

運輸省港湾技術研究所

港湾技術研究所 報告

REPORT OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH
INSTITUTE

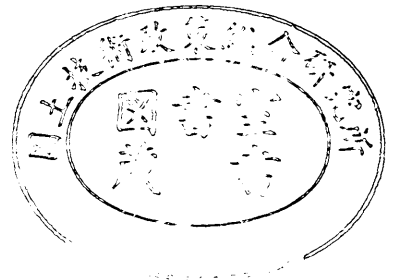
MINISTRY OF TRANSPORT

VOL. 10

NO. 4

DEC. 1971

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



港湾技術研究所報告 (REPORT OF P.H.R.I.)

第 10 卷 第 4 号 (Vol. 10, No. 4), 1971 年 12 月 (Dec. 1971)

目 次 (CONTENTS)

1. 海中に孤立した巨大構造物に働く波力の計算 ……合 田 良 実・吉 村 知 司…… 3
(Wave Force Computation for Structures of Large Diameter, Isolated in the Offshore
……………Yoshimi GODA and Tomotsuka YOSHIMURA)

2. 群グイの横抵抗に対するクイ間隔の影響 (第 1 報)
—縦間隔について— ……………宮 本 六 男・沢 口 正 俊…… 53
(Group Action on Lateral Resistance of Piles (the 1st Report)
—Spacing Effect in the Direction of Loading—
……………Mutsuo MIYAMOTO and Masatoshi SAWAGUCHI)

- 港湾技術研究所報告 第 10 卷 索引 ……………109
(Index of Report of P.H.R.I. Vol. 10)

1. 海中に孤立した巨大構造物に働く波力の計算

合 田 良 実*・吉 村 知 司**

要 旨

前論文(港研報告第10巻2号)において、楕円柱構造物による回折散乱波の厳密解を Mathieu 関数の級数の形で求め、この妥当性を島堤について実験的に検証できたので、本論文では構造物に働く波力の計算を行った。

まず楕円柱体について、短径/長径比=0~1.0、長径/波長比=0~8.0、波向角=0°~90°の範囲について長軸および短軸方向の波力を計算した。この結果は、応用計算を容易にするために、楕円柱体の質量係数に換算して図示した。この際、基準体積としては、楕円柱体による入射波の遮蔽幅にほぼ等しい直径を持つ円柱の体積を用いた。

次に、短径を0として島堤に働く波力強度の分布を計算し、この結果を重複波の波力強度に対する比で表わした。これによると斜め入射の角度によっては、島堤の堤端から0.2波長付近で重複波の波力強度の1.8倍程度の波力強度が生じることが示された。

さらに、実際の海の波がスペクトルを持った不規則波であることを考慮して、不規則波の波力のスペクトルの計算を行なった。島堤については計算時間の制約から周波数スペクトルに限定したが、島堤沿いの各点の波力強度のスペクトルを計算して、これから1/3最大値を求めた結果では、無限長の防波堤に働く波力強度よりもかなり大きく、最大で1.5倍程度になる部分が出るようになった。

また、近年盛んに建設されつつあるシーバースの主要設計外力の一つである係留中の船体に働く波力およびこの波力によって生じるドルフィンへの力を計算した。ただし、船体は船幅/船長比を短径/長径比に一致させた楕円柱体で近似した。入射波を二次元スペクトルを持つ不規則波として計算した結果では、200,000 DWT級のタンカーに $H_{1/3}=1.0\text{ m}$ 、 $T_{1/3}=10\text{ sec}$ の波が真横から作用するとき、ドルフィンには1/3最大値で約1,400 ton の往復荷重が働くことが示された。

* 水工部 波浪研究室長

** 水工部 波浪研究室

1. Wave Force Computation for Structures of Large Diameter, Isolated in the Offshore

Yoshimi GODA*

Tomotsuka YOSHIMURA**

Synopsis

The previous paper (Vol. 10, No. 2) has introduced the solution of wave diffraction and reflection by a vertical, elliptical cylinder with experimental confirmation on the wave height distributions around several insular breakwaters. The solution is applied in the present paper for computation of wave forces acting upon elliptical cylinders.

The computation is made in the ranges of the elliptical slender ratio of 0 to 1.0, the diameter-to-wavelength ratio of 0 to 8.0, and the angle of wave approach of 0° to 90° . The wave forces in the directions of long and short axes are converted and shown in the form of virtual mass coefficients with the reference volume of a circular cylinder the diameter of which is approximately equal to the apparent width of elliptical cylinder observed from the direction of wave approach.

The computation is next made for the wave pressure distributions along insular breakwaters which are realized by reducing the short diameter of ellipsis to zero. In comparison with the pressure of standing waves acting upon the infinitely-long breakwater, the wave pressure along an insular breakwater increases by the amount of about 80 per cent at the distance of about 0.2 time the wavelength from the breakwater tip at certain angles of wave approach.

The wave pressure along an insular breakwater is also computed for irregular waves with frequency spectra. The spectra of wave pressures are obtained and the one-third maximum amplitudes are calculated. The result shows that the largest value of the wave pressures along the breakwater may amount to about 1.5 times the standing wave pressures on the infinitely-long breakwater even when the wave irregularity is taken into consideration.

The computation is further made for the wave force exerted upon a vessel moored tight at offshore dolphins and the forces transmitted to the dolphins through the vessel, which is considered to be one of major design forces for offshore dolphins. The geometry of vessel is approximated with the elliptical cylinder having the same width-to-length ratio. The computation with directional wave spectra shows that a tanker of 200,000 D.W.T. can exert the force of about 1,400 tons at the one-third maximum amplitude to each breasting dolphin when the tanker is exposed to the incident waves of $H_{1/3}=1.0$ m and $T_{1/3}=10$ sec from the broadside.

* Chief of the Wave Laboratory, Hydraulics Division

** Member of the Wave Laboratory, Hydraulics Division

目 次

要 旨	3
1. 序 論	7
2. 楕円柱体に働く波力	7
2.1 理論式の誘導	7
2.2 計算方法	11
2.3 入射方向と楕円柱体の大きさによる波力の変化	14
2.4 楕円柱体の質量係数の計算	19
3. 島堤に働く波力	22
3.1 波力強度の計算式	22
3.2 島堤に働く波力強度の分布	23
3.3 各波向における最大波力強度	27
3.4 島堤に働く波力強度の包絡分布	27
4. 不規則波による波力の計算	29
4.1 波のスペクトル	29
4.2 線型スペクトル理論	32
4.3 不規則波力の代表値	33
4.4 島堤に働く不規則波の波力強度	35
4.5 船体に働く不規則波の波力	37
5. 結 論	42
参 考 文 献	42
主要記号一覧表	43
付録: Mathieu の微分方程式の固有値の決定方法	45

1. 序 論

前論文¹⁾においては、島堤による波の反射および回折の現象について解析を行なった。これは島状構造物の一形式である楕円柱構造物によって生じる回折散乱波の速度ポテンシャルを Mathieu 関数を用いて求め、これから直線状島堤による回折散乱波の速度ポテンシャルを導いて波高分布の計算を行なったものである。この計算結果は、模型島堤を用いた実験結果によってその妥当性が検証された。

前論文では、計算結果の一つとして、島堤の前面において波高が入射波の3倍程度にまで増大する場合があることが明らかにされ、島堤には無限長の防波堤より大きな波圧が作用するのではないかと予想された。ただし、前論文では問題を波の反射および回折の現象に限り、島堤に作用する波力については計算を行なわなかった。しかしながら、島堤に働く波圧は防波堤の設計上大きな問題であるので、本論文においては、島堤に働く波力の解析を行ない、その結果について述べる。

また、近年は輸送コストの合理化のために、船舶の大型化が促進されているが、このような大型船舶は大水深の航路および接岸施設を必要とする。例えば、50万トンクラスのタンカーでは吃水が30m近くにもなり、このような大型船が接岸するには35m程度の水深が必要とされる。そこで、このような大型船舶のために、陸地より離れた水深の深い場所にけい船施設を設けて荷役することが考えられた。これがシーバースである。特に、船荷をパイプラインで容易に陸地へ輸送できるタンカー用にシーバースは盛んに利用されている。

現在、シーバースの設計条件として、風、波、潮流、潮汐、土質、地震震度などが考えられている。ただし、現在のところ、シーバースの設計強度は地震力と船の接岸時の衝撃力で主に決定され、波力は重要であると考えられながらもその計算方法が不明なためにあまり考慮されていない。しかし、全長300~400mもあるような巨大タンカーがシーバースにけい留している状態を考えると、タンカーは一つの大きな防波堤と同じであり、波によってかなり大きな力が船に働くはずである。そしてこの船に働く力は、そのままシーバースに働いて、シーバースの設計外力の一つになると予想される。

そこで、本論文では、船を一つの楕円柱体として近似し、船がシーバースに2点で固定されている状態を想定

して船に働く力およびシーバースに働く力の計算を行なった。波としては規則波だけでなく、方向スペクトルを持った不規則な波についても考え、不規則波による波力のスペクトルを計算して波力の1/3最大値などを求めたので、これらの結果についても述べる。

2. 楕円柱体に働く波力

2.1 理論式の誘導

(1) 波 圧

理論計算を進める上で、流体、流体運動、境界条件に関して次のような仮定を用いる。

- (i) 流体は理想流体で非圧縮性である。
- (ii) 流体運動は非回転運動である。
- (iii) 波高は十分小さい。
- (iv) 流速は小さく、流速の二乗項は無視することができる。
- (v) 境界面で流体の出入はない。
- (vi) 水深は一定である。

以上、(i)~(vi)の仮定によって線型理論が適用できるので速度ポテンシャルを Φ とすると*、満足すべき方程式および条件式は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_{z=0} \quad (2)$$

$$\zeta = -\frac{1}{g} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)_{z=0} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad (4)$$

ここで、 x, y は静水面上の座標軸、 z は鉛直上方正の座標軸、 ζ は水位変動量、 t は時間、 g は重力加速度、 n は境界面における法線方向の軸である。

式(4)の水底における境界条件を満足する速度ポテンシャルを、複素数表示を用いて次のように表わす。

$$\Phi = \phi_0 \phi(x, y) \cosh k(h+z) \exp(i\sigma t) \quad (5)$$

ここで、 ϕ_0 は定数、 $\phi(x, y)$ は表面波形を表わす式、 $k=2\pi/L$ 、 $\sigma=2\pi/T$ で、 L は波長、 T は周期、 h は水深である。

式(2)と式(3)から

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_{z=0} + \frac{1}{g} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \right)_{z=0} = 0 \quad (6)$$

* 本報告に使用した記号は p. 43 にまとめられている。

となり、式(5)を式(6)に代入すると

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \quad (7)$$

となる。式(7)は波の周期・波長・水深の関係を示す式である。

式(5)を式(1)のラプラスの方程式に代入すると

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + k^2 \phi = 0 \quad (8)$$

となり、表面波形の式 ϕ は式(8)のヘルムホルツの方程式を満足しなければならない。

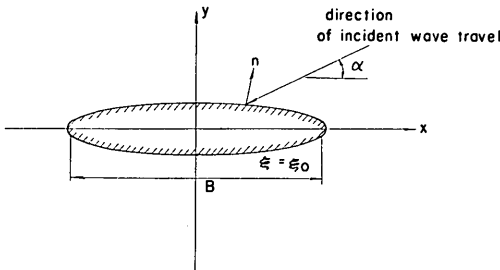


図-1 楕円柱体による回折散乱

構造物が図-1のような楕円柱体であるとする、 x 、 y は楕円座標 (ξ, η) によって次のように変換できる。

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{B}{2} \cosh \xi \cos \eta \\ y &= \frac{B}{2} \sinh \xi \sin \eta \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここで、 B は楕円の焦点距離である。

この式(9)を用いて式(8)を変換し、 ϕ が ξ のみの関数 $H(\xi)$ と η のみの関数 $Q(\eta)$ との積であるとする、式(8)は次のような二つの微分方程式になる。

$$\frac{d^2 Q}{d\eta^2} + (a_0 - 2k_1^2 \cos 2\eta) Q = 0 \quad (10)$$

$$\frac{d^2 H}{d\xi^2} - (a_0 - 2k_1^2 \cosh 2\xi) H = 0 \quad (11)$$

ここで、 $k_1 = kB/4$ 、 a_0 は固有値である。

式(10)はMathieuの微分方程式、式(11)は変形されたMathieuの微分方程式である。

(i)~(vi)の仮定によって線型理論が適用できるから、速度ポテンシャルを入射波の速度ポテンシャルと楕円柱体による散乱波の速度ポテンシャルに分けることができる。このうち、入射波の速度ポテンシャルは式(10)、(11)の解の級数として求められる。この入射波の速度ポテン

シャルを用いて、楕円柱体における境界条件を満足する散乱波の速度ポテンシャルを求めることができる。このようにして得られた入射波の速度ポテンシャルと散乱波の速度ポテンシャルを重ね合わせることによって、回折散乱後の波の速度ポテンシャルが次のように求められる*。

$$\Phi = \phi_0 \phi \cosh k(h+z) \exp(i\sigma t) \quad (12)$$

ここで、 ϕ は次のような式で与えられる。

$$\begin{aligned} \phi = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{2}{p_{2n}} \left(C_{e_{2n}}(\xi) - \frac{C_{e_{2n}}'(\xi_0)}{M_{e_{2n}}^{(2)'}(\xi_0)} M_{e_{2n}}^{(2)}(\xi) \right) c_{e_{2n}}(\eta) c_{e_{2n}}(\alpha) \right. \\ + \frac{2}{s_{2n+2}} \left(S_{e_{2n+2}}(\xi) - \frac{S_{e_{2n+2}}'(\xi_0)}{N_{e_{2n+2}}^{(2)'}(\xi_0)} N_{e_{2n+2}}^{(2)}(\xi) \right) \\ \times s_{e_{2n+2}}(\eta) s_{e_{2n+2}}(\alpha) + i \left\{ \frac{2}{p_{2n+1}} \left(C_{e_{2n+1}}(\xi) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{C_{e_{2n+1}}'(\xi_0)}{M_{e_{2n+1}}^{(2)'}(\xi_0)} M_{e_{2n+1}}^{(2)}(\xi) \right) c_{e_{2n+1}}(\eta) c_{e_{2n+1}}(\alpha) \right. \\ \left. + \frac{2}{s_{2n+1}} \left(S_{e_{2n+1}}(\xi) - \frac{S_{e_{2n+1}}'(\xi_0)}{N_{e_{2n+1}}^{(2)'}(\xi_0)} N_{e_{2n+1}}^{(2)}(\xi) \right) \right. \\ \left. \times s_{e_{2n+1}}(\eta) s_{e_{2n+1}}(\alpha) \right\} \left. \right] \quad (13) \end{aligned}$$

ここで、 α は図-1の入射波の方向と x 軸とのなす角、 $c_{e_n}(\eta)$ 、 $s_{e_n}(\eta)$ は式(10)の解、 $C_{e_n}(\xi)$ 、 $S_{e_n}(\xi)$ 、 $M_{e_n}^{(2)}(\xi)$ 、 $N_{e_n}^{(2)}(\xi)$ は式(11)の解で、 p_n 、 s_n は入射波を式(10)および式(11)の解で展開した時の定数である。

入射波の波高を H_{in} とすると、式(3)から

$$\begin{aligned} H_{in} &= 2 \left| -\frac{1}{g} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)_{z=0} \right| \\ &= \frac{2\sigma}{g} \phi_0 \cosh kh \quad (14) \end{aligned}$$

となり、定数 ϕ_0 は

$$\phi_0 = \frac{g H_{in}}{2\sigma \cosh kh} \quad (15)$$

として決定できる。

式(15)を式(12)に代入すると、入射波の波高との関係で回折散乱後の速度ポテンシャルは次のようになる。

$$\Phi = \frac{g H_{in}}{2\sigma} \phi \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \exp(i\sigma t) \quad (16)$$

楕円柱体の任意の一点 (ξ_0, η, z) に作用する波圧はベルヌーイの定理から、

* 詳細については、前論文〔文献(1)〕pp. 9~16を参照されたい。

$$\begin{aligned}
 p &= -\frac{w_0}{g} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_{\xi=\xi_0} - w_0 z \\
 &= -i \frac{w_0 H_{1n}}{2} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} (\phi)_{\xi=\xi_0} \exp(i\sigma t) - w_0 z
 \end{aligned} \quad (17)$$

として求まる。ここで、 w_0 は水の単位体積重量である。

(2) 楕円柱構造物に働く波力

楕円柱体の単位境界長当りの水面から水底までに働く全波圧、すなわち波力強度 P は

$$P = \int_{-h}^0 p dz \quad (18)$$

で与えられから、これに式(17)を代入して積分すると、

$$P = -i \frac{w_0 H_{1n}}{2k} (\phi)_{\xi=\xi_0} \tanh kh \exp(i\sigma t) + \frac{w_0}{2} h^2 \quad (19)$$

となる。

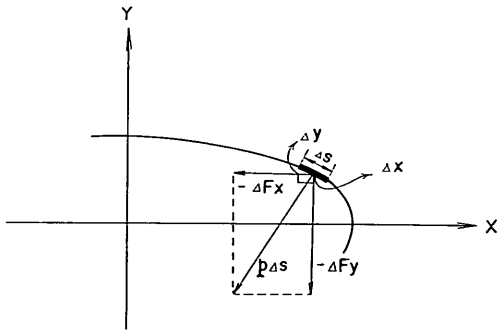


図-2 ΔF_x および ΔF_y と波圧との関係

図-2 のように、 xy 平面における楕円柱の微小境界長を Δs とすると、 P は Δs に垂直に作用するから、この力の x 軸および y 軸の正方向の成分を ΔF_x 、 ΔF_y とすると、

$$\Delta F_x = -P \Delta s \cdot \frac{\Delta y}{\Delta s} = -P \Delta y \quad (20)$$

同様に

$$\Delta F_y = P \Delta x \quad (21)$$

となる。

Δx 、 Δy は式(13)から

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta x &= -\frac{B}{2} \cosh \xi_0 \sin \eta \Delta \eta \\
 \Delta y &= \frac{B}{2} \sinh \xi_0 \cos \eta \Delta \eta
 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

と表わされるので、この式(22)を式(20)、(21)に代入して、境界に沿って一周線積分すると、 x 、 y 方向の力 F_x 、 F_y が次のように求まる。

$$F_x = \frac{i w_0 b H_{1n}}{4k} \tanh kh \exp(i\sigma t) \int_0^{2\pi} (\phi)_{\xi=\xi_0} \cos \eta d\eta \quad (23)$$

$$F_y = \frac{i w_0 a H_{1n}}{4k} \tanh kh \exp(i\sigma t) \int_0^{2\pi} (\phi)_{\xi=\xi_0} \sin \eta d\eta \quad (24)$$

ここで、 $a = B \cosh \xi_0$ 、 $b = B \sinh \xi_0$ であり、それぞれ楕円柱の長軸、短軸の長さを表わす。

式(23)、(24)における $(\phi)_{\xi=\xi_0}$ 内の η の関数である $ce_n(\eta)$ 、 $se_n(\eta)$ は次のような η のフーリエ級数で与えられる。

$$\left. \begin{aligned}
 ce_{2n}(\eta) &= \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r}^{(2n)} \cos 2r\eta \\
 ce_{2n+1}(\eta) &= \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r+1}^{(2n+1)} \cos(2r+1)\eta \\
 se_{2n+1}(\eta) &= \sum_{r=0}^{\infty} B_{2r+1}^{(2n+1)} \sin(2r+1)\eta \\
 se_{2n+2}(\eta) &= \sum_{r=0}^{\infty} B_{2r+2}^{(2n+2)} \sin(2r+2)\eta
 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

ここで、 $A_r^{(n)}$ 、 $B_r^{(n)}$ は k_1^2 の関数であり、前論文¹⁾の pp. 11~12 に述べたとおりである。

式(25)を式(13)に代入して、式(23)、(24)の積分を行なうと、

$$\begin{aligned}
 F_x &= -\frac{\pi w_0 b H_{1n}}{4k} \tanh kh \exp(i\sigma t) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2A_1^{(2n+1)}}{p_{2n+1}} \\
 &\quad \times \left\{ Ce_{2n+1}(\xi_0) - \frac{Ce_{2n+1}'(\xi_0)}{Me_{2n+1}^{(2)}(\xi_0)} Me_{2n+1}^{(2)}(\xi_0) \right\} ce_{2n+1}(\alpha) \\
 &= -\frac{\pi w_0 b H_{1n}}{4k} \tanh kh \exp(i\sigma t) \\
 &\quad \times \sum_{n=0}^{\infty} A_1^{(2n+1)} R_{2n+1}(\xi_0) ce_{2n+1}(\alpha) \exp(i\beta_{2n+1})
 \end{aligned} \quad (26)$$

同様に

$$\begin{aligned}
 F_y &= -\frac{\pi w_0 a H_{1n}}{4k} \tanh kh \exp(i\sigma t) \\
 &\quad \times \sum_{n=0}^{\infty} B_1^{(2n+1)} T_{2n+1}(\xi_0) se_{2n+1}(\alpha) \exp(i\gamma_{2n+1})
 \end{aligned} \quad (27)$$

となる。

ここで、

$$\left. \begin{aligned} R_{2n+1}(\xi_0) \exp(i\beta_{2n+1}) &= \frac{2}{p_{2n+1}} \left\{ C_{e_{2n+1}}(\xi_0) \right. \\ &\quad \left. - \frac{C_{e_{2n+1}}'(\xi_0)}{M_{e_{2n+1}}^{(2)}(\xi_0)} M_{e_{2n+1}}^{(2)}(\xi_0) \right\} \\ T_{2n+1}(\xi_0) \exp(i\gamma_{2n+1}) &= \frac{2}{s_{2n+1}} \left\{ S_{e_{2n+1}}(\xi_0) \right. \\ &\quad \left. - \frac{S_{e_{2n+1}}'(\xi_0)}{N_{e_{2n+1}}^{(2)}(\xi_0)} N_{e_{2n+1}}^{(2)}(\xi_0) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

である。

楕円柱に作用する x 方向の力 F_x と y 方向の力 F_y を実際に計算する場合は式(26), (27)の実数部を用いればよい。

(3) 力の作用点

x および y 方向の力は式(26), (27)で与えられるが,

図-3 のような F_x, F_y の作用点 (x_0, y_0) は

$$x_0 = \frac{R_e[M_y]}{R_e[F_y]} \quad (29)$$

$$y_0 = \frac{R_e[M_x]}{R_e[F_x]} \quad (30)$$

で求まる。ここで $R_e[]$ は $[]$ 内の実数部を示す。

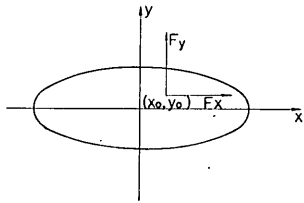


図-3 波力の作用点

F_x, F_y によるモーメント M_x, M_y は次のようにして求まる。

$$\begin{aligned} M_x &= \int y \Delta F_x \\ &= -\frac{w_0 b^2 H_{in}}{16k} \tanh kh \exp\left\{i\left(\sigma t - \frac{\pi}{2}\right)\right\} \\ &\quad \times \int_0^{2\pi} (\phi)_{\xi=\xi_0} \sin 2\eta \, d\eta \\ &= -\frac{\pi w_0 b^2 H_{in}}{16k} \tanh kh \exp\left\{i\left(\sigma t - \frac{\pi}{2}\right)\right\} \\ &\quad \times \sum_{n=0}^{\infty} B_2^{(2n+2)} T_{2n+2}(\xi_0) s_{e_{2n+2}}(\alpha) \exp(i\gamma_{2n+2}) \end{aligned} \quad (31)$$

同様に

$$\begin{aligned} M_y &= -\frac{\pi w_0 a^2 H_{in}}{16k} \tanh kh \exp\left\{i\left(\sigma t - \frac{\pi}{2}\right)\right\} \\ &\quad \times \sum_{n=0}^{\infty} B_2^{(2n+2)} T_{2n+2}(\xi_0) s_{e_{2n+2}}(\alpha) \exp(i\gamma_{2n+2}) \end{aligned} \quad (32)$$

となる。ここで,

$$\begin{aligned} T_{2n+2}(\xi_0) \exp(i\gamma_{2n+2}) \\ = \frac{2}{s_{2n+2}} \left[S_{e_{2n+2}}(\xi_0) - \frac{S_{e_{2n+2}}'(\xi_0)}{N_{e_{2n+2}}^{(2)}(\xi_0)} N_{e_{2n+2}}^{(2)}(\xi_0) \right] \end{aligned} \quad (33)$$

である。

式(26), (27), (31), (32)を用いると, 式(29), (30)は次のようになる。

$$x_0 = \frac{a}{4} \frac{\sum_{n=0}^{\infty} B_2^{(2n+2)} T_{2n+2}(\xi_0) s_{e_{2n+2}}(\alpha) \cos\left(\sigma t - \frac{\pi}{2} + \gamma_{2n+2}\right)}{\sum_{n=0}^{\infty} B_1^{(2n+1)} T_{2n+1}(\xi_0) s_{e_{2n+1}}(\alpha) \cos(\sigma t + \gamma_{2n+1})} \quad (34)$$

$$y_0 = \frac{b}{4} \frac{\sum_{n=0}^{\infty} B_2^{(2n+2)} T_{2n+2}(\xi_0) s_{e_{2n+2}}(\alpha) \cos\left(\sigma t - \frac{\pi}{2} + \gamma_{2n+2}\right)}{\sum_{n=0}^{\infty} A_1^{(2n+1)} R_{2n+1}(\xi_0) s_{e_{2n+1}}(\alpha) \cos(\sigma t + \beta_{2n+1})} \quad (35)$$

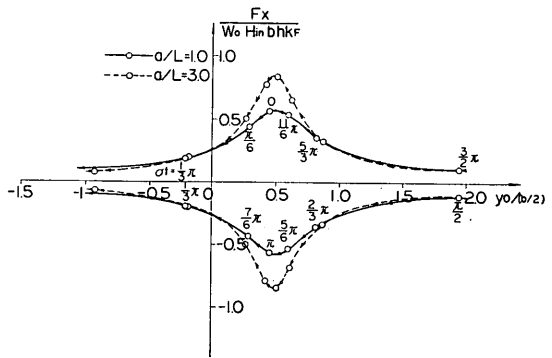


図-4 F_x の作用点の変化

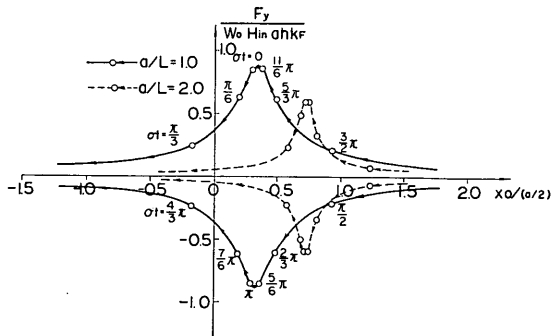


図-5 F_y の作用点の変化

式(34), (35)からわかるように, 分母と分子に位相差があるため, 力の作用点 (x_0, y_0) は一周期内で時間とともに変動する。

一例として, $a/L=1.0, 2.0$ の場合について, x_0, y_0 の変化を図-4, 5 に示す。図-4 は x_0 の変化, 図-5 は y_0 の変化を示している。

2.2 計算方法

前節で求めた理論式を電子計算機で計算する場合, 収束性のよい形の級数を用いる必要がある。そこで, 式(11)の解 $Ce_n(\xi_0)$, $Se_n(\xi_0)$, $Me_n(\xi_0)$, $Ne_n(\xi_0)$ を収束のよい次のような級数で表わす。

$$\left. \begin{aligned} Ce_{2n+1}(\xi_0) &= \frac{P_{2n+1}}{A_1^{(2n+1)}} \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r A_{2r+1}^{(2n+1)} \\ &\quad \times [J_r(v_1)J_{r+1}(v_2) + J_{r+1}(v_1)J_r(v_2)] \\ Se_{2n+1}(\xi_0) &= \frac{S_{2n+1}}{B_1^{(2n+1)}} \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r B_{2r+1}^{(2n+1)} \\ &\quad \times [J_r(v_1)J_{r+1}(v_2) - J_{r+1}(v_1)J_r(v_2)] \\ Se_{2n+2}(\xi_0) &= -\frac{S_{2n+2}}{B_2^{(2n+2)}} \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r B_{2r+2}^{(2n+2)} \\ &\quad \times [J_r(v_1)J_{r+2}(v_2) - J_{r+2}(v_1)J_r(v_2)] \\ Me_{2n+1}^{(2)}(\xi_0) &= \frac{P_{2n+1}}{A_1^{(2n+1)}} \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r A_{2r+1}^{(2n+1)} \\ &\quad \times [(J_r(v_1)J_{r+1}(v_2) + J_{r+1}(v_1)J_r(v_2)) \\ &\quad - i(J_r(v_1)Y_{r+1}(v_2) + J_{r+1}(v_1)Y_r(v_2))] \\ Ne_{2n+1}^{(2)}(\xi_0) &= \frac{S_{2n+1}}{B_1^{(2n+1)}} \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r B_{2r+1}^{(2n+1)} \\ &\quad \times [(J_r(v_1)J_{r+1}(v_2) - J_{r+1}(v_1)J_r(v_2)) \\ &\quad - i(J_r(v_1)Y_{r+1}(v_2) - J_{r+1}(v_1)Y_r(v_2))] \\ Ne_{2n+1}^{(2)}(\xi_0) &= -\frac{S_{2n+2}}{B_2^{(2n+2)}} \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r B_{2r+2}^{(2n+2)} \\ &\quad \times [(J_r(v_1)J_{r+2}(v_2) - J_{r+2}(v_1)J_r(v_2)) \\ &\quad - i(J_r(v_1)Y_{r+2}(v_2) - J_{r+2}(v_1)Y_r(v_2))] \end{aligned} \right\} (36)$$

ここで, $v_1 = k_1 \exp(-\xi_0)$, $v_2 = k_1 \exp(\xi_0)$, J_r は第1種 Bessel 関数, Y_r は第2種 Bessel 関数である。

式(36)を式(26), (27), (31)に代入して整理すると

$$\begin{aligned} F_x &= -\frac{\pi w_0 H_{in} b}{4k} \tanh kh \exp(i\sigma t) \\ &\quad \times \sum_{n=0}^{\infty} 2 \left[\left(Ic_{2n+1} - Rc_{2n+1} \left(\frac{Idc_{2n+1}}{Rdc_{2n+1}} \right) \right) \right. \\ &\quad \times \left. \frac{ce_{2n+1}(\alpha) \exp(i\beta_{2n+1})}{\sqrt{1 + (Idc_{2n+1}/Rdc_{2n+1})^2}} \right] \\ F_y &= -\frac{\pi w_0 H_{in} a}{4k} \tanh kh \exp(i\sigma t) \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} &\times \sum_{n=0}^{\infty} 2 \left[Is_{2n+1} - Rs_{2n+1} \left(\frac{IdS_{2n+1}}{RdS_{2n+1}} \right) \right. \\ &\quad \times \left. \frac{se_{2n+1}(\alpha) \exp(i\gamma_{2n+1})}{\sqrt{1 + (IdS_{2n+1}/RdS_{2n+1})^2}} \right] \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} M_x &= -\frac{\pi w_0 H_{in} b^2}{16k} \tanh kh \exp\left(i\sigma t - i\frac{\pi}{2}\right) \\ &\quad \times \sum_{n=0}^{\infty} 2 \left[Is_{2n+2} - Rs_{2n+2} \left(\frac{IdS_{2n+2}}{RdS_{2n+2}} \right) \right. \\ &\quad \times \left. \frac{se_{2n+2}(\alpha) \exp(i\gamma_{2n+2})}{\sqrt{1 + (IdS_{2n+2}/RdS_{2n+2})^2}} \right] \end{aligned} \quad (39)$$

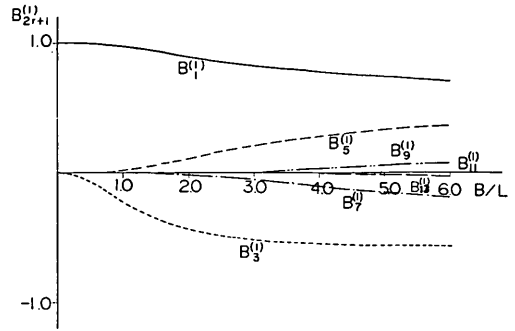
となる。

ここで,

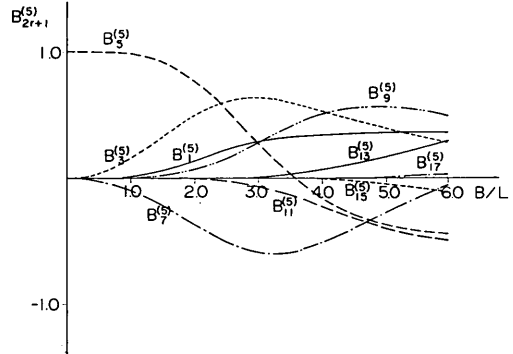
$$\left. \begin{aligned} Rc_{2n+1} &= \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r A_{2r+1}^{(2n+1)} \\ &\quad \times [J_r(v_1)J_{r+1}(v_2) + J_{r+1}(v_1)J_r(v_2)] \\ Ic_{2n+1} &= \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r A_{2r+1}^{(2n+1)} \\ &\quad \times [J_r(v_1)Y_{r+1}(v_2) - J_{r+1}(v_1)Y_r(v_2)] \\ Rdc_{2n+1} &= \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r A_{2r+1}^{(2n+1)} \\ &\quad \times [(v_1 - v_2) \{J_{r+1}(v_1)J_{r+1}(v_2) \\ &\quad - J_r(v_1)J_r(v_2)\} - (2r+1) \\ &\quad \times \{J_r(v_1)J_{r+1}(v_2) - J_{r+1}(v_1)J_r(v_2)\}] \\ Idc_{2n+1} &= \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r A_{2r+1}^{(2n+1)} \\ &\quad \times [(v_1 - v_2) \{J_{r+1}(v_1)Y_{r+1}(v_2) \\ &\quad - J_r(v_1)Y_r(v_2)\} - (2r+1) \\ &\quad \times \{J_r(v_1)Y_{r+1}(v_2) + J_{r+1}(v_1)Y_r(v_2)\}] \end{aligned} \right\} (40)$$

$$\left. \begin{aligned} Rs_{2n+1} &= \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r B_{2r+1}^{(2n+1)} \\ &\quad \times [J_r(v_1)J_{r+1}(v_2) - J_{r+1}(v_1)J_r(v_2)] \\ Is_{2n+1} &= \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r B_{2r+1}^{(2n+1)} \\ &\quad \times [J_r(v_1)Y_{r+1}(v_2) - J_{r+1}(v_1)Y_r(v_2)] \\ Rds_{2n+1} &= \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r B_{2r+1}^{(2n+1)} \\ &\quad \times [(v_1 + v_2) \{J_r(v_1)J_r(v_2) \\ &\quad + J_{r+1}(v_1)J_{r+1}(v_2)\} - (2r+1) \\ &\quad \times \{J_r(v_1)J_{r+1}(v_2) + J_{r+1}(v_1)J_r(v_2)\}] \\ Ids_{2n+1} &= \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r B_{2r+1}^{(2n+1)} \\ &\quad \times [(v_1 + v_2) \{J_r(v_1)Y_r(v_2) \\ &\quad + J_{r+1}(v_1)Y_{r+1}(v_2)\} - (2r+1) \\ &\quad \times \{J_r(v_1)Y_{r+1}(v_2) + J_{r+1}(v_1)Y_r(v_2)\}] \end{aligned} \right\} (41)$$

$$\begin{aligned}
 R S_{2n+2} &= - \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r B_{2r+2}^{(2n+2)} \frac{2(r+1)}{v_1 v_2} \\
 &\quad \times \{ v_1 J_r(v_1) J_{r+1}(v_2) - v_2 J_{r+1}(v_1) J_r(v_2) \} \\
 I S_{2n+2} &= - \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r B_{2r+2}^{(2n+2)} \frac{2(r+1)}{v_1 v_2} \\
 &\quad \times \{ v_1 J_r(v_1) Y_{r+1}(v_2) - v_2 J_{r+1}(v_1) Y_r(v_2) \} \\
 R d s_{2n+2} &= - \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r B_{2r+2}^{(2n+2)} \\
 &\quad \times \left[2(r+1) \left\{ \frac{v_1^2 + v_2^2}{v_1 v_2} J_{r+1}(v_1) J_{r+1}(v_2) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 2 J_r(v_1) J_r(v_2) \right\} - \frac{4(r+1)^2}{v_1 v_2} \right. \\
 &\quad \left. \times \{ v_2 J_{r+1}(v_1) J_r(v_2) + v_1 J_r(v_1) J_{r+1}(v_2) \} \right] \\
 I d s_{2n+2} &= - \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r B_{2r+2}^{(2n+2)} \\
 &\quad \times \left[2(r+1) \left\{ \frac{v_1^2 + v_2^2}{v_1 v_2} J_{r+1}(v_1) Y_{r+1}(v_2) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 2 J_r(v_1) Y_r(v_2) \right\} - \frac{4(r+1)^2}{v_1 v_2} \right. \\
 &\quad \left. \times \{ v_2 J_{r+1}(v_1) Y_r(v_2) + v_1 J_r(v_1) Y_{r+1}(v_2) \} \right] \\
 \left. \begin{aligned}
 \tan \beta_{2n+1} &= - R d c_{2n+1} / I d c_{2n+1} \\
 \tan \gamma_{2n+1} &= - R d s_{2n+1} / I d s_{2n+1} \\
 \tan \gamma_{2n+2} &= - R d s_{2n+2} / I d s_{2n+2}
 \end{aligned} \right\} \quad (43)
 \end{aligned}$$



(a) $B_{2r+1}^{(1)}$ の変化



(b) $B_{2r+1}^{(5)}$ の変化

図-6

である。

この式(40)~(43)を用いると、式(37)~(39)を効率的に計算することができる。しかし、十分な精度を保ちながら計算時間を最小に抑えるには、級数の項数 n , r の選定が重要になる。

式(25)で与えられる $ce_n(\eta)$, $se_n(\eta)$ の収束性は $A_r^{(n)}$, $B_r^{(n)}$ の値によって左右される。この $A_r^{(n)}$, $B_r^{(n)}$ は B/L の関数になっているため、 B/L の変化による $A_r^{(n)}$, $B_r^{(n)}$ の変化を調べてみた。一例として、 B/L に対する $B_{2r+1}^{(1)}$, $B_{2r+1}^{(5)}$ の変化を示すと図-6(a), (b) のようになる。これらの図からわかるように、 $B/L \rightarrow 0$ のとき $n=r$ の $B_1^{(1)}$, $B_5^{(5)}$ は 1 に収束し、 $n \neq r$ の $B_{2r+1}^{(1)}$, $B_{2r+1}^{(5)}$ は 0 に収束する。また、 B/L が大きくなるにつれて、 $B_{2r+1}^{(1)}$, $B_{2r+1}^{(5)}$

の絶対値は $r=n$ に近いものから順番に大きくなる。しかし、 $r=n$ から離れた $B_{2r+1}^{(1)}$, $B_{2r+1}^{(5)}$ の絶対値が大きくなると、それに比べて $r=n$ に近い $B_{2r+1}^{(1)}$, $B_{2r+1}^{(5)}$ の絶対値は相対的に小さくなる。例えば $B/L=1.0$ と 3.0 における $B_{2r+1}^{(5)}$ の値を比較してみると表-1 のようになる。このような $B_r^{(n)}$ の特性は、前論文で示した $B_{2r+1}^{(2n+1)}$ の関係式 $\sum_{r=0}^{\infty} [B_{2r+1}^{(2n+2)}]^2 = 1$ を考えることによって説明できる。 $A_{2r+1}^{(2r+1)}$, $B_{2r+2}^{(2n+2)}$ の場合でもこの特性は同じである。このような特性は B/L が大きくなればそれだけ r の値を大きくしなければならないことを示している。

次に、式(40)~(42)で与えられる関数の収束性を検討する。これらの関数は、項数 r による収束性に関しては同じ傾向を示すので、式(41)で与えられる関数の計算結

表-1 $B_{2r+1}^{(5)}$ の 比 較

B/L	$B_1^{(5)}$	$B_3^{(5)}$	$B_5^{(5)}$	$B_7^{(5)}$	$B_9^{(5)}$	$B_{11}^{(5)}$
1.0	0.0142	0.1526	0.9829	-0.1021	0.0045	-0.0001
3.0	0.3565	0.3901	-0.3704	-0.2809	0.5625	-0.3957

海中に孤立した巨大構造物に働く波力の計算

表-2(a) 項数 r による収束性 ($B/L=1.0$)

$n=1$ $B/L=1.0$ $\xi_0=0.3$				
r	RS_{2n+1}	IS_{2n+1}	RdS_{2n+1}	IdS_{2n+1}
1	0.30633	-0.27467	0.77358	0.86157
3	0.32876	-0.33674	0.83759	0.98120
5	0.32876	-0.33681	0.83759	0.98159
7	0.32876	-0.33681	0.83759	0.98159
$n=3$				
1	0.00445	-0.00399	0.01123	0.01251
3	0.00007	-0.09687	0.00048	0.39982
5	0.00013	-0.10365	0.00067	0.44022
7	0.00013	-0.10365	0.00067	0.44024
$n=5$				
3	0.00003	-0.00043	0.00008	0.00154
5	0	-0.02833	0	0.24298
7	0	-0.02942	0	0.25434
9	0	-0.02942	0	0.25434

表-2(b) 項数 r による収束性 ($B/L=4.0$)

$n=1$ $B/L=4.0$ $\xi_0=0.3$				
r	RS_{2n+1}	IS_{2n+1}	RdS_{2n+1}	IdS_{2n+1}
3	0.01492	-0.16483	2.24740	0.20535
5	0.00265	-0.16714	2.29099	0.07850
7	0.00266	-0.16695	2.28933	0.07780
9	0.00266	-0.16695	2.28933	0.07780
$n=3$				
5	-0.07318	0.03980	-0.72252	-0.36658
7	-0.07277	0.04627	-0.74627	-0.42602
9	-0.07273	0.04627	-0.74600	-0.42630
11	-0.07273	0.04627	-0.74599	-0.42630
$n=5$				
5	0.02511	-0.01971	0.14086	0.21538
7	0.02717	-0.00395	-0.00868	0.16478
9	0.02747	-0.00395	-0.01077	0.16683
11	0.02747	-0.00395	-0.01077	0.16684

表-2(c) 項数 r による収束性 ($B/L=7.0$)

$n=3$ $B/L=7.0$ $\xi_0=0.3$				
r	RS_{2n+1}	IS_{2n+1}	RdS_{2n+1}	IdS_{2n+1}
7	-0.04119	-0.04284	0.74152	-0.79623
9	-0.05621	-0.03687	0.68995	-1.02422
11	-0.05600	-0.03617	0.68053	-1.02557
13	-0.05599	-0.03617	0.68045	-1.02548
$n=5$				
7	0.00203	0.01178	-0.24791	0.11755
9	-0.03573	0.03341	-0.45394	-0.47495
11	-0.03364	0.03964	-0.53879	-0.48492
13	-0.03348	0.03964	-0.54016	-0.48346
$n=7$				
9	0.02541	0.00196	0.02275	0.26581
11	0.03044	0.01427	-0.15032	0.25402
13	0.03121	0.01425	-0.15683	0.26114
15	0.03122	0.01424	-0.15686	0.26127

果を表-2(a), (b), (c) に示す。関数の誤差の範囲を 1% 以内とすると、この表から $B/L=1.0$ の場合 $n=1$ では $r=3$ となるが、 $n=5$ では $r=7$ となる。また、 $B/L=7.0$ の場合、 $n=3$ では $r=11$ となり、 $n=7$ では $r=13$ となる。このように式(41)の関数の収束性は B/L および n の増大に伴って悪くなる。そこで項数 r は $r=n+8$ と決定した。

項数 n を決定するために、 $n=2$ から 9 まで変化させて、後述の F_x の無次元量を計算した。計算結果を示すと図-7 のようになる。この図-7 では計算上、楕円の長軸と波長の比 a/L を横軸にとっているのが、式(26)からわかるように実際は楕円の焦点距離と波長の比 B/L に従属している。この図では短軸と長軸の比が $b/a=0.15$ と小さく、 $B=0.99a$ となって、 a/L は B/L にほぼ等しい。そこで、この図-7 を参考にして項数 n を表-3 のように決定した。

表-3 では $B/L>8.0$ の範囲の項数 n が示されてない。これは、この範囲では式 (10) または式 (11) の固有値を求めることが非常に困難であり、計算に多くの時間を要することから、計算範囲を $B/L\leq 8.0$ と限定したためである。

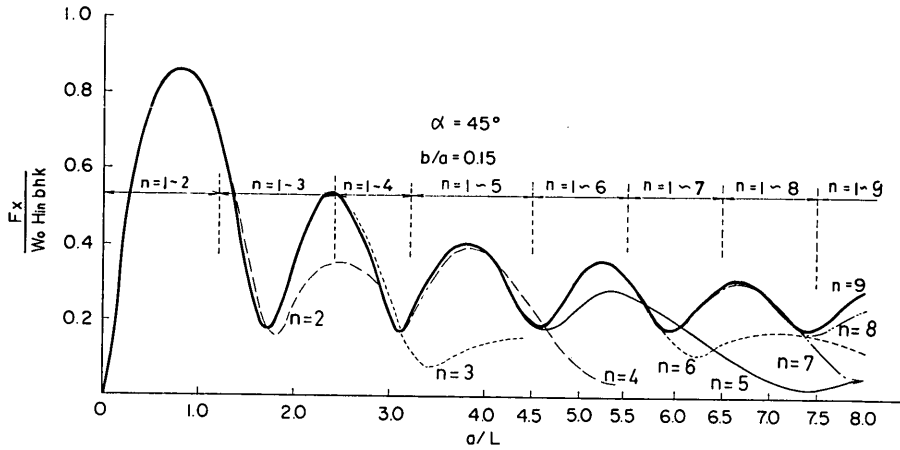


図-7 項数 n による近似精度

表-3 項数 n の決定

B/L	≤ 1.2	≤ 2.4	≤ 3.2	≤ 4.5	≤ 5.5	≤ 6.5	≤ 7.5	≤ 8.0
n	1~2	1~3	1~4	1~5	1~6	1~7	1~8	1~9

2.3 入射方向と楕円柱体の大きさによる波力の変化

(1) 楕円柱を円柱に漸近させた場合の波力の変化

F_x, F_y は、式(26), (27) からわかるように T を周期として変動している。そこで、 F_x, F_y の振幅を F_x, F_y として、これを次のように無次元化する。

$$\frac{F_x}{w_0 H_{in} b h K_F} = \frac{\pi}{4} \left| \sum_{n=0}^{\infty} A_1^{(2n+1)} R_{2n+1}(\xi_0) c e_{2n+1}(\alpha) \times \exp(i\beta_{2n+1}) \right| \quad (44)$$

$$\frac{F_y}{w_0 H_{in} a h K_F} = \frac{\pi}{4} \left| \sum_{n=0}^{\infty} B_1^{(2n+1)} T_{2n+1}(\xi_0) s e_{2n+1}(\alpha) \times \exp(i\gamma_{2n+1}) \right| \quad (45)$$

ここで、 $K_F = (1/kh) \tanh kh$ である。

この F_x, F_y の無次元量は、長さ b または a の防波堤、つまり楕円柱体の短軸または長軸と同じ長さの防波堤に作用する完全重複波の波力を基準値として、これに対する波力の比を示すものである。 F_x, F_y の無次元量

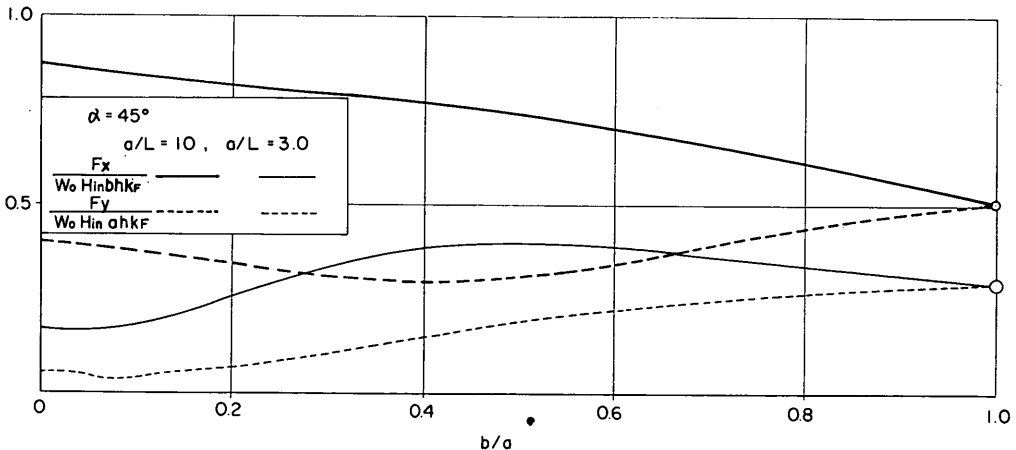


図-8 円柱への漸近による波力の変化

海中に孤立した巨大構造物に働く波力の計算

が1に等しければ、完全重複波の波力と同じ力が楕円柱に働くことになる。

図-8は、 $\alpha=45^\circ$ 、 $a/L=1.0, 3.0$ と一定にして、短軸と長軸の比 b/a を0から1に変化させた場合の F_x, F_y の無次元量の変化を示したものである。この図からわかるように、 F_x の無次元量が F_y の無次元量より大きく、その差は $a/L=1.0, 3.0$ のどちらの場合でも、 $b/a=0.4$ 付近で最大になっている。それ以後は両者の値は互に近づき、 $b/a=1.0$ つまり円柱になった場合には一致する。図中の $b/a=1.0$ における○印は、円柱の場合について MacCamy と Fuchs²⁾ が求めた結果を変形した次の式で計算した値を示している。

$$\frac{F_x}{w_0 H_{in} b h K_F} = \frac{F_y}{w_0 H_{in} a h K_F} = \frac{2 \sin 45^\circ}{kD} \frac{1}{\sqrt{\left\{ J_1' \left(k \frac{D}{2} \right) \right\}^2 + \left\{ Y_1' \left(k \frac{D}{2} \right) \right\}^2}} \quad (46)$$

ここで、 D は円柱の直径で、 $D=a=b$ である。式(46)の値は $a/L=1.0$ で0.5011、 $a/L=3.0$ で0.2889となつて、式(44)、(45)を $b/a=1.0$ とした値と一致することが確認された。また、式(46)は、式(44)または式(45)からも b/a を1に漸近させることによって得ることができる。

(2) a/L の変化に伴う F_x の無次元量の変化
 a/L を増加させた時の F_x の無次元量の変化が図-9

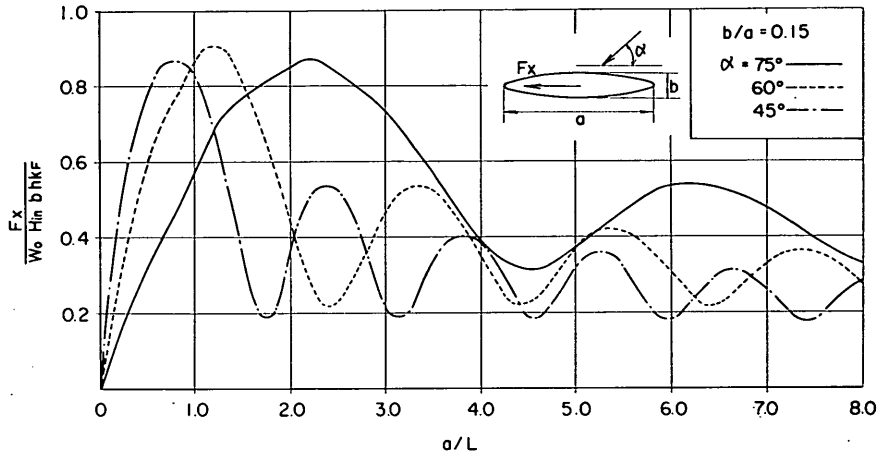


図-9(a) F_x の無次元量の変化 ($b/a=0.15$)

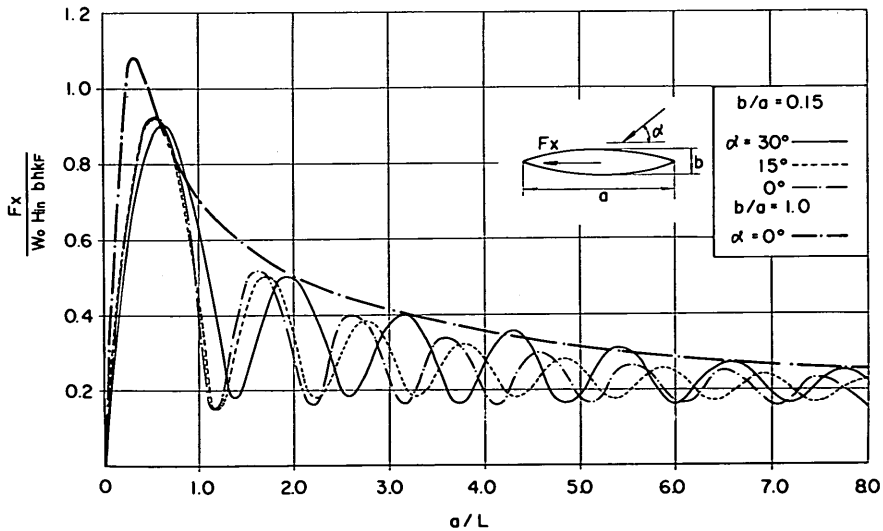


図-9(b) F_x の無次元量の変化 ($b/a=0.15$)

(a), (b) および図-10(a), (b) に示されている。図-9 は $b/a=0.15$, 図-10 は $b/a=0.5$ の場合である。 $\alpha=0^\circ \sim 90^\circ$ まで 15° 毎に計算されているが, $\alpha=90^\circ$ では y 軸に対して波圧の分布が対称になって, F_x は 0 になる。図-9(b) および図-10(b) の太い一点鎖線は円柱の場合の値で, 式(46)の右辺の $\alpha=45^\circ$ を 90° に変えて求めたものである。

図-9 の $b/a=0.15$ の場合, $a/L=0$ 付近における F_x の無次元量の勾配は α が小さいほど大きく, F_x の無次元量は急激に増大して最初の極大値に達する。この最初の極大値がすべての α に対しても最大値となっている。それ以後, F_x の無次元量は振動しながら減少する。こ

の減少は α が小さいほど大きい。また, この振動の極大値または極小値は, $\alpha=75^\circ$ では a/L の値にして約 4.0, $\alpha=60^\circ$ では約 2.0, $\alpha=45^\circ$ では約 1.5, $\alpha=30^\circ$ では約 1.2, $\alpha=15^\circ$ では約 1.0, $\alpha=0^\circ$ では約 0.95 の間隔で現われ, この間隔は α 毎にほぼ一定である。最大値を示す最初の極大値の位置と大きさは表-4 に示すとおりである。この最大値は α が小さいほど a/L が小さい点で現われるが, その値には変動がなく, ほぼ 0.87~0.92 の間にある。 F_x が $\alpha=90^\circ$ で 0 であることを考えるなら, このことは $\alpha=75^\circ \sim 90^\circ$ の間で F_x は急激に増加していることを示している。 $b/a=1.0$ の円柱の線は $b/a=0.15$ の $\alpha=0^\circ$ の線より少し大きく, ほぼ $\alpha=30^\circ$ の線

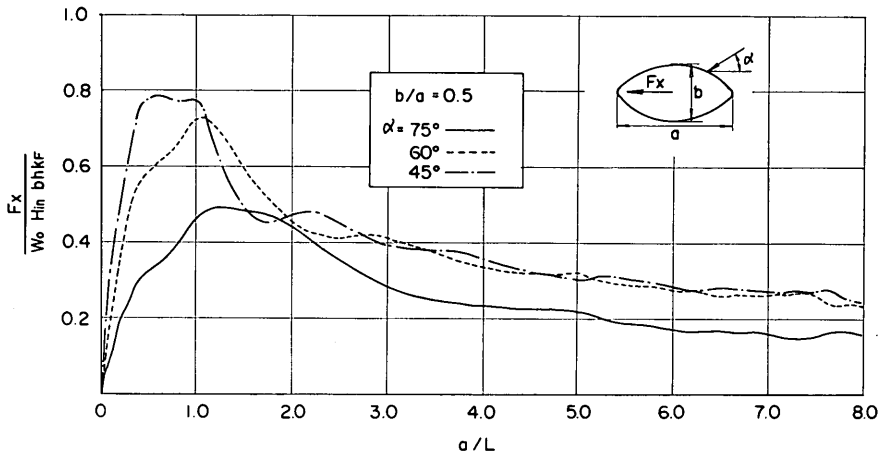


図-10(a) F_x の無次元量の変化 ($b/a=0.5$)

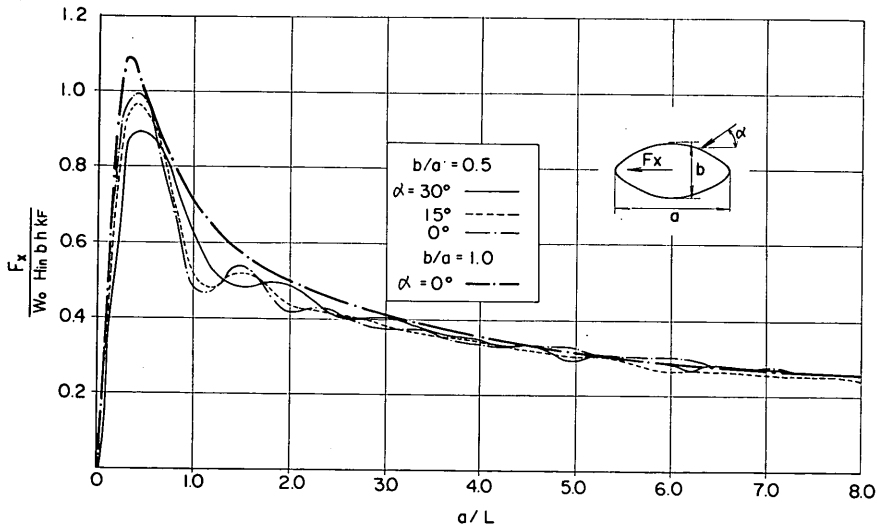


図-10(b) F_x の無次元量の変化 ($b/a=0.5$)

海中に孤立した巨大構造物に働く波力の計算

の包絡線になっている。

$b/a=0.5$ と楕円の短軸が長軸の $1/2$ になった場合、図-10(a), (b) からわかるように、 F_x の無次元量は a/L の増大に伴って増加し、間もなく最大値を示す最初の極大値に達するけれども、それ以後は $b/a=0.15$ の場合のような大きな変動を示すことなく、ほぼ一様に減衰している。最大値を示す最初の極大値の位置と大きさは表-5 のとおりである。最大値は α の減少に伴って増大し、表-4 のようなほぼ等しい値ではない。また、この最大値の位置にしても、 $b/a=0.15$ の場合より小さい a/L で生じる。 $\alpha \leq 30^\circ$ では最大値の位置はほぼ $a/L=0.4$ と

表-4 F_x の無次元量の最大値とその位置 ($b/a=0.15$)

α	0°	15°	30°	45°	60°	75°
max. point	0.50	0.52	0.64	0.76	1.18	2.22
max. value	0.92	0.92	0.90	0.87	0.91	0.87

表-5 F_x の無次元量の最大値とその位置 ($b/a=0.5$)

α	0°	15°	30°	45°	60°	75°
max. point	0.40	0.40	0.44	0.60	1.06	1.22
max. value	0.99	0.97	0.89	0.78	0.73	0.49

なって、円柱の最大値の位置 $a/L=0.32$ とほぼ同じである。 $\alpha \leq 60^\circ$, $a/L \geq 3.0$ では α に関係なく F_x の無次元量はほぼ等しい値を示し、円柱の値とよく一致する。また、 $b/a=0.5$ であっても、 $\alpha=0^\circ$ における楕円柱の値は最大値および $a/L=1.2$ 付近を除いて円柱の値とほぼ一致している。

以上のことから、 $b/a=0.5$, $\alpha \leq 60^\circ$ で、 $a/L \geq 3.0$ の場合の楕円柱の F_x は、直径 b の円柱の x 方向の力にほぼ等しいとして算定することができる。 $b/a=0.15$ と b/a が小さい場合は、 a/L の値によって F_x の無次元量が大きく変動するため、 F_x の計算には式(46)をそのまま計算するか、またはもっと簡便な方法を考え出す必要がある。後者の方法については 2.4 で述べる。

計算は $b/a=0.5$ および 0.15 の2ケースしか行っていないのではっきりしたことは言えないが、 b/a が増大するにつれて F_x の無次元量が振動性を示さなくなることが予想される。

(3) a/L の変化に伴う F_y の無次元量の変化

F_x と同一の条件で F_y の無次元量の変化を示すと図-11 および図-12 のようになる。図-11(a), 図-12(a) の太い実線は円柱の場合の値で、図-9(b), 図-10(b) と同じ曲線である。 $\alpha=90^\circ$ の場合の F_x に対応して、 $\alpha=0^\circ$ では $F_y=0$ となる。

図-11 の $b/a=0.15$ の場合、図-9 と同様に F_y の無

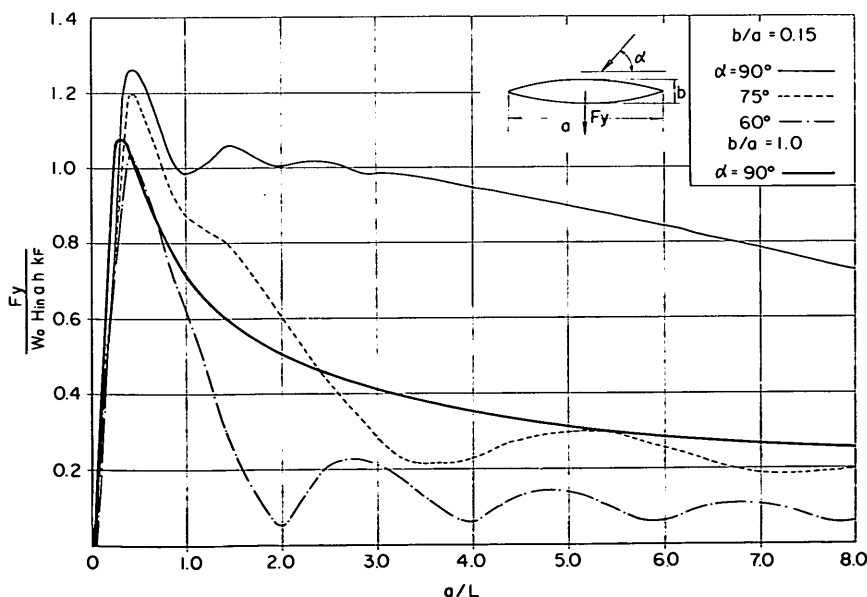


図-11(a) F_y の無次元量の変化 ($b/a=0.15$)

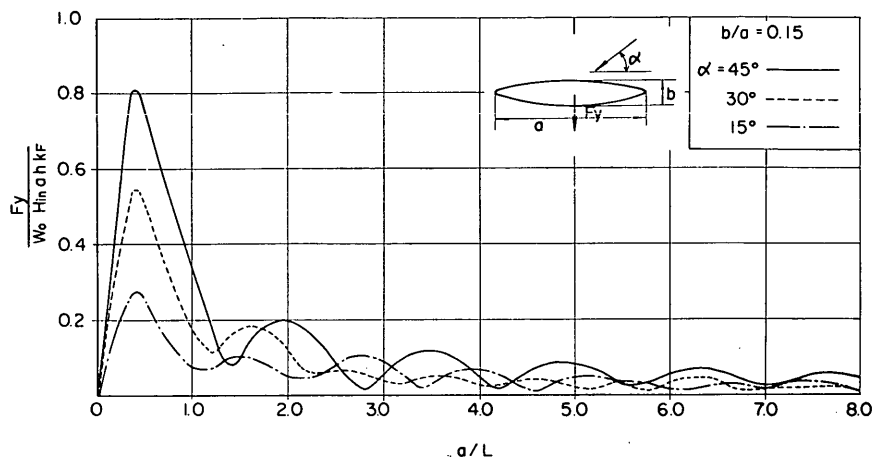


図-11(b) F_y の無次元量の変化 ($b/a=0.15$)

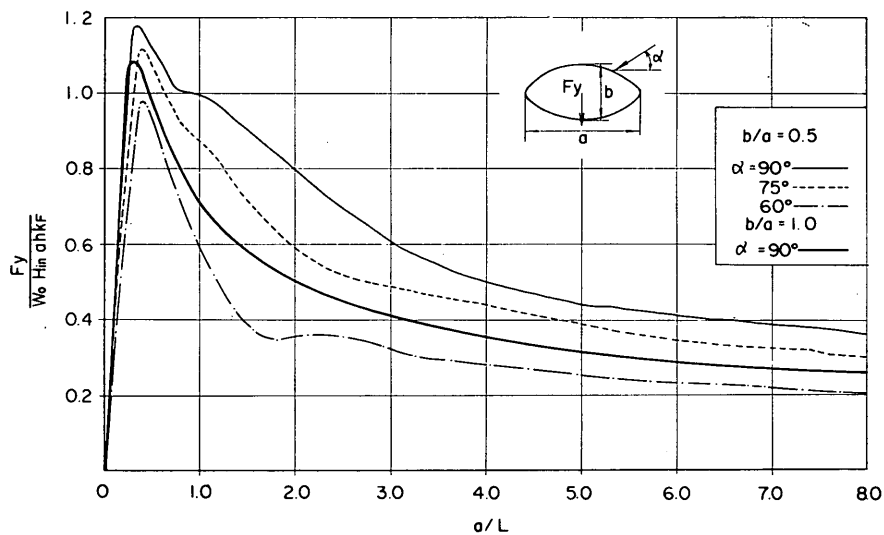


図-12(a) F_y の無次元量の変化 ($b/a=0.5$)

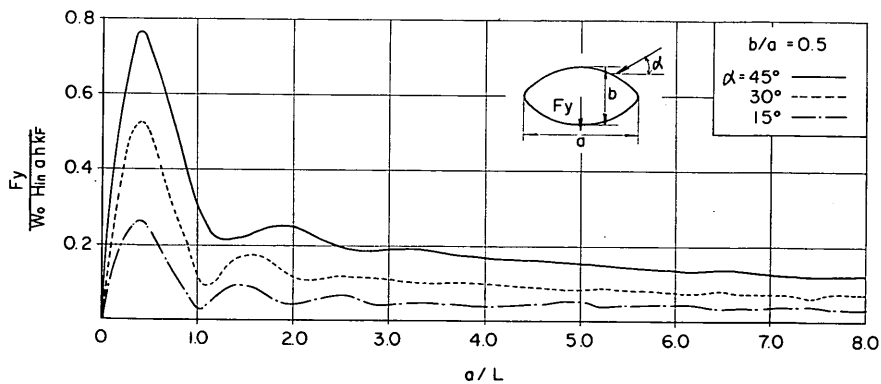


図-12(b) F_y の無次元量の変化 ($b/a=0.5$)

次元量は振動性を示す。 $a/L=0$ 付近における F_y の無次元量の勾配は $\alpha=90^\circ$ で最大で、 α が大きくなるに従って小さくなる。 F_y の無次元量は $a/L=0.4$ 付近で α に関係なく最初の極大値を示し、この極大値が各 α で最大値となる。 a/L がさらに増大すると、一時 F_y の無次元量は急激に減少して極小値に達し、それ以後振動しながら少しずつ減少する。 $a/L \geq 2.0$ では、 $\alpha=90^\circ$ と $\alpha=75^\circ$ の F_y の無次元量の差が大きい。例えば、 $a/L=3.0$ において F_y の無次元量は $\alpha=90^\circ$ で 1.0 であるのに対して、 $\alpha=75^\circ$ では 0.28 となって、0.7 もの差がある。このことは入射波の方向 α が 90° から少しずれると、 F_y が急激に減少することを示している。特に、 $\alpha > 60^\circ$ の場合 $a/L=2.0$ 付近で α の値によって F_y の値が大きく異なり、 $\alpha=60^\circ$ と $\alpha=90^\circ$ とでは $\alpha=90^\circ$ の場合が 20 倍程度大きな値を示す。 $a/L \geq 1.5$ 、 $\alpha \leq 45^\circ$ では F_y の値に大きな差はなく、 $\alpha=90^\circ$ と比較して 1/10 程度の値を示す。 $a/L > 3.0$ では、円柱の場合の値は $\alpha=90^\circ$ の楕円柱の約 1/3 程度である。円柱の最大値は $b/a=0.15$ の楕円柱の $\alpha=60^\circ$ における最大値とほぼ等しい。

$b/a=0.5$ の図-12 の場合、 F_y の無次元量の振動性は図-11 の $b/a=0.15$ の場合と比較してかなり小さくなっている。最大値は $b/a=0.15$ の場合と同様に α に関係なく $a/L=0.4$ 付近に現われている。 $b/a=0.5$ の楕円柱の F_y の増加および減少傾向は円柱の場合とほぼ同じであるが、円柱の場合の値は楕円柱の場合の $\alpha=60^\circ$ と 75° のほぼ中間の値を示している。

(4) F_y の最大値

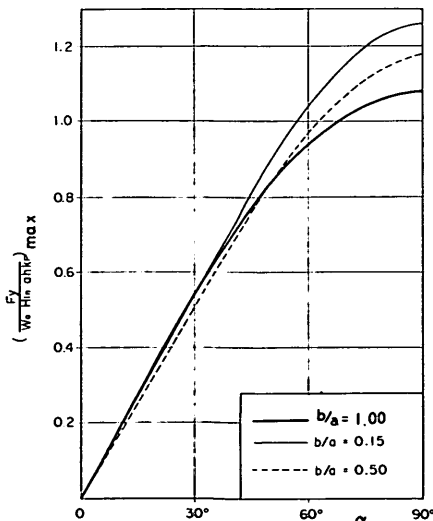


図-13 F_y の無次元量の最大値

F_y の無次元量の最大値は b/a および α に関係なく、 $a/L=0.4$ 付近に生じている。そこで、この最大値を α に対してプロットしたのが図-13 である。この図には円柱の場合の最大値も同時に太い実線で示してある。この円柱の α に対する最大値は図-11(a) または図-12(a) の円柱の場合の $a/L=0.32$ における最大値 1.08 を用いて、 $1.08 \sin \alpha$ として与えられる。

この図からわかるように F_y の最大値は b/a に関係なく $\alpha=0$ から 60° までは直線的に増大し、以後次第にゆるやかな曲線を描いて増大し、 $\alpha=90^\circ$ で最大になる。この最大値は $b/a=0.15$ で 1.26、 $b/a=0.5$ で 1.18 となって、 $b/a=0.15$ の方が 0.08 程度大きい。

円柱の場合、 $\alpha \leq 30^\circ$ の範囲では $b/a=0.15$ の値とほぼ一致するが、 $\alpha=30^\circ$ 以後 $b/a=0.15$ の楕円柱の値からずれ始めて、 $\alpha=90^\circ$ では $b/a=0.5$ の値よりも小さく、1.08 になる。

2.4 楕円柱体の質量係数の計算

楕円柱体に働く波力は、式(26)および式(27)を用いて計算することができる。しかし、これらの式は電子計算機を用いない限り容易に解くことができない。そこで、楕円柱に働く波力を質量係数の形に整理し直し、この波力の計算が容易にできるようにする。

まず、楕円柱体に波が図-14 のように α の方向から入射してくる場合、この入射波を遮蔽する楕円柱体の幅 D' は次のようにして求まる。楕円柱において傾きが α である接線の条件は式(9)から

$$\frac{dy}{dx} = -\tanh \xi_0 \cot \eta = \tan \alpha \quad (47)$$

として求まる。 (ξ_0, η) が一つの接点であるとする、式(47)を満足する $(\xi_0, \eta + \pi)$ も接点となる。遮蔽幅 D' はこれらの接点を通して勾配が $\tan \alpha$ である接線間の距離

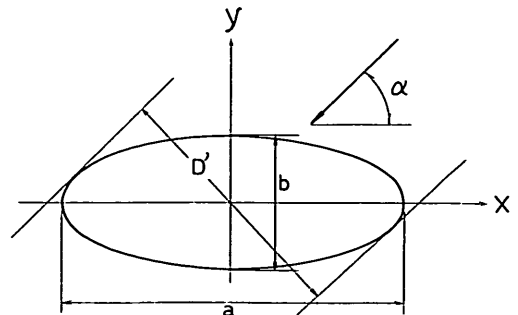


図-14 入射波の遮蔽距離

として与えられ、次の式で示される。

$$D' = \frac{a \sqrt{\sin^2 \alpha + (b^4/a^4) \cos^2 \alpha}}{\{\sin^2 \alpha + (b^2/a^2) \cos^2 \alpha\}} \{\sin^2 \alpha + (b/a) \cos^2 \alpha\} \quad (48)$$

式(48)は $\alpha \rightarrow 0$ で $D' \rightarrow b$, $\alpha \rightarrow \pi/2$ で $D' \rightarrow a$ となって遮蔽幅の条件を満足しているが、式が複雑なので簡単に D' を計算することができない。そこで、 $(b/a) \cos^2 \alpha$ が小さいとして第1次近似を取ると

$$D' = (a-b) \sin \alpha + b / \sin \alpha \quad (49)$$

となる。式(49)は $\alpha \rightarrow 0$ で $D' \rightarrow \infty$ となるので、 $\alpha \rightarrow 0$ で $D' \rightarrow b$ となるように式(49)を変えて、次のようにする。ただし、ここで D' を D に置き換える。

$$D = (a-b) \sin \alpha + b \quad (50)$$

式(50)は

$$\left. \begin{aligned} \alpha=0 & \text{ で } D=b \\ \alpha=\pi/2 & \text{ で } D=a \\ a=b & \text{ で } D=a=b \\ b=0 & \text{ で } D=a \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

となって、 α, a, b のそれぞれの極限における条件を十分満足している。そこで、 D を径とする仮想円柱を考える。そして、楕円柱体に働く x および y 方向の波力 F_x, F_y がこの仮想円柱に働く x および y 方向の慣性力に等しいとして、楕円柱体の x および y 方向の質量係数 C_{mx}, C_{my} を決定する。

上記の条件は、

$$\left. \begin{aligned} F_x &= w_0 C_{mx} \frac{\pi}{4} D^2 \int_{-h}^0 \frac{\partial u}{\partial t} dz \\ F_y &= w_0 C_{my} \frac{\pi}{4} D^2 \int_{-h}^0 \frac{\partial v}{\partial t} dz \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

で表わすことができ、 F_x, F_y に式(26), (27)を代入す

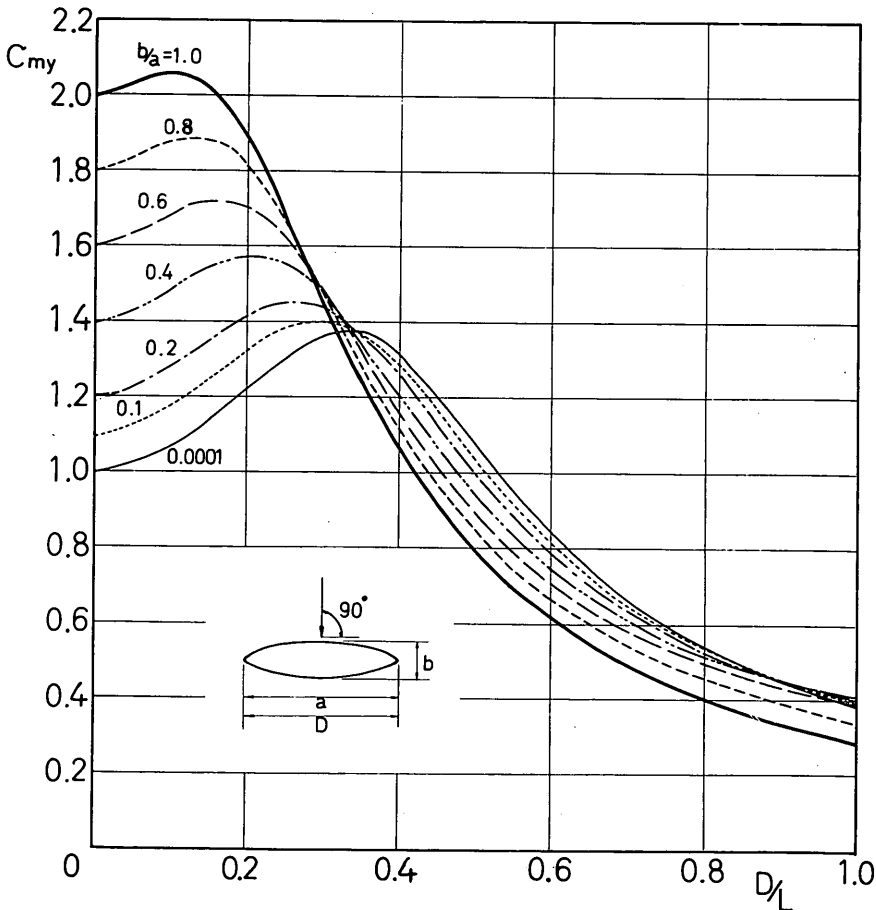


図-15(a) 質量係数 C_{my} ($D/L \leq 1.0$)

海中に孤立した巨大構造物に働く波力の計算

ることによって C_{mx} , C_{my} が次の式で与えられる。

(i) $b/a \leq 1.0$ の場合、つまり長軸が x 軸上にある場合

$$\left. \begin{aligned} C_{mx} &= \frac{(b/D)}{\pi(D/L)\cos\alpha} \left| \sum_{n=0}^{\infty} A_1^{(2n+1)} \right. \\ &\quad \times R_{2n+1}(\xi_0) c e_{2n+1}(\alpha) \exp(i\beta_{2n+1}) \left. \right| \\ C_{my} &= \frac{(a/D)}{\pi(D/L)\sin\alpha} \left| \sum_{n=0}^{\infty} B_1^{(2n+1)} \right. \\ &\quad \times T_{2n+1}(\xi_0) s e_{2n+1}(\alpha) \exp(i\gamma_{2n+1}) \left. \right| \end{aligned} \right\} (53)$$

(ii) $b/a > 1.0$ の場合、つまり長軸が y 軸上にある場合

$$\left. \begin{aligned} C_{mx} &= \frac{(b/D)}{\pi(D/L)\cos\alpha} \left| \sum_{n=0}^{\infty} B_1^{(2n+1)} \right. \\ &\quad \times T_{2n+1}(\xi_0) s e_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) \exp(i\gamma_{2n+1}) \left. \right| \end{aligned} \right\} (54.1)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{my} &= \frac{(a/D)}{\pi(D/L)\sin\alpha} \left| \sum_{n=0}^{\infty} A_1^{(2n+1)} \right. \\ &\quad \times R_{2n+1}(\xi_0) c e_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) \exp(i\beta_{2n+1}) \left. \right| \end{aligned} \right\} (54.2)$$

ただし、式(52)の x, y 方向の水粒子速度 u, v は、楕円柱がない場合の座標原点での速度であり、

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{gkH_{in}}{2\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cos\alpha \exp(i\sigma t) \\ v &= \frac{gkH_{in}}{2\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sin\alpha \exp(i\sigma t) \end{aligned} \right\} (55)$$

として与えられる。

式(54)によって得られた質量係数 C_{mx} , C_{my} は図-15と附図-1~5 に $\alpha=0\sim 90^\circ$ まで 15° 毎に示されている。図-15は直角入射 ($\alpha=90^\circ$) の場合で、この場合 $u=0$ となって C_{mx} が求められないので C_{my} の値のみを示してある。 $D/L \leq 1.0$ の場合が図-15(a), $D/L > 1.0$ の場

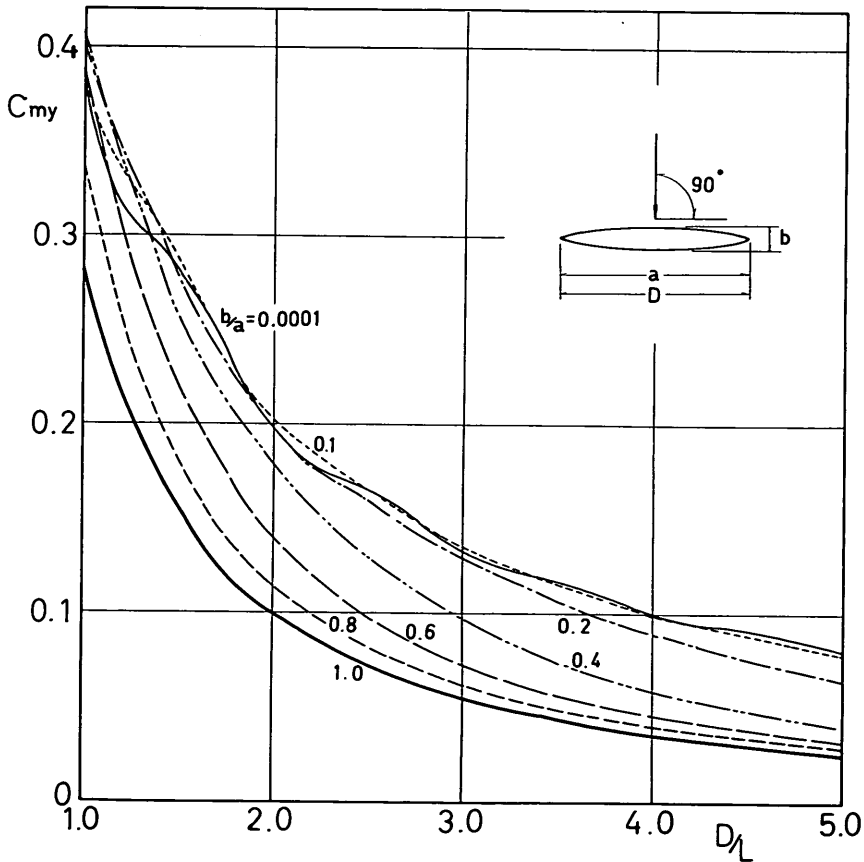


図-15(b) 質量係数 C_{my} ($D/L > 1.0$)

場合が図-15(b) に示されている。

この図で $b/a=1.0$ の線は円柱の場合に相当し、 $b/a=0.0001$ の線は平板の場合に相当する。図-15(a) において $D/L=0$ では、 $b/a=0.0001$ の平板の場合が $C_{my}=1.0$ 、 $b/a=1.0$ の円柱の場合が $C_{my}=2.0$ となり、従来から用いられている平板と円柱の C_{my} の値に一致する。 $D/L \leq 0.3$ では b/a が 1.0 に近づくにつれて C_{my} は大きくなる。 C_{my} の最大値は b/a の値によってその現われる位置が異なり、 $b/a=0.0001$ の平板の場合は $D/L=0.45$ で最大値が 1.38、 $b/a=1.0$ の円柱の場合は $D/L=0.1$ で最大値が 2.06 となっている。 C_{my} はこの最大値以後、急激に減少して $b/a=0.0001$ の場合 $D/L=1.0$ で $C_{my}=0.38$ になる。

図-15(b) は縦軸を図-15(b) の 5 倍に拡大して見やすくしてある。この図からわかるように、 $b/a=1.0$ の円柱の C_{my} が最も小さく、 b/a が小さくなるに従って C_{my} が大きくなる。ただし、 $b/a=0.0001$ の平板の C_{my} は $b/a=0.1$ の値に近く、少し振動している。

次に、 $b/a > 1.0$ の場合の C_{mx} および C_{my} の値は次のようにして求められる。

まず、 $b/a=k'$ (> 1.0) のときの D/L の値を式(50)から計算して求めておく。次に $\alpha_1=(\pi/2-\alpha)$ および k' の逆数に等しい $b_1/a_1(=1/k')$ を定める。このようにして得た $\alpha_1, b_1/a_1$ を $\alpha, b/a$ とした時の D/L における C_{mx}, C_{my} を図から読み取ると、この値がそれぞれ求めようとする C_{my}, C_{mx} になる。

例として、 $\alpha=30^\circ, b/a=2.0, a/L=0.5$ の時の C_{mx} および C_{my} を求めてみる。

上述のようにまず式(50)を用いて

$$D/L=0.5\{(1.0-2.0)\sin 30^\circ+2.0\}=0.75$$

として、 D/L が求まる。次に $\alpha_1=90^\circ-30^\circ=60^\circ, b_1/a_1=1.0/2.0=0.5$ とした時の $D/L=0.75$ における C_{mx}, C_{my} を附図-2 から読み取れば $C_{mx}=0.38, C_{my}=0.48$ となる。これより求めようとしている C_{mx}, C_{my} の値は $C_{mx}=0.48, C_{my}=0.38$ となる。

このようにして得られた C_{mx}, C_{my} を式(52)に代入し、水粒子速度 u, v として式(55)を用いれば、 F_x, F_y を容易に計算することができる。

なお、 $\alpha_1, b_1/a_1$ が附図上に線として与えられていない場合は前後の値の比例配分として C_{mx}, C_{my} を読みとればよい。

3. 島堤に働く波力

3.1 波力強度の計算式

島堤の場合は $\xi_0=0$ であって、島堤の点 $(0, \eta)$ における単位長さ当りの波力強度が式(19)から

$$P_\eta = -i \frac{w_0 H_{in}}{2k} (\phi)_{\xi=0} \tanh kh \exp(i\sigma t) + \frac{1}{2} g h^2 \quad (56)$$

となる。ここで、 $(\phi)_{\xi=0}$ は式(13)から次のようになる。

$$\begin{aligned} (\phi)_{\xi=0} = & \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{2}{p_{2n+1}} C_{e2n}(0) c_{e2n}(\eta) c_{e2n}(\alpha) - \frac{2}{s_{2n+2}} \right. \\ & \times \frac{S_{e2n+2}'(0)}{M_{e2n+2}^{(2)'}(0)} N_{e2n+2}^{(2)}(0) s_{e2n+2}(\eta) s_{e2n+2}(\alpha) \\ & + i \left\{ \frac{2}{p_{2n+2}} C_{e2n+1}(0) c_{e2n+1}(\eta) c_{e2n+1}(\alpha) \right. \\ & \left. - \frac{2}{s_{2n+1}} \frac{S_{e2n+1}(0)}{N_{e2n+1}^{(2)'}(0)} \right. \\ & \left. \left. \times N_{e2n+1}^{(2)}(0) s_{e2n+1}(\eta) s_{e2n+1}(\alpha) \right\} \right] \quad (57) \end{aligned}$$

しかし、島堤前面では反射波、背後では回折波による波圧が働いているので、波力強度 P としては前後の差を取らなければならない。図-16 から島堤に作用する波力強度 P は

$$\begin{aligned} P &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P_\eta \Delta x - P_{-\eta} \Delta x}{\Delta x} \\ &= P_\eta - P_{-\eta} \quad (58) \end{aligned}$$

となる。

式(25)からわかるように Mathieu 関数 $c_n(\eta), s_n(\eta)$ は次の性質を持っている。

$$\left. \begin{aligned} c_n(-\eta) &= c_n(\eta) \\ s_n(-\eta) &= -s_n(\eta) \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

この式(59)を考慮して、式(57)を式(58)に代入すると、

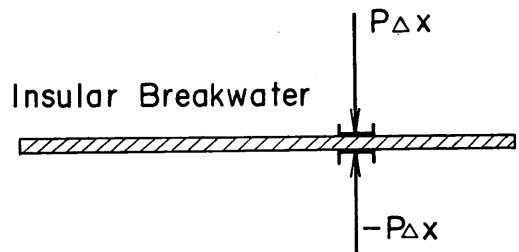


図-16 島堤に作用する波圧

$$P = \frac{i w_0 H_{in}}{k} \tanh kh \exp(i\alpha t) \times \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{2}{s_{2n+2}} \frac{Se_{2n+2}'(0)}{Ne_{2n+2}^{(2)'}(0)} Ne_{2n+2}^{(3)}(0) se_{2n+2}(\eta) se_{2n+2}(\alpha) \right. \\ \left. + i \frac{2}{s_{2n+1}} \frac{Se_{2n+1}'(0)}{Ne_{2n+1}^{(2)'}(0)} Ne_{2n+1}^{(3)}(0) se_{2n+1}(\eta) se_{2n+1}(\alpha) \right] \quad (60)$$

となる。

$\alpha = \pi/2$, つまり直角方向から波が入ってくる場合, 式(60)は簡単になって,

$$(P)_{\alpha=\pi/2} = -\frac{w_0 H_{in}}{k} \tanh kh \exp(i\alpha t) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{s_{2n+1}} \times \frac{Se_{2n+1}'(0)}{Ne_{2n+1}^{(2)'}(0)} Ne_{2n+1}^{(3)}(0) se_{2n+1}(\eta) se_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2}\right) \quad (61)$$

となる。また, $\alpha = 0$ および π の場合, つまり島堤に平行に入射波が入ってくる場合

$$(P)_{\alpha=0} = (P)_{\alpha=\pi} = 0 \quad (62)$$

となって, 島堤には力が働かない。

3.2 島堤に働く波力強度の分布

島堤の任意の点における波力強度は式(60)を用いて計算できる。なお, 以下の計算においては, すべて x 方向 0.1 波長毎に波力強度を求めている。

波力強度 P の無次元量として, P の振幅と微小振幅波理論から求めた完全重複波の波力強度との比を用いると次のようになる。

$$\frac{P}{w_0 H_{in} h K_F} = \left| \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{2}{s_{2n+2}} \frac{Se_{2n+2}'(0)}{Ne_{2n+2}^{(2)'}(0)} Ne_{2n+2}^{(3)}(0) \times se_{2n+2}(\eta) se_{2n+2}(\alpha) + i \frac{2}{s_{2n+1}} \frac{Se_{2n+1}'(0)}{Ne_{2n+1}^{(2)'}(0)} \times Ne_{2n+1}^{(3)}(0) se_{2n+1}(\eta) se_{2n+1}(\alpha) \right] \right| \quad (63)$$

この P の無次元量が 1.0 より大きくなれば, 完全重複波の波力強度より大きくなり, 小さくなれば完全重複波の波力強度より小さくなる。

$B/L = 2.0$ の場合について 5° 毎に計算した波力強度の無次元量を示すと図-17(a)~(e) のとおりである。

これらの図からわかるように, 波力強度は大きく変動する波形状を示し, この波形状は島堤と入射波の進行方向とのなす角 α によって大きく変化する。これらの分布形状は α によって三つの型 ($0 < \alpha \leq 45^\circ$, $45^\circ < \alpha \leq 75^\circ$, $75^\circ < \alpha \leq 90^\circ$) に大きく分類することができる。

(1) 分布型 I ($0 < \alpha \leq 45^\circ$)

この分布型の特徴は $x/L = 0.2$ 付近で最大値を示し, 大きな波形状を示しながら, x/L が増大するにつれて減少することである。ただし, x は図-17 で示されているように左堤端を原点に取っている。

波力強度の最大値はほぼ $x/L = 0.2$ 付近に生じ, $\alpha = 10^\circ$ で 0.63, $\alpha = 20^\circ$ で 1.24, $\alpha = 30^\circ$ で 1.69 と急激に増大するが, $\alpha = 35^\circ$ 付近の 1.8 をピークにして以下次第に下がり始めて, $\alpha = 40^\circ$ で 1.77, $\alpha = 45^\circ$ で 1.62 となる。波力強度の極大値はほぼ 0.5L 間隔に現われ, $\alpha \leq 30^\circ$ では各 α 毎に極大値を結んだ線は x/L が増大するにしたがって下がる直線になっている。 $\alpha = 40^\circ$, 45° では, 中二つの極大値が両端の極大値に比して相対的に高くなり, 次の分布型への移行過程を示している。

(2) 分布型 II ($45^\circ < \alpha \leq 75^\circ$)

この分布型では島堤中央部の波力強度が大きくなる。図-17(c), (d) でわかるように, $x/L = 0.2$ 付近に現われていた極大値が減少して, 島堤中央部の極大値が最大になる。そして, 分布型 I で 4 個あった極大値の数も 3 個に減る。さらに極大値は $\alpha = 45^\circ$ および 55° ではほぼ 0.6L 間隔に現われているが, $\alpha = 60^\circ$, 65° , 75° では同一の α に対しても 0.5~0.8L 間隔に現われ, 一定でない。また, その位置も α によって大きく変動する。

最大値は $\alpha = 45^\circ$ で 1.63 と大きい, $50^\circ \leq \alpha \leq 75^\circ$ ではほぼ 1.40 前後にある。その現われる位置も $\alpha = 45^\circ$ で $x/L = 0.23$, $\alpha = 55^\circ$ で $x/L = 0.6$, $\alpha = 65^\circ$ で $x/L = 1.08$, $\alpha = 75^\circ$ で $x/L = 0.26$ となって一定していない。

(3) 分布型 III ($75^\circ < \alpha \leq 90^\circ$)

この分布型では波圧強度の分布が $\alpha = 90^\circ$ の対称分布型と類似した形を示し, 次第に $\alpha = 90^\circ$ の形に近づく。図-17(e) でわかるように極大値の数はさらに減少し, 2 個になる。この極大値の内, $\alpha = 75^\circ$ で $x/L = 0.26$ にあった極大値は α が 90° に近づくにつれて, 次第に $x/L = 0.5$ の位置に近づく。この極大値が各 α における最大値を示す。この最大値は 1.4~1.55 の範囲にあって, 分布型 II の最大値とほぼ同じ値を示している。

以上, $B/L = 2.0$ の波力強度の分布型を三つの型に分けて, その特徴を示したが, 次にこのような分類に分けることの妥当性を $B/L = 1.0, 3.0$ の場合について検討する。

図-18(a), (b) に $B/L = 1.0$ の波力強度の分布型が 15° 毎に示されている。 $B/L = 1.0$ では $\alpha \leq 60^\circ$ まで分布型 I の特徴を示し, ほぼ $x/L = 0.2$ 付近で最大値を持ち,

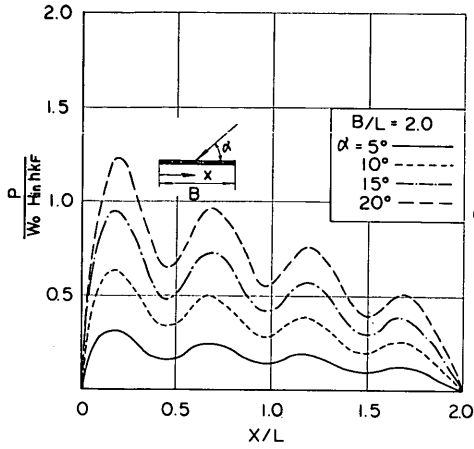


図-17(a) 波力強度の分布形 ($B/L=2.0$)

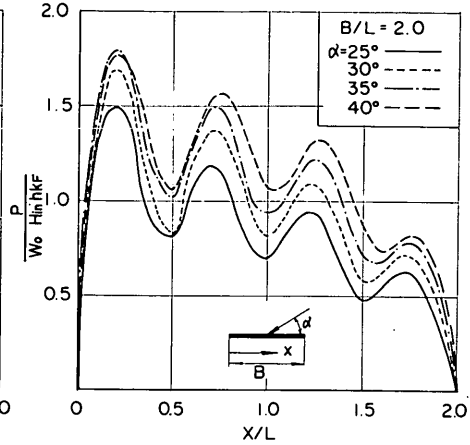


図-17(b) 波力強度の分布形 ($B/L=2.0$)

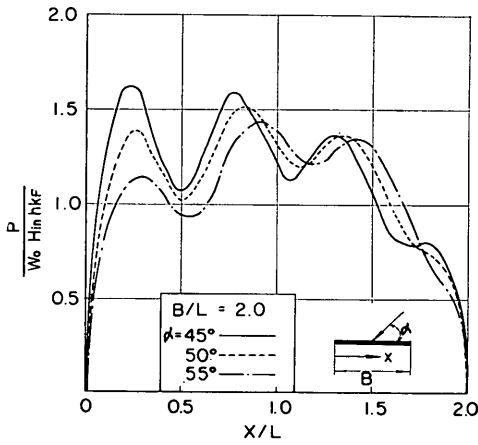


図-17(c) 波力強度の分布形 ($B/L=2.0$)

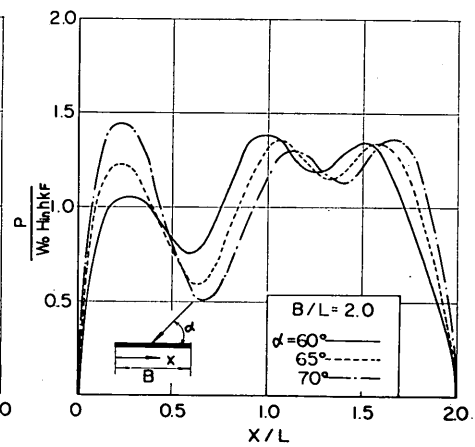


図-17(d) 波力強度の分布形 ($B/L=2.0$)

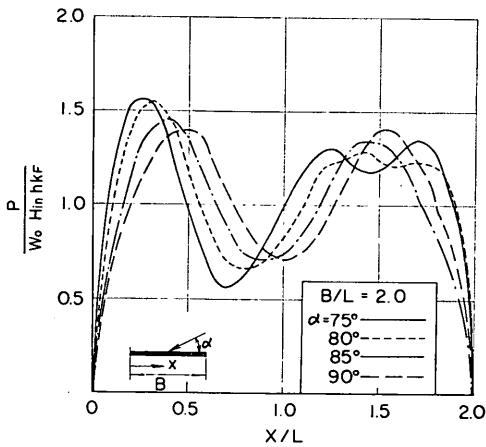


図-17(e) 波力強度の分布形 ($B/L=2.0$)

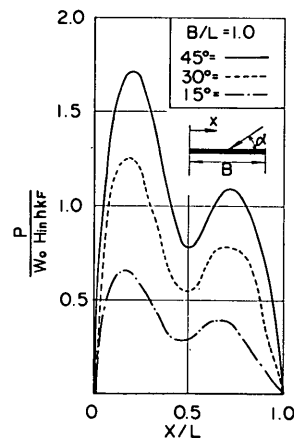


図-18(a) 波力強度の分布形 ($B/L=1.0$)

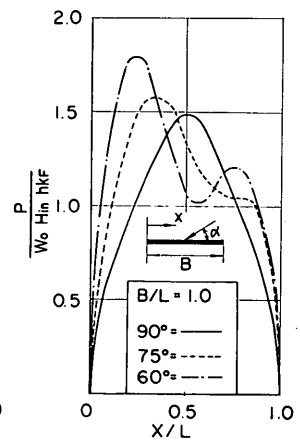


図-18(b) 波力強度の分布形 ($B/L=1.0$)

海中に孤立した巨大構造物に働く波力の計算

以後 x/L が增大するにつれて波力強度は波状形を示しながら小さくなる。 $B/L=1.0$ と島堤が短い関係で極大値の数は少ないが、極大値の間隔はほぼ $0.5L$ である。最大値は $B/L=2.0$ と同様に α の増大とともに大きくなり、 $\alpha=60^\circ$ 付近で最大の 1.8 を示す。

$\alpha > 60^\circ$ では分布型 II と III の区別がない。これは島堤の長さが短いためである。最大値は $\alpha=60^\circ$ の場合に比較して小さく、 $\alpha=75^\circ$ では 1.58、 $\alpha=90^\circ$ で 1.5 程度である。

図-19(a), (b) に $B/L=3.0$ の波力強度の分布が図-18と同じ条件で示されている。 $B/L=2.0$ と同様に、 $B/L=3.0$ の場合も三つの分布型 ($0 < \alpha \leq 30^\circ$, $30^\circ < \alpha \leq 60^\circ$, $60^\circ < \alpha \leq 90^\circ$) に分類できる。

$0 < \alpha \leq 30^\circ$ では $x/L=0.2$ 付近に最大値を生じて、そ

れ以後波状形を示しながら減少するという分布型 I の特徴を示している。最大値は $\alpha=30^\circ$ で最大 1.8 になって、この値は $B/L=1.0, 2.0$ の場合とほぼ同じ値である。

$\alpha=45^\circ, 60^\circ$ の分布型 II では波圧強度の分布型は複雑な形状をし、両者とも大きく異なった分布形を示している。最大値は、 $\alpha=45^\circ$ の場合 $x/L=1.4$ 付近に生じ 1.4、 $\alpha=60^\circ$ の場合 $x/L=0.25$ で 1.58 となって、最大値の現われる位置も一定していない。

分布型 III では $\alpha=70^\circ$ における極大値の数が $\alpha=90^\circ$ における極大値の数と同じになり、 $\alpha=90^\circ$ の分布形への移行過程を示している。最大値は $\alpha=75^\circ$ では $x/L=2.6$ 付近に生じ 1.42、 $\alpha=90^\circ$ では $x/L=0.45$ と 2.55 に生じ共に 1.48 であって、 $\alpha=75^\circ$ と 90° の最大値は

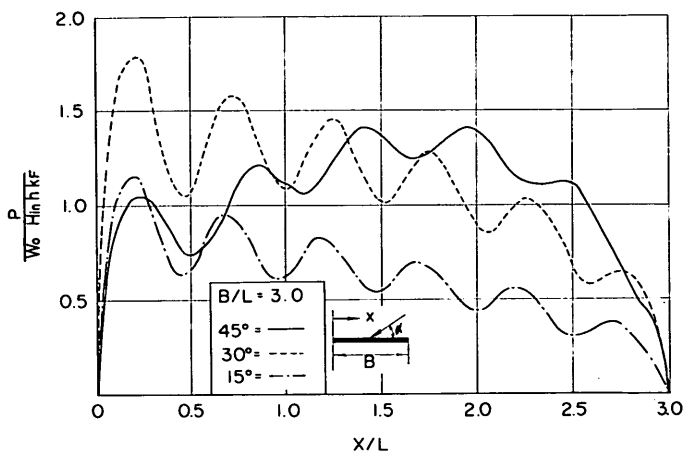


図-19(a) 波力強度の分布形 ($B/L=3.0$)

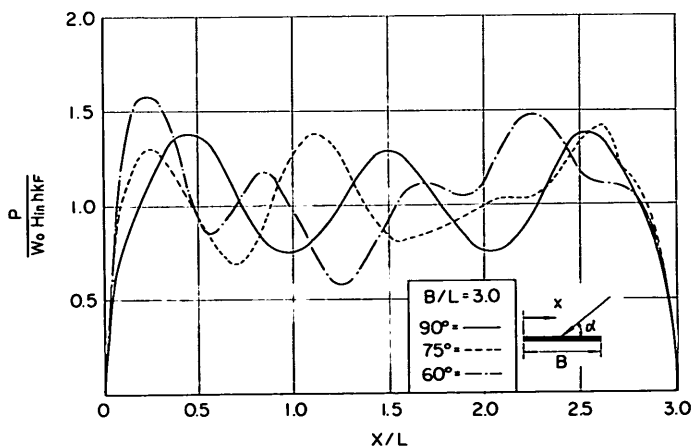


図-19(b) 波力強度の分布形 ($B/L=3.0$)

ほぼ等しい。

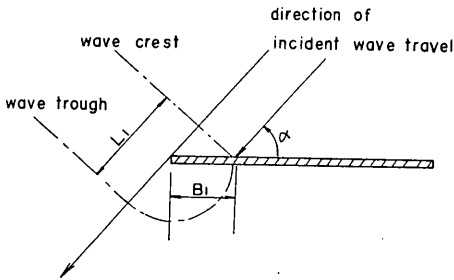
波力強度の分布形は α によって連続的に変化するけれども、このように α によって三つの分布型に分けることはかなり妥当といえる。

次に、波力の極大値の位置とその間隔について幾何光学的観点から考察してみる。

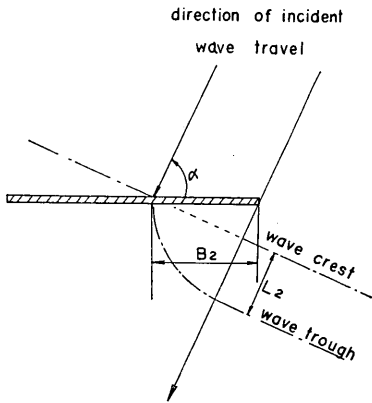
まず、極大値の現われる位置は、**図-20**のように島堤の前面に山が来た時に背面では谷になっている位置である、と考えることができる。そこで、**図-20(a)**のように島堤の左堤端からの回折波によってこのような条件が満足される場合には、波の相互干渉を無視した幾何光学的考察から次の関係が求まる。

$$B_1(1 + \cos \alpha) = L_1 = \frac{L}{2}(2n - 1) : n = 1, 2, \dots \quad (64)$$

ここで B_1 は左堤端から極大値の現われる位置までの距離、 L_1 は**図-20(a)**に示すとりの波峯線と谷線の距離、 n は左堤端から数えた極大値の数である。式(64)から



(a)



(b)

図-20 波力強度の極大値の現われる位置

$$\frac{B_1}{L} = \frac{2n - 1}{2(1 + \cos \alpha)} \quad (65)$$

となり、極大値の間隔 l_1 は

$$\frac{l_1}{L} = \frac{1}{1 + \cos \alpha} \quad (66)$$

となる。

図-20(b)のように、右堤端で極大値の条件が満足される場合には、

$$\frac{B_2}{L} = \frac{2m - 1}{2(1 - \cos \alpha)} \quad (67)$$

となり、極大値間の距離 l_2 は

$$\frac{l_2}{L} = \frac{1}{1 - \cos \alpha} \quad (68)$$

となる。ここで、 B_2 は極大値の右堤端からの距離、 m は右堤端から数えた極大値の数である。

式(67)、(68)の場合は、 $B_2/L \geq 0.5$ 、 $l_2/L \geq 1.0$ となるけれども、**図-17**、**18**、**19**の結果から判断して、これらの式は極大値の位置および間隔にあまり影響を与えないと考えることができる。そこで、式(65)、(66)から得られた値と**図-17**、**18**、**19**から得た値を比較した図が**図-21**である。この図では、左堤端から一番目の極大値の位置と極大値の間隔を示してある。左堤端から一番目の極大値の位置は式(65)の値より 20% 程度下にプロットされているが傾向はよく一致している。また極大値の間隔はこの間隔がほぼ一定している場合だけプロットしたため、ほとんど分布型 I の値である。式(66)の線は $\alpha < 30^\circ$ で

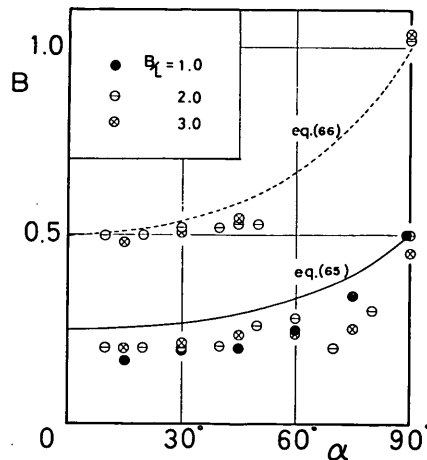


図-21 波力強度の極大値の位置およびその間隔

はよく一致するが、 $\alpha \geq 30^\circ$ では 10% 程度大きめである。

このことから、式(65)、(66)を用いて、極大値の位置およびその間隔を算定することができるといえる。また、式(65)、(66)、および図-21 とから、一番目の極大値の位置および極大値の間隔は島堤と波長の比 B/L よりも α の値に大きく影響されることが明らかである。

3.3 各波向における最大波力強度

3.2 で述べたように波力強度の分布形は大きな波状形を示し、波力強度の最大値の位置は α によって大きく変動する。このような位置の変動を無視して、 α に対する最大波力強度を図-22 に示した。

この図-22 からわかるように、最大波力強度は α の増大とともに直線的に増大し、ある α で極大値を持ち、この極大値以後一定値のまわりを小さく変動している。

直線的に増大する部分では、 B/L が大きいほど直線の勾配は大きく、 $B/L=1.0$ と $B/L=5.0$ では $B/L=5.0$ の場合が 2 倍以上大きな勾配をもつ。その結果、最大波力強度の最初の極大値は B/L が大きいほど小さい α で現われる。この極大値が最大波力強度の最大値を示し、この最大値は B/L の値によらずほぼ 1.8 となって一定である。

さらに α が大きくなった場合、最大波力強度は B/L の値によらずほぼ 1.45 を中心として、振幅が 0.1 程度の小さな振動を示している。半無限堤の場合の最大波力強度を式(63)と同じ無次元量で表わすと 1.34 となって、この 1.45 の値より 0.1 程度小さい。

以上のことから、島堤に作用する波圧は入射波がある特定の入射角で入ってくる場合、無限長の防波堤に作用する重複波の波圧に比べて、 $B/L=0.2$ 付近で 1.8 倍程

度の大きな値になることがわかる。また、 $B/L \geq 1.0$ 、 $\alpha \geq 30^\circ$ ならば、どのような α でも島堤には重複波の波力強度以上の力が局部的に作用するし、その最大値は半無限堤に働く最大波力強度よりも大きい。このようなことは $B/L=3.0$ では $\alpha \geq 13^\circ$ 、 $B/L=5.0$ では $\alpha \geq 10^\circ$ の場合に起こる。

3.4 島堤に働く波力強度の包絡分布

前節で示したように、 $\alpha \geq 30^\circ$ では無限長の防波堤に働く重複波の波圧より大きな波圧が島堤に働く。また、特定の α ではこの重複波の波圧の 1.8 倍程度の波圧が $B/L=0.2$ 付近に生じる。このことは島堤の設計波力の計算上重大な問題と考えられる。

そこで、このような問題の解決の方法としては規則波による波力強度から波力強度の包絡分布を求め、この包絡分布から設計波力を決定する方法と、現実の波に近い不規則波を考え、この不規則波のスペクトルから波力のスペクトルを算定して設計波力を決定する方法との二つがある。後者のスペクトルを用いる方法は後述の 4. で考えることにして、ここでは前者の方法について検討する。

まず、図-17 に示したような規則波による波力強度の分布図を種々の α に対して描く。同一 B/L の分布図を重ね合わせて、島堤の各位置における波力強度の最大値を求める。そして、この最大値をプロットすることによって波力強度の包絡線を求めることができる。

このようにして得られた波力強度の包絡線が図-23~27 に示されている。これらの図には $\alpha=90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$ の波力強度の線も同時に細線で示されている。

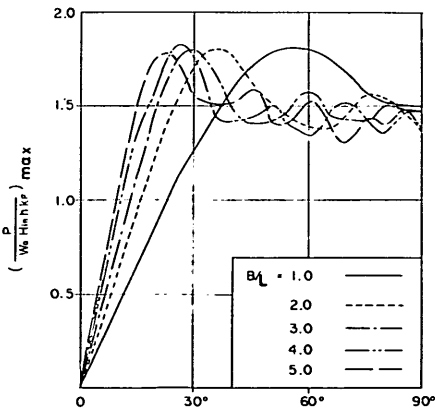


図-22 最大波力強度

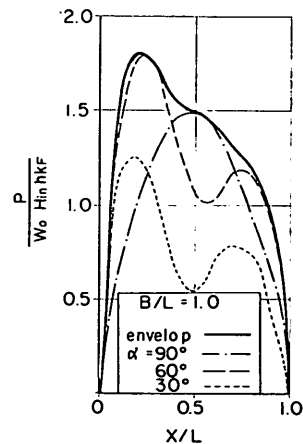


図-23 波力強度の包絡分布 ($B/L=1.0$)

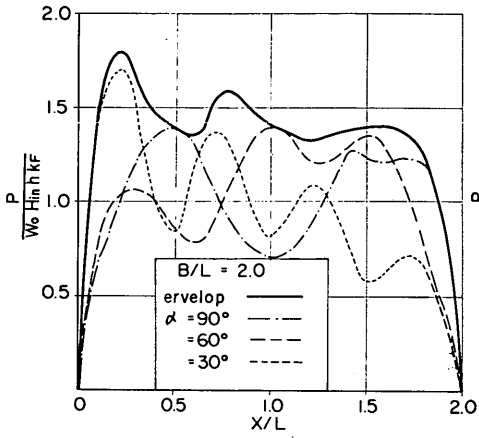


図-24 波力強度の包絡分布 ($B/L=2.0$)

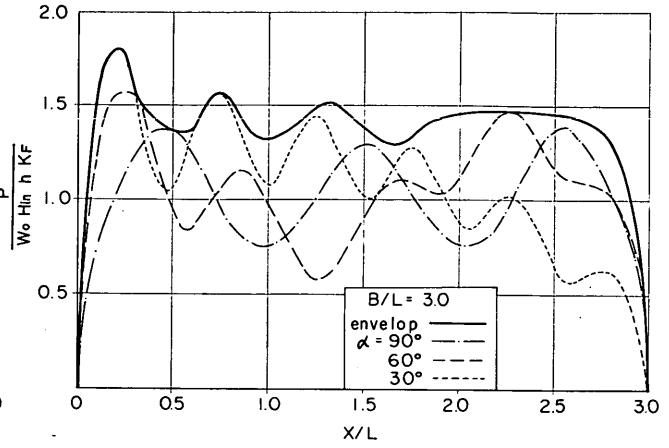


図-25 波力強度の包絡分布 ($B/L=3.0$)

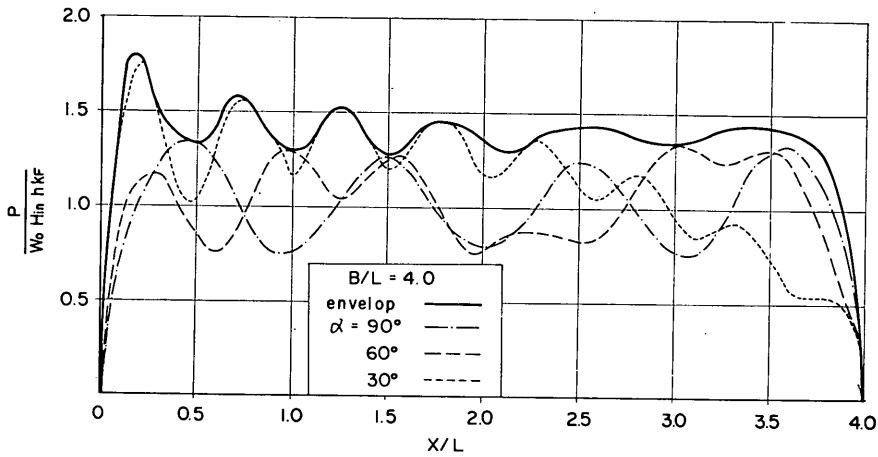


図-26 波力強度の包絡分布 ($B/L=4.0$)

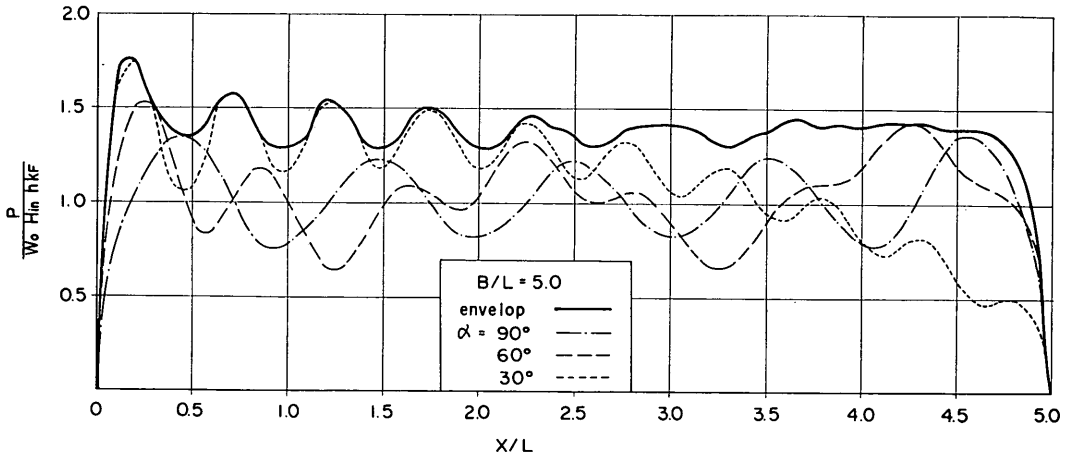


図-27 波力強度の包絡分布 ($B/L=5.0$)

これらの図は $0 < \alpha \leq 90^\circ$ の範囲の波力強度の包絡分布であるため、島堤の中心線に対して対称になっていない。もし、 $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ の範囲からも入射があるとすれば、これらの図を島堤中心線で折って重ね合わせ、再度包絡線を描けば、 $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ に対する波力強度の包絡分布が得られることを述べておく。

図-23~27 から一般に次のことが言える。波力強度の包絡線は $x/L=0.2$ 付近で最大値 1.8 を持ち、以後、1.45 を中心にして小さく変動しているが、島堤中心 ($x/L=0.5$) 付近からはほぼ一定値の 1.4 を示す。 $B/L=1.0$ の図-23 の場合は、 $x/L=0.2$ における最大値以後は x/L が大きくなるにつれて波力強度は単調減少して、他の図とは異なる分布形を示している。これは $B/L=1.0$ と、島堤が短いことによると思われる。

このような包絡線を用いて島堤に働く波力強度の最大値を計算すると、重複波の波力強度に比べて最大で 1.8 倍、最低でも 1.4 倍程度の大きな値になる。しかし、これは単一周期、一定波向の規則波を考えた場合であり、実際の不規則な波に対しては過大な値を与えるのではないかと考えられる。そこで、4. においては波のスペクトルを用いて島堤に働く波力を再検討する。

4. 不規則波による波力の計算

4.1 波のスペクトル

(1) 波の二次元スペクトルの性質

1 点で測定された海の波の連続記録を一見すれば分るように、一波一波の波長・周期・波高は異なっている。一般に、不規則な変動量が Gauss 分布に従うならば、この不規則変動量に対してスペクトル理論が適用できる。この不規則変動量のスペクトルからこの変動量の特性がわかると同時に、不規則変動量の統計量とスペクトルとの関係も得ることができる。特に、線型応答問題にはスペクトル理論が有効に働く。

実際の海面の水位変動は非線型効果によって Gauss 分布とは少し異なると考えられるけれども、波の観測結果によるとほぼ Gauss 分布に近い分布形をしている³⁾。そこで、海面の水位変動が Gauss 分布していると仮定すると、1 点で測定される水位変動の記録は振動数、位相、進行方向が異なるお互いに独立な微小振幅波の重ね合わせとして表わすことができる。これを数式で表わすと次のようになる。

$$\zeta(x, y, t) = \sum_i a_i \cos(k_i x \cos \theta_i + k_i y \sin \theta_i - \sigma_i t + \varepsilon_i) \quad (69)$$

ここで、角振動数 σ_i 、進行方向 θ_i 、位相 ε_i 、波数 k_i 、および振幅 a_i は次のような性質をもつ。

- i) σ_i は σ 軸上の小さな線分 $d\sigma$ をとつても、その中に無限個含まれている。
- ii) θ_i は i) で述べた σ_i と同様の性質をもつ。
- iii) ε_i は確率的な位相で、 $(0, 2\pi)$ の間に一様な確率で分布する。
- iv) k_i は σ_i と式(7)の関係をもっており、

$$\sigma_i^2 = g k_i \tanh k_i h \quad (70)$$

となる。

- v) a_i は確率変数で普通の意味では確定しないが、 $\delta\theta \delta\sigma$ における和を計算すれば確定した値をとり、波の二次元スペクトルを $S_\zeta(\sigma, \theta)$ とすると、

$$\frac{1}{2} \sum_{\delta\theta\delta\sigma} a_i^2 = S_\zeta(\sigma, \theta) \delta\theta \delta\sigma \quad (71)$$

のように表わすことができる。

水位変動 $\zeta(x, y, t)$ の自己相関関数は

$$R_\zeta(\tau_x, \tau_y, \tau_t) = E[\zeta(x, y, t)\zeta(x+\tau_x, y+\tau_y, t+\tau_t)] \\ = \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} S_\zeta(\sigma, \theta) \cos\{k(\tau_x \cos\theta + \tau_y \sin\theta) - \sigma\tau_t\} d\sigma d\theta \quad (72)$$

となって、自己相関関数 $R_\zeta(\tau_x, \tau_y, \tau_t)$ は波形記録の計算出発点 (x, y, t) に関係なく、ずらし量 (τ_x, τ_y, τ_t) のみの関数になる。ここで $E[]$ は $[]$ 内の期待値を示している。式(72)は、自己相関関数と波の二次元スペクトルとの関係を示すものである。

波の二次元スペクトルと波の方向性を考慮しない一次元スペクトル(周波数スペクトル)との関係は次のようにして求められる⁴⁾。

一次元自己相関関数は $\tau_x = \tau_y = 0$ として

$$R_\zeta(0, 0, \tau_t) = \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} S_\zeta(\sigma, \theta) \cos \sigma\tau_t d\theta d\sigma \quad (73)$$

となる。この式(73)を余弦変換すると、

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_\zeta(0, 0, \tau_t) \cos \sigma\tau_t d\tau_t = \pi \int_{-\pi}^{\pi} S_\zeta(\sigma, \theta) d\theta \quad (74)$$

となる。左辺は $\pi S_\zeta(\sigma)$ に等しいから

$$S_\zeta(\sigma) = \int_{-\pi}^{\pi} S_\zeta(\sigma, \theta) d\theta \quad (75)$$

また、周波数 f で表わすと

$$S_\zeta(f) = \int_{-\pi}^{\pi} S_\zeta(f, \theta) d\theta \quad (76)$$

となつて、一次元スペクトルは二次元スペクトルを波向 θ について積分したものであることがわかる。

(2) 波の一次元スペクトル

波の一次元スペクトルの具体的な形については Neumann が最初に発表して以来、多くの研究者によって種々のスペクトルの形が発表されているけれども、ここでは二、三のスペクトルの形について述べる。

(i) Neumann のスペクトル⁵⁾

Neumann は十分発達した波の一波一波の周期を \tilde{T} (sec) 波高を H (m)、風速を V (m/sec) として、 H/\tilde{T}^2 を縦軸、 $(\tilde{T}/V)^2$ を横軸にしてプロットした場合、これらの点の包絡線が、

$$H/\tilde{T}^2 = 0.219 \exp\{-2.438(\tilde{T}/V)^2\} \quad (77)$$

で表わされることを指摘した。ただし、周期 \tilde{T} は山から山の周期である。この式(77)が観測した波高の最大値にほぼ等しいと考えて、

$$H_{\max} = \text{const} \cdot \frac{gT^2}{2\pi} \exp\left\{-\left(\frac{gT}{2\pi V}\right)^2\right\} \quad (78)$$

を求めた。さらに単位面積当りの波のエネルギーと波高の関係から次のような形のスペクトルを求めている。

$$S_c(T) = C_1 \frac{1}{32} \frac{\rho g^3}{\pi^2} T^4 \exp\left\{-\left(\frac{gT}{2\pi V}\right)^2\right\} \quad (79)$$

これを周波数スペクトルに直すと、 $T=1/f$, $dT=-df/f^2$ であるから

$$S_c(f) = C_1 \frac{1}{32} \frac{\rho g^3}{\pi^2} f^{-6} \exp\left\{-\left(\frac{g}{2\pi fV}\right)^2\right\} \quad (80)$$

となる。

Neumann がこのスペクトルを発表した当時は波高のデータが十分でなく、また見掛け上の周期と波高からスペクトルを求める方法は(1)のスペクトル理論と無縁のものであるにもかかわらず、最近の観測値ともこのスペクトルはかなりよく一致する。

(ii) Bretschneider のスペクトル⁶⁾

Bretschneider は数多くの波の観測値から波の統計的性質を調べ、波高、波長が Rayleigh 分布することを確認した。その結果から周期の確率分布を次のように与えた。

$$p(\tau_T) = \pi a_1 \tau_T^3 \exp\left(-\frac{\pi a_1^2 \tau_T^4}{4}\right) \quad (81)$$

ここで、 τ_T は周期の無次元量で、 $\tau_T = T/\bar{T}$ となる。ただし、 \bar{T} は周期の平均値である。

式(81)内の a_1 は波長と周期の関係を示す係数で、

$$\lambda_L = a_1 \tau_T^2 \quad (82)$$

である。ここで、 λ_L は波長の無次元量で、 $\lambda_L = L/\bar{L}$ である。ただし、 \bar{L} は波長の平均値である。

\bar{H} を波高の平均値とし、波高の無次元量 ζ_H を $\zeta_H = H/\bar{H}$ として与えると、 ζ_H^2 の波長スペクトルはすべての ζ_H を二乗し、 $0 \sim \infty$ の間のすべての λ_L に関して $\lambda_L - \Delta\lambda_L/2$ と $\lambda_L + \Delta\lambda_L/2$ の間の ζ_H^2 の和を取ることで求められる。数学的には

$$S_{\zeta_H}(\lambda) = \int_0^\infty \zeta_H^2 p(\zeta_H, \lambda_L) d\zeta_H \quad (83)$$

となる。ここで、 $p(\zeta_H, \lambda_L)$ は結合分布関数で

$$p(\zeta_H, \lambda_L) = p(\lambda_L) p_{\lambda_L}(\zeta_H) \quad (84)$$

である。ただし、 $p_{\lambda_L}(\zeta_H)$ は λ_L を生じた時の ζ_H の確率密度関数である。式(84)を式(83)に代入して、

$$S_{\zeta_H}(\lambda_L) = p(\lambda_L) \int_0^\infty \zeta_H^2 p_{\lambda_L}(\zeta_H) d\zeta_H \quad (85)$$

となる。式(85)の右辺の積分値を $\overline{\zeta_H^2 \lambda_L}$ とおき、 $\lambda_L \zeta_H$ が線型回帰曲線をもち、 $\overline{\zeta_H^2} = \bar{\lambda}_L^2$ であると仮定するなら

$$\overline{\zeta_H^2 \lambda_L} = K_1 (\overline{\zeta_H \lambda_L})^2 \quad (86)$$

と表わすことができる。つぎに、 K_1 を (λ_L, ζ_H) の相関関数 γ を用いて表わす。この結果と $p(\lambda_L) d\lambda_L = p(\tau_T) d\tau_T$ の関係を用いて、式(85)を整理して、波のスペクトルを周期スペクトルで示すと次のようになる。

$$S_c(T) = \frac{3.434(\bar{H})^2 [1-\gamma + 0.927\gamma(T/\bar{T})^2]^2}{1 + 0.273\gamma^2} \times \frac{T^3}{(\bar{T})^4} \exp\left\{-0.675\left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^4\right\} \quad (87)$$

ただし、式(82)の a_1 は Rayleigh 分布の仮定から $a_1 = 0.927$ として与えられている。

式(87)のスペクトルは、 $f=1/T$ であるから、高周波領域では f^{-5} に比例して減衰することになる。

光易は $\int_0^\infty S_c(f) df = \bar{c}^2$ となるように、式(88)を変形して

$$S_c(f) = 0.430 \left(\frac{\bar{H}}{g\bar{T}^2}\right)^2 \left\{ \frac{[(1-\gamma) + 0.927\gamma(\bar{T}f)^2]^2}{1 + 0.273\gamma^2} \right\} \times g^2 f^{-5} \exp[-0.675(\bar{T}f)^4] \quad (88)$$

のように定めた⁷⁾。Bretschneider は最近この式で γ に依存する { } の項を除いた式が風波スペクトルの一般形であるとしている⁸⁾。それによると、式(88)は

$$S_z(f) = 0.430 \left(\frac{\bar{H}}{g\bar{T}^2} \right)^3 g^3 f^{-5} \exp[-0.645(\bar{T}f)^{-4}] \quad (89)$$

となる。

(iii) Pierson-Moskowitz のスペクトル⁹⁾

Pierson と Moskowitz は風速 10.29 m/sec から 20.58 m/sec における波の観測値から十分発達した波のスペクトルの形を求めており、その形を次のように与えている。

$$S_z(\sigma) d\sigma = (\alpha_1 g^2 / \sigma^5) \exp\{-\beta(\sigma_0/\sigma)^4\} d\sigma \quad (90)$$

ここで、係数 α_1 , β_1 , σ_0 は観測値とよく一致するように決めて、 $\alpha_1 = 8.1 \times 10^{-3}$, $\beta_1 = 0.74$, $\sigma_0 = V/g$ としている。ここで風速 V は観測船で測定された風速で、風速計の位置は海上から 19.5 m である。

(3) 波の二次元スペクトル

波の二次元スペクトル $S_z(f, \theta)$ が周波数のみの関数 $S_z(f)$ と方向角 θ のみの関数 $h(\theta)$ に分離できると仮定するならば、

$$S_z(f, \theta) = S_z(f) h(\theta) \quad (91)$$

となる。式(76)で示すように

$$S_z(f) = \int_{-\pi}^{\pi} S_z(f, \theta) d\theta \quad (92)$$

であるから、 $h(\theta)$ は次のような条件を満足しなければならない。

$$\int_{-\pi}^{\pi} h(\theta) d\theta = 1 \quad (93)$$

波の二次元スペクトル $S_z(f, \theta)$ としては解析の都合上、一般にこのような分離形が用いられている。

Cote ら¹⁰⁾ はステレオ写真による観測結果から、一次元スペクトル $S_z(f)$ としては Neumann のスペクトル式(80)を仮定して、 $h(\theta)$ を次のように求めている。

$$h(\theta) \begin{cases} = \frac{1}{\pi} \left\{ 1 + \left[0.50 + 0.28 \exp\left(-\frac{1}{2} g^{-1} \sigma^4 V^4\right) \right] \cos 2\theta \right. \\ \quad \left. + \left[0.32 \exp\left(-\frac{1}{2} g^{-1} \sigma^4 V^4\right) \right] \cos 4\theta \right\} & \left(|\theta| \leq \frac{\pi}{2} \right) \\ = 0 & \left(|\theta| > \frac{\pi}{2} \right) \end{cases} \quad (94)$$

Cote らは観測値の精度、その他の条件から $\cos 2\theta$ の

係数だけを求め、式(94)の $\cos 4\theta$ の項は $h(\theta)$ があらゆる θ の値に対して負にならないように補正項として導入している。

また Ewing¹¹⁾ は、ブイの加速度と共に海面の曲率と勾配を測定した定点観測船の測定結果を用いて、次のような形の $h(\theta)$ の適用を考えている。

$$h(\theta) = A \cos^{2s}(\theta/2) \quad (95)$$

ここで、 A は式(93)を満足させるための係数である。うねりについて、周波数 f とパラメータ s をプロットした結果によると、 $f = 0.1$ Hz では $s = 15$, $f = 0.2$ Hz では $s = 2$ となって、 s の値は周波数によって変化している。

近年さかんに行なわれているスペクトルによる波の数値予報では種々の形のものが使われている。例えば Barnett^{12), 13)} は式(95)と類似の

$$h(\theta) = A \cos^4 \theta \quad \left(|\theta| \leq \frac{\pi}{2} \right) \quad (96)$$

を用いているし、一方、井上¹⁴⁾ は Cote による式(94)を用いている。

このように波の二次元スペクトルについては観測値が乏しく、現在までのところははっきりした形が決められていない。

(4) 計算に用いる波の二次元スペクトル

後述の島堤および船体に作用する不規則波力の計算に用いる波の二次スペクトルとしては、式(91)と同様に周波数の関数と方向角の関数の積であると仮定する。そして、波の一次元スペクトル $S_z(f)$ としては式(89)の Bretschneider のスペクトル

$$S_z(f) = 0.430 \left(\frac{\bar{H}}{g\bar{T}^2} \right)^3 g^3 f^{-5} \exp[-0.675(\bar{T}f)^{-4}] \quad (97)$$

を用い、方向分散の関数 $h(\theta)$ としては式(93)を満足する次の式(98)を用いる。

$$h(\theta) \begin{cases} = \frac{2^{2s}(s!)^2}{(2s)! \pi} \cos^{2s} \theta & (s=1, 2, \dots) \quad \left(|\theta| \leq \frac{\pi}{2} \right) \\ = 0 & \left(|\theta| > \frac{\pi}{2} \right) \end{cases} \quad (98)$$

式(98)の分布形を示すと図-28 のようになる。この図から、パラメータ s が大きくなるにつれて波の入射方向が集中してくる。また、 $s \rightarrow \infty$ では方向分散はなくなり、一方向のみになる。

式(97), (98) によって、用いる波の二次元スペクトル

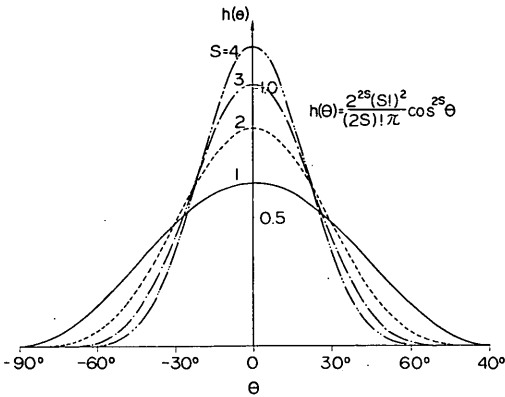


図-28 方向分散 $h(\theta)$ の分布形

$S_c(f, \theta)$ は次のようになる。

$$S_c(f, \theta) \begin{cases} = 0.43 \frac{2^{2s}(s!)^2}{(2s)! \pi} \left(\frac{\bar{H}}{gT^2} \right)^2 g^2 f^{-5} \\ \quad \times \exp[-0.675(\bar{T}f)^{-4}] \cos^{2s} \theta & \left(|\theta| \leq \frac{\pi}{2} \right) \\ = 0 & \left(|\theta| > \frac{\pi}{2} \right) \end{cases} \quad (99)$$

ここで、 \bar{H} および \bar{T} は有義波の波高 $H_{1/3}$ および周期 $T_{1/3}$ と次の関係になっている。

$$\bar{H} = 0.625 H_{1/3}, \quad \bar{T} = 0.9 T_{1/3} \quad (100)$$

4.2 線型スペクトル理論

$x(t)$ を波のような一つのランダムな変動量とすると、 $x(t)$ の自己相関関数 $R_x(\tau_i)$ の Fourier 変換によって、 $x(t)$ のスペクトル $S_x(f)$ を求めることができる。また、 $S_x(f)$ の逆 Fourier 変換によって $R_x(\tau_i)$ が決定できる。このように $R_x(\tau_i)$ と $S_x(f)$ は Fourier pair になっている。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} R_x(\tau_i) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_x(f) \exp(i2\pi f \tau_i) df \\ S_x(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau_i) \exp(-i2\pi f \tau_i) d\tau_i \end{aligned} \right\} \quad (101)$$

となる。ここで、 τ_i はずらしの間隔である。

島堤および楕円柱体に働く波力は 2. および 3. で求めたようにすべて複素関数の形で求められているので、変動量はすべて複素数として取り扱う。理論の展開上、応答変数のスペクトルは自己相関関数の形から導くことにする。

複素変動量の自己相関関数は式 (102) で与えられる。

$$R_x(\tau_i) = E[x(t) \cdot x^*(t + \tau_i)] \quad (102)$$

ここで、 E は [] 内の期待値、*印は共役複素数を示す。

$x(t)$ の応答関数 $y(t)$ が

$$y(t) = f(x(t)) \quad (103)$$

で与えられるとき、 $y(t)$ の自己相関関数 $R_y(\tau_i)$ が

$$\begin{aligned} R_y(\tau_i) &= C_n R_x^n(\tau_i) + C_{n-1} R_x^{n-1}(\tau_i) + \dots \\ &\quad + C_1 R_x(\tau_i) \end{aligned} \quad (104)$$

のように $R_x(\tau_i)$ の関数で表わされると仮定すると、 $y(t)$ のスペクトルは

$$S_y(f) = C_n [S_x(f)]^{**n} + C_{n-1} [S_x(f)]^{**(n-1)} + \dots + C_1 S_x(f) \quad (105)$$

となる。ここで、 $[S_x(f)]^{**2}$ は $S_x(f)$ の Convolution として、次のように定義される。

$$[S_x(f)]^{**2} = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\tau_i) S_x(f - \tau_i) d\tau_i \quad (106)$$

これより、Convolution $[S_x(f)]^{**n}$ は

$$[S_x(f)]^{**n} = \int_{-\infty}^{\infty} [S_x(\tau_i)]^{**(n-1)} S_x(f - \tau_i) d\tau_i \quad (107)$$

で与えられ、 $R_x^n(\tau_i)$ と $[S_x(f)]^{**n}$ は Fourier pair になっている¹⁵⁾。

次に、式(103)の形の一つとして、 $y(t)$ が $x(t)$ と次の関係がある場合を考える。

$$y(t) = x(t) \sum_i \psi_i(f) \quad (108)$$

このとき $y(t)$ の自己相関関数は

$$\begin{aligned} R_y(\tau_i) &= E\left[\left(x(t) \sum_i \psi_i(f) \right) \cdot \left(x(t + \tau_i) \sum_i \psi_i(f) \right)^* \right] \\ &= E\left[\left\{ \sum_{ij} \psi_i(f) \psi_j^*(f) \right\} x(t) x^*(t + \tau_i) \right] \\ &= \sum_{ij} \psi_i(f) \psi_j^*(f) E[x(t) \cdot x^*(t + \tau_i)] \\ &= \sum_{ij} \psi_i(f) \psi_j^*(f) R_x(\tau_i) \end{aligned} \quad (109)$$

となる。さらに式(105)を用いて $y(t)$ のスペクトルを求めると

$$S_y(f) = \sum_{ij} \psi_i(f) \psi_j^*(f) S_x(f) \quad (110)$$

となる。ここで $\sum_{ij} \psi_i(f) \psi_j^*(f)$ は伝達関数と呼ばれている。

次に、式 (108) において各関数が時間 t だけでなく、

角度 θ の関数であるとする、

$$y(t, \theta) = \sum_i \psi_i(f, \theta) x(t, \theta) \quad (111)$$

となる。そこで、 θ を定数として $y(t, \theta)$ のスペクトルを求めると

$$S_y(f, \theta) = \sum_{ij} \psi_i(f, \theta) \psi_j^*(f, \theta) S_x(f, \theta) \quad (112)$$

となって、この $y(t)$ のスペクトル $S_y(f, \theta)$ は θ 方向からの不規則変動量 $x(t, \theta)$ のみによるスペクトルである。ここで、 $x(t, \theta)$ が波で、 $y(t, \theta)$ が波によって生じる力（またはその力のある方向の成分）であると考えれば、 $\theta - \Delta\theta/2$ と $\theta + \Delta\theta/2$ 間の方向からくる波によって生じる力のスペクトルは

$$S_y(f, \theta) \Delta\theta = \sum_{ij} \psi_i(f, \theta) \psi_j^*(f, \theta) S_x(f, \theta) \Delta\theta \quad (113)$$

として与えられ、これを $-\pi$ から π まで積分すればあらゆる方向から来る波によって生じる力の周波数スペクトルが次のように求まる。

$$S_y(f) = \int_{-\pi}^{\pi} S_y(f, \theta) d\theta \\ = \sum_{ij} \int_{-\pi}^{\pi} \psi_i(f, \theta) \psi_j^*(f, \theta) S_x(f, \theta) d\theta \quad (114)$$

4.3 不規則波力の代表値

(1) 波高の確率分布

ここでは、不規則波によって生じる不規則波力の確率分布を波高の確率分布から決定し、この波力の統計量を求める。そのために、まず波高の確率分布を求める。

海面の水位変動 ζ の極大値 ζ_{\max} を $\zeta_1 = \zeta_{\max} / \sqrt{\bar{\zeta}^2}$ の無次元量に変換すると、 ζ_1 の確率分布は次のようになる¹⁶⁾。

$$p(\zeta_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\epsilon \exp\left\{-\frac{1}{2}(\zeta_1^2/\epsilon^2) + (1-\epsilon^2)^{1/2} \zeta_1\right\} \right. \\ \left. \times \exp\left\{-(1/2)\zeta_1^2\right\} \int_{-\infty}^{\zeta_1 \sqrt{1-\epsilon^2}/\epsilon} e^{-(1/2)\lambda^2} d\lambda \right] \quad (115)$$

ここで、 ϵ は ζ のスペクトル $S_\zeta(\sigma)$ の幅を示すパラメータで、 $0 \leq \epsilon < 1$ の範囲にあって、次の式で与えられる。

$$\epsilon = \frac{m_0 m_4 - m_2^2}{m_0 m_4} \quad (116)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} m_0 &= \bar{\zeta}^2 = \int_0^\infty S_\zeta(\sigma) d\sigma \\ m_2 &= \int_0^\infty \sigma^2 S_\zeta(\sigma) d\sigma \\ m_4 &= \int_0^\infty \sigma^4 S_\zeta(\sigma) d\sigma \end{aligned} \right\} \quad (117)$$

である。

式(115)は $\epsilon=0$ の場合

$$p(\zeta_1) = \zeta_1 \exp\left(-\frac{\zeta_1^2}{2}\right) \quad (\zeta_1 \geq 0) \\ p(\zeta_1) = 0 \quad (\zeta_1 < 0) \quad (118)$$

となり、 $\epsilon=1$ の場合には、

$$p(\zeta_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\zeta_1^2}{2}\right) \quad (119)$$

となる。これからわかるように $\epsilon=0$ の場合は Rayleigh 分布し、 ζ の極大値は負の値を示さない。しかし、 $\epsilon=1$ の場合は ζ の極大値は負の値を持つので、静水面下でも極大値が生じる。

今、水位変動の極大値が $\epsilon=0$ の Rayleigh 分布に従うと仮定すると、波高は $H=2\zeta_{\max}$ とおかれるので、式(118)から $\bar{\zeta}_1^2=2$ となって次の式が得られる。

$$\bar{\zeta}_1^2 = \frac{\bar{H}^2}{8} \quad (120)$$

したがって、 $\zeta_1 = H/(2\sqrt{\bar{\zeta}_1^2})$ であるから

$$p(H) dH = p(\zeta_1) d\zeta_1 \quad (121)$$

となって、波高 H の確率分布は次のような Rayleigh 分布をすることがわかる。

$$p(H) = \frac{2H}{\sqrt{\bar{H}^2}} \exp\left(-\frac{H^2}{\bar{H}^2}\right) \quad (122)$$

この式(122)から、平均波高 \bar{H} 、有義波高 $H_{1/3}$ および $1/10$ 最大波高 $H_{1/10}$ の間に次の関係があることが導かれる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{H} &= 0.886 \sqrt{\bar{H}^2} \\ H_{1/3} &= 1.416 \sqrt{\bar{H}^2} = 1.60\bar{H} \\ H_{1/10} &= 1.800 \sqrt{\bar{H}^2} = 2.03\bar{H} \end{aligned} \right\} \quad (123)$$

実際の海面の水面変動のスペクトルは幅が広く、式(116)で定義される ϵ は $0.7 \sim 0.9$ の値を示す¹⁷⁾。しかしながら、波高をゼロアップクロス法で定義する限り、スペクトルの形状にほとんど無関係に、式(122)、(123)が成立することが、観測および数値実験で確かめられている^{17)、18)}。

(2) 波力の確率分布

次に波力については、 F_x 、 F_y の式(26)、(27)からわかるように、波力 F と海面の水位変動の関係が

$$F = f(\sigma) \cdot \zeta \quad (124)$$

の線型関係で示される。海面の水位変動 ζ はほぼ Gauss

分布に従うから、式(124)の関係によって波力 F の時間変化もまた Gauss 分布に従うと見てよい。したがって、波高の確率分布 $p(H)$ を導いたのと全く同じようにして、波力の極大値 F の確率分布 $p(F)$ を導くことができる。ただし、 $p(H)$ の誘導の際は $H=2\zeta_{\max}$ として波高を定義したけれども、 $p(F)$ の場合には時間的に変化する F の極大値である F そのものの値を対象とする。この点を考慮すると、 $p(F)$ は次のように表わされる。

$$p(F) = \frac{2F}{\sqrt{F^2}} \exp\left[-\frac{F^2}{F^2}\right] \quad (125)$$

ここに

$$\overline{F^2} = 2F^2 = 2 \int_0^{\infty} S_F(\sigma) d\sigma \quad (126)$$

すなわち、波力の極大値も Rayleigh 分布に従う。

なお、波高が Rayleigh 分布に従うのは、波高をゼロアップクロス法で定義したときであることを考慮し、波力の極大値としては「一つのゼロアップクロス点から次のゼロアップクロス点の間の幾つかの極大値のうち最大のもの」と定義し直しておく。

この式(125)、(126)から、波力の極大値の 1/3 最大値 $F_{1/3}$ 、1/10 最大値 $F_{1/10}$ などが、次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} F_{1/3} &= 1.416 \sqrt{\overline{F^2}} \doteq 2.00 \sqrt{\int_0^{\infty} S_F(\sigma) d\sigma} \\ F_{1/10} &= 1.800 \sqrt{\overline{F^2}} \doteq 2.55 \sqrt{\int_0^{\infty} S_F(\sigma) d\sigma} \end{aligned} \right\} \quad (127)$$

(3) 波力の最大値

このようにして求めた、不規則波による波力の統計値、 $\sqrt{\overline{F^2}}$ 、 $F_{1/3}$ 、 $F_{1/10}$ などのどれを設計に用いるかは、構造物の動的応答や材料の許容応力度の問題も関係することで、単純に決定することはできない。ただし、以下の実例計算では簡単のために、有義波高に対応するものとして波力の 1/3 最大値 $F_{1/3}$ を代表値にとり、これによって計算結果を整理する。この場合に問題となるのは、 $F_{1/3}$ で代表される不規則な波力が続いている間に生じ得る最大の波力 F_{\max} の大きさである。しかし、 F_{\max} は一つの統計量であって確定値としては決定できず、ただその出現確率が与えられるだけである。今、波力の極大値を任意に N 個抽出したとき、その中の最大値 F_{\max} の確率密度は、 $F^* = F_{\max}/\sqrt{\overline{F^2}}$ の無次元量を用いて次のように表わされる。

$$p^*(F^*) = \frac{d}{dF^*} [1 - q(F^*)]^N \quad (128)$$

ここに $q(F^*)$ は波力の極大値の累積分布関数で、式(125)の確率分布によって次のように求められる。

$$q(F^*) = \int_{F^*}^{\infty} p(F) dF = \exp[-F^{*2}] \quad (129)$$

式(128)、(129)を用いると、 F_{\max} の期待値 (N 個抽出を多数回繰り返したときの平均値) が、次のように計算される^{18), 19)}。

$$\begin{aligned} \overline{F_{\max}} &= \sqrt{\overline{F^2}} \left\{ \sqrt{\ln N} + \frac{\gamma}{2\sqrt{\ln N}} \right\} \\ &= 0.708 F_{1/3} \left\{ \sqrt{\ln N} + \frac{\gamma}{2\sqrt{\ln N}} \right\} \end{aligned} \quad (130)$$

ここに、 γ : オイラー数 = 0.5772...

しかしながら、 N 個抽出を多数回繰り返して得られる F_{\max} の中には、式(130)の $\overline{F_{\max}}$ よりも大きな値が相当数含まれている。したがって、設計値として $\overline{F_{\max}}$ を用いるのは危険側である、と考えられる。そこで、設定した $(F_{\max})_{\mu}$ を上回る値が出現する確率(危険率)を μ とし、この μ を 0.05 あるいは 0.1 程度とすることが考えられる。 N と μ を与えて F_{\max} を定めるには、次のようにする。

危険率 μ は、 $F_{\max} \geq (F_{\max})_{\mu}$ の超過発生確率であるから、式(128)の積分によって、次のように計算される。

$$\begin{aligned} \mu &= 1 - \int_{F^*}^{\infty} p^*(F) dF^* = 1 - [1 - q(F^*)]^N \\ &= 1 - \exp[Nq(F^*)] \quad (\text{ただし } N \gg 1) \end{aligned} \quad (131)$$

したがって、式(129)の $q(F^*)$ を用いることにより、

$$\begin{aligned} (F_{\max})_{\mu} &= \sqrt{\overline{F^2}} \cdot \sqrt{\ln \left[\frac{N}{\ln 1/(1-\mu)} \right]} \\ &= 0.708 F_{1/3} \sqrt{\ln \left[\frac{N}{\ln 1/(1-\mu)} \right]} \end{aligned} \quad (132)$$

波力の最大値と 1/3 最大値との関係を式(130)および式(132)で計算すると、表-6 のようになる。

したがって、構造物の設計が波力の最大値で決まる場合には、波数および危険率の見積りによって異なるけれども 1/3 最大値の 2.0~2.5 倍の値を用いる必要がある。

不規則な波力変動のもう一つの注意事項としては、以上に述べた極大値が正・負いずれの方向にも同じひん度で働くことである。すなわち、波の山のときは岸側へ押し、波の谷のときは沖へ引き出すように働く。これは、ここで取り扱っているのが微小振幅の波であるため、実際には有限振幅の影響で、波の山ではここで述べた理

論値よりもやや大きく、波の谷では理論値よりもやや小さくなることが多いと思われる。

表-6 波力の最大値と 1/3 最大値との関係

波数 N	平均値 $\overline{F_{max}}$	50% 危険値 $(F_{max})_{0.5}$	10% 危険値 $(F_{max})_{0.1}$	5% 危険値 $(F_{max})_{0.05}$
50	$1.50F_{1/3}$	$1.46F_{1/3}$	$1.76F_{1/3}$	$1.86F_{1/3}$
100	$1.61F_{1/3}$	$1.58F_{1/3}$	$1.85F_{1/3}$	$1.95F_{1/3}$
200	$1.72F_{1/3}$	$1.68F_{1/3}$	$1.94F_{1/3}$	$2.03F_{1/3}$
500	$1.84F_{1/3}$	$1.81F_{1/3}$	$2.06F_{1/3}$	$2.14F_{1/3}$
1,000	$1.94F_{1/3}$	$1.91F_{1/3}$	$2.14F_{1/3}$	$2.22F_{1/3}$
2,000	$2.02F_{1/3}$	$2.00F_{1/3}$	$2.22F_{1/3}$	$2.30F_{1/3}$
5,000	$2.12F_{1/3}$	$2.10F_{1/3}$	$2.31F_{1/3}$	$2.39F_{1/3}$
10,000	$2.19F_{1/3}$	$2.19F_{1/3}$	$2.39F_{1/3}$	$2.47F_{1/3}$

4.4 島堤に働く不規則波の波力強度

(1) 波力強度のスペクトル

島堤に働く波力強度は式(60)で与えられている。この式を式(108)に対応させて考えると、

$$\begin{aligned} \psi_n &= \frac{2w_0}{k} \tanh kh \\ &\times \left[\frac{2i}{s_{2n+2}} \frac{Se_{2n+2}(0)}{Ne_{2n+2}^{(2)}(0)} Ne_{2n+2}^{(3)}(0) se_{2n+2}(\eta) se_{2n+2}(\alpha) \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{s_{2n+1}} \frac{Se_{2n+1}(0)}{Ne_{2n+1}^{(2)}(0)} Ne_{2n+1}^{(3)}(0) se_{2n+1}(\eta) se_{2n+1}(\alpha) \right] \end{aligned} \quad (133)$$

と表わされる。式(133)をわかり易くするために次のような変換を行なう。

$$\left. \begin{aligned} N_{2n+1} \exp(i\varphi_{2n+1}) &= \frac{2}{s_{2n+1}} \frac{Se_{2n+1}(0)}{Ne_{2n+1}^{(2)}(0)} Ne_{2n+1}^{(3)}(0) \\ N_{2n+2} \exp(i\varphi_{2n+2}) &= \frac{2}{s_{2n+2}} \frac{Se_{2n+2}(0)}{Ne_{2n+2}^{(2)}(0)} Ne_{2n+2}^{(3)}(0) \end{aligned} \right\} \quad (134)$$

これを用いて式(133)を書き替えると次のようになる。

$$\begin{aligned} \psi_n &= \frac{2w_0}{k} \tanh kh \\ &\times [N_{2n+2} se_{2n+2}(\eta) se_{2n+2}(\alpha) \exp\{i(\varphi_{2n+2} + \pi/2)\} \\ &\quad - N_{2n+1} se_{2n+1}(\eta) se_{2n+1}(\alpha) \exp\{i\varphi_{2n+1}\}] \end{aligned} \quad (135)$$

波力強度のスペクトルを $S_F(f)$ 、波の二次元スペクトルを $S_\zeta(f, \theta)$ として、式(114)を用いると、波力強度のスペクトルは

$$S_F(f) = \int_{-\pi}^{\pi} \left(\sum_{n,m=0}^{\infty} \psi_n \psi_m^* \right) S_\zeta(f, \theta) d\theta \quad (136)$$

として求められる。

まず、式(136)中の $\sum_{n,m=0}^{\infty} \psi_n \psi_m^*$ を計算すると、

$$\begin{aligned} \sum_{n,m=0}^{\infty} \psi_n \psi_m^* &= \left\{ \frac{2w_0}{k} \tanh kh \right\}^2 \\ &\times \sum_{n,m=0}^{\infty} [N_{2n+2} N_{2m+2} se_{2n+2}(\eta) se_{2m+2}(\eta) \\ &\quad \times se_{2n+2}(\alpha) se_{2m+2}(\alpha) \exp\{i(\varphi_{2n+2} - \varphi_{2m+2})\} \\ &\quad - N_{2n+2} N_{2m+1} se_{2n+2}(\eta) se_{2m+1}(\eta) se_{2n+2}(\alpha) se_{2m+1}(\alpha) \\ &\quad \times \exp\{i\left(\varphi_{2n+2} - \varphi_{2m+1} + \frac{\pi}{2}\right)\} \\ &\quad - N_{2n+1} N_{2m+2} se_{2n+1}(\eta) se_{2m+2}(\eta) se_{2n+1}(\alpha) se_{2m+2}(\alpha) \\ &\quad \times \exp\{i\left(\varphi_{2n+1} - \varphi_{2m+2} - \frac{\pi}{2}\right)\} \\ &\quad + N_{2n+1} N_{2m+1} se_{2n+1}(\eta) se_{2m+1}(\eta) se_{2n+1}(\alpha) se_{2m+1}(\alpha) \\ &\quad \times \exp\{i(\varphi_{2n+1} - \varphi_{2m+1})\}] \end{aligned} \quad (137)$$

となるが、 n, m の対称性から、式(137)右辺の級数中の第1項と第4項の虚数部は消え、第2項と第3項の虚数部は第2項と第3項とで互いに n と m を入れかえた項が打ち消し合う結果となって消去される。その結果、式(137)は

$$\begin{aligned} \sum_{n,m=0}^{\infty} \psi_n \psi_m^* &= \left\{ \frac{2w_0}{k} \tanh kh \right\}^2 \\ &\times \sum_{n,m=0}^{\infty} [N_{2n+2} N_{2m+2} se_{2n+2}(\eta) se_{2m+2}(\eta) \\ &\quad \times se_{2n+2}(\alpha) se_{2m+2}(\alpha) \cos(\varphi_{2n+2} - \varphi_{2m+2}) \\ &\quad + 2N_{2n+2} N_{2m+1} se_{2n+2}(\eta) se_{2m+1}(\eta) se_{2n+2}(\alpha) se_{2m+1}(\alpha) \\ &\quad \times \sin(\varphi_{2n+2} - \varphi_{2m+1}) \\ &\quad + N_{2n+1} N_{2m+2} se_{2n+1}(\eta) se_{2m+2}(\eta) se_{2n+1}(\alpha) \\ &\quad \times se_{2m+1}(\alpha) \cos(\varphi_{2n+1} - \varphi_{2m+1})] \end{aligned} \quad (138)$$

となる。

式(136)内の波の二次元スペクトル $S_\zeta(f, \theta)$ を式(99)で与えると、式(138)を用いて波力強度のスペクトル $S_F(f)$ が計算できる。ただし、式(138)の α と式(99)の θ との間には、入射波のエネルギーが最も集中している方向を主方向として θ_0 で表わしたとき、

$$\alpha = \theta_0 + \theta \quad (138)$$

の関係がある。

このようにして得られた波力強度のスペクトルを周波数に関して0から ∞ まで積分し、式(127)を適用することによって波力強度の 1/3 最大値が計算できる。

(2) 計算結果とその考察

方向スペクトルを入れた場合には、計算時間が非常に

長くなるので、不規則波による島堤の波力強度の計算には、入射波が方向分散を持たないものとした。その結果波力強度のスペクトルは次のようになる。

$$S_P(f) = \left(\sum_{n,m=0}^{\infty} \psi_n \varphi_m^* \right) S_c(f) \quad (139)$$

入射波のスペクトル $S_c(f)$ としては式(97)を用いた。

一例として、島堤の長さ B が 200 m, 水深 h が 10 m, 入射する不規則波の有義波高 $H_{1/3}$ が 4.0 m, 有義波の周期 $T_{1/3}$ が 10 sec の場合について計算を行なった。入射方向は $\alpha=30^\circ$ から 90° まで 15° 毎に、計算点は島堤上で 10 m 間隔に波力強度を計算して、波力強度の 1/3 最大値 $P_{1/3}$ の分布を示したのが図-29 である。この図には不規則波の有義波高と同じ波高を持つ入射波によって生じる重複波の場合の波力強度も同時に太い実線で示してある。

図-29 を規則波の場合の図と比較してみると、このように不規則性を取り入れることによって波力強度の変動性は小さくなるのがわかる。1/3 最大波力強度の最大値は、 $\alpha=30^\circ$ で左側堤端から 17 m の地点に生じ、 $P_{1/3}=52$ ton にもなっている。この値は重複波の波力強度が 34.4 ton であることを考えると、重複波の波力強度の約 1.5 倍の大きさである。有義波高と同じ波高をもつ規則波の場合、3.3 で述べたように重複波の波力強度の 1.8

倍になっていることを考えるならば、波の不規則性を考慮することによって、波力強度はやや減少するといえる。この傾向は他の α についても同様である。これは、波力強度の極大値の位置が波長によって異なり、この違いが各波長によって平均化されるためである。

図-29 は一つの例であり、島堤の長さや波の条件が異なれば、重複波の波力に対する比率も若干変わるものと思われる。しかし、図-17~19, 22~27 に見られるように、島堤には局部的に重複波の波圧以上の力が働くことが明らかである。その大きさは波の不規則性によって若干減少するけれども、やはり重複波の波圧よりも大きいままであろうと予想される。この島堤に対する波力の増大は、伊藤・谷本によって指摘された防波堤の蛇行災害²⁰⁾と同種の現象であり、防波堤の設計において注意すべき問題点の一つである。もっとも、具体的な数値として重複波の波圧の何割増を取るべきかを定めることはむずかしい。第一に、計算はすべて微小振幅波の理論によるもので、有限振幅の影響を無視している。有限振幅の影響が島堤にどのように現われるかを計算することはきわめて困難と考えられ、実験的に検討せざるを得ないであろう。第二に、図-29 の計算条件においても波群の中のあるものは碎波になると予想されるが、碎波が作用するときに島堤であることの影響がどのように現われるか、今

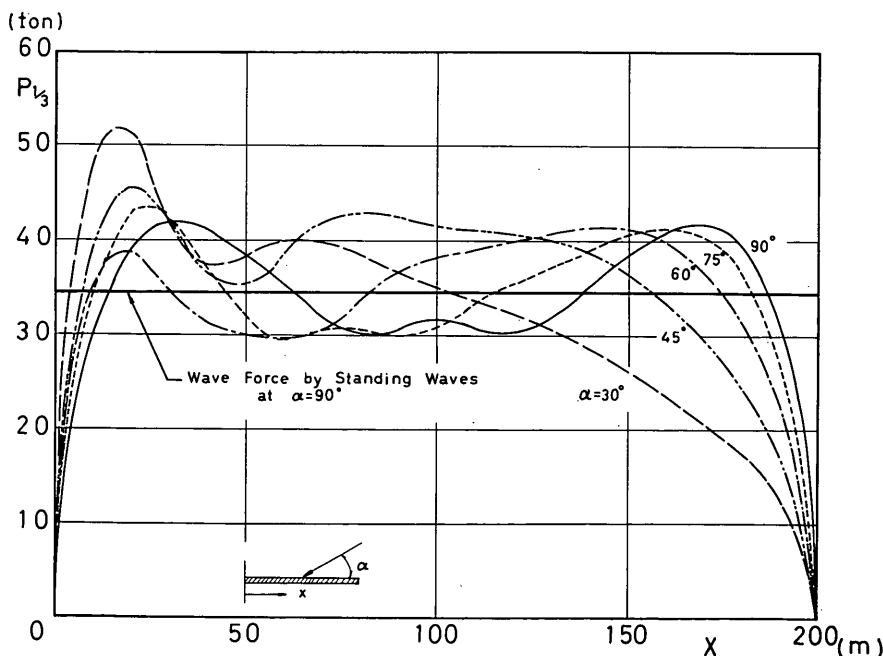


図-29 波力強度の 1/3 最大値の分布

のところ不明である。これも実験によらざるを得ない。

防波堤の計画・設計の実際面としては、i) 波長の 1~3 倍程度の長さの島堤を建設しない (遮蔽効果も不十分である)、ii) 施工段階で島堤型式になる場合は施工中の設計波高として 20~50% 増の波高を考慮する、等が適当であろう。

なお、島堤の中でも斜面堤の場合には波力の増大現象を考慮しなくともよい。波力が増大するのは、島堤の前面で波が反射されて散乱波を生じるためであり、斜面によって波が碎けて反射を生じなければ、波力の増大も起らないからである。

4.5 船体に働く不規則波の波力

(1) 計算上の仮定

シーバースのような透過性構造物に係留している船に働く波力を計算する上で、以下のような仮定を設ける。

i) 船体は図-30 のような楕円柱体をしており、船は h_1 だけ水中にある。

船体は厳密には楕円柱体ではないけれども、一般に楕円柱体はかなり近い形をしている。船体の複雑な形について、厳密解を求めることは不可能に近いので、船を単純な楕円柱体と仮定することは第一次近似として妥当であると考えられる。

ii) 船は完全に固定されて、ピッチング、ローリングのような回転運動、さらに上下および水平運動を行わない。

シーバース係留のときに船を固定するのは主に引綱であり、波力があまり大きくなければ、船は水平面ではほぼ固定される。しかし、上下運動および回転運動を阻止することはできず、実際には、船はこうした運動を行なう。ただし、こうした運動による力は、固定時に働く力に対する摂動値になるので、ここで

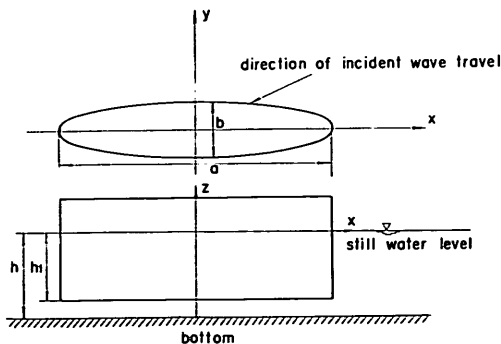


図-30 楕円柱体と仮定した船体

は第一次近似として無視する。

iii) 船体と水底との間隙によって、前後の波圧はほとんど変わらないと仮定する。

シーバースの設置位置での水深はシーバースの築造の経済性からいって、接岸する最大の船の吃水よりも数メートル程度深いだけである。したがって、船体と水底との間隙は吃水に比して大変小さいと考えることができる。このような場合、間隙による波圧の変化は少ないと考えても大きな誤差は生じない。

iv) 波圧は船底から静水面の間に作用していると見て、静水面上の波圧は無視する。

解析が微小振幅波理論であることを考えるならば、妥当な仮定である。

v) 係留している船の船長方向の力は引綱によって完全に負担されている。

引綱が何本も使われている状態を考えると、系は不静定になって解析が複雑になる。そこで、問題を簡単にするためにこの仮定を使用する。ただし、ドルフィンにかかる力を計算する場合、 F_x によって生ずるモーメントは考慮する。

(2) 固定点に働く力

(1)における i)~v) の仮定を用いて、図-31 のような (x_R, y_R) , (x_L, y_L) の固定点に働く力を計算する。図-31 に示す記号を用いると

$$\left. \begin{aligned} F_{xL} - F_{xR} &= 0 \\ F_L + F_R + F_y &= 0 \\ -F_L x_L - F_R x_R + M_0 + F_{xL} y_L - F_{xR} y_R &= 0 \end{aligned} \right\} (140)$$

となる。ここで、 F_{xL} , F_{xR} は固定点で楕円柱の面が傾いていることのために F_y の力によって生ずる力、 M_0 は船に働く波力の原点まわりのモーメントである。

式(140)から、

$$\left. \begin{aligned} F_{xL} &= F_{xR} \\ F_L &= -\frac{M_0 + (y_L - y_R)F_{xR} + F_y x_R}{x_R - x_L} \\ F_R &= \frac{M_0 + (y_L - y_R)F_{xR} + F_y x_L}{x_R - x_L} \end{aligned} \right\} (141)$$

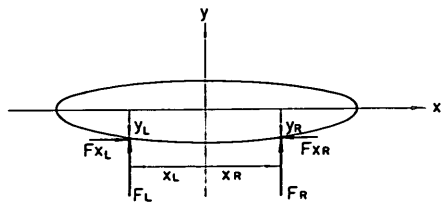


図-31 固定点に働く力

未知数が F_R, F_L, F_{xL}, F_{xR} の4個で方程式が三つしかないから、さらにもう一つの方程式を必要とする。しかし、船の場合、幅が狭いため $(y_L - y_R)$ の値は x_L, x_R に比較して非常に小さく、また、 F_{xR}, F_{xL} は小さいと予想されるからこの項を無視すると、

$$\left. \begin{aligned} F_L &= -\frac{M_0 + F_y x_R}{x_R - x_L} \\ F_R &= +\frac{M_0 + F_y x_L}{x_R - x_L} \end{aligned} \right\} \quad (142)$$

となって、 F_L, F_R が求まる。

x 方向の波力は v の仮定から、引網の張力を求めるために必要であるから、ここで求めておく。

船体に働く x および y 方向の力を F_x, F_y とすると F_x, F_y は式(23), (24)の場合に準じて次のように求まる。

$$\begin{aligned} F_x &= \int_0^{2\pi} \int_{-h_1}^0 \left(-\frac{B}{2} \sinh \xi_0 \cos \eta \right) p \, dz \, d\eta \\ &= -\frac{\pi w_0 b}{2} \frac{\sinh kh - \sinh k(h-h_1)}{k \cosh kh} \\ &\quad \times \frac{H_{in}}{2} \exp(i\sigma t) \sum_{n=0}^{\infty} A_1^{(2n+1)} R_{2n+1}(\xi_0) \text{ce}_{2n+1}(\alpha) \\ &\quad \times \exp(i\beta_{2n+1}) \end{aligned} \quad (143)$$

同様にして

$$\begin{aligned} F_y &= -\frac{\pi w_0 a}{2} \frac{\sinh kh - \sinh k(h-h_1)}{k \cosh kh} \frac{H_{in}}{2} \\ &\quad \times \exp(i\sigma t) \sum_{n=0}^{\infty} B_1^{(2n+1)} T_{2n+1}(\xi_0) \text{se}_{2n+1}(\alpha) \\ &\quad \times \exp(i\gamma_{2n+1}) \end{aligned} \quad (144)$$

となる。さらに、原点まわりのモーメントは

$$\begin{aligned} M_0 &= \int y dF_x - \int x dF_y \\ &= \frac{B^2 w_0 \pi}{8} \frac{\sinh kh - \sinh k(h-h_1)}{k \cosh kh} \frac{H_{in}}{2} \\ &\quad \times \exp(i\sigma t) \sum_{n=0}^{\infty} B_3^{(2n+2)} T_{2n+2}(\xi_0) \text{se}_{2n+2}(\alpha) \\ &\quad \times \exp\left\{i\left(\gamma_{2n+2} - \frac{\pi}{2}\right)\right\} \end{aligned} \quad (145)$$

で与えられる。

固定点を楕円座標で $(\xi_0, \eta_R), (\xi_0, \eta_L)$ とすると

$$\left. \begin{aligned} x_R &= \frac{B}{2} \cosh \xi_0 \cos \eta_R \\ x_L &= \frac{B}{2} \cosh \xi_0 \cos \eta_L \end{aligned} \right\} \quad (146)$$

となって、式(144), (145)を式(142)に代入すると

$$\begin{aligned} F_R &= \frac{w_0 \pi B^2}{8(x_R - x_L)} \frac{\sinh kh - \sinh k(h-h_1)}{k \cosh kh} \frac{H_{in}}{2} \\ &\quad \times \exp(i\sigma t) \left[\sum_{n=0}^{\infty} B_3^{(2n+2)} T_{2n+2}(\xi_0) \text{se}_{2n+2}(\alpha) \right. \\ &\quad \times \exp\left\{i\left(\gamma_{2n+2} - \frac{\pi}{2}\right)\right\} - 2 \cosh^2 \xi_0 \cos \eta_L \\ &\quad \times \left. \sum_{n=0}^{\infty} B_1^{(2n+1)} T_{2n+1}(\xi_0) \text{se}_{2n+1}(\alpha) \exp(i\gamma_{2n+1}) \right] \end{aligned} \quad (147)$$

$$\begin{aligned} F_L &= -\frac{w_0 \pi B^2}{8(x_R - x_L)} \frac{\sinh kh - \sinh k(h-h_1)}{k \cosh kh} \frac{H_{in}}{2} \\ &\quad \times \exp(i\sigma t) \left[\sum_{n=0}^{\infty} B_3^{(2n+2)} T_{2n+2}(\xi_0) \text{se}_{2n+2}(\alpha) \right. \\ &\quad \times \exp\left\{i\left(\gamma_{2n+2} - \frac{\pi}{2}\right)\right\} - 2 \cosh^2 \xi_0 \cos \eta_R \\ &\quad \times \left. \sum_{n=0}^{\infty} B_1^{(2n+1)} T_{2n+1}(\xi_0) \text{se}_{2n+1}(\alpha) \exp(i\gamma_{2n+1}) \right] \end{aligned} \quad (148)$$

として、 F_R, F_L が求まる。

F_x, F_y, F_R, F_L は複素数として与えられているが、これらの値を計算するにはこれらの式の実数部を求めるだけでよい。

(3) 波力のスペクトル

島堤に働く波力のスペクトルを求めた方法と同じ方法で、船体に働く波力および固定点に働く波力のスペクトルを求める。

波の二次元スペクトルは島堤の場合と同様に関数分離型として、式(99)を用いる。

F_x, F_y, F_R, F_L のスペクトル $S_{F_x}(f), S_{F_y}(f), S_{F_R}(f), S_{F_L}(f)$ を求める上で重要な伝達関数を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} &\sum_{n,m=0}^{\infty} (\psi_{F_x})_n (\psi_{F_x}^*)_m \\ &= \left\{ \frac{\pi w_0 b}{2} \frac{\sinh kh - \sinh k(h-h_1)}{k \cosh kh} \right\}^2 \\ &\quad \times \sum_{n,m=0}^{\infty} A_1^{(2n+1)} A_1^{(2m+1)} R_{2n+1}(\xi_0) R_{2m+1}(\xi_0) \\ &\quad \times \text{ce}_{2n+1}(\alpha) \text{ce}_{2m+1}(\alpha) \cos(\beta_{2n+1} - \beta_{2m+1}) \end{aligned} \quad (149)$$

$$\begin{aligned} &\sum_{n,m=0}^{\infty} (\psi_{F_y})_n (\psi_{F_y}^*)_m \\ &= \left\{ \frac{\pi w_0 a}{2} \frac{\sinh kh - \sinh k(h-h_1)}{k \cosh kh} \right\}^2 \\ &\quad \times \sum_{n,m=0}^{\infty} B_1^{(2n+1)} B_1^{(2m+1)} T_{2n+1}(\xi_0) T_{2m+1}(\xi_0) \\ &\quad \times \text{se}_{2n+1}(\alpha) \text{se}_{2m+1}(\alpha) \cos(\gamma_{2n+1} - \gamma_{2m+1}) \end{aligned} \quad (150)$$

$$\sum_{n,m=0}^{\infty} (\psi_{FR})_n (\psi_{FR}^*)^m$$

$$= \left\{ \frac{w_0 \pi B^2}{8(x_L - x_R)} \frac{\sinh kh - \sinh k(h-h_1)}{k \cosh kh} \right\}^2$$

$$\times \left\{ \sum_{n,m=0}^{\infty} B_2^{(2n+2)} B_2^{(2m+1)} T_{2n+2}(\xi_0) T_{2m+2}(\xi_0) \right.$$

$$\times \text{se}_{2n+2}(\alpha) \text{se}_{2m+2}(\alpha) \cos(\gamma_{2n+2} - \gamma_{2m+2})$$

$$- 4 \cosh^2 \xi_0 \cos \eta_L \sum_{n,m=0}^{\infty} B_2^{(2n+2)} B_1^{(2m+1)}$$

$$\times T_{2n+2}(\xi_0) T_{2m+1}(\xi_0) \text{se}_{2n+2}(\alpha) \text{se}_{2m+1}(\alpha)$$

$$\times \sin(\gamma_{2n+2} - \gamma_{2m+1}) + 4 \cosh^4 \xi_0 \cos^2 \eta_L$$

$$\times \sum_{n,m=0}^{\infty} B_1^{(2n+1)} B_1^{(2m+1)} T_{2n+1}(\xi_0) T_{2m+1}(\xi_0)$$

$$\left. \times \text{se}_{2n+1}(\alpha) \text{se}_{2m+1}(\alpha) \cos(\gamma_{2n+1} - \gamma_{2m+1}) \right\} \quad (151)$$

となつて、 F_L の伝達関数は式(151)の $\cos \eta_L$ を $\cos \eta_R$ に変えることによって得ることができる。

波力のスペクトルは、これらの伝達関数を

$$S_F(f) = \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \sum_{n,m=0}^{\infty} (\psi_F)_n (\psi_F)^m \right\} S_c(f, \theta) d\theta \quad (152)$$

に代入することによって計算できる。ここで、波の二次元スペクトル $S_c(f, \theta)$ には式(99)を用いる。

α と θ の関係を示す式(138)を用いると、式(152)内の θ に関する積分は $\text{ce}_n(\alpha)$, $\text{se}_n(\alpha)$ を式(25)で表わすことによって容易に計算される。しかし、 $h(\theta)$ のパラメータ s を大きくするとそれだけ計算時間が多くかかるので、 s は 1~4 までの値とした。

このようにして得られた波力のスペクトルを周波数について積分し、その積分値を式(132)に代入すれば波力の 1/3 最大値その他を求めることができる。

(4) 計算結果とその考察

計算の対象としては、重量トン数で 20 万トンクラスのタンカーを考へて、船長を $L_s=352$ m、船の幅を $W=50.3$ m、吃水を $h_1=17.8$ m とした。固定点は船長の 1/4 と考へて、 $x_R=88$ m、 $x_L=-88$ m とした。

波としては、有義波の周期があまり長くないうねりの場合と、船体に大きな力が働くとして予想される周期の長いうねりの場合の 2 ケースについて計算した。計算した不規則波は $H_{1/3}=1.0$ m、 $T_{1/3}=10$ sec と $H_{1/3}=0.2$ m、 $T_{1/3}=30$ sec の二つである。水深 h は 20 m と一定にした。

方向分散の式(98)のパラメータ s を 1 としして計算した場合の、主方向 θ_0 に対する波力の 1/3 最大値の変化を示すと図-32 のようになる。波力の 1/3 最大値は $\theta_0=90^\circ$ で入ってくる場合が最大で、 $H_{1/3}=1.0$ m と波高が小さいにもかかわらず船体に働く波力は $F_{y1/3}$ で 1950 ton も

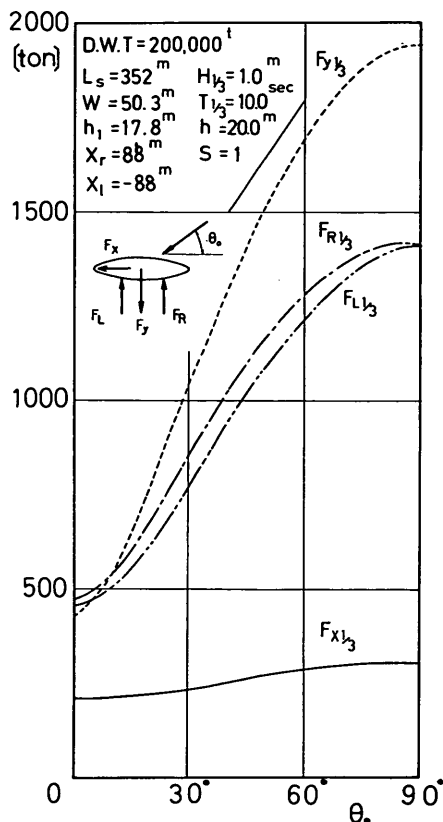


図-32 船体およびドルフィンに働く波力の 1/3 最大値 ($H_{1/3}=1.0$ m, $T_{1/3}=10$ sec)

の力が働き、ドルフィンには $F_{R1/3}=F_{L1/3}=1400$ ton の力が働いている。船およびシーバースにこのように大きな力が働くことは今まで考えられていなかった。このことから係留中の船による力もシーバース設計主要外力の一つになることがわかる。

なお、波の主方向 θ_0 が減少するに伴って $F_{R1/3}$, $F_{L1/3}$, $F_{y1/3}$ は急激に小さくなるが $F_{x1/3}$ はほとんど変化を示さない。 $\alpha=90^\circ$ で $F_{x1/3}=300$ ton であったものが、 $\alpha=0^\circ$ で 200 ton に下がるだけである。

一方、方向分散のパラメータ s を変化させて、波力の変化を調べると図-33~36 のようになる。方向スペクトルを考慮しない場合の波力は主方向 θ_0 の変化によって大きく変化しているけれども、方向スペクトルを考慮した場合にはこの変化がかなりゆるやかになっている。 $F_{x1/3}$ の場合を除いて、 θ_0 が 90° 付近では周波数スペクトルのみで計算した値 ($s=\infty$) が $s=1, 4$ に比較して大きく、 θ_0 がほぼ 70° 以下では方向スペクトルを用いた

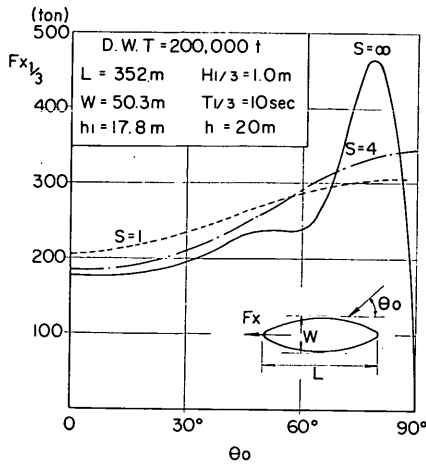


図-33 パラメータ s による $F_{x1/3}$ の変化

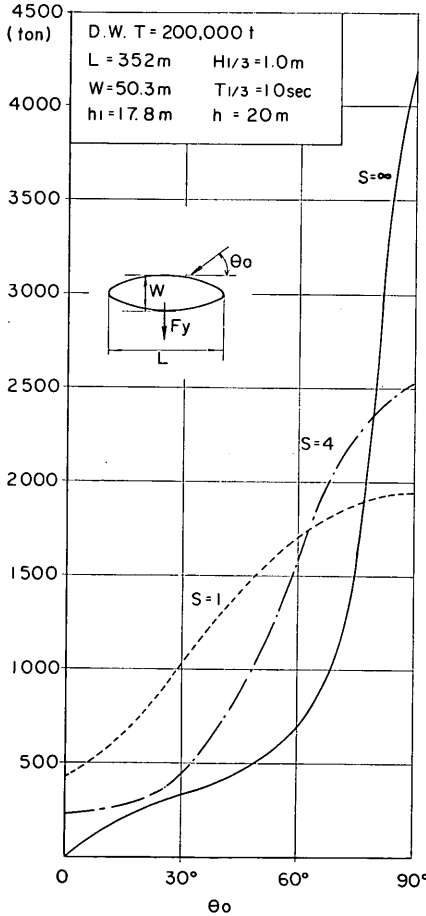


図-34 パラメータ s による $F_{y1/3}$ の変化

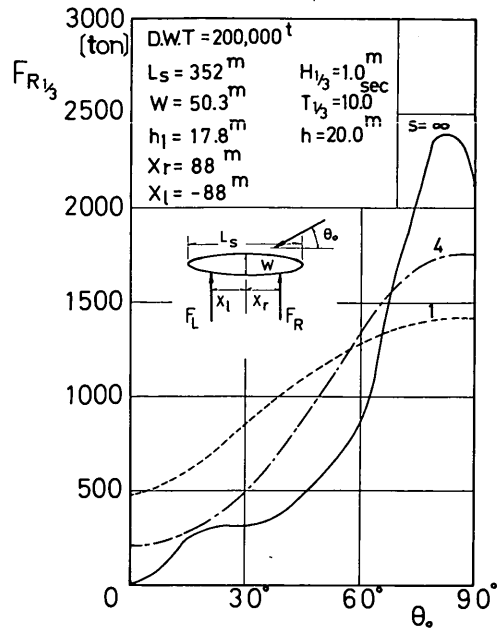


図-35 パラメータ s による $F_{R1/3}$ の変化

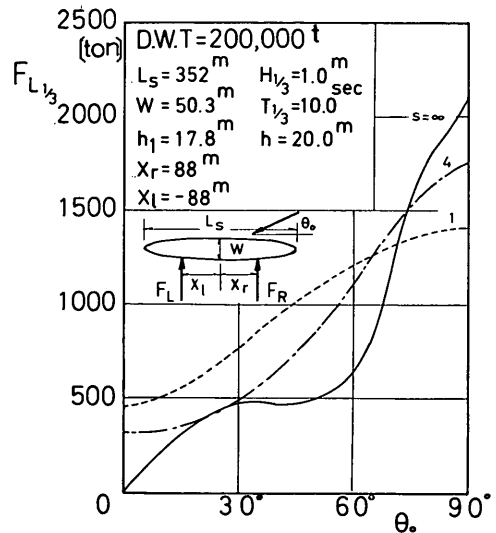


図-36 パラメータ s による $F_{L1/3}$ の変化

場合が大きくなっている。また、 $F_{y1/3}$ の場合、 $\theta_0=90^\circ$ において周波数スペクトルのみを考えた $s=\infty$ では $F_{y1/3}=4,200$ ton に対して、 $s=4$ では $F_{y1/3}=2,500$ ton、 $s=1$ では $F_{y1/3}=1,950$ ton となって、方向分散のパラメータ s によって大きく変化している。このような結果を考えると、方向分散の少ないうねり性の波が侵入して来る場合には、波向によっては強大な力がシーバースおよび船体に働くことを考慮に入れておく必要があるといえよう。

また、図-11(a), (b) から考えると船長と波長の比が 0.4 付近で最大となり、本ケースの場合、 $T_{1/3}=30$ sec の長周期波で最も大きな力が作用すると考えられる。そこで、 $H_{1/3}=0.2$ m、 $T_{1/3}=30$ sec についての計算結果を示すと図-37, 38 のようになる。この図-37 の場合 $s=1$ としてかなり方向分散を大きくとっているけれども、 $\theta_0=90^\circ$ における値は $F_{y1/3}=910$ ton、 $F_{L1/3}=F_{R1/3}=590$ ton、 $F_{x1/3}=110$ ton となっている。もし、 $T_{1/3}=30$ sec の有義波の波高が $H_{1/3}=1.0$ m になったとすると、これらの力は 5 倍の値を示し $H_{1/3}=1.0$ m、 $T_{1/3}=10$ sec、 $s=1$ の場合の力の 2 倍以上になる。さらに、周波数の不規則性をのみ考慮した図-38 の場合は図-37 に比較して、 F_y 、 F_L 、 F_R が θ_0 の減少に伴って急激に減少し、 F_x は $\theta_0 < 70^\circ$ ではほぼ等しく 110 ton 程度である。 $F_{L1/3}$ は $\theta_0=65^\circ$ 付近で最大値として 750 ton をもつ。 $F_{y1/3}$ の最大値は 1,250 ton で図-37 の場合より 3 割程度大きくなっているが、 $\theta_0=0^\circ$ では $F_{y1/3}=0$ となる。一般に F_x を除いて $\theta_0 > 70^\circ$ では周波数スペクトルのみの場合が大きき、 $\theta_0 < 70^\circ$ では小さくなる。図-37, 38 からわかるように、このような条件では $F_L \geq F_R$ である。等号は $\theta_0=90^\circ$ のみ成立する。

このように、波高の小さい波でも周期および波向によっては強大な力がシーバースに働くことがわかる。このような力は $\theta_0=90^\circ$ 付近に生じて、 θ_0 が小さくなるにしたがって急激に減少することを考えるならば、シーバースの設置方向はうねりの侵入方向を十分考えて決定しなければならない、といえる。さらに、長周期波では波高が小さくても強大な力が働くため、できるだけ長周期波が侵入するような所を避けなければならない。さらに、こうした波力は確率統計量であるため、設計外力としては表-6 に示したように波力の 1/3 最大値の 2.0~2.5 倍程度の値を考えなければならない。

なお、このような計算値には現在のところ次のような問題点が残されている。すなわち、用いた数式は前論文

で島堤による波の反射および回折に適用して実験値とかなり良く一致することを確認したものであるが、波圧あるいは波力についての測定は行っていない。また、船の水平および上下運動などの浮体としての挙動による誤差も考えられる。したがって、既設のシーバースに働く力の測定値を入手して計算値と比較を行なう、など計算値の検証を行なう必要がある。さらに、波の二次元スペクトルの形についてもその妥当性を観測値との比較に

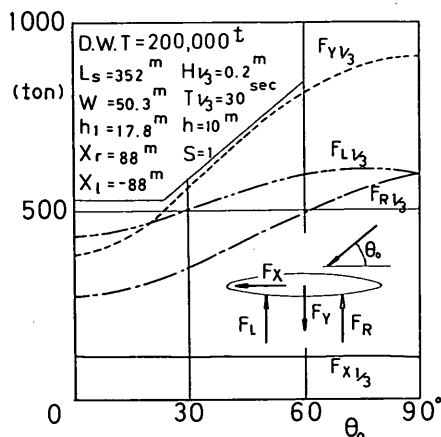


図-37 船体およびドルフィンに働く波力の 1/3 最大値 ($H_{1/3}=2.0$ m、 $T_{1/3}=30$ sec、 $s=1$)

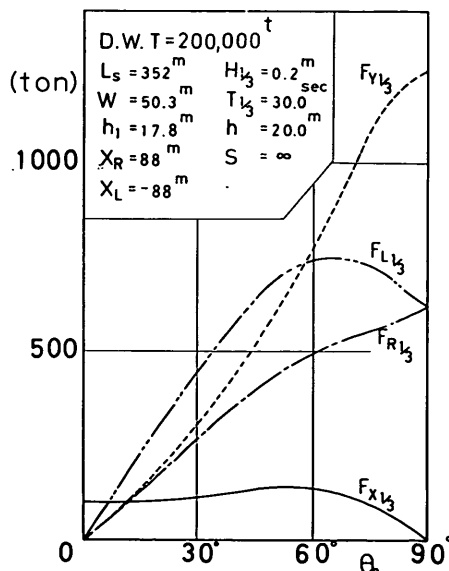


図-38 船体およびドルフィンに働く波力の 1/3 最大値 ($H_{1/3}=0.2$ m、 $T_{1/3}=30$ sec、 $s=\infty$)

よって検討する必要がある。今後、機会を見て計算値の検証を行ない、信頼度を高めたいと考える次第である。

5. 結 論

以上、本研究で得られた結果を要約すると次の通りである。

(1) 楕円柱体に作用する波力の理論式を導き、それを用いて、楕円柱体の x 方向および y 方向の質量係数、ならびに平板の場合の質量係数を求めた。

(2) 島堤に働く波力強度の式を導き、完全重複波の波力強度との比で島堤に働く波力強度を無次元化して、その分布形を示した。その結果、入射角によっては、波力強度は重複波の波力強度の 1.8 倍にもなる部分が島堤端から 0.2 波長付近に生じることがわかった。さらに、島堤に働く波力強度の最大値は、 $\alpha \geq 30^\circ$ の範囲ではどのような α の値に対しても重複波の波力強度より大きくなることも明らかになった。

(3) 不規則変動波力について、超過危険率を考慮したときの最大値と代表値との関係を求めた。

(4) 島堤に働く規則波の波力強度の式から不規則波による波力強度のスペクトルの式を導き、波力強度のスペクトルを計算した。 $B=200\text{m}$, $h=10\text{m}$, $T_{1/3}=10\text{sec}$ の条件では、有義波高に対応する重複波の波力強度の 1.5 倍程度の波力が作用する箇所があることが見出された。

(5) 船体を楕円柱体と仮定して、楕円柱体に働く波力の式から二次元スペクトルをもつ不規則波が船体に作用した場合の波力のスペクトルおよびドルフィンにかかる力のスペクトルを求めた。

(6) 船体にかかる波力およびドルフィンにかかる力を重量トン数が 20 万トクラスのタンカーの場合について計算した。それによると $H_{1/3}=1.0\text{m}$, $T_{1/3}=10\text{sec}$ の波で、方向分散のパラメータが $s=1$ の場合、 $\theta_0=90^\circ$ で $F_{y_{1/3}}=1,950\text{ton}$, $F_{L_{1/3}}=F_{R_{1/3}}=1,400\text{ton}$ もの強大な力が働き、この力は s が大きくなると $\theta_0=90^\circ$ 付近では次第に大きくなるが、 $\theta_0 < 70^\circ$ では小さくなる。波の主方向が小さくなるに従って F_y , F_L , F_R は急激に小さくなるけれども、 F_x はあまり変化しない。 F_x の値は F_y , F_L , F_R の値に比して小さく、 s によってあまり変化しない。

あ と が き

本研究の全般的指導は合田が行ない、吉村が理論展開

および計算を行なった。

なお、本研究の計算は全て当研究所の電子計算機 TOSBAC-3400 を使用して行なったものである。

最後に、図面の整理をしていただいた波浪研究室員 福森利夫技官に深く感謝する次第である。

(1971年9月30日受付)

参 考 文 献

- 1) 合田良実・吉村知司・伊藤正彦：島堤による波の反射および回折に関する研究，港湾技術研究所報告，第10巻2号，1971，pp. 3~52.
- 2) MacCamy, R. C. and Fuchs, R. A.: Wave force on piles: diffraction theory, *Tech. Memo. No. 69* BEB, 1954.
- 3) 井島武士：海岸工学，朝倉土木講座 19，朝倉書店，1971，pp. 283~291.
- 4) 永田 豊・彦坂繁雄・宮崎正衛：海洋物理Ⅲ(海洋科学基礎講座 3)，東海大学出版会，1971，pp. 53~87.
- 5) Neumann, G.: On ocean wave spectra and a new method of forecasting wind-generated sea, *Tech. Memo. No. 43*, BEB, 1953.
- 6) Bretschneider, C. L.: Wave variability and wave spectra for wind-generated gravity waves, *Tech. Memo. No. 118*, BEB, 1959.
- 7) 光易 恒：風波のスペクトルの発達 (2)，第17回海岸工学講演会論文集，1970，pp. 1~7.
- 8) 前出文献 7) による。
- 9) Pierson, W. J. and Moskowitz, L.: A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigoroskii, *Jour. Geophysical Res.*, Vol. 69, No. 24, 1965, pp. 5181~5190.
- 10) 前出文献 4) による。
- 11) Ewing, J. A.: Some measurement of the directional wave spectrum, *Jour. Marine Res.*, Vol. 27, No. 2, pp. 163~171.
- 12) Barnett, T. P. and Wilkerson, J. C.: On the generation of wind waves as inferred from airborne measurement of fetch-limited spectra, *Jour. Marine Res.*, Vol. 27, No. 2, pp. 163~171.
- 13) Barnett, T. P.: On the generation, dissipation, and prediction of ocean wind waves, *Jour. Geophysical Res.*, Vol. 73, No. 2, 1968.
- 14) 井上篤次郎：波浪の数値予報，日本海洋学会1970年春季大会「海洋開発と沿岸波浪のシンポジウム」講演。
- 15) Borgman, L. E.: Spectral analysis of ocean wave forces on piling, *Jour. Waterways and Harbors Div.*, ASCE, WW2, 1967, pp. 129~156.
- 16) 前出文献 3) による。

海中に孤立した巨大構造物に働く波力の計算

- 17) 合田良実・永井康平・伊藤正彦: 名古屋港における波浪観測 第3報——現地波浪の回折現象ならびに統計的性質について——, 港湾技研資料, No. 120, 1971年6月, 24 p.
- 18) Goda, Y.: Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, *Rept. of Port and Harbor Res. Inst.*, Vol. 9, No. 3, 1970, pp. 3~51.
- 19) Longuet-Higgins, M. S.: On the statistical distribution of the heights of sea waves, *Jour. Marine Res.*, Vol. XI, No. 3, 1952, pp. 245~266.
- 20) 伊藤喜行・谷本勝利: 混成防波堤の蛇行災害, 港湾技研資料 No. 112, 1971, 20 p.

- g : 重力加速度
 h : 水深
 h_1 : 静水面下の構造物の吃水
 $h(\theta)$: スペクトルの方向分散を示す関数
 H : 波高
 H_{in} : 入射波高
 $H_{1/3}$: 有義波の波高
 H_{max} : 最高波高
 $H(\xi_0)$: ϕ を ξ, η の分離関数とした時の ξ のみの関数
 $J_r(v_1)$: 第1種 Bessel 関数
 k : 波数 $k=2\pi/L$
 k_1 : $k_1=kB/4$
 K_F : $K_F=(1/kh)\tanh kh$
 L : 波長
 L_s : 船長
 l_1 : 左堤端からの回折波による極大値間隔
 l_2 : 右堤端からの回折波による極大値間隔
 $Me_n^{(2)}(\xi)$: 変形された Mathieu 方程式の解
 M_0 : 波力による原点まわりのモーメント
 M_x : x 方向の波力によるモーメント
 M_y : y 方向の波力によるモーメント
 n : 境界における法線方向の軸
 $Ne_n^{(2)}(\xi_0)$: 変形された Mathieu 方程式の解
 p : 波圧
 $p(\zeta_H)$: ζ_H の出現確率
 $p(\zeta_1, \lambda_L)$: ζ_1 と λ_L の結合分布関数
 $p_{\lambda_L}(\zeta_H)$: λ_L が生じた時の ζ_H の出現確率
 p_n : 入射波を Mathieu 関数で展開した時の係数
 P : 波力強度
 $Q(\eta)$: ϕ を ξ, η の分離関数とした時の η のみの関数
 $Re []$: [] 内の実数部
 R_ζ : ζ の自己相関関数
 s : スペクトルの方向分散関数のパラメータ式(98)
 s_n : 入射波を Mathieu 関数で展開した時の係数
 $sc_n(\eta)$: 奇関数を示す Mathieu 方程式の解
 $S_\zeta(f)$: ζ の周波数スペクトル
 $S_\zeta(f, \theta)$: ζ の二次元スペクトル
 $Sc_n(\xi)$: 変形された Mathieu 方程式の解
 t : 時間
 T : 周期

主要記号一覧表

- a : 楕円の長軸
 a_0 : Mathieu 方程式の固有値
 a_i : 波の振幅
 a_T : 波長と周期の関係を示す係数
 $A_r^{(n)}$: 偶関数を示す Mathieu 関数の係数
 b : 楕円の短軸
 B : 楕円の焦点距離, あるいは島堤の長さ
 B_1 : 左堤端から波力強度の極大値までの距離
 B_2 : 右堤端から波力強度の極大値までの距離
 $B_r^{(n)}$: 奇関数を示す Mathieu 関数の係数
 C_{mx} : x 方向の楕円柱体の質量係数
 C_{my} : y 方向の楕円柱体の質量係数
 $ce_n(\eta)$: 偶関数を示す Mathieu 方程式の解
 $Ce_n(\xi)$: 変形された Mathieu 方程式の解
 D' : 楕円柱体による入射波の遮蔽距離
 D : 仮想円柱の径
 $E[]$: [] 内の期待値
 f : 周波数
 F : 波力
 F_x : x 方向の波力
 F_y : y 方向の波力
 F_L : 左側固定点に働く y 方向の波力
 F_R : 右側固定点に働く y 方向の波力
 F_{xL} : 左側固定点に働く x 方向の波力
 F_{xR} : 右側固定点に働く x 方向の波力
 $F_{1/3}$: 波力 F の 1/3 最大値
 $F_{1/10}$: 波力 F の 1/10 最大値

注) 波力 F , モーメント M , 波力強度 P のうち, 太体字の記号は時間的に変化する量を表わし, 細字体の記号は振幅または極大値を表わす。

u : x 方向の水粒子速度	ζ : 海面の水位変動量
v : y 方向の水粒子速度	ζ_H : 波高の無次元量 $\zeta_H = H/\bar{H}$
v_1 : $v_1 = k_1 \exp(-\xi_0)$	η : 楕円座標
v_2 : $v_2 = k_1 \exp(\xi_0)$	θ : 波の進行方向角
V : 風速	θ_0 : スペクトルの方向分散における主方向
w_0 : 水の単位体積当りの重量	λ_L : 波長の無次元量 ($\lambda_L = L/\bar{L}$)
W : 船の幅	ξ : 楕円座標
x : 静水面における座標	ξ_0 : 楕円の境界
x_0 : y 方向の波力の作用点	σ : 角振動数 $\sigma = 2\pi/T$
$x(t)$: 一つのランダム変動量	τ_x : x のずらし量
x_L : 原点から左側固定点までの距離	τ_y : y のずらし量
x_R : 原点から右側固定点までの距離	τ_t : t のずらし量
y : 静水面における座標	τ_T : 周期の無次元量 $\tau_t = T/\bar{T}$
y_0 : x 方向の波力の作用点	Φ : 速度ポテンシャル
$y(t)$: ランダム変動量 $x(t)$ の応答変動量	$\phi(x, y)$: 水面波形を表わす関数
$Y_r(v_1)$: 第2種 Bessel 関数	ϕ_0 : 速度ポテンシャルの式における定数
z : 鉛直上方正の座標	ϕ_i : ランダム変動量とその応答量との関係を示す関数
α : 入射波の進行方向と x 軸とのなす角	
ε : 波の初期位相	

附 録

Mathieu の微分方程式の固有値の決定方法

Mathieu の微分方程式は次のように与えられる。

$$\frac{d^2Q}{d\eta^2} + (a_c - 2k_1^2 \cos 2\eta)Q = 0 \quad (1)$$

この方程式の解を級数展開で次のように表わす。

$$ce_{2n}(\eta) = \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r}^{(2n)} \cos 2r\eta \quad (2)$$

$$ce_{2n+1}(\eta) = \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r+1}^{(2n+1)} \cos(2r+1)\eta \quad (3)$$

$$se_{2n+1}(\eta) = \sum_{r=0}^{\infty} B_{2r+1}^{(2n+1)} \sin(2r+1)\eta \quad (4)$$

$$se_{2n+2}(\eta) = \sum_{r=0}^{\infty} B_{2r+2}^{(2n+2)} \sin(2r+2)\eta \quad (5)$$

ここで式(2)~(5)で与えられる関数による固有値を a_{2n} , a_{2n+1} , b_{2n+1} , b_{2n+2} とする。このような固有値が決定できれば式(2)~(5)の $A_r^{(n)}$, $B_r^{(n)}$ を容易に決定することができる。

例えば、式(4)の固有値が決定できたと仮定して、式(4)を式(1)に代入すると、

$$\left. \begin{aligned} (b_{2n+1} - 1 + K)B_1^{(2n+1)} - KB_3^{(2n+1)} &= 0 \\ [b_{2n+1} - (2r+1)^2]B_{2r+1}^{(2n+1)} - K(B_{2r+3}^{(2n+1)} + B_{2r-1}^{(2n+1)}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (r \geq 1) \quad (6)$$

ただし、

$$K = k_1^2 = (\pi B/2L)^2$$

となる。ここで、

$$v_1 = B_3^{(2n+1)}/B_1^{(2n+1)}, \quad v_3 = B_5^{(2n+1)}/B_3^{(2n+1)}$$

とすると、式(6)は

$$\left. \begin{aligned} (b_{2n+1} - 1 + K) - Kv_1 &= 0 \\ [b_{2n+1} - (2r+1)^2] v_{2r-1} - K(v_{2r+1}v_{2r-1} + 1) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (r \geq 1) \quad (7)$$

となって、この式(7)から $v_1, v_3, v_5 \dots$ が決定できる。前論文の p. 12 で示したように $\sum_{r=0}^{\infty} [B_{2r+1}^{(2n+1)}] = 1$ であるから

$$[B_1^{(2n+1)}]^2 [v_1^2 + v_1^2 v_3^2 + v_1^2 v_3^2 v_5^2 + \dots] = 1 \quad (8)$$

となる。しかし r が大きくなると $v_{2r+1} \rightarrow 0$ に収束するから式(8)の [] 内は適当な r で計算すればよい。これによって $B_1^{(2n+1)}$ が求まるので漸次 $B_3^{(2n+1)}, B_5^{(2n+1)} \dots$ を決定することができる。

他の関数も固有値が計算されているならば、同様の方法で係数を決定することができる。そこで、次に固有値の決定方法を考える。

1. K による級数展開で求める方法

計算方法はすべての関数で同じであるから、周期 2π の奇関数 $se_{2n+1}(\eta)$ の固有値 b_{2n+1} の決定法を説明する。

$K=0$ の場合、式(1)は

$$\frac{d^2Q}{d\eta^2} + b_{2n+1}Q = 0 \quad (9)$$

となる。この式(9)は単振動の運動方程式で容易に解くことができる。そこで、式(9)を参照して、 $K \neq 0$ の場合の固有値 b_{2n+1} および Q を K の級数として次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} b_{2n+1} &= (2n+1)^2 + \alpha_1 K + \alpha_2 K^2 + \alpha_3 K^3 + \dots \\ Q &= \sin(2n+1)\eta + D_1(\eta)K + D_3(\eta)K^2 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(10)を式(1)に代入して、各 K の係数を比較すると

$$\left. \begin{aligned} K^0: & -(2n-1)^2 \sin(2n+1)\eta \\ & + (2n+1)^2 \sin(2n+1)\eta = 0 \\ K^1: & D_1''(\eta) + D_1(\eta) + \alpha_1 \sin(2n+1)\eta \\ & - 2 \sin(2n+1)\eta \cos 2\eta = 0 \\ K^2: & D_3''(\eta) + (2n+1)^2 D_3(\eta) \\ & + \alpha_1 D_1(\eta) + \alpha_2 \sin(2n+1)\eta \\ & - 2D_1(\eta) \cos^2 \eta = 0 \\ & \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

となる。

(i) $n=0$ の固有値 b_1

式(11)に $n=0$ を代入して、 $\alpha_1, \alpha_2 \dots$ を求めていく。

$$K^0: -\sin \eta + \sin \eta = 0 \quad (12)$$

$$K^1: D_1''(\eta) + D_1(\eta) + (\alpha_1 + 1) \sin \eta - \sin 3\eta = 0 \quad (13)$$

$D_1''(\eta) + D_1(\eta) + (\alpha_1 + 1) \sin \eta = 0$ の特別解は

$$\frac{1}{2}(\alpha_1 + 1)z \sin \eta$$

になる。この特別解は周期解でないから

$$\alpha_1 = -1 \quad (14)$$

となる。式(14)を式(13)に代入してその特別解を求めると、

$$D_1(\eta) = -\frac{1}{8} \sin 3\eta \quad (15)$$

となる。

$$K^2: D_2''(\eta) + D_2(\eta) + \alpha_1 D_1(\eta) - \alpha_2 \sin \eta - 2D_1(\eta) \cos 2\eta = 0 \quad (16)$$

式(16)に式(14), (16)を代入して整理すると

$$D_2''(\eta) + D_2(\eta) + \frac{1}{8} \sin 3\eta + \frac{1}{8} \sin 5\eta + \left(\alpha_2 + \frac{1}{8}\right) \sin \eta = 0 \quad (17)$$

となって, K^1 の場合と同様に

$$\alpha_2 = -\frac{1}{8} \quad (18)$$

$$D_2(\eta) = \frac{1}{64} \sin 3\eta + \frac{1}{192} \sin 5\eta \quad (19)$$

となる。

このようにして K^3, K^4, \dots の各係数を定めることができ, 最終的には

$$b_1 = 1 - K - \frac{1}{8} K^2 + \frac{1}{64} K^3 + \frac{11}{86864} K^5 + \dots \quad (20)$$

となる。

$n \geq 1$ の場合も同様にして計算できるけれども, 式(20)からわかるように K の値が大きくなるにつれて固有値を正確に求めるためには多くの項数を必要とする。

そこで, 他の方法を考える。

2. 漸化式による方法

$se_{2n+1}(\eta)$ に関する漸化式は式(7)のようになる。この式から次のような関係が求まる。

$$E_1 = -\frac{Kv_{2r+1}}{(2r+1)^2} = \frac{K^2/[(2r+1)^2(2r+3)^2]}{1 - \frac{b_{2n+1}}{(2r+3)^2}} - \frac{K^2/[(2r+3)^2(2r+5)^2]}{1 - \frac{b_{2n+1}}{(2r+5)^2}} - \frac{K^2/[(2r+5)^2(2r+7)^2]}{1 - \frac{b_{2n+1}}{(2r+7)^2}} - \dots \quad (21)$$

$$E_2 = -\frac{Kv_{2r+1}}{(2r+1)^2} = 1 - \frac{b_{2n+1}}{(2r+1)^2} + \frac{K^2/[(2r+1)^2(2r-1)^2]}{1 - \frac{b_{2n+1}}{(2r-1)^2}} - \dots - \frac{K^2/(3^2 \cdot 1^2)}{a-1+K} \quad (22)$$

このように連分数で表わされる式(21), (22)はお互い

に等しいから $E_1 = E_2$ とおいて, $K \rightarrow 0$ にすると

$$b_{2n+1} = (2r+1)^2 \quad (23)$$

となって, この固有値は $n=r$ の固有値である。

$K \neq 0$ の場合の固有値は次のようにして求めることができる。

まず, $b_{2n+1} = (2n+1)^2$ とおいて式(21)および式(22)に代入して E_1 と E_2 を比較し, $E_1 > E_2$ ならば b_{2n+1} を小さくし, $E_1 < E_2$ ならば b_{2n+1} を大きくして, $E_1 = E_2$ が等しくなるように b_{2n+1} を決定する。

他の関数の固有値も同様の方法で決定できる。

このような方法でも $K > 27$ では必要な固有値のすべてを決定することはできない。そこで, さらに次の方法を考える。

3. 漸化式の応用による方法

2.の方法によって, 固有値 b_1 だけは $K > 27$ でも容易に求めることができるから, このことを利用して, 次のようにして固有値を求める。

まず, 式(7)の漸化式を次のように整理する。

$$f(b_{2n+1}) = 1 - b_{2n+1} + K + \frac{K^2/3^2 \cdot 1^2}{1 - \frac{b_{2n+1}}{3^2}} - \frac{K^2/(3^2 \cdot 5^2)}{1 - \frac{b_{2n+1}}{5^2}} - \frac{K^2/[(2r-1)^2(2r+1)^2]}{1 - \frac{b_{2n+1}}{(2r+1)^2}} - \dots = 0 \quad (24)$$

固有値 b_{2n+1} は $f(b_{2n+1}) = 0$ の方程式の解であり, $b_1 < b_3 < b_5 < \dots$ となっているから, 2.の方法で求まる b_1 の値を少しずつ大きくして, まず b_3 の値を求め, さらに b_5, b_7, \dots の値を求める。

$b_L < b_{2n+1} < b_M$ で, b_L および b_M が b_{2n+1} の近くの値であるならば

$$\left. \begin{aligned} f(b_L) &> 0 \\ f(b_M) &< 0 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

となるから, b_{2n+1} を決定することができる。式(3), (5)の最初の固有値, a_1, b_2 は K が大きくなった場合, 2.の方法では解けないので, b_1 の値を用いて次のように解く。

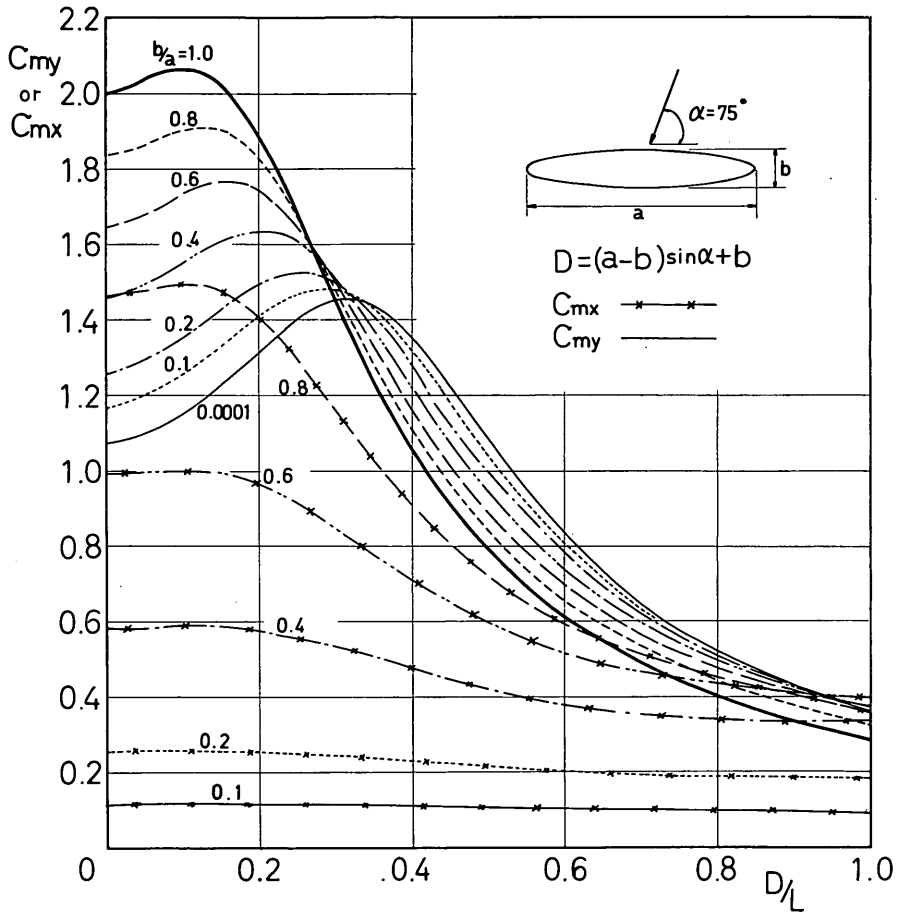
$a_1 > b_1$ であるから, 式(24)と同じ形の a_{2n+1} の方程式をつくり, b_1 から出発して, a_{2n+1} の方程式を満足する a_1 を見つける。 a_1 が求めれば b_{2n+1} を求めた同じ方法で行なえばよい。

海中に孤立した巨大構造物に働く波力の計算

b_3 の値は K が大きくなった場合 $b_1 \doteq a_1$ となる。そこで、 $K > 27$ の場合、十分な精度で $b_3 \doteq a_1$ であることを確認して $b_3 = a_1$ とおいた。

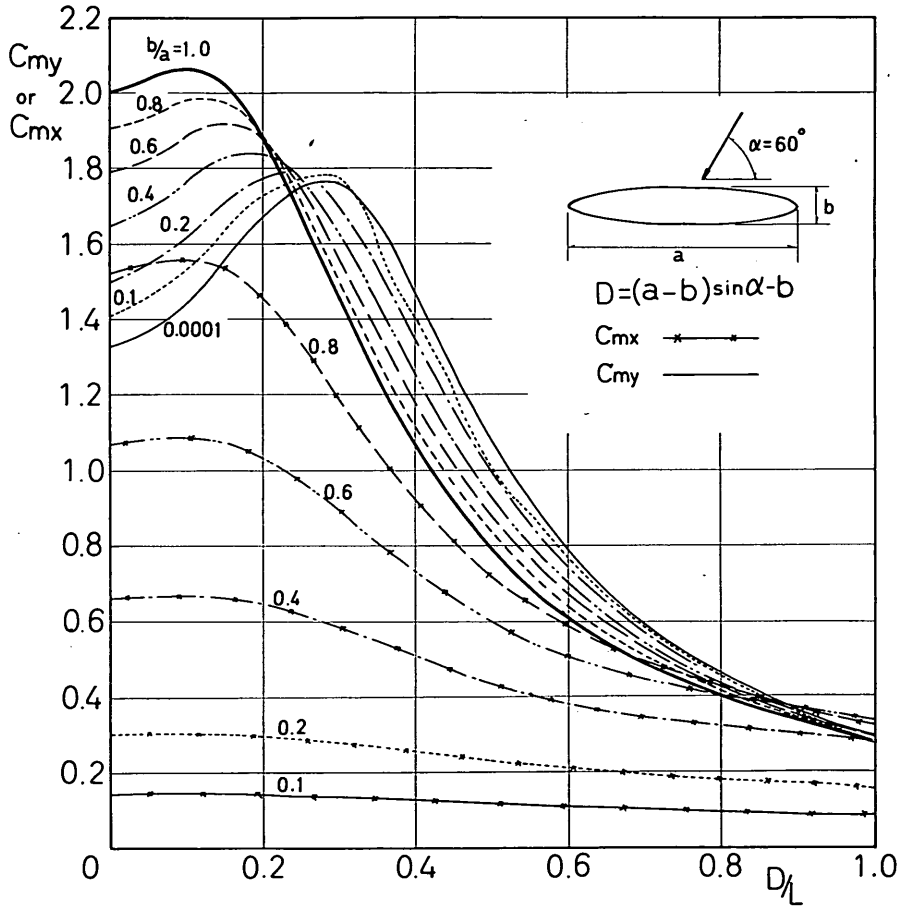
以上、固有値の求め方について述べたけれども、式(2)

は本論文の解析に必要でなかったため、その固有値の求め方については検討していない。しかし、ほぼ同様の方法が適用できるものと予想される。

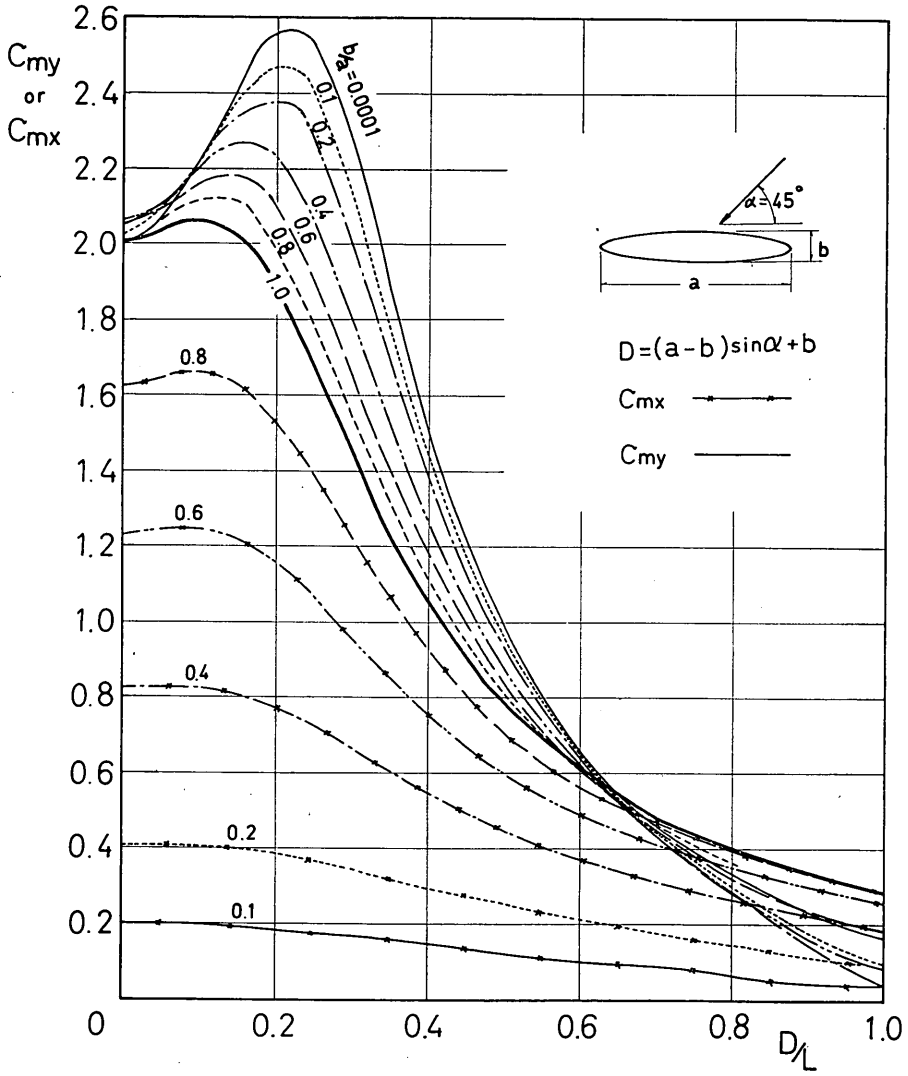


附図-1 質量係数 C_{mx} および C_{my} ($\alpha=75^\circ$)

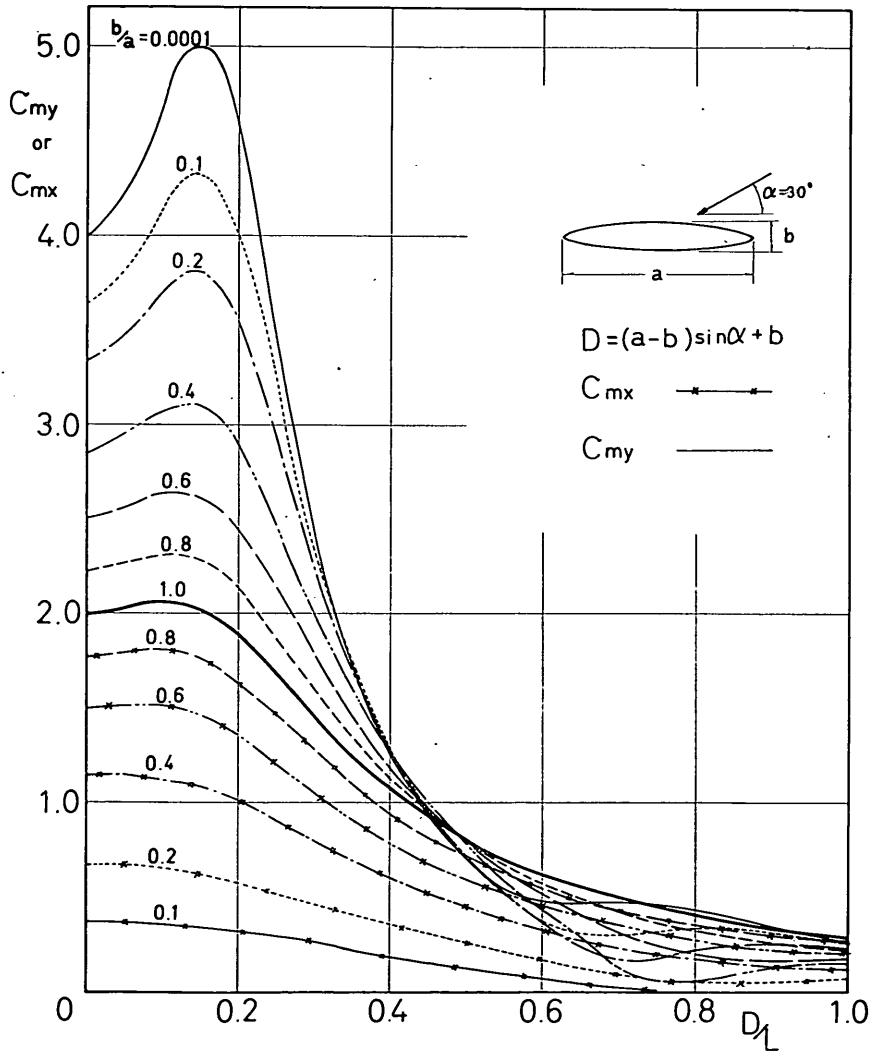
海中に孤立した巨大構造物に働く波力の計算



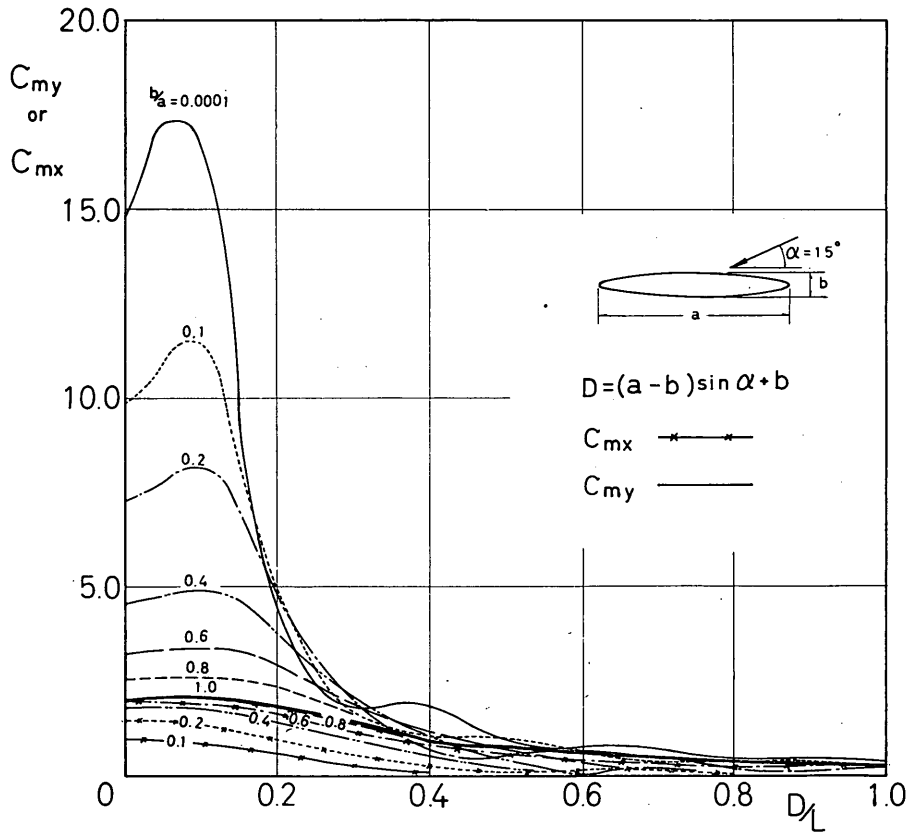
附図-2 質量係数 C_{mx} および C_{my} ($\alpha = 60^\circ$)



附図-3 質量係数 C_{mx} および C_{my} ($\alpha = 45^\circ$)



附図-4 質量係数 C_{mx} および C_{my} ($\alpha = 30^\circ$)



附図-5 質量係数 C_{mx} および C_{my} ($\alpha=15^\circ$)