

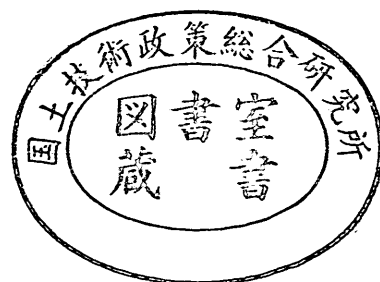
運輸省港湾技術研究所

港湾技術研究所 報告

REPORT OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH
INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT

VOL. 10 NO. 2 June 1971

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



港湾技術研究所報告は第7巻第1号より年4回定期的に刊行する。

報告の入手を希望する方は論文番号を明記して港湾技術研究所長に申し込んで下さい。

The Report of the Port and Harbour Research Institute is published quarterly, either in Japanese or in occidental languages. The title and synopsis are given both in Japanese and in occidental languages.

The copies of the Report are distributed to the agencies interested on the basis of mutual exchange of technical publication.

Inquiries relating to the Report should be addressed to the director of the Institute specifying the numbers of papers in concern.

港湾技術研究所報告 (REPORT OF P.H.R.I.)

第 10 卷 第 2 号 (Vol. 10, No. 2), 1971年 6 月(June 1971)

目 次 (CONTENTS)

1. 島堤による波の反射および回折に関する研究
.....合田良実, 吉村知司, 伊藤正彦..... 3
(Reflection and Diffraction of Water Waves by an Insular Breakwater
.....Yoshimi GODA, Tomotsuka YOSHIMURA, Masahito Iro)
2. 漂砂の連続的な現地観測について
——海底地形変動に関する一考察——
.....入江 功, 天坂三朗..... 53
(On the Continuous Observation of Littoral Drift in the Field
—A Note on the Variation of the Sea Bottom Level—
.....Isao IRIE, Mitsuaki TENSUKA)
3. 新しい方法による波動の数値計算
——防波堤周辺の波高分布への適用——
.....伊藤喜行, 谷本勝利..... 97
(A New Method of Numerical Analysis of Wave Propagation
—Application to Wave Height Distribution along Breakwater—
Yoshiyuki Iro, Katsutoshi TANIMOTO)
4. 水面波の 2, 3 の性質について
.....浜田徳一..... 121
(On Some Properties of Water Surface Waves
.....Tokuichi HAMADA)
5. 河口侵入波におよぼす河口流の効果
.....金子安雄, 上野信行..... 147
(Experimental Study On Wave Height Damping Effects Due to Opposing Current
.....Yasuo KANEKO, Nobuyuki UENO)
6. 粗粒径土砂混合水による鋼材の摩耗特性について
.....宮崎昭児, 奥出 律, 津村悦夫..... 163
(Abrasion Properties of Steels against Coarse Solid-Water Mixtures
.....Shoji MIYAZAKI, Tadasu OKUDE, Etsuo TSUMURA)

3. 新しい方法による波動の数値計算

—防波堤周辺の波高分布への適用—

伊 藤 喜 行* ・ 谷 本 勝 利**

要 旨

任意形状の水域における波動問題の解法として、「数値波動解析法」を新たに提唱し、防波堤周辺の波高分布への応用例を示した。この方法は、次の「表面基礎方程式」

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_0}{\partial t} &= -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial t} &= -g \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= -\frac{1}{k} \tanh kh \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\}$$

を (η は水位, u_0, v_0 は表面粒子速度), 与えられた境界条件のもとに初期状態から出発して差分法によって解くものである。

まず半無限堤, 島堤などの回折波に関する解析解と比較して本方法の実用性を確認したのち, ハネを有する防波堤など, 二, 三の場合について計算結果を掲げた。また, 任意反射率の場合についても, 「造波板方式」と称する計算手法を編み出し, 完全消波堤周辺の波高分布を求めた。

この数値波動解析法は, 入射波の不規則性をも考慮した任意水深の水域における波動の諸問題へ拡張できるものと考えられる。

* 水工部 防波堤研究室長

** 水工部 主任研究官

A New Method of Numerical Analysis of Wave Propagation —Application to Wave Height Distribution along Breakwater—

Yoshiyuki ITO*

Katsutoshi TANIMOTO**

Synopsis

A new method is presented to obtain numerically wave patterns in arbitrary shaped regions. The principle is to solve the following basic equations under given boundary conditions from a certain initial state,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_0}{\partial t} &= -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial t} &= -g \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= -\frac{1}{k} \tanh kh \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\}$$

where, η is water elevation, u_0 and v_0 are water particle velocity components at the surface.

The validity of this method is confirmed by comparing computed wave height distributions along a semi-infinite or a detached breakwater with those obtained from conventional analytical solutions. As examples of application, wave height distributions along a breakwater with a short wing, with a narrow breach or of a finite width are calculated.

The effect of reflecting power of breakwater is also examined by replacing the breakwater to a wave generator and superposing the generated wave to incoming wave.

This new method of numerical analysis is expected to be applied to more generalized problems including the water depth variation, the irregularity of wave profile and so on.

* Chief of Breakwater Laboratory, Hydraulics Division

** Senior Research Engineer, Hydraulics Division

目 次

要 旨	97
1. 序 論	101
2. 基礎方程式	101
2.1 運動および連続の方程式と境界条件.....	101
2.2 表面基礎方程式.....	102
2.3 無次元系における表面基礎方程式.....	103
3. 数値計算の方法	103
3.1 計算領域.....	103
3.2 差分方程式.....	104
3.3 初期条件と境界条件.....	104
3.4 計算の安定条件.....	105
4. 解析解との比較	105
4.1 半無限堤直角入射.....	105
4.2 島堤直角入射.....	105
4.3 半無限堤斜め入射.....	106
5. 二、三のケースに対する適用例	107
5.1 ハネを有する防波堤.....	107
5.2 ケーソン抜け出しの効果.....	107
5.3 堤幅の効果.....	108
6. 任意反射率を有する防波堤への適用.....	108
6.1 造波板方式による計算法.....	109
6.2 消波工を有する防波堤への適用例.....	110
7. 波動の問題に対する今後の応用	110
参考文献	111
付録 半無限堤堤端附近の波のパターン	112

1. 序 論

防波堤の遮蔽効果を求めるためには、その回折効果のみならず、背後の境界からの反射および水深変化の影響をも含めた港内の静穏度を明らかにしなければならない。従来、波の回折、屈折および反射に対してはそれぞれ理論的あるいは実験的研究が行なわれてきたが、総合的な波高分布は主として水理模型実験に頼っているのが現状である。もし港内の擾乱の諸要因を一括して理論的に取扱うことができれば、防波堤の適切な配置の決定に寄与するところが大きい。

このような方向での研究は、近年フランスなどで行なわれており、一定水深任意形状の港内における波高分布を求める方法が得られ、¹⁾ さらに屈折効果をも含めた任意水深港域における解法に発展させられたことが報告されている。^{2), 3)} これらの方法は定常状態に対する境界値問題としての解法である。

一方、筆者らは既に昭和35年のチリ地震津波以来、長周期波に対する防波堤の効果という観点から類似の問題を扱い、数値計算法を確立してきた。^{4), 5), 6), 7), 8), 9)} ここでは静穏領域へ津波が来襲する場合を対象とし、ある初期条件から出発して計算を行なうことにより、過渡状態と定常状態における解を数値的に求めた。

今回、この手法をさらに通常周期の波に対しても適用できるよう発展させ、本報告ではそれを数値波動解析法と称することにした。津波の場合は、実際の現象としてむしろ過渡状態が重要であるが、通常周期の波においては、一般には定常状態の解を得ることが目的であり、過渡状態の計算はそこに至る過程とみなせばよいことになる。

計算の基礎となる式は、従来の回折波理論等における扱いと同様に一定水深水域の微小振幅波動に対して導びかれたもので、未知函数として表面の値（水位、粒子速度）だけを含む線形方程式である。

この方法によって、任意形状の防波堤による波の回折に関する問題はほとんど解決されることとなり、その背後の完全反射性境界を取入れることはもちろん可能であろう。また一定水深という条件を、微小振幅波理論の結果が屈折の問題に適用できるのと同様に、任意水深へ拡張することも可能な筈である。

さて本報告では、これらのうち第一の回折に関連するものとして、防波堤周辺の波高分布の問題を取上げた。すなわち、まず直立半無限堤および島堤についての計算

結果を解析解と比較して実用上十分な精度で使用できることを確認したのち、ハネを有する防波堤等従来の回折波理論では解けなかった境界条件に対して、その周辺波高分布を求めた。

さらに、回折波等の取扱いにおけるもう一つの困難な問題点として残されていた境界条件の質的な面、すなわち任意反射率を有する防波堤に対し、造波板方式と名づけた計算方式を編み出して、その適用例を示した。これは回折現象における防波堤の効果が、前面ではその反射率に対応する波高の波を起し、背面では入射波を打ち消すような波を造る造波板と全く同等であるという原理に基づくものである。

2. 基礎方程式

本章では数値波動解析法の基礎となる表面基礎方程式の誘導を示す。ここで取扱うのは非圧縮性理想流体の一定水深水域における微小振幅波動で、無渦運動を仮定する。表面基礎方程式は表面での未知函数のみを含む変形された運動方程式と連続方程式であり、これを基礎として以後の計算を行なうという意味でこのように名づけたものである。最終的には、実際数値計算において使用される無次元の方程式に変換される。

2.1 運動および連続の方程式と境界条件

一定水深水域における微小振幅波動を図2-1に示す座標系において取扱う。このような運動を支配するオイラーの運動方程式と連続の方程式および表面と底面における境界条件は、非線形項を省略すると次のようになる。

運動方程式

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.1)$$

連続方程式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots(2.2)$$

水面および底面条件

$$p|_{z=0} = 0 \quad \dots\dots(2.3)$$

$$w|_{z=0} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \dots\dots(2.4)$$

$$w|_{z=-h} = 0 \quad \dots\dots(2.5)$$

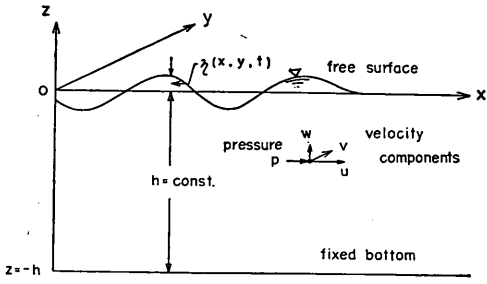


図 2-1 座標系
Fig. 2-1 Co-ordinate system

2.2 表面基礎方程式

式(2.1)~(2.5)が微小振幅波動に対する基礎方程式と境界条件であるが、これを実際に数値計算が容易に行なえるようにするため、さらに次のような変形を行なって、未知函数として表面の値だけを含む表面基礎方程式を導びく。その際、変形を容易にするため速度ポテンシャルの場で運動を考える。

一定水深水域における速度ポテンシャルは、底面条件式(2.5)を考慮して次のように与えられる。

$$\phi = \psi(x, y, t) \cosh k(h+z) \quad \dots\dots(2.6)$$

ここに k は定数であり、その物理的意味については後で考察する。式(2.6)において通常の見取りと違うところは、時間 t に関して変数分離の形におかない点である。

このような速度ポテンシャルを用いて、速度成分はそれぞれ次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u &= -\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\cosh k(h+z) \frac{\partial \psi}{\partial x} \\ v &= -\frac{\partial \phi}{\partial y} = -\cosh k(h+z) \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ w &= -\frac{\partial \phi}{\partial z} = -k\psi \sinh k(h+z) \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.7)$$

ここで表面における値を求めれば、

$$u_0(x, y, t) \equiv -\cosh kh \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$v_0(x, y, t) \equiv -\cosh kh \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$w_0(x, y, t) \equiv -k\psi \sinh kh$$

となり、したがって式(2.7)は次のように書くことができる。

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} u_0(x, y, t) \\ v &= \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} v_0(x, y, t) \\ w &= \frac{\sinh k(h+z)}{\sinh kh} w_0(x, y, t) \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.8)$$

次に圧力 p は、式(2.6)で与えられた速度ポテンシャルを運動方程式に代入し積分することによって、

$$-\cosh k(h+z) \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + gz = 0$$

となるから、自由水面の条件式(2.3)を用いて次のように与えられる。

$$p = \rho g \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \eta(x, y, t) - \rho g z \quad \dots\dots(2.9)$$

式(2.8)の w_0 は表面の境界条件式(2.4)で与えられているから、結局もとの基礎方程式における未知函数 u, v, w および p を定数 k と表面における未知函数 u_0, v_0 および η によって表わすことができた。これらの関係を式(2.1)の第1, 第2式および(2.2)へ代入することによって、新しい未知函数に関する運動方程式と連続の方程式が次のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_0}{\partial t} &= -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial t} &= -g \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= -\frac{1}{k} \tanh kh \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.10)$$

これが、我々の計算に用いる表面基礎方程式である。

一方、式(2.1)の第3式からは定数 k に対する条件式として、

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = -kg \tanh kh \cdot \eta \quad \dots\dots(2.11)$$

が得られる。これは η が、周期 $T (=2\pi/\sigma)$ を有するとき、

$$\sigma^2 = kg \tanh kh \quad \dots\dots(2.12)$$

となることを示し、これは $k=2\pi/L$ とおけば、微小振幅波理論における周期と波長の周知の関係と一致する。

任意波形の場合は、このような成分波の合成と考えればよい。

式(2.10)から v_0, u_0 を消去すると、

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{g}{k} \tanh kh \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right)$$

となり、これは

$$c^2 = \frac{g}{k} \tanh kh$$

なる波速 c を有する波動を表わしている。この波速の関係は、もちろん式 (2.12) から得られるものと一致している。

なお、式 (2.10) および式 (2.11) から t に関する偏微分の項を消去すれば

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} + k^2 \eta = 0$$

となって、 η に関する Helmholtz の方程式に帰着する。

2.3 無次元系における表面基礎方程式

実際計算においては、その結果に一般性を持たせるため無次元系を採用する方が便利である。そのため、次のような無次元変数を導入して表面基礎方程式の無次元化を計る。以下添字 * は無次元量であることを示す。

独立変数

$$\left. \begin{aligned} x_* &\equiv \frac{x}{L} = \frac{x}{cT} \\ y_* &\equiv \frac{y}{L} = \frac{y}{cT} \\ t_* &\equiv \frac{t}{T} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.13)$$

従属変数

$$\left. \begin{aligned} u_* &\equiv \frac{u_0}{c} \\ v_* &\equiv \frac{v_0}{c} \\ \eta_* &\equiv \frac{\eta}{a} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.14)$$

ここに、 a は入射波の振幅とする。

以上の関係を用いれば、次のような係数を持たない無次元の表面基礎方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_*}{\partial t_*} &= -\frac{\partial \eta_*}{\partial x_*} \\ \frac{\partial v_*}{\partial t_*} &= -\frac{\partial \eta_*}{\partial y_*} \\ \frac{\partial \eta_*}{\partial t_*} &= -\frac{\partial u_*}{\partial x_*} - \frac{\partial v_*}{\partial y_*} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.15)$$

3. 数値計算の方法

実際の数値計算は、前章で得た無次元の表面基礎方程式を差分方程式に変換して、与えられた初期条件と境界条件のもとに、水位と流速成分をある時間間隔で交互に

step by step に解く方法で行なう。その方法は、筆者らが長期周期波に対する防波堤の効果に関する計算で行なったものと原理的に同じである。ここでは、必要事項のみ簡単にとりまとめておく。

なお、このような差分法の理論的背景、特に安定の問題は Richtmyer と Morton の教科書¹⁰⁾ に詳述されている。

3.1 計算領域

本報告では、一定水深水域の防波堤に沿う波高分布を求める問題のみ扱う。

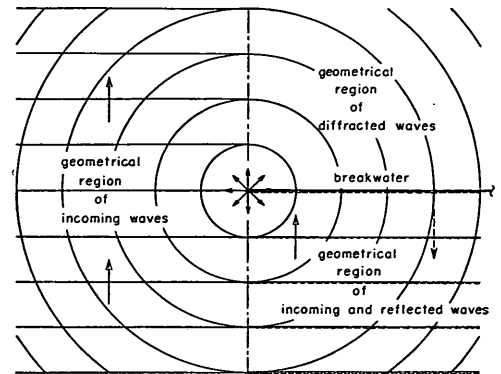


図 3-1 幾何学的波の伝播模様

Fig. 3-1 Propagation pattern of geometrical waves

その簡単な例として、半無限堤に波が直角に入射する場合を考えよう。この場合波の伝播は、図 3-1 に示すように幾何学的な意味における入射波と反射波および堤端に発する回折波の伝播に分けて考えられる。

さてここでは、防波堤に沿う波高分布のみを直接の問題としているわけであるから、計算として有効であるべき範囲は防波堤に沿う水位計算点のみを含む領域でよい。しかし、実際にこのような計算を純粋な入射波に対して遂行するためには、その領域より遥かに広い範囲を取入れなければならない。我々の計算では、図 3-2 に示すような矩形の領域をとり、その周辺で波は完全に反射されるものとした。これは単に計算上のものであって、仮想境界と呼ぶことにする。

このような計算範囲をいかに取るべきかは、一般に防波堤法線形状と波の入射方向およびどの範囲で何周期分有効に計算するかによる。今の例では、防波堤前面に至るまで何ら障害物がないわけであるから、丁度入射波の先端が防波堤に達した状態を初期条件として与えることができる。

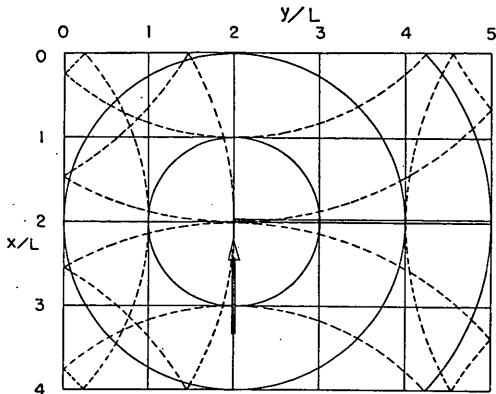


図 3-2 計算領域と幾何学的回折波の伝播模様 4 周期後
Fig. 3-2 Region of computation and propagation of geometrical diffracted wave (after 4 periods)

このような初期条件のもとに、堤端から約 2 波長まで有効に入射波、反射波および回折波のいずれについても 2 周期目のピークが達するまで計算しようと思えば、4 周期分の計算が必要となり、仮想周辺境界を図 3-2 に示したように取ればよい。ここでは、回折波の堤端からの伝播（実線）と仮想境界からの反射（点線）の様子のみ示しているが、入射波および反射波のそれも同様に描くことができ、それらの仮想境界からの反射波は 4 周期後には丁度防波堤周辺にまで達する。沖側仮想境界では、入射波を供給するため速度成分の時間的変化を与える。今の場合、2 周期分の供給が必要である。

これらの考え方は、波に関する水理模型実験において一定の入射波で実験を遂行するため、模型構造物から反射された波が造波板や水槽側壁によって再反射され、それらが構造物に達する以前に実験を終了する実際的方法と対応する。

3.2 差分方程式

無次元化された表面基礎方程式の差分方程式は、図 3-3 に示すような計算点の配置に対して次のようになる。無次元量を表わす* はここでは省略する。

$$\left. \begin{aligned} \eta(i, j)^{t+\frac{\Delta t}{2}} &= \eta(i, j)^{t-\frac{\Delta t}{2}} \\ -\frac{\Delta t}{\Delta x} \{u(i+1, j)^t - u(i, j)^t\} \\ -\frac{\Delta t}{\Delta y} \{v(i, j+1)^t - v(i, j)^t\} \\ u(i, j)^{t+\Delta t} &= u(i, j)^t \\ -\frac{\Delta t}{\Delta x} \{ \eta(i, j)^{t+\frac{\Delta t}{2}} - \eta(i-1, j)^{t+\frac{\Delta t}{2}} \} \\ v(i, j)^{t+\Delta t} &= v(i, j)^t \\ -\frac{\Delta t}{\Delta y} \{ \eta(i, j)^{t+\frac{\Delta t}{2}} - \eta(i, j-1)^{t+\frac{\Delta t}{2}} \} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.1)$$

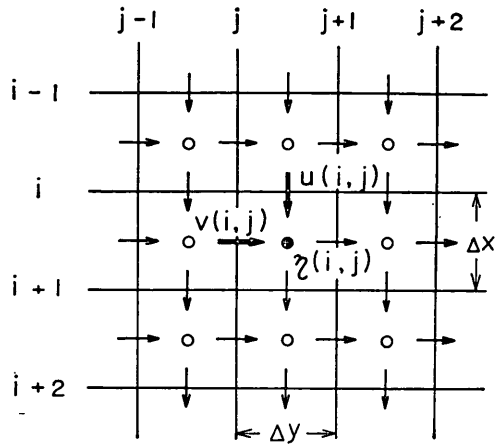


図 3-3 計算点の配列
Fig. 3-3 Arrangement of computing points

3.3 初期条件と境界条件

(1) 初期条件

ここでは、 x の負の方向に進行する単一正弦波列の入射波を対象として計算を行なう。防波堤 ($i=i_0$) に入射波の先端が丁度達した状態を $t=0$ ととれば、初期条件は次のように与えられる。

初期静穏領域 ($i < i_0$)

$$\left. \begin{aligned} \eta(i, j)^{-\frac{\Delta t}{2}} &= 0 \\ u(i, j)^0 &= 0 \\ v(i, j)^0 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.2)$$

初期波領域 ($i \geq i_0$)

$$\left. \begin{aligned} \eta(i, j)^{-\frac{\Delta t}{2}} &= \sin \left[2\pi \left\{ (i-i_0)\Delta x + \frac{\Delta x}{2} - \frac{\Delta t}{2} \right\} \right] \\ u(i, j)^0 &= -\sin \{ 2\pi(i-i_0)\Delta x \} \\ v(i, j)^0 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.3)$$

(2) 境界条件

平面における境界条件には、仮想境界におけるものと防波堤法線に相当する内部境界におけるものの二種がある。前者のうち、沖側周辺境界では次式のような速度成分を与え、残る三辺ではそこの垂直速度成分を零と置く。

沖側境界条件*

$$u(i_0, j)^{n\Delta t} = -\sin n\theta \quad \dots\dots(3.4)$$

* これは、初期波領域に与えた波を初期条件とした差分方程式の解とする速度成分である。詳しくは、参考文献 4) 参照。

ここに,

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta &= 1 - \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 (1 - \cos \varphi) \\ \varphi &= 2\pi \Delta x \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.5)$$

内部境界条件

$$V_n|_s = 0 \quad \dots\dots(3.6)$$

ここに, s は内部境界の周辺, V_n はそれに垂直方向の速度成分を表わす。

なお, 式(3.6)は完全反射に対する条件であるが, 任意反射率を有する場合については第6章で説明する。

3.4 計算の安定条件

差分方程式を安定に計算していくためには, 格子間隔と時間間隔の間に次の関係が成立しなければならない。

$$\Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}}} \quad \dots\dots(3.7)$$

なお, 本報告における全ての計算は,

$$\Delta x = \Delta y = \Delta s = \frac{1}{15}$$

$$\Delta t = \frac{1}{24}$$

の値を用い, 計算時間は4周期分である。

4. 解析解との比較

波の回折については, 半無限堤に対する Sommerfeld

の解¹¹⁾や, 島堤に対し, Mathieu 方程式を解いたもの¹²⁾などが得られており, それらの結果は実験とよく一致することが既に確かめられている。このような解析解の得られる条件について, 数値波動解析法を適用して結果を比較すれば, その実用性が検討できるわけである。

そのため, 次のような条件に対する計算を実施した。

- (i) 半無限堤, 直角入射
- (ii) 島堤, 直角入射
- (iii) 半無限堤, 斜め入射 ($\theta=45^\circ$)

4.1 半無限堤直角入射

数値波動解析法で求めた防波堤に沿う波高分布と, 解析解によるその値との比較を図4-1に示す。数値解法においては有限差分であるため, 防波堤に沿う水位計算点は $\Delta s/2$ (この場合は $L/30$) だけ離れた地点となる。解析解については, 防波堤にぴったり沿う結果 (一点鎖線) と水位計算点における結果 (点線) の両方を示してある。

堤端から前面に沿う最初のピークは値, 位置共によく一致している。第2, 第3のピーク値もよく合っているが, その位置にはやや傾向的ずれが認められる。しかし, 実用上大きな違いではない。背面に沿う波高分布は極めてよく一致している。

4.2 島堤直角入射

長さ2波長の島堤に波が直角に入射する場合を計算の対象とする。この場合, 現象は堤中央を通る垂線に対称であるから, 鏡像の原理によって, そこに直立の壁があると考え, 半分の領域だけ計算しても結果は同じである。

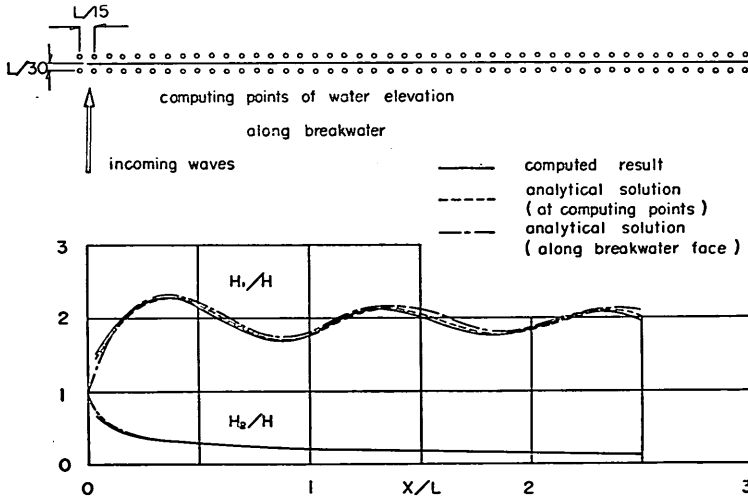


図 4-1 半無限堤に沿う波高分布
Fig. 4-1 Wave height distribution along a semi-infinite breakwater

図4-2に解析解との比較を示す。堤端附近での不一致は、その計算位置の相違によるものと思われる。

なお、この解析解は港研波浪研究室で Mathieu 函数によって計算した値である¹³⁾。

4.3 半無限堤斜め入射 ($\theta=45^\circ$)

直線防波堤に波が斜めに入射する場合を矩形格子網において数値計算するには、次の二つの方法が考えられる。

(i) 波の入射方向を格子系の一方向に一致させ、斜め防波堤を階段状に近似させる。

(ii) 防波堤に平行方向と直角方向とに格子系をとり、それに対して波を斜めに入射させる。

いずれも一長一短あるが、筆者らは将来の発展性を考慮して (i) の方法を採用した。

図4-3にその結果を示す。ここでは、防波堤は階段状

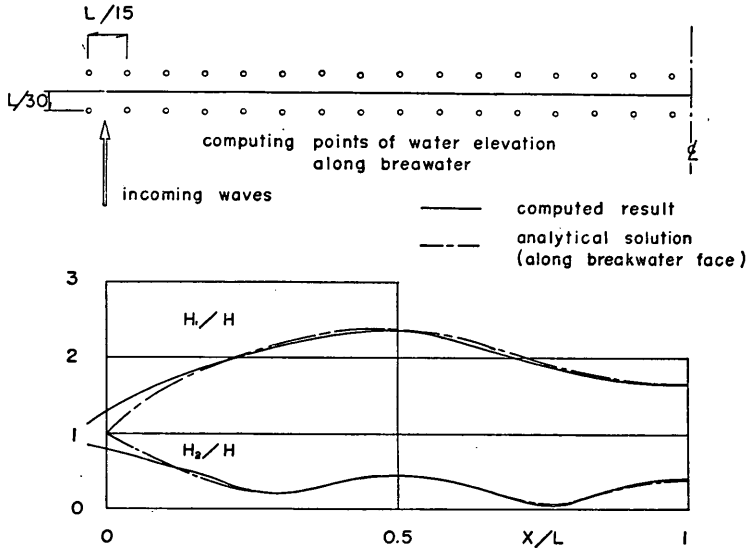


図 4-2 島堤に沿う波高分布

Fig. 4-2 Wave height distribution along a detached breakwater with the length of $2L$

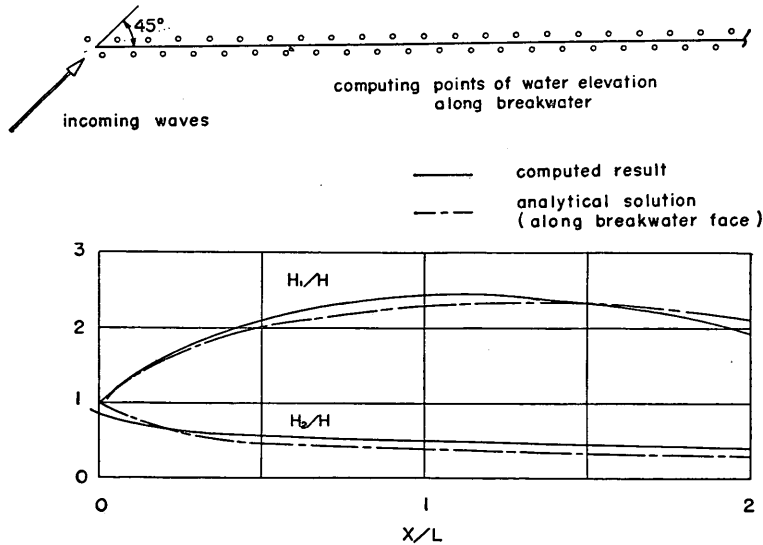


図 4-3 斜め入射波による半無限堤に沿う波高分布

Fig. 4-3 Wave height distribution along a semi-infinite breakwater due to obliquely incoming waves

の中心を通る直線として描かれている。この場合、解析解との間にやや相違が認められるが、極めて簡単な近似法として許容される程度の差であり、格子間隔を細かくとることによって、精度を向上させることができよう。

5. 二、三のケースに対する適用例

筆者らはかつて防波堤の被害程度が、法線に沿って波状分布している過去の多くの事例に注目して、これを「防波堤の蛇行災害」と名づけ、回折や入反射波の相互干渉に基づく防波堤に沿う波高分布の相違の観点から検討してとりまとめた¹⁴⁾。そこでも述べたとおり、例えばハネを有する防波堤については、従来の成果では不十分であったが、このような任意形状法線の防波堤に沿う波高分布を求めることは、この数値波動解析法の最も簡単な応用となる。

ここでは、ハネを有する半無限堤のほか、ケーソンが一部抜け出して開口部を生じた半無限堤、有限の堤幅を有する半無限堤に適用して、堤に沿う波高分布を示した。

5.1 ハネを有する防波堤

実際の防波堤には、その是非は別として堤頭部附近をハネ出した法線形が見られる。このような場合、防波堤

主部とハネの部分が隅角部を形成するため、入反射波および擾乱波の相互干渉により、かなり波高が増大する恐れがある。無限長法線形における隅角部附近の波については、三井らの解析的研究^{15), 16), 17), 18), 19)}があるが、比較的短い有限長のハネのような場合には、もちろんその適用に限界がある。

ここでは数値波動解析法を適用する一例として、図5-1の上図に示すような法線に対する計算を実施し、同下図に示す波高分布を得た。ハネ出しの部分が無限であれば、入反射波の相互干渉の考え方によると、この場合主部においては最大3倍の波高となる。この計算例では、ハネの長さは $L/2.5$ であり、最大波高は隅角部附近で約2.7倍になっている。

5.2 ケーソン抜け出しの効果

激浪によって、混成堤のケーソンが一函あるいは数函抜け出した場合とか、施工中で中間に未設置の部分がある場合など、一法線の上に狭い開口部を有する例は実際にもみられる。このような場合、防波堤周辺の波高分布はどのような影響を受けるであろうか。もし悪影響が大きければ、そのような状態を長く放置しておくことは望ましくないわけである。ここではこうした問題の例とし

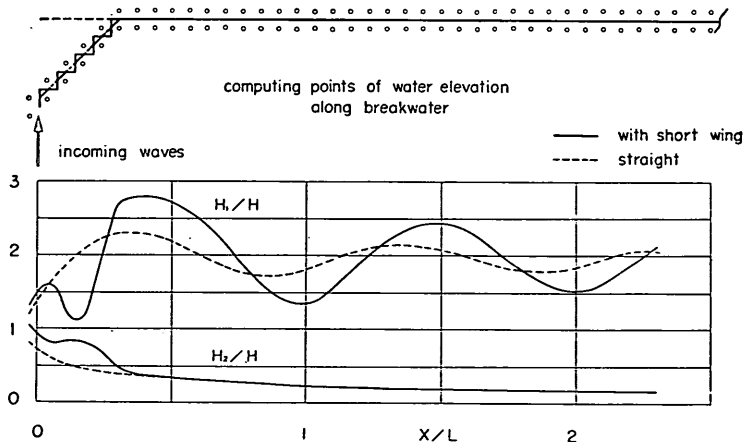


図 5-1 ハネを有する半無限堤
Fig. 5-1 Wave height distribution along a semi-infinite breakwater with a short wing

て、幅 $L/15$ の半無限堤に波が直角に入射している条件に対し、開口部が無ければ波高が最大となる場所（図5-2のA）および極端な反対側として最小となる場所（同図のB）でそれぞれ $L/15$ の長さだけ開口部を生じた状態を別個に計算してみた。

その結果は図5-2の下図に示すとおりで、開口部のない状態での波高分布も合わせて示してあるが、このように

かなり違ったものとなる。これは、開口部があれば、堤端から生ずる擾乱波に開口部から生ずる新たな擾乱波が重なり合うことによるもので、AとBの違いはこうした波の足し合され方による。つまり、開口部と堤端の間では互いに逆方向に進み、堤に沿って部分重複波のような波面をつくることになる。一方反対側では、同方向に進むため、その位相差によって打ち消されたり、増大され

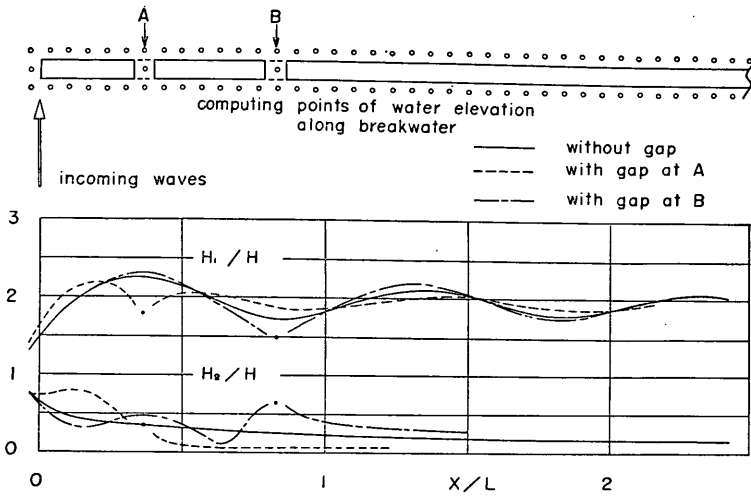


図 5-2 ケーソン抜け出しの効果
Fig. 5-2 Effect of a breach on wave height distribution

たりするためである。この例では、Aは堤端から約半波長の位置に開口部があるので前者、Bは約1波長の位置にあるため後者の効果が認められる。このように影響の程度は、開口部の位置やその長さなどによって異なり、その組み合わせは無数にあって、一般的結論は直ちに求められないが、必要の都度個別に検討して行くことにしたい。

5.3 堤幅の効果

従来の回折波理論では、防波堤は厚さのない線状の境界として扱われていたが、現実にはそのような防波堤はあり得ない。堤幅がどの程度の影響を有するかは、一応

検討の対象となる。この点を明らかにするため、ここでは直角入射波について、半無限堤の堤幅を $L/15$, $2L/15$ と変え、厚さのない場合と比較してみた。例えば、波長を 120m とすると、この堤幅はそれぞれ 8m および 16m となる。その結果は図 5-3 に示してあるが、この程度の差違は実際上問題でなく、したがって通常の場合、線状防波堤として取扱えば十分である。

6. 任意反射率を有する防波堤への適用

今まで取扱ってきたのは、いずれも防波堤に相当する

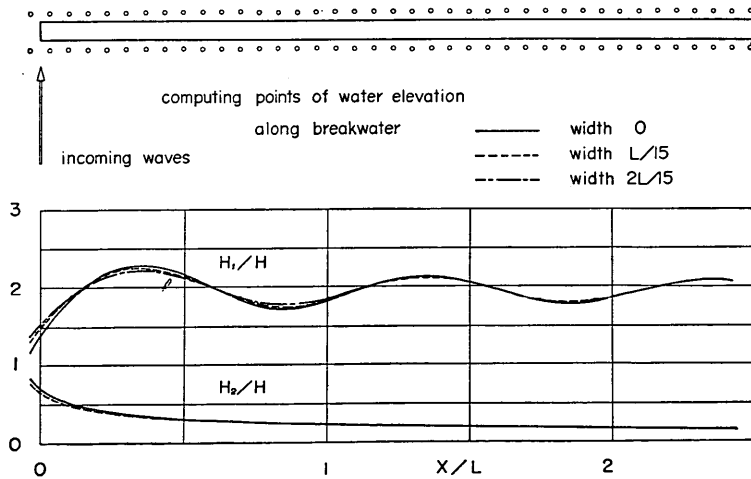


図 5-3 防波堤幅の効果
Fig. 5-3 Effect of breakwater width on wave height distribution

境界が完全反射性のものであった。しかし実際の防波堤においては、捨石堤とか消波工を有する防波堤など、完全反射とは考えられない防波堤も多い。このような防波堤に対して、筆者らは造波板方式と称する計算法を編み出した。以下にその考え方と完全消波の防波堤に対する適用例とを示す。

6.1 造波板方式による計算法

まず簡単のため、完全反射の場合に対して造波板方式の原理を説明しよう。防波堤のような障害物があるときの速度ポテンシャル ϕ は、障害物がないとしたときの純粋な入射波による速度ポテンシャル ϕ_i と、障害物があることによって生ずる速度ポテンシャル ϕ_a との和で表わされる。

$$\phi = \phi_i + \phi_a \quad \dots\dots(6.1)$$

いま、完全反射の場合、防波堤前面における条件を、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi_a}{\partial s} \Big|_s &= \frac{\partial \phi_i}{\partial s} \Big|_s \\ \frac{\partial \phi_a}{\partial n} \Big|_s &= -\frac{\partial \phi_i}{\partial n} \Big|_s \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(6.2)$$

とおく。 n は防波堤法線方向に対して垂直方向を表わす。これは、前面で造られる擾乱波が、入射波によるそこの速度を、接線方向にはそのまま、垂直方向には逆符号にした速度で造られる波であるという条件式である。防波堤背面での条件は、式(6.2)の第1式右辺を負の符号にすればよい。

実際、例えば直立半無限堤の反射、回折波の様子をみても防波堤がその前面では反射波を起し、背面では入射

波を打ち消すような波を造る造波板であると考えたものと全く等しい。その意味で、筆者らはこの原理を取入れた計算方式を造波板方式と名づけたのである。その実際の計算は、直角入射の場合次のような順序で行なわれる。

- (i) 防波堤が無い状態での入射波のみによる計算。
- (ii) (i)の結果、防波堤に相当する境界で得られた速度成分を逆符号にした速度をその位置で与え、それを境界条件とする波の計算。
- (iii) (i)と(ii)の和

このようにして計算したそれぞれの段階における同時水位分布は付図-1, 4, 6 に示してあり、その結果は通常方式による計算結果と全く一致していることが確かめられた。

防波堤前面に沿って任意の反射率 $r(s)$ が分布する場合には、式(6.2)第2式の代りに

$$\frac{\partial \phi_a}{\partial n} \Big|_s = -r(s) \frac{\partial \phi_i}{\partial n} \Big|_s \quad \dots\dots(6.3)$$

とおけばよい。

なおこのような方式は、境界に垂直成分を有する到達波の速度が既知の場合にのみ適用できる。上記の例では、造波板としての防波堤背面あるいは前面で造られた波は、それぞれ前面および背面に到達しても、堤に沿って進行するだけで垂直成分を持たない。したがって純粋な入射波のみ考慮すればよかったのである。しかしながら、例えば二重防波堤のように他境界からの擾乱が垂直成分を有して到達する場合には、各時刻ごとに繰返し

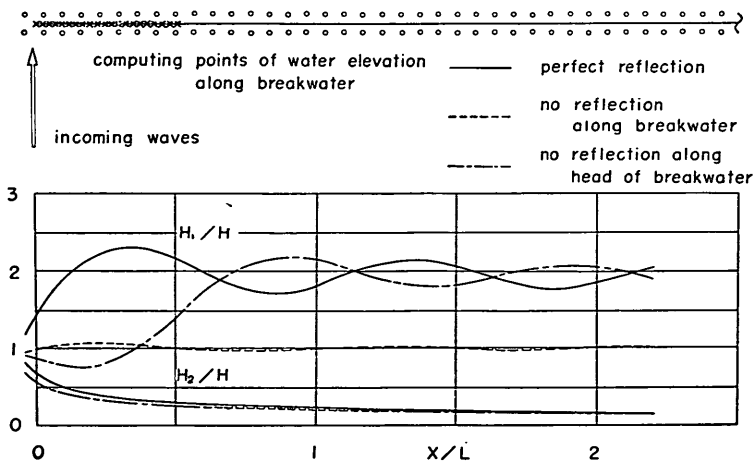


図 6-1 消波工の効果
Fig. 6-1 Effect of reflection on wave height distribution

計算が必要となる。

6.2 消波工を有する防波堤への適用例

前節で述べたように、造波板方式は任意反射率を有する防波堤に適用可能である。ここでは、その例として次の場合について計算を実施する。

- (i) 全法線にわたり完全消波の半無限堤
- (ii) 堤頭部半波長のみ完全消波で他は完全反射の半無限堤

波の入射方向はいずれも防波堤に対して直角である。

その結果を図6-1に完全反射の場合と合せて示す。防波堤前面に沿う波高比の分布は、(i)の場合1を中心とした僅かな波状分布、(ii)の場合堤頭部付近で約1、完全反射の部分で2を中心とした波状分布となっている。背面に沿っては、完全反射の場合に比べて若干減少するにすぎない。

なお、図6-2は

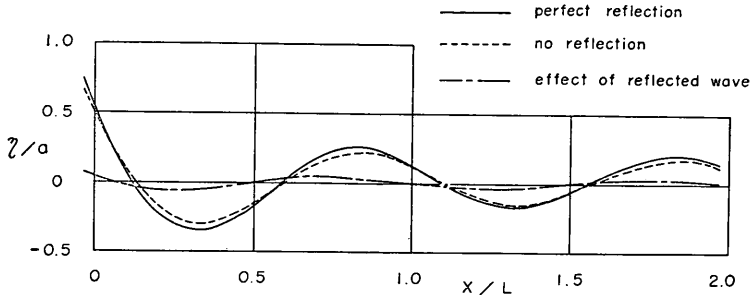


図6-2 防波堤背面に沿う同時水位分布

Fig. 6-2 Simultaneous water elevation along the rear face of a breakwater

- (a) 完全反射の場合
- (b) 完全消波の場合
- (c) 前面による反射波のみの場合

に対しそれぞれ別個に計算して、堤背面に沿う同時水位分布を示したものである。このように、反射波の背面における回折効果は非常に小さい。当然のこととして、(b)+(c)は(a)に一致する。

7. 波動の問題に対する今後の応用

本報告では数値波動解析法の最も簡単な応用として、任意法線形状の防波堤による回折の問題を取上げ、堤に沿う波高分布を示したが、随時触れてきたようにそのほか種々の問題に適用可能である。

目下、我々が今後の応用として取上げていきたいと考えている計算には、次のようなものがある。

- (i) 防波堤背後の直立境界を含めた計算
- (ii) 水深効果を含めた計算
- (iii) 不規則波による計算
- (iv) 直立構造物に作用する波力の計算

これらのうち(i)は、単なる計算領域の拡大であって、計算手法に問題はないであろう。(ii)は屈折効果を取入れることであるが、我々の方法と同様な基礎的仮定に基づいた微小振幅波理論がそれをよく説明するように、

任意水深領域へ発展させることは可能な筈である。このような計算は、まず浅水度および簡単な屈折の問題を対象に実施して、その適用性を確認したい。(iii)の不規則波による計算は、成分波の重ね合せと考える限り問題ない筈である。(iv)は、任意形状の直立構造物周辺の水位変動による圧力分布から波力を求めるものであって、目下棧橋に接岸中の船舶を対象とした計算を実施中である。これら各段階における成果は、統報として報告できるものと思う。

これらのほか、実際の港湾における任意反射率の境界および砕波線に相当する境界を取入れた計算も、造波板方式を拡張した繰返し計算により原理的には可能な筈であるが、これをどの程度考慮するかは問題に対するその重要度によるであろう。

以上、今後の応用あるいは課題として取上げたい問題を列挙したが、計算領域が広がる場合とか、不規則波による計算で周期幅が広い場合には、使用する電子計算機の容量が、適用の大きな制約要因となってくるであろう。

本報告における数値計算は全て、港研所有の TOSBAC-3400 を用いて行なった。

なお、計算結果のカーブプロッターによる図化は、防波堤研究室小舟技官が、図面のトレスは千葉技官がそれぞれ担当したことを付記する。

参 考 文 献

- 1) F. Biesel, R. Ranson : Calculs de diffraction de la houle, Congrès de l'A. I. R. H., Dubrovnic, 1961
- 2) P. Gaillard : Sur l'amplitude de la houle émise par une source ponctuelle isotrope dans un domaine de profondeur variable, *La Houille Blanche*, No.5, 1964, pp. 571~574
- 3) L. Barailler, P. Gaillard : Évolution récente des modèles mathématiques d'agitation due à la houle. Calcul de la diffraction en profondeur non uniforme, *La Houille Blanche*. No. 8 1968, pp. 861~869
- 4) 長周期波に対する防波堤の効果に関する計算, 運輸省港湾局調査設計室, 1962
- 5) 伊藤喜行・土岐祥介・森平倫生: 長周期波に対する防波堤の効果に関する計算 (第2報), 港湾技術研究所報告, 第3巻7号, 1965, p. 123
- 6) 伊藤喜行・木原力: 同上 (第3報) — 模型実験との比較 —, 港湾技術研究所報告, 第7巻4号, 1968 pp. 23~53
- 7) 伊藤喜行・谷本勝利・木原力: 同上 (第4報) — 1968十勝沖地震津波に対する大船渡津波防波堤の効果 —, 港湾技術研究所報告, 第7巻4号, 1968, pp. 55~83
- 8) 伊藤喜行・谷本勝利・木原力: 同上 (第5報) — 八戸港の津波計算 —, 港湾技術研究所報告, 第8巻3号, 1969, pp. 19~46
- 9) 伊藤喜行・木原力: 同上 (第6報) — 港口損失係数の影響 —, 港湾技術研究所報告, 第9巻2号, 1970, pp. 3~22
- 10) R. D. Richtmyer, K. W. Morton : Difference methods for initial-value problems (Second edition), Interscience Publishers, 1967, p. 405
- 11) 例えば, 森平倫生・奥山育英, 海の波の回折計算法と回折図, 港湾技研資料, No. 21, 1965, p. 60
- 12) 例えば, 合田良実・吉村知司・伊藤正彦: 島堤による波の反射と回折, 港湾技術研究所報告, 第10巻2号, 1971, 3~52
- 13) 12)に同じ
- 14) 伊藤喜行・谷本勝利: 混成防波堤の蛇行災害, 港湾技研資料, No. 112, 1971, p. 20
- 15) 三井宏: 海岸構造物不連続部の波高分布について (第1報), 第13回海岸工学講演会講演集, 1966, pp. 80~86
- 16) 三井宏・村上仁士: 同上 (第2報), 第14回同上, 1967, pp. 53~59
- 17) 三井宏・川崎俊太: 同上 (第3報), 第15回同上, 1968, pp. 41~49
- 18) 三井宏・筒井茂明: 同上 (第4報), 第16回同上, 1969, pp. 301~308
- 19) 三井宏・筒井茂明: 同上 (第5報) — 特に計画・設計への適用 —, 第17回海岸工学講演会論文集, 1970, pp. 85~90

(1971. 3. 31受付)

付録 半無限堤端附近の波のパターン

我々は、本文で述べた数値波動解析法を開発していくと共に、その結果を視覚的に表現したいと思っていた。

今回、そのような方向としてまずカーブ・プロッターを使用して、平面における水位の分布を図化する方法を試みた。これは水位の高低をあるマークの密度で表現し、更に等水位線図を描かせるものである。

さて本文でも触れたように、防波堤周辺の波は、純粋な入射波と防波堤によって造られる波の和として考えることができ、造波板方式による計算では、それらを分けて計算する。このような各段階での波のパターンを示せば、それぞれの効果が容易に把握できるわけである。

そのため、ここでは半無限堤直角入射を対象とし、堤端を中心とした辺長2波長の領域内における波のパターンを、上述の水位分布視覚化方式を使用して図化した。

付図-1～付図-8にその結果を示す。ここに+印は正、○印は負の水位であることを示し、いずれも同時刻における分布である。そして等水位線の値は入射波の振幅に対する百分率で表示されている。

各図について簡単に説明しよう。

付図-1は、防波堤がない場合での入射波を表わす(a)。

付図-2は、堤背面で入射波を打ち消すために造られる

波を示す(b)。

付図-3は、完全反射波に相当する堤前面で造られる波を示す(c)。(b)と(c)は、この場合防波堤に対し符号の変わった逆対称である。いずれの場合も、他面領域への回折効果が認められるが、その程度は小さい。

付図-4は、堤両面で造られる波を示す(d)。すなわち(b)+(c)である。

付図-5は、完全消波堤の場合の波を示す(e)。すなわちここでは、堤前面での反射波はないわけであるから、入射波(a)とそれを打ち消す堤背面で造られる波(b)との和である。堤前面の波も若干乱されているが、入射波のそれと大差ない。

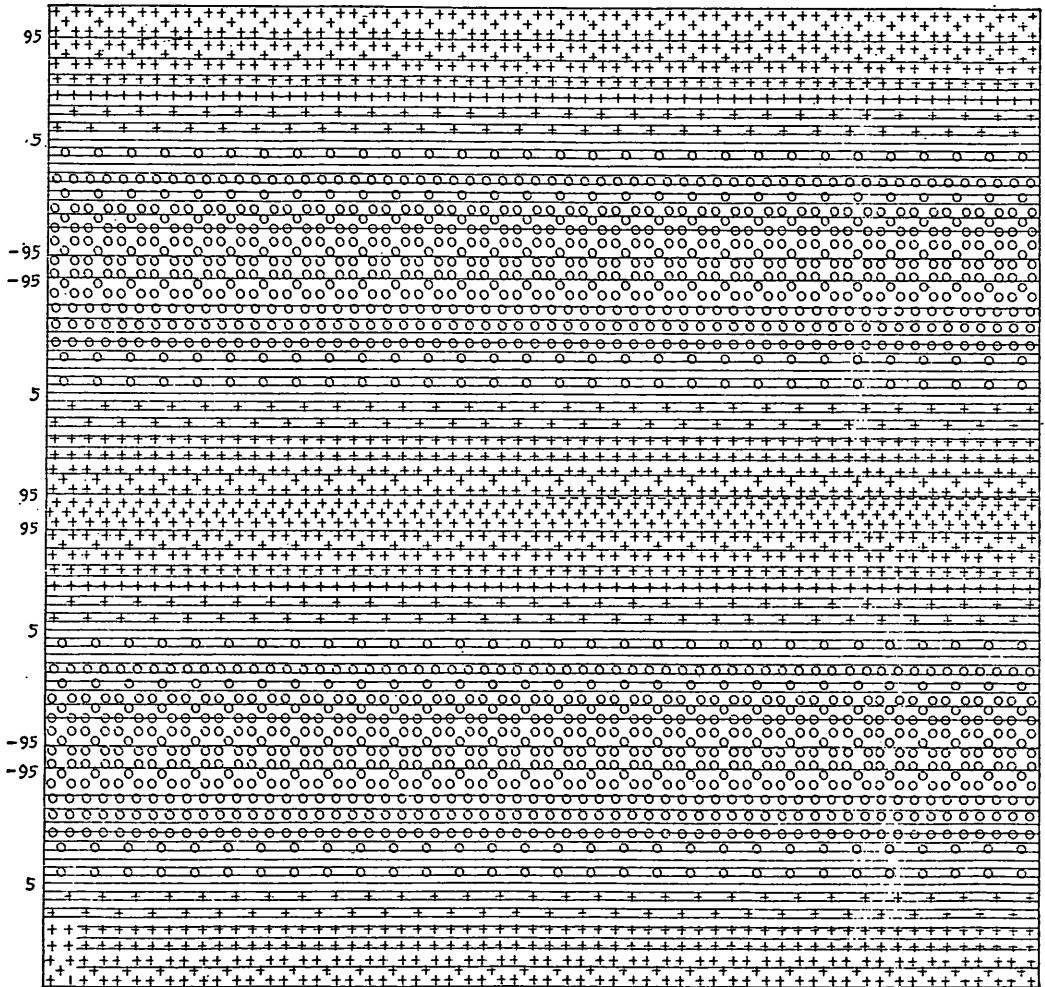
付図-6は、完全反射堤の場合の波を示す(f)。この場合堤前面で造られる波が加わるわけで、(e)+(c)あるいは(a)+(d)に一致する。堤前面は重複的になっている。

付図-7は、入射波による回折効果を、完全消波堤の場合の波(e)から幾何学的入射波領域でのみ入射波(a)を差引いたものとして示したものである(g)。したがって、幾何学的回折波領域との間には不連続がある。

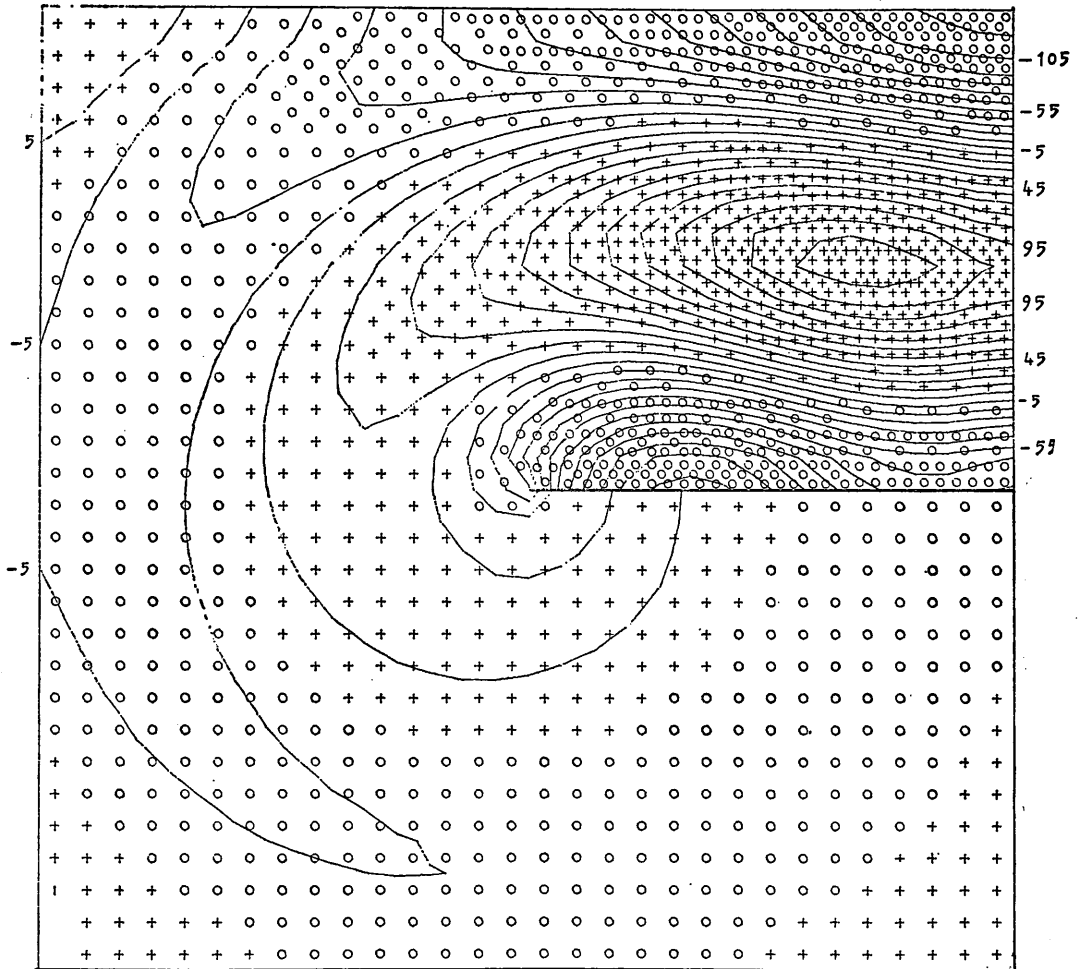
付図-8は、(g)に反射波による同様な回折効果を加えたものである(h)。この場合、防波堤に対し符号が反対の逆対称となっている。

なお、これらの図化は、防波堤研究室 小舟浩治技官が担当した。

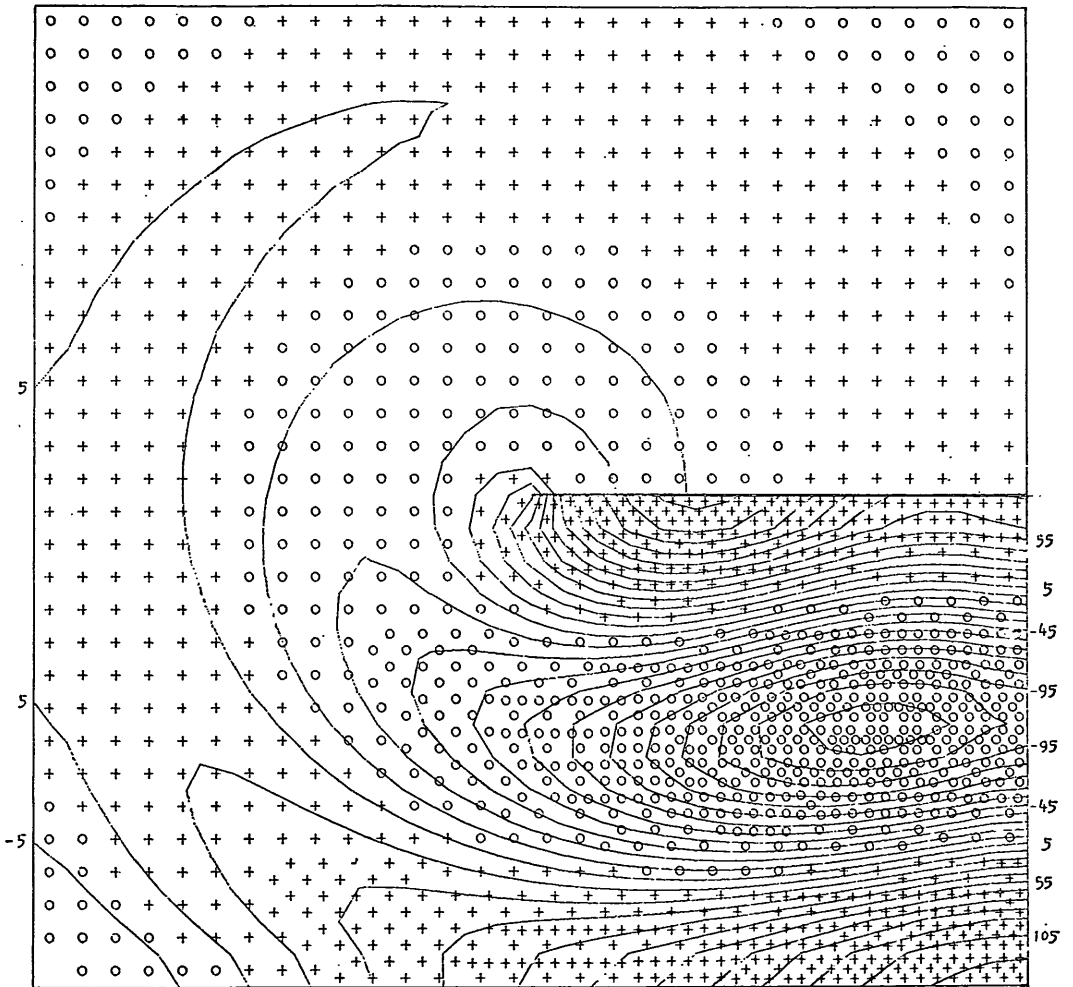
新しい方法による波動の数値計算



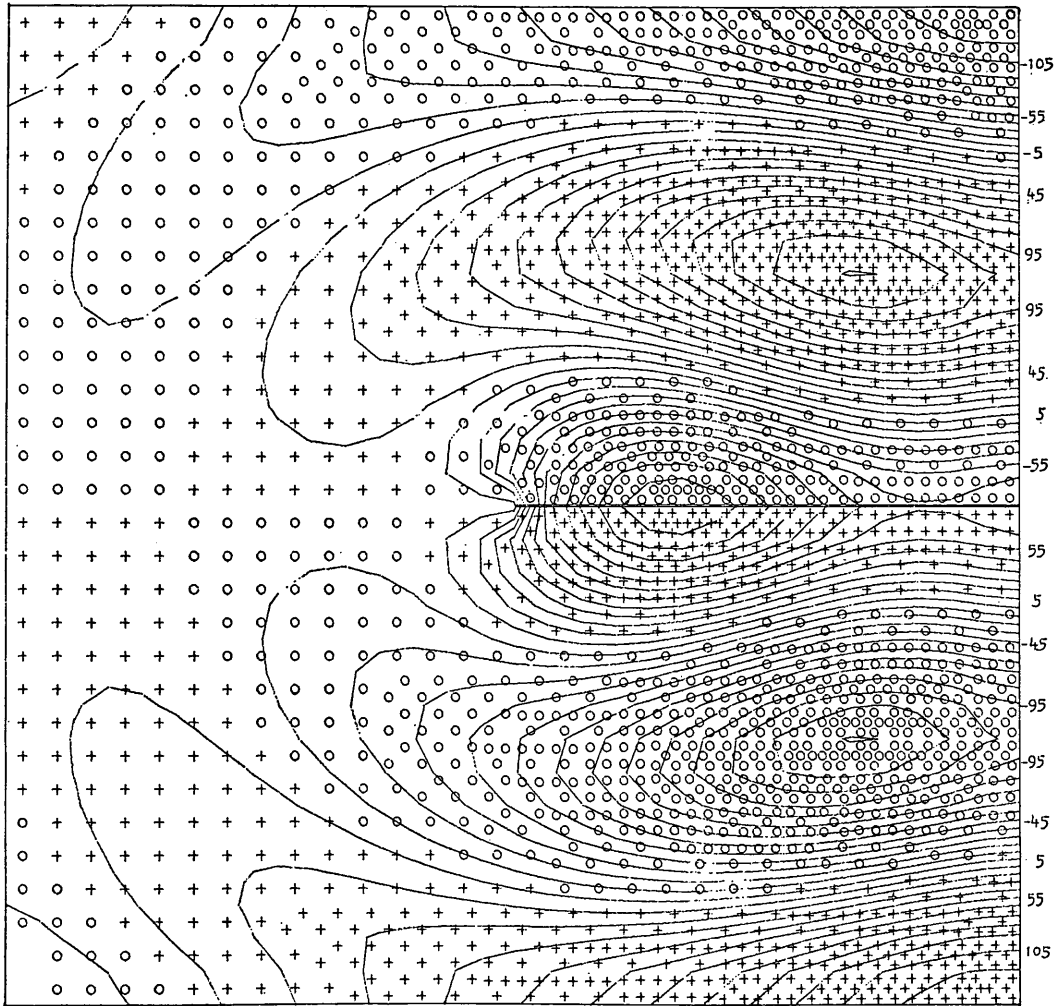
付図-1 入射波のパターン (a)
Fig. -1 Pattern of incoming wave



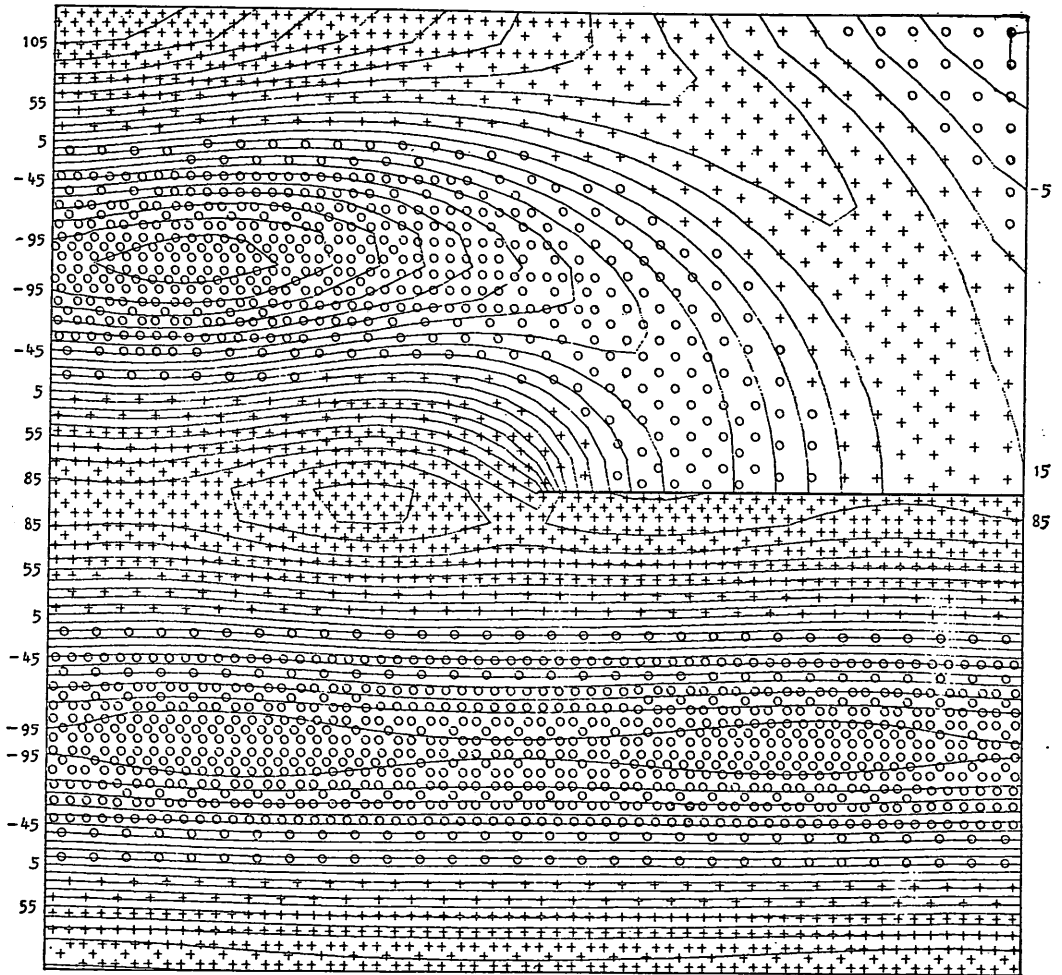
付図-2 防波堤背面で造られる波のパターン (b)
Fig. -2 Pattern of waves generated at the rear face of a breakwater



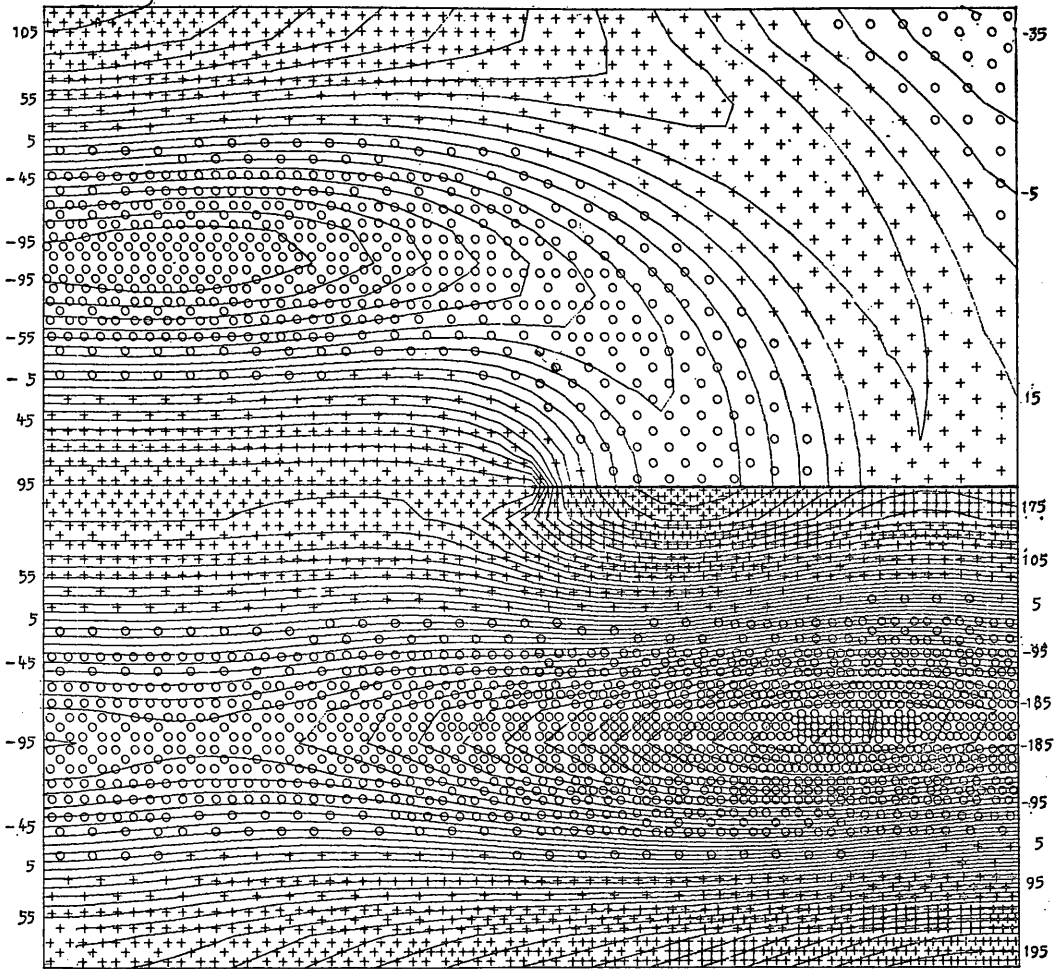
付図-3 防波堤前面で造られる波のパターン (c)
Fig. -3 Pattern of waves generated at the front face of a breakwater



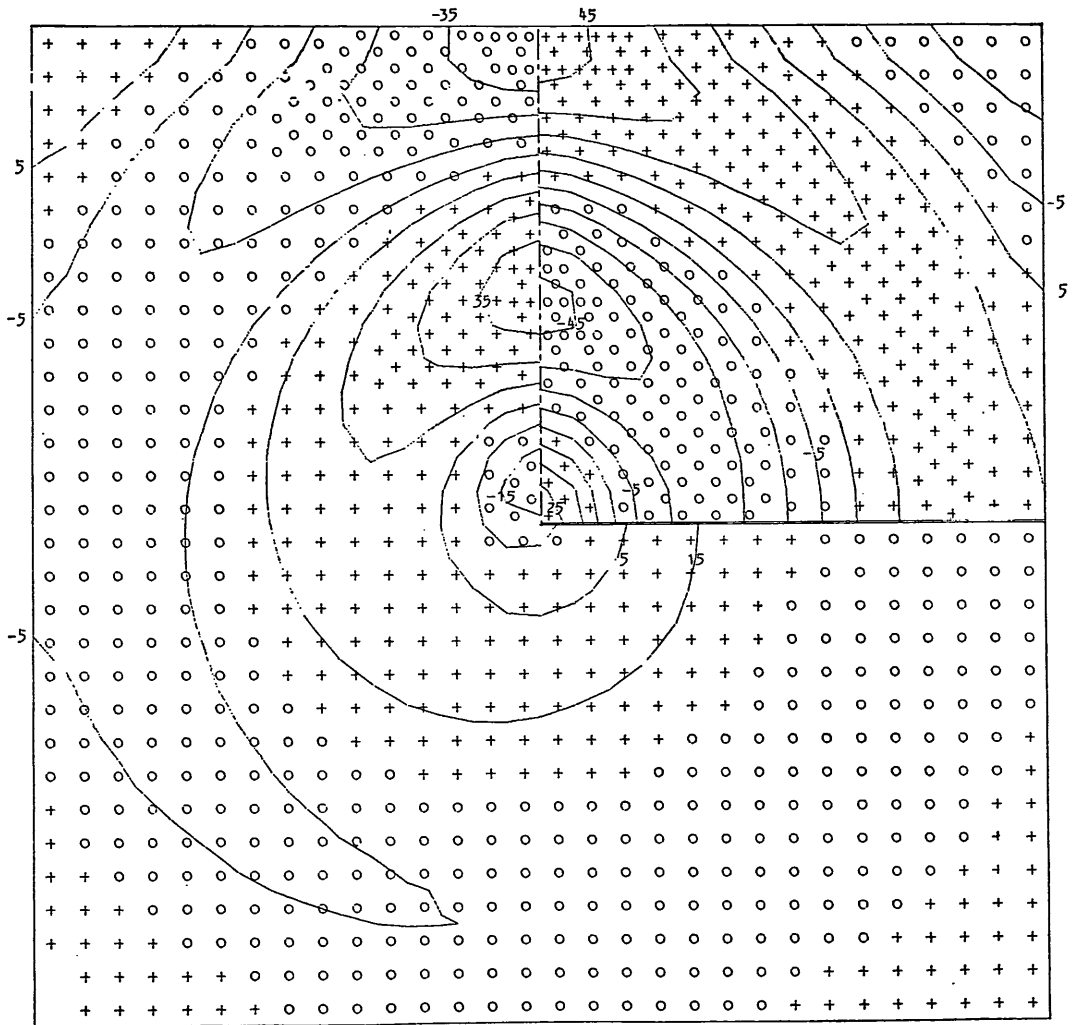
付図-4 防波堤両面で造られる波のパターン (d)
Fig. -4 Pattern of waves generated at the both faces of a breakwater



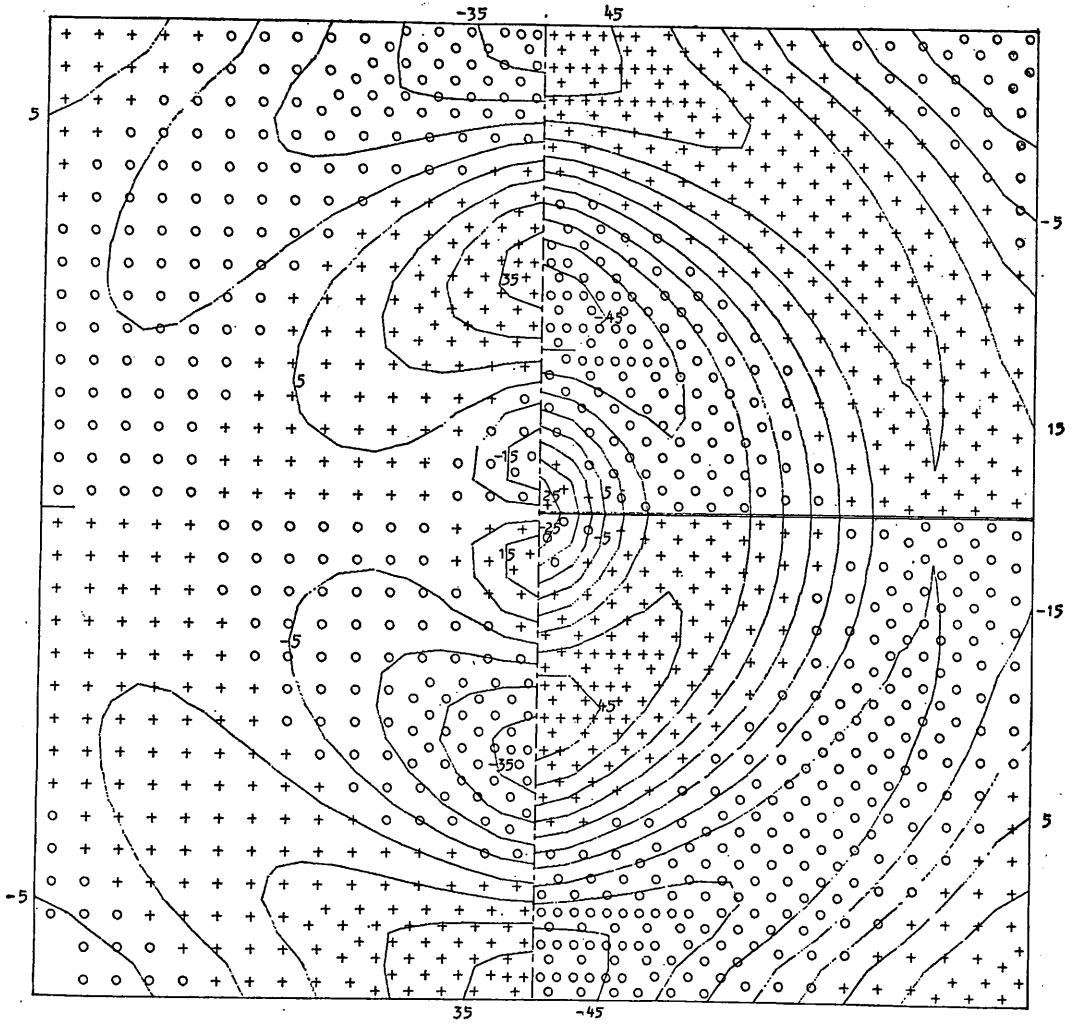
付図-5 完全消波堤における波のパターン (e)
Fig. -5 Wave pattern around a non-reflecting breakwater



付図-6 完全反射堤における波のパターン (f)
Fig. -6 Wave pattern around a fully reflecting breakwater



付図-7 入射波による回折効果 (g)
Fig. -7 Diffraction effect of the incoming wave



付図-8 入反射波による回折効果 (h)
Fig. -8 Diffraction effect of the incoming and reflected wave