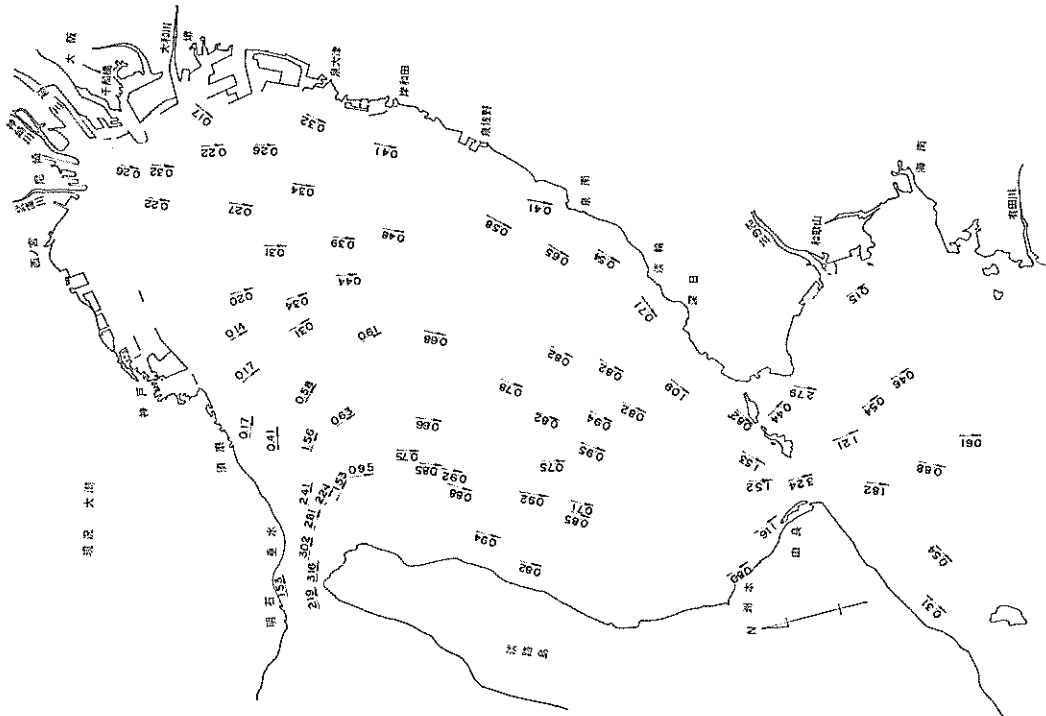


図-23(2) 潮流ベクトル図 (実験, 下潮)

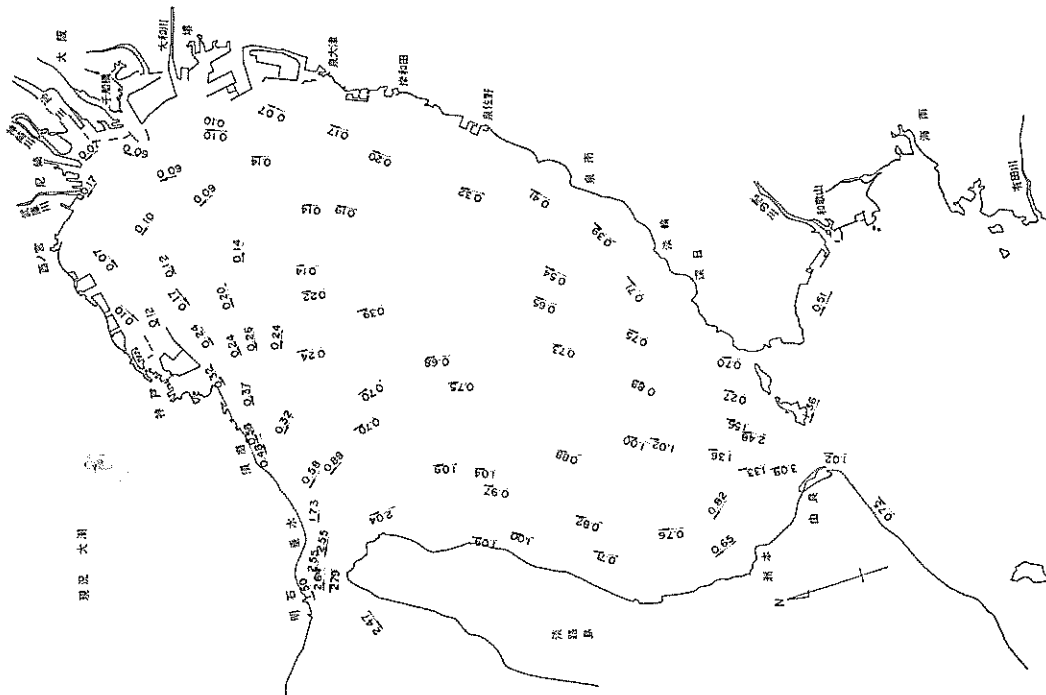


図-23(1) 潮流ベクトル図 (実験, 上潮)

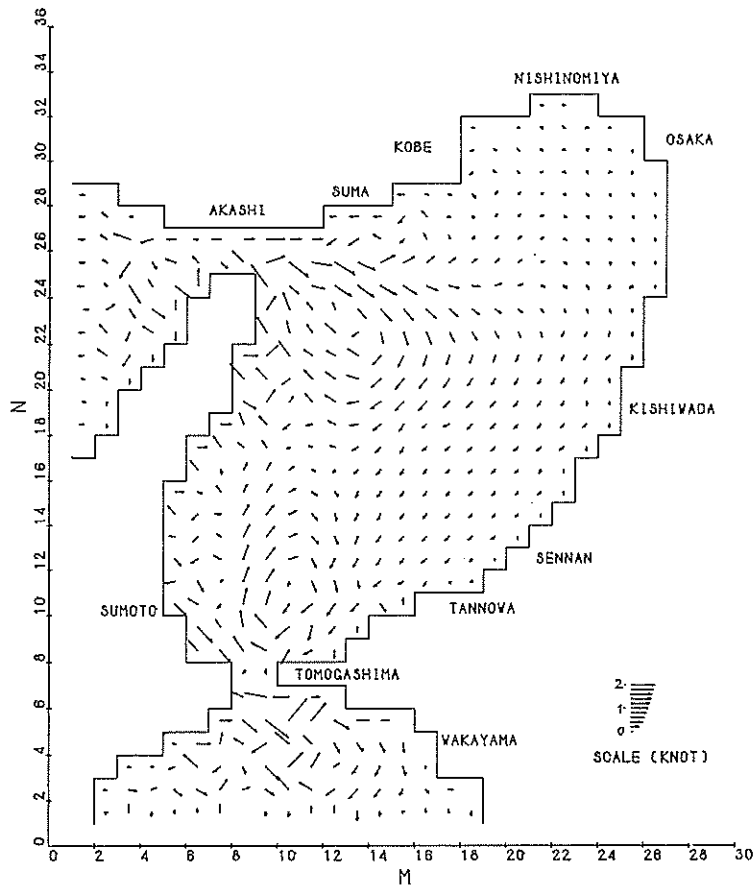


図-24 潮汐残差流ベクトル図 (計算)

である。このため、恒流の再現性を検討しておく必要がある。そこでタイムステップ $\Delta t/2$ 毎に得られる $(u_{i,j+1/2}^{(k)}, v_{i,j+1/2}^{(k)})$ に対し

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_{i,j+1/2} &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u_{i,j+1/2}^{(k)} \\ \bar{v}_{i,j+1/2} &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_{i,j+1/2}^{(k)} \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

N : 1 周期間のステップ数 (=240)

で潮汐残差流成分 $(\bar{u}_{i,j+1/2}, \bar{v}_{i,j+1/2})$ を定義し、第4潮汐のデータを用いて計算し図化したものが図-24である。これに対し、図-25(a)は第三港湾建設局が水深2mにおいて24時間連続観測をして得た恒流成分²⁾を、図-25(b)は山田³⁾が現地観測値をもとにして作成した流程图を、さらに、図-26は筆者らが行った水理模型実験において、連続10潮汐間の各潮汐の最干潮時におけるフロートの位置を結んだ流跡線⁵⁾を、それぞれ表わしている。全般的

にみると流向は沖ノ瀬(須磨沖)付近を中心とする環流、湾東部の南西流、友ガ島付近の北上流、須磨沖の西流等は現地観測や模型実験の結果とよく対応している。また流速の大きさ(絶対値)は、明石、友ガ島両海峡付近の一部で実測値よりやや大きい値を示すがその他の領域ではほぼ一致するとみてよい。

以上の結果から、潮流計算において、潮汐、潮流のパターン、流速流向、および恒流のパターン等は、原型および模型実験の結果とよく一致していることがわかり、計算結果の再現性は良好であるといえる。

9. 拡散計算の再現性

COD 負荷開始後30および60潮汐目の最干潮付近の濃度分布を実験値とともに示したものが図-27(1),(2)(ケース1,すなわち、拡散係数 $K_x=K_y=10 \text{ m}^2/\text{sec}$)、図-28(1),(2)(ケース2,すなわち、拡散係数 $K_x=K_y=$

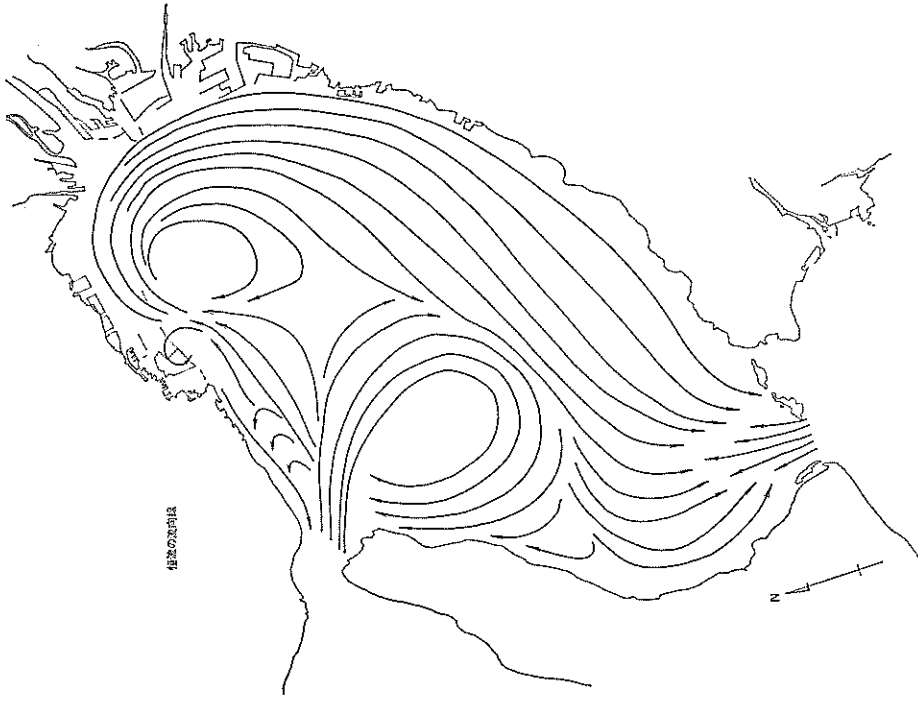


図-25(b) 恒流流向図 (実測)

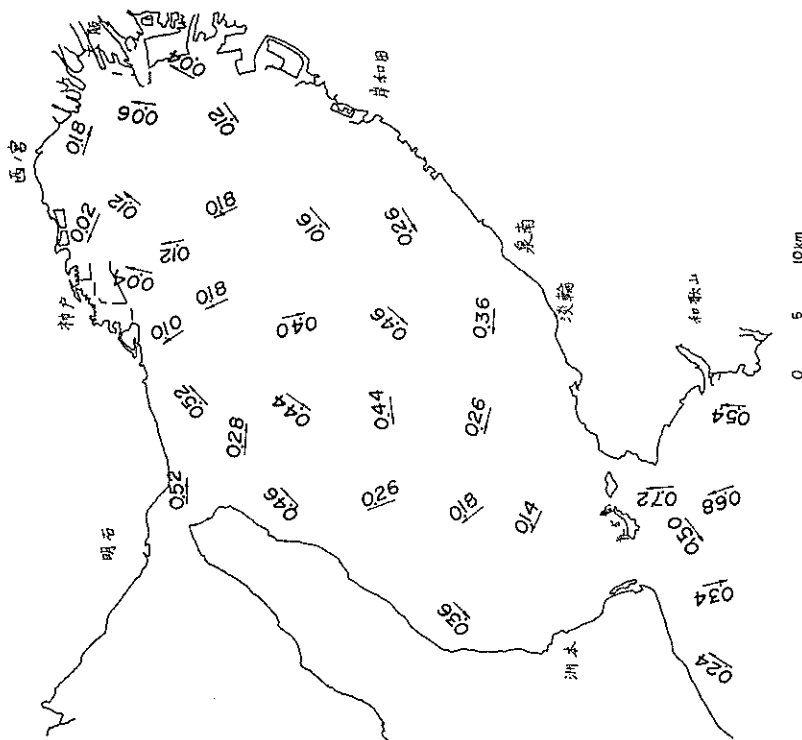


図-25(a) 恒流ベクトル図 (実測)

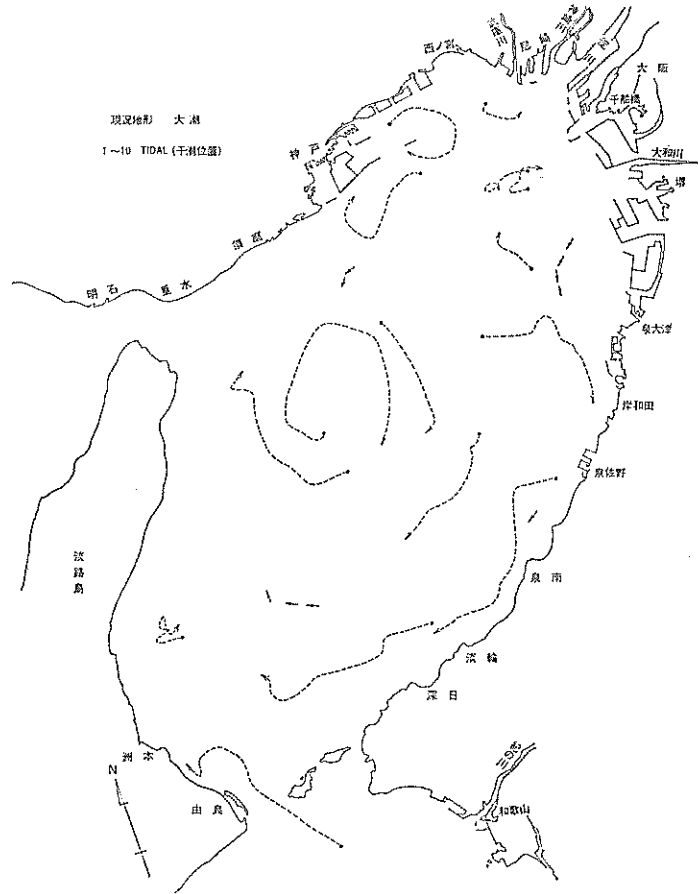


図-26 恒流流跡図 (実験)

1 m²/sec), および, 図-29(1), (2) (ケース 3, すなわち, $K_x=5.93 \sqrt{g|u|}h/C$, $K_y=5.93 \sqrt{g|v|}h/C$) である。図中, 濃度コンターは計算値 (単位 ppm) を, 数字は 2 回の実験値 (上は 1 回目, 下は 2 回目) を示している。

まず拡散係数による濃度分布の変化を調べるため, ケース 1 ($K_x=K_y=10 \text{ m}^2/\text{sec}$) とケース 2 ($K_x=K_y=1 \text{ m}^2/\text{sec}$) とを比較すると, 0.1 ppm 以上の濃度領域は, 当然のことながらケース 2 の方が大きく, 拡散速度の低下による汚染物質の湾奥部での滞留を示していることがわかる。特に汚染の著しい湾奥大阪港を基点にして西方の西宮, 神戸, 須磨にわたっての沿岸部, および, 南方の堺, 岸和田, 泉南方向にかけての沿岸部等の, 潮流流速の小さい領域でこの傾向が顕著である。さらに高度汚染源になっている大阪港前面, および, 淀川河口付近でケース 1 では, それぞれ, 8.46 ppm, 4.07 ppm である

のに対し・ケース 2 では, それぞれ 13.83 ppm, 5.07 ppm となっており, 汚染負荷点付近での濃度上昇が後者において著しいのも特徴的である。つぎに, 拡散係数に水深と潮流の効果을考慮して場所的分布を与えたケース 3 の場合を見ると, ケース 2 の結果とほとんど変化のないことが判る。これは, 本計算領域に対し, 拡散係数が 1 m²/sec 以下では移流拡散が小さくなって平均流に乗って拡がる輸送による濃度分布の決定が支配的になるものと考えられる (図-28, 29)。

以上, 拡散係数の異なる 3 ケースについての比較から, 上述の相異点を除いて, 全体的な濃度分布のパターンは, ほぼ相似傾向であることが判り, 拡散係数が本計算に用いた $10 \sim 10^{-2} \text{ m}^2/\text{sec}$ 程度では潮流による輸送の度合いが大であることが推察される。

つぎに計算値と実験値とを比較すると, 実験値では

ADI 法による潮流と汚染拡散の数値計算

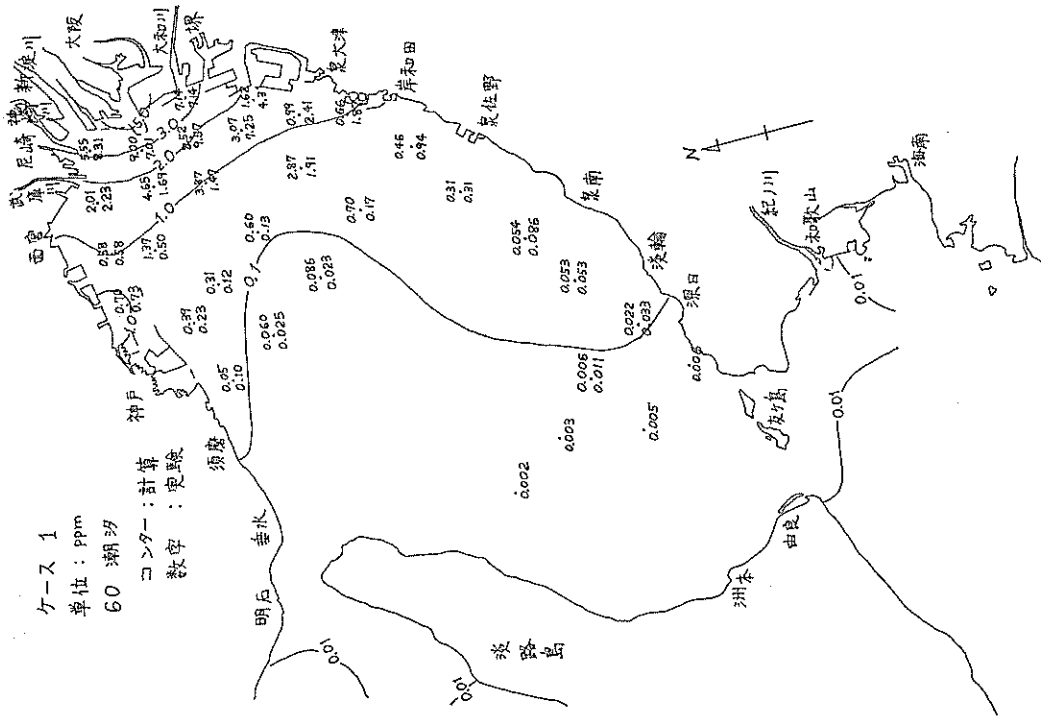


図-27(2) 濃度分布図 (計算と実験値, 60潮汐, ケース1)

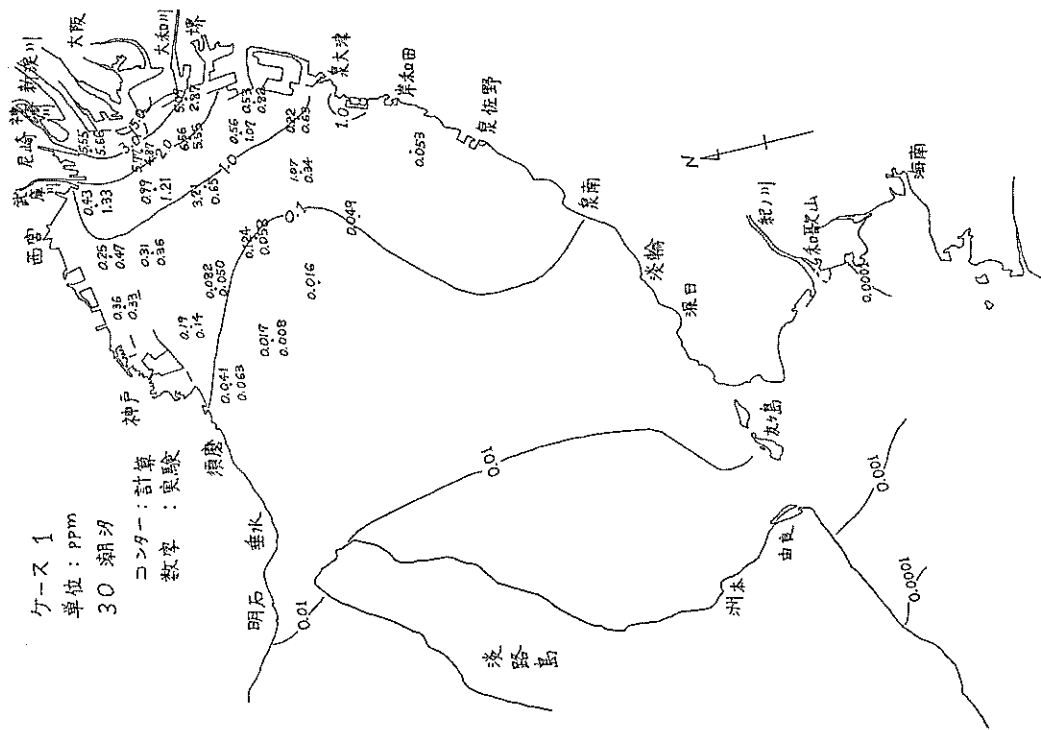


図-27(1) 濃度分布図 (計算と実験値, 30潮汐, ケース1)

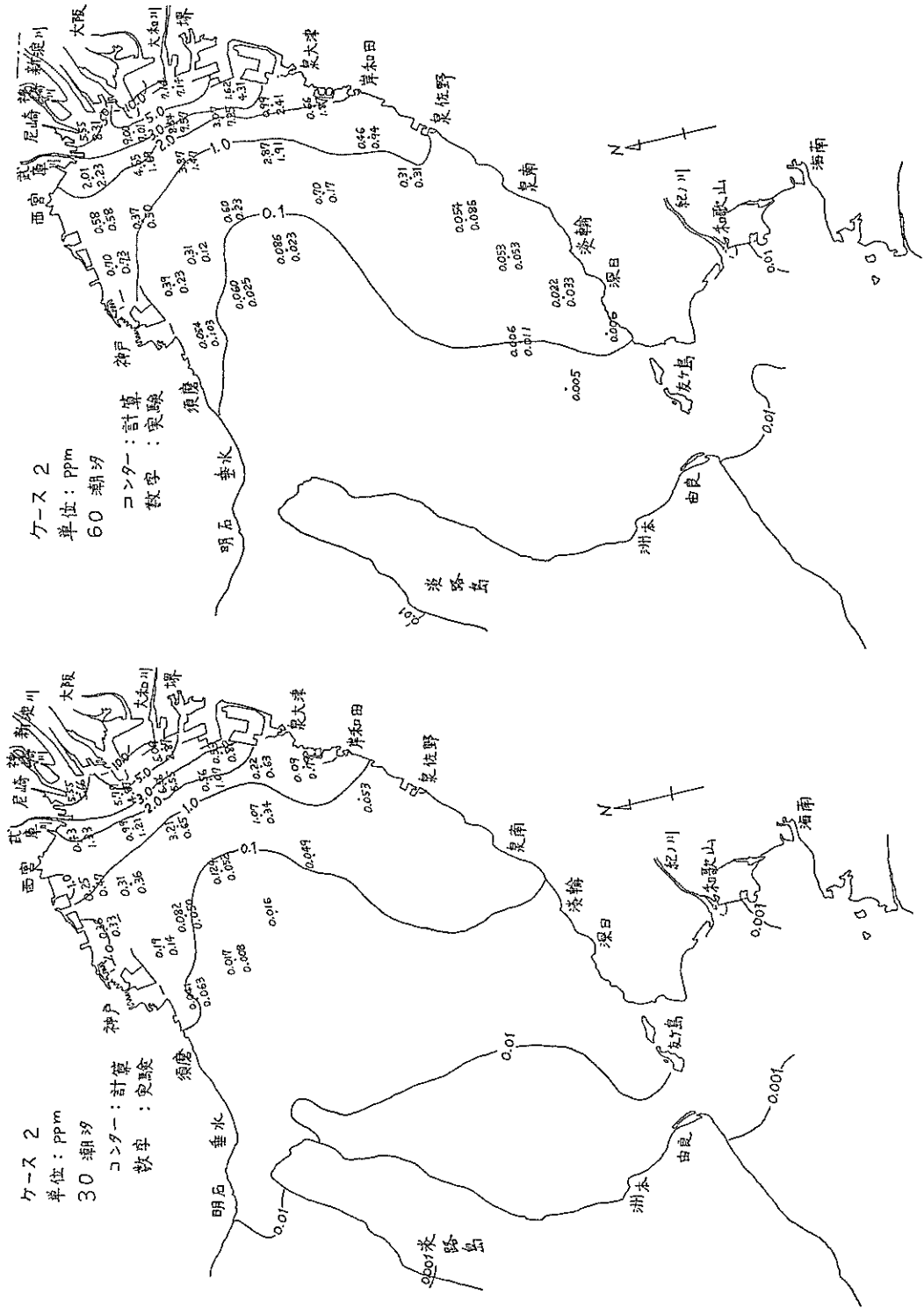


図-28(2) 濃度分布図 (計算と実験値, 60潮汐, ケース2)

図-28(1) 濃度分布図 (計算と実験値, 30潮汐, ケース2)

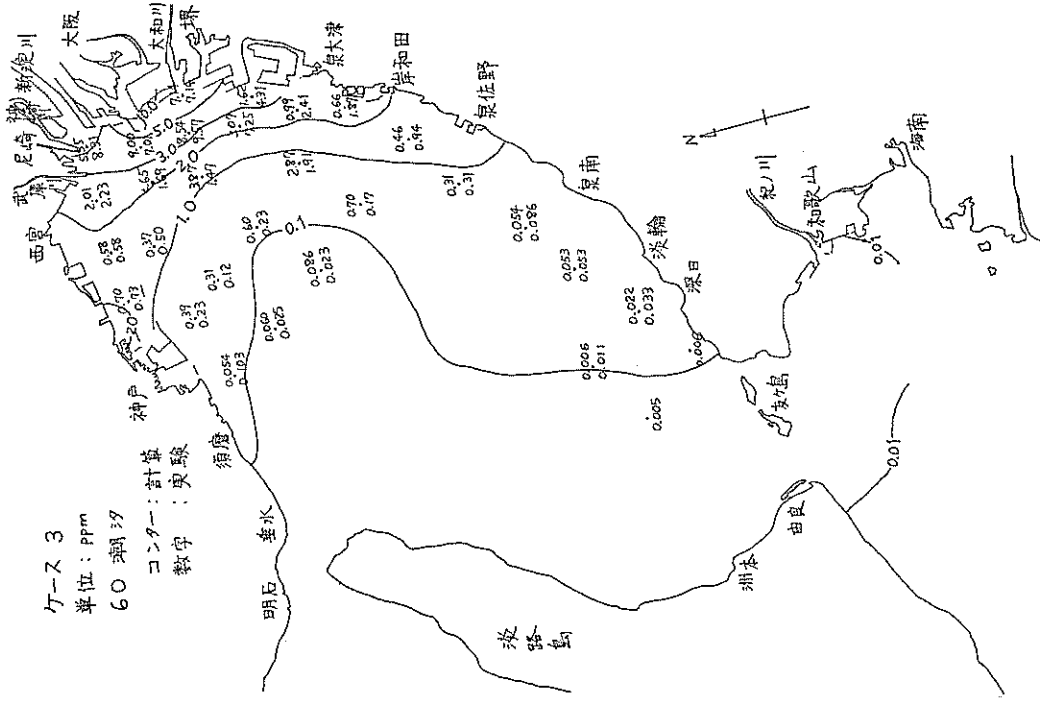


図-29(2) 濃度分布図 (計算と実験値, 60潮時, ケース3)

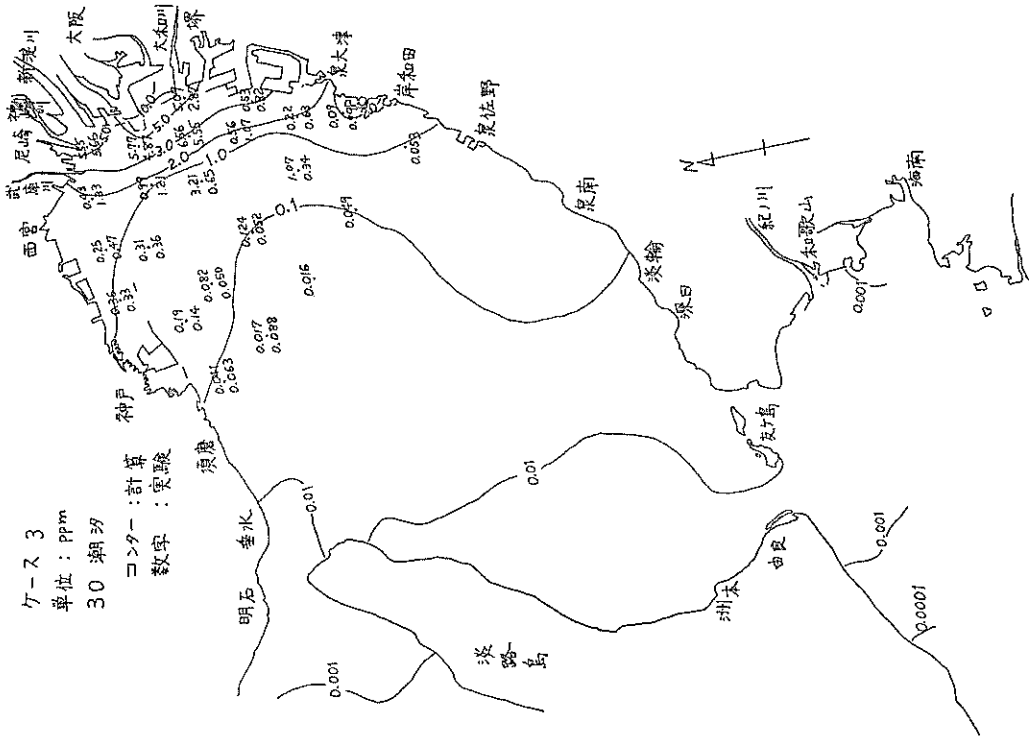


図-29(1) 濃度分布図 (計算と実験値, 30潮時, ケース3)

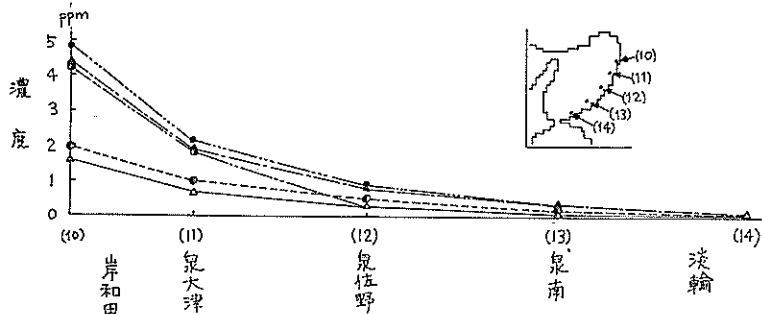
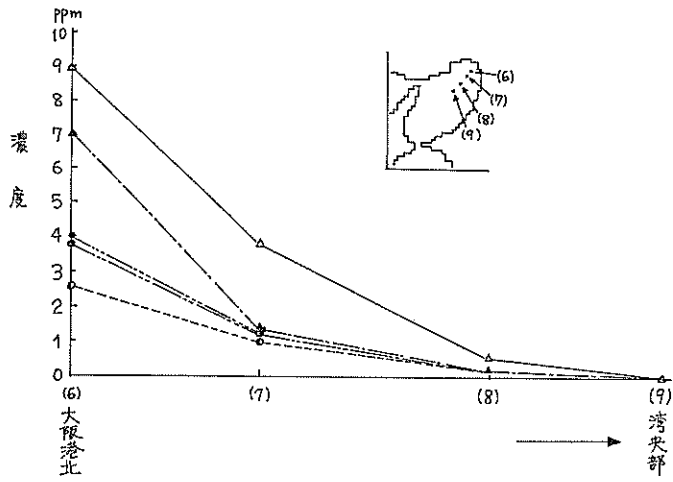
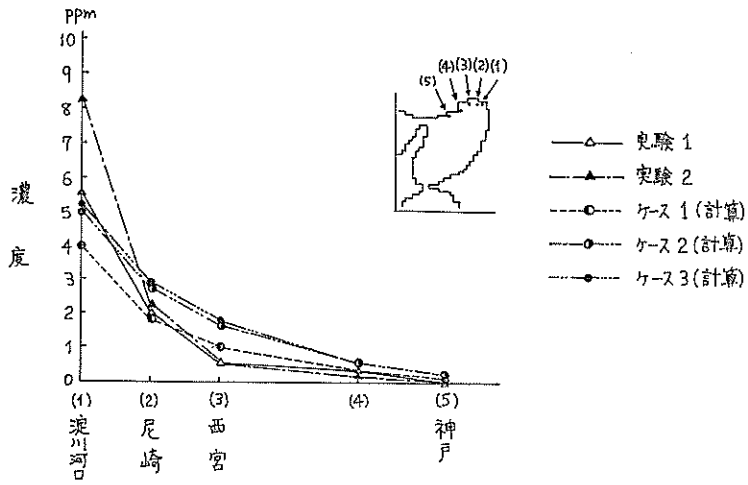


図-30 代表地点での濃度比較図 (計算と実験値, 60潮汐)

ADI 法による潮流と汚染拡散の数値計算

0.001 ppm 以上の濃度は大阪湾内に限定されるのに対し、計算では、いずれの場合も、計算領域全体を覆ってしまう。すなわち、計算の方が実験の場合よりも拡散速度の速いことが判る。図-30 は代表地点における60潮汐最干潮時付近の濃度分布を実験値と計算とについて示したものであり、各図の横軸に付されている場所(又は番号)は同図右肩に示された位置番号に対応している。図-30 において、沿岸部領域での拡散は計算の方が実験の場合よりも早く、とくに淀川河口から神戸にかけての領域で顕著である。これに反し、大阪港前面を通り湾の長軸方向に沿う領域(図-30 中央)では逆に模型実験の方が計

算の場合よりも高濃度となる。すなわち、模型実験の方が計算の場合よりも高濃度領域の範囲が広い。このことは、河川流量および COD を与える場合に、実験ではある初速度をもって与えているが、計算では、初速度0で与えているため、河川流による湾軸方向に沿う潮流の恒流成分の再生法に問題点を残しているものと考えられる。計算例3ケースのうち、ケース1は、他の2ケースに較べて拡散速度が速いため、実験値とのずれは最大である。ケース2、ケース3は前述のように、60潮汐目ではほぼ同様の濃度分布を示し、ケース1より実験値に近いといえるが細かい数値についてはそれ程よい一致とは

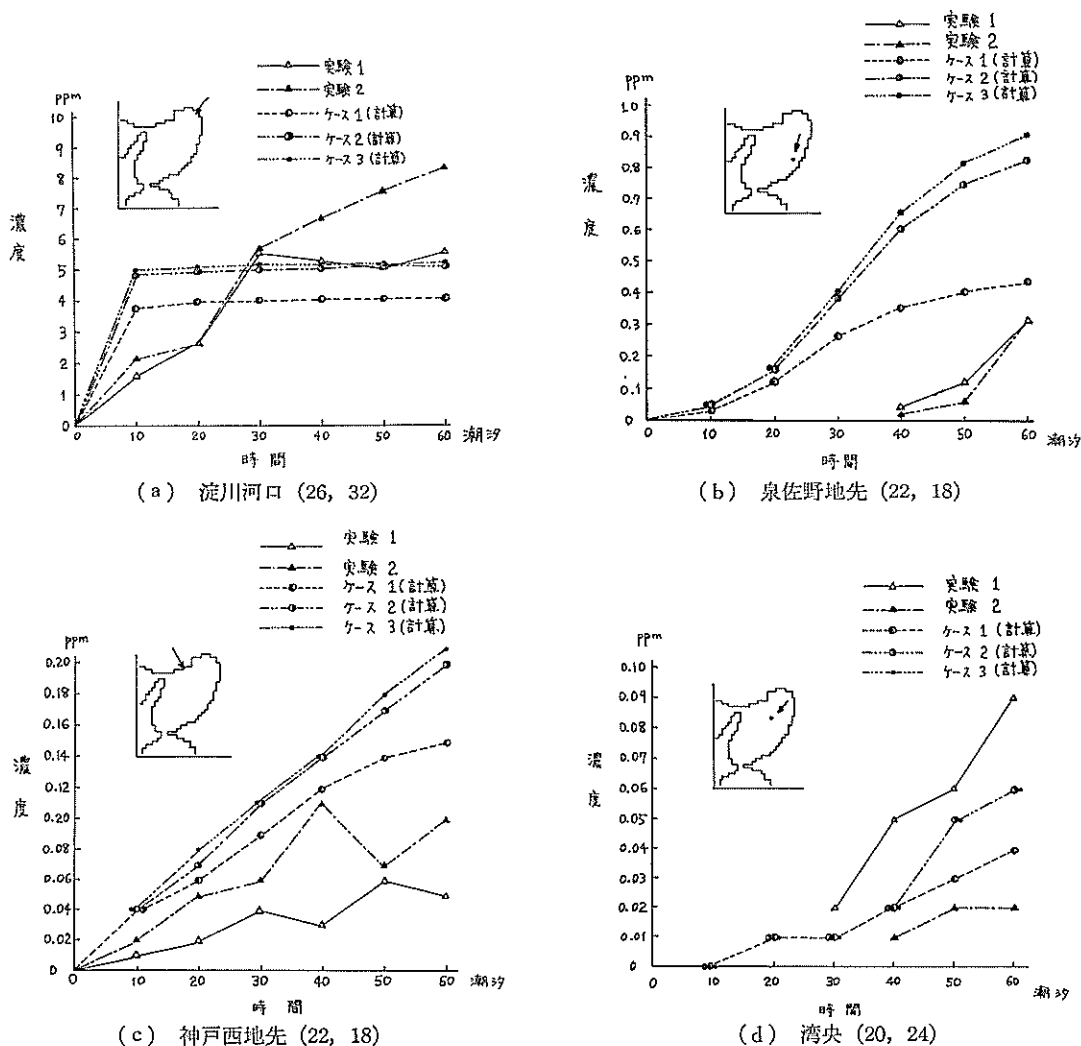


図-31 代表地点での濃度変化図(計算と実験)

いえない。この不一致は拡散係数の補正によってある程度までは実験値に近づけることが可能であろうが、本質的な解決にはならない。根本的には潮流の再現性なお問題があるものと思われる。すなわち、潮汐、潮流を問題にしている場合には、実験、現地実測例ともよく一致したが、拡散計算では、潮汐計算結果の潮位、潮流のデータを繰返し用いて計算するため、これらのデータが実験のそれらとわずかの差異しかなくても、拡散計算の過程でこれらの誤差が累積して、60潮汐間には上述のような結果として現われるものと考えられる。いかえれば、潮流計算結果は、潮汐、潮汐等の再現性は満足すべきものであったが、この結果を用いて拡散計算のデータにするにはなお精度的に問題があったということである。これを改めるためには、数値モデルの再検討、計算における河川流量の入力法の改善といったことからもう一度ふり返ってみる必要がある。同時に、模型実験においても、実験法、再現性、試料水のサンプリング法、解析法について再検討する余地がある。

最後に、現地汚染状況との対応であるが、本報告では、水理模型実験と数値計算結果との比較を主体とし、保存系物質が潮汐作用と河川流のみにより単一層を拡散する過程を追跡したものであり、現実の複雑な汚染機構がかなり単純化されている。さらに、図-31 より明らかなように、代表地点における濃度の時間変化は、模型においても計算においても、淀川河口等の湾奥部汚染源近傍を除いて、60潮汐時でもなお上昇過程にあるため、追跡時間にも不足がある。このため、現況との対比という点では、潮流計算の場合と異なり、直接の比較はできない。

図-32 はこれまでに得られた水質調査の一例⁹⁾であるが、同図より明らかなように COD 分布は季節的变化が著しく、春から夏にかけては東高西低型の濃度分布を呈

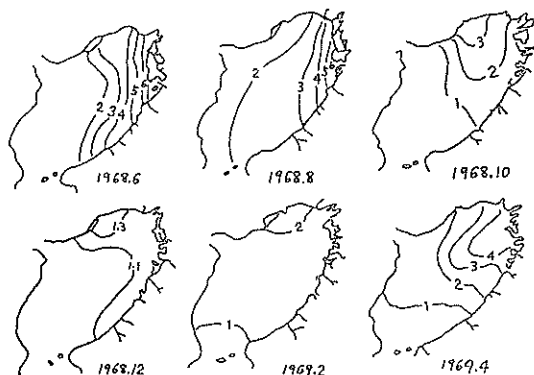


図-32 COD 分布図 (実測)

し、秋から冬にかけては湾全体の濃度が一様化する傾向がみられる。計算結果は夏型の分布パターンに類似している。

10. ま と め

ADI 法による大阪湾の潮流と汚濁拡散の数値計算結果と、それらの模型実験結果、現地実測資料との対比からつぎの諸点が明らかになった。

潮流計算において

- (1) 計算安定までに要するサイクルタイムは3~4潮汐(本計算の場合)である。
- (2) 本計算法では、タイムステップに関する制約は極めて緩く、他の計算法より大きい時間間隔がとれる。計算結果から判断すれば、式(57)で表わされる制約条件で $\alpha=1.5$ 位が適当である。
- (3) 粗度係数については、特に不都合な条件(流速分布の特異性)が加わらない限り、水深効果を考慮した式(59)で十分表示できる。
- (4) コリオリ力は、沖ノ瀬付近の環流の右廻り成分を若干強める程度であり、湾全体的には効果は小さい。したがって、大阪湾程度の規模の水理模型実験では、コリオリ力を無視しても流れに対する影響は極めて小さい。
- (5) 本計算にとり入れた河川流の投入方法では湾内の潮位、潮流に及ぼす影響は微小であったが、模型実験の場合と比較すれば河川流入点付近での流れ(恒流)に若干差異があるようで、これが拡散計算の結果に響くものと考えられる。このため、河川流入方式について改良点を見出す必要がある。

拡散計算において、

- (6) 拡散係数 $10^{-2} \sim 10^{-1} \text{ m}^2/\text{sec}$ の範囲では拡散係数の差による濃度分布の差異は湾奥の汚染源近傍に限られ、他の水域はほぼ同様の分布パターンとなる。拡散係数が $1 \text{ m}^2/\text{sec}$ 以下では、本例に限り、移流分散よりも潮流の平均流による輸送が卓越し、拡散係数の影響は極めて小さい。
 - (7) 拡散計算では、潮流データが結果に重大な影響を及ぼすので、潮流データのチェックに十分注意する必要がある。
- 模型実験結果(又は現地実測値等)との対比による計算結果の再現性について、
- (8) 潮流計算では、潮位、遅角(これらは潮汐調和定数との比較のみにおいて)、潮流の流向、流速、お

よび恒流の流向、流速とも模型実験、現地実測値等とよく対応し、満足できる結果である。

- (9) 拡散計算では、濃度分布のパターンは模型実験のそれとよく類似しているが、濃度的には、湾の長軸方向に沿う拡散が模型実験に較べて遅れる以外は、一般に、計算の方が模型実験の場合よりも拡散速度が早い。この不一致は、拡散係数の影響というよりは、むしろ、潮流計算から得られたデータが拡散計算用としては精度的になお不充分であるためと推測される。
- (10) 拡散計算ではモデルが極めて単純化されているため、計算結果をそのまま現地実測値と対応させるということは、模型実験の場合と同様、不可能である。

11. あとがき

大阪湾の潮流と汚濁拡散に関する数値計算から、計算の安定性や、水理模型実験では困難なコリオリ力、粗度係数、拡散係数の効果に対する検討、および模型実験、実測値との対比から、数値計算結果の再現性の評価を試みたが、当初の目的は必ずしも果し得ず、その多くは未解決のうちに終結した。この最大の原因は、潮流や汚染拡散現象という極めて複雑な機構に対してあまりにも単純化された数値モデルのあてはめに限界があるためである。さらに、本報告で扱ったこの種の数値計算は筆者らにとっては初めての経験であり、計算時間の都合も加わって当初の実施計画をかなり縮小せざるを得なかったためと考える。いまやこの種の数値モデルは、完全三次元流れで、吹送流、湧昇流、温度密度流等の計算も理論的には可能であり、また、拡散計算でも、生物化学的作用を考慮した三次元拡散で生態系に及ぼす影響予測まで要求される時代となっている。この種の計算の開発に対する要請は今後益々増大すると思われるので、水理模型実験と併行しつつ、これまでの問題点をさらに追求め、汎用性のある水質予測モデルを開発してゆく予定である。

最後にあたり、模型実験は運輸省航空局および同省港湾局第三港湾建設局の委託により実施したもので、資料の収集、調査には、上記の他大阪府、兵庫県、和歌山県の関係事務所の方々の熱心な協力を得た。また、本研究の遂行に当っては、当港湾技術研究所海洋水理部長佐藤昭二博士から幾つかの有益な助言をいただいた。さらに、本報告書の資料整理及び図面の作成には、当港湾技術研究所海洋水理部海水汚染水理研究室亀山豊、入尾野幸雄両技官が援助した。これらの諸氏に厚く感謝する次

第である。なお、本計算には、当港湾技術研究所所有の電子計算機 (TOSBAC-3400)、および、一部の図面作成には、同所所有のドラフター (東洋電機製) を使用したことを付記する。
(1974年12月12日受付)

参考文献

- 海上保安庁：大阪湾潮流図，海図第6201号，昭和44年5月刊行
- 運輸省第三港湾建設局：昭和46年度大阪湾潮流観測報告書，昭和46年12月
- 大阪府，兵庫県：大阪湾環境調査結果報告書，昭和44年
- 環境庁水質保全局：瀬戸内海水質汚濁総合調査，昭和48年
- 金子安雄・堀江毅・村上和男他：大阪湾の潮流と物質拡散に関する模型実験，港湾技術研究所報告，第12巻第3号，昭和48年9月
- 運輸省第三港湾建設局：大阪湾潮流高潮計算報告書，昭和46年6月
- 運輸省第三港湾建設局：大阪湾における汚染物質の拡散計算報告書，昭和46年9月
- Dronker, J.J.: Tidal computations in shallow water, Proc. A.S.C.E., Hy6, Vol. 81, June, 1955
- Miyasaki, M., T. Ueno and S. Unoki: Theoretical investigations of typhoon surges along the Japanese coast. (I), Oceanogr. Mag., 13 (1); (II) Oceanogr. Mag. 13(2), 1961~1962
- 宇野木早苗・磯崎一郎：高潮の数値実験による二、三の結果について，第9回海岸工学講演会講演集，1962
- Pritchard, D.W.: The equations of mass continuity and salt continuity in estuaries, Journl. of Marine Research, 1958
- Crank, J.: The Mathematics of Diffusion, Oxford, 1955
- 海洋物理 I，海洋科学基礎講座，東海大学出版会，1970
- Brooks, N.H.: Diffusion of sewage effluent in an ocean current, Proc. of 1st International Conference on Waste Disposal in the Marine Environment, Pergamon Press, 1959
- Ketchum, B.H.: The flushing of tidal estuaries, Sewage and Industrial Wastes, Journal, Vol. 23, Feb. 1951
- Stommel, H.: Computation of pollution in a vertically mixed estuary, Sewage and Industrial Waste, Journal, Vol. 25, Sept. 1953
- Kent, R.E.: Turbulent diffusion in a sectionally homogeneous estuary, Tech. Rep. 16, Chesapeake Bay Institute, The Johns Hopkins University, April 1958
- Dobbins, W.E.: Diffusion and mixing, Boston

- Society of Civil Engineers, 1963
- 19) O'Connor, D.J.: Oxygen balance of an estuary, Transactions of ASCE, Vol. 126, Part 3, 1961
 - 20) Harleman, D.R.F. And L.C. Hall: Numerical studies of unsteady dispersion in estuaries, Proc. of ASCE, Vol. 94, SA5, 1968
 - 21) Bella, D.A. and W.J. Grenney: Finite-difference convection errors, Proc. of ASCE, SA6, Dec. 1970
 - 22) たとえば, Leendertse, J.J.: A water-quality simulation model for well-mixed estuaries and coastal sea, Vol. 2, Rand Corporation, 1971
 - 23) Fischer, H.B.: A method for predicting pollutant transport in tidal waters, Water Resource Center, Contribution No. 132, Univ. of California, March 1970
 - 24) 堀口孝男: 非保存系物質の数値解法について, 第19回海岸工学講演会論文集 [1972], 土木学会, 昭和47年11月
 - 25) 村上 健: 非定常拡散方程式の計算方法, 同上
 - 26) 坂井藤一・河合三四郎: 有限要素法による表面波の数値解析, 日本鋼構造協会第7回大会研究集会マトリックス構造解析法研究発表論文集, 昭和48年6月
 - 27) Liggett, J.A.: Cell method for computing lake circulation, Proc. of ASCE, HY3, March 1970
 - 28) Suginoara, N.: Onset of coastal upwelling in a two-layer ocean by wind stress with longshore variation, Journal of the Oceanogr. Soc. of Japan, Vol. 30, 1974
 - 29) 海上保安庁: 大阪湾潮流図, 海図第6201号, 昭和44年5月
 - 30) Taylor, G.I.: The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe, Proc. Roy. Soc. London, A, 223, 1954
 - 31) Elder, J.W.: The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow, Journ. Fluid. Mech., Vol. 5, 1959
 - 32) 江村富男・鬼塚正光・太田一之: 水理模型実験による隴水拡散の研究(2)—東京湾の流況についての二, 三の考察一, 第16回海岸工学講演会講演集, 土木学会, 昭和44年12月
 - 33) 山田紀男: 大阪湾の潮流と流程図について, 水路要報第92号, 昭和46年
 - 34) 大阪府: 大阪府水産試験場報告, 昭和46年6月

付 録

本項は、本数値モデルを理解する上において特に重要と思われる式や取扱ひ法を、Leendertse, J.J.²²⁾ に従って、詳述したものである。

付録 1. 連続方程式, 運動方程式の二次元化 (Leendertse, J.J.²²⁾ より)

海底 ($z=-h$) および海面 ($z=\zeta$) の式より

$$z=-h(x, y) \quad (A-1)$$

$$z=\zeta(x, y, t) \quad (A-2)$$

式 (A-1) を時間 t で全微分して,

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{\partial h}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} - \frac{\partial h}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} \quad \text{at } z=-h$$

$$\therefore w = -u \frac{\partial h}{\partial x} - v \frac{\partial h}{\partial y} \quad \text{at } z=-h$$

$$\therefore w(-h) = -u(-h) \frac{\partial h}{\partial x} - v(-h) \frac{\partial h}{\partial y} \quad (A-3)$$

同様に式 (A-2) を時間 t で全微分して,

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \frac{dy}{dt} \quad \text{at } z=\zeta$$

$$\therefore w = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} \quad \text{at } z=\zeta$$

$$\therefore w(\zeta) = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u(\zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v(\zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial y} \quad (A-4)$$

つぎに、連続方程式 (4) を全水深 $-h \leq z \leq \zeta$ にわたって積分する。すなわち,

$$\int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial u}{\partial x} dz + \int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial v}{\partial y} dz + \int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial w}{\partial z} dz = 0 \quad (A-5)$$

式 (A-5) 第 1 項において部分積分に関するライプニッツの公式,

$$\int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial [f(x, y, z, t)]}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} f(x, y, z, t) dz - f(x, y, \zeta, t) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + f(x, y, (-h), t) \frac{\partial (-h)}{\partial x} \quad (A-6)$$

を利用すれば,

$$\int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial u}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} u dz - u(\zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial x} - u(-h) \frac{\partial h}{\partial y} \quad (A-7)$$

となる。同様に、第 2 項についても,

$$\int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial v}{\partial y} dz = \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\zeta} v dz - v(\zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial y} - v(-h) \frac{\partial h}{\partial y} \quad (A-8)$$

となる。第 3 項は直接積分できて,

$$\int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial w}{\partial z} dz = w(\zeta) - w(-h) \quad (A-9)$$

したがって式 (A-7), (A-8), (A-9), (A-3), および (A-4) より、連続方程式 (4) はつぎのように変形される。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\zeta} v dz = 0 \quad (A-10)$$

運動方程式 (5), (6) についても全く同様にして,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\zeta} u dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} u^2 dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\zeta} (uv) dz \\ & - f \int_{-h}^{\zeta} v dz + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} (\zeta + h) - \frac{1}{\rho} [\tau_x(\zeta) - \tau_x(-h)] = 0 \quad (\text{無視}) \end{aligned} \quad (A-11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\zeta} v dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} uv dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\zeta} v^2 dz \\ & + f \int_{-h}^{\zeta} u dz + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} (\zeta + h) - \frac{1}{\rho} [\tau_y(\zeta) - \tau_y(-y)] = 0 \quad (\text{無視}) \end{aligned} \quad (A-12)$$

ここに、 $\tau_x(\zeta)$ ($\tau_y(\zeta)$), $\tau_x(-h)$ ($\tau_y(-h)$) はそれぞれ海面および海底において x (y) 軸方向の運動に作用するせん断力で、一般に前者は風応力、後者は海底摩擦と考える。潮流計算では普通 $\tau_x(\zeta)=0$, $\tau_y(\zeta)=0$ として取扱われる。

つぎに式 (A-10), (A-11) および (A-12) の積分記号を除くため、断面平均流速 U, V を次式で定義する。

$$U = \frac{1}{\zeta + h} \int_{-h}^{\zeta} u dz \quad (A-13)$$

$$V = \frac{1}{\zeta + h} \int_{-h}^{\zeta} v dz \quad (A-14)$$

さらに,

$$u(z) = U[1 + u'(z)] \quad (A-15)$$

$$v(z) = V[1 + v'(z)] \quad (A-16)$$

を定義し、近似的に

$$\int_{-h}^{\zeta} [1 + u'(z) \cdot u'(z)] dz \doteq \int_{-h}^{\zeta} dz = \zeta + h \quad (A-17)$$

$$\int_{-h}^{\zeta} [1 + u'(z) \cdot v'(z)] dz \doteq \int_{-h}^{\zeta} dz = \zeta + h \quad (A-18)$$

$$\int_{-h}^{\zeta} [1 + v'(z) \cdot v'(z)] dz \doteq \int_{-h}^{\zeta} dz = \zeta + h \quad (A-19)$$

と表わせれば、連続方程式 (A-10), および運動方程式 (A-11), (A-12) はそれぞれつぎのように変形される。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(\zeta + h)U] + \frac{\partial}{\partial y} [(\zeta + h)V] = 0 \quad (A-20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [(\zeta + h)U] + \frac{\partial}{\partial x} [(\zeta + h)U^2] + \frac{\partial}{\partial y} [(\zeta + h)UV]$$

$$+ f(\zeta + h)V + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} (\zeta + h) + \frac{1}{\rho} \tau_x(-h) = 0$$

$$(A-21)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}[(\zeta+h)V] + \frac{\partial}{\partial x}[(\zeta+h)UV] + \frac{\partial}{\partial y}[(\zeta+h)V^2] \\ & + f(\zeta+h)U + g\frac{\partial\zeta}{\partial y}(\zeta+h) + \frac{1}{\rho}\tau_y(-h) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A-22})$$

式 (A-21), (A-22) は (A-20) を代入することにより,

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} - fV + g\frac{\partial\zeta}{\partial x} + \frac{\tau_x(-h)}{\rho(\zeta+h)} = 0 \quad (\text{A-23})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U\frac{\partial V}{\partial x} + V\frac{\partial V}{\partial y} + fU + g\frac{\partial\zeta}{\partial y} + \frac{\tau_y(-h)}{\rho(\zeta+h)} = 0 \quad (\text{A-24})$$

となる。

一方, 海底摩擦応力 $\tau_x(-h)$, $\tau_y(-h)$ が

$$\tau_x(-h) = \rho \frac{g}{C^2} U \sqrt{U^2 + V^2} \quad (\text{A-25})$$

$$\tau_y(-h) = \rho \frac{g}{C^2} V \sqrt{U^2 + V^2} \quad (\text{A-26})$$

ここに, C は Chezy 係数 ($C=(1/n)h^{1/6}$)

で表わせるものとすれば, 式 (A-23), (A-24) は

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} - fV + g\frac{\partial\zeta}{\partial x} + \frac{gU\sqrt{U^2+V^2}}{(\zeta+h)C^2} = 0 \quad (\text{A-27})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U\frac{\partial V}{\partial x} + V\frac{\partial V}{\partial y} + fU + g\frac{\partial\zeta}{\partial y} + \frac{gV\sqrt{U^2+V^2}}{(\zeta+h)C^2} = 0 \quad (\text{A-28})$$

となる。ここで, 便宜上, $U \rightarrow u$, $V \rightarrow v$ と書換えれば, 式 (A-20), (A-27) および (A-28) は式 (11), (12) および (13) となる。

付録 2. 拡散基礎式の誘導

連続運動による乱流拡散過程で乱流における平均値と変動量をつぎのように定義する。

$$\left. \begin{aligned} p &= \bar{p} + p' \\ u &= \bar{u} + u' \\ v &= \bar{v} + v' \\ w &= \bar{w} + w' \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-29})$$

式 (A-29) を式 (14) に代入し, 平均流に関する式で表わすと,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\bar{p} + \bar{p}')}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(\bar{u} + u')(\bar{p} + \bar{p}')] \\ & + \frac{\partial}{\partial y}[(\bar{v} + v')(\bar{p} + \bar{p}')] + \frac{\partial}{\partial z}[(\bar{w} + w)(\bar{p} + \bar{p}')] \\ & = 0 \end{aligned}$$

すなわち,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{p})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{p})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w}\bar{p})}{\partial z} \\ & = -\frac{\partial}{\partial x}(\overline{u'p'}) - \frac{\partial}{\partial y}(\overline{v'p'}) - \frac{\partial}{\partial z}(\overline{w'p'}) \end{aligned} \quad (\text{A-30})$$

となる。ここで Fick の法則に類似して,

$$\left. \begin{aligned} -\overline{u'p'} &= D_x \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \\ -\overline{v'p'} &= D_y \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \\ -\overline{w'p'} &= D_z \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-31})$$

ここに, D_x, D_y, D_z は x, y, z 方向の乱流拡散係数を導入し, $\bar{p} \rightarrow p$, $\bar{u} \rightarrow u$, $\bar{v} \rightarrow v$, $\bar{w} \rightarrow w$ と表示を改めば式 (A-30) より式 (15) が得られる。

付録 3. 拡散基礎式の二次元化 (Leendertse, J.J.²³) より

式 (15) を z 軸方向に積分して式の二次元化をはかると,

$$\begin{aligned} & \int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial p}{\partial t} dz + \int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial(u p)}{\partial x} dz + \int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial(v p)}{\partial y} dz \\ & + \int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial(w p)}{\partial z} dz = \int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial p}{\partial x} \right) dz + \int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial y} \\ & \times \left(D_y \frac{\partial p}{\partial y} \right) dz + \int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial p}{\partial z} \right) dz \end{aligned} \quad (\text{A-32})$$

すなわち,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\zeta} p dz - p(\zeta) \frac{\partial\zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} (u p) dz - u(\zeta) p(\zeta) \frac{\partial\zeta}{\partial x} \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\zeta} (v p) dz - v(\zeta) p(\zeta) \frac{\partial\zeta}{\partial y} + w(\zeta) p(\zeta) \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} \left(D_x \frac{\partial p}{\partial x} \right) dz - \left[D_x \frac{\partial p}{\partial x} \right]_{z=\zeta} \frac{\partial\zeta}{\partial x} \\ & - \left[D_x \frac{\partial p}{\partial x} \right]_{z=-h} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\zeta} \left(D_y \frac{\partial p}{\partial y} \right) dz \\ & - \left[D_y \frac{\partial p}{\partial y} \right]_{z=\zeta} \frac{\partial\zeta}{\partial y} - \left[D_y \frac{\partial p}{\partial y} \right]_{z=-h} \frac{\partial h}{\partial y} \\ & + \left[D_z \frac{\partial p}{\partial z} \right]_{z=\zeta} - \left[D_z \frac{\partial p}{\partial z} \right]_{z=-h} \end{aligned} \quad (\text{A-33})$$

となる。さらに, 式 (A-33) に式 (A-4) および

$$\begin{aligned} \left[D_x \frac{\partial p}{\partial x} \right]_{z=\zeta} &= \left[D_x \frac{\partial p}{\partial x} \right]_{z=\zeta} \cdot \frac{\partial\zeta}{\partial x} + \left[D_y \frac{\partial p}{\partial y} \right]_{z=\zeta} \cdot \frac{\partial\zeta}{\partial y} \\ \left[D_x \frac{\partial p}{\partial x} \right]_{z=-h} &= \left[D_x \frac{\partial p}{\partial x} \right]_{z=-h} \cdot \frac{\partial(-h)}{\partial x} \\ & + \left[D_y \frac{\partial p}{\partial y} \right]_{z=-h} \cdot \frac{\partial(-h)}{\partial y} \end{aligned}$$

の関係式を代入すれば,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\zeta} p dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} (up) dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\zeta} (vp) dz \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} \left(D_x \frac{\partial p}{\partial x} \right) dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\zeta} \left(D_y \frac{\partial p}{\partial y} \right) dz \end{aligned} \quad (\text{A-34})$$

が得られる。式 (A-34) において, p についても u, v に関する式 (A-13), (A-14) と同様に,

$$P = \frac{1}{\zeta+h} \int_{-h}^{\zeta} p dz \quad (\text{A-35})$$

を定義すれば

$$\begin{aligned} & \frac{\partial[(\zeta+h)P]}{\partial t} + \frac{\partial[(\zeta+h)UP]}{\partial x} + \frac{\partial[(\zeta+h)VP]}{\partial y} \\ &= \frac{\partial[(\zeta+h)K_x \frac{\partial P}{\partial x}]}{\partial x} + \frac{\partial[(\zeta+h)K_y \frac{\partial P}{\partial y}]}{\partial y} \end{aligned} \quad (\text{A-36})$$

ここに, K_x, K_y は, 乱流拡散係数, および, 流れの鉛直分布による移流拡散係数との和で表わされる見かけ上の拡散係数

が得られる。さらに, 便宜的に $P \rightarrow p, U \rightarrow u, V \rightarrow v$ と書改めれば式 (16) となる。

付録 4. 連続方程式, 運動方程式の差分式の誘導 (Leendertse, J.J.²²⁾ より)

式 (18) より,

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \frac{dt}{dS} [(\bar{h}^y + \bar{\zeta}^x) u^{(k+(1/2))}]_{i-(1/2)} + \zeta_i^{(k+(1/2))} \\ & + \frac{1}{2} \frac{dt}{dS} [(\bar{h}^y + \bar{\zeta}^x) u^{(k+(1/2))}]_{i+(1/2)} = A_i^{(k)} \end{aligned} \quad (\text{A-37})$$

式 (17) より,

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \frac{dt}{dS} g \zeta_i^{(k+(1/2))} + \left\{ 1 + \frac{1}{2} dt \left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle_{i+(1/2)}^{(k)} \right\} \\ & \times u_{i+(1/2)}^{(k+(1/2))} + \frac{1}{2} \frac{dt}{dS} g \zeta_{i+1}^{(k+(1/2))} = B_{i+1}^{(k)} \end{aligned} \quad (\text{A-38})$$

を得る。ここに,

$$A_i^{(k)} = \zeta_i^{(k)} - \frac{1}{2} \frac{dt}{dS} [(\bar{h}^x + \bar{\zeta}^y) v]_i^{(k)} \quad \text{at } (i, j) \quad (\text{A-39})$$

$$\begin{aligned} B_{i+1}^{(k)} &= u^{(k)} + \frac{1}{2} dt f \bar{v}^{(k)} - \frac{1}{2} dt \bar{v}^{(k)} \left\langle \frac{\partial u}{\partial y} \right\rangle^{(k)} \\ & - \frac{1}{2} dt g u^{(k)} \frac{\sqrt{(u^{(k)})^2 + (\bar{v}^{(k)})^2}}{(\bar{h}^y + \bar{\zeta}^x)^{(k)} (\bar{C}^x)^2} \\ & = u^{(k)} + \frac{1}{2} dt \left\{ f \bar{v}^{(k)} - \bar{v}^{(k)} \right\} \frac{1}{2dS} (u_{i+1}^{(k)})_{(1/2), j+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -u_{i+(1/2), (j-1)}^{(k)} - g u^{(k)} \frac{\sqrt{(u^{(k)})^2 + (\bar{v}^{(k)})^2}}{(\bar{h}^y + \bar{\zeta}^x)^{(k)} (\bar{C}^x)^2} \\ & \quad \text{at } \left(i + \frac{1}{2}, j \right) \end{aligned} \quad (\text{A-40})$$

式 (A-37) において,

$$r_{i-(1/2)} = \frac{1}{2} \frac{dt}{dS} [\bar{h}^y + \bar{\zeta}^x]_{i-(1/2)}$$

$$r_{i+(1/2)} = \frac{1}{2} \frac{dt}{dS} [\bar{h}^y + \bar{\zeta}^x]_{i+(1/2)}$$

とおけば,

$$\begin{aligned} & -r_{i-(1/2)} u_i^{(k+(1/2))} + \zeta_i^{(k+(1/2))} + r_{i+(1/2)} u_{i+(1/2)}^{(k+(1/2))} \\ & = A_i^{(k)} \end{aligned} \quad (\text{A-41})$$

となる。さらに,

$$r_i = r_{i+1} = \frac{1}{2} \frac{dt}{dS} g$$

$$r'_{i+(1/2)} = 1 + \frac{dt}{2} \left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle_{i+(1/2)}^{(k)}$$

$$= 1 + \frac{dt}{2dS} (u_{i+(3/2), j}^{(k)} - u_{i-(1/2), j}^{(k)})$$

とおけば式 (A-38) は,

$$\begin{aligned} & -r_i \zeta_i^{(k+(1/2))} + r'_{i+(1/2)} u_{i+(1/2)}^{(k+(1/2))} \\ & + r_{i+1} \zeta_{i+1}^{(k+(1/2))} = B_{i+1}^{(k)} \end{aligned} \quad (\text{A-42})$$

となる。

ここで式 (A-41) より,

$$\begin{aligned} \zeta_i^{(k+(1/2))} &= -r_{i+(1/2)} u_{i+(1/2)}^{(k+(1/2))} + A_i^{(k)} \\ & + r_{i-(1/2)} u_{i-(1/2)}^{(k+(1/2))} \end{aligned} \quad (\text{A-43})$$

であるから,

$$P_i = r_{i+(1/2)}$$

$$Q_i = A_i^{(k)} + r_{i-(1/2)} u_{i-(1/2)}^{(k+(1/2))}$$

とおけば式 (A-43) は,

$$\zeta_i^{(k+(1/2))} = -P_i u_{i+(1/2)}^{(k+(1/2))} + Q_i \quad (\text{A-44})$$

式 (A-44) を (A-42) に代入して,

$$\begin{aligned} & -r_i (-P_i u_{i+(1/2)}^{(k+(1/2))} + Q_i) + r'_{i+(1/2)} u_{i+(1/2)}^{(k+(1/2))} \\ & + r_{i+1} \zeta_{i+1}^{(k+(1/2))} = B_{i+1}^{(k)} \end{aligned}$$

すなわち,

$$\begin{aligned} u_{i+(1/2)}^{(k+(1/2))} &= -\frac{r_{i+1}}{r'_{i+(1/2)} + r_i P_i} \zeta_{i+1}^{(k+(1/2))} \\ & + \frac{B_{i+1}^{(k)} + r_i Q_i}{r_i P_i + r'_{i+(1/2)}} \end{aligned} \quad (\text{A-45})$$

を得る。ここで,

$$R_i = \frac{r_{i+1}}{r'_{i+(1/2)} + r_i P_i}$$

$$S_i = \frac{B_{i+1}^{(k)} + r_i Q_i}{r'_{i+(1/2)} + r_i P_i}$$

とおけば, 式 (A-45) は,

$$u_{i+(1/2)}^{(k+(1/2))} = -R_i \zeta_{i+1}^{(k+(1/2))} + S_i \quad (\text{A-46})$$

となる。つぎに式 (A-41) において $i \rightarrow i+1$ とおけば、

$$\begin{aligned} & -r_{i+(1/2)}u_{i+(1/2)}^{(k+(1/2))} + \zeta_{i+1}^{(k+(1/2))} \\ & + r_{i+(3/2)}u_{i+(3/2)}^{(k+(1/2))} = A_{i+1}^{(k)} \end{aligned} \quad (A-47)$$

式 (A-47) に (A-46) を代入して、

$$\begin{aligned} & -r_{i+(1/2)}(-R_i \zeta_{i+1}^{(k+(1/2))} + S_i) + \zeta_{i+1}^{(k+(1/2))} \\ & + r_{i+(3/2)}u_{i+(3/2)}^{(k+(1/2))} = A_{i+1}^{(k)} \end{aligned}$$

すなわち、

$$\zeta_{i+1}^{(k+(1/2))} = -P_{i+1}u_{i+(3/2)}^{(k+(1/2))} + Q_{i+1} \quad (A-48)$$

が得られる。

ここに、

$$\begin{aligned} P_{i+1} &= \frac{r_{i+(3/2)}}{1+r_{i+(1/2)}R_i} \\ Q_{i+1} &= \frac{A_{i+1}^{(k)} + r_{i+(1/2)}S_i}{1+r_{i+(1/2)}R_i} \end{aligned}$$

さらに式 (A-42) において $i \rightarrow i+1$ とおけば、

$$\begin{aligned} & -r_{i+1}\zeta_{i+1}^{(k+(1/2))} + r'_{i+(3/2)}u_{i+1}^{(k+(1/2))} \\ & + r_{i+2}\zeta_{i+2}^{(k+(1/2))} = B_{i+1}^{(k)} \end{aligned} \quad (A-49)$$

式 (A-49) に (A-48) を代入して、

$$\begin{aligned} & -r_{i+1}(-P_{i+1}u_{i+(3/2)}^{(k+(1/2))} + Q_{i+1}) + r'_{i+(3/2)}u_{i+1}^{(k+(1/2))} \\ & + r_{i+2}\zeta_{i+2}^{(k+(1/2))} = B_{i+1}^{(k)} \end{aligned}$$

すなわち、

$$u_{i+1}^{(k+(1/2))} = -R_{i+1}\zeta_{i+2}^{(k+(1/2))} + S_{i+1} \quad (A-50)$$

を得る。ここに、

$$R_{i+1} = \frac{r_{i+2}}{r'_{i+(3/2)} + r_{i+1}P_{i+1}} \quad (A-51)$$

$$S_{i+1} = \frac{B_{i+1}^{(k)} + r_{i+1}Q_{i+1}}{r'_{i+(3/2)} + r_{i+1}P_{i+1}} \quad (A-52)$$

以上より、一般式として式 (23) ~ (32) を得る。

付録 5. 潮流計算での境界の取扱い

(Leendertse, J.J.²²⁾ より)

(a) 左端閉境界の場合 (x 軸方向について)

図-A・1 のように海域の始点の水位点を $i=IS$ とすると、

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{IS-1}^{(k+(1/2))} &= 0 \\ u_{IS-1}^{(k+(1/2))} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (A-53)$$

となる。式 (A-44) において、 $i=IS$ とおけば、

$$\zeta_{IS}^{(k+(1/2))} = -P_{IS}u_{IS+(1/2)}^{(k+(1/2))} + Q_{IS} \quad (A-54)$$

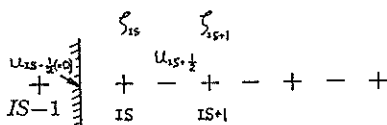


図-A・1 左端閉境界 (潮流計算)

ここに、

$$\begin{aligned} P_{IS} &= \frac{1}{4} \frac{dt}{ds} (h_{IS+(1/2), j-(1/2)} + h_{IS+(1/2), j+(1/2)} \\ & + \zeta_{IS, j}^{(k)} + \zeta_{IS+1, j}^{(k)}) \end{aligned} \quad (A-55)$$

$$\begin{aligned} Q_{IS} &= A_{IS}^{(k)} + r_{IS-(1/2)}u_{IS-(1/2)}^{(k+(1/2))} \\ & = A_{IS}^{(k)} \\ & = \zeta_{IS, j}^{(k)} - \frac{1}{4} \frac{dt}{ds} \{ (h_{IS+(1/2), j+(1/2)} \\ & + h_{IS-(1/2), j+(1/2)} + \zeta_{IS, j+1}^{(k)} + \zeta_{IS, j}^{(k)}) v_{IS, j+(1/2)}^{(k)} \\ & - (h_{IS+(1/2), j-(1/2)} + h_{IS-(1/2), j-(1/2)} \\ & + \zeta_{IS, j}^{(k)} + \zeta_{IS, j-1}^{(k)}) v_{IS, j-(1/2)}^{(k)} \} \end{aligned} \quad (A-56)$$

であるから、

$$\left. \begin{aligned} S_{IS-1} &= 0 \\ R_{IS-1} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (A-57)$$

とおけば式 (26) ~ (35) の一般式がそのまま使用できる。

(b) 左端開境界の場合 (x 軸方向について)

図-A・2 において、

- ・開境界における水位 $\zeta_{IS-1}^{(k+(1/2))}$ は強制水位として与える。
- ・開境界における流速 $v_{IS-1, j \pm (3/2)} = 0$
- ・開境界においては、 u 成分の計算領域外の値 $u_{IS-(3/2), j}$ が未知であるため、運動方程式 (17) 中の移流慣性項 $u^{(k+(1/2))} \left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle^{(k)} = 0$ 、すなわち、 $u_{IS+(1/2)} = u_{IS-(3/2)}$ と仮定する。

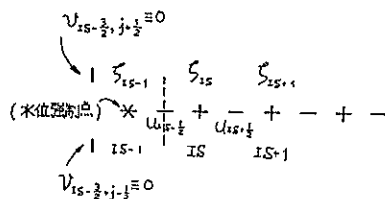


図-A・2 左端開境界 (潮流計算)

このように仮定すると開境界 ($IS-1/2, j$) 上での運動方程式はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} & u_{IS-(1/2), j}^{(k+(1/2))} = u_{IS-(1/2), j}^{(k)} + \frac{1}{2} \Delta t f \bar{v}^{(k)} - \frac{1}{2} \Delta t \bar{v}^{(k)} \\ & \times \left\langle \frac{du}{dy} \right\rangle^{(k)} - \frac{1}{2} \frac{dt}{ds} g \zeta_x^{(k+(1/2))} - \frac{1}{2} \Delta t g u_{IS-(1/2), j}^{(k)} \\ & \times \frac{\sqrt{(u^{(k)})^2 + (\bar{v}^{(k)})^2}}{(\bar{h}v + \zeta_x^{(k)}) (\bar{C}^2)^2} \end{aligned} \quad (A-58)$$

式 (A-58) より、

$$-\frac{1}{2} \frac{dt}{ds} g \zeta_{IS-1}^{(k+(1/2))} + u_{IS-(1/2)}^{(k+(1/2))}$$

ADI 法による潮流と汚染拡散の数値計算

$$+\frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} g \zeta_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} = B_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} \quad (\text{A-59})$$

$$B_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} = u_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} + \frac{1}{2} dt f \bar{v} - \frac{1}{2} dt \bar{v}^{(k)} \left\langle \frac{\partial u}{\partial y} \right\rangle^{(k)} - \frac{1}{2} dt g u_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} \frac{\sqrt{(u^{(k)})^2 + (v^{(k)})^2}}{(\bar{h}_y + \bar{\zeta}^{(k)}) (\bar{C}^x)^2} \quad (\text{A-60})$$

式 (A-58), (A-59) を一般式 (23) ~ (32) にならって書き直せば,

$$u_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} = -R_{I_S-1} \zeta_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} + S_{I_S-1} \quad (\text{A-61})$$

ここに,

$$R_{I_S-1} = \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} g = r_{I_S} \quad (\text{A-62})$$

$$S_{I_S-1} = B_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} + \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} g \zeta_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} = B_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} + r_{I_S-1} \zeta_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} \quad (\text{A-63})$$

となるから式 (A-62), (A-63) を別に計算すれば $i > I_S$ に対しては一般式 (23) ~ (32) が適用できる。

(c) 右端閉境界の場合

図-A-3 において海域水位の最終 x 座標を IE とすれば,

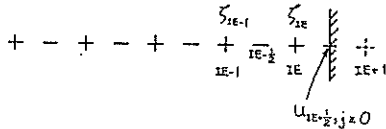


図-A-3 右端閉境界 (潮流計算)

$$u_{IE+1/2, j} = 0 \\ \zeta_{IE+1} = 0$$

である。点 $(IE-1/2, j)$ において運動方程式 (17) を考える。式 (17) で $i = IE-1$ とすると,

$$-\frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} g \zeta_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} + \left\{ 1 + \frac{1}{2} dt \left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle^{(k)} \right\} u_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} - r_{IE-1} + \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} g \zeta_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} = B_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} \quad (\text{A-64})$$

一方, 一般式 (23) より, 点 $(IE-1, j)$ における水位 $\zeta_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)}$ は次式で表わされる。

$$\zeta_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} = -P_{IE-1} u_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} + Q_{IE-1} \quad (\text{A-65})$$

式 (A-65) を (A-64) に代入すると,

$$u_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} = -\frac{r_{IE}}{1 + r_{IE-1} P_{IE-1} + \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} \left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle^{(k)}} \zeta_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)}$$

$$+\frac{r_{IE-1} Q_{IE-1} + B_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)}}{1 + r_{IE-1} P_{IE-1} + \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} \left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle^{(k)}} \quad (\text{A-66})$$

すなわち,

$$u_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)}, j = -R_{IE-1} r_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} + S_{IE-1} \quad (\text{A-67})$$

ここに,

$$R_{IE-1} = \frac{r_{IE}}{1 + r_{IE-1} P_{IE-1} + \frac{1}{4} \frac{dt}{\Delta S} (u_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} - u_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)})} \quad (\text{A-68})$$

$$S_{IE-1} = \frac{B_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} + r_{IE-1} Q_{IE-1}}{1 + r_{IE-1} P_{IE-1} + \frac{1}{4} \frac{dt}{\Delta S} (u_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} - u_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)})} \quad (\text{A-69})$$

であり一般式 (27), (28) と同形になる。つきに点 (IE, j) における連続式は, 式 (18) より

$$-\frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} [(\bar{h}_y + \bar{\zeta}^{(k)})]_{IE-(1/2)} u_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} + \zeta_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} + \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} [(\bar{h}_y + \bar{\zeta}^{(k)})]_{IE-(1/2)} u_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} = A_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)}$$

すなわち,

$$-r_{IE-(1/2)} u_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} + r_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} + r_{IE+(1/2)} u_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} = A_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} \quad (\text{A-70})$$

ここに,

$$A_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} = \zeta_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} - \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} [(\bar{h}_x + \bar{\zeta}^{(k)}) v^{(k)}]_y \quad (\text{A-71})$$

式 (A-67) を (A-70) に代入して

$$\zeta_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} = -P_{IE} u_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} + Q_{IE} \quad (\text{A-72})$$

$$P_{IE} = \frac{r_{IE+(1/2)}}{1 + r_{IE-(1/2)} R_{IE-1}} \quad (\text{A-73})$$

$$Q_{IE} = \frac{A_{Y_S^{(k+1/2)}}^{(k)} + r_{IE-(1/2)} S_{IE-1}}{1 + r_{IE-(1/2)} R_{IE-1}} \quad (\text{A-74})$$

となり, 式 (A-73), (A-74) は一般式 (25), (26) と全く同じ扱いができる。

(d) 右端開境界の場合

(b) と同様, 図-A-4 において

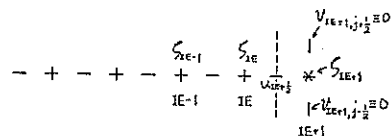


図-A-4 右端開境界 (潮流計算)

$$\begin{aligned} \zeta_{IE+1} &= \text{水位強制点} & -\frac{1}{2} \Delta t \bar{v}^{(k)} \left\langle \frac{\partial u}{\partial y} \right\rangle^{(k)} - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta S} g \zeta_{IE}^{(k+1/2)} \\ v_{IE+1, j \pm (1/2)} &= 0 & \\ u^{(k+1/2)} \left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle^{(k)} &= 0 & -\frac{1}{2} \Delta t g u_{IE+(1/2)}^{(k)} \frac{\sqrt{(u^{(k)})^2 + (\bar{v}^{(k)})^2}}{(\bar{h} v + \bar{c}^2 \pi^{(k)}) (\bar{C}^2)^2} \end{aligned} \quad (\text{A-75})$$

とする。

点 $(IE+1/2, j)$ で運動方程式を考えると、式 (17) より、

$$u_{IE+(1/2)}^{(k+1/2)} = u_{IE+(1/2)}^{(k)} + \frac{1}{2} \Delta t f \bar{v}^{(k)}$$

すなわち、

$$-r_{IE} \zeta_{IE}^{(k+1/2)} + u_{IE+(1/2)}^{(k+1/2)} + r_{IE+1} \zeta_{IE+1}^{(k+1/2)} = B_{IE+(1/2)}^{(k)} \quad (\text{A-76})$$

ここに、

$$\begin{aligned} B_{IE+(1/2), j}^{(k)} &= u_{IE+(1/2), j}^{(k)} + \frac{1}{2} \Delta t f \frac{1}{4} (v_{IE, j+(1/2)}^{(k)} + v_{IE, j-(1/2)}^{(k)}) - \frac{1}{2} \Delta t \frac{1}{4} (v_{IE, j+(1/2)}^{(k)} + v_{IE, j-(1/2)}^{(k)}) \\ &\times \frac{1}{2\Delta S} (u_{IE+(1/2), j+1}^{(k)} - u_{IE+(1/2), j-1}^{(k)}) - \frac{1}{2} \Delta t g u_{IE+(1/2), j}^{(k)} \\ &\times \frac{\sqrt{(u_{IE+(1/2), j}^{(k)})^2 + \frac{1}{16} (v_{IE, j+(1/2)}^{(k)} + v_{IE, j-(1/2)}^{(k)})^2}}{\frac{1}{8} (h_{IE+(1/2), j-(1/2)} + h_{IE+(1/2), j+(1/2)} + \zeta_{IE, j}^{(k)} + \zeta_{IE+1, j}^{(k)}) (C_{IE, j} + C_{IE+1, j})^2} \end{aligned} \quad (\text{A-77})$$

一方、一般式 (23) より、点 (IE, j) における水位 $\zeta_{IE, j}^{(k+1/2)}$ は、

$$\zeta_{IE, j}^{(k+1/2)} = -P_{IE} u_{IE+(1/2), j}^{(k+1/2)} + Q_{IE} \quad (\text{A-78})$$

(A-78) を (A-76) に代入して、

$$\begin{aligned} u_{IE+(1/2)}^{(k+1/2)} &= -\frac{r_{IE+1}}{1+r_{IE} P_{IE}} \zeta_{IE+1}^{(k+1/2)} \\ &+ \frac{B_{IE+(1/2)}^{(k)} + r_{IE} Q_{IE}}{1+r_{IE} P_{IE}} \end{aligned} \quad (\text{A-79})$$

式 (A-79) において $\zeta_{IE+1}^{(k+1/2)}$ は強制水位は (既知) であるから、式 (A-77) を代入することにより、

$$\begin{aligned} u_{IE+(1/2)}^{(k+1/2)} &= \left\{ u_{IE+(1/2)}^{(k)} + \frac{1}{2} \Delta t f \frac{1}{4} (v_{IE, j+(1/2)}^{(k)} + v_{IE, j-(1/2)}^{(k)}) - \frac{1}{2} \Delta t \frac{1}{4} (v_{IE, j+(1/2)}^{(k)} + v_{IE, j-(1/2)}^{(k)}) \right. \\ &\times \frac{1}{2\Delta S} (u_{IE+(1/2), j+1}^{(k)} - u_{IE+(1/2), j-1}^{(k)}) - \frac{1}{2} \Delta t g u_{IE+(1/2), j}^{(k)} \\ &\times \frac{\sqrt{(u_{IE+(1/2), j}^{(k)})^2 + \frac{1}{16} (v_{IE, j+(1/2)}^{(k)} + v_{IE, j-(1/2)}^{(k)})^2}}{\frac{1}{8} (h_{IE+(1/2), j+(1/2)} + h_{IE+(1/2), j-(1/2)} + \zeta_{IE+1, j}^{(k)} + \zeta_{IE, j}^{(k)}) (C_{IE+1, j} + C_{IE, j})^2} \\ &\left. - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta S} g \zeta_{IE+1, j}^{(k+1/2)} + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta S} g Q_{IE} \right\} \left/ \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta S} g P_{IE} \right) \right. \end{aligned} \quad (\text{A-80})$$

として計算できる。

付録 6. 拡散基礎式の差分式の誘導

(Leendertse, J.J. より)

式 (44) をさらに変形して、

$$\begin{aligned} & p_{i, j}^{(k+1/2)} (h_{i-(1/2), j-(1/2)} + h_{i+(1/2), j-(1/2)}) \\ & + h_{i-(1/2), j+(1/2)} + h_{i+(1/2), j+(1/2)} + 4\zeta_{i, j}^{(k+1/2)} \frac{1}{4} \\ & - p_{i, j}^{(k)} (h_{i-(1/2), j-(1/2)} + h_{i+(1/2), j-(1/2)}) \\ & + h_{i-(1/2), j+(1/2)} + h_{i+(1/2), j+(1/2)} + 4\zeta_{i, j}^{(k)} \frac{1}{4} \\ & + [(h_{i+(1/2), j-(1/2)} + h_{i+(1/2), j+(1/2)} + \zeta_{i+1, j}^{(k)} + \zeta_{i, j}^{(k)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times u_{i+(1/2), j}^{(k+1/2)} \bar{p}_{i+(1/2), j}^{(k+1/2)}] \frac{\Delta t}{4\Delta S} \\ & - [(h_{i-(1/2), j-(1/2)} + h_{i-(1/2), j+(1/2)} + \zeta_{i-1, j}^{(k)} + \zeta_{i, j}^{(k)}) \\ & \times u_{i-(1/2), j}^{(k+1/2)} \bar{p}_{i-(1/2), j}^{(k+1/2)}] \frac{\Delta t}{4\Delta S} \\ & + [(h_{i-(1/2), j+(1/2)} + h_{i+(1/2), j+(1/2)} + \zeta_{i, j}^{(k)} + \zeta_{i+1, j}^{(k)}) \\ & \times v_{i, j+(1/2)}^{(k)} \bar{p}_{i, j+(1/2)}^{(k)}] \frac{\Delta t}{4\Delta S} \\ & - [(h_{i-(1/2), j-(1/2)} + h_{i+(1/2), j-(1/2)} + \zeta_{i-1, j}^{(k)} + \zeta_{i, j}^{(k)}) \\ & \times v_{i, j-(1/2)}^{(k)} \bar{p}_{i, j-(1/2)}^{(k)}] \frac{\Delta t}{4\Delta S} \\ & - [(h_{i+(1/2), j-(1/2)} + h_{i+(1/2), j+(1/2)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \zeta_{i,j}^{(k+(1/2))} + \zeta_{i+1,j}^{(k+(1/2))} (K_x)_{i+1/2,j}^{(k+(1/2))} \\
 & \times (p_{i+1,j}^{(k+(1/2))} - p_{i,j}^{(k+(1/2))}) \frac{dt}{4(\Delta S)^2} \\
 & + [(h_{i-(1/2),j-(1/2)} + h_{i-(1/2),j+(1/2)} \\
 & + \zeta_{i,j}^{(k+(1/2))} + \zeta_{i,j}^{(k+(1/2))}) (K_x)_{i-1/2,j}^{(k+(1/2))}] \\
 & \times (p_{i,j}^{(k+(1/2))} - p_{i-1,j}^{(k+(1/2))}) \frac{dt}{4(\Delta S)^2} \\
 & - [(h_{i-(1/2),j+(1/2)} + h_{i+(1/2),j+(1/2)} \\
 & + \zeta_{i,j}^{(k)} + \zeta_{i,j+1}^{(k)}) (K_y)_{i,j+1/2}^{(k)}] \\
 & \times (p_{i,j+1}^{(k)} - p_{i,j}^{(k)}) \frac{dt}{4(\Delta S)^2} \\
 & + [(h_{i-(1/2),j-(1/2)} + h_{i+(1/2),j-(1/2)} \\
 & + \zeta_{i,j-1}^{(k)} + \zeta_{i,j}^{(k)}) (K_y)_{i,j-1/2}^{(k)}] \\
 & \times (p_{i,j}^{(k)} - p_{i,j-1}^{(k)}) \frac{dt}{4(\Delta S)^2} - \frac{dt}{2} S_m = 0 \quad (A-81)
 \end{aligned}$$

上式 (A-81) において、第 3, 4, 5, 6 項に現れる \bar{p} については、空間平均をとると、負の濃度発生の原因になる (特に、汚染負荷地点付近、または、計算開始直後などで隣接する点の濃度差が大きい場合には、このような現象が生ずる) ので、これを防ぐため、流れを考慮し、流れの上流側の濃度で代表することにした。すなわち、

$$\bar{p}_{i+1/2,j}^{(k+(1/2))} = \alpha p_{i+1,j}^{(k+(1/2))} + (1-\alpha) p_{i,j}^{(k+(1/2))} \quad (A-82)$$

$$\begin{cases} \alpha = 1 & (u_{i+1/2,j}^{(k+(1/2))} \geq 0) \\ \alpha = 0 & (u_{i+1/2,j}^{(k+(1/2))} < 0) \end{cases}$$

$$\bar{p}_{i-1/2,j}^{(k+(1/2))} = \beta p_{i,j}^{(k+(1/2))} + (1-\beta) p_{i-1,j}^{(k+(1/2))} \quad (A-83)$$

$$\begin{cases} \beta = 1 & (u_{i-1/2,j}^{(k+(1/2))} \geq 0) \\ \beta = 0 & (u_{i-1/2,j}^{(k+(1/2))} < 0) \end{cases}$$

$$\bar{p}_{i,j+1/2}^{(k)} = \gamma p_{i,j+1}^{(k)} + (1-\gamma) p_{i,j}^{(k)} \quad (A-84)$$

$$\begin{cases} \gamma = 1 & (v_{i,j+1/2}^{(k)} \geq 0) \\ \gamma = 0 & (v_{i,j+1/2}^{(k)} < 0) \end{cases}$$

$$\bar{p}_{i,j-1/2}^{(k)} = \delta p_{i,j-1}^{(k)} + (1-\delta) p_{i,j}^{(k)} \quad (A-85)$$

$$\begin{cases} \delta = 1 & (v_{i,j-1/2}^{(k)} \geq 0) \\ \delta = 0 & (v_{i,j-1/2}^{(k)} < 0) \end{cases}$$

とする。式 (A-82), (A-83), (A-84) および (A-85) を (A-81) に代入し、 $p_{i+1/2,j}^{(k+(1/2))}$, $p_{i-1/2,j}^{(k+(1/2))}$ および $p_{i+1/2,j}^{(k+(1/2))}$ で整理すると、

$$a_i p_{i-1/2,j}^{(k+(1/2))} + b_i p_{i+1/2,j}^{(k+(1/2))} + c_i p_{i,j}^{(k+(1/2))} = d_i \quad (A-86)$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 a_i = & -\beta (h_{i-(1/2),j-(1/2)} + h_{i-(1/2),j+(1/2)} \\
 & + \zeta_{i,j-1}^{(k)} + \zeta_{i,j}^{(k)}) u_{i-1/2,j}^{(k+(1/2))} \frac{dt}{4\Delta S}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - (h_{i-(1/2),j-(1/2)} + h_{i-(1/2),j+(1/2)} \\
 & + \zeta_{i-1,j}^{(k+(1/2))} + \zeta_{i,j}^{(k+(1/2))}) (K_x)_{i-1/2,j}^{(k+(1/2))} \frac{dt}{4(\Delta S)^2} \\
 & \quad (A-87)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_i = & (h_{i-(1/2),j-(1/2)} + h_{i+(1/2),j-(1/2)} \\
 & + h_{i-(1/2),j+(1/2)} + h_{i+(1/2),j+(1/2)} + 4\zeta_{i,j}^{(k+(1/2))}) \frac{1}{4} \\
 & + \alpha (h_{i+(1/2),j-(1/2)} + h_{i+(1/2),j+(1/2)} \\
 & + \zeta_{i,j}^{(k)} + \zeta_{i,j+1}^{(k)}) u_{i+1/2,j}^{(k+(1/2))} \frac{dt}{4\Delta S} \\
 & - (1-\alpha) (h_{i-(1/2),j-(1/2)} + h_{i-(1/2),j+(1/2)} \\
 & + \zeta_{i,j}^{(k)} + \zeta_{i,j}^{(k)}) u_{i-1/2,j}^{(k+(1/2))} \frac{dt}{4\Delta S} \\
 & + (h_{i+(1/2),j-(1/2)} + h_{i+(1/2),j+(1/2)} \\
 & + \zeta_{i,j}^{(k+(1/2))} + \zeta_{i+1,j}^{(k+(1/2))}) (K_x)_{i+1/2,j}^{(k+(1/2))} \frac{dt}{4(\Delta S)^2} \\
 & + (h_{i-(1/2),j-(1/2)} + h_{i-(1/2),j+(1/2)} \\
 & + \zeta_{i-1,j}^{(k+(1/2))} + \zeta_{i,j}^{(k+(1/2))}) (K_x)_{i-1/2,j}^{(k+(1/2))} \frac{dt}{4(\Delta S)^2} \\
 & \quad (A-88)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c_i = & (1-\alpha) (h_{i+(1/2),j-(1/2)} + h_{i+(1/2),j+(1/2)} \\
 & + \zeta_{i,j}^{(k)} + \zeta_{i,j+1}^{(k)}) u_{i+1/2,j}^{(k+(1/2))} \frac{dt}{4\Delta S} \\
 & - (h_{i+(1/2),j-(1/2)} + h_{i+(1/2),j+(1/2)} \\
 & + \zeta_{i,j}^{(k+(1/2))} + \zeta_{i+1,j}^{(k+(1/2))}) (K_x)_{i+1/2,j}^{(k+(1/2))} \frac{dt}{4(\Delta S)^2} \\
 & \quad (A-89)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d_i = & p_{i,j}^{(k)} (h_{i-(1/2),j-(1/2)} + h_{i+(1/2),j-(1/2)} \\
 & + h_{i-(1/2),j+(1/2)} + h_{i+(1/2),j+(1/2)} + 4\zeta_{i,j}^{(k)}) \frac{1}{4} \\
 & - (h_{i-(1/2),j+(1/2)} + h_{i+(1/2),j+(1/2)} \\
 & + \zeta_{i,j}^{(k)} + \zeta_{i,j+1}^{(k)}) v_{i,j+1/2}^{(k)} [\gamma p_{i,j}^{(k)} \\
 & + (1-\gamma) p_{i,j+1}^{(k)}] \frac{dt}{4\Delta S} \\
 & + (h_{i-(1/2),j-(1/2)} + h_{i+(1/2),j-(1/2)} \\
 & + \zeta_{i,j-1}^{(k)} + \zeta_{i,j}^{(k)}) v_{i,j-1/2}^{(k)} [\delta p_{i,j-1}^{(k)} \\
 & + (1-\delta) p_{i,j}^{(k)}] \frac{dt}{4\Delta S} \\
 & + (h_{i-(1/2),j+(1/2)} + h_{i+(1/2),j+(1/2)} \\
 & + \zeta_{i,j}^{(k)} + \zeta_{i,j+1}^{(k)}) [(K_y)_{i,j+1/2}^{(k)} (p_{i,j+1}^{(k)} - p_{i,j}^{(k)}) \frac{dt}{4(\Delta S)^2} \\
 & - (h_{i-(1/2),j-(1/2)} + h_{i+(1/2),j-(1/2)} \\
 & + \zeta_{i,j-1}^{(k)} + \zeta_{i,j}^{(k)}) (K_y)_{i,j-1/2}^{(k)} (p_{i,j}^{(k)} - p_{i,j-1}^{(k)}) \frac{dt}{4(\Delta S)^2} \\
 & + \frac{dt}{2} S_m \quad (A-90)
 \end{aligned}$$

式 (A-86) において, $k+1/2, j$ を省略して書けば,

$$a_i p_{i-1} + b_i p_i + c_i p_{i+1} = d_i \quad (\text{A-91})$$

したがっていま p_{i-1} が既知であるとするとき,

$$p_i = E_{i+1} p_{i+1} + Q_{i+1} \quad (\text{A-92})$$

ここに,

$$E_{i+1} = -\frac{c_i}{b_i} \quad (\text{A-93})$$

$$Q_{i+1} = \frac{d_i - a_i p_{i-1}}{b_i} \quad (\text{A-94})$$

つぎに (A-91) において $i \rightarrow i+1$ とすれば

$$a_{i+1} p_i + b_{i+1} p_{i+1} + c_{i+1} p_{i+2} = d_{i+1} \quad (\text{A-95})$$

(A-95) に (A-92) を代入して

$$p_{i+1} = E_{i+2} p_{i+2} + Q_{i+2}$$

$$E_{i+2} = -\frac{c_{i+1}}{b_{i+1} + a_{i+1} E_{i+1}}$$

$$Q_{i+2} = \frac{d_{i+1} - a_{i+1} Q_{i+1}}{b_{i+1} + a_{i+1} E_{i+1}}$$

以下同様にして, 式 (46) ~ (56) の一般式が導かれる。

付録 7. 拡散計算での境界の取扱い

(Leendertse, J.J.²²⁾ より)

(a) 左端が開境界の場合

図-A・5 のように, 閉境界が $i=IS-1$ と $i=IS$ の間にあるとすれば, $p_{i \pm 1/2}^{(1/2)} = 0$ であるから式 (A-91) より,

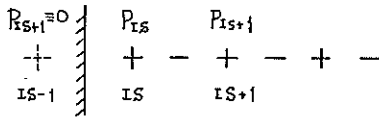


図-A・5 左端閉境界 (拡散計算)

$$b_{IS} p_{IS} + c_{IS} p_{IS+1} = d_{IS} \quad (\text{A-96})$$

$$\therefore p_{IS} = E_{IS+1} p_{IS+1} + Q_{IS+1} \quad (\text{A-97})$$

ただし,

$$E_{IS+1} = -\frac{c_{IS}}{b_{IS}} \quad (\text{A-98})$$

$$Q_{IS+1} = \frac{d_{IS}}{b_{IS}} \quad (\text{A-99})$$

したがって

$$E_{IS} = 0$$

$$Q_{IS} = 0$$

とおけば一般式 (46), (47) および (48) がそのまま使える。

(b) 左端が開境界の場合

図-A・6 のように, $i=IS-1$ を水位強制点とすると, $p_{i \pm 1/2}^{(1/2)}$ は境界濃度として何らかの形 (既述) で与えら

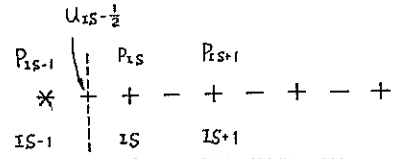


図-A・6 左端開境界 (拡散計算)

れるものである。したがって式 (A-91) より,

$$a_{IS} p_{IS-1} + b_{IS} p_{IS} + c_{IS} p_{IS+1} = d_{IS} \quad (\text{A-100})$$

$$\therefore p_{IS} = E_{IE+1} p_{IS+1} + Q_I \quad (\text{A-101})$$

$$E_{IS+1} = -\frac{c_{IS}}{b_{IS}} \quad (\text{A-102})$$

$$Q_{IS+1} = \frac{d_{IS} - a_{IS} p_{IS-1}}{b_{IS}} \quad (\text{A-103})$$

ゆえに,

$$\left. \begin{aligned} E_{IS} &= 0 \\ Q_{IS} &= p_{IS-1} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-104})$$

とおけば, 一般式 (46), (47) および (48) がそのまま使える。

(c) 右端閉境界の場合

図-A・7 のように閉境界が $i=IE$ と $i=IE+1$ の間にある場合, $p_{i \pm 1/2}^{(1/2)} = 0$ である。したがって式 (A-91) より

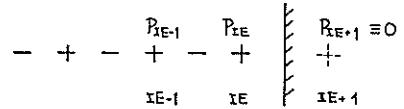


図-A・7 右端閉境界 (拡散計算)

$$a_{IE} p_{IE-1} + b_{IE} p_{IE} = d_{IE} \quad (\text{A-105})$$

一方, 一般式 (46) より,

$$p_{IE-1} = E_{IE} p_{IE} + Q_{IE} \quad (\text{A-106})$$

であるから式 (A-106) を (A-105) に代入すると,

$$p_{IE} = \frac{d_{IE} - a_{IE} Q_{IE}}{b_{IE} + a_{IE} E_{IE}} (\equiv Q_{IE+1}) \quad (\text{A-107})$$

$$p_{IE+1} = 0 \quad (\text{A-108})$$

となり一般式と同形となる。

(d) 右端開境界の場合

図-A・8 のように $i=IE+1$ で開境界とすると, $p_{i \pm 1/2}^{(1/2)}$ は境界濃度として与えられるものである。一般式 (46) より, $i=IE-1$ に対して,

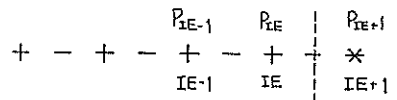


図-A・8 右端開境界 (拡散計算)

AID 法による潮流と汚染拡散の数値計算

$$p_{IE-1} = E_{IE} p_{IE} + Q_{IE} \quad (\text{A-109})$$

$i = IE$ において式 (A-91) より

$$a_{IE} p_{IE-1} + b_{IE} p_{IE} + c_{IE} p_{IE+1} = d_{IE} \quad (\text{A-110})$$

式 (A-109) を式 (A-110) に代入して、

$$p_{IE} = E_{IE+1} p_{IE+1} + Q_{IE+1} \quad (\text{A-111})$$

ここに、

$$E_{IE+1} = -\frac{c_{IE}}{b_{IE} + a_{IE} E_{IE}} \quad (\text{A-112})$$

$$Q_{IE+1} = \frac{d_{IE} - a_{IE} Q_{IE}}{b_{IE} + a_{IE} E_{IE}} \quad (\text{A-113})$$

である。したがって、一般式 (46), (47) および (48) と全く同形である。

港湾技術研究所報告 第14卷 第1号

1975・3

編集兼発行人 運輸省港湾技術研究所

発行所 運輸省港湾技術研究所
横須賀市長瀬3丁目1番1号

印刷所 啓文堂松本印刷
東京都新宿区戸塚町1-458-14