

運輸省港湾技術研究所

# 港湾技術研究所 報告

---

---

REPORT OF  
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH  
INSTITUTE  
MINISTRY OF TRANSPORT

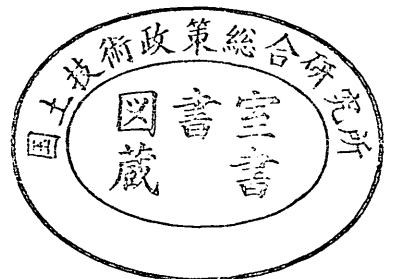
資料係  
文献複写  
禁持出

VOL. 7

NO. 4

DEC. 1968

NAGASE, YOKOSUKA, JAPAN



港湾技術研究所報告は第7巻第1号より年4回定期的に刊行する。ただし第1巻から第6巻および欧文編第1号から第15号までは下記のとおり不定期に刊行された。

報告の入手を希望する方は論文番号を明記して港湾技術研究所長に申し込んで下さい。

和文篇 (Japanese Edition)

Vol. 1. No. 1 (1963)

Vol. 2. Nos. 1~3 (1963~1964)

Vol. 3. Nos. 1~7 (1964)

Vol. 4. Nos. 1~11 (1965)

Vol. 5. Nos. 1~15 (1966)

Vol. 6. Nos. 1~8 (1967)

欧文篇 (English Edition)

Report Nos. 1~15 (1963~1967)

The Report of the Port and Harbour Research Institute is published quarterly, either in Japanese or in occidental languages. The title and synopsis are given both in Japanese and in occidental languages.

The report prior to the seventh volume were published in two series in Japanese and English as listed above.

The copies of the Report are distributed to the agencies interested on the basis of mutual exchange of technical publication.

Inquiries relating to the Report should be addressed to the director of the Institute specifying the numbers of papers in concern.

# 港湾技術研究所報告 (REPORT OF P. H. R. I.)

第7巻 第4号 (Vol. 7, No.4) 1968年12月 (DEC. 1968)

## 目 次 (CONTENTS)

1. 水波上の性質について……………浜田 徳 …… 3  
(On some properties of wind over water waves Tokuichi HAMADA)
2. 長周期波に対する防波堤の効果に関する計算 (第3報)  
——模型実験との比較——  
……………伊藤喜行・木原 力……………23  
(Digital Computation on the Effect of Breakwaters against Long-period Waves  
(3rd Report)…)…  
——Comparison with experiments——  
Yoshiyuki ITO and Tsutomu KIHARA, )
3. 長周期波に対する防決堤の効果に関する計算 (第4報)  
——1968十勝沖地震津波に対する大船渡防波堤の効果——  
……………伊藤喜行・谷本勝利・木原 力……………55  
(Digitel Computation on the Fffect of Breakwaters against Long-period Waves  
(4th Report)  
——On the Effect of Ofuuato Tsunami Breakwater against the Tsunami caused  
by the Earthauake on May 16 1968——  
…………… Yoshiyuki ITO Katsutoshi TANIMOTO and Tsutomu KIHARA
4. 生石灰による沖積粘土の安定処理について (第1報)  
…………… 柳瀬重靖……………85  
(Stabil zation of Alluvical Clays with Quicklime…… Shigeyasu YANESE)
5. 幹面安定解析におけるビンヨップ法とチェボタリオフ法の比較  
……………野村健司・早藤能伸・長友文昭…………… 133  
(Comparison betemeen Bishop's method and Tschebotarioff's method in slope  
stafiliy analysis  
……………Keuji NOMURA・Yoshinobu HAYAFUJI and Fumiaki NAGATOMO

# 1. 水波上の風の性質について

浜田 徳一\*

## 要 旨

水波上の風の性質についてその一般流の特性と波によるせつ動流の特性について述べたものである。一般流の特性については、波の存在のため風速分布が対数法則からかたよることについて検討し、所謂“critical point”からの不安定 Reynolds 応力の発生、あるいは水面の動揺の効果だけではこの問題は説明しがたいことを示した。そして水波面上の気流が波面からのすべりまたははくりを生ずる場合、新しい不安定 Reynolds 応力および jet 効果が現われることにより、より合理的に説明し得ることを示した。

波によるせつ動流の特性については、 $U^* = 0$  の場合につき、その3次近似までを求めてこの場合の一般的性質を明かにし、また  $z_0$  点近傍におけるせつ動流の質量輸送速度の特性を調べている。ついで  $U^* \neq 0$  の場合についてその近似解を求め、せつ動流による不安定 Reynolds 応力の形式の機構、また質量輸送の特性を明かにした。つぎに水波面上における境界条件に多少の変更を与えた場合に新しい不安定 Reynolds 応力が形成されることを示し、これによれば現在までの実験観測結果は比較的よく説明される。

---

\* 水工部 水理研究室長

## 1. On some properties of wind over water waves

Tokuichi HAMADA\*

### Synopsis

This paper discusses the general characteristics and the wave induced properties of air flow over water waves. In concern with the general characteristics of air flow, we treat the deviation of air velocity from the log-profile law near water surface. The effect of the instability Reynolds stress caused by the critical layer and the influence of the undulation of water surface are examined. The result shows that these two effects are not sufficient to explain actual phenomena, and the influence of the instability Reynolds stress and the jet effect, which may be caused by the loose boundary condition realized by the disagreement of stream line of air flow with the actual water surface, is introduced. The accurate discussion is not yet possible, and the rough estimation shows the method promising.

Wave induced properties of air flow are investigated in both cases of  $U''=0$  and  $U''\neq 0$ . In the former case high order approximations of the perturbed air flow are examined, and some properties of perturbed flow near the so called "critical point" are discussed. In the latter case approximate solutions are obtained by the method of M.J. Lighthill (1957). The emergence of the instability Reynolds stress is discussed using the characteristics of the phase jump of the perturbed flow at the critical point, and some additional properties are also examined. Finally it is shown that the effect on the development of water waves by the instability Reynolds stress introduced in this paper seems to match the observed data in laboratory and ocean.

---

\* Chief of Hydraulic Laboratory, Hydraulics Division.

## 目 次

要 旨	3
1. 一般流の性質について	7
1.1 不安定 Reynolds 応力による風速のかたより	7
1.2 水面の上下動揺の影響	9
1.3 他の原因による風速のかたより	10
1.3.1 不安定 Reynolds 応力理論の拡張	10
1.3.2 “jet”効果導入の試み	12
2. 波によるせつ動流の性質について	13
2.1 簡単なモデルによる検討	13
2.2 $U'' \neq 0$ の時の近似的な性質	17

1. 一般流の性質について

1.1. 不安定 Reynolds 応力による風速のかたより

風が水波を増巾してゆくために形成せられる不安定 Reynolds 応力により、風速分布にかたよりが生ずる現象は R. W. Stewart (1961) により指摘せられた。もっとも簡単にはこの現象は次の様に説明せられる。単一周期の進行波が風と同方向に進み、その波速は風速より可成り小さい時、もし J. W. Miles (1960) の意味における不安定 Reynolds 応力が  $z_c$  点 ( $z_c$  は考えられる進行波の波速と同方向の風速とが一致する点の水面上の高さとする。) 以下において生じ、その応力  $\tau_i$  に相当する運動量が常に波に向かって風から送りこまれる時は、 $z_c$  点より上にあらわれる通常の意味の Reynolds 応力  $\tau_{01}$  と  $z_c$  点より下の点における同意味の Reynolds 応力  $\tau_{02}$  との間には

$$\tau_{10} = \tau_{02} + \tau_i \quad (1)$$

が成立する。したがって風速の対数法則が  $z_c$  点の上下に対して単純に適用せられるとすれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{U}{U_{*1}} &= \frac{1}{\kappa} \log e \frac{z+z_{01}}{z_{01}} & z > z_c \\ \frac{U}{U_{*2}} &= \frac{1}{\kappa} \log e \frac{z+z_{02}}{z_{02}} & z < z_c \end{aligned} \right\} (2)$$

ただし  $U_{*1} = \left(\frac{\tau_{01}}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}$ 、 $U_{*2} = \left(\frac{\tau_{02}}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}$  である。

$z_{01}$ 、 $z_{02}$  は  $z = z_c$  ( $z_c$  は  $z_{01}$  あるいは  $z_{02}$  よりもはるかに大きい。) で両式の  $U$  が一致することにより関係づけられるが、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dU}{dz} &= \frac{U_{*1}}{\kappa} \frac{1}{z+z_{01}} & z > z_c \\ \frac{dU}{dz} &= \frac{U_{*2}}{\kappa} \frac{1}{z+z_{02}} & z < z_c \end{aligned} \right\} (3)$$

の性質には変化がなく、(1)より  $U_{*1} > U_{*2}$  であるから、 $z < z_c$  の領域内では  $\frac{dU}{dz}$  は  $z > z_c$  の速度分布曲線をそのまま  $z_c$  より下方まで延長した場合よりも小となり、風速は  $z < z_c$  では  $z_c$  の上方の風速を延長した場合よりも大きく現われる。

問題は(3)から  $\frac{dU}{dz}$  は  $z = z_c$  で不連続となるため、

$$U_c'' = \frac{U_{*1} - U_{*2}}{\kappa} \frac{1}{z} \delta(z - z_c) \quad (4)$$

( ' 記号は  $z$  方向の微分を示している。)

となり、この様に風速の微分値が不連続であることは、 $z_c$  における  $\tau_i$  の算出には  $U_c'$ 、 $U_c''$  が必要であることからすれば、非粘性層流のままでは面倒な問題が生れるこ

ととなる。しかしこれは対数法則の根拠となる混合距離の思想にさかのぼれば問題はない。対数法則を仮定するときは考えている気流中の一点のまわりに十分大きな連続的な変動速度の相関が存在するある領域が考えられて居り、この様な領域の中では乱れに因する Reynolds 応力も連続的に変化していなければならない。そして我々が取扱う実際の気流はこの様な乱れをもつものであるから、具体的には  $z_c$  で表はされる 'critical point' はある垂直方向の長さを持つ領域でおきかえられ、(3)による  $\frac{dU}{dz}$  は実際は  $z_c$  近傍において連続的に変化してゆく。

この様にして単一周期の波では  $z_c$  点より上方の風速分布曲線を下方まで延長したものは、その領域における実際の風速よりも小となる事が示されるが、水波が巾のあるスペクトルを持つ場合はどうであろうか。つぎのモデルにより検討する。

図-1 において  $z=0$  は水面にとり、 $\frac{\partial \tau}{\partial z} = 0$  において  $\tau$  は水面にかかる剪断力  $\tau_0$  と一致するものとする。また水波の発達に寄与する不安定 Reynolds 応力は最長の波に対応する  $z=h_1$  から直線的に  $z=0$  に向い増大するものとする。したがって水面において (もし粘性底層を考える時は、そのすぐ外側とする。)

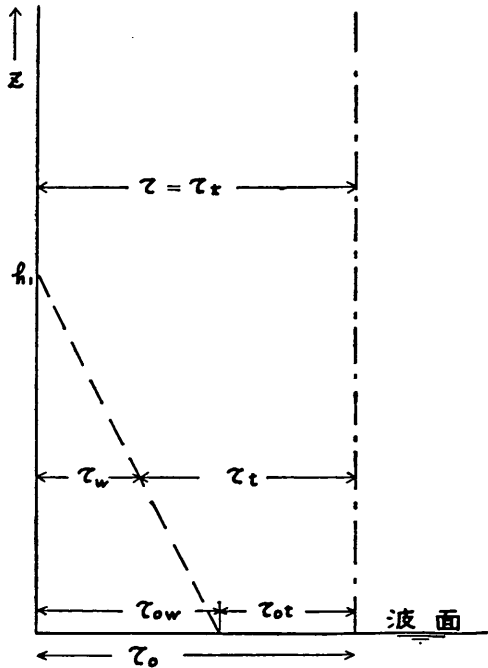


図-1 不安定 Reynolds 応力の分布図

$$\tau_0 = \tau_{0w} + \tau_{0t} \quad (5)$$

$\tau_{0w}$  は波の発達に関係する Reynolds 応力の水面における値,  $\tau_{0t}$  は氣流中の乱れに関連した Reynolds 応力の水面における値を示してみる。

また  $h_1 > z > 0$  において

$$\left. \begin{aligned} \tau_w &= \tau_{0w} \left(1 - \frac{z}{h_1}\right) \\ \tau_t &= \tau_{0t} + \tau_{0w} \frac{z}{h_1} \end{aligned} \right\} (6)$$

$\tau_{0w} = r\tau_0$ ,  $\tau_{0t} = (1-r)\tau_0$  により示される  $r$  を導入し, また  $\tau_t = -\rho \bar{u}'w'$  に対し,  $l_1 = \kappa(z+z_0)$  で表はされる混合距離による表現を導入すれば

$$\tau_t = (1-r)\tau_0 + r\tau_0 \frac{z}{h_1} = \rho \kappa^2 (z+z_0)^2 \left(\frac{dU}{dz}\right)^2$$

$$\frac{\tau_0}{\rho} = U_*^2 \text{ を用い}$$

$$\frac{U_*}{\kappa} \frac{1}{z+z_0} \left(1 - \frac{1}{2}r\right) + \frac{U_*}{\kappa} \frac{\frac{1}{2}r}{z+z_0} \frac{z}{h_1} = \frac{dU}{dz}$$

$z=0$  にて  $U=0$  の境界条件を用いると

$$\begin{aligned} U &= \frac{U_*}{\kappa} \left(1 - \frac{1}{2}r - \frac{1}{2} \frac{r}{h_1} \frac{z}{z_0}\right) \log e \frac{z+z_0}{z_0} + \frac{U_*}{\kappa} \\ &\times \frac{1}{2} \frac{r}{h_1} z \end{aligned} \quad (7)$$

つきに  $z > h_1$  では Reynolds 応力の全量に対して混合距離理論が適用せられ,  $z=h_1$  での  $U$  の接續を考慮すると

$$\begin{aligned} U &= \frac{U_*}{\kappa} \left[ \log e \frac{z+z_0}{h_1+z_0} + \left(1 - \frac{1}{2}r - \frac{1}{2} \frac{r}{h_1} z_0\right) \right. \\ &\times \log e \frac{h_1+z_0}{z_0} + \left. \frac{1}{2}r \right] \end{aligned} \quad (8)$$

$h_1 \gg z_0$  であるから, (7)による  $U$  が(8)を  $0 < z < h_1$  の領域にまで延長した場合の  $U$  よりも大きいことは明かであり, 両者の差は下方ほど大である。表-1は  $r=0.1, 0.3, 0.5, 0.7$  (ただし  $r$  が大きい時は,  $z$  の小さい領域での近似度はおちる。)  $z_0=0.1$ ,  $h_1=5$  の時の(7)による  $U$  と(8)による  $U$  との関係を示したものであり,  $\frac{U_*}{\kappa} = 1$  とおいている。

表-1

(i)  $r=0.1$

$z$	(7)による $U$	(8)による $U$	(7)/(8)
1	2.28	2.21	1.035
2	2.91	2.88	1.008
3	3.28	3.27	1.002
4	3.56	3.55	1.002
5	3.77	3.77	1.000

6	—	3.95	—
7	—	4.10	—
8	—	4.23	—

(ii)  $r=0.3$

$z$	(7)による $U$	(8)による $U$	(7)/(8)
1	2.06	1.91	1.080
2	2.64	2.58	1.021
3	2.99	2.97	1.006
4	3.26	3.25	1.003
5	3.47	3.47	1.000
6	—	3.65	—
7	—	3.80	—
8	—	3.93	—

(iii)  $r=0.5$

$z$	(7)による $U$	(8)による $U$	(7)/(8)
1	1.83	1.61	1.142
2	2.37	2.28	1.036
3	2.70	2.67	1.011
4	2.96	2.95	1.004
5	3.17	3.17	1.000
6	—	3.35	—
7	—	3.50	—
8	—	3.63	—

(iv)  $r=0.7$

$z$	(7)による $U$	(8)による $U$	(7)/(8)
1	1.61	1.31	1.232
2	2.10	1.98	1.056
3	2.41	2.37	1.017
4	2.67	2.65	1.005
5	2.87	2.87	1.000
6	—	3.05	—
7	—	3.20	—
8	—	3.33	—

$r$  が大きくなるとともに, 風速のかたよりが大きくなることは表-1により明かである。 $r$  の値をどの程度にとるかは現在の所明かになっていない。筆者等の行った風波の発達の実験(1963, 1966)による考察では  $r > 0.2$  は成立していると考えられるが, その上限は明かでない。あるいは  $0.7$  を超えているかも知れない。今用いている



考え方によれば風速のかたよりは  $z < h_1$  の領域に現われ、 $z$  が小さい値の所で顕著である。すなわち存在する風波成分に対応する  $z_c$  の上限より上部では現われない。ところが筆者等の行った実験ではこの  $z_c$  の上限が 0.1cm 程度と考えられる場合、風速のかたよりは平均水面上約 8 cm の点から現われている。これはこれ迄の J. W. Miles (1957, 1960) の理論によって実際現われてくる風速のかたよりを説明することの困難さを示し、新しい考え方の導入が必要とせられる。

1.2 水面の上下動揺の影響

水面の上下動揺は水面近傍のある定った点における気流の性質に対して次の様に影響する。平均水面から水面上の気流中の一定点への垂直距離を  $z$  とし、ある時刻の水位からの距離を  $z_0$  とする。その時

$$U(z) = U_1(z) + U_2(z, t) \tag{9}$$

とおくことが出来る。ただし  $U_2(z, t)$  は水面の変動が考えている点の風速におよぼす影響を示している。水面での水位変動を  $a \cos pt$  とすれば(9)は近似的に

$$U(z) = U_1(z) - \alpha a \frac{\partial U_1(z)}{\partial z} \cos pt \tag{10}$$

ただし  $\alpha$  は 0 ないし 1 の数とし、気流の性質によりその値を変化するものとする。

またこの時の混合距離は考慮している一定点において  $l = \kappa(z - \beta a \cos pt + z_0)$  \tag{11}

$\beta$  も  $\alpha$  と同様 0 ないし 1 の数とする。(10), (11)を用いて

$$U_*^2 = -\overline{u'w'} = \langle \kappa^2 (z - \beta a \cos pt + z_0)^2 \times \left( \frac{\partial U_1}{\partial z} - \alpha a \frac{\partial^2 U_1}{\partial z^2} \cos pt \right)^2 \rangle \tag{12}$$

高次項を省略すれば

$$\begin{aligned} \kappa^2 (z+z_0)^2 \left( \frac{\partial U_1}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \kappa^2 \beta^2 a^2 \left( \frac{\partial U_1}{\partial z} \right)^2 \\ + \frac{1}{2} \kappa^2 (z+z_0)^2 \alpha^2 a^2 \left( \frac{\partial^2 U_1}{\partial z^2} \right)^2 + 2\kappa^2 (z+z_0) \\ \times \alpha^2 \alpha \beta \frac{\partial U_1}{\partial z} \frac{\partial^2 U_1}{\partial z^2} = U_*^2 \end{aligned} \tag{13}$$

第1次近似として

$$\kappa^2 (z+z_0)^2 \left( \frac{\partial U_1}{\partial z} \right)^2 = U_*^2 \tag{14}$$

これを解いて  $z=0$  にて  $U_1=0$  を用いれば

$$\frac{U_1}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \log e \frac{z+z_0}{z_0} \tag{15}$$

(15)より得られる  $\frac{\partial U_1}{\partial z}$ ,  $\frac{\partial^2 U_1}{\partial z^2}$  を(13)の左辺第2, 第3および第4項に代入し, 第2近似として

$$\begin{aligned} \kappa^2 (z+z_0)^2 \left( \frac{\partial U_1}{\partial z} \right)^2 = U_*^2 \left[ 1 + \frac{a^2}{(z+z_0)^2} \right. \\ \left. \times \left\{ 2\alpha\beta - \frac{1}{2} (\alpha^2 + \beta^2) \right\} \right] \end{aligned} \tag{16}$$

(16)を解いて

$$\begin{aligned} \frac{\kappa}{U_*} U_1 + \text{const} = \log e (z+z_0) \\ - \frac{1}{4} a^2 \left\{ 2\alpha\beta - \frac{1}{2} (\alpha^2 + \beta^2) \right\} \frac{1}{(z+z_0)^2} \end{aligned} \tag{17}$$

(17)において  $\alpha=1, \beta=1$  とおけば, これは O.M. Phillips(1966) §.4.8 の結果と一致する。原則的に考えれば  $\alpha=\beta=1$  は気流の流線が波面に沿って波面上を平面上におけると同様になめらかに通過した場合のものである。 $\alpha=0$  は(16)によれば考えている点において流線の上下動揺が極めてすくない場合を意味し,  $\beta=0$  は(1)より混合距離に対する波面の上下動揺の影響を省略してよいことを意味する。

(17)の数値計算のため表-2をつくる。

表-2  $\frac{1}{4} \left\{ 2\alpha\beta - \frac{1}{2} (\alpha^2 + \beta^2) \right\}$  の値

$\beta \backslash \alpha$	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0.0
1.0	0.250	0.195	0.130	0.055	-0.030	-0.125
0.5	0.093	0.088	0.073	0.048	0.013	-0.031
0.0	-0.125	-0.080	-0.045	-0.020	-0.005	0.0

(17)において const を適当に分離すれば

$$\begin{aligned} \frac{\kappa}{U_*} U_1 + \text{const}_2 = \log e \frac{z+z_0}{z_0} \\ - \frac{1}{4} a^2 \left\{ 2\alpha\beta - \frac{1}{2} (\alpha^2 + \beta^2) \right\} \frac{1}{(z+z_0)^2} \end{aligned} \tag{18}$$

ただし(18)は  $\frac{a}{z+z_0} \leq 1$  において成立し,  $z \rightarrow 0$  の近傍迄伸長する事は出来ない。

const<sub>2</sub> が余り大きくなく, 十分  $z$  の大きい所では(18)は

$$\frac{\kappa}{U_*} U_1 \approx \log e \frac{z+z_0}{z_0} \tag{19}$$

で近似出来る。すると,  $z_0$  の値は筆者等 (1963, 1966) の実験を参照して  $z_0 \approx \frac{1}{25} a$  乃至  $\frac{1}{15} a$  とおくことが出来る。水面に近い領域で(18)による  $U_1$  と(19)の延長による  $U_1$  との比を求めると次の様になる。

$\alpha=0.0, \beta=1.0$  または  $\beta=0.0, \alpha=1.0$  (これは表-2より速度増大の最大を示している。)にて

表-3

$z_0 \backslash z$	1.5 a	2 a	2.5 a	3 a
$\frac{1}{25} a$	1.015	1.008	1.005	1.003

$\frac{1}{20} a$	1.016	1.008	1.005	1.003
$\frac{1}{15} a$	1.017	1.009	1.006	1.004

$\alpha=1.0, \beta=1.0$ (これは表-2よりもっとも大きな速度減少の生ずる場合である。)にて

表-4

$z_0 \setminus z$	$1.5 a$	$2 a$	$2.5 a$	$3 a$
$\frac{1}{25} a$	0.969	0.984	0.990	0.993
$\frac{1}{20} a$	0.967	0.983	0.990	0.993
$\frac{1}{15} a$	0.964	0.982	0.989	0.993

つぎに表-3に示した  $\alpha=0.0, \beta=1.0$  の場合には(1)の厳密解を求めることが出来る。解は  $z=z_{01}$  にて  $U_1=0$  として

$$\frac{\kappa}{U_*} U_1 = \log e \frac{\left| z+z_0 + \left\{ (z+z_0)^2 + \frac{1}{2} a^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \right|}{\left| z_{01}+z_0 + \left\{ (z_{01}+z_0)^2 + \frac{1}{2} a^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \right|} \quad (20)$$

この式は  $z$  の十分大きい所で

$$\frac{\kappa}{U_*} U_1 \approx \log e \frac{z+z_0}{\frac{1}{2} \left| z_{01}+z_0 + \left\{ (z_{01}+z_0)^2 + \frac{1}{2} a^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \right|} \quad (21)$$

となるから、既述の様にして実験結果から  $\frac{1}{2} \left| z_{01}+z_0 + \left\{ (z_{01}+z_0)^2 + \frac{1}{2} a^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \right| = z_0$  は  $\frac{1}{25} a$  乃至  $\frac{1}{15} a$  と考えてよい。これを用いて  $z$  のちいさい領域での(20)による  $U_1$  と(21)の伸長との比を求めると(ただし  $z \gg z_0$  である。)

表-5

$z_0 \setminus z$	$1.5 a$	$2 a$	$2.5 a$	$3 a$
$\frac{1}{25} a$	1.016	1.007	1.002	1.002
$\frac{1}{20} a$	1.014	1.008	1.005	1.005
$\frac{1}{15} a$	1.016	1.009	1.005	1.003

表-5による値は表-3によるものとよく一致して上記(17)に示された第2近似解が十分正しいことを示している。

この様にして  $\alpha=1, \beta=1$  の波面に規則的に気流が沿っていると考えられる場合は、表-4から水面に近い領域の風速は  $z$  の大きい領域の対数則の風速分布をそのまま下方迄延長使用したものよりちいさく現われることがわ

かる。またこの考え方に従っての最大の風速増加を与える  $\alpha=0.0, \beta=1.0$  あるいは  $\beta=0.0, \alpha=1.0$  の場合においても風速増加率は水面近傍で1~2%にすぎない。現実の問題としてはこれは測定誤差の範囲内である。これからすれば水面の上下動揺の影響は一般流の風速分布に対してそれ程大きなものではない。

### 1.3 他の原因による風速のかたより

#### 1.3.1 不安定 Reynolds 応力理論の拡張

図-2は筆者、柴山、加藤により行われた風波発達についての風洞実験(浜田、柴山、加藤(1963, 1966), 加藤、武村(1966))における風波上の風による水面剪断抵抗係数  $r_{10}^2$  を図示したものである。 $r_{10}^2$  は

$$\tau_0 = \rho r_{10}^2 U_{10}^2 \quad (22)$$

で与えられる。 $\tau_0$ は風速が対数則分布をする領域を使用して計算により求められ、 $U_{10}$  は対数則分布曲線を水面上10mまで延長した場合の風速である。この図より明かな通り、水深3cmの場合は抵抗係数の値は滑面平板の場合にちかくなり、風速の増大とともに抵抗係数がやや減少する傾向も滑面の場合に似ている。これに対して水深15cmおよび50cmの場合は風速の増大とともに抵抗係数は増加して、粗面の場合の抵抗係数の性質を示している。

この時の水面状態は水深3cmの場合は碎波は認められないが、水深15cmおよび50cmの場合は風波の波頂で碎波の発生が認められる。つぎに風速分布について考察すると、水深3cmの場合は水面のごく近傍まで対数則による表示とよく一致しているが、水深15cmおよび50cmの場合は水面近傍(水波の半波高の4~5倍の高さまで)では風速は対数則によるものよりかたより、大きく現われている。図-3はこの場合の風速分布の一例である。波面近傍( $z=2a$ )では風速のかたよりは5%程度に達することが認められる。

風波の波頂に碎波が認められるとか、相当急な波頂勾配が形成される場合は、水面に沿う流線にはくりまたはすべりが生ずるであろう。そして水深15cmおよび50cmの場合の水面に沿う流線の性質は、水深3cmの場合に較べはるかに複雑となっていることが予想される。もし水面近傍の流線のはくりまたはすべりが生じ、それにより一般流の風速分布のかたよりが現われているとすると、その原因としては2つの場合が考えられる。第一の場合はI-1で述べた不安定 Reynolds 応力が存在する領域が風速の大きな風洞実験の場合において、I-1の場合より遙かに高くまでおよぶと言うことであり、第二は気流の

水波上の風の性質について

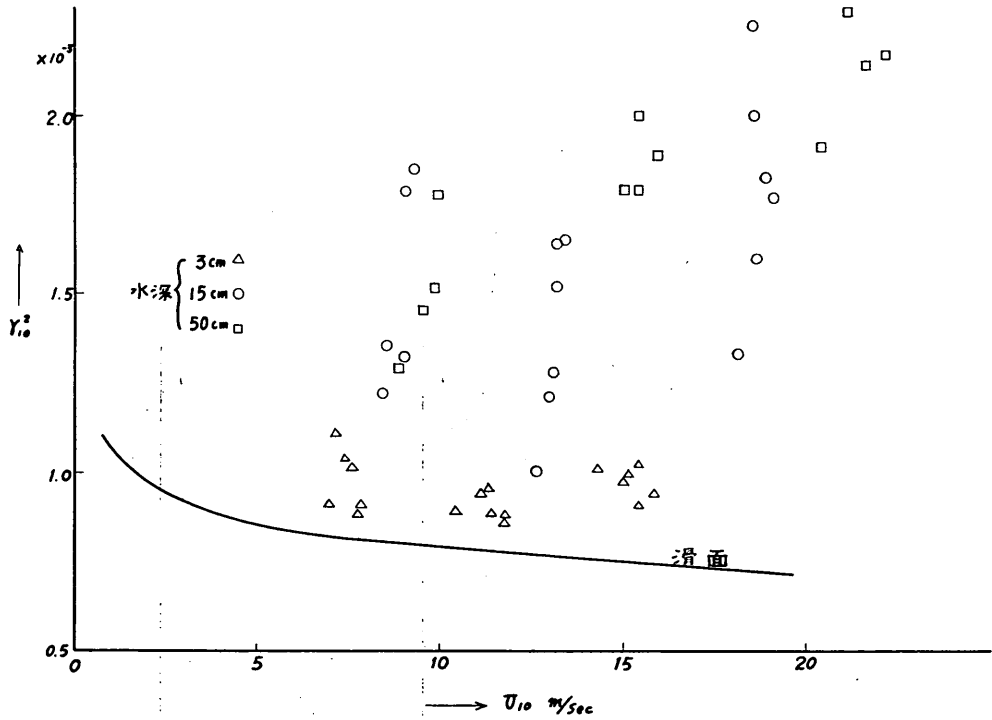


図-2 抵抗係数  $r_{10}^2$  の分布

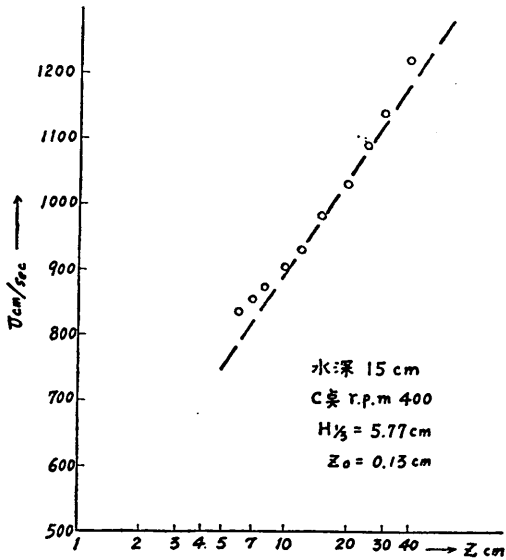


図-3 風速分布の一例

はくり現象そのものの効果として、水面近傍に jet 的な流れが生じないかと言うことである。

水波の増中は波形勾配に同位相の気圧変動成分によりなされて居り、その故気流が水波面からはくりすとか、あるいは水波形との間にすべりがあり、その位相関係が J. W. Miles (1957) の解の水波面の境界条件を厳密に満足しない場合においても不安定 Reynolds 応力は存在することが出来る。風の一般流から波により生ずるせつ動気流に力学的エネルギーが流れる割合は

$$\int_0^{\infty} U \frac{\partial \tau_w}{\partial z} dz = \int_0^{\infty} \frac{\partial(U\tau_w)}{\partial z} dz - \int_0^{\infty} \tau_w \frac{\partial U}{\partial z} dz \quad (23)$$

で表わすことが出来、( $\tau_w$  は波によるせつ動気流のため生じた不安定 Reynolds 応力を意味する。),  $z=0$  の水面に沿っては  $U=0$ ,  $z=\infty$  では波によるせつ動気流が消失することから  $\tau_w=0$  となる。この故に右辺第 1 項は消失する。今

$$\tau_w = \tau_{w1} + \tau_{w2} \quad (24)$$

とおき、 $\tau_{w1}$  は  $\tau_c$  以下において生ずる J. W. Miles (1957 1960) により指摘せられた不安定 Reynolds 応力とす

る。したがって

$$-\int_0^\infty \tau_w \frac{\partial U}{\partial z} dz = -\tau_{w1} \int_0^{z_c} \frac{\partial U}{\partial z} dz - \int_0^\infty \tau_{w2} \frac{\partial U}{\partial z} dz$$

$$= -\tau_{w1} U_c - \int_0^\infty \tau_{w2} \frac{\partial U}{\partial z} dz \quad (25)$$

$\tau_{w2}$  は  $\tau_{w1}$  以外の要素により生じたその波に対する不安定 Reynolds 応力であり、当然その波自身のせつ動気流により形成せられている。

(25)による仕事は水波の基本的性質である。

$$E = cM \quad (26)$$

の関係を満足して波の力学的エネルギーとならぬばならぬ。今  $\frac{dM}{dt} = \frac{dM_1}{dt} + \frac{dM_2}{dt}$  とし、 $\frac{dM_1}{dt}$  は  $\tau_{w1}$  によるモーメントの変化、 $\frac{dM_2}{dt}$  は  $\tau_{w2}$  によるモーメントの変化とすれば、水面の条件から次式が成立する。

$$\frac{dE}{dt} = c \frac{dM_1}{dt} + c \frac{dM_2}{dt}$$

$$= c(\tau_{w1})_b + c(\tau_{w2})_b \quad (27)$$

記号  $b$  は水面における値であることを示している。 $\tau_{w1}$  は  $z_c \sim \tau_{w2}$  の間で一定であるから、 $\tau_{w2} = 0$  の場合は(25)、(27)から力学的エネルギーの保存は完全に成立する。

$\tau_{w2} \neq 0$  の場合は(25)、(27)の間にエネルギー保存が成立するためには

$$c(\tau_{w2})_b = \int_0^\infty \tau_{w2} \frac{\partial U}{\partial z} dz \quad (28)$$

の関係が成立しなければならぬ。O. M. Phillips (1966, §4.3) は気流の乱流拡散による  $\tau_{w2} (\neq 0)$  の存在を考えたが、後述する様にその考え方には無理があると思われる。しかし水波面よりの気流のはくりないしはすべりがあれば、 $z$  方向に特定の傾向をもった水面近傍における  $\tau_{w2}$  の存在は考え得るであろう。(  $z$  方向に  $\tau_{w2}$  が常に正であるとは限らないが ) この様にして新しい不安定 Reynolds 応力  $\tau_{w2}$  によっておこされる一般流の風速分布の対数則からのかたよりが存在するであろう。しかし  $\tau_{w2}$  の具体的な性質を明かにすることは困難である。

### 1.3.2 'jet' 効果導入の試み

ここでははくりまたはそれに類似した渦動形成のため水波面のすぐ上側の気流に jet 効果が生じた場合を考えよう。この様な実験例としては A. H. Schooley (1963) のものがあり、せまい風路中をつよい風速で水波面上をすぎる気流は、水波面近傍で大きな風速の領域が現われることが示されている。

jet 的な流れの附加のため、水波上の気流の混合距離が

$$l = \alpha_1 \kappa (z + z_0) + \alpha_2 F(z) \quad (29)$$

と表わされる場合を考えよう。混合距離の大きいと分布が壁の近くの流れの場合にも、また jet や wake の場合にも比較的簡単な表現で表わされる事に注目しているわけである。そして水波面の近傍で jet 的な効果があるとすれば、その領域では  $F(z) (> 0)$  は比較的一様であり、その領域の上下では  $F(z)$  は急速に消失するであろう。以上の考えにもとづき 図-4 の混合距離の分布を用いて風速の計算を行う。

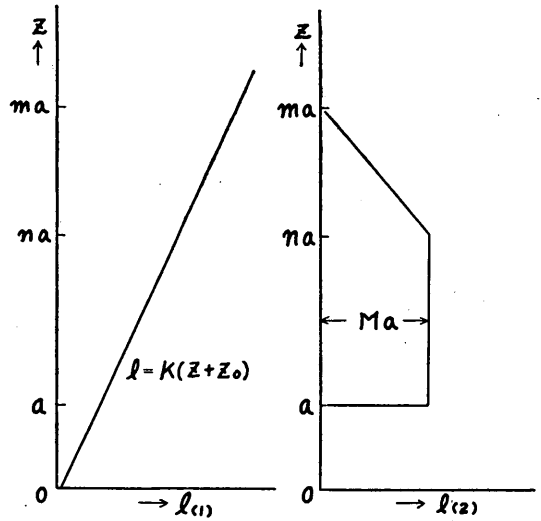


図-4 混合距離の分布図

混合距離の分布は

$a > z > 0$  にて ( $a$  は水波面での半波高を示している。)

$$l = \kappa (z + z_0) \quad (30)$$

$na > z > a$  にて

$$l = \kappa (z + z_0) + Ma \quad (31)$$

$ma > z > na$  にて

$$l = \kappa (z + z_0) + M \frac{am - z}{m - n} \quad (32)$$

$z > ma$  にて

$$l = \kappa (z + z_0) \quad (33)$$

風速分布の計算では  $z = 0$  における風速の消失、 $z = a, na, ma$  における風速の接續のみを考慮する。水波面の振動はほとんど影響しないことは既述のとおりである。

各領域における風速分布は

$a > z > 0$  にて

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \log e \frac{z + z_0}{z_0} \quad (34)$$

$na > z > a$  にて

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \log e \frac{z+z_0 + \frac{M}{\kappa} a}{a+z_0 + \frac{M}{\kappa} a} + \frac{1}{\kappa} \log e \frac{a+z_0}{z_0} \quad (35)$$

$ma > z > na$  にて

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa - \frac{M}{m-n}} \log e \frac{z_0 + \frac{M}{\kappa} \frac{am}{m-n}}{na + \frac{M}{\kappa} \frac{am}{m-n}} + \frac{1}{\kappa} \log e \frac{na+z_0 + \frac{M}{\kappa} a}{a+z_0 + \frac{M}{\kappa} a} + \frac{1}{\kappa} \log e \frac{a+z_0}{z_0} \quad (36)$$

$z > ma$  にて

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \log e \frac{z+z_0}{a+z_0} + \frac{1}{\kappa - \frac{M}{m-n}} \log e \frac{ma + \frac{z_0 + \frac{M}{\kappa} \frac{am}{m-n}}{1 - \frac{M/\kappa}}}{na + \frac{z_0 + \frac{M}{\kappa} \frac{am}{m-n}}{1 - \frac{M/\kappa}}} + \frac{1}{\kappa} \log e \frac{na+z_0 + \frac{M}{\kappa} a}{a+z_0 + \frac{M}{\kappa} a} + \frac{1}{\kappa} \log e \frac{a+z_0}{z_0} \quad (37)$$

次の例について数値計算を行う。κとMとは相似た値をとるであろうから、ここではκ=Mとおく。また、n=2, m=4とする。これは実際 jet 効果を生ずる気流の領域を考えての推定である。また  $z_0 \ll a$  が成立することは明かである。これを用いれば上記の各式は

$a > z > 0$  にて

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \log e \frac{z+z_0}{z_0} \quad (38)$$

$2a > z > a$  にて

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \log e \frac{z+a}{2z_0} \quad (39)$$

$4a > z > 2a$  にて

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \log e \frac{(z+4a)^2}{24az_0} \quad (40)$$

$z > 4a$  にて

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \log e \frac{z}{\frac{3}{2} z_0} \quad (41)$$

実験結果にもとづいて、 $\frac{a}{z_0}$  を 40, 30, 20 ととり、(39) (40) による値と(41)を水面近傍に延長した値との比を示せば

表-6

$a/z_0 \setminus z$	1.5 a	2 a	2.5 a	3 a	3.5 a	4 a
40	1.059	1.030	1.012	1.004	1.000	1.000
30	1.067	1.032	1.015	1.007	1.000	1.000
20	1.073	1.036	1.014	1.005	1.002	1.000

上表に得られた風速比の分布は水波面上で気流ははくりを生じていると考えられる風速分布(たとえば図-3等)に近いものである。実際の現象としてははくりあるいは一般流の流線の波形からのすべりの効果は、1.3-1. および 1.3.2 の両効果が重合して現われると考えられる。

## 2. 波によるせつ動流の性質について

### 2.1 簡単なモデルによる検討

本章では風が水波面上を通過する時、一般流に加えられるせつ動気流の性質を検討する。まず 図-5 によるモデルについて考える。ただし水波面を  $\eta = A_0 e^{im(x-ct)}$  とする時、 $c = c_r + ic_i (c_i > 0)$  であり、波面は何等かのかたで増巾されていると考える。これに対して風速分布は直線分布  $U = U_0 + az$  ( $a$  は  $z$  方向の速度勾配を示し  $a > 0$  とする) で与えられ、 $z = z_c$  では  $U = c_r$  が成立するものとする。

$$(h_1 > z_c > 0)$$

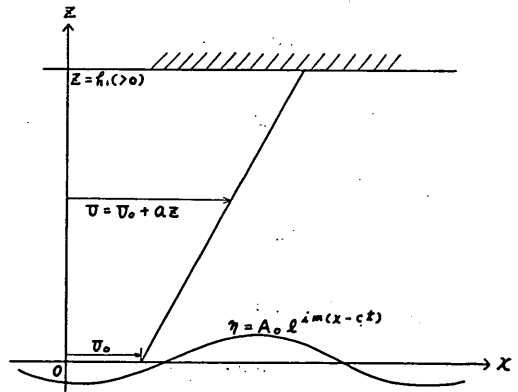


図-5 水波上のモデル風速分布

気流中の水波に対するせつ動流については、次の諸関

係が成立する。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (42)$$

$$\rho \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} + (U+u) \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial (U+u)}{\partial z} \right\} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (43)$$

$$\rho \left\{ \frac{\partial w}{\partial t} + (U+u) \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right\} = - \rho g - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (44)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (U+u) \frac{\partial \eta}{\partial x} = w \quad z=\eta \text{にて} \quad (45)$$

$$w = 0 \quad y=h_1 \text{にて} \quad (46)$$

今関係している諸量を水波の波形  $\eta$  に関する量  $\varepsilon$  により展開する。すなわち

$$\left. \begin{aligned} u &= \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \varepsilon^3 u_3 + \dots \\ w &= \varepsilon w_1 + \varepsilon^2 w_2 + \varepsilon^3 w_3 + \dots \\ p &= p_0 + \varepsilon p_1 + \varepsilon^2 p_2 + \varepsilon^3 p_3 + \dots \\ \eta &= \varepsilon \eta_1 \end{aligned} \right\} (47)$$

$\eta$  は線形な場合について (43), (44), (45) の力学的, また運動学的条件の非線形性による高次近似を求めることとなる。(47)を用いて, 1次, 2次および3次のせつ動関係が得られる。これを解いて

1次近似は

$$u_1 = \frac{(U_0 - c_r) A_0 m}{\sinh mh_1} \cosh m(z - h_1) \cos m(x - c_r t) e^{mc_i t} + \frac{c_i A_0 m}{\sinh mh_1} \cosh m(z - h_1) \sin m(x - c_r t) e^{mc_i t} \quad (48)$$

$$w_1 = \frac{(U_0 - c_r) A_0 m}{\sinh mh_1} \sinh m(z - h_1) \times \sin m(x - c_r t) e^{mc_i t} - \frac{c_i A_0 m}{\sinh mh_1} \sinh m(z - h_1) \times \cos m(x - c_r t) e^{mc_i t} \quad (49)$$

2次近似は

$$u_2 = \frac{m}{2} \left\{ A_0^2 a + 2(U_0 - c_r) A_0^2 m \coth mh_1 \right\} \times \frac{\cosh 2m(z - h_1)}{\sinh 2mh_1} \cos 2m(x - c_r t) e^{2mc_i t} + c_r A_0^2 m^2 \coth mh_1 \frac{\cosh 2m(z - h_1)}{\sinh 2mh_1} \sin 2m(x - c_r t) e^{2mc_i t} \quad (50)$$

$$w_2 = -\frac{m}{2} \left\{ A_0^2 a + 2(U_0 - c_r) A_0^2 m \coth mh_1 \right\}$$

$$\times \frac{\sinh 2m(z - h_1)}{\sinh 2mh_1} \sin 2m(x - c_r t) e^{2mc_i t} - c_i A_0^2 m^2 \coth mh_1 \frac{\sinh 2m(z - h_1)}{\sinh 2mh_1} \times \cos 2m(x - c_r t) e^{2mc_i t} \quad (51)$$

3次近似は

$$u_3 = -\frac{1}{\sinh mh_1} \left[ \frac{3}{8} (U_0 - c_r) A_0^3 m^2 - \frac{1}{4} \left\{ A_0^3 a m + 2(U_0 - c_r) A_0^3 m^2 \coth mh_1 \right\} \times \coth 2mh_1 \right] \times m \cosh m(z - h_1) \times \cos m(x - c_r t) e^{mc_i t} + \frac{1}{\sinh mh_1} \left\{ -\frac{1}{8} c_i A_0^3 m^2 + \frac{1}{2} c_i A_0^3 m^2 \times \coth mh_1 \coth 2mh_1 \right\} \times m \cosh m(z - h_1) \sin m(x - c_r t) e^{mc_i t} - \frac{1}{\sinh 3mh_1} \left[ -\frac{1}{4} \left\{ A_0^3 a m + 2(U_0 - c_r) A_0^3 m^2 \times \coth mh_1 \right\} \coth 2mh_1 + \frac{1}{8} (U_0 - c_r) A_0^3 m^2 \times 3m \cosh 3m(z - h_1) \cos 3m(x - c_r t) e^{3mc_i t} + \frac{1}{\sinh 3mh_1} \left\{ \frac{1}{2} c_i A_0^3 m^2 \coth mh_1 \coth 2mh_1 - \frac{1}{8} c_i A_0^3 m^2 \right\} \times 3m \cosh 3m(z - h_1) \times \sin 3m(x - c_r t) e^{3mc_i t} \right] \quad (52)$$

$$w_3 = -\frac{1}{\sinh mh_1} \left[ \frac{3}{8} (U_0 - c_r) A_0^3 m^2 - \frac{1}{4} \left\{ A_0^3 a m + 2(U_0 - c_r) A_0^3 m^2 \coth mh_1 \right\} \times \coth 2mh_1 \right] \times m \sinh m(z - h_1) \times \sin m(x - c_r t) e^{mc_i t} - \frac{1}{\sinh mh_1} \left\{ -\frac{1}{8} c_r A_0^3 m^2 + \frac{1}{2} c_i A_0^3 m^2 \times \coth mh_1 \coth 2mh_1 \right\} \times m \sinh m(z - h_1) \times \cos m(x - c_r t) e^{mc_i t} - \frac{1}{\sinh 3mh_1} \left[ -\frac{1}{4} \left\{ A_0^3 a m + 2(U_0 - c_r) A_0^3 m^2 \times \coth mh_1 \right\} \coth 2mh_1 + \frac{1}{8} m^2 (U_0 - c_r) A_0^3 \right] \times 3m \sinh 3m(z - h_1) \sin 3m(x - c_r t) e^{3mc_i t} - \frac{1}{\sinh 3mh_1} \left\{ \frac{1}{2} c_i A_0^3 m^2 \coth mh_1 \coth 2mh_1 \right.$$

$$-\frac{1}{8} c_i A_0^3 m^2 \left. \right\} \times 3 m \sinh 3 m \\ \times (z-h_1) \cos 3 m (x-c_r t) e^{3mc_i t} \quad (53)$$

これ等の  $u, w$  において,  $h_1$  が十分大きい時は  $\frac{\cosh m(z-h_1)}{\sinh mh_1} \rightarrow e^{-mz}, \frac{\sinh m(z-h_1)}{\sinh mh_1} \rightarrow -e^{-mz}$  であり, 2次および3次の近似についても同様に変換することが出来る。

この計算結果として現われた  $u, w$  の特徴は

(i) 1次近似において風速分布の勾配  $a$  の影響が現われず, 2次近似より高次の項において始めて現われる。これは風速分布の曲率が無視出来ない場合と比較して大きな差異となっている。またこの点の改良を考え, 任意の曲率をもつ風速分布を直線分布の重ね合わせにより近似して解く方法を用いると, この様にしてつくられた任意の高さにおける風速の勾配 (直線分布相互の接線点は除く) を1次近似の計算中に含めることは出来る。しかしこの時は風速分布の接線点において風速の2次微分が Dirac 関数の形式の表示となり, 接線点毎に水平速度に相当大きな不連続を生ずる。

(ii) 垂直方向のせつ動風速  $w_1, w_2$  および  $w_3$  はいずれも上方に向かってその絶対値が単調に減少する性質を持っている。これは風速分布が曲率を持つ場合の  $z_c$  点 ( $U=c_r$ ) 附近の  $w$  の性質とは異っている。(48, 49)より明かな通り, この場合の  $\overline{u_1 w_1}$  により構成せられる Reynolds 応力は気流中いずれの点においても0である。

(iii) 高次近似の項が1次近似項よりも十分小であるためには,  $A_0 m$  が十分ちいさいことが必要である。水波上の気流の場合においても, 単純な水波の場合と同じく  $A_0 m$  の極限值 ( $A_0 m = 3.14/7$ ) の附近では, せつ動気流について2次近似の考慮を要することを示唆している。

(iv) (48, 49) を変形すると

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= (U_0 - c_r) A_0 m \frac{\cosh m(z-h_1)}{\sinh mh_1} \\ &\quad \times \cos \left\{ m(x-c_r t) - \frac{c_i}{U_0 - c_r} \right\} e^{mc_i t} \\ w_1 &= (U_0 - c_r) A_0 m \frac{\sinh m(z-h_1)}{\sinh mh_1} \\ &\quad \times \sin \left\{ m(x-c_r t) - \frac{c_i}{U_0 - c_r} \right\} e^{mc_i t} \end{aligned} \right\} (54)$$

となり, 増巾性のせつ動流では常に  $u_1$  および  $w_1$  が夫々水波面の波形  $\eta = A_0 \cos m(x-c_r t) e^{mc_i t}$  および波形勾配との間に位相のずれが生じている。この場合は Reynolds

応力が存しないため位相のずれは  $u_1, w_1$  とも同量であるが, もし  $u$  と  $w$  との位相のずれの大きさが異なるときは, Reynolds 応力が形成せられ, 気流から水波の方に力学的エネルギーが流れることが可能となる。

この簡単なモデルを用いると,  $z_c$  点附近におけるせつ動流の性質についてはその特性をかなり明かにすることができる。1次近似のみについて考え,  $h_1$  が十分大きい時を取り扱う。水面上のある高さ  $z_1$  におけるせつ動流の振巾を

$$\eta' = A'_1 e^{mc_i t} \cos m(x-c_r t) + B'_1 e^{mc_i t} \sin m(x-c_r t) \quad (55)$$

とおけば,  $A'_1$  および  $B'_1$  はつぎの様に求められる。

$$A'_1 = A_0 e^{-mz_1} \frac{(U_0 - c_r)(U - c_r) + c_i^2}{(U - c_r)^2 + c_i^2} \quad (56)$$

$$B'_1 = \frac{c_i A_0 e^{-mz_1}}{U - c_r} \times \left\{ 1 - \frac{(U_0 - c_r)(U - c_r) + c_i^2}{(U - c_r)^2 + c_i^2} \right\} \quad (57)$$

ここで  $c_i$  をきわめて0に近い正の値にとるものとして, (56)および(57)の特性を調べる。

(i)  $|U - c_r| \gg c_i$  の時

$$\left. \begin{aligned} A'_1 &\sim A_0 e^{-mz_1} \frac{U_0 - c_r}{U - c_r} \\ B'_1 &\sim 0 \end{aligned} \right\} (58)$$

この関係から  $A'_1$  は  $z_c$  の上下で符号が反対となる。

(ii)  $|U - c_r| \sim c_i$  の時

$U - c_r > 0$  の時

$$\left. \begin{aligned} A'_1 &= A_0 e^{-mz_1} \frac{(U_0 - c_r) c_i + c_i^2}{2c_i^2} \rightarrow -\infty \\ B'_1 &= \frac{c_i A_0 e^{-mz_1}}{c_i} \\ &\quad \times \left\{ 1 - \frac{(U_0 - c_r) c_i + c_i^2}{2c_i^2} \right\} \rightarrow +\infty \end{aligned} \right\} (59)$$

$U - c_r < 0$  の時

$$\left. \begin{aligned} A'_1 &= A_0 e^{-mz_1} \frac{-(U_0 - c_r) c_i + c_i^2}{2c_i^2} \rightarrow +\infty \\ B'_1 &= \frac{c_i A_0 e^{-mz_1}}{-c_i} \\ &\quad \times \left\{ 1 + \frac{(U_0 - c_r) c_i + c_i^2}{2c_i^2} \right\} \rightarrow +\infty \end{aligned} \right\} (60)$$

この様にして  $U - c_r \rightarrow 0$  に極めて近い  $z_c$  の両側において, せつ動流の振巾は非常に大きくなる。その位相は異って居り,  $U - c_r > 0$  の側, すなわち  $z_c$  の上側の方が位相が進んでいる。

(iii)  $|U-c_r|=0$  の時、

$$\left. \begin{aligned} A_1' &= A_0 e^{-mz_1} \\ B_1' &= c_i A_0 e^{-mz_1} \frac{0}{0} \rightarrow 0 \end{aligned} \right\} (61)$$

また  $z_1=0$  では  $U-c_r=U_0-c_r$  となり、 $A_1'=A_0$ 、 $B_1'=0$  となる。(59)および(60)に示される  $z_c$  近傍のせつ動流の特性はせつ動流の質量輸送の性質に大きな影響をもつ。

水波面に沿う気流の粒子速度は、 $c_i \rightarrow +0$  の時

$$u_1 = (U_0 - c_r) A_0 m (1 - m\eta') e^{mc_i t} \cos m(x - c_r t)$$

その時間的平均値は

$$-\frac{1}{2} (U_0 - c_r) A_0^2 m^2 e^{2mc_i t} > 0 \quad (62)$$

と得られ、この質量輸送速度は通常の波の運動で予期せられるものと同様である。つぎに  $z = z_1 + \eta'$  における粒子速度を計算すると

$$u_1 = (U_0 - c_r) A_0 m e^{-mz_1} (1 - m\eta') e^{mc_i t}$$

$$\times \cos m(x - c_r t)$$

$$\eta' = A_1' \cos m(x - c_r t) e^{mc_i t} + B_1' \sin m(x - c_r t) e^{mc_i t}$$

であり、これから質量輸送速度は

$$-\frac{1}{2} (U_0 - c_r) A_0^2 m^2 e^{-2mz_1} \times \frac{(U_0 - c_r)(U - c_r) + c_i^2}{(U - c_r)^2 + c_i^2} e^{2mc_i t} \quad (63)$$

と得られる。(63)の特徴は  $|U - c_r|$  が  $c_i$  に近づく時、

その値が極めて大きくなることであり、しかも(63)は  $U - c_r > 0$  の時負、 $U - c_r < 0$  の時正と得られる。 $U = c_r$  では

$$-\frac{1}{2} (U_0 - c_r) A_0^2 m^2 e^{-2mz_c} e^{2mc_i t} \quad (64)$$

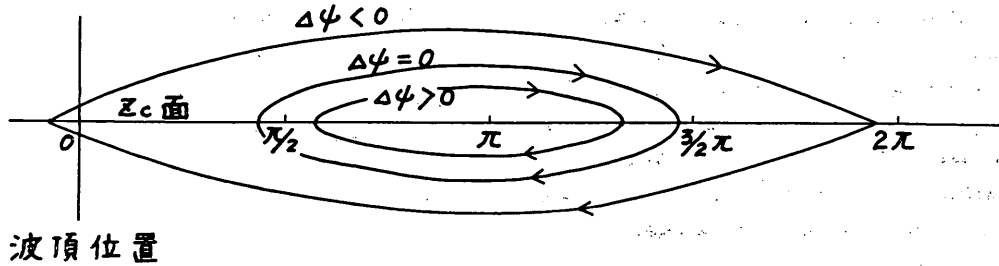
であるから、 $z_c$  近傍において質量輸送速度は極めて大きな勾配を持ち、 $z_c$  の下方では波の進行方向に向い、 $z_c$  の上方では波の進行方向と逆の方向に向う。この様にして  $z_c$  点の上下で方向を逆にする極めて大きな質量輸送が存在する。

また水波面から上方の質量輸送量の総量は  $\rho \int_{z_c}^{\infty} u_1 dy$  の時間的平均値であり、これは

$$-\frac{1}{2} \rho (U_0 - c_r) A_0^2 m e^{2mc_i t} \quad (65)$$

と得られる。この量は  $c_r < U_0$  であり、 $z_c$  点が存しない ( $c_i = 0$ ) の時も  $c_r > U_0$  で  $z_c$  点が存する ( $c_i > 0$ ) と同じ表現となる。このことから(63)による質量輸送速度が  $z_c$  点近傍で示す正および負の極めて大きな値は互いに消し合う性質を持ち、質量輸送の総量には影響しない。そして  $z_c$  近傍の気流の特性には相当の影響があるものと考えられる。

つぎに図-5の進行波に対し、一様に  $-c_r$  の逆方向の速度を加え、(一般流は  $U = U_0 - c_r + az$  となる)。 $z = z_c$  の近傍の流線の表現は



波頂位置

図-6 Cat eye

$$\begin{aligned} \Delta\psi &= \int_{z_c}^z (-)(U - c) dz + \frac{w_1 c}{im} \\ &= -U_c \frac{(z - z_c)^2}{2} + (U_0 - c_r) A_0 e^{-mz_c} \\ &\quad \times \cos \left\{ mx - \frac{c_i}{U_0 - c_r} \right\} \quad (66) \end{aligned}$$

となる。(66)による 'cat eye' を図示すると図-6 の如くである。 $U^* \neq 0$  の場合の普通の 'cat eye' とは  $c_i \rightarrow +0$  とした場合、位相がほぼ  $\pi$  だけずれている。

最後に波面にかかる圧力のせつ動成分の性質について

考察する。現在用いている計算の1次近似では水波面にかかる圧力のせつ動成分の余弦成分(水波形と同位相)は

$$\begin{aligned} &(U_0 - c_r) \rho A_0 (c_r m \coth mh_1 \\ &\quad - U_0 m \coth mh_1 - a) e^{mc_i t} \quad (67) \end{aligned}$$

同じく正弦成分は

$$\rho A_0 c_i \{-2(U_0 - c_r) m \coth mh_1 - a\} e^{mc_i t} \quad (68)$$

と得られる。余弦成分は正弦成分よりも一般に遙かに大きな値となり、波面上のせつ動圧力の主成分となる。ところが(67)は  $m \rightarrow 0$  で



$$(U_0 - c_r) \rho A_0 \frac{c_r - U_0 - ah_1}{h_1} \quad (69)$$

となり、 $U_0 < c_r < U_0 + ah_1$  であるから、上式の値は正となる。すなわち  $h_1$  に対し波長が非常に長い時、波形と同位相の圧力成分は水波の頂きで圧力大、水波の谷で圧力小と得られる。

これに対し(67)で  $m$  が大きいときは

$$(U_0 - c_r) \rho A_0 \{(c_r - U_0)m - a\} \quad (70)$$

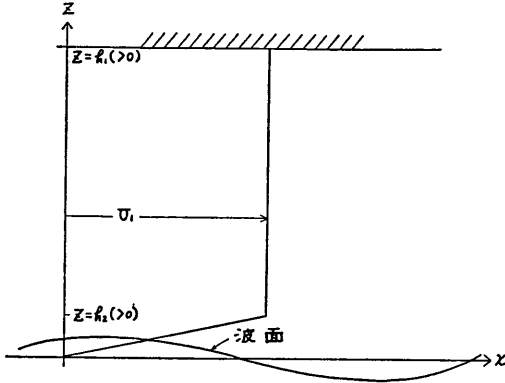


図-7

となり、 $m$  が十分大きい時、一般にこの値は負である。すなわち水波の頂きで圧力小、水波の谷で圧力大となる。

したがってこのモデルからは互いに相反する2つの結果が得られるのであるが、水波の波長が十分大きい場合の結果を補うため図-7の場合について検討する。

図-7において、水波の波数  $m$  は極めてちいさく、 $h_2$  は有限とし、更に  $h_1$  は十分大きいとする。これは(67)で表現せられた場合の風速分布において、直線分布の領域を水面近傍に近づけ、更にその上方に十分高い一様風速の領域を加えた場合に相当する。この場合の圧力のせつ動成分の波形と同位相の成分を計算し、その水波面上の値を求めると、波数  $m$  が0に近づくときは0に近づき、 $m$  が極めて小で  $m^2$  を無視出来るとするときは

$$\rho c_r A_0 m (U_1 - c_r) \left(1 - \frac{U_1}{c_r}\right) \quad (71)$$

となる。 $U_1 > c_r > 0$  であるから、この値は負となる。すなわち水波の頂きで圧力小、水波の谷で圧力大である。したがって(67)において  $m$  が極めて小として導かれた結果は気流の高さが相当大きい場合には用い得ない特

殊な場合であることがわかる。次節で考察せられる  $U'' \approx 0$  の場合の近似解法においても、この点についての注意が要求せられる。

## 2.2 $U'' \approx 0$ のときの近似的な性質

風速の2次微係数の大きさが無視出来ないときは、せつ動流の流函数を  $\psi = \phi(z)e^{im(x-ct)}$  と表わすと、 $\phi$  はつぎの非粘性 Orr-Sommerfeld 方程式を満足する。

$$(U-c)(\phi'' - m^2\phi) - U''\phi = 0 \quad (72)$$

以下 M. J. Lighthill (1957) の近似解法を用いて(72)によるせつ動流の性質を調べる。気流は水面上十分高くまで流れているものとする。

$\phi = (U-c)e^{-mz}\phi_1$  を(72)に代入すれば、若干の計算の後

$$\{(U-c)^2 e^{-2mz} \phi_1'\}' = 2m(U-c) \times (U-c)' e^{-2mz} \phi_1 \quad (73)$$

を得る。ただし'記号は  $z$  についての微分を意味する。

$(U-c)^2 = y(z)$  とおけば(73)は

$$(y e^{-2mz} \phi_1')' = y' m e^{-2mz} \phi_1$$

ただし  $z \rightarrow \infty$  で  $\phi_1 \rightarrow \Gamma A_0$  ( $\Gamma$  は1に近い常数、 $A_0$  は水波の半振幅)と考えられる。上式を積分して

$$(y e^{-2mz} \phi_1') z_1 = - \int_{z_1}^{\infty} y'(z_2) e^{-2mz_2} \phi_1 dz_2$$

これをまた積分して

$$\phi_1(z) = \text{const} + m \int_z^{\infty} \frac{1}{y(z_1)} \int_{z_1}^{\infty} y'(z_2) \times e^{2m(z_1-z_2)} \phi_1(z_2) dz_2 dz_1$$

$z \rightarrow \infty$  の条件から  $\text{const} = \Gamma A_0$ 、よって第1近似として

$$\phi_1(z) = \Gamma A_0 \left\{ 1 + m \int_z^{\infty} \frac{1}{y(z_1)} \int_{z_1}^{\infty} y'(z_2) \times e^{2m(z_1-z_2)} dz_2 dz_1 \right\} \quad (74)$$

$$\phi(z) = \Gamma A_0 (U-c) e^{-mz} \left\{ 1 + m \int_z^{\infty} \frac{1}{y(z_1)} \times \int_{z_1}^{\infty} y'(z_2) e^{2m(z_1-z_2)} dz_2 dz_1 \right\} \quad (75)$$

T. B. Benjamin (1959) に従い、水波の波数  $m$  がちいさく、風速が水波面上でその最大値に近い値に達し  $y'(z)$  が0に近い値をとる高さは波の波長よりも十分ちいさい場合を考える。この場合は(75)において

$$m \int_z^{\infty} \frac{1}{y(z_1)} \int_{z_1}^{\infty} y'(z_2) e^{2m(z_1-z_2)} dz_2 dz_1 \approx m \int_z^{\infty} \left\{ \left( \frac{U_{\infty}-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} dz_1$$

で近似することが出来る。

また、 $\psi = \phi e^{im(x-ct)}$ ,  $u_1 = -\frac{\partial \psi}{\partial z}$ ,  $w_1 = \frac{\partial \psi}{\partial x}$  の関係から界面  $z=0$  における運動学的条件

$$(w)_{z=0} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (76)$$

を用いると、( $z=0$  において  $U=0$  とする。)

$$\Gamma = \left\{ 1+m \int_0^\infty \frac{1}{y(z_1)} \int_{z_1}^\infty y'(z_2) e^{2m(z_1-z_2)} \times dz_2 dz_1 \right\}^{-1} \quad (77)$$

(75), (77)において上記の近似を用いれば

$$w_1 = imA_0(U-c)e^{-mz} \times \frac{1+m \int_z^\infty \left\{ \left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} dz}{1+m \int_0^\infty \left\{ \left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} dz} e^{im(x-ct)} \quad (78)$$

ここで重要な量は  $\Gamma^{-1} = 1+m \int_0^\infty \left\{ \left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} \times dz$  である。

$c=c_r+ic_i$  ( $c_i>0$ ) であり、今  $c_i \rightarrow +0$  の場合につき、上式を近似的に積分すれば、 $U=c_r$  の点が積分領域内に存する時  $\int_0^\infty \left\{ \left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} dz = G_r + iG_i$  とおき、風速分布に関係する長さ  $z_d$  を用いて

$$\left. \begin{aligned} G_r &= \frac{(U_\infty-c)^2}{U_c'^2} \left\{ -\frac{1}{z_d-z_c} - \frac{1}{z_c} \right\} - z_d \\ G_i &= -\frac{U_c''}{U_c'^3} \pi (U_\infty-c)^2 \end{aligned} \right\} \quad (79)$$

ただし wave length  $\gg z_d > z_c > 0$  とする。

すなわち  $G_r < 0$  となるが、 $1+mG_r > 0$  は成立する。

また  $G_i > 0$  である。

この性質を用いて(78)より

i)  $z_c > z > 0$  にて

$$w_1 = imA_0(U-c)e^{-mz} e^{im(x-ct)} - imA_0(U-c) e^{-mz} \frac{m \int_0^z \left\{ \left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} dz}{1+mG_r} \times e^{i \left\{ m(x-ct) - \frac{mGi}{1+mG_r} \right\}} \quad (80)$$

$\int_0^z \left\{ \left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} dz$  は実かつ正である。

ii)  $z > z_c$  にて

$$w_1 = imA_0(U-c)e^{-mz} \frac{1+m \int_z^\infty \left\{ \left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} dz}{1+mG_r} \times e^{i \left\{ m(x-ct) - \frac{mGi}{1+mG_r} \right\}} \quad (81)$$

$\int_z^\infty \left\{ \left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} dz$  は実かつ正である。

同様にして

$$u_1 = -[A_0 U' e^{-mz} \frac{1+m \int_z^\infty \left\{ \left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} dz}{1+m \int_0^\infty \left\{ \left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} dz} - A_0(U-c) m e^{-mz} \frac{1+m \int_z^\infty \left\{ \left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} dz}{1+m \int_0^\infty \left\{ \left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} dz} - A_0(U-c) m e^{-mz} \frac{\left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1}{1+m \int_0^\infty \left\{ \left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} dz}] \times e^{im(x-ct)} \quad (82)$$

したがって

i)  $z_c > z > 0$  にて

$$u_1 \approx -A_0 \{ U' - m(U-c) \} e^{-mz} e^{im(x-ct)} + A_0 U' m e^{-mz} \frac{\int_0^z \left\{ \left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} dz}{1+mG_r} \times e^{i \left\{ m(x-ct) - \frac{mGi}{1+mG_r} \right\}} + A_0(U-c) m e^{-mz} \times \left\{ \left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} \frac{1}{1+mG_r} \times e^{i \left\{ m(x-ct) - \frac{mGi}{1+mG_r} \right\}} \quad (83)$$

ii)  $z > z_c$  にて

$$u_1 \approx -A_0 \{ U' - m(U-c) \} e^{-mz} \times \frac{1+m \int_z^\infty \left\{ \left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1 \right\} dz}{1+mG_r} \times e^{i \left\{ m(x-ct) - \frac{mGi}{1+mG_r} \right\}} + A_0 m(U-c) e^{-mz} \times \frac{\left( \frac{U_\infty-c}{U-c} \right)^2 - 1}{1+mG_r} e^{i \left\{ m(x-ct) - \frac{mGi}{1+mG_r} \right\}} \quad (84)$$

(80), (81), (83) および(84)を比較すれば、 $z > z_c$  では  $u_1, w_1$  は位相が完全に  $\frac{\pi}{2}$  だけ異なり、水波によるせつ動気流は Reynolds 応力を生じ得ないことがわかる。しかし  $z_c > z > 0$  の領域では位相は水波の波形または波形勾配と同位相のもの、およびそれと  $\frac{mGi}{1+mG_r}$  だけ位相のずれたものが現われて居り、そこには Reynolds 応力が構成される可能性がある。今  $z_c$  の近傍において(80), (83)の両式の性質を更に検討してみよう。

$z_c$  の近傍において

水波上の風の性質について

$$\int_0^z \left\{ \left( \frac{U_\infty - c}{U - c} \right)^2 - 1 \right\} dz \approx \int_0^z \left( \frac{U_\infty - c}{U - c} \right)^2 dz$$

$$= (U_\infty - c)^2 \int_0^z \frac{dz}{(U - c)^2} \approx (U_\infty - c)^2$$

$$\times \int_0^z \frac{dz}{U_c'^2 (z - z_c)^2} = - \frac{(U_\infty - c)^2}{U_c'^2} \frac{z}{z_c (z - z_c)}$$

故に(80)は

$$w_1 = imA_0 U_c' (z - z_c) e^{-mz} e^{im(x-ct)}$$

$$+ imA_0 e^{-mz} \frac{m(U_\infty - c)^2}{1 + mG_r} \frac{1}{U_c'} \frac{z}{z_c}$$

$$\times e^{i \left\{ m(x-ct) - \frac{mGi}{1 + mG_r} \right\}} \quad (85)$$

また(83)において第2項

$$-A_0 U' m e^{-mz} \frac{m(U_\infty - c)^2}{1 + mG_r} \frac{1}{U_c'^2} \frac{z}{z_c (z - z_c)}$$

$$\times e^{i \left\{ m(x-ct) - \frac{mGi}{1 + mG_r} \right\}}$$

では、 $U' \frac{z}{z_c} \approx U_c'$  が成立するから、

$$-A_0 m e^{-mz} \frac{(U_\infty - c)^2}{1 + mG_r} \frac{1}{U_c' (z - z_c)}$$

$$\times e^{i \left\{ m(x-ct) - \frac{mGi}{1 + mG_r} \right\}}$$

これは  $z_c$  近傍において(83)第3項をほぼ相殺する。

故に

$$u_1 = -A_0 U' e^{-mz} e^{im(x-ct)} \quad (86)$$

また Reynolds 応力の表現は

$$\tau = -\frac{1}{2} \rho R \overline{u_1 w_1^*} \quad (87)$$

(85), (86)を上式に代入し、 $U_c' \frac{z_c}{z} \approx U'$  および  $z_c$  の近傍で  $e^{-mz} \approx 1$  の近似を用いれば

$$\tau = -\frac{1}{2} \rho A_0^2 m \frac{(U_\infty - c)^4}{\left( \frac{1}{m} + G_r \right)^2} \pi \frac{U_c''}{U_c'^3} \quad (88)$$

この  $\tau$  は  $z_c$  近傍において  $z < z_c$  であれば、 $z$  にほぼ独立であり、水波によるせつ動気流に生ずる不安定 Reynolds 応力を示し、直接水波増巾のため作用するものである。

$w_{1c} = im \phi_c e^{im(x-ct)}$  の関係を用いれば、(85)から

$$\phi_c \approx A_0 m \frac{(U_\infty - c)^2}{1 + mG_r} \frac{1}{U_c'} e^{-i \frac{mGi}{1 + mG_r}}$$

$$\text{故に } |\phi_c|^2 \approx A_0^2 \frac{(U_\infty - c)^4}{\left( \frac{1}{m} + G_r \right)^2} \frac{1}{U_c'^2}$$

これを用いると(88)は

$$\tau = -\frac{1}{2} \rho \pi m \frac{U_c''}{U_c'^2} |\phi_c|^2 \quad (89)$$

これは通常非粘性安定理論において与えられる形式である。

今一つ任意すべきは(86)から(84)へと  $z$  が  $z_c$  を通過するとき、 $u_1$  の位相が  $-\frac{mGi}{1 + mG_r}$  だけずれることである。この位相のずれは(79)によれば  $U_c'' = 0$  のときは存在しない。前節の  $U'' = 0$  のモデルではこれが現われなかった。不安定 Reynolds 応力はこの  $z_c$  における  $u_1$  の位相のずれにより生じている。この場合の 'cat eye' につき考察すると 図-8 の如くなり、これは現在までに与えられたもの (O. M. Phillips (1966) 等) と完全に一致する。そして 図-6 によるものとの間には大きな位相差がある。

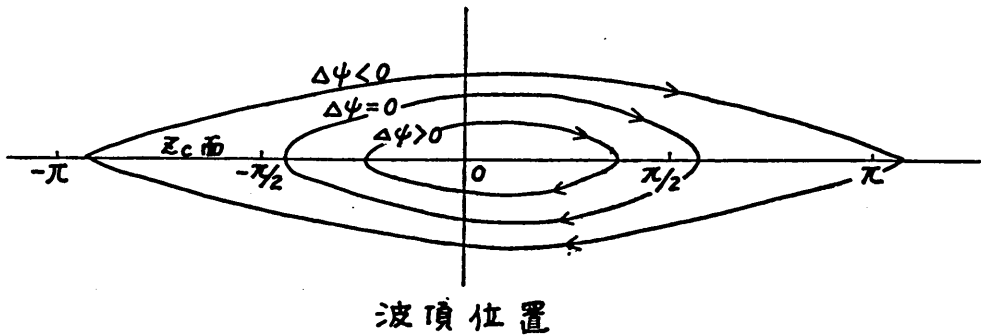


図-8 cat eye

つきにせつ動気流の質量輸送速度につき考察する。水波面に近い領域では(83)およびそれについての議論に従い

$$u_1 \approx -A_0 \{U' - m(U-c)\} e^{-mz} \cos m(x-ct) \quad (90)$$

故に水波面  $y=\eta$  における  $u_1$  は

$$\begin{aligned} u_1 &\approx -A_0 \{U'(\eta) - m(U(\eta) - c)\} e^{-m\eta} \cos m(x-ct) \\ &= -A_0 \{-U'_{(0)}m\eta + U''_{(0)}\eta + m^2U_{(0)}\eta \\ &\quad - mU'_{(0)}\eta - m^2c\eta\} \cos m(x-ct) \end{aligned}$$

$U_{(0)}=0$  を用い、時間的平均値をとれば

$$\overline{(u_1)_{at\eta}} = \frac{1}{2} A_0^2 \{2U'_{(0)}m - U''_{(0)} + m^2c\} \quad (91)$$

(91)は正の値を持ち、前節の(62)と比較すれば、(62)は(91)の { } 内の第3項のみが現われていることがわかる。(91)の { } 内の第1項、第2項はいずれも正であり、 $U'' \neq 0$  のときの方が水波面に沿う質量輸送速度は大きい。

$z_c > z > 0$  では  $z_c$  に近い領域で垂直方向のせつ動速度  $w_1$  は(85)により示される。これから  $(U-c) \frac{\partial \eta'}{\partial x} = w_1$  の関係を用いてその高さにおけるせつ動流の振巾  $A'(\eta') = A'e^{im(x-ct)}$  を求めると

$$\begin{aligned} A' &= A_0 e^{-mz} + A_0 \frac{1}{U-c} \frac{(U_\infty - c)^2}{U_c'} \frac{z}{z_c} \\ &\quad \times \frac{1}{\frac{1}{m} + G_r} e^{-i \frac{mGi}{1+mG_r}} e^{-mz} \end{aligned} \quad (92)$$

$z_c$  の近傍において  $A'$  の絶対値が極めて大きくなることは前節の場合と同様である。故に  $\eta'$  は

$$\begin{aligned} \eta' &= A_0 e^{-mz} \cos m(x-ct) + A_0 \frac{1}{U-c} \\ &\quad \times \frac{(U_\infty - c)^2}{U_c'} \frac{z}{z_c} \frac{1}{\frac{1}{m} + G_r} e^{-mz} \\ &\quad \times \cos \left\{ m(x-ct) - \frac{mGi}{1+mG_r} \right\} \end{aligned} \quad (93)$$

$z+\eta'$  における  $u_1$  は

$$\begin{aligned} u_1 &\approx -A_0 \{U'(z+\eta') - m(U(z+\eta') - c)\} \\ &\quad \times (1 - m\eta') e^{-mz} \cos m(x-ct) \end{aligned}$$

これを計算し、その時間的平均値をとると

$$\begin{aligned} \overline{(u_1)_{at\eta'}} &= \frac{1}{2} A_0^2 \{2mU'(z) - U''(z) + m^2c \\ &\quad - m^2U(z)\} e^{-2mz} + \frac{1}{2} A_0^2 \frac{1}{U-c} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \frac{(U_\infty - c)^2}{U_c'} \frac{z}{z_c} \frac{1}{\frac{1}{m} + G_r} \{2mU'(z) \\ &\quad - U''(z) + m^2c - m^2U(z)\} e^{-2mz} \\ &\quad \times \cos \left\{ \frac{mGi}{1+mG_r} \right\} \end{aligned} \quad (94)$$

(94)は2つの項から出来ている。第1の項は(91)の延長であり、通常の意味の質量輸送の項である。第2の項は  $z_c$  の近傍で絶対値が極めて大きくなる性質を持ち、 $z$  が  $z_c$  の下方に位置する場合、符号は負である。(水波面に沿う質量輸送の方向は正である。) すなわち  $z_c$  に沿ってその下方で負方向への大きな質量輸送がある。そして(94)の表現形式および前節の(63)と比較するとき、 $z_c$  上方ではこれとは逆に正方向への大きな質量輸送があることは確実である。注意すべきは(63)によるものと、(94)によるものとはこの  $z_c$  近傍での大きな質量輸送の方向が互いに逆になっていることである。この様な差異が現われたのは(85)による  $w_1$  の第2項の特異な性質によっている。

この様にして  $z_c$  の下方において  $u_1, w_1$  の位相差が  $\frac{\pi}{2}$  よりも  $-\frac{mGi}{1+mG_r}$  だけ異なることにより、不安定 Reynolds 応力が形成せられることを見た。 $G_i$  は(79)により与えられるから、この Reynolds 応力は一般流の基本的な性質によりもたらされたものである。しかしこれ以外にも気流そのものの乱流拡散、あるいは水波面における気流の波面からのすべり等によっても、せつ動気流  $u_1$  および  $w_1$  には位相差のずれが生じ得ることが考えられる。若しその様な力学的機構を認めるとすれば、それは当然(27)および(28)の関係を満足するものでなければならない。

O. M. Phillips (1966)は気流の乱流拡張による  $u_1$  および  $w_1$  の位相差のずれをもととして(28)の  $(\tau_{w2})_b$  を決定することは試みた。しかし乱流拡散のみにもとづく場合は(28)において  $\tau_{w2}$  は  $z$  方向に不規則な正負の値をとり

$$\int_0^\infty \tau_{w2} dz = 0 \quad (95)$$

が成立するであろう。これに対し  $\frac{\partial U}{\partial z}$  は  $z=0$  から上方に向い単調に減少してゆく正の関数であり、(28)が常に正の有限値を保つと言うことは示し難いと思われる。(28)が正の有限値をとるためには、 $\frac{\partial U}{\partial z} (> 0)$  の値の大きい  $z=0$  の近傍において、 $\tau_{w2}$  が系統的に正の値をとることが必要であろう。すなわち気流が水波面からすべりを生じ、水波面近傍で  $u_1$  および  $w_1$  の位相差が系統

的にずれると言う現象を考えなければならない。

水波面近傍の  $u_1$  および  $w_1$  を(83), (85)からつぎの様に近似する。

$$\left. \begin{aligned} u_1 &\approx -A_0\{U'-m(U-c)\}e^{im(x-ct)} \\ w_1 &\approx imA_0(U-c)e^{im(x-ct)} \end{aligned} \right\} (96)$$

これを用いて(28)を表わすと

$$\begin{aligned} (\tau_{w2})_b &= \rho mA_0(U-c)A_0\{U' \\ &\quad -m(U-c)\}\beta' \end{aligned} \quad (97)$$

ただし  $\beta'$  は  $u_1$  と  $w_1$  との位相差が  $\frac{\pi}{2}$  よりずれるために生じた係数であり,  $(\tau_{w2})_b > 0$  の如くとするものとする。ここで一般流の風速分布として対数則分布を考え, かつ  $U, U'$  の値としては便宜上  $U=U_1 \log e^{-\frac{z}{z_0}}$  ( $U_1 = \frac{U^*}{\kappa}$ ) において  $z=z_0$  における値をとる。故に(97)において  $U \rightarrow U_1, U' \rightarrow \frac{U_1}{z_0}$  となり,

$$\begin{aligned} (\tau_{w2})_b &= \rho A_0^2 m (U_1 - c) \left\{ \frac{U_1}{z_0} - m (U_1 - c) \right\} \\ &\quad \times \beta' \end{aligned} \quad (98)$$

この時  $\frac{U_1}{z_0} \gg |m(U_1 - c)|$  が成立するとすれば

$$(\tau_{w2})_b \approx \rho A_0^2 m (U_1 - c) \frac{U_1}{z_0} \beta' \quad (99)$$

(99)は  $U_1/c \rightarrow 1$  の近傍においては, 過小の値を与えることとなり適切ではない。(27)において  $c(\tau_{w1})_b$  については J. W. Mills (1957) により与えられた表現を用い,  $c(\tau_{w2})_b$  には(99)を用い,  $t=0$  における水波の振幅を  $A_{00}$  とすれば

$$A_0^2 = A_{00}^2 \exp. \left[ -\frac{2}{\rho \omega g} c \rho m (U_1 - c) \right]$$

表-7

$U_1/c$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
(-) $\beta'$ が 0.015 から 0.001 に変化する場合									
Ⓐ	0.726	1.14	1.40	1.56	1.67	1.74	1.76	1.70	1.36
Ⓑ	2.86	2.25	1.72	1.26	0.847	0.483	0.245	0.0815	0.000059
Ⓐ/Ⓑ	0.253	0.507	0.814	1.24	1.98	3.61	7.20	20.8	23140
(-) $\beta'$ が 0.010 から 0.001 に変化する場合									
Ⓐ	0.488	0.769	0.952	1.07	1.16	1.24	1.29	1.33	1.36
Ⓑ	2.86	2.25	1.72	1.26	0.847	0.483	0.245	0.0815	0.000059
Ⓐ/Ⓑ	0.170	0.341	0.553	0.853	1.37	2.56	5.27	16.4	23140

$$\times \frac{U_1}{z_0} \beta' t + \frac{\rho}{\rho_w} \frac{U_1^2}{c^3} g \beta t \quad (100)$$

今考えている水波面近傍の気流の性質からすれば, (100)の  $\beta$  と  $\beta'$  とは相互に干渉することとなる。しかし(100)では相対的な大きさの比較のため, 線形加算の形式で表現している。深海波の関係式  $c^2 = -\frac{g}{m}$  および  $\Omega = \frac{g z_0}{U_1^2}$  を用いると

$$\begin{aligned} A_0^2 &= A_{00}^2 \exp. \left[ \frac{\rho}{\rho_w} \frac{g}{c} t \left\{ 2 \left( \frac{U_1}{c} - 1 \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \frac{1}{\Omega \frac{U_1}{c}} \beta' + \left( \frac{U_1}{c} \right)^2 \beta \right\} \right] \end{aligned} \quad (101)$$

(101)が波速  $c$  に対応する波数  $m$  の波の増巾率を示している。  $2 \left( \frac{U_1}{c} - 1 \right) \frac{1}{\Omega \frac{U_1}{c}} \beta'$  と  $\left( \frac{U_1}{c} \right)^2 \beta$  の計算には  $\Omega, \beta'$  および  $\beta$  の値を与えなければならない。以下前者をⒶ, 後者をⒷとおく。

計算例としては  $\Omega$  については筆者等の実験 (1963) および T. H. Ellison (1956) の与えた値にもとづき,  $U_1/c = 1.0$  で  $\Omega = 3 \times 10^{-3}$ ,  $U_1/c = 0.2$  で  $\Omega = 1.2 \times 10^{-2}$  とし, その間を  $U_1/c$  に線形に変化するものとした。 $\beta'$  は(99)において  $c=0$  のときの模型実験結果 (石田一郎(1967)) を参照して (この時の境界層外の速度は  $10U_1$  と考えている)。  $U_1/c = 1$  で  $\beta' = -0.015$  および  $-0.010$  とし, 実際の海面では  $U_1/c$  の減少とともに十分減少してゆくものとして,  $U_1/c = 0.1$  では  $\beta' = -0.001$  とした。 $\beta$  の値は Conte, S. D. および J. W. Miles (1959) の計算値により決定した。図-9 は  $U_1/c$  に対するこれ等の値の分布を示している。これにより決定せられるⒶ, ⒷおよびⒶ/Ⓑは表-7の如くなる。

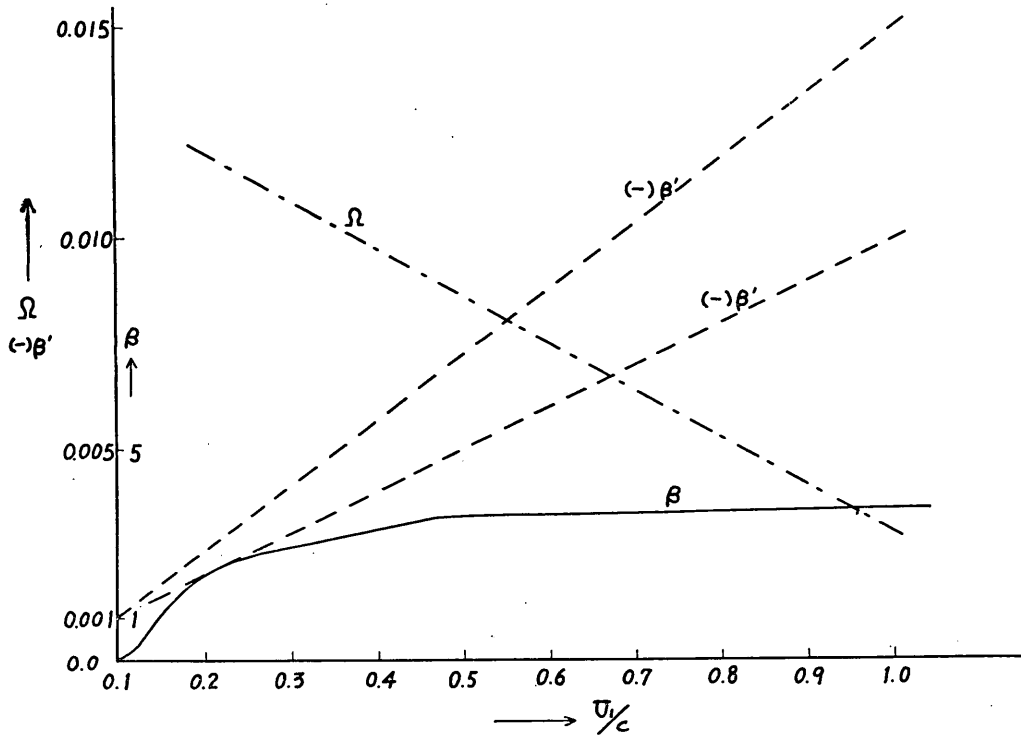


図-9

水路模型実験では  $U_1/c=1$  の附近の状態が現われ、実際の海面では  $U_1/c=0.5\sim 0.2$  程度の場合が多く現われるものと考えられる。表-7 では  $U_1/c$  が 0.9 の附近では  $\textcircled{A}$  の値は既述の様にちいさくなりすぎて居り、 $\textcircled{A}/\textcircled{B}$  はこの附近でも 1 の位数と考えるべきであろう。したがって  $\textcircled{A}/\textcircled{B}$  は  $U_1/c$  の変化に応じ、1 から 10 の位数へと変化することとなり、これは現在までの実験観測結果と大体一致した傾向である。

参 考 文 献

Benjamin, T. B., Shearing flow over a wavy boundary, *Journal of Fluid Mech.* Vol.6, 1959  
 Hamada, T., Shibayama, A. and Kato H., An experimental study of development of wind waves, Report No. 2, Port & Harbour Res. Inst., 1963  
 Hamada, T., Shibayama, A. and Kato H., A note on the development of wind waves in an experiment, Report No. 12, Port & Harbour Res. Inst., 1966  
 石田 一郎 Stokes 波の境界層特性に関する風洞ならびに水槽実験, 海と空, 第42巻第3, 4合

併号, 1967  
 加藤始, 武村莞爾 水面上の風速分布 (第1報) - 浅水波面上の場合 - 港湾技術研究所報告第5巻1号, 1966  
 Lighthill, M. J., The fundamental solution for small steady three-dimensional disturbances to a two-dimensional parallel shear flow, *Journal of Fluid Mech.*, Vol.3, 1957  
 Miles, J. W., On the generation of surface waves by shear flows, *Journal of Fluid Mech.*, Vol. 3, 1957  
 Miles, J. W., On the generation of surface waves by turbulent shear flows, *Journal of Fluid Mech.*, Vol.7, 1960  
 Phillips, O. M., The dynamics of the upper ocean, Cambridge Univ. Press., 1966  
 Schooley, A. H., Simple tools for measuring wind fields above wind-generated water waves, *Journal of Geophysical Res.*, Vol.68, No. 19, 1963  
 Stewart, R. W., The wave drag of wind over water, *Journal of Fluid Mech.* Vol.10, 1961 (1968. 9. 12 受付)