

運輸省港湾技術研究所

港湾技術研究所 報告

REPORT OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH
INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT

資料係
文獻複寫
禁持出

VOL. 13 NO. 1 MAR. 1974

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



港湾技術研究所報告 (REPORT OF P.H.R.I.)

第13卷 第1号 (Vol. 13, No. 1), 1974年3月 (Mar. 1974)

目 次 (CONTENTS)

1. 波浪の統計的性質に関する調査・解析 合田良実・永井康平 3
(Investigation of the Statistical Properties of Sea Waves with Field and Simulation Data Yoshimi GODA and Kohei NAGAI)
2. 海洋底における土質力学の問題 中瀬明男 39
(Geotechnical Problems of the Ocean Floor Akio NAKASE)
3. ネガティブフリクションに関する実験と考察 (第1報)
..... 高橋邦夫・沢口正俊・善功企・篠原邦彦・橋本光寿 65
(Experiment and Study on Negative Skin Friction on Piles (1st Report)
..... Kunio TAKAHASHI, Masatoshi SAWAGUCHI, Koki ZEN,
Kunihiko SHINOHARA and Koji HASHIMOTO)
4. ポアソン到着待ち合せモデルの数表——埠頭の数および泊地規模の決定——
..... 奥山育英・笹嶋博・早藤能伸・中井典倫子 87
(Table of Poisson Arrival Queueing Model — Optimum Number of Berths and
Optimum Anchorage Requirements — Yasuhide OKUYAMA,
Hiroshi SASAJIMA, Yoshinobu HAYAFUJI and Noriko NAKAI)

4. ポアソン到着待ち合せモデルの数表

——埠頭の数および泊地規模の決定——

奥山育英*・笹嶋 博**・早藤能伸**・中井典倫子**

要　旨

オペレーションズリサーチの手法を用いて、港湾計画における主要な決定事項である、埠頭の最適数と泊地の最適規模を求める方法を開発し、利用しやすい形に図表化し、利用方法についても簡単にふれている。

具体的には、貨物船の入港分布、接岸時間分布を現実的な指数分布、アーラン分布とし、待ち合せ理論でいうところの $M/M/S$, $M/E_2/S$, $M/E_3/S$, $M/D/S$ の解を $S=1$ から 10 まで、 $\rho=0.05$ から 0.80 までの範囲で求め、その理論式の展開と、結果の図表化、具体的な港湾計画における利用方法を考察するとともに、この種の作業に欠かすことのできないアーラン分布表とポアソン分布表をも求めていく。

* 設計基準部 システム研究室長

** 設計基準部 システム研究室

4. Table of Poisson Arrival Queueing Model

—Optimum Number of Berths and Optimum Anchorage Requirements—

Yasuhide OKUYAMA*

Hiroshi SASAJIMA**

Yoshinobu HAYAFUJI**

Noriko NAKAI**

Synopsis

In port and harbour planning, it is one of the major problems to determine the optimum number of berths and the optimum anchorage requirements.

This report approaches above problems by the aid of queuing theory which is one branch of Operations Research, regarding the arrival distribution and service distribution as Poisson distribution and Erlung distribution with phase 2 or 3, respectively, showing the queueing tables of $M/M/S$, $M/E_2/S$, $M/E_3/S$, and $M/D/S$ and the probability distribution tables of Poisson and Erlung with phase 1, 2 and 3, and referring simply to the way of using these results.

* Chief of the System Laboratory, Standard Division

** Member of the System Laboratory, Standard Division

目 次

要 旨	87
1. まえがき	91
2. 数学モデル	91
2.1 $M M S$ モデルの解	93
2.2 $M E_2 S$ モデルの解	93
2.3 $M E_3 S$ モデルの解	93
2.4 $M D S$ モデルの解	94
2.5 結果の図表化	94
3. 図表の使用例	95
3.1 λ と μ および埠頭の建設コスト, 船の損失コストが与えられている 場合の最適な埠頭の数と泊地規模の決定	95
3.2 λ, μ, S が決定したときに泊地規模を推定する場合	95
3.3 λ, S および泊地規模 N が決っている場合	95
4. あとがき	95
参考文献	96

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

1. まえがき

港湾計画を行うにあたって、取扱い貨物量が推定されると次に問題となるのは、港湾の規模である。規模という概念は場合によっては取扱い貨物量までをも含むが、物理的な規模に限定しても埠頭の数、泊地の広さ、上屋、倉庫等の貨物貯留場所の広さ、エプロンの巾、臨港道路の数等々までを含む。このような港湾の規模を一括して取扱うには各々の規模を決定する要因が多くなりすぎること、および各々の規模はお互いに関連しあってはいるもののお互いの結合部分での関係を明確にさえしておけば、各々の最適規模を考察してからすべてを結合するという接近方法が可能なことの二つの理由から、今回は埠頭の数と泊地規模について数学モデルを作成し、ある判断基準を設けたときの最適数および規模を決定する方法論を考察し、利用しやすいように図表を提示した。

2. モデルの概要

埠頭の数および泊地規模を決定するにあたって、ここで取扱う施設、すなわち、埠頭および泊地ということばの適用の範囲を定義する。

埠頭：貨物船が接岸して荷役を行うために船舶が接岸する所定の場所。従って、貨物船バースと同義であるとし、旅客およびその他の目的に供するバースはここでは考えないとする。

泊地：埠頭に先着した貨物船が接岸していくて新しく入港した貨物船が着岸すべき埠頭がない場合に先着した船舶が離岸して埠頭が空くまでの間停泊するための水域。

従って、入港した貨物船は先着した貨物船が埠頭に接岸していくて着岸する場所がない場合には、先着した貨物船の荷役が終了して離岸するまでバース待ちをし、接岸している先着貨物船が離岸してはじめて着岸する。この場合、泊地で先着貨物船が既にバース待ちをしているときは着岸順序は先着順(FIFO—First In First Out)とする。

このようなモデルは、商店における客の到着と店員の数、病院における外来患者の到着と医師の数と待合室の広さ、切符売場等における客の到着と窓口の数等と同様なモデルで説ずることが可能であり、一般的な待ち合せ理論を応用できることとなる。すなわち、患者の到着数に対して医師の数が少いと、患者の待ち時間が増大し、同時に待ち患者数も増加することから待合室を広くする必要が生ずる現象がみられるが、このことは、貨物船の到着隻数に対して埠頭の数が少いと、貨物船のバース待

ち時間が増大し、同時に泊地規模も広大にしなければならないことと同様である。待ち合せ理論における方法を用いると、埠頭の建設コスト、貨物船がバース待ちをすることによる損失コスト、泊地の建設コストを考慮することにより、埠頭の最適な数や泊地の経済的な最適規模が求まる。もしも、コスト以外の社会的メリット、デメリットが何らかの方法で数量化できて金額に換算できるならば、それらを考慮した最適規模が容易に求められよう。さらに、埠頭の数や泊地規模が、物理的あるいは社会的理由から制限を受ける場合に、所定の貨物量をさばくために荷役効率をどこまであげるべきかを知りたいときには、その貨物量から貨物船の到着隻数を算定したうえで、制限を受けているバース数と泊地規模から、待ち合せ理論の結果を用いて、適切な接岸時間、いいかえれば、遊び時間等を差し引いて所要の荷役時間が得られ、荷役の効率をそこまで上げない限り、その制限下での埠頭数や泊地規模では所定の貨物量が取り扱えないことが判明される。

ここで、注意すべきことは、港湾における待ち現象が商店や病院の現象と類似している点もあるが、客や患者や貨物船の到着がそれぞれ異なること、店員の応対時間、患者の診療時間、貨物船の接岸時間がそれぞれ異なることの二点から、港湾独自の待ち合せ理論を展開する必要が生ずることである。そのためには、港湾における貨物船の入港の型と接岸時間の型を見出せばよく、その点については多くの報告書^{*}が入港分布については入港時間隔が指數分布^{**}、接岸時間についてはフェーズ2または3のアーラン分布、あるいは対数正規分布等いずれも山が左側にずれている分布であることが認められている。

(図-1参照)

従って、ここでは貨物船の入港分布としては指數分布を用い、接岸時間としてはフェーズ2または3のアーラン分布を用いて待ち合せ数表を作成したが、最も簡単なケースとして知られている接岸時間が指數分布の場合、および連立方程式を解くことにより容易に得られる接岸時間が一定時間(レギュラー分布)である場合をつけ加えた。その理由は、指數分布はランダムな現象の発生時間隔であり、レギュラー分布は等時間隔毎に起る現象の発生時間隔であることから、在港時間の分布がフェーズ2または3のアーラン分布でない場合でも最悪この両者の間にあることは確実であることから両極端のケースとし

*） 文獻 1), 2), 3), 4), 5), 6), 7), 8), 9), 10), 11), 12), 13), 14), 15), 16), 17), 18)

**） 一定時間隔に入港する隻数の分布がポアソン分布であることと同じことである。

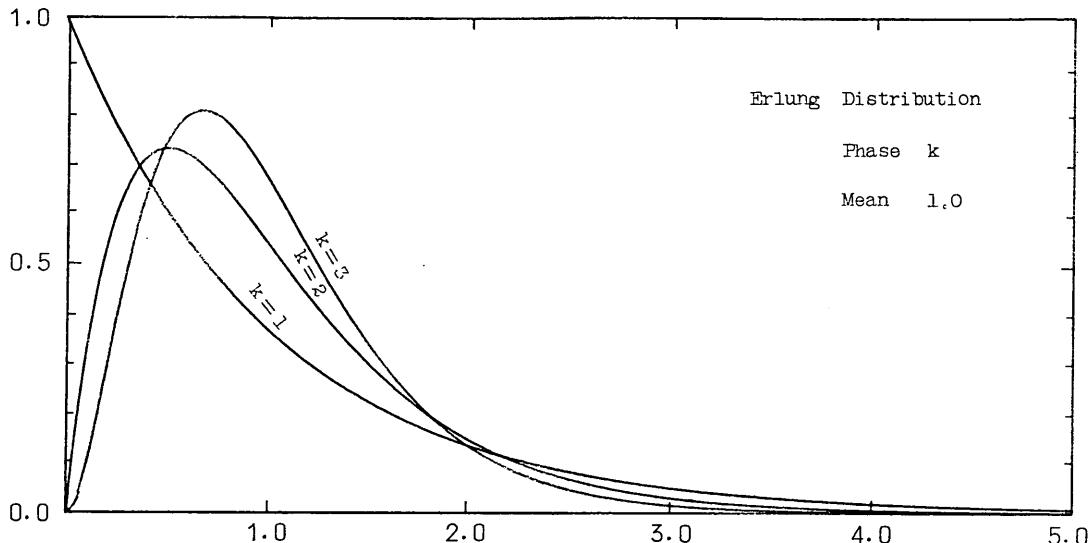


図1 アーラン分布

て付け加えた。数学的にいっても、指数分布はフェーズ1のアーラン分布であり、レギュラー分布はフェーズ ∞ のアーラン分布であること、また、平均値が a の場合にフェーズ n のアーラン分布の分散は a/n であることから、 $n = 1, 2, 3, \infty$ の4ケースを考察しておけば実用に耐え得るとみて4ケースに留めた。以下、各ケースについて理論式を示すが、そのまえに、待ち合せ理論で用いるケンドールの記号以下弱干の語句について述べる。

ケンドールの記号とは、ここで取扱っている待ち合せの型、すなわち、入港—接岸または待ち—待ちの後に接岸—接岸後に出港という型の場合に、入港分布、接岸時間分布、バース数（商店の場合でいえば、客の到着分布、店員の応対時間分布、店員数に対応する）を分布型により記号化したものであり、分布については次の英字で示されたものである。

M : 指数分布（到着分布に用いる場合は、一定時間内の到着数がポアソン分布であることと同じことである）

E_n : フェーズ n のアーラン分布

D : レギュラー分布

G : 一般の分布

これらの英字を用いて、到着分布がポアソン分布で、サービス時間分布（貨物船の場合の接岸時間分布）がレギュラー分布で、店員の数（貨物船の場合のバース数）が S である場合の待ち現象を、 $M/D/S$ と記す。ケンドールの記号を用いると、これから取扱う4ケースは、

$M/M/S$ （または $M/E_1/S$ ）

$M/E_2/S$

$M/E_3/S$

$M/D/S$ （または $M/E_\infty/S$ ）

と表わされる。

ここで取扱っている型の待ち現象がケンドールの記号により説明されたが、実際の待ち現象を詳述するには分布型やバース数 S の他に、分布を決定すべきパラメーターが残っている。アーラン分布の場合は平均値を与えると分布形が決定するので、到着に対しては平均到着時間隔を $1/\lambda$ とし、接岸時間に対しては平均値を $1/\mu$ とする。従って、 λ は単位時間あたりの平均到着数であり、 μ は1バースの単位時間あたりの処理能力（隻数）であると考えられる。

バース数が1の場合に、平均在港時間が平均到着時間隔よりも大きいと、時間の経過に伴って待ち船数が増加していくことから、

平均接岸時間 < 平均到着時間隔
すなわち、

$$1/\mu < 1/\lambda$$

が成立しなければならない。バース数が S の場合には、

$$1/\mu < S \times 1/\lambda$$

が成立しなければ、待ち船数が増加してゆくことは $S=1$ の場合と同様であり、このことから

$$\rho = \lambda / S \mu$$

は、 $0 < \rho < 1$ であって、 ρ が0に近いときは待ちが余り生じないこと、 ρ が1に近づくと待ちが増加すること

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

が、予想される。さらに、 ρ は理論的に（理論的に解けない場合は数値解で確かめると）バースの利用率と完全に一致する。いいかえれば、バース数 S の場合に T 時間観測して、貨物船がバースに接岸している時間のバース毎の累計時間を T' とすると、 T を十分大にとると

$$T'/(S \times T) = \rho$$

が成立する。従って、埠頭の遊休率は $1 - \rho$ で与えられる。

また、ここでは待ち現象のシステム全体にいる貨物船の隻数 i の確率 p_i を求めることを目的とする。本来 p_i は、時刻 t の函数で $p_i(t)$ と記すべきであり、時刻 0 におけるシステム全体にいる貨物船の隻数 i_0 にも依存するが、 $t \rightarrow \infty$ とすると定数になることが、ほとんどの場合確かめられているので、 i_0 に関係なく考察が可能となる。このような解 $\{p_i\}$ を定常解とよび、時刻 t に依存しなくなった状態を定常状態とよぶ。

2.1 $M/M/S$ の解

ここでは、到着分布がポアソン分布、接岸時間分布が指数分布の場合を取り扱う。この場合は、待ち合せ理論の成書^{*}で必ず取扱っており、定常解 $\{p_i\}$ は、

$$p_k = \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!} p_0 \quad (k \leq S)$$

$$p_k = \frac{S^S (\lambda/S\mu)^k}{S!} p_0 \quad (k > S)$$

$$\text{但し } p_0 = 1 / \left\{ \left(\sum_{k=0}^{S-1} \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!} \right) + \frac{(\lambda/\mu)^S}{(S-1)!(S-\lambda/\mu)} \right\}$$

で与えられる。

2.2 $M/E_2/S$ の解

接岸時間分布がフェーズ 2 のアーラン分布の場合は、バース数 S の場合理論的に解かれているといえるが**、それはあくまでも理論的であり、直ちに計算できるという形の計算式で与えられているわけではないことから以下で述べるように数値的に解いた。

まず、平均値が a であるフェーズ n のアーラン分布は、平均値が各々 a/n である n 個の互に独立な指數分布に従う確率変数の和と考えられるから、アーラン分布のサービスを受ける場合には何番目の指數サービスを受けているかを知れば、あとは $M/M/S$ の場合と同様に指數分布の特性を生かして処理することが可能である。

系内に k 隻いる確率 p_k を求めるために、系内に k 隻いる状態をフェーズ 2 として考えると、

i) $k \leq S$ の場合

この場合には、 k 隻はすべて接岸しており、そのうちの i 隻が 1 番目の指數サービスを受け、 j 隻が 2 番目の指數サービスを受けている合計 $(k+1)$ 個の状態

に分割される。それらの状態確率を p_{ij} と記す。 $(i+j=k, 0 \leq j \leq k)$

ii) $k > S$ の場合

この場合には、 S 隻は接岸しているが、残る $(k-S)$ 隻はバース待ちをしているわけであり、状態は i 隻が 1 番目の指數サービスを受けており、 j 隻が 2 番目の指數サービスを受けている合計 $(S+1)$ 個の状態に分割される。それらの状態確率を $p_{k-S+i,j}$ と記す。 $(i+j=S)$

このように状態を細分すると、細分された状態の定常状態での状態確率 p_{ij} の間で次式が成立する。

$$(\lambda + j \times 2\mu + [i] \times 2\mu) p_{ij} = \lambda' p_{i-1,j} + (j+1) \times 2\mu p_{i,j+1} \\ + [i+1] \times 2\mu p_{i+1,j}$$

$$(i=0, 1, 2, \dots, j=0, 1, 2, \dots, S-1, S)$$

但し、右辺で $i-1 < 0$ および $j+1 > S$ のときは、 $p_{i-1,j} = 0$ 、 $p_{i,j+1} = 0$ とし、 $[x] = \min(x, S)$ とする。

この連立方程式は解けないので、系内に m 隻いる確率がほとんど 0 となるような十分大なる m をとって、そこで打切ることにより有限次元の連立方程式に帰着して数値的に各々の p_{ij} を求め、最終的に k 隻いる状態確率 p_k を

$$p_k = \sum_{i+j=k} p_{ij}$$

として求めた。具体的な m の数値としては $p_m < 0.00000$ 01なるような m を用いた。

2.3 $M/E_3/S$ の解

2.2 と同様であるが、この場合は 1 番目、2 番目、3 番目と 3 個の指數サービスを受けるわけであり、 k 隻いるという状態は、フェーズ 3 であることを考慮すると次の様に分割される。

i) $k \leq S$ の場合

この場合には、 k 隻はすべて接岸しており、そのうちの i 隻が 1 番目の指數サービスを受け、 j 隻が 2 番目の指數サービスを受け、 $l (=k-i-j)$ 隻が 3 番目の指數サービスを受けているという合計 $(k+1)(k+2)/2$ 個の状態に分割される。それらの状態の定常状態における状態確率を p_{ijl} と記す。 $(i+j+l=k$ で、 i, j, l は 0 以上 k 以下の整数のすべての組である)。

ii) $k > S$ の場合

この場合には、 S 隻は接岸しているが、残る $(k-S)$ 隻はバース待ちをしているわけであり、接岸している S 隻が、1 番目の指數サービスを受けている隻数 i 、2 番目の指數サービスを受けている隻数 j 、3 番目の指數サービスを受けている隻数 $l (=S-i-j)$ のすべて

^{*}) 文献 20), 21), 22)

^{**) 文献 23)}

の組合せ $(S+1)(S+2)/2$ 個の状態に分割される。それらの状態の定常状態における状態確率を $p_{k-S+i,j,l}$ ($i+j+l=S$) と記す。

このように状態を細分すると、細分された状態の定常状態での状態確率 p_{ijl} の間で次式が成立する。

$$\begin{aligned} & (\lambda + [i] \times 3\mu + j \times 3\mu + l \times 3\mu) p_{ijl} \\ &= \lambda \times p_{i-1,j,l} + [i+1] \times 3\mu p_{i+1,j-1,l} \\ & + (j+1) \times 3\mu p_{i,j+1,l-1} + (l+1) \times 3\mu p_{i,j,l+1} \\ & (i=0, 1, 2, \dots, j, l=0, 1, 2, \dots, S-1, S) \end{aligned}$$

但し、右辺で $i-1 < 0$, $l-1 < 0$, $j+1 > S$, および $l+1 > S$ となるような添字を伴った項は 0 とし、

$$[x] = \min(x, S)$$

この連立方程式は、解けないので系内に m 隻いる確率がほとんど 0 となるような十分大なる m ($p_m < 0.0000001$ とした) をとって、そこで打切ることにより有限次元の連立方程式に帰着して数値的に各々の p_{ijl} を求めるのは 2.2 と全く同様である。最終的には、系内に k 隻いる確率 p_k を求めるが、それは

$$p_k = \sum_{i+j+l=k} p_{ijl}$$

より求めた。

2.4 M/D/S の解

この場合は、M/M/S の場合同様、単純な連立方程式に帰着し^{*}、具体的な p_k の式は求まらないが、数値的には容易に求まる。

2.5 結果の図表化

以上 4 ケースの各々に対して、 $S=1$ から $S=10$ までを $\rho=0.05$ から 0.95 まで 0.05 刻みで結果 $|p_k|$ を求め、それらの累積分布 $|q_k|$ を片対数グラフの上に表わしたのが図 1-1-1～図 1-4-10 である。

ここで

$$q_k = \sum_{i=0}^k p_i$$

であり、図において横軸は ρ の値、縦軸は累積確率を対数尺で表わし、曲線は下から順に $q_0, q_1, q_2, q_3, \dots$ の順である。横軸の ρ に関しては結果は $\rho=0.95$ まで求めたが、 $\rho \geq 0.8$ の部分は曲線が重なって判別が難かしくなること、港湾においては ρ の値は $0.2 \leq \rho \leq 0.8$ で十分なことから $\rho \geq 0.8$ は省略した。

図 2-1-1 から図 2-1-10 は M/M/1 から M/M/10 の結果であり、図 2-2-1 から図 2-2-10 は M/E₂/1 から M/E₂/10 の結果であり、図 2-3-1 から図 2-3-10 は M/E₃/1 から M/E₃/10 の結果であり、図 2-4-1 から図 2-4-10 は M/D/1 から M/D/10 の結果である。

具体的に図の読み方を説明すると、図 2-1-1 を例にと

ると、 $\rho=0.4$ のときには一番下の q_0 カーブは 0.60 であり、 q_1 カーブは 0.84, q_2 カーブは 0.94, q_3 カーブは 0.97, q_4 カーブは 0.99 であることが図より読みとれる。このことから $p_0=0.60$, $p_1=q_1-q_0=0.24$, $p_2=q_2-q_1=0.10$, $p_3=q_3-q_2=0.04$, $p_4=q_4-q_3=0.02$ とわかる。すなわち、バース数が 1 で $\lambda/\mu=0.4$ でしかも入港時間隔分布と在港時間分布が指数分布で近似できるときには、バースが空いている確率は 0.60、バースに接岸している待ち船のない状態の確率は 0.24、1 船待っている状態（従って系全体には 2 隻いる状態であり $k=2$ として）の確率は 0.10、以下次々に状態確率が求まる。また $q_4=0.99$ ということから、 $S=1$ を考慮すると、3 隻分の泊地を用意しておけば、まず 100 日のうち 99 日は正常に活動でき、待ち船数が 4 隻以上となるのは、残りの 1% であることわかる。

次に、図 3 に平均在港隻数を、図 4 に平均待ち船隻数を示した。図 3、図 4 の次の 1, 2, 3, 4 は、M/M 型、M/E₂ 型、M/E₃ 型、M/D 型であり、各々の図において、横軸に ρ を縦軸に隻数を対数尺でとり、10 本の曲線は上から $S=1, S=2, \dots, S=10$ の場合である。

平均在港隻数 L 、平均待ち船隻数 L_q 、平均在港時間（港内にいる時間で入港から出港までの平均時間であり、バース待ち時間と接岸時間の和の平均時間） W 、平均待ち時間 W_q の間には、次の関係式が常に成立するので、図 2、図 3 より船舶の平均在港時間および平均待ち時間も容易に求まる。

$$L = \lambda W, L_q = \lambda W_q$$

さらに、到着分布が指數分布で、サービス分布が一般的の分布の場合に $S=\infty$ とすると定常解は平均 λ/μ のポアソン分布になることが確められている*。このことは、 S が有限の値の場合には、 $\sum_{k=S}^{\infty} p_k$ がほとんど 0 に等しければ、待つ確率がほとんど 0 あることと同じで、実質的には $S=\infty$ と同様の意味をもち、 $|p_k|$ は平均 λ/μ のポアソン分布に一致する。 ρ と S で表わすと、 $\rho = \lambda/S\mu$ より、平均 $S\rho$ のポアソン分布に従うこととなる。従って、十分大なる S に対して ρ が小さく、 $\sum_{k=S}^{\infty} p_k$ がほとんど 0 に等しいときは、どの場合でも $|p_k|$ は平均 $S\rho$ のポアソン分布になる。 $\sum_{k=S}^{\infty} p_k$ は、新たに到着した船が待つ確率であり通常 Π で記す。M/M 型の場合に、 $S=1 \sim 90$, $\rho=0.05 \sim 0.95$ に対する Π の値を表 1 に示す。

表 1 から、 $S=30, \rho=0.5$ の場合をみると、 $\Pi=0.0004$

*) 文献 21)

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

とほとんど0に近いと考えられるから、港内に k 隻いる確率は、平均 $S\rho=15$ のポアソン分布に従うと考えられる。平均10までのポアソン分布表は付表-2にのせたが、平均10以上のポアソン分布は正規分布で近似できることから在港隻数95%の限界値は、平均値を m 、標準偏差を σ とすると正規分布表より $m \pm 1.96\sigma$ が95%限界値であることおよび平均15のポアソン分布の標準偏差は $\sqrt{15} \approx 3.87$ であることから、7隻以上23隻以内の船が在港している確率が0.95とわかる。正規分布の対称性から23隻以上となる確率は0.025であることも得られる。

3. 図表の使用例

ここでは、簡単な判断基準を設けて埠頭の数、泊地規模、荷役効率の上昇分等の算出を試みる。複雑な場合にも、図表の意味を理解すれば容易に応用可能である。

3.1 λ と μ および埠頭の建設コスト、船の損失コストが与えられている場合の最適な埠頭の数と泊地規模の決定

まず、埠頭の建設コストを1バースあたり C_b 、貨物船のバース待ちによる単位時間あたりの損失を C_w とする。 S バース建設したとすると建設コストは $S \times C_b$ であり、 S バースのときの平均待ち時間 W_q を求めるには、図-4により、 $\rho = \lambda/S\mu$ をよみ、それを上へのばして上から S 番目の曲線との交点から縦軸の値平均待ち隻数 L_q をよみ、 λ で除して、 $W_q = L_q/\lambda$ が求まる。次に考察すべき期間を T （単位時間に直す）とすると、期間 T の間に入港する船は λT 隻で、一船平均 $W_q = L_q/\lambda$ （単位時間）だけ待つから、船の損失の合計は $\lambda \cdot T \cdot L_q / \lambda \cdot C_w$ で与えられる。従って、全体の費用 C は

$$C = S \times C_b + T \cdot L_q \cdot C_w$$

で与えられ、これを最小とする S を見い出せばよい。この場合、 M/M の表を使用するか、 M/E_2 か M/E_3 か M/D かのどれを選択するかが問題として残っているが、これは、在港時間のヒストグラムを作つて、図-1のどの形に最も近いかをみればよい。具体的に分布の適合度の検定 (χ^2 -検定) を行えるよう、平均1の指數分布、フェーズ1のアーラン分布、フェーズ2のアーラン分布の密度と累積分布を付表-1, 2, 3に示す。平均 a の分布に直すには、 a 倍した値の欄をみて、密度に関しては $1/a$ の値を採用し（全確率の和を1にするため）、分布に関してはそのままの値を用いればよい。

3.2 λ , μ , S が決定したときに泊地規模を推定する場合

在港時間の分布形に関しては3.1同様の処置をし、場

合によっては $M/D/S$ の場合をも考慮して、どの図を採用するかをはじめに決める。その図の $\rho = \lambda/S\mu$ の値を縦に上へのばして、0.95, 0.99, 0.999等との交点を通過する曲線 q_k を求め、 $k-S$ をもって泊地の規模とすればよい。 $k-S \leq 0$ のときは $k=0$ でよい。0.95と0.99と0.999等の限界値の設定は、別途決定する。その決定の基準は、年間何日以内ならば泊地が満杯になっても、何らかの処置（例えば、他の泊地の転用、その期間だけ荷役能率をあげて在港時間の短縮化等）によりそれを回避できるかによる。

3.3 λ , S , および泊地規模 N が決っている場合における μ の算定

この場合も在港時間の平均値 $1/\mu$ を求めるにあたってそのまえに在港時間の分布形を決定する。その決定がなされたら、 S の場合の図表より、 $k=S+N$ として、 q_k 曲線（下から $k+1$ 番目の曲線）が0.95, 0.99, 0.999等計画決定者があらかじめきめておいた限界水準よりも小となるような ρ を見出し、 $\mu = \lambda/S\rho$ を計算して μ が求まる。

4. あとがき

埠頭の数および泊地規模の決定方法は、現在のところ、港湾工学における他分野の設計方法等と比較すると非常に遅れており、港湾構造物設計基準においても、“埠頭の規模は、その港を利用する貨客の数量、種類、荷姿および海陸の輸送機関の実状を把握し、将来の貨物量の増大、船型の大型化など輸送体系の変化を十分考慮に入れて決めなければならない”とあり、では具体的にどうかとなると、構造物の設計基準の様にきめ細い基準は存在していない。

このような情況の下で、埠頭の規模を決定する複雑なメカニズムから離れて、単純なO.R.的接近方法が在来行われてきたが、それらを整理し、また新しく付け加えてまとめたのが本報告であり、O.R.的見地からみた場合の埠頭の数と泊地規模の決定方法を簡単な例をとって示し、広く港湾関係者の批判をおおぐものである。

本報告書において、実在する港における現状とここで紹介したモデルによる結果と、どの程度一致しているか、どこから一致しなくなるかについて触れらなかつたことが惜しまれるが、現在、ブラックボックス的なこの分野に対する第一次近似解とみなして頂ければ著者らの努力は十分酬われたといえよう。

現在、システム研究室においては、モデルとはなれた港湾活動の実情についても調査研究しており、両者の結

果を統合して、第二次近似解をも模索中である。更に、今回は埠頭の数と泊地規模のみに留めたが、埠頭の貯留容量に対する O.R. 的接近をも試みており^{*}、埠頭全体の規模決定に対する方法論を、今回同様、第一次近似解という形で報告する予定である。

終りにあたって、わが国でも比較的早い時期にあたる昭和30年頃からはじまった港湾計画への O.R. の導入が途中でストップしていたにも拘らずここまで進歩できたことは前システム研究室長工藤和男氏ならびに港湾局諸先輩のおかげであり、ここに深く感謝の意を表する次第である。
(1973年12月20日受付)

参考文献

- 1) 第二港湾建設局「10. 輻奏の問題（待ち合せ又は順番待ちの理論）」港湾技術要報No. 20, 1958
- 2) 第三港湾局設計班「摩耶埠頭計画及び設計概要（第二次作業の取扱い）」1958
- 3) 第二港湾建設局京浜港工事事務所「山下埠頭利用計画書」1958
- 4) 長尾義三「港湾技術の発展に関する方法論的研究」第三港湾建設局 1959
- 5) 北海道開発局港湾部「電子計算機の港湾技術への導入（入港船舶のシミュレーション分析）」第12回直轄港湾技術研究会資料 1961
- 6) 片山猛雄, 石渡友夫「38. 待ち合せ理論の港湾計画への応用（特に泊地面積の検討とそのための調査）」第5回技術研究発表会「報文集」北海道開発局1961
- 7) 第二港湾建設局京浜港工事事務所「横浜港公共埠頭の計画」1961
- 8) 第三港湾建設局神戸調査設計事務所「業務資料、六甲埠頭のバース計画に関する基礎的研究」1964
- 9) 港湾局、第三港湾建設局「雑貨埠頭計画調査中間報告」1964
- 10) 工藤和男, 高野聖三, 奥山育英「埠頭の取扱い能力についての研究」港湾技術研究所報告第4巻8号, 1965
- 11) 佐藤肇「雑貨輸出入埠頭計画論」第三港湾建設局業務資料, 1965
- 12) 港湾局「埠頭標準能力調査報告書」1966
- 13) 第二港湾建設局, 第五港湾建設局「港湾計画の標準化へのアプローチ（埠頭施設編）」第17回直轄技術研究会討議 No. 10, 1966
- 14) 港湾局「ふ頭標準能力調査報告書（内貿編）」1967
- 15) 第一港湾建設局「埠頭能力調査報告書」1968
- 16) 「港湾における船舶の接岸待ち時間の予測」港湾荷役 Vol. 13, No. 4 港湾荷役化協会 1968
- 17) 奥山育英, 工藤和男, 中村松子, 中井典倫子「待ち合せ理論の港湾への適用に対する考察——その前提条件の実証的解析——」港湾技研発表会講演概要 1968
- 18) 笹嶋博, 工藤和男, 中井典倫子「石油製品積出バースの特性」港研資料 No. 151, Dec. 1972
- 19) 奥山育英, 工藤和男「埠頭のシステム設計について——容量の決定——」港湾技研講演会 講演概要, 1973
- 20) 森村英典, 大前義次「待ち行列の理論と実際」日科技連ライブリー⑦, 1962
- 21) 本間鶴千代「待ち行列の理論」理工学者 1966
- 22) W. Feller「An Introduction to Probability Theory and Its Applications」volume 1, John Wiley & Sons, 1957
(邦訳) 河田竜夫他「確率論とその応用（上・下）」現代経営科学全集5, 紀伊国屋書店 1961
- 23) John C. HEFFER「Steady-State Solution of the $M/E_k/C (\infty, FIFO)$ Queueing System」Canadian Operational Research Society, Vol. 7, No. 1, March 1969
- 24) 工藤和男: A Practical Approach to the Average Waiting Time of $M/G/S$ Type Queueing Models, 港研報告11巻1号, 1972

^{*}) 文献 19)

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

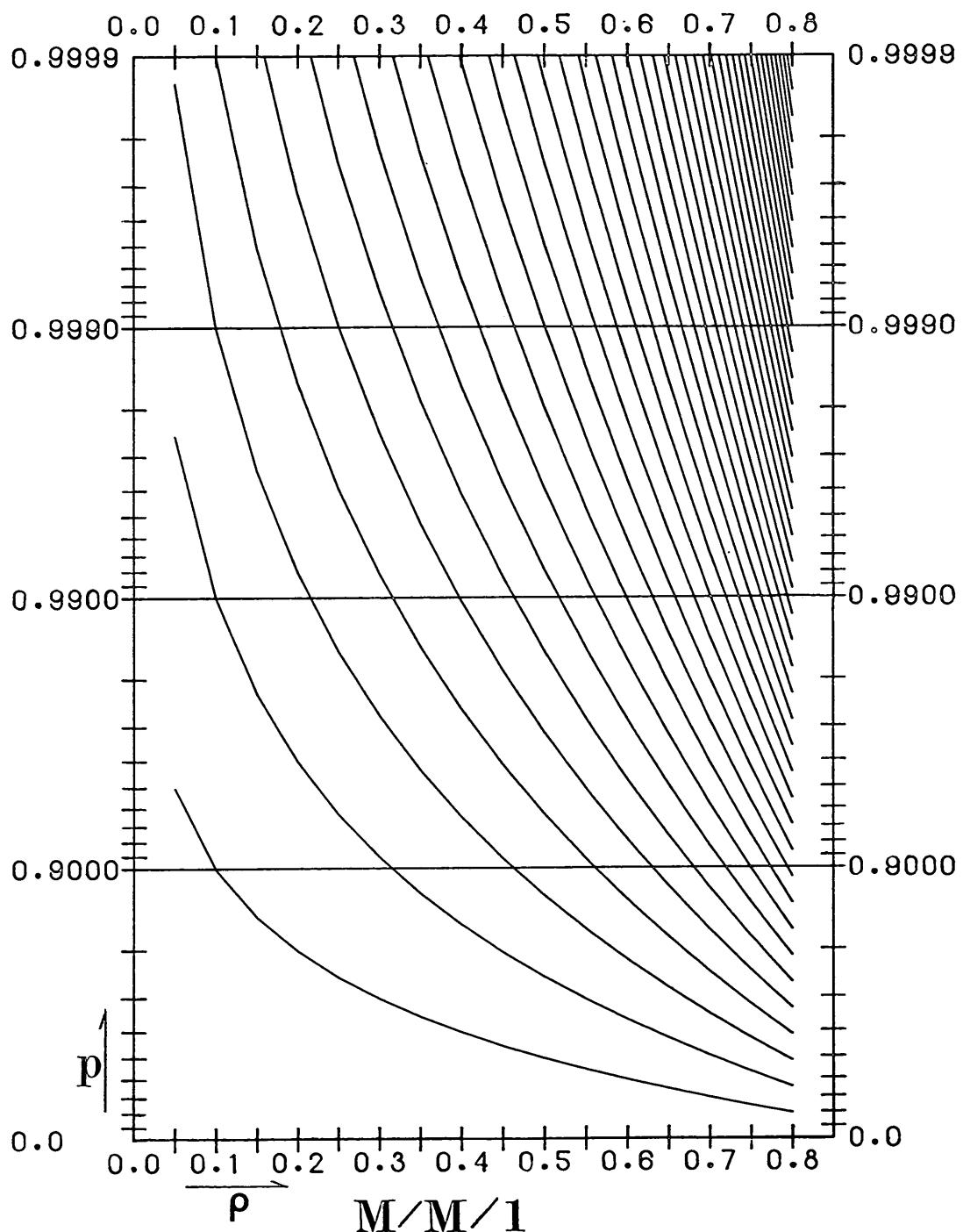


図-2-1-1 状態確率分布 $M/M/1$

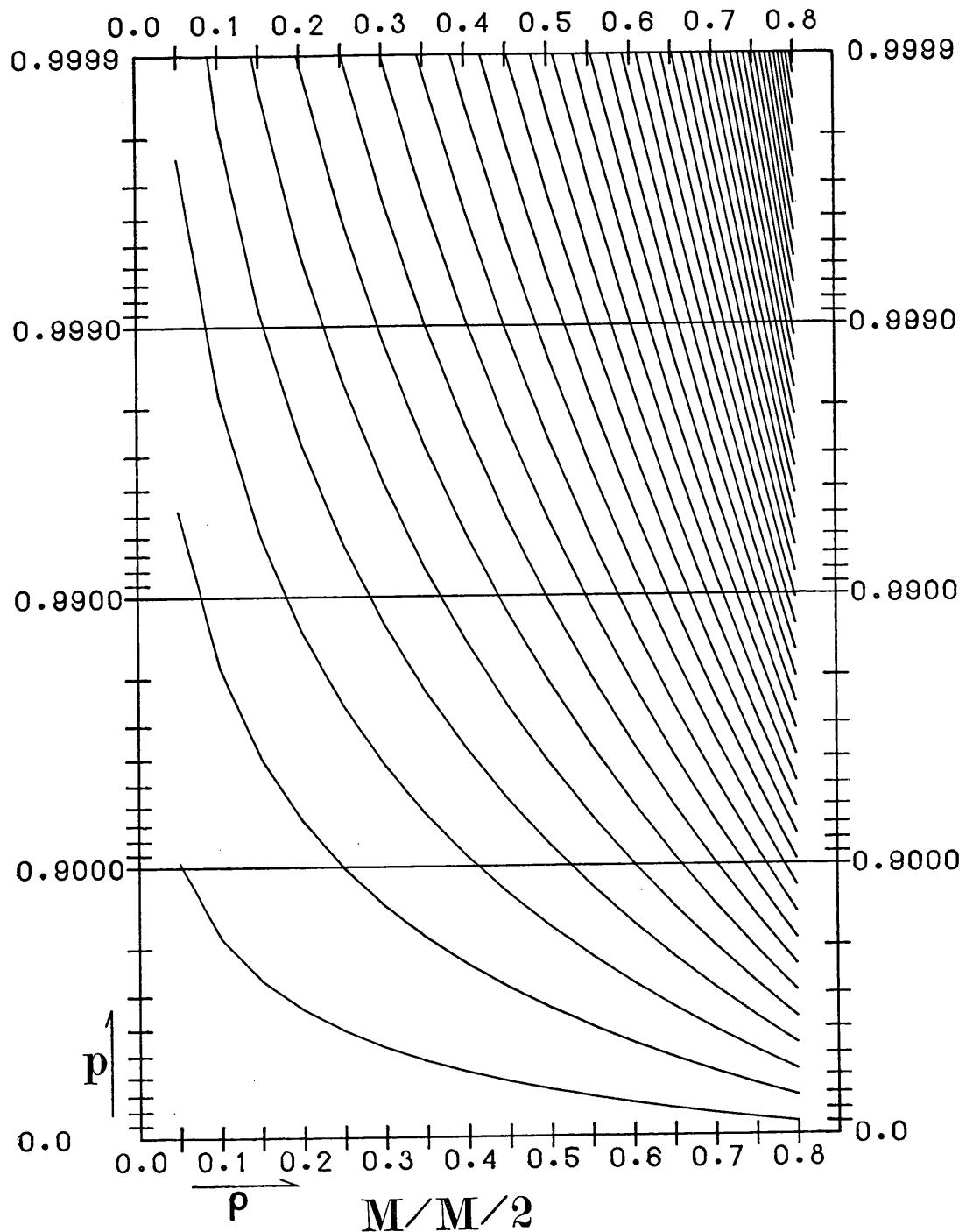


図-2-1-2 状態確率分布 $M/M/2$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

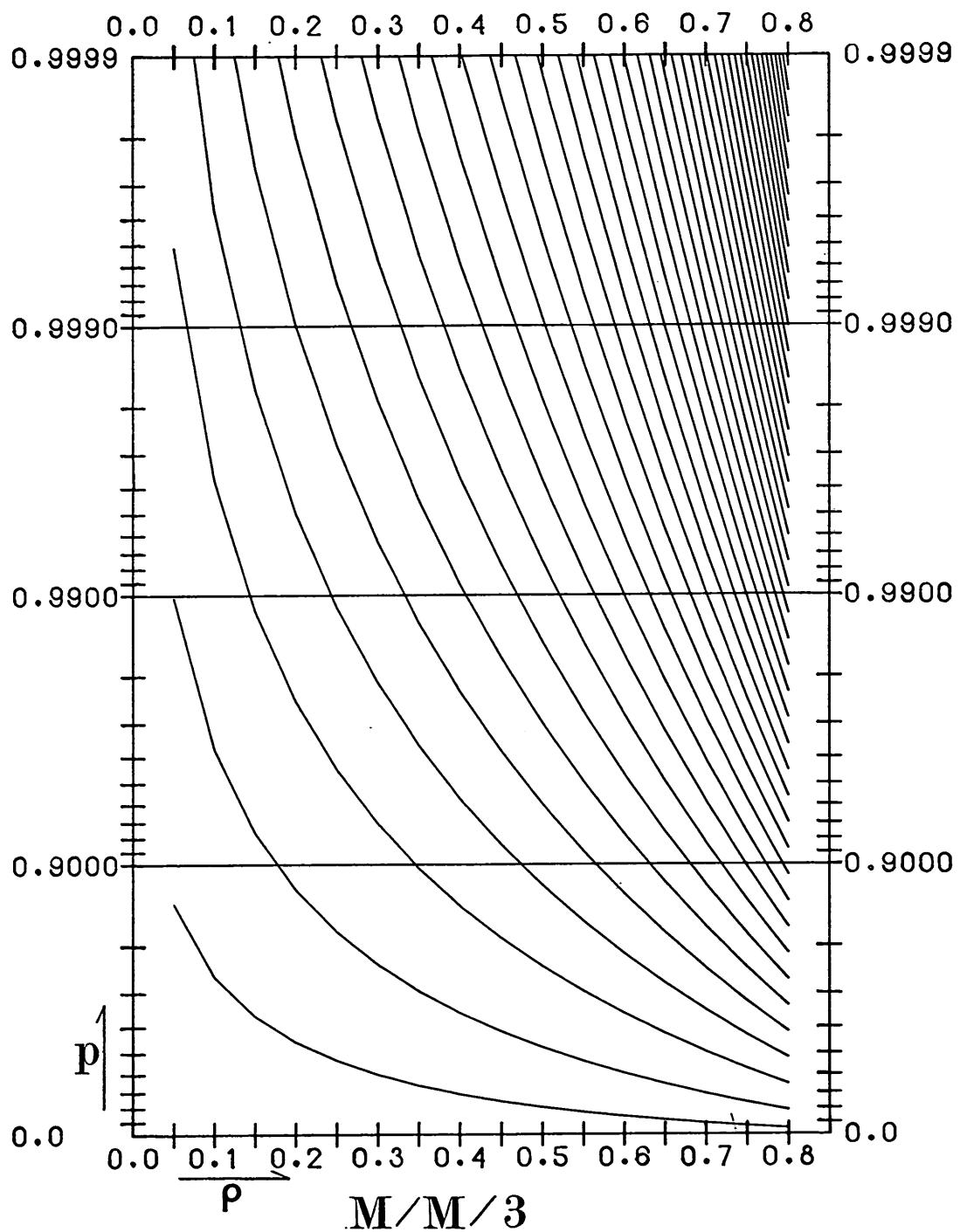


図-2-1-3 状態確率分布 $M/M/3$

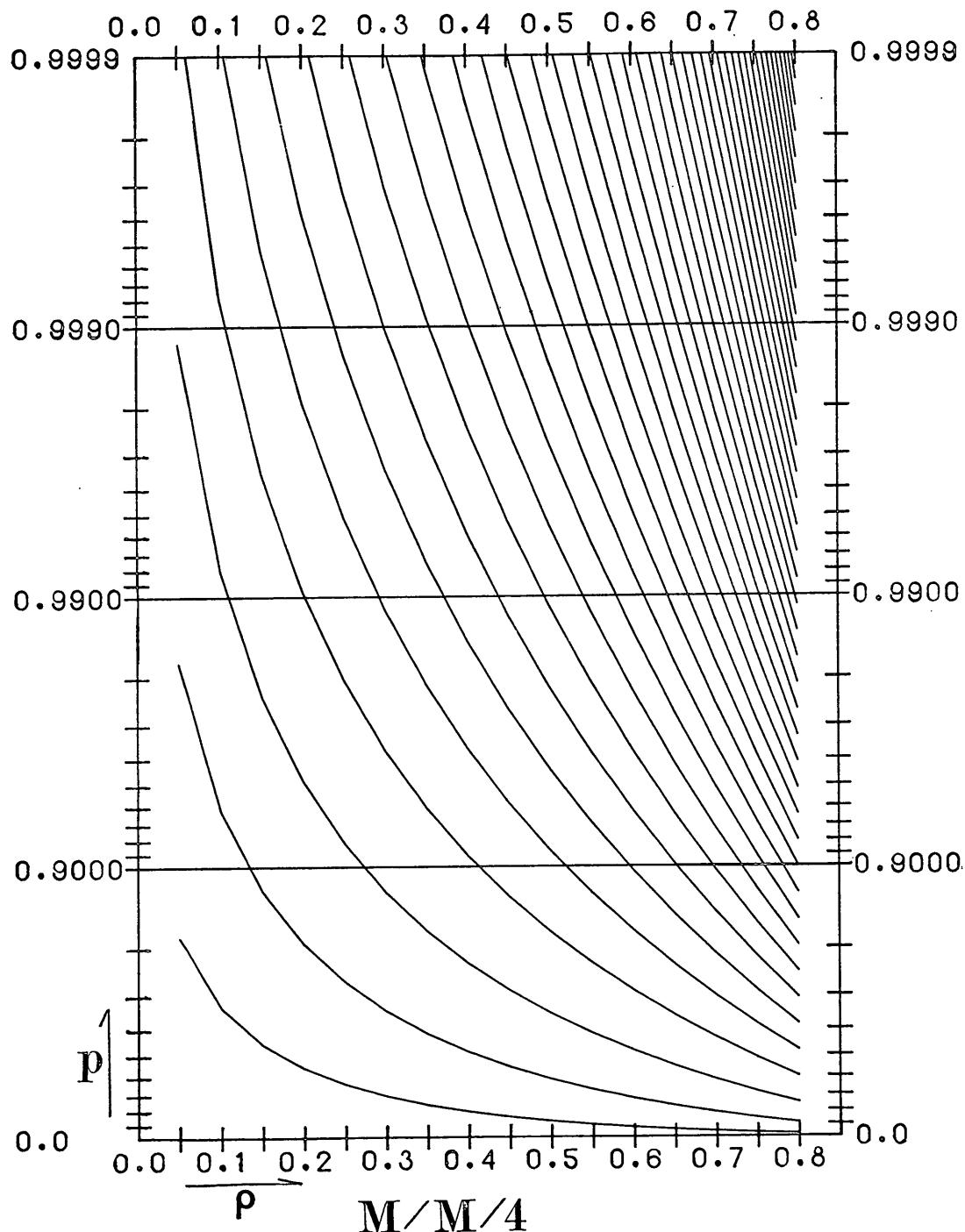


図-2-1-4 状態確率分布 $M/M/4$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

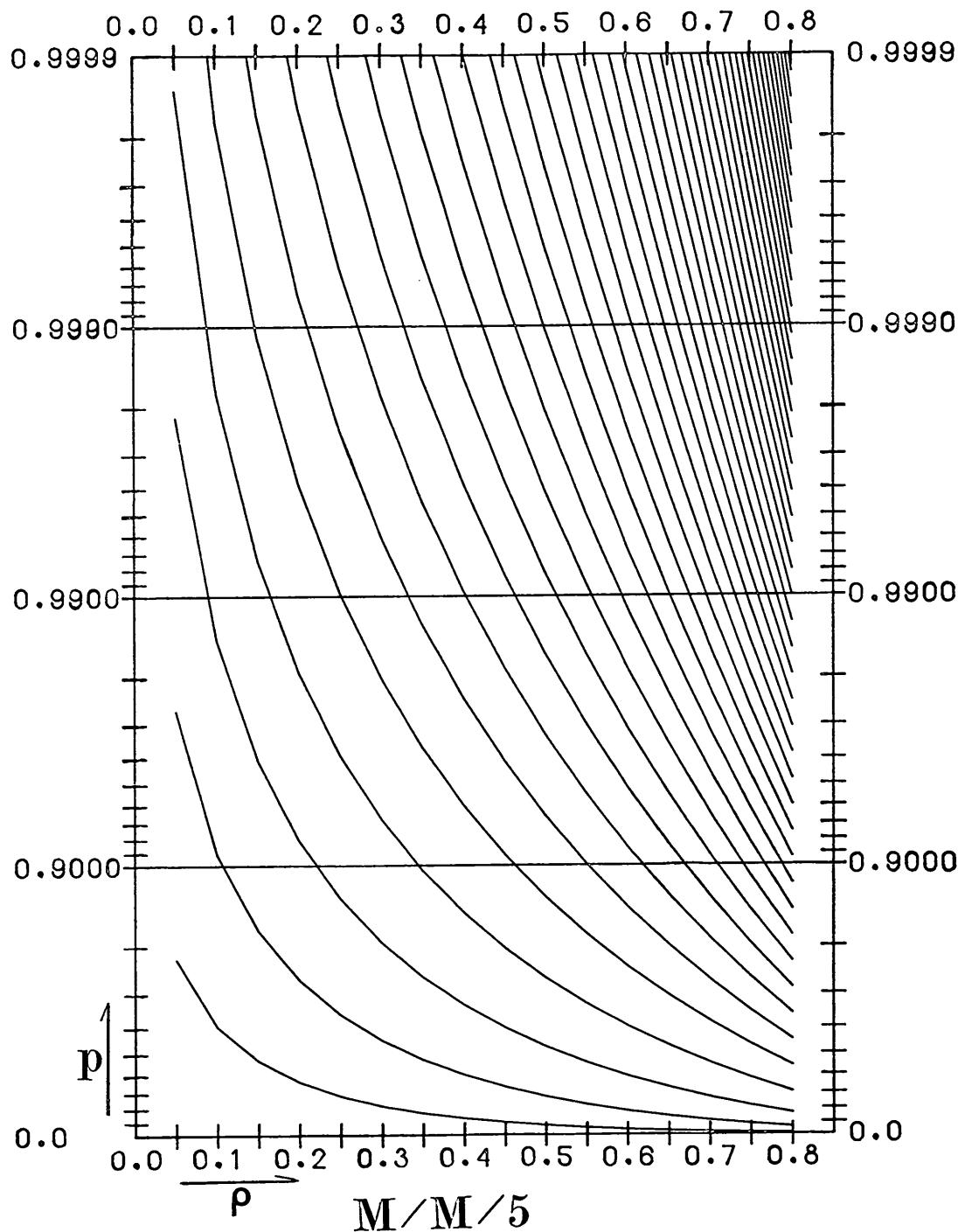


図-2-1-5 状態確率分布 $M/M/5$

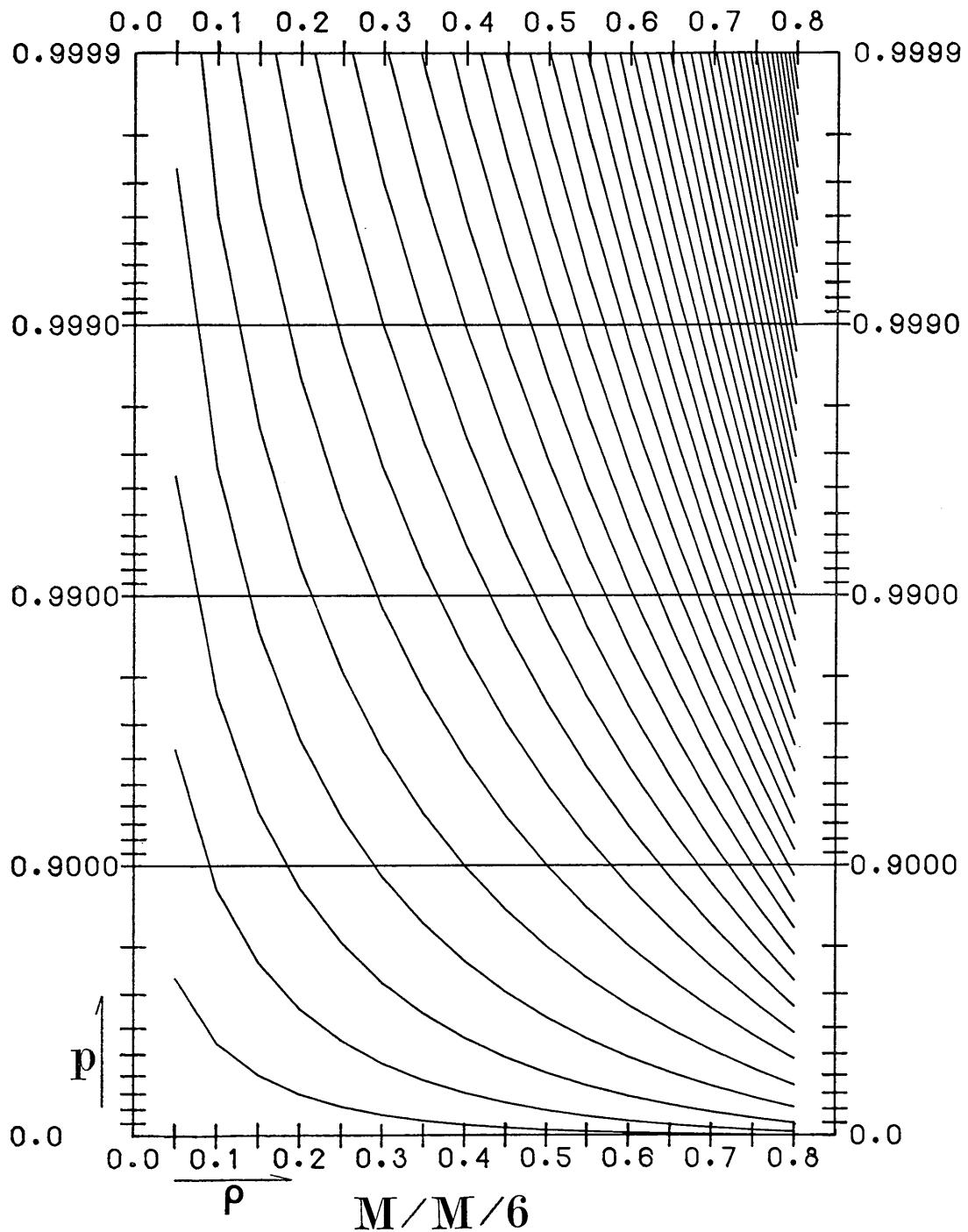


図-2-1-6 状態確率分布 $M/M/6$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

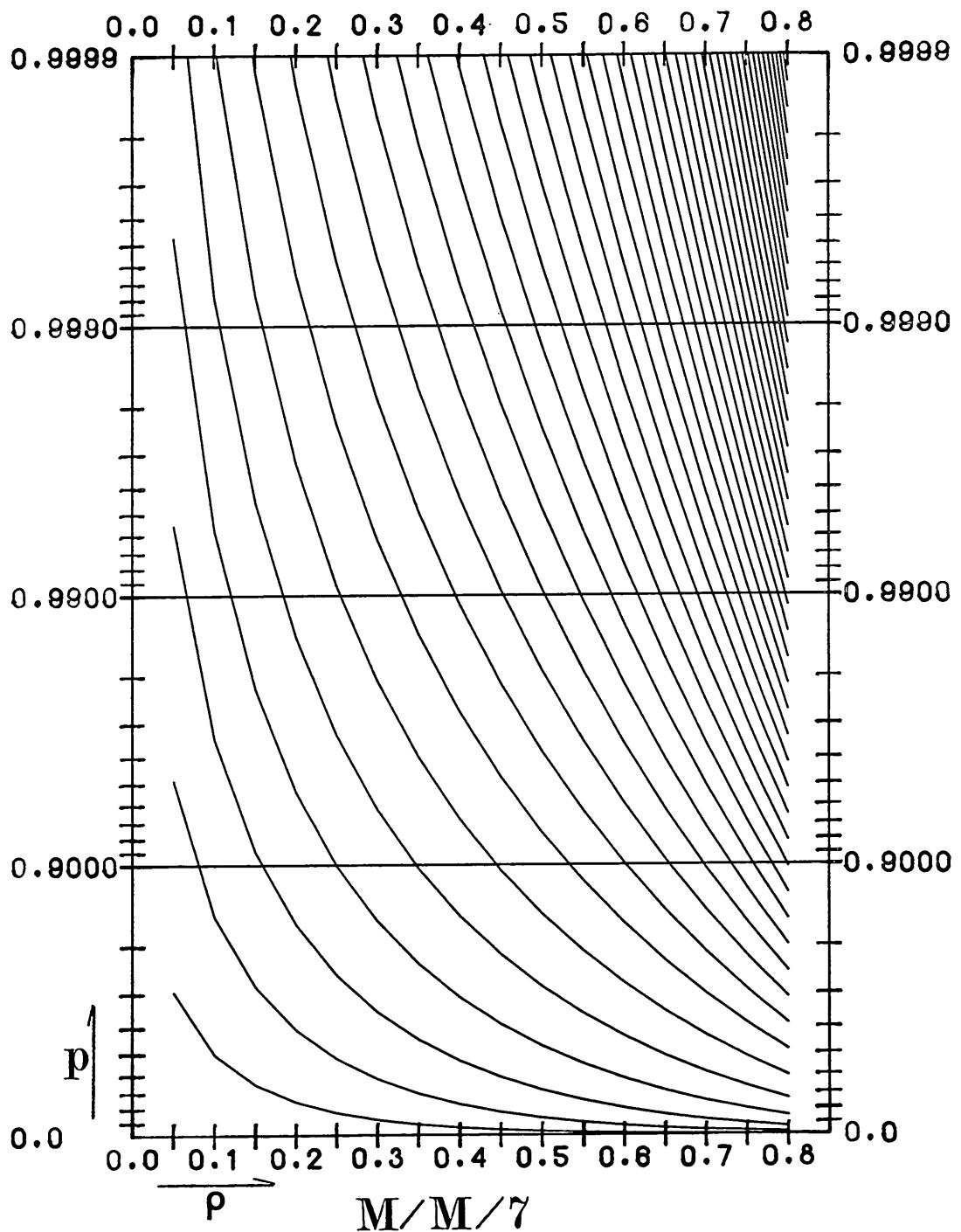


図-2-1-7 状態確率分布 $M/M/7$

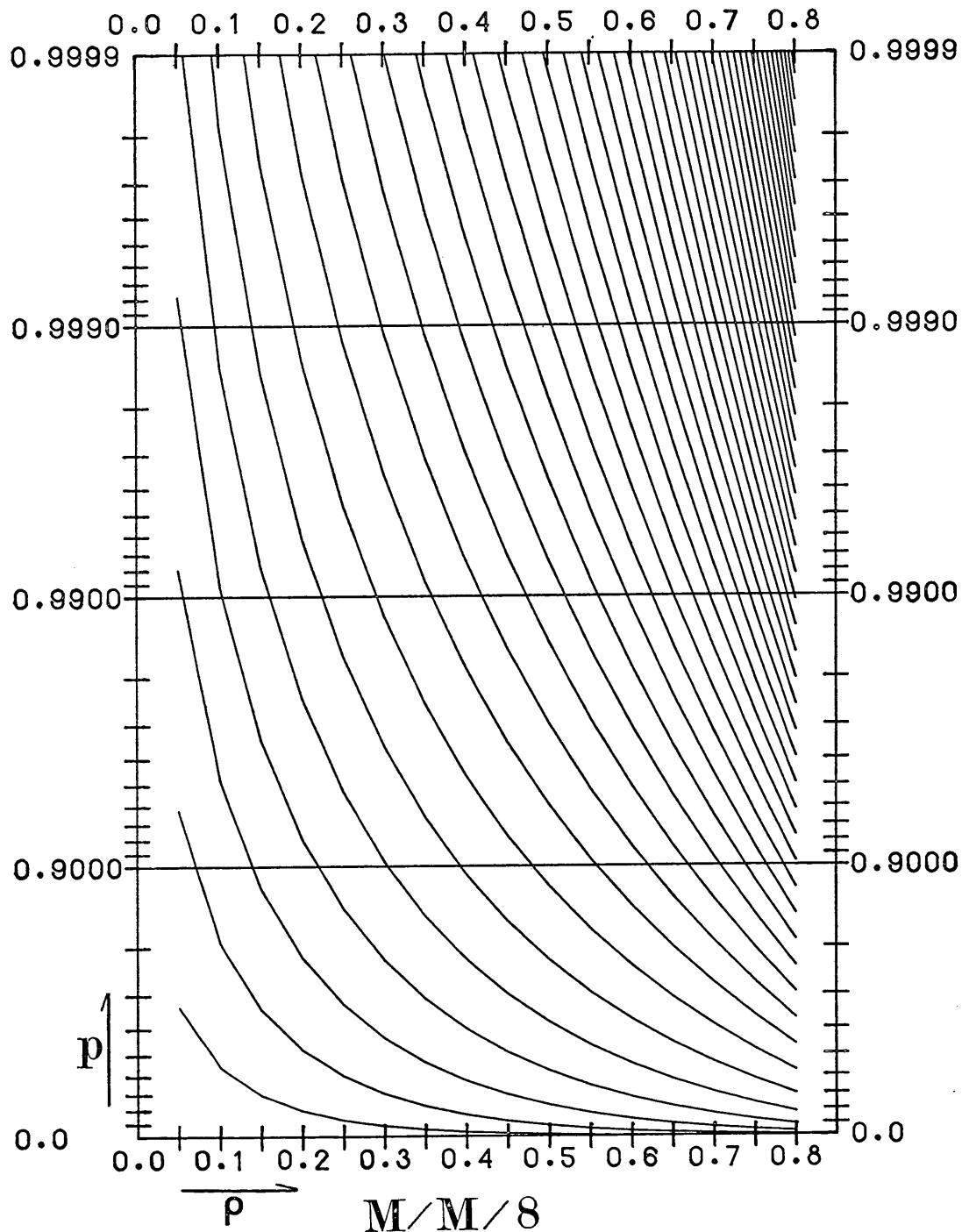


図-2-1-8 状態確率分布 $M/M/8$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

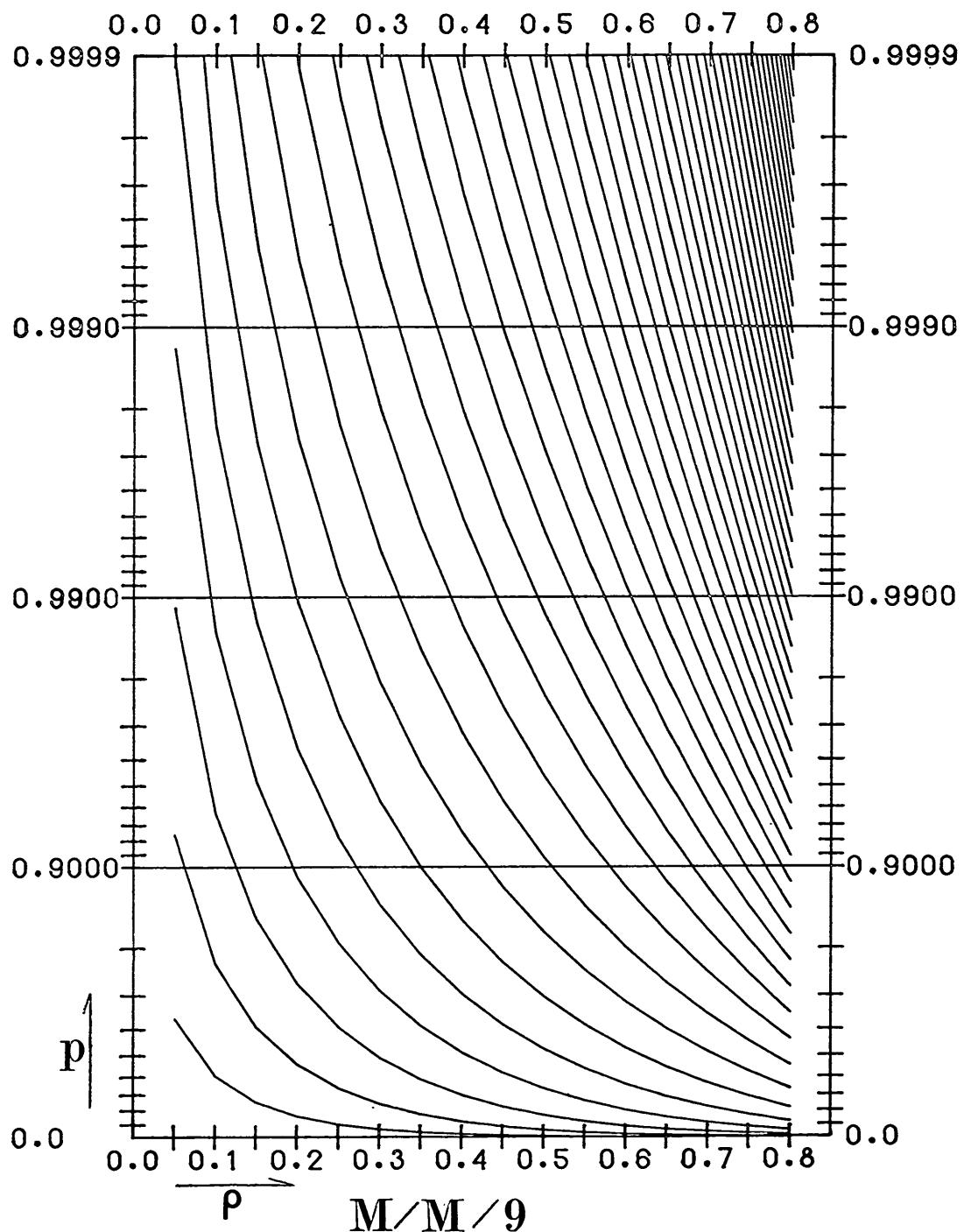


図-2-1-9 状態確率分布 $M/M/9$

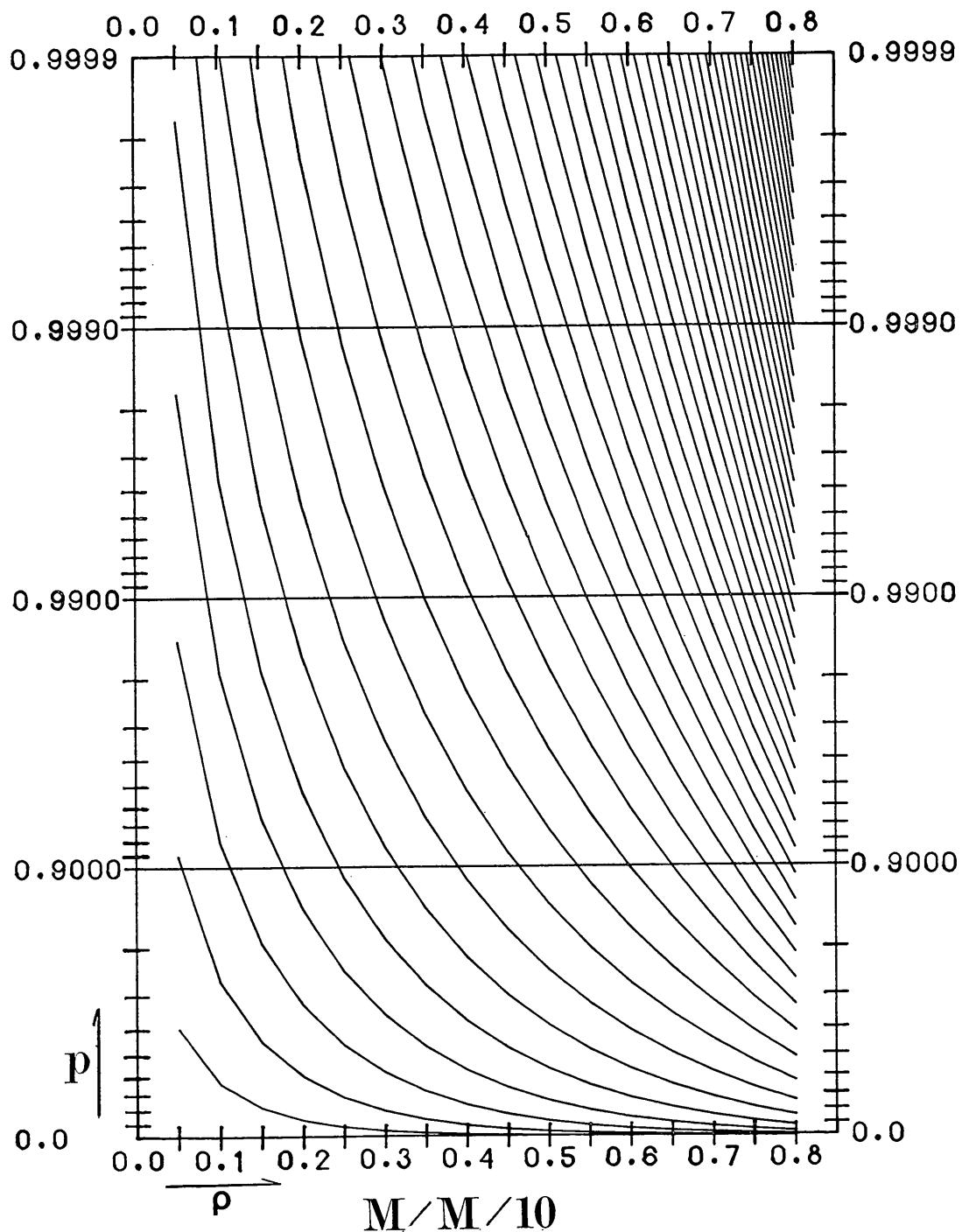


図-2-1-10 状態確率分布 $M/M/10$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

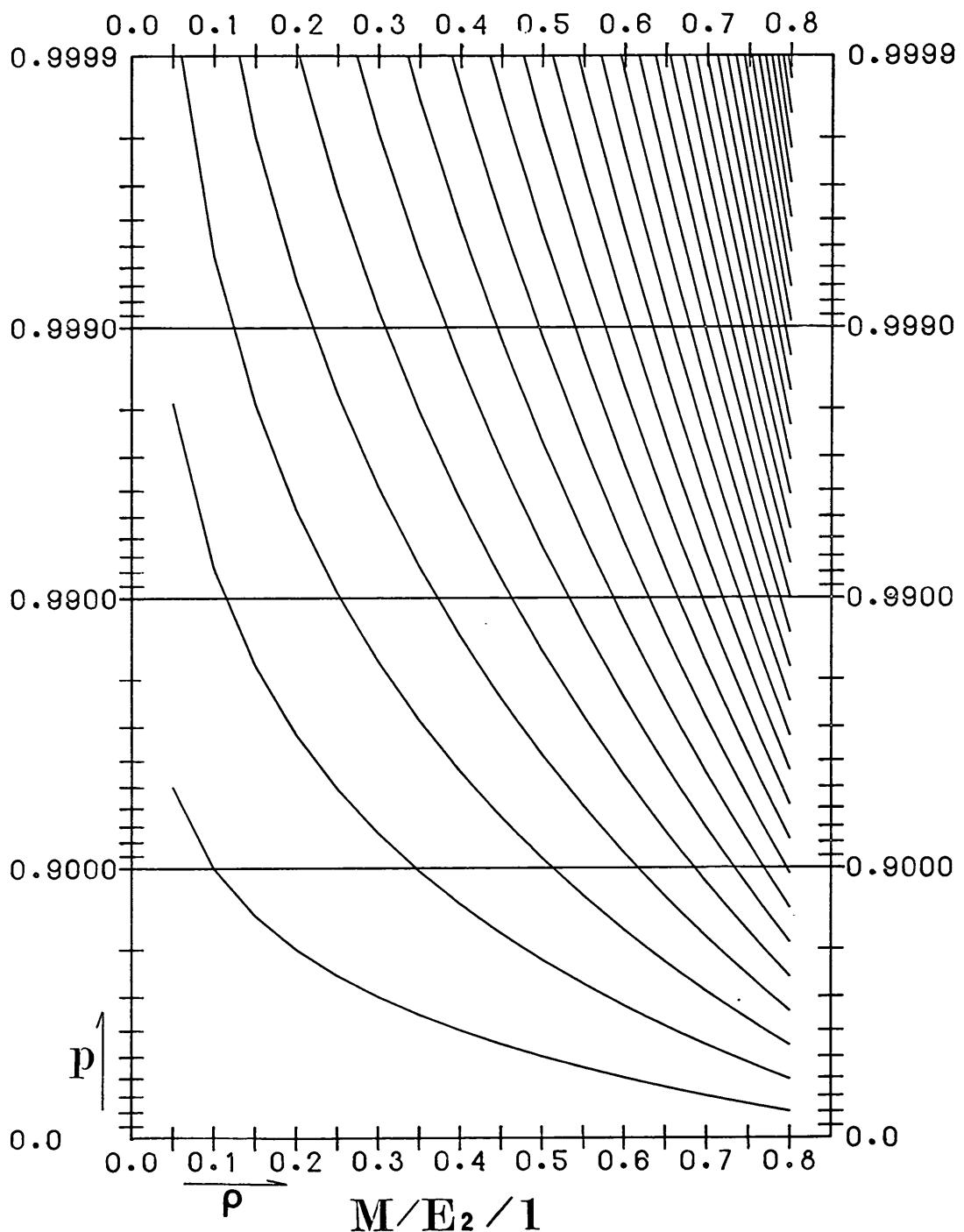


図-2-2-1 状態確率分布 $M/E_2/1$

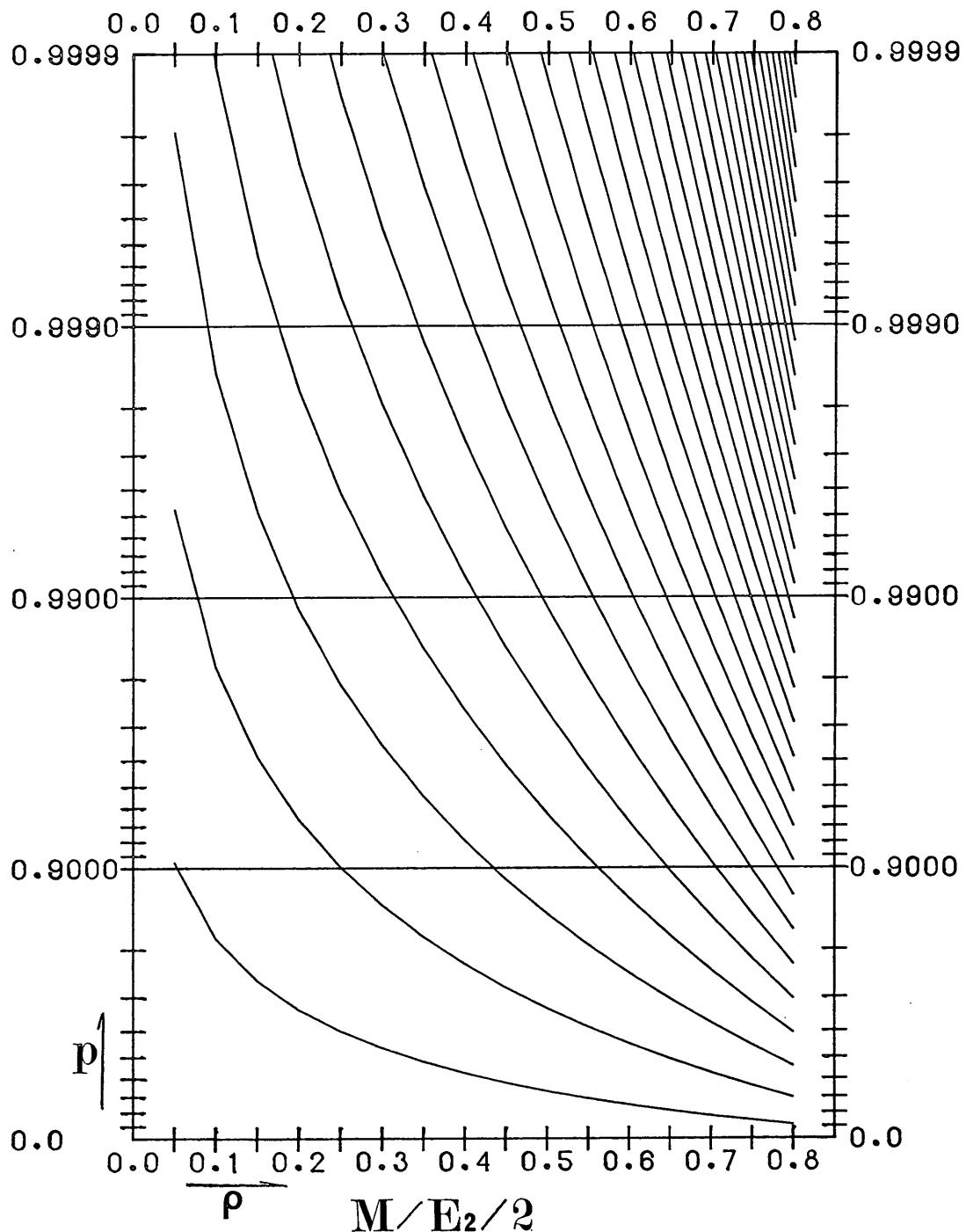


図-2-2-2 状態確率分布 $M/E_2/2$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

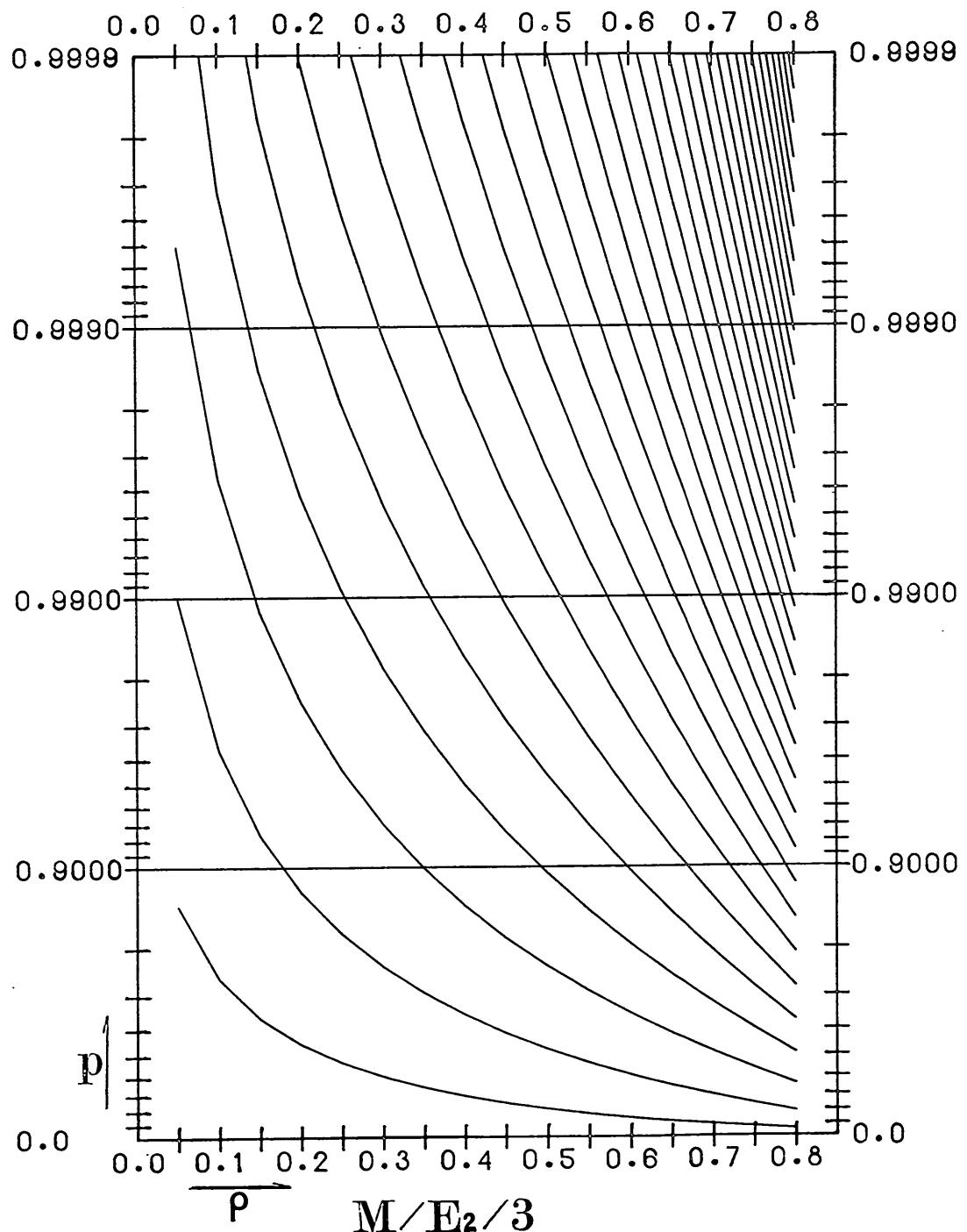


図-2-2-3 状態確率分布 $M/E_2/3$

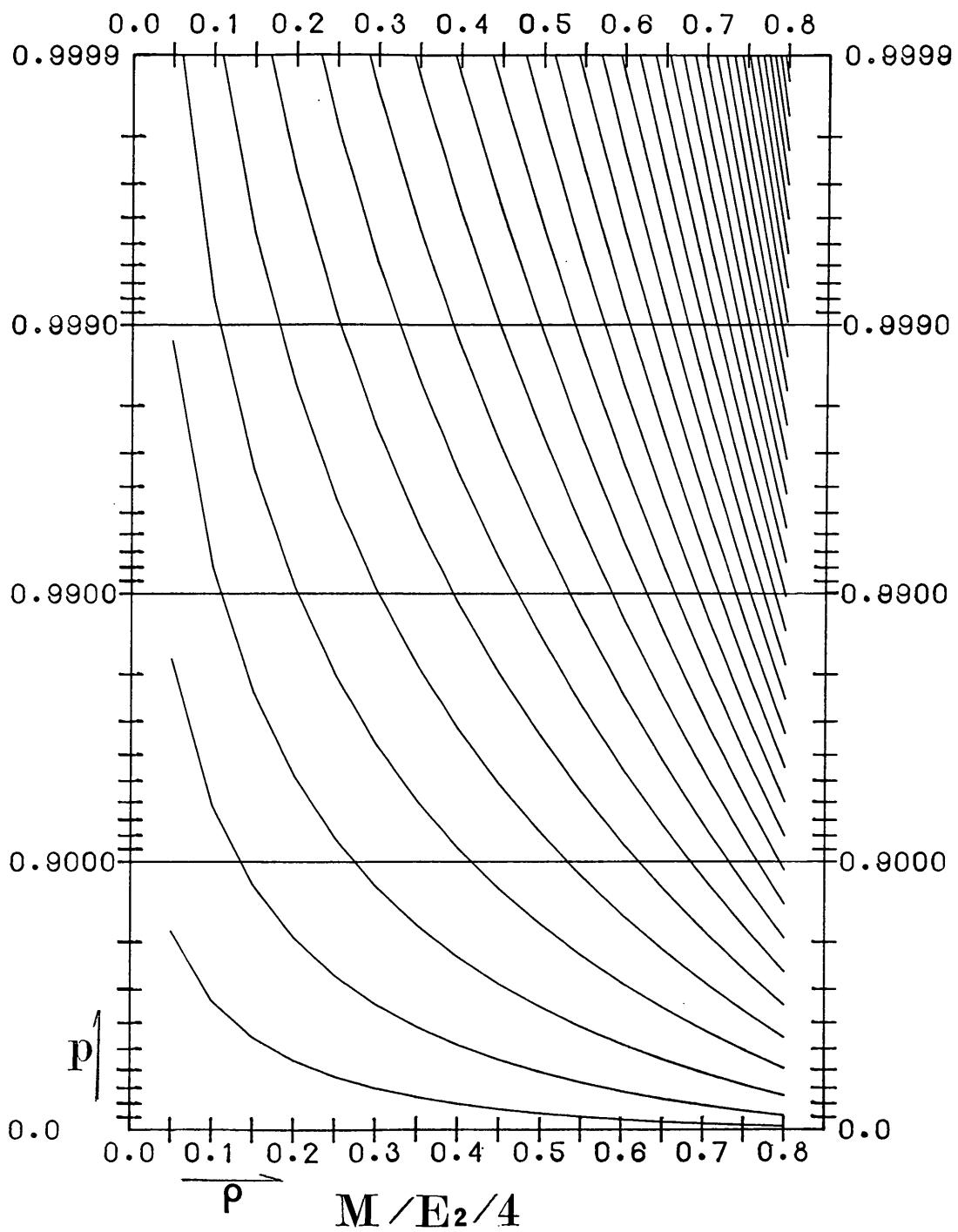


図-2-2-4 状態確率分布 $M/E_2/4$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

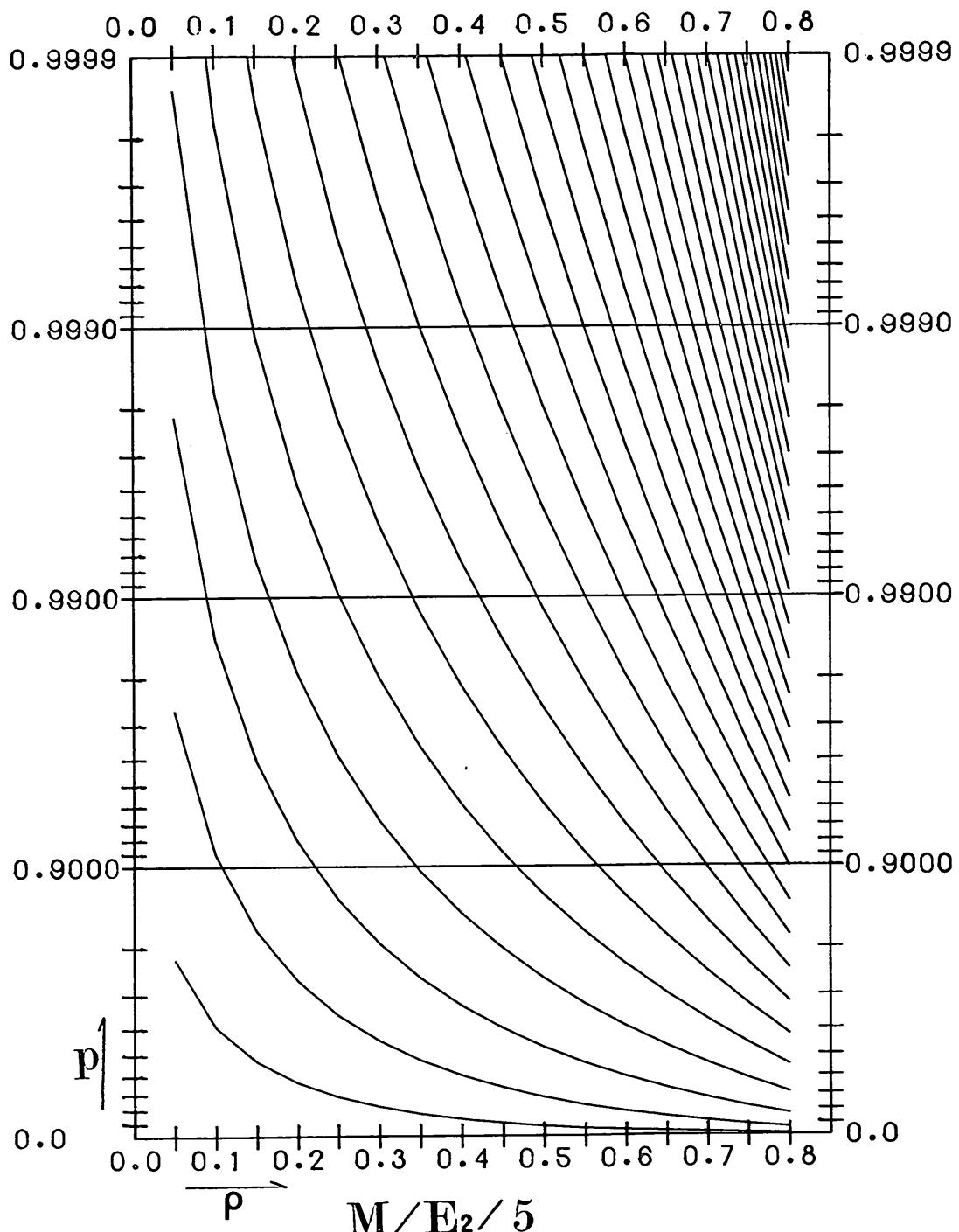


図-2-2-5 状態確率分布 $M/E_2/5$

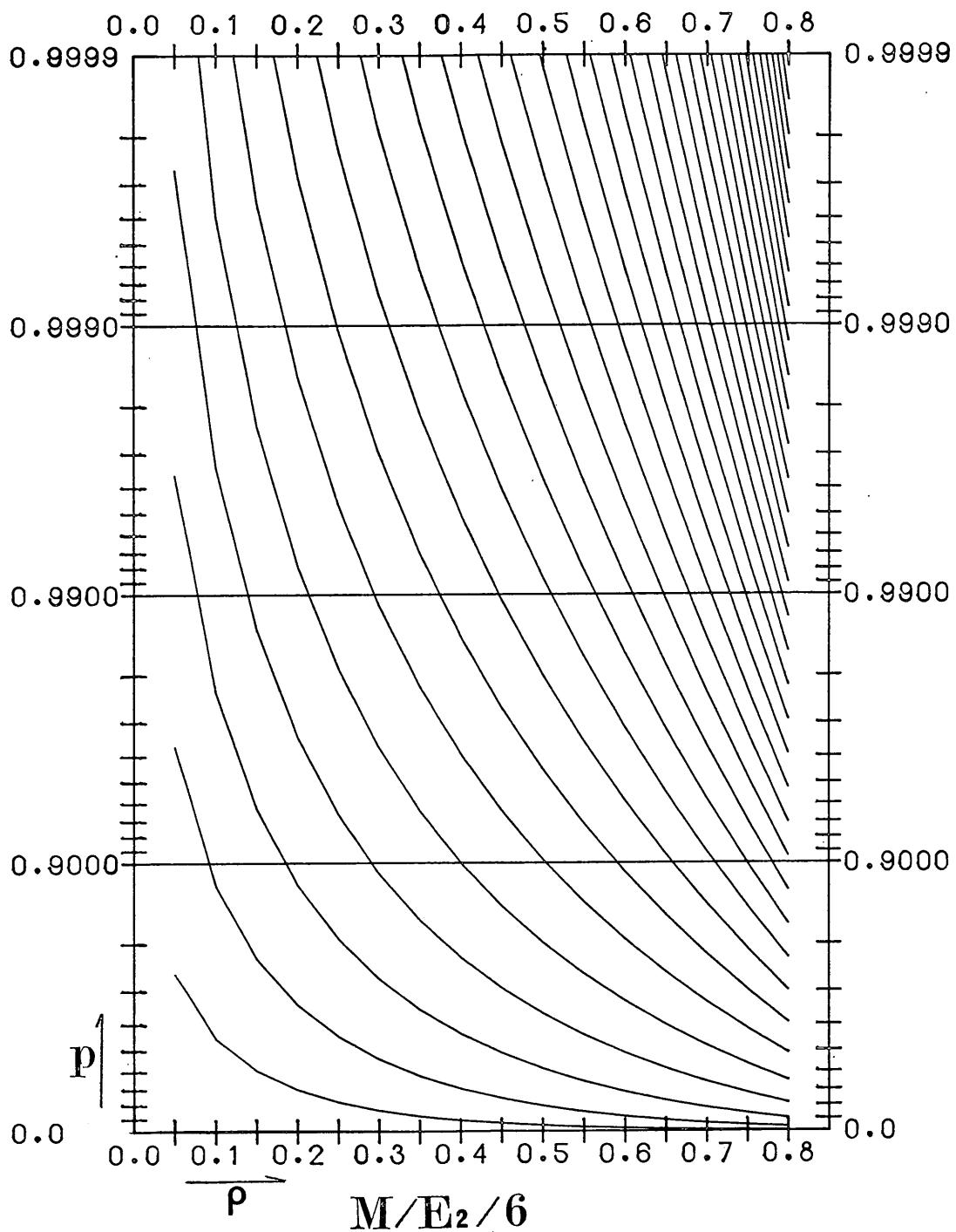


図-2-2-6 状態確率分布 $M/E_2/6$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

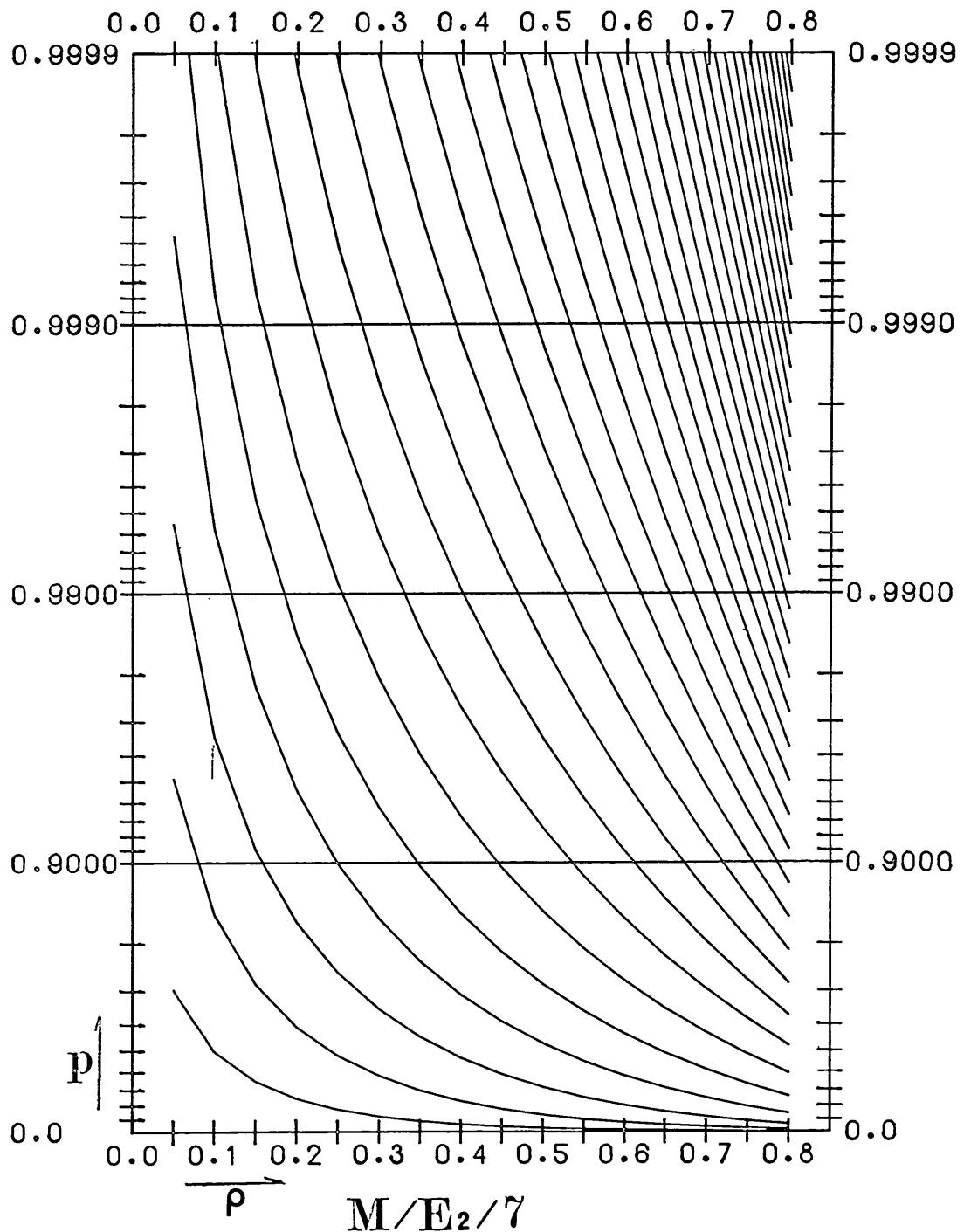


図-2-2-7 状態確率分布 $M/E_2/7$

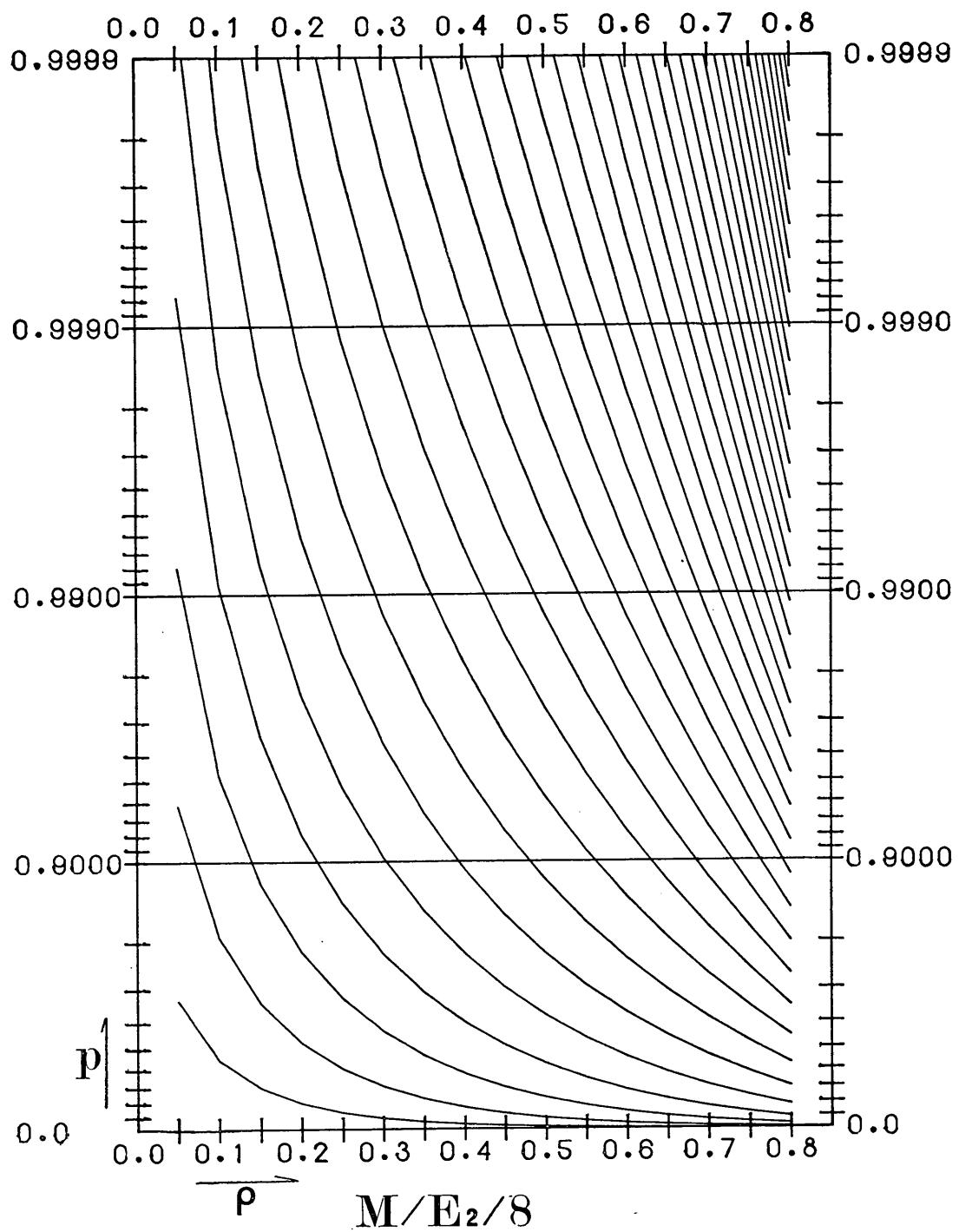


図-2-2-8 状態確率分布 $M/E_2/8$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

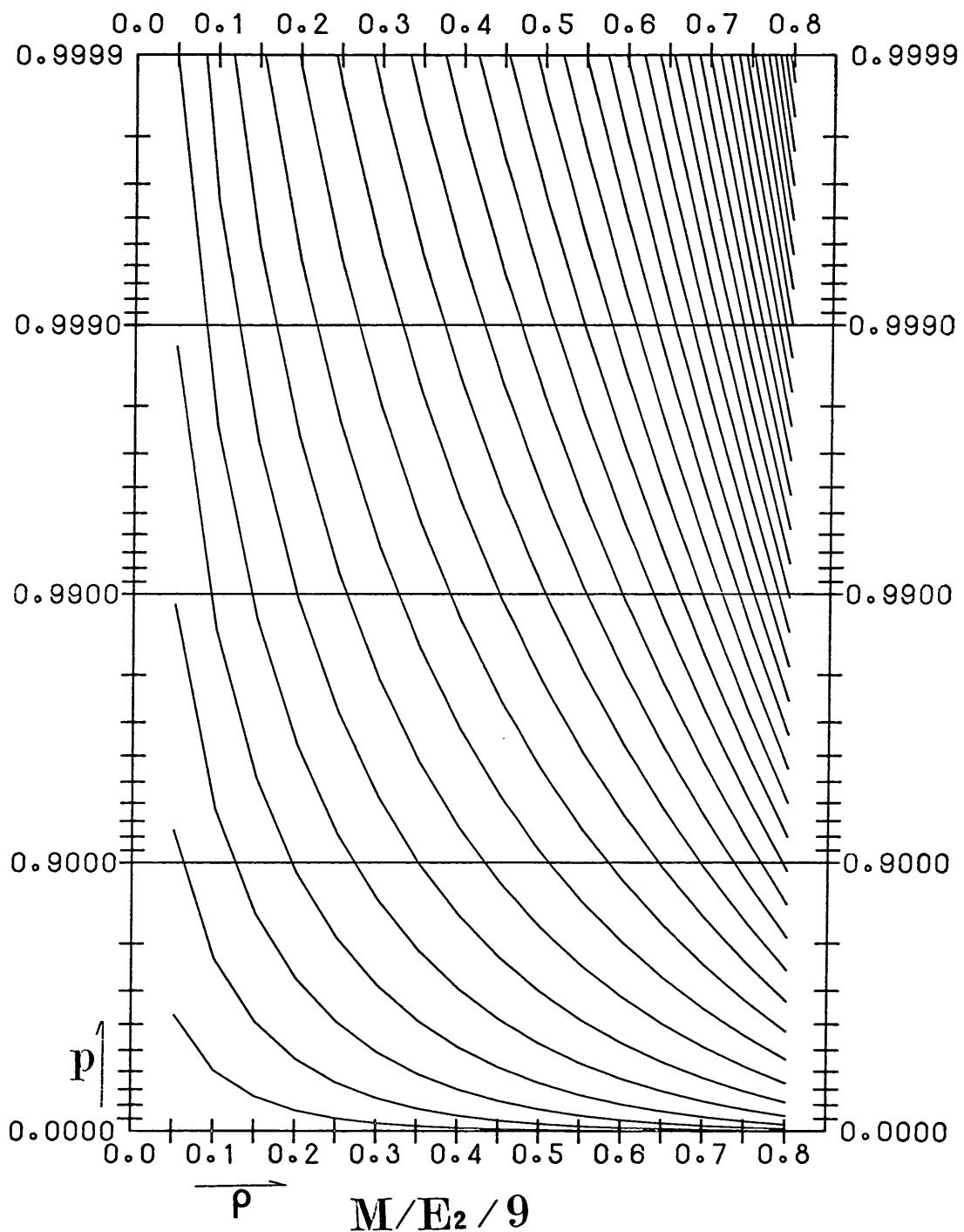


図-2-2-9 状態確率分布 $M/E_2/9$

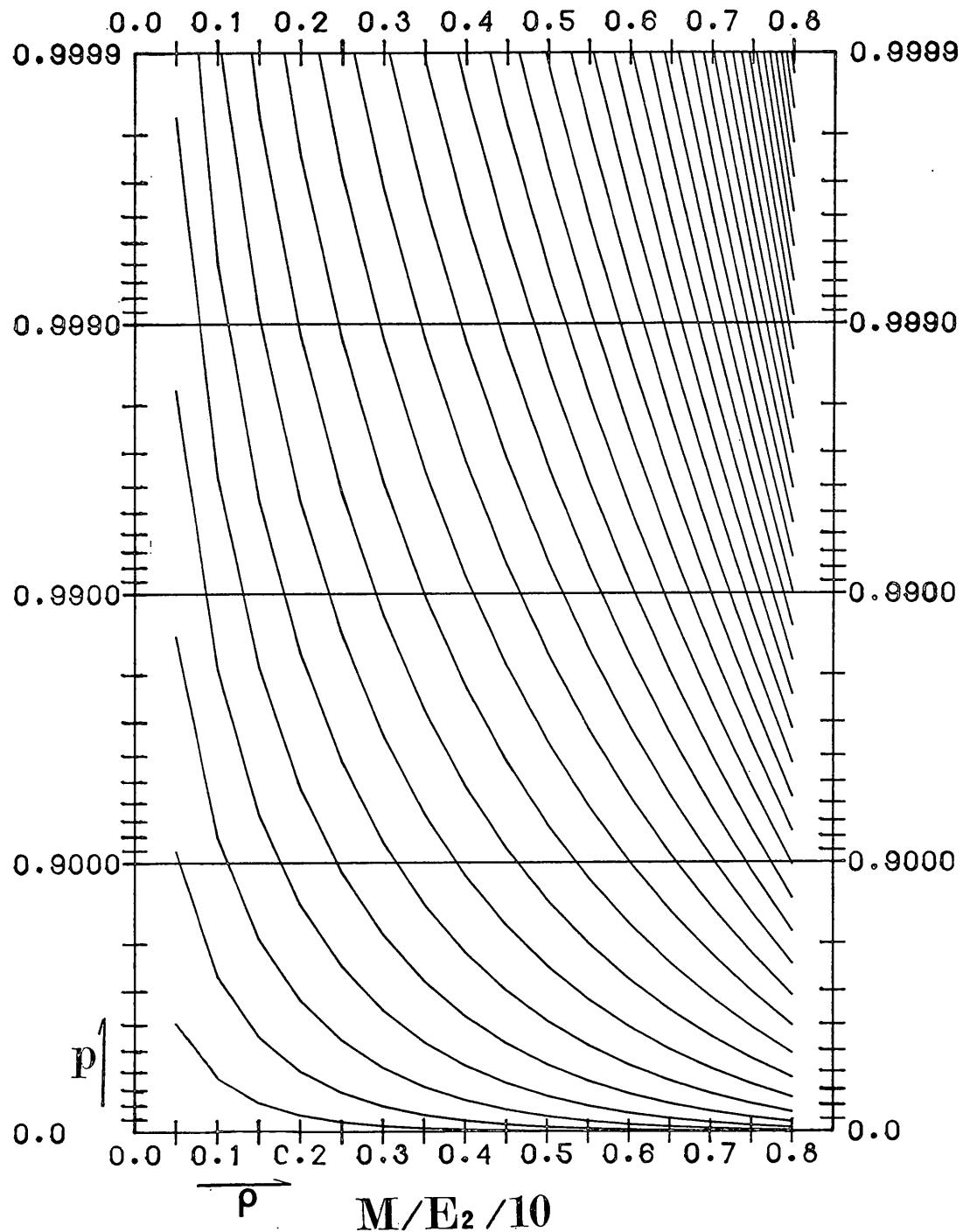


図-2-2-10 状態確率分布 $M/E_2 / 10$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

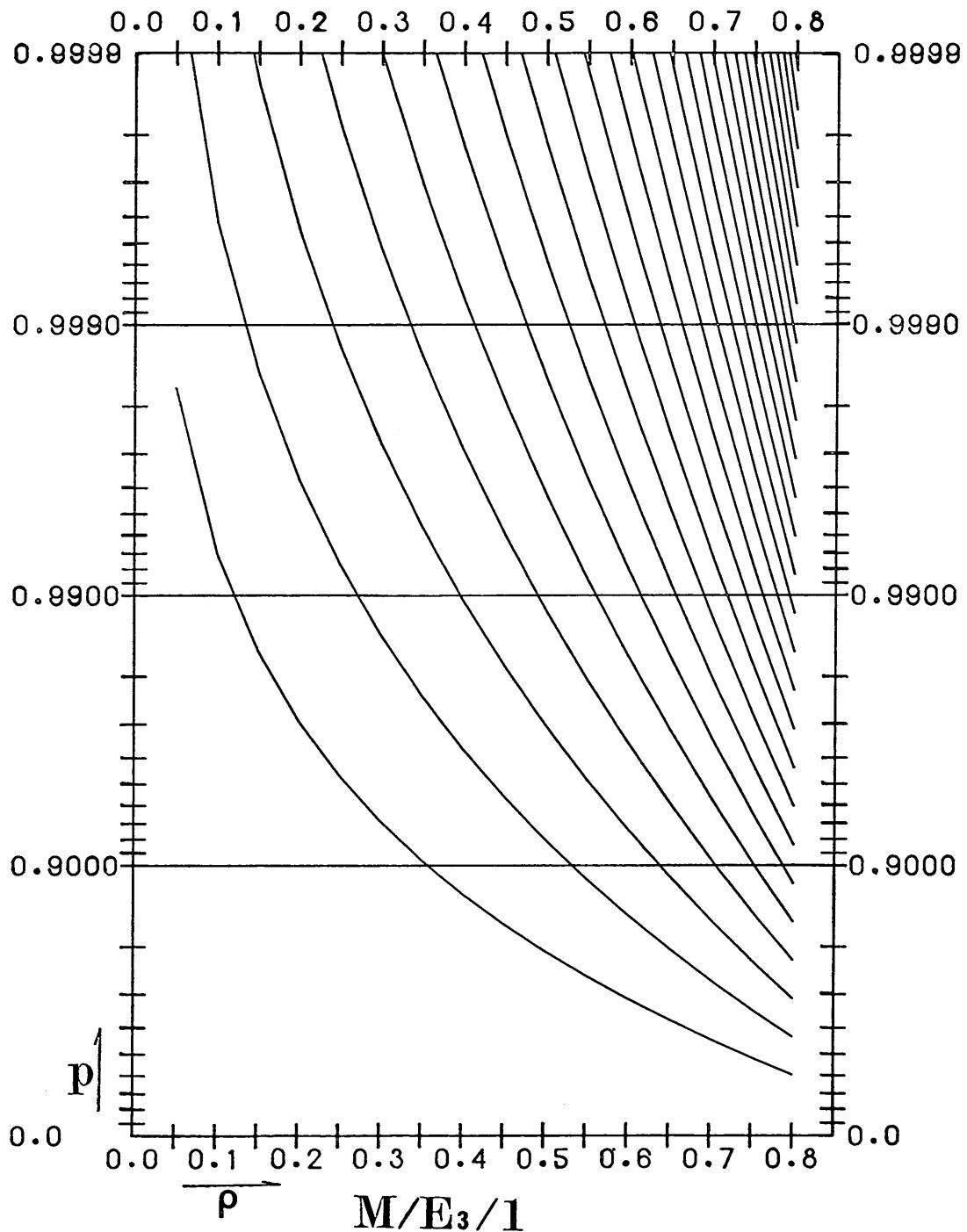


図-2-3-1 状態確率分布 $M/E_3/1$

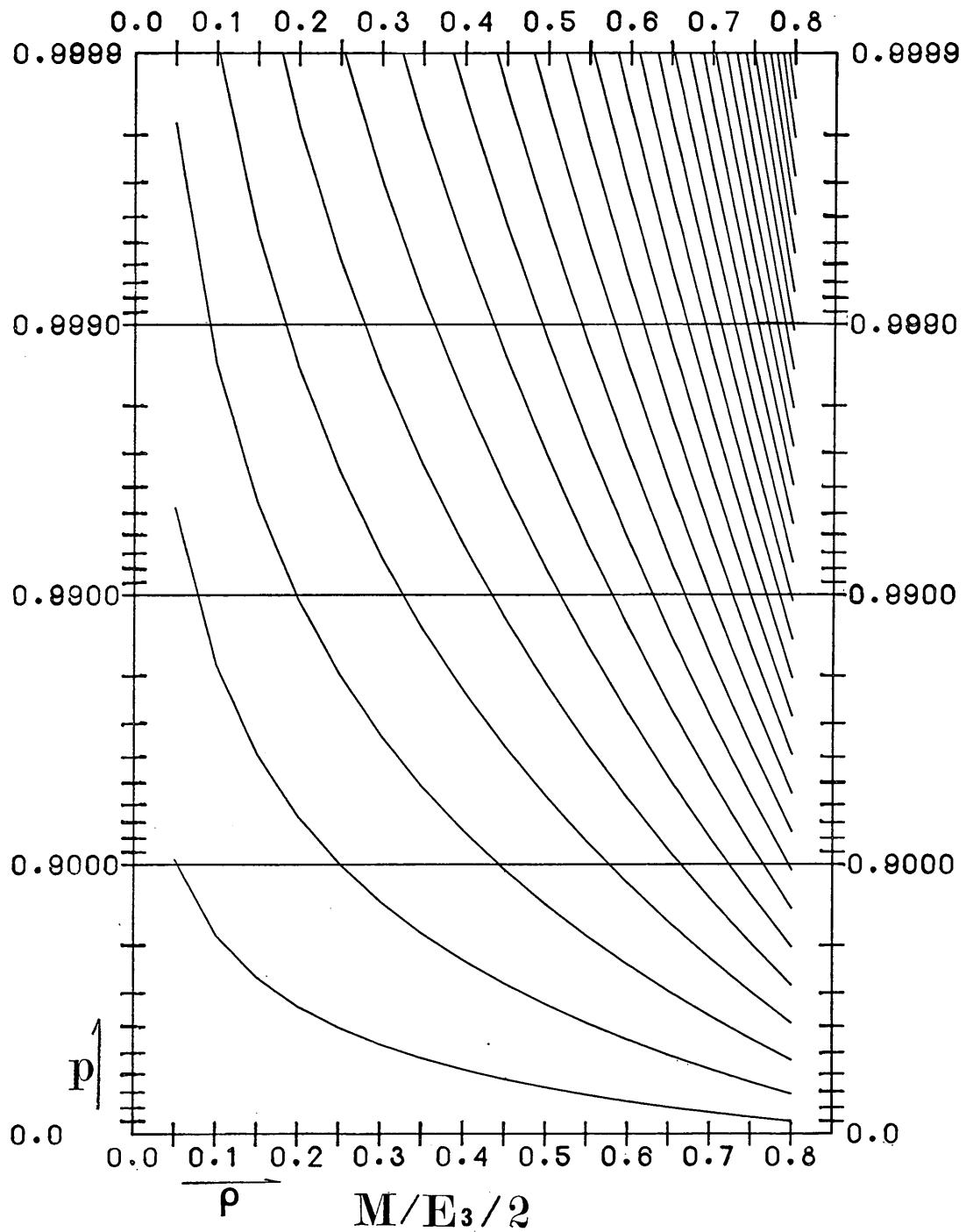


図-2-3-2 状態確率分布 $M/E_3/2$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

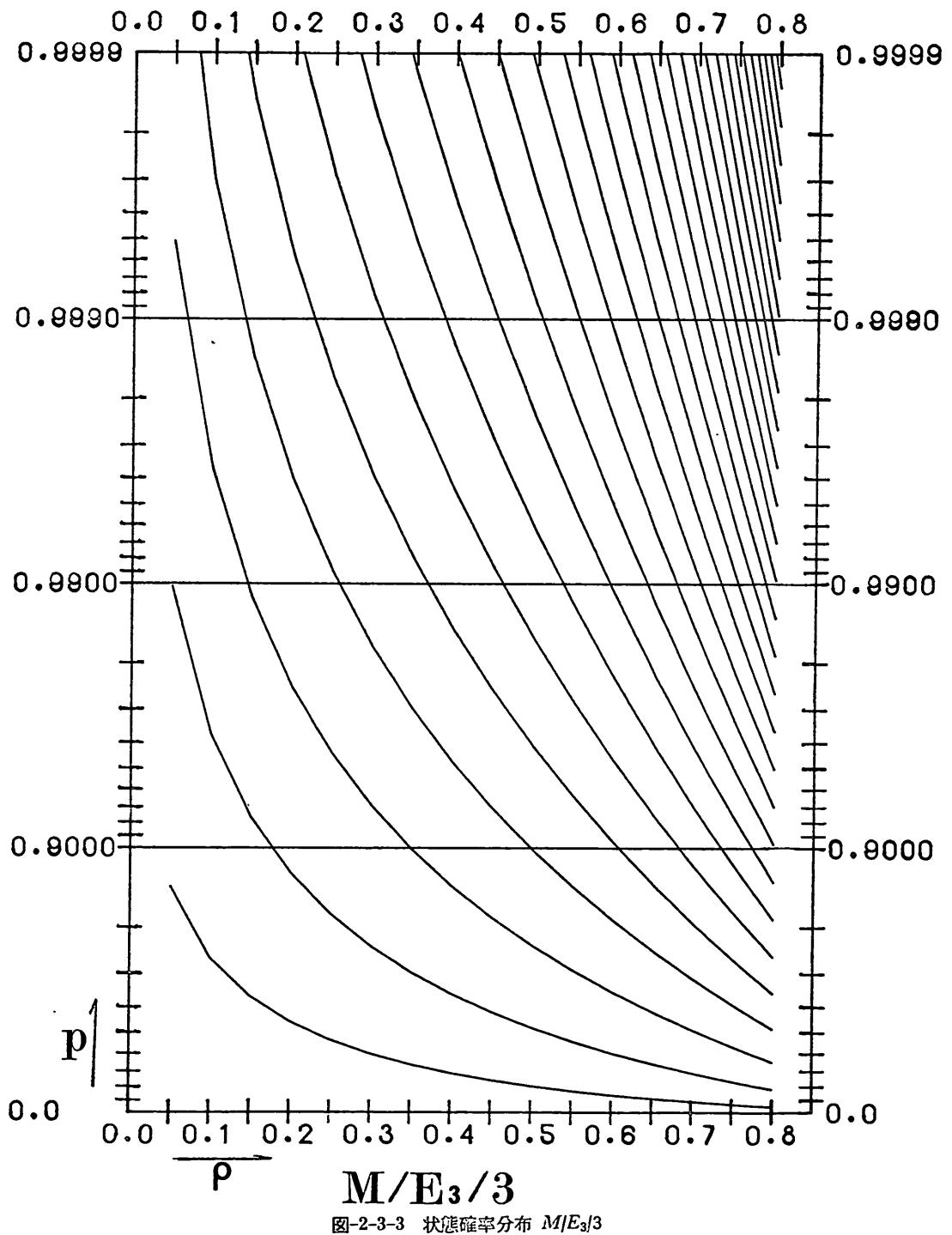


図-2-3-3 状態確率分布 $M/E_3/3$

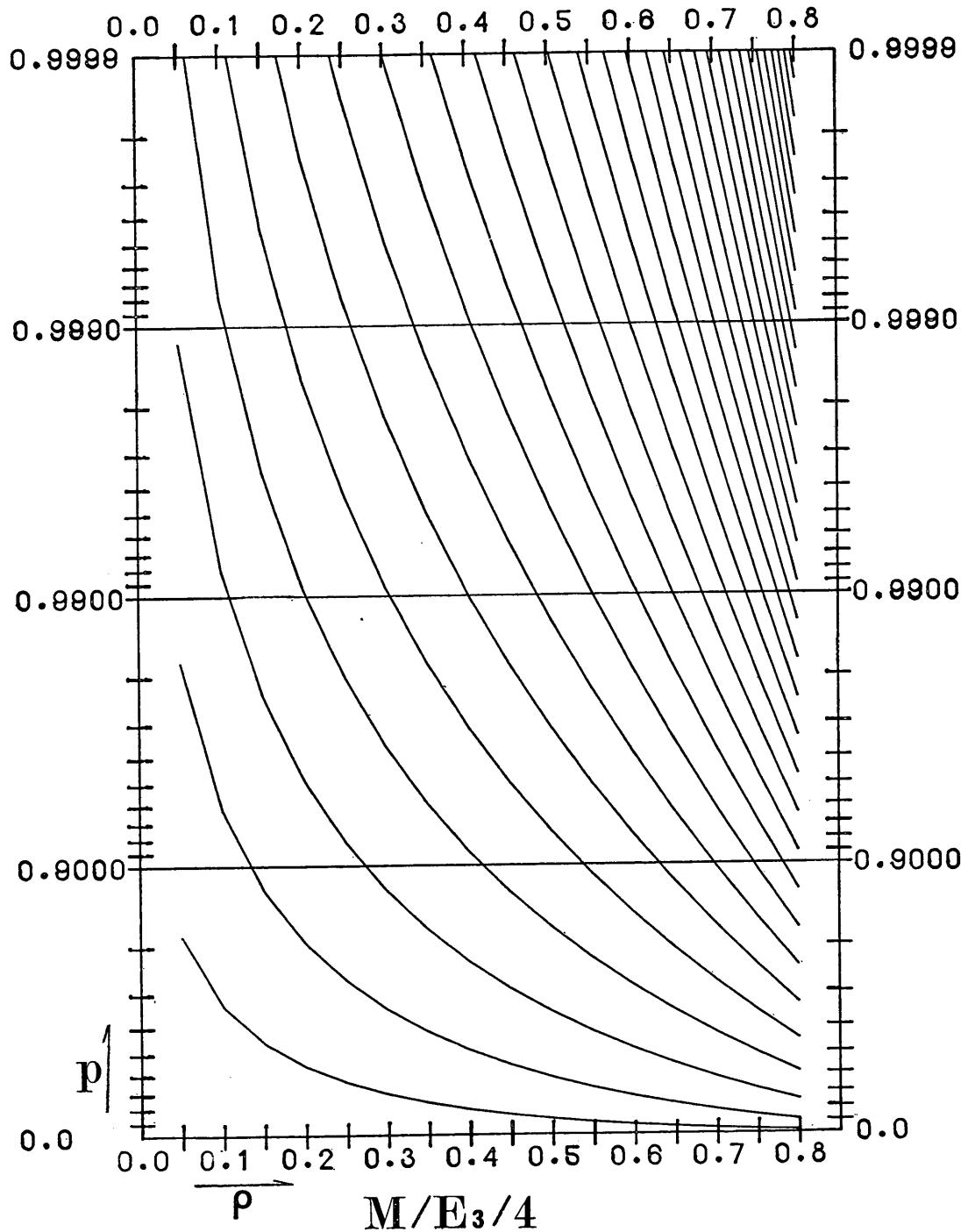


図-2-3-4 状態確率分布 $M/E_3/4$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

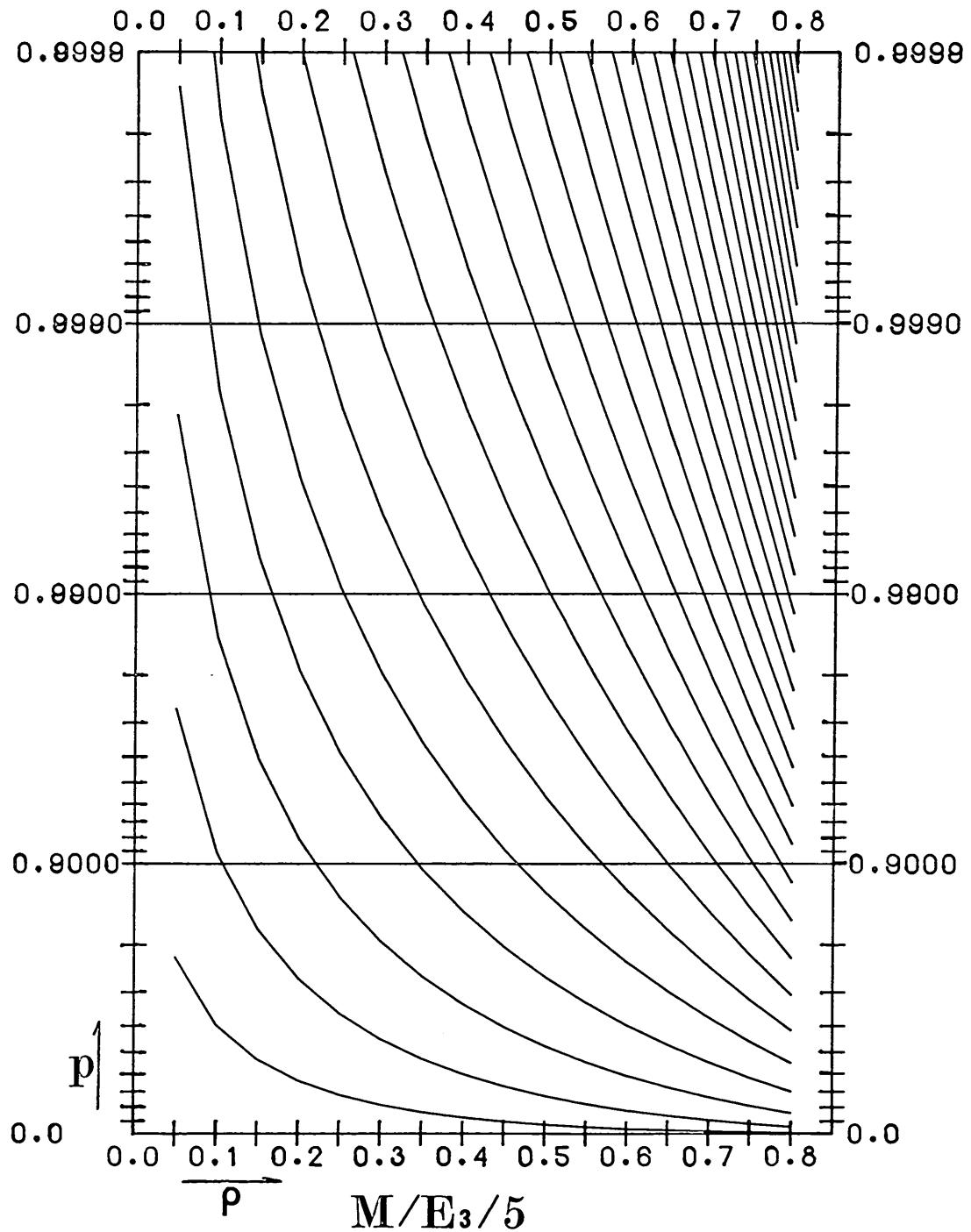


図-2-3-5 状態確率分布 $M/E_3/5$

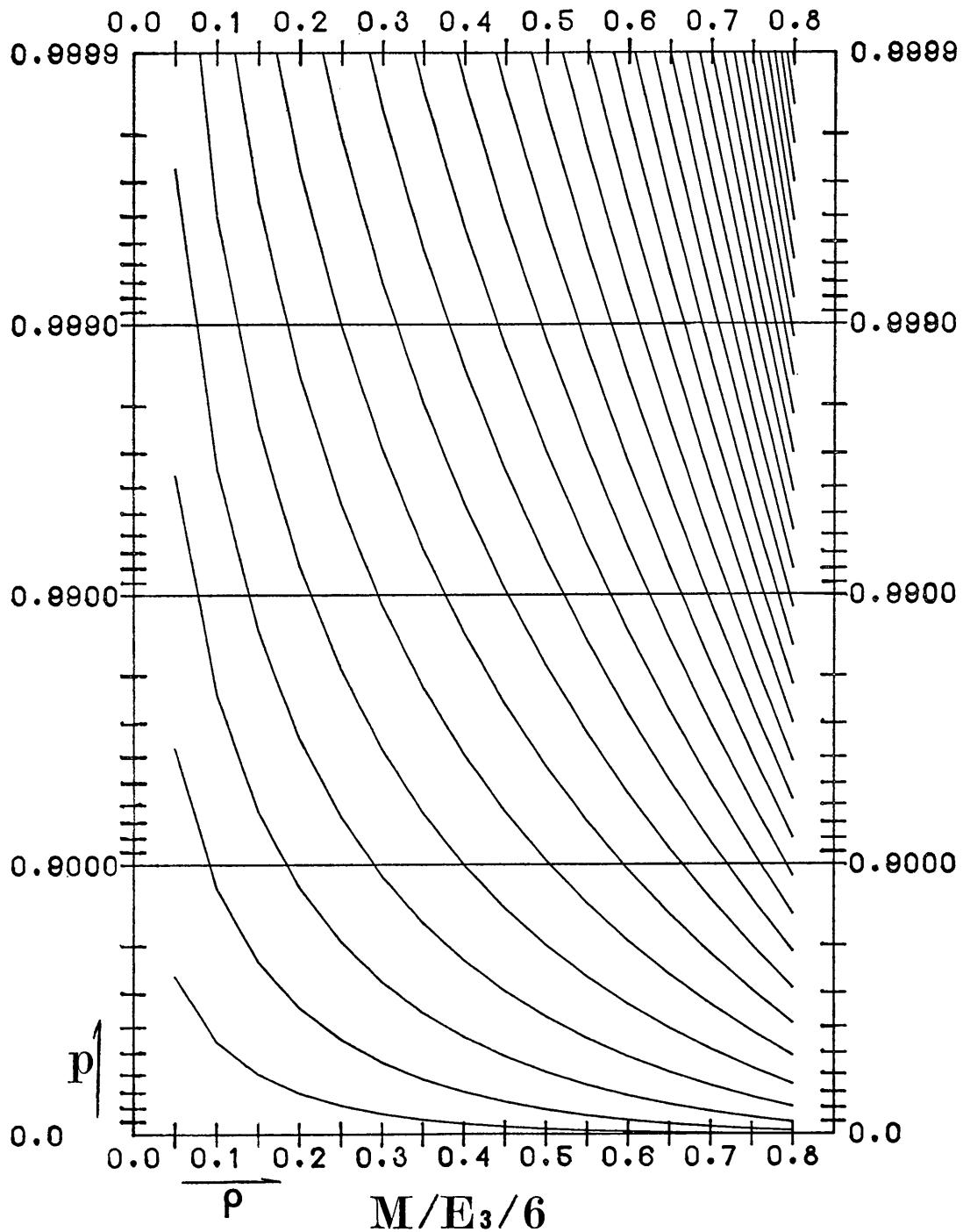


図-2-3-6 状態確率分布 $M/E_3/6$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

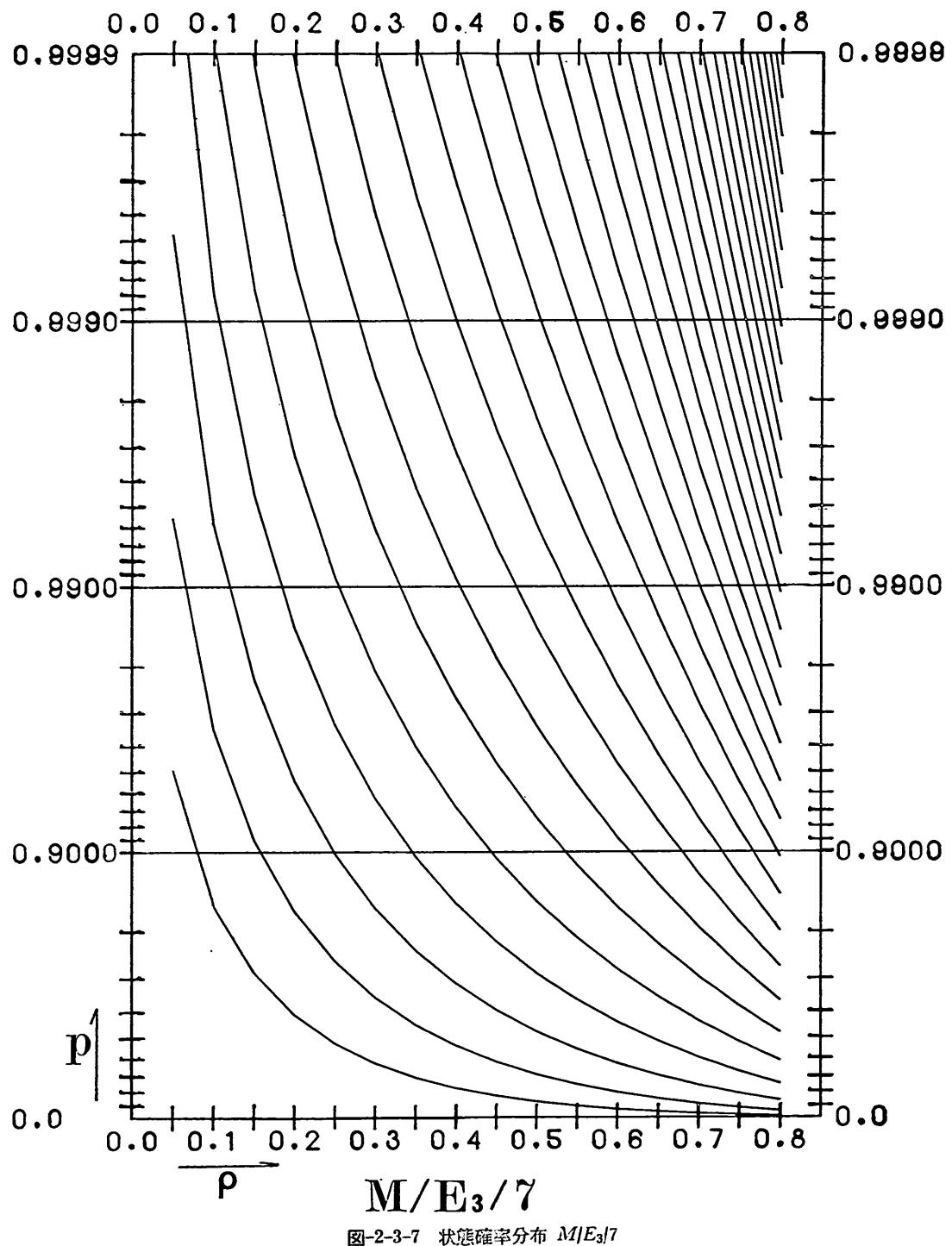


図-2-3-7 状態確率分布 $M/E_3/7$

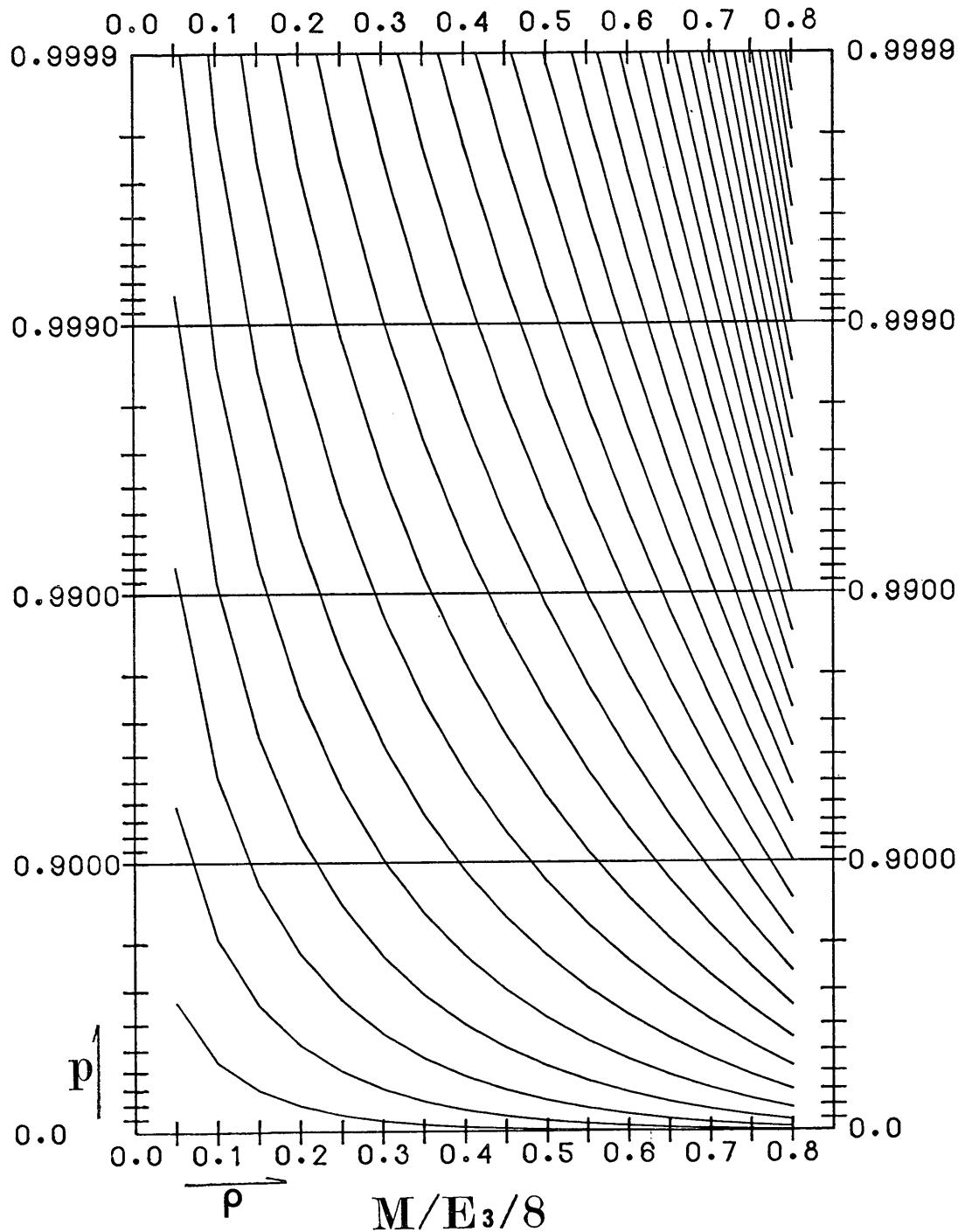


図-2-3-8 状態確率分布 $M/E_3/8$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

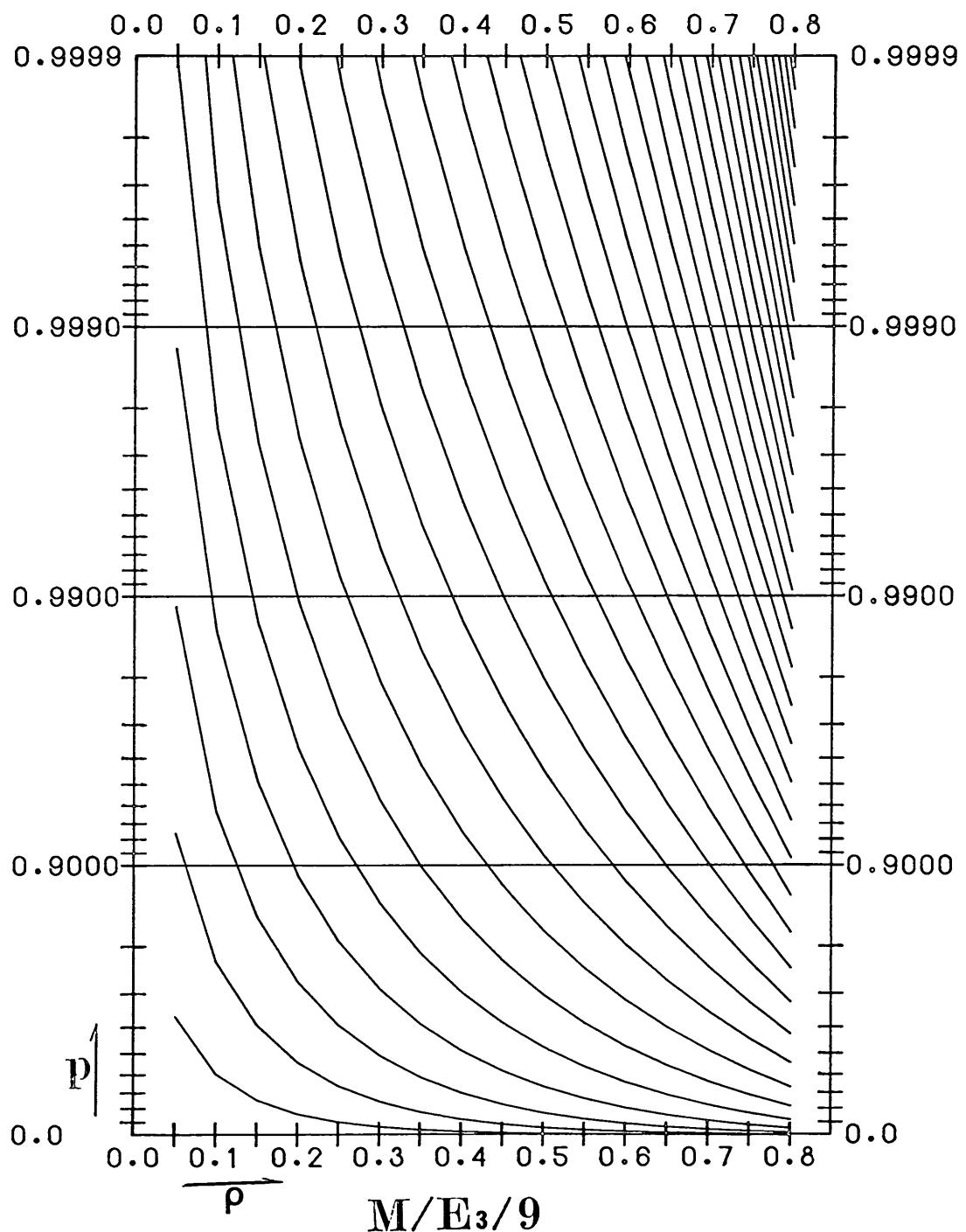


図2-3-9 状態確率分布 $M/E_3/9$

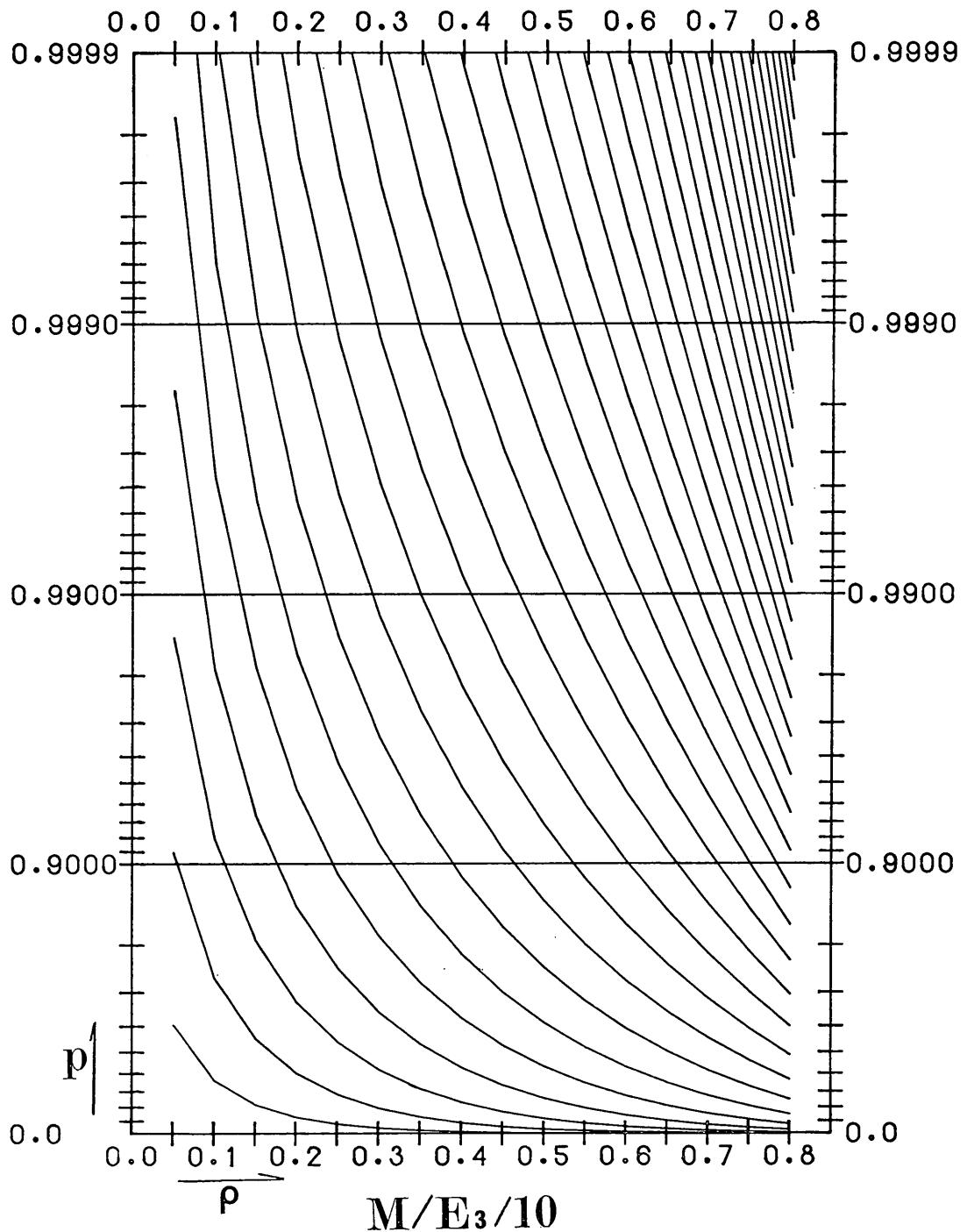


図-2-3-10 状態確率分布 $M/E_3/10$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

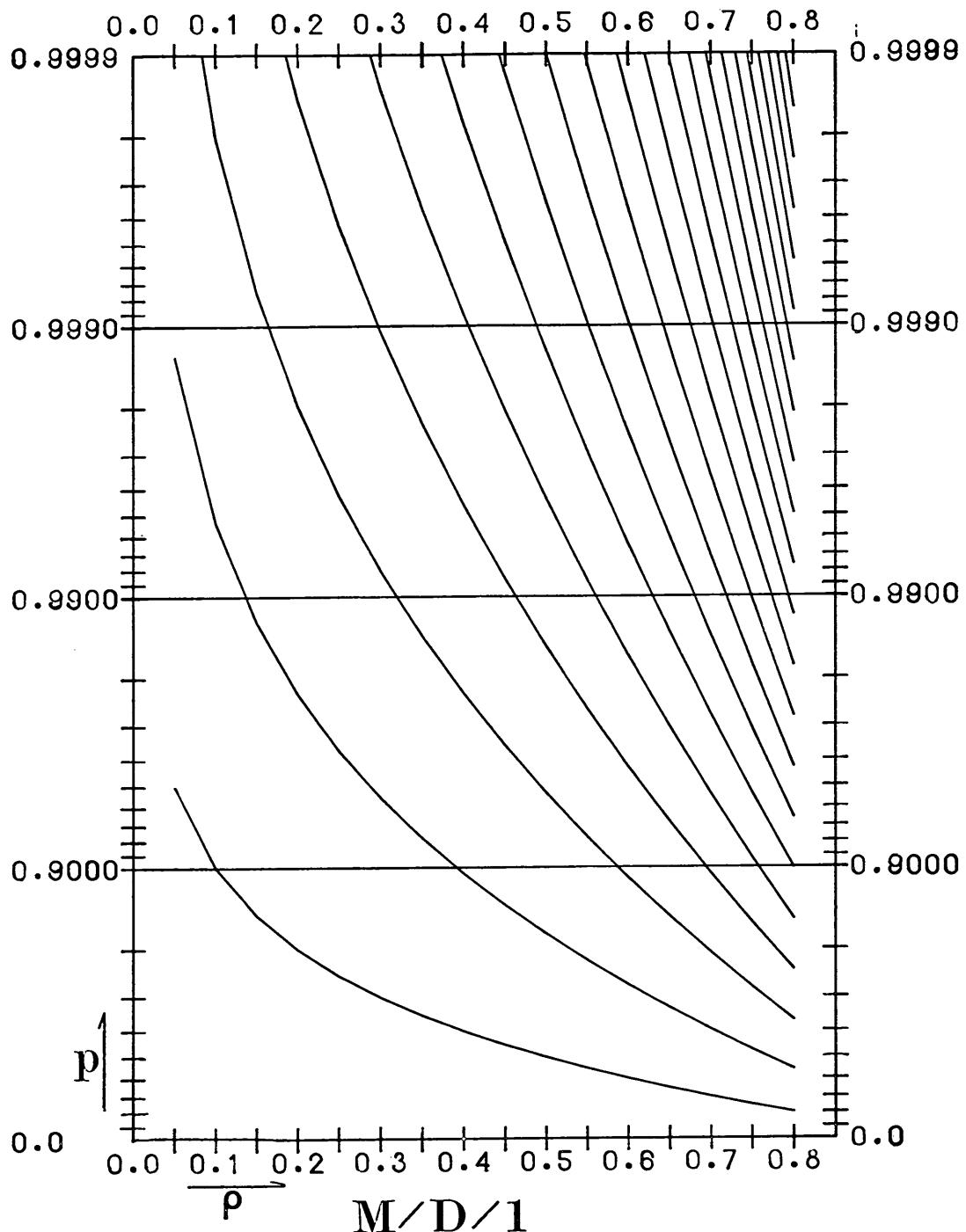


図-2-4-1 状態確率分布 $M/D/1$

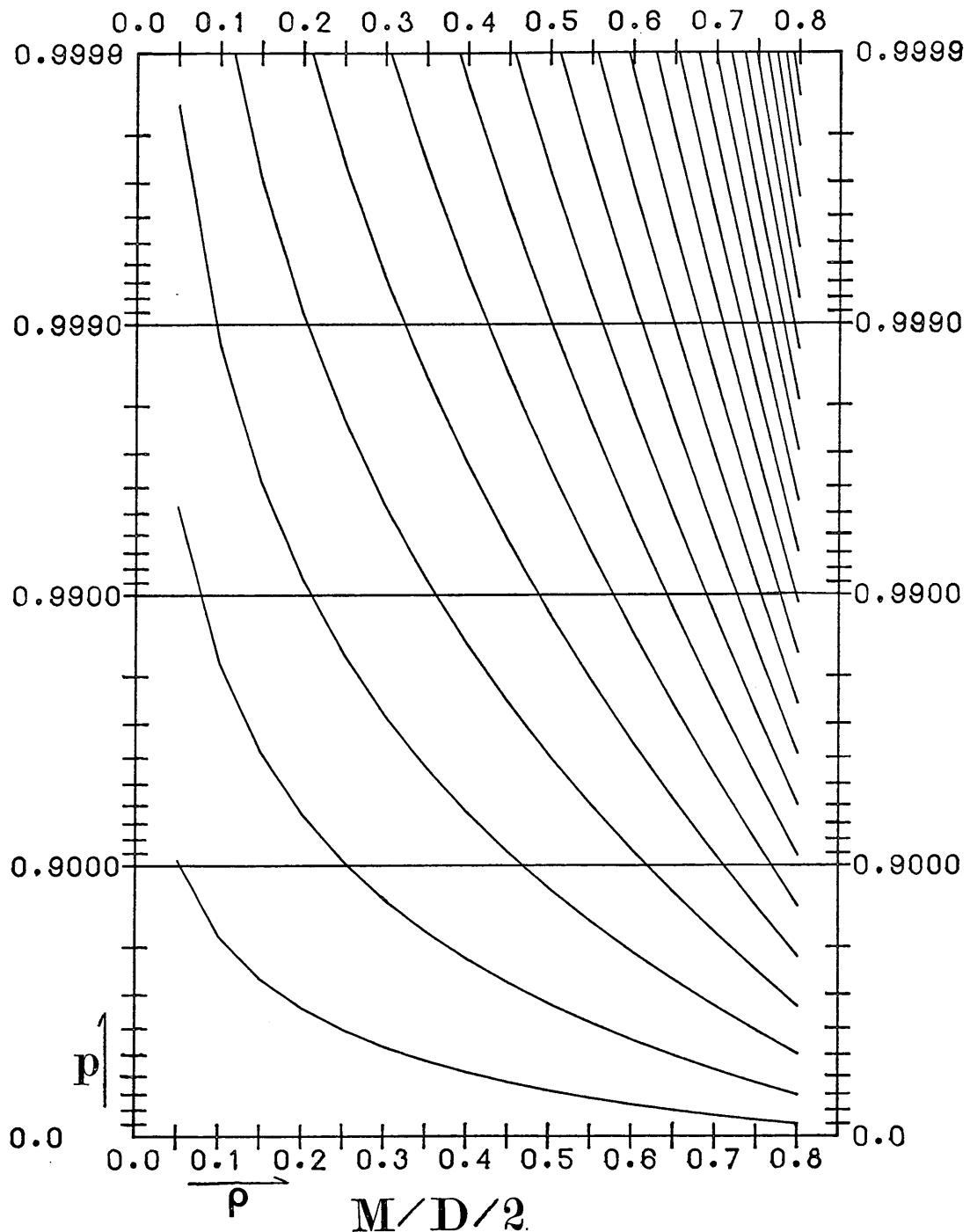


図-2-4-2 状態確率分布 $M/D/2$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

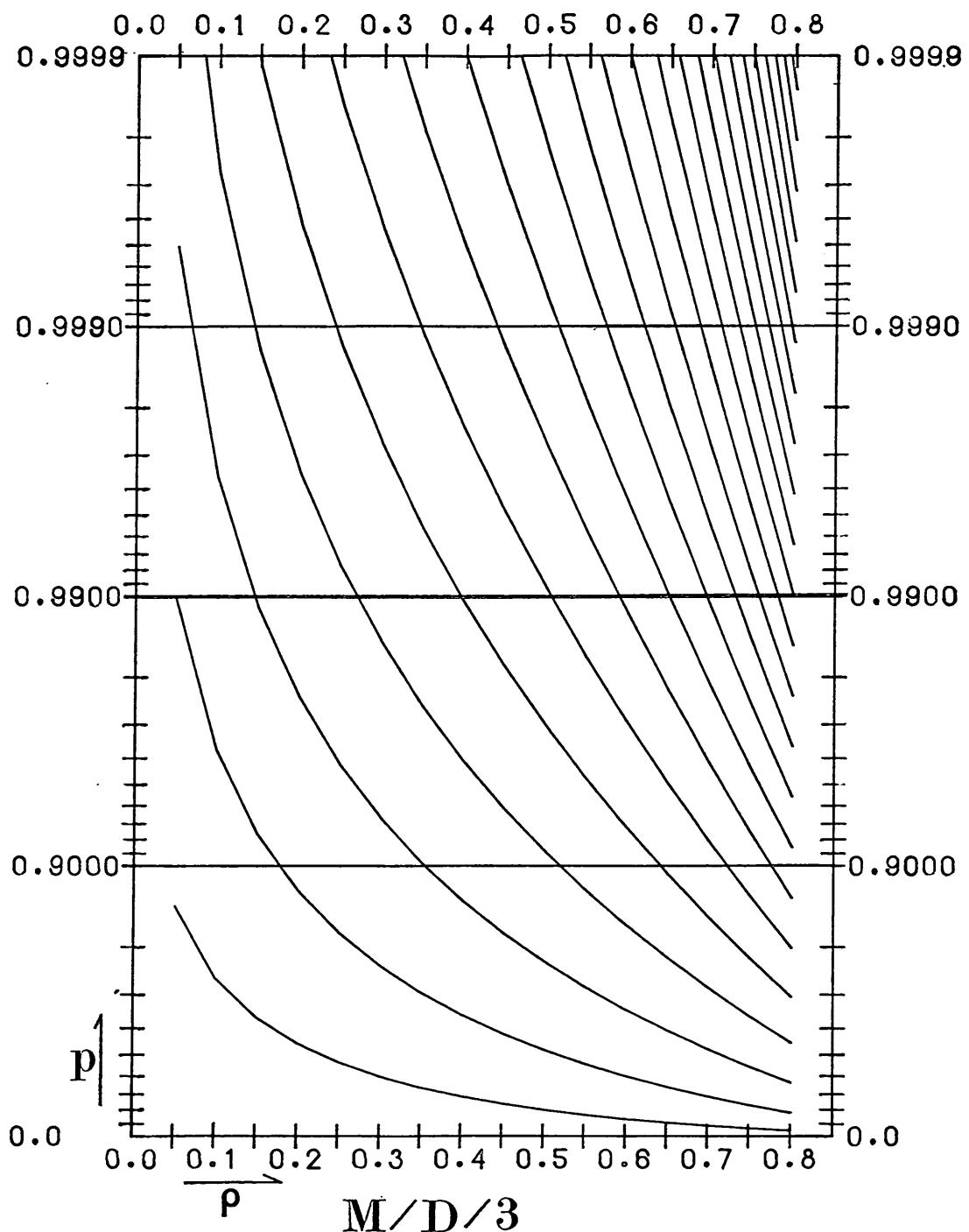


図-2-4-3 状態確率分布 $M/D/3$

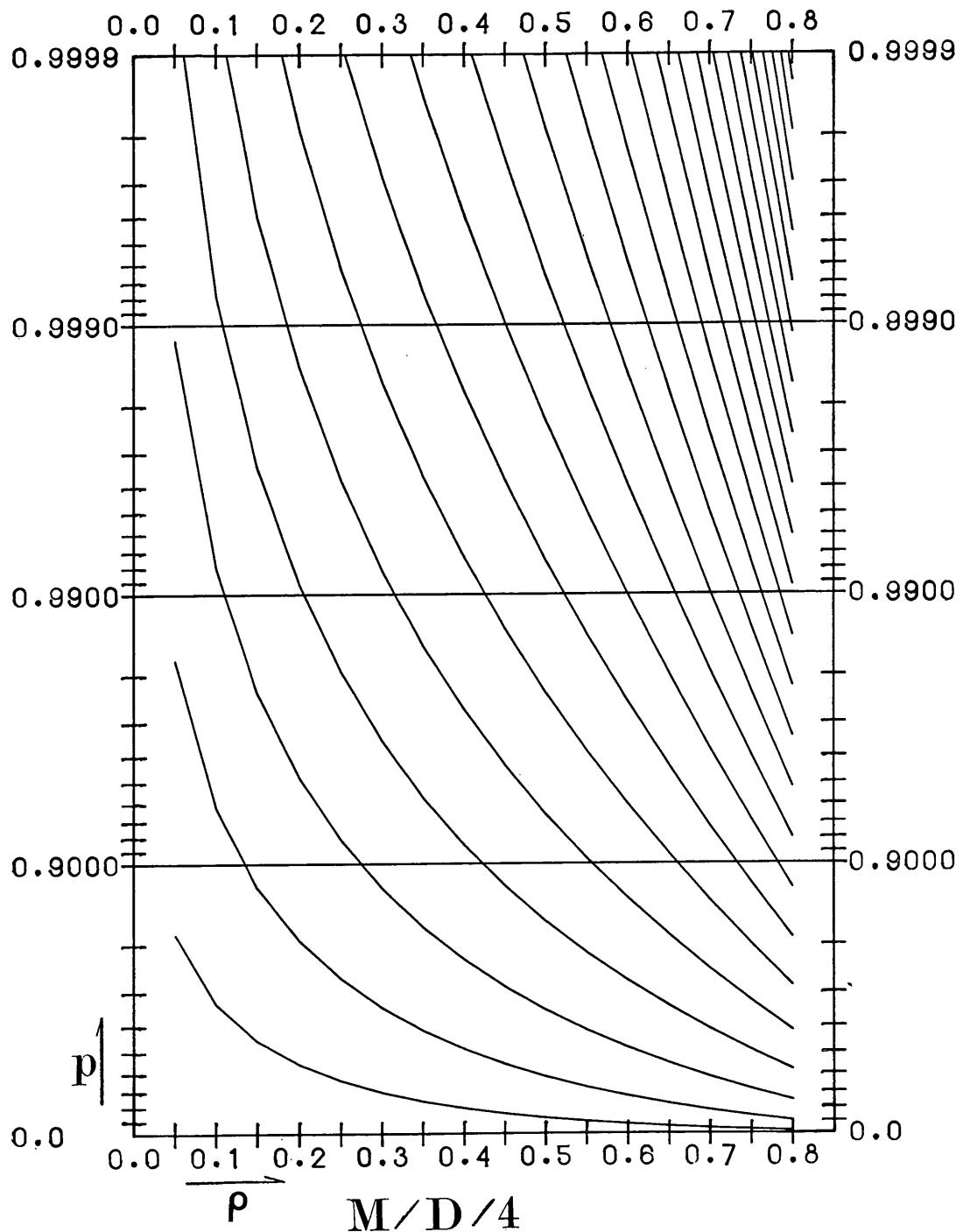


図-2-4-4 状態確率分布 $M/D/4$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

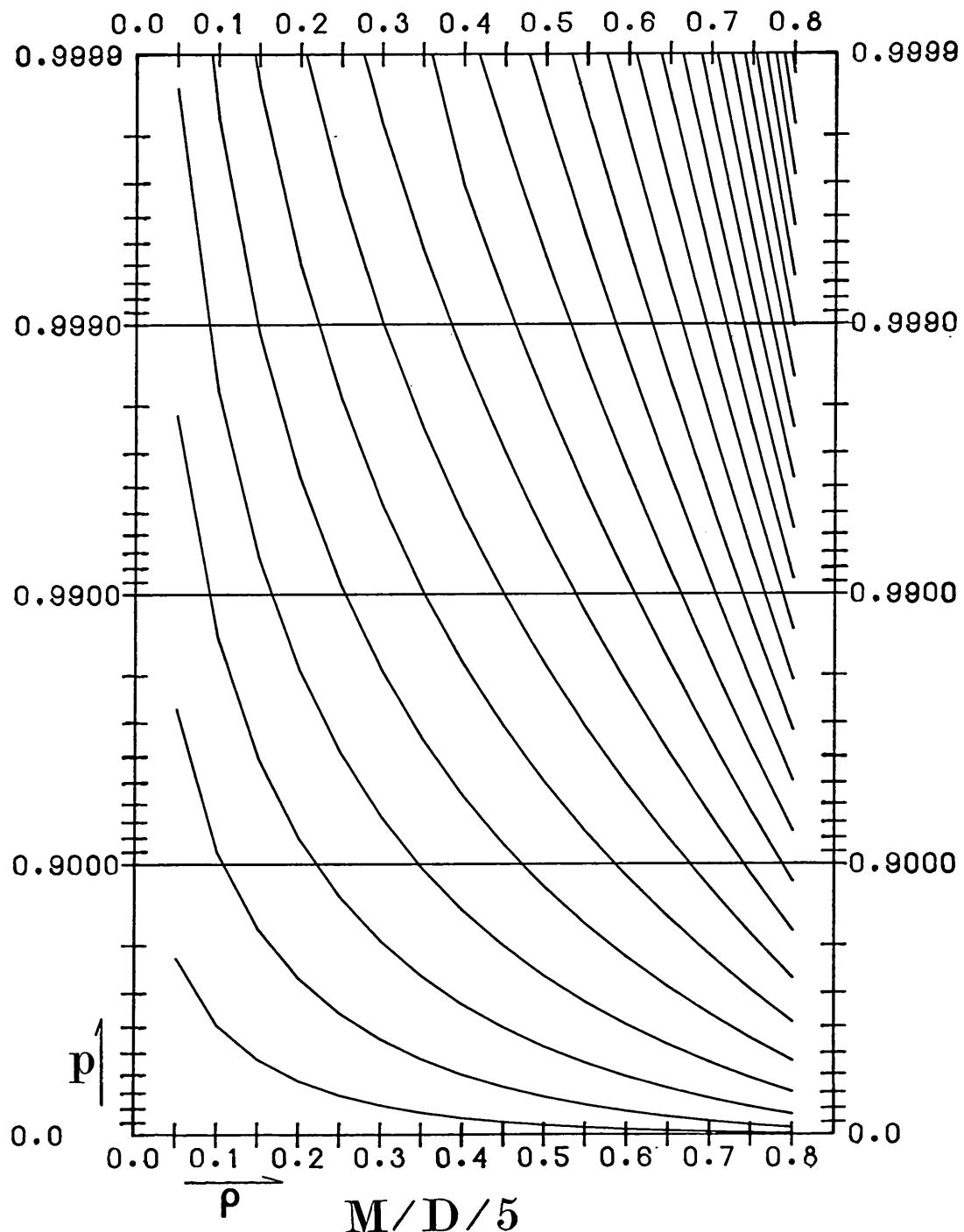


図-2-4-5 状態確率分布 $M/D/5$

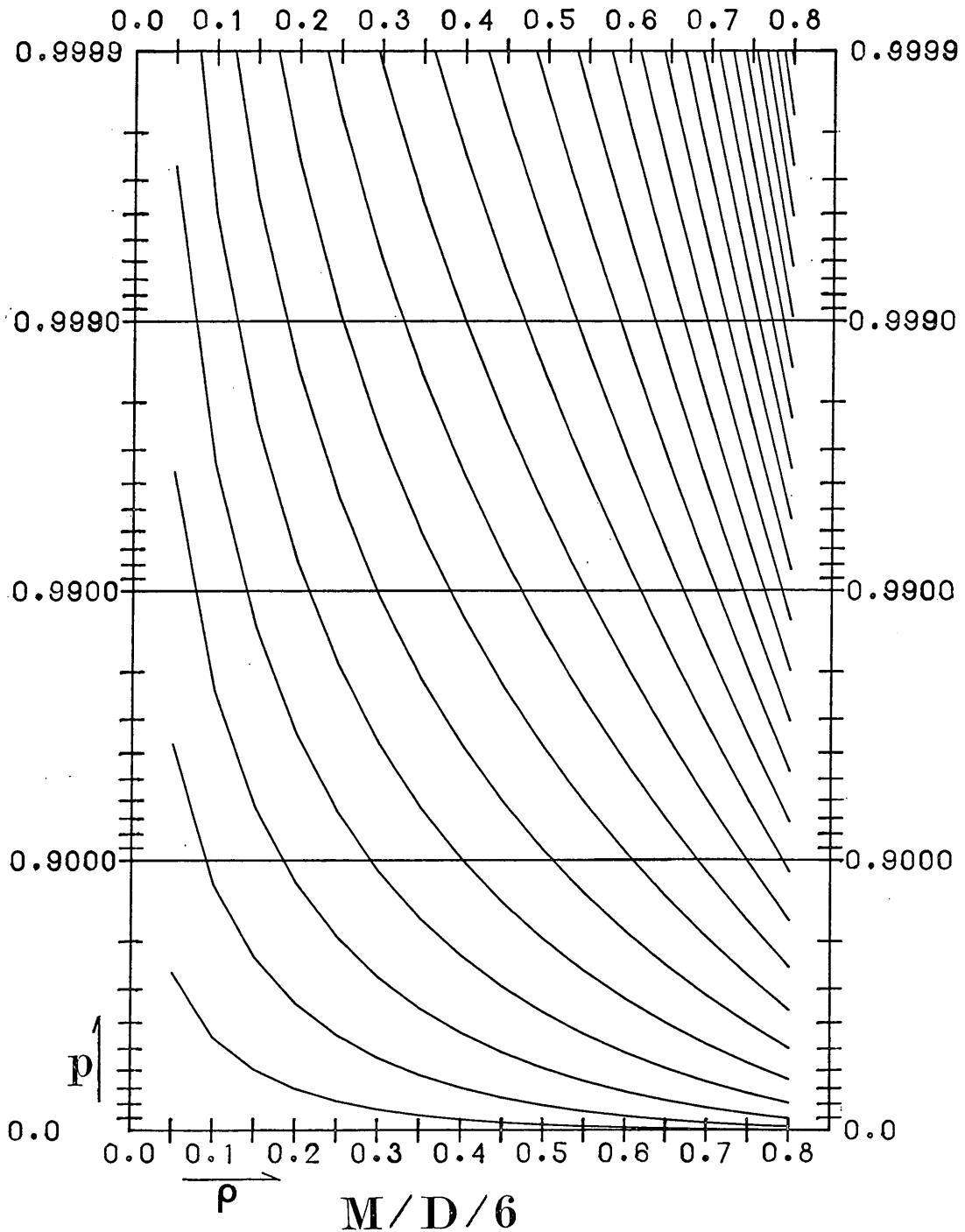


図-2-4-6 状態確率分布 $M/D/6$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

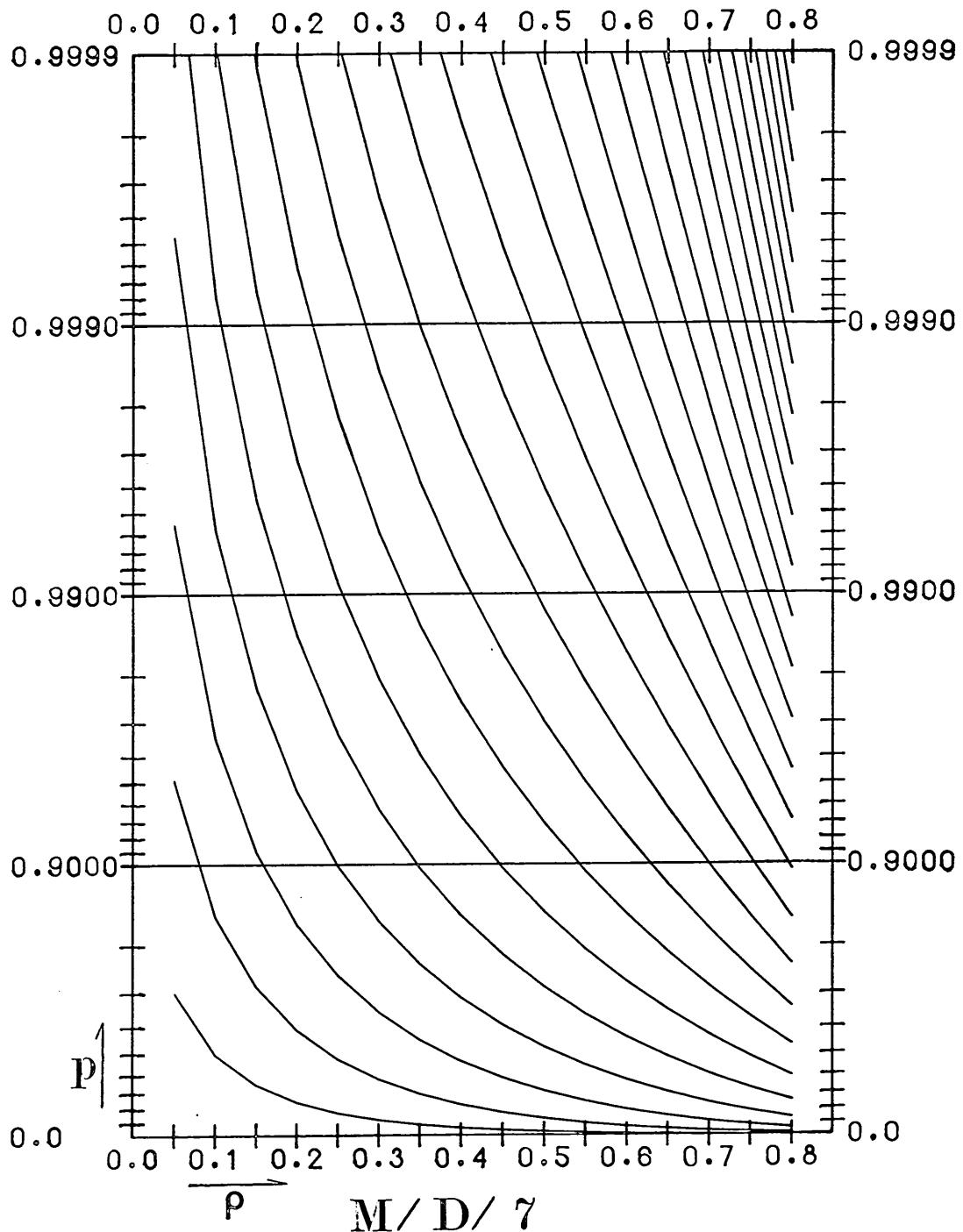


図-2-4-7 状態確率分布 $M/D/7$

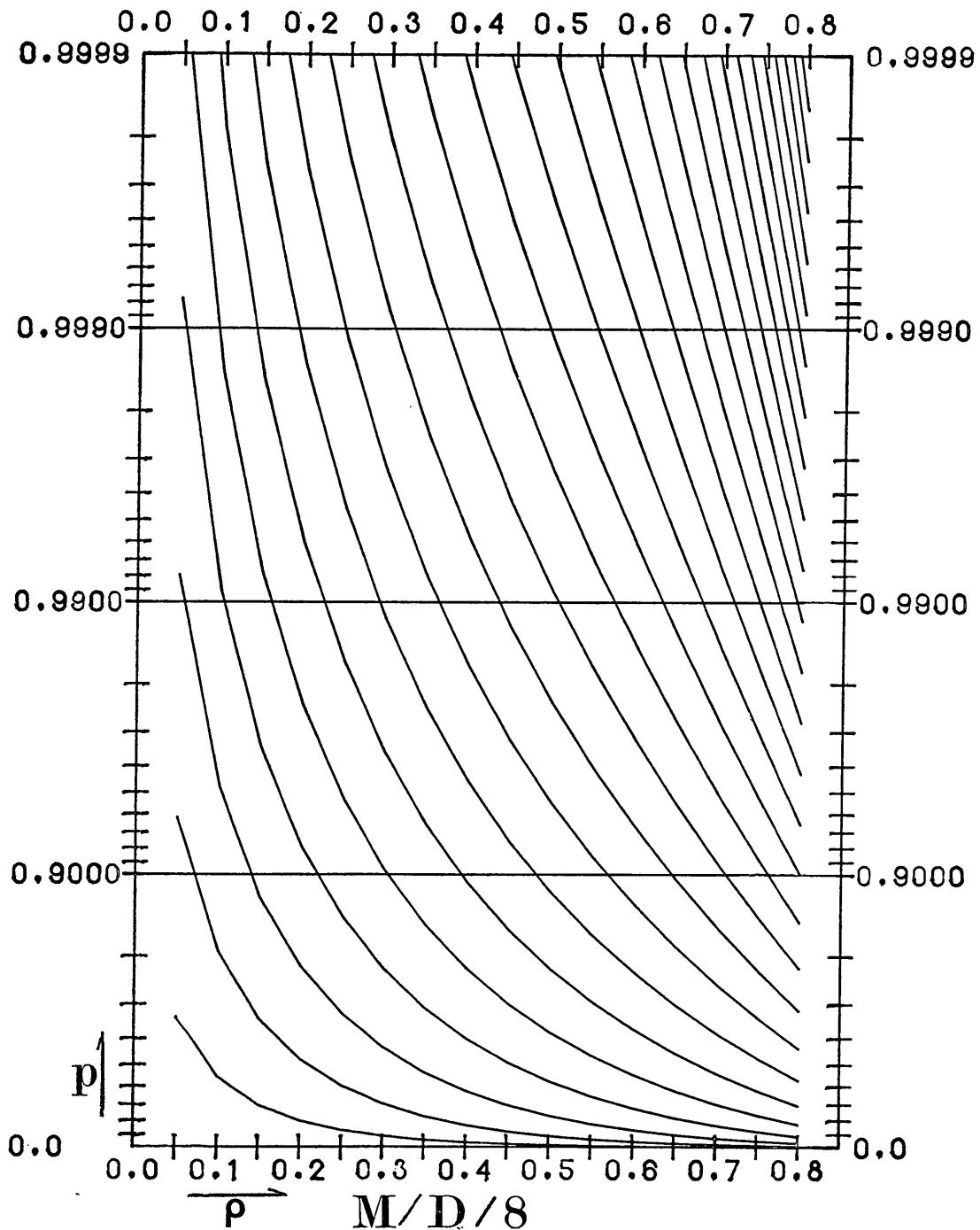


図-2-4-8 状態確率分布 $M/D/8$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

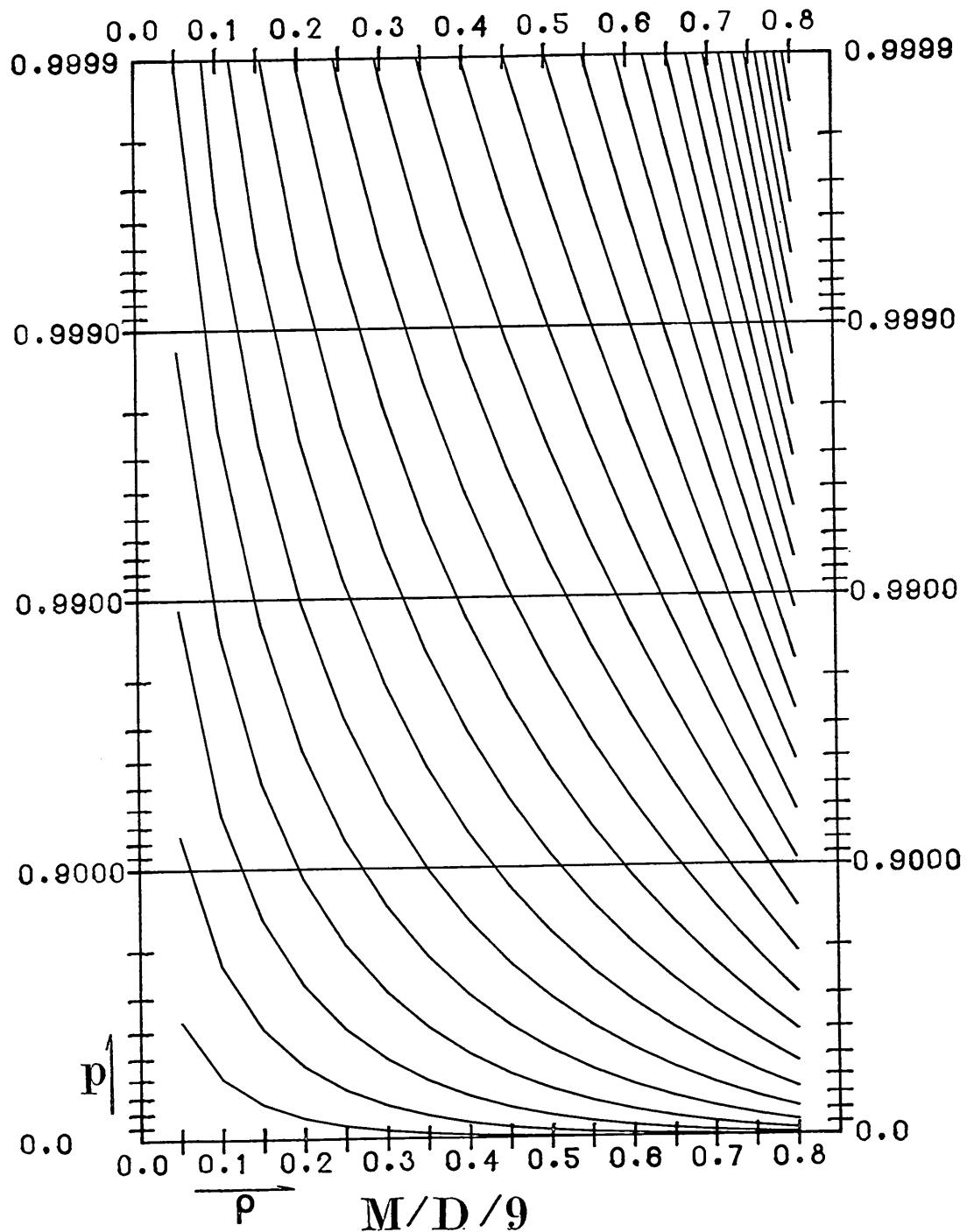


図-2-4-9 状態確率分布 $M/D/9$

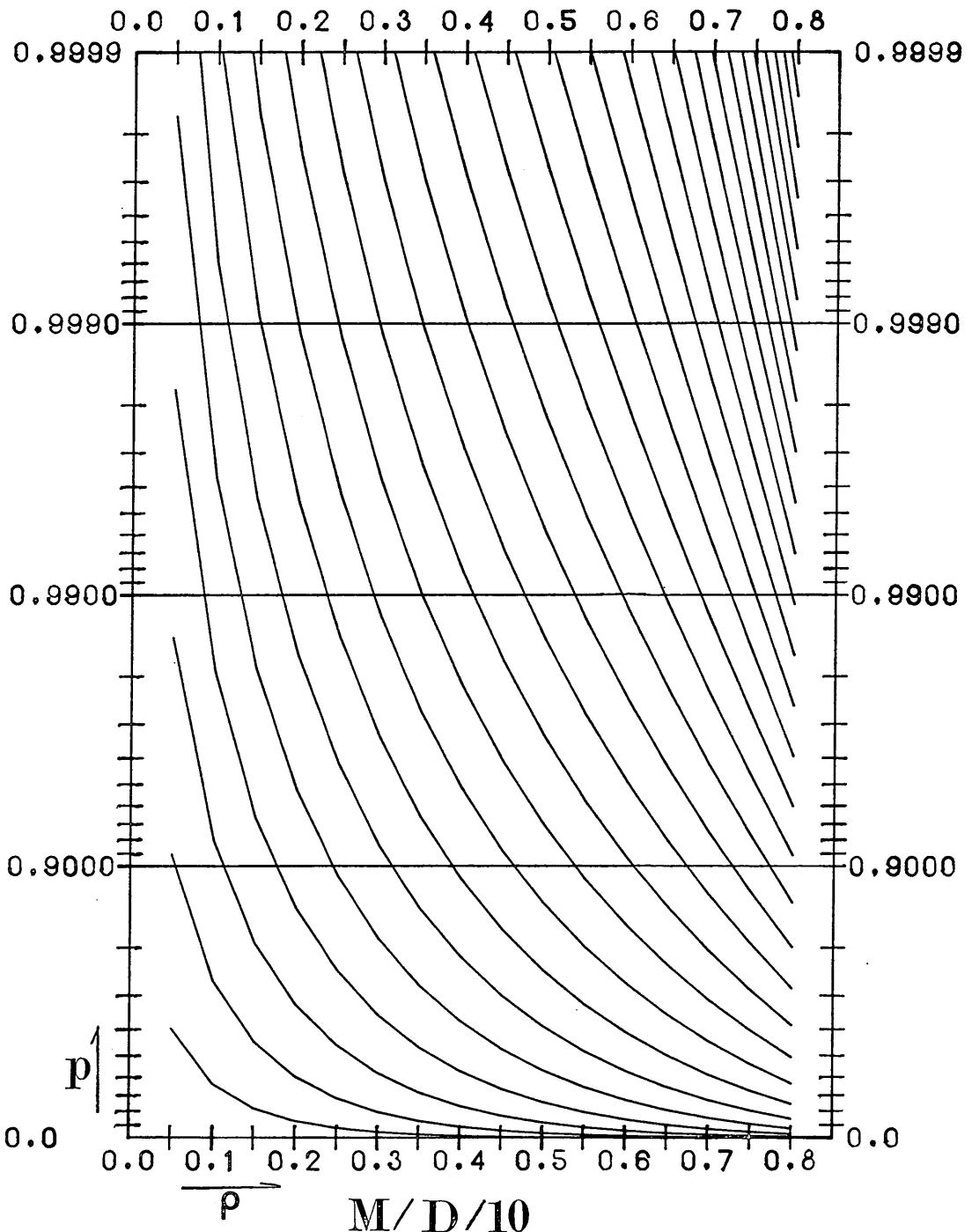


図-2-4-10 状態確率分布 $M/D/10$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

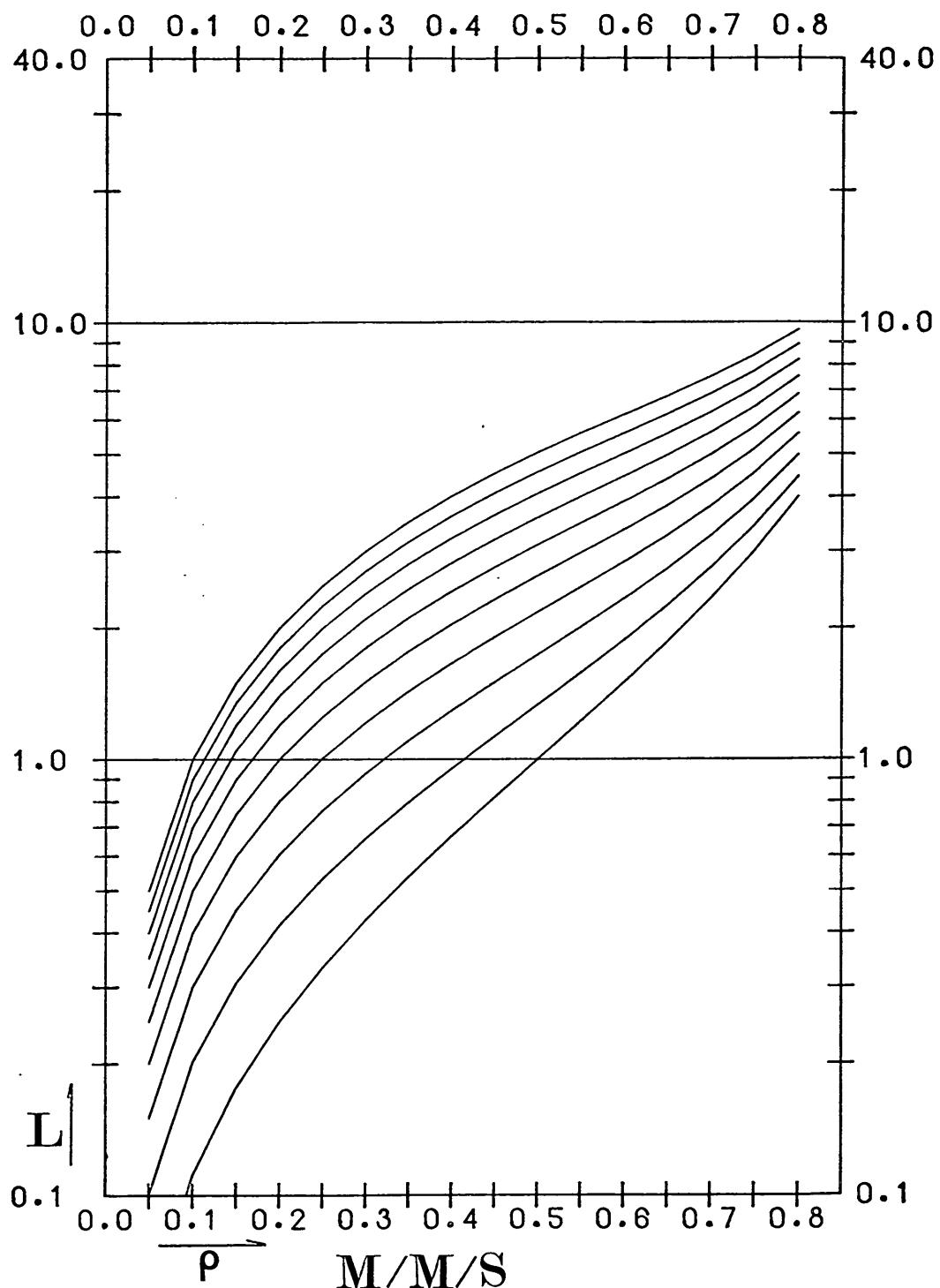


図-3-1 系内の平均数 $M/M/S(S=1 \sim 10)$

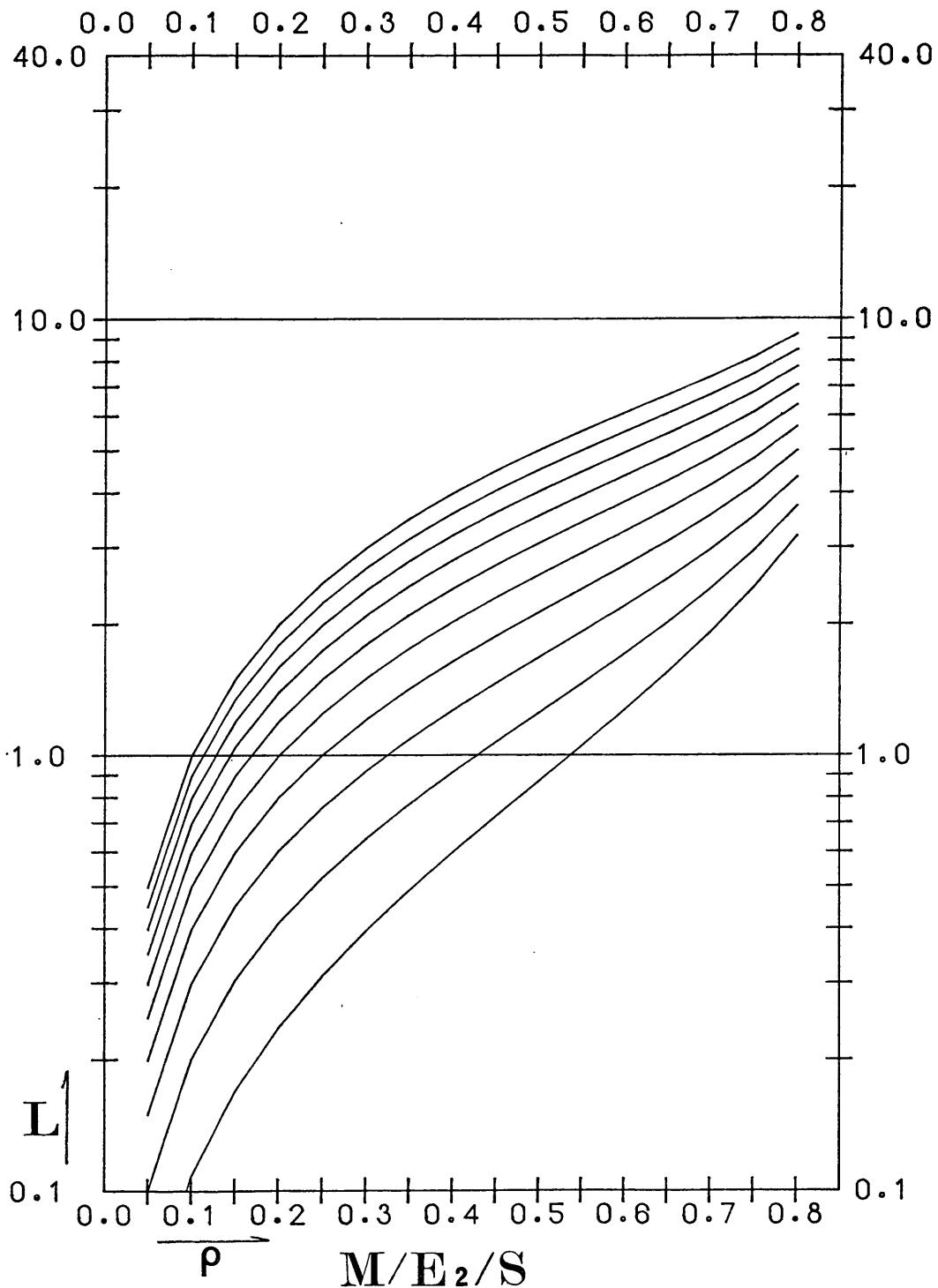


図3-2 系内の平均数 $M/E_2/S(S=1\sim10)$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

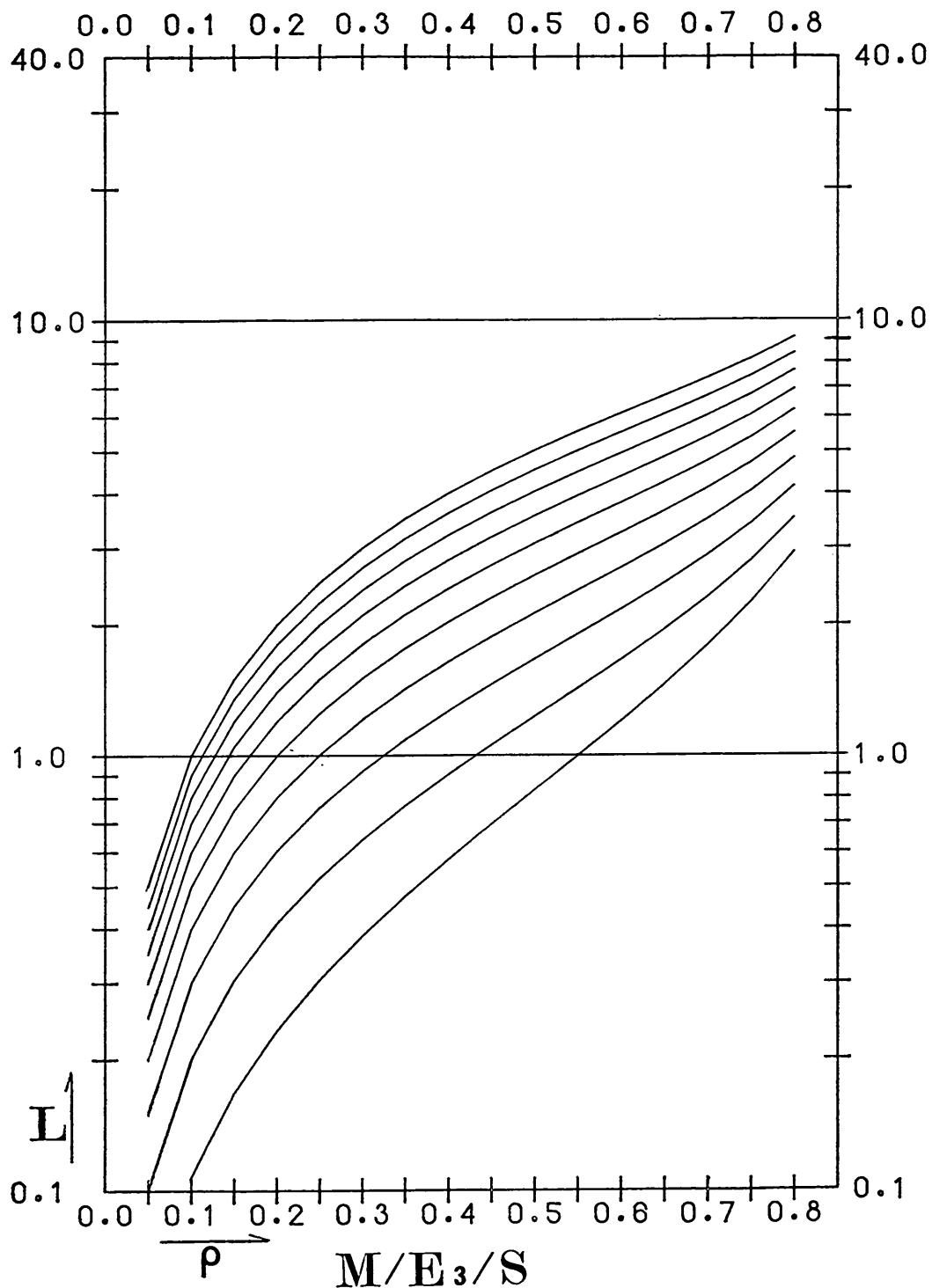


図-3-3 系内の平均数 $M/E_3/S (S=1 \sim 10)$

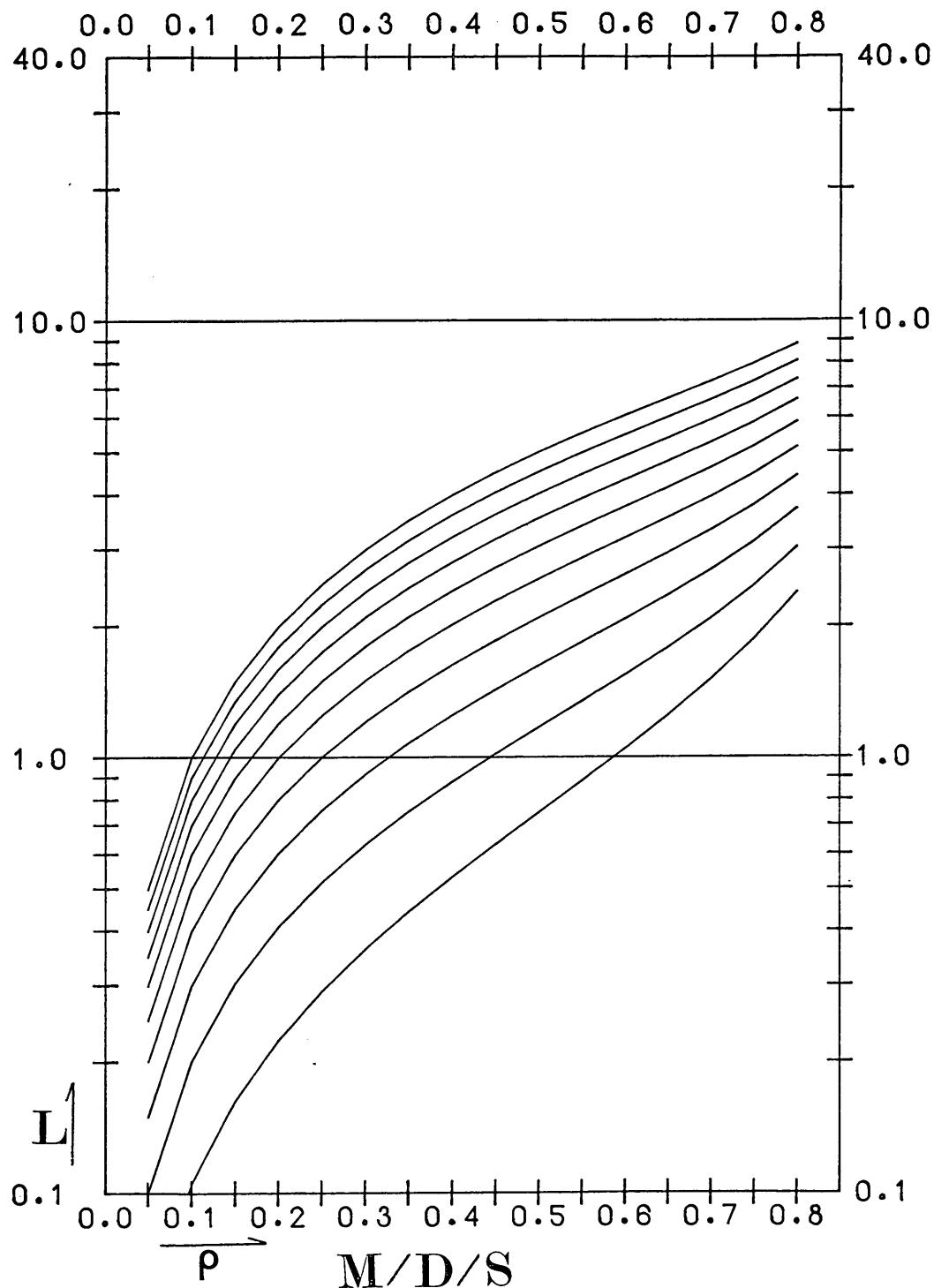


図-3-4 系内の平均数 $M/D/S(S=1\sim 10)$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

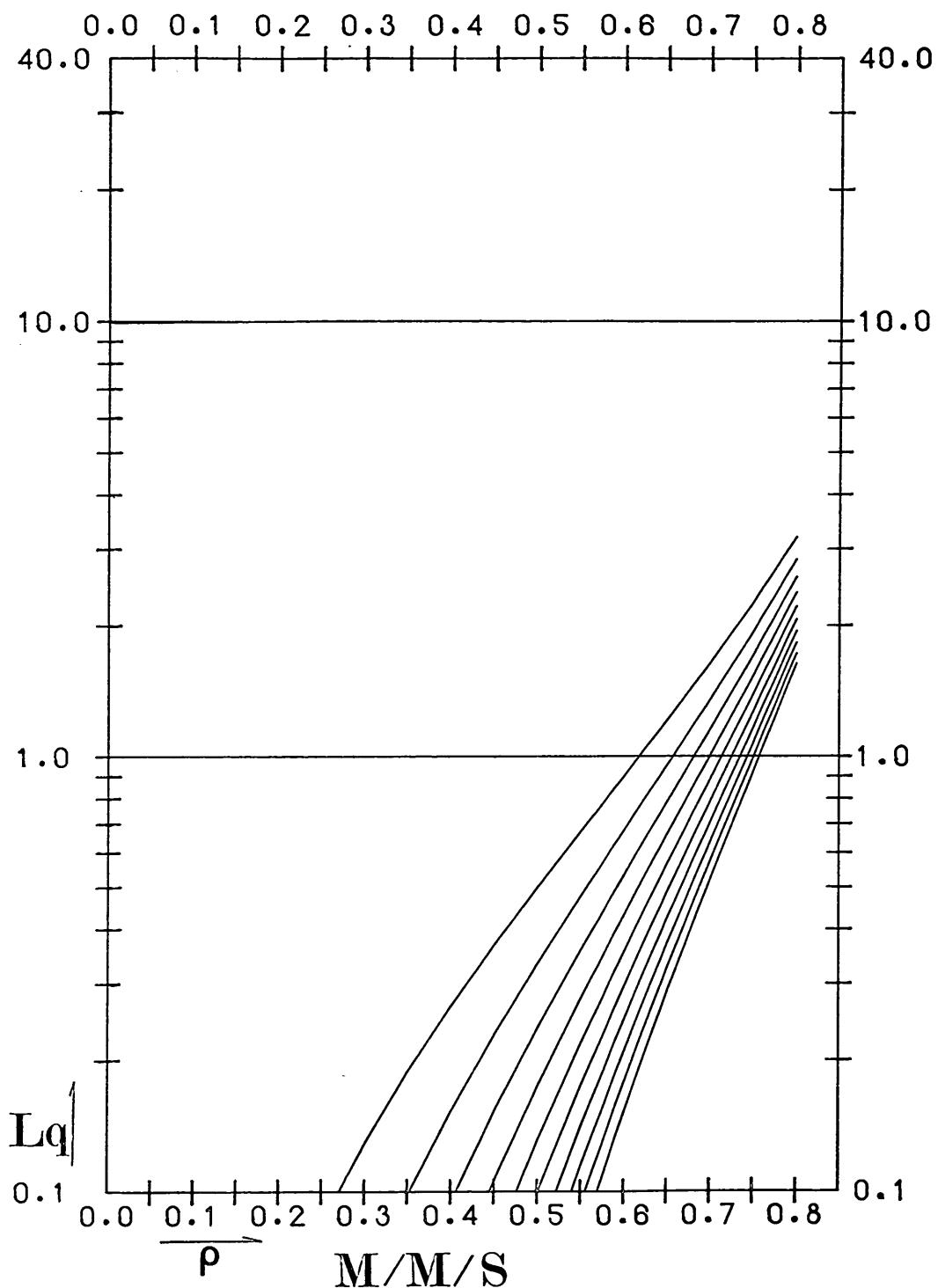


図-4-1 平均待ち数 $M/M/S(S=1\sim 10)$

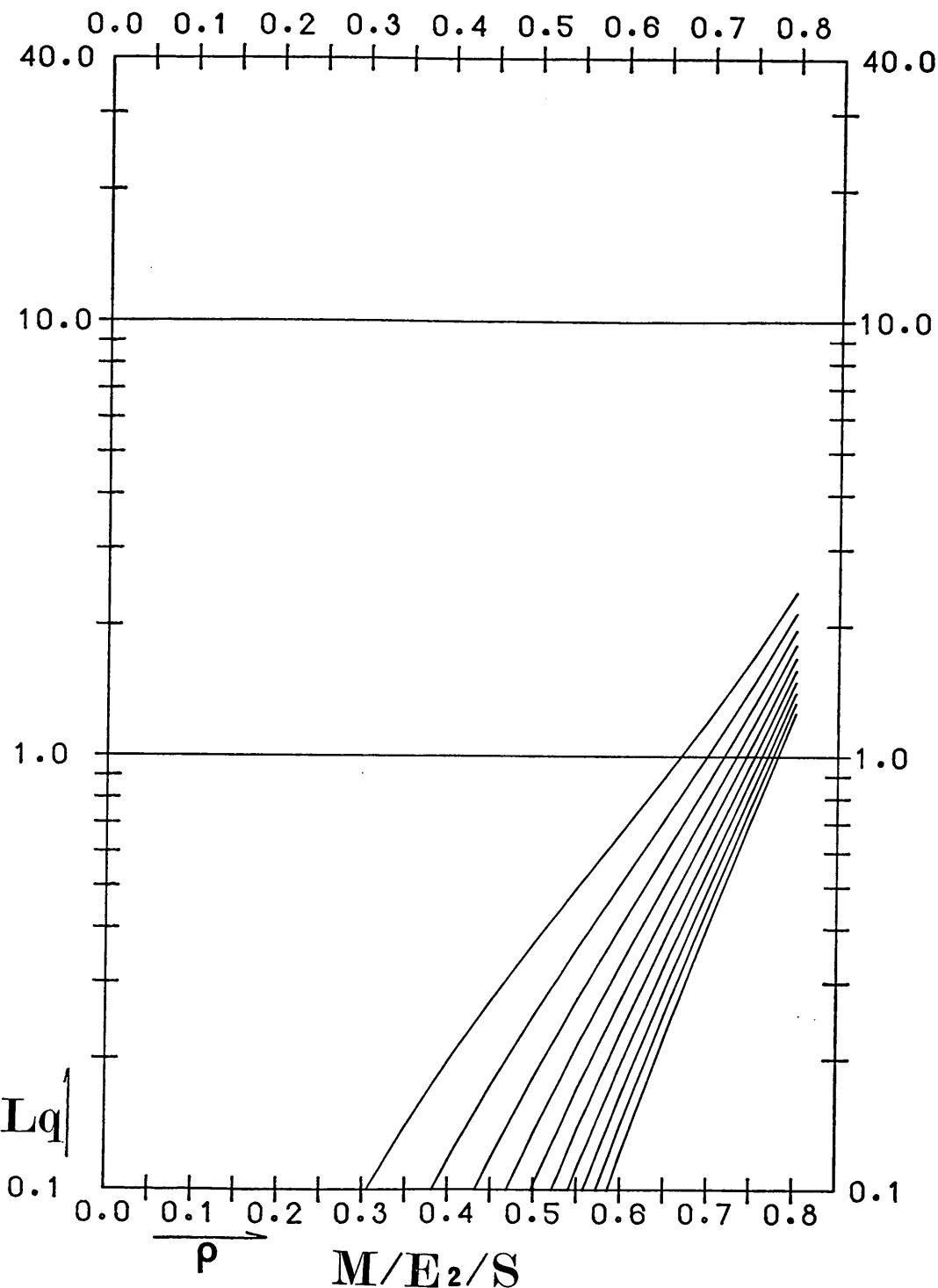


図-4-2 平均待ち数 $M/E_2/S(S=1\sim 10)$

ポアソン到着待ち合せモデルの数表

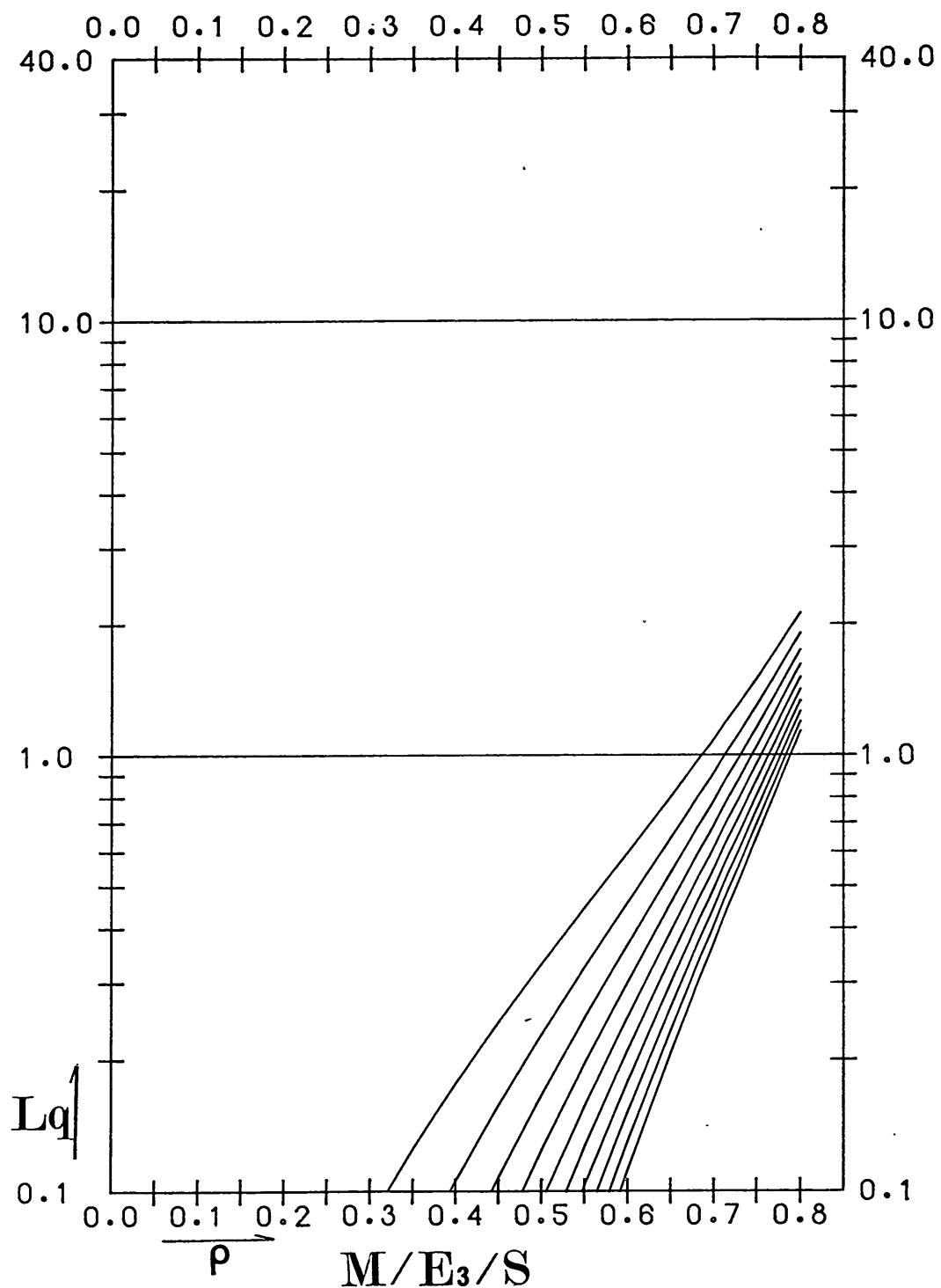


図-4-3 平均待ち数 $M/E_3/S (S=1 \sim 10)$

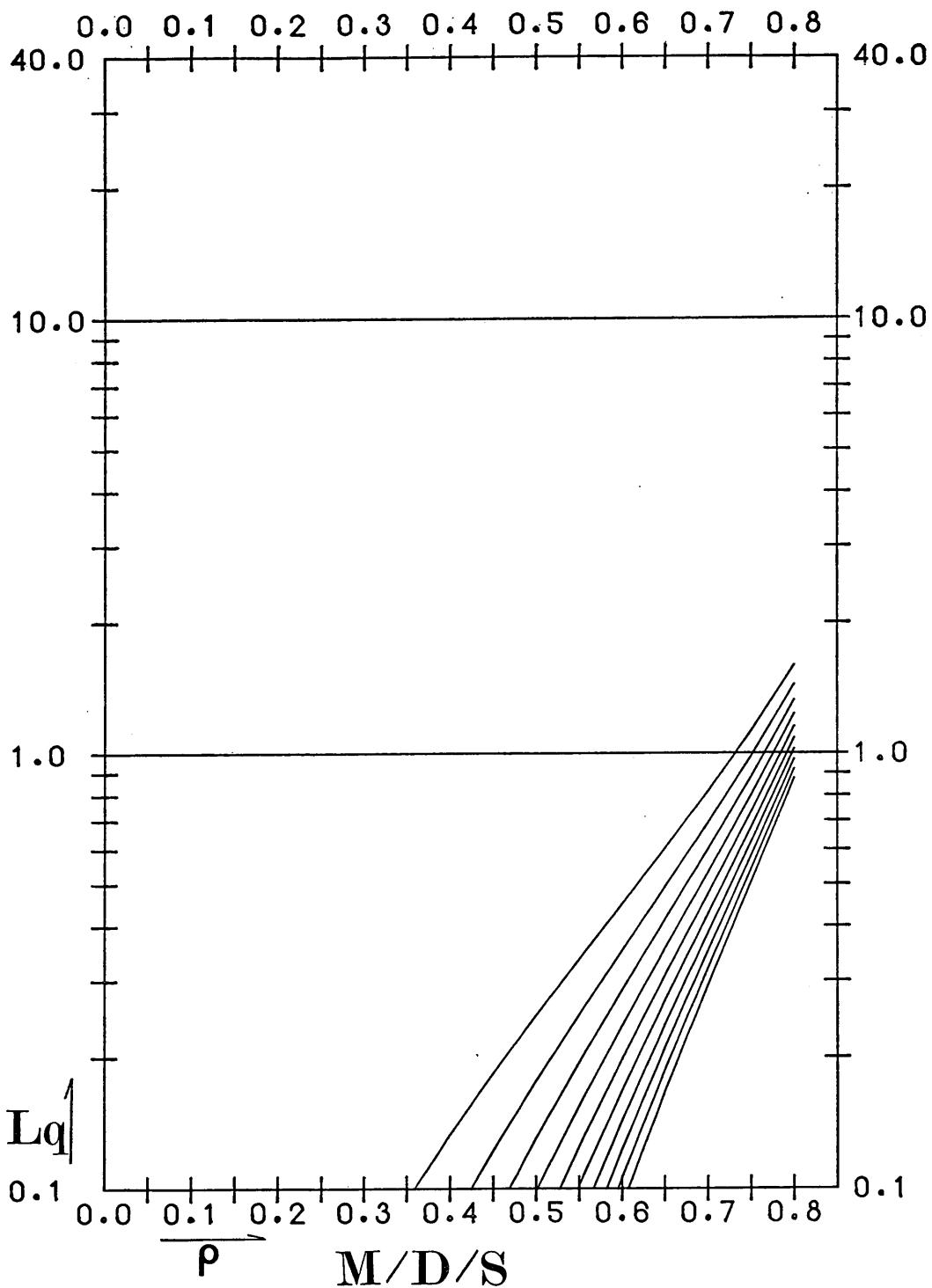


図-4-4 平均待ち数 $M/D/S(S=1 \sim 10)$

