

計算室

工務和男

港湾技術研究所報告

REPORT OF PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN.

第 6 卷 5 号

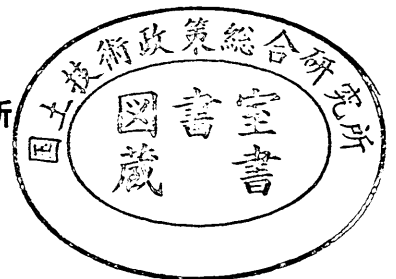
Vol 6 No.5

(通卷第 42 号)

乾燥砂層の振動性状.....荒井秀夫・梅原靖文

1967年4月

運輸省港湾技術研究所



乾燥砂層の振動性状

目次

1. まえがき	3
2. 実験装置	4
3. 実験	5
3.1 実験砂層	5
3.2 加速度計の配置	5
3.3 実験方法	5
4. 実験結果	6
4.1 実験結果の整理	6
4.2 鉛直方向の分布	8
4.3 振動方向の分布	18
4.4 振動方向に直角方向の分布	18
4.5 密度変化	18
4.6 砂層の相対変位	18
5. 実験結果の考察	28
5.1 セン断振動体による近似	28
5.2 横波の速度, 減衰常数	29
5.3 砂層の応力ひずみ関係の推定	33
5.4 模型振動実験に対する考察	34
6. あとがき	37
参考文献	38
附録, 剪断振動理論	39

Vibration of dry sand layers

Hideo Arai* and Yasuhumi Umehara**

Synopsis

Using the electro-dynamic type shaking table, we carried out eight series of test on dry sand layers under different conditions made in the box on the shaking table with 5m long, 1.5m wide and 1.5m high.

The sand layers used in the experiment are following : horizontal sand layers with 80, 60, 40 cm thick, respectively, in the loose state and 75 cm thick in the dense state, and truncated wedge-type sand layers with 125cm high in the loose state and in the dense state, respectively.

The sand is fine grained sand called Onahama sand with the effective size of 0.13mm, the uniformity coefficient of 1.31 and the angle of repose of 32.5° .

In any constant acceleration level of the table, the frequency was changed from 0.2 cps to 100cps and a table acceleration and the accelerations in some places of the sand layer were measured by the unbonded type wire strain gage accelerometers.

Acceleration responses of dry sand layers were obtained from recorded data.

The obtained acceleration responses of dry sand layers show that the vibrations of sand layers consist of many vibration systems and have some characteristics depending upon the non-linear stress-strain relationship of sand layers.

As the first approximation, we assumed that the vibrations of sand layers could be represented by the shear vibration at any constant acceleration level of the table. By applying the theory of shear vibration to the obtained acceleration responses, we estimated the shear wave velocities and damping constants of dry sand layers.

From a result of the experiment on dry sand layers, the following facts were made clear.

Firstly, in the very small deformation (strain range within about the shear wave velocity of dry sand layers is about 170m/sec in the dense state and about 100m/sec in the loose state.

Secondly, as the deformation of the sand layer increases, apparently, the shear wave velocity of the sand layer decreases and the damping constant of the sand layer increases.

Thirdly, the vibrations of sand layers are less influenced by the walls in the direction of the table motion, but in the transverse direction, they are much influenced.

*Chief, Vibration Laboratory, Structures Division.

**Research Engineer, Vibration Laboratory, Structures Division

乾燥砂層の振動性状

荒 井 秀 夫*
梅 原 靖 文**

概 要

新設された動電駆動方式の振動台を用いて乾燥砂層の振動性状を調べた。砂層の形状が水平および堤状の2種類について厚さと密度を変えたものについて、層内の加速度応答とその分布を測定した。実験に使用した砂は小名浜砂と呼ばれる微粒砂である。

砂層は振動時に複雑な挙動を示すが、砂層は剪断振動をなすと仮定して実験結果を整理した。整理の結果得られた主な結論は次のようである。

- (1) 砂層は極めて小さい変形(約 1×10^{-4} 以内のひずみ)に対しては弾性的な挙動を示し、本実験程度の密度の砂層では横波の速度は100~170m/secである。
- (2) 砂層の変形が大きくなると、見掛上横波の速度はかなり減少し、減衰常数は増大する。このことから一周期間の砂層の応力—ひずみ関係を推定した。
- (3) 砂層中央部における加速度応答特性は水平砂層と堤状砂層とでは大きな差は見られないが、振動モードに拘束の影響が現われている。
- (4) 側壁の影響は共振点付近に著しく現われ、壁の近くでは見掛上減衰常数が極めて大きい。

1. まえがき

港湾構造物の耐震性を研究する手段の一つとして振動台による模型実験があつて、重力式、矢板式、セル式等の岸壁や棧橋型式のけい船岸壁の模型振動実験が行なわれる。このような実験において、岸壁の裏込め、基礎地盤として砂のような性質を有する適当な模型材料がないため、多くの場合砂そのものが模型材料として選ばれる。この場合、原型と模型が同一材料である点で模型実験の相似律が厳密に成立しない。しかしながら、砂は粒子の配列状態、拘束条件、間げき水の挙動などによつて、その力学的性質が大巾に変化することが知られており、目的によつては意味のある模型実験をすることもできるのではないかと考えられる。そのためには砂層の振

動性状を明確にしておくことを必要とする。

振動台上の箱の中の砂層の振動性状を調べることは、古くから Jacobsen⁽¹⁾、松尾⁽²⁾、石井⁽³⁾等の先覚者達によつて研究されてきているが、その研究はすべて低振動数の実験であつたため、砂層の塑性域における性状は求められたが砂層の弾性的性質を実験的に明らかにすることができていない。砂の弾性的性質は試料の動力学的試験および弾性波探査によつて求められているが、このことと前述の振動箱内の砂層の振動性状の実験との結びつきは明らかにされていない。

砂層に建設される構造物の震害に支配的な役割をなすのは、間げき水の挙動であつて、いわゆる流動化現象であると考えられる。この現象を明らかにするためには、振動時砂層が弾性域から塑性域に移行する過程を明らか

* 構造部振動研究室長

** 構造部振動研究室

にすることが必要と考えられる。

港湾構造物の耐震性を研究する目的で大型の動電型振動台が設置された機会に、前述した問題を明らかにするため、乾燥砂層の振動性状に関する実験を行なった。

で砂層よりいくぶん重い。固有振動数は約 250cps で 5 kc の撤送波増巾器を通して 170cps のガルバノメーターで電磁オシログラフに記録した。

図-2 は加速度計の振動数特性を示すものであり、感

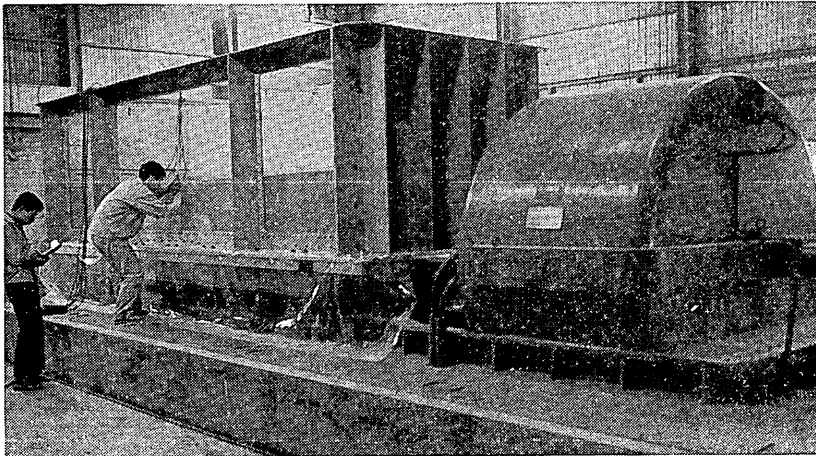


写真-1 動電型振動台

2. 実験装置

新設された振動台⁽⁴⁾は動電駆動方式であり、写真1に示す。

図-1 は振動台のブロックダイアグラムを示すものである。振動台は油圧により支持され、最大加振力 12tonG 振動数 0.2~100cps (仕様は 0.2~50cps), 最大変位 ± 5 cm の正弦波形で振動できるようになっている。

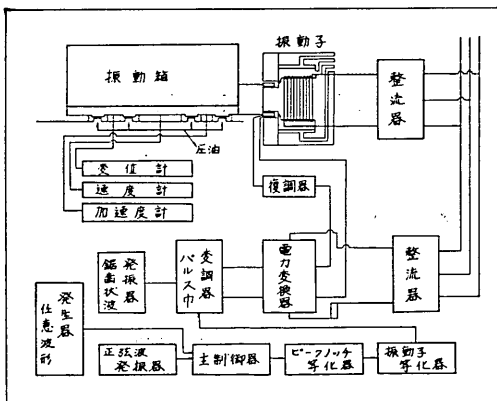


図-1 振動台ブロックダイアグラム

この振動台は、従来の機械的駆動方式のものにくらべ、広範囲の振動数が得られる。

実験に使用した加速度計は非接着ひずみゲージを使用したもので、容器は 10cm×8cm×2cm 上下面に十字のすべり止めを付してある。単位重量は約 2.1gr/cm³

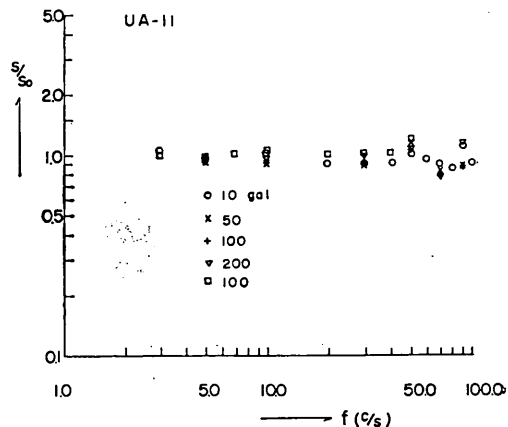
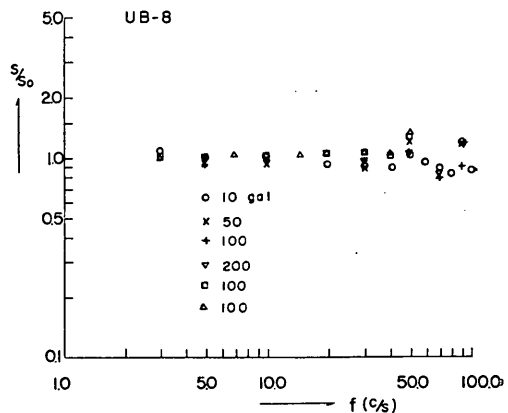


図-2 加速度計の特性

度比を振動数に対してプロットしてある。ただし、Sは感度、Soは振動数3cpsのときの感度である。

図-3は実験に使用した小名浜砂の粒径加積曲線を示すものである。

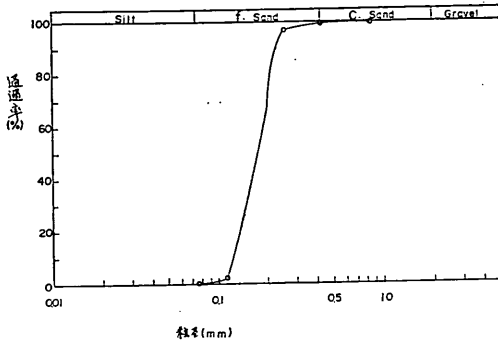


図-3 小名浜砂の粒径加積曲線

3. 実験

3.1 実験砂層

振動箱の中に表面が水平になるように砂をつめたもの（以下では、この形式のものを水平砂層と呼ぶ）と振動両方向に斜面をつけたもの（以下では、この形式を堤状砂層と呼ぶ）の2種の形状の砂層について、層厚及び締め固めの程度をかえ、3.2に示す目的の実験を行なった。実験に使用した砂層の形状、層厚、締め固め度、および振動前の砂層の単位重量を表-1に一括して示した。

表-1 実験砂層

TEST	形状	層厚 (cm)	締め固め度	単位重量 gr/cm ³
①	水平砂層	80	ゆる詰め	1.355
②	水平砂層	75	密詰め	1.438
③	水平砂層	60	ゆる詰め	1.356
④	水平砂層	60	ゆる詰め	1.353
⑤	水平砂層	60	ゆる詰め	1.361
⑥	水平砂層	40	ゆる詰め	1.332
⑦	堤状砂層	125	密詰め	1.481
⑧	堤状砂層	125	ゆる詰め	1.361

なお、各実験砂層に対する砂のつめ方は次のようにしておいた。ゆる詰め水平砂層の場合には、所定の深さ毎に加速度計を置き、ロトを用いて、約1mの高さから砂を自然落下させ砂表面が所定の層厚を保ち、かつ水平になるよう表面仕上げを行なった。密詰め水平砂層の場

合は、同様にして投入された砂を鉄製のタコで締め固め所定の深さに加速度計を静置し、その上に投入された砂をタコで一様に締め固めた。加速度計を埋めこむ深さ毎に、この操作をくりかえし、所定の密詰め砂層を得た。

ゆる詰め堤状砂層については、振動台の両端から、ほぼ砂の安息角の傾斜にテープをはり、所定の深さ毎に加速度計を静置し、ロトを用いて砂を自然落下させ、堤高が所定の高さになるよう表面を水平に仕上げ、かつテープにそつて法面を成形した。又、密詰め堤状砂層については、加速度計の深さ毎にタコを用いて砂を締め固め、最後に、ゆる詰めの場合と同様に堤体を成形した。表-1に示した実験前の砂層の単位重量は投入された砂の重量と砂層の占める容積より求めたものである。

3.2 加速度計の配置

イ) 水平砂層

i) 砂層の鉛直方向の性状

層厚80, 60, 40cm ゆる詰め砂 (TEST-①, ③, ⑥) 及び75cm 密詰め砂 (TEST-②) に対し、砂表面より振動台下端まで中央に4~5個の加速度計 (図-4・a, b, c, d) を埋めこみ鉛直方向の振動性状を調べる。

ii) 振動方向の性状

層厚60cmの砂層 (TEST-④) に対し、振動方向に5個の加速度計を砂表面近くに水平に埋めこみ砂層の振動方向の性状を調べる (図-4・e)。

iii) 振動方向に直角方向の性状

層厚60cm (TEST-⑤) の砂層に対し、振動直角方向の砂表面近くに、中心より片側に4個の加速度計を水平に埋めこみ砂層の振動直角方向の性状を調べる (図4・f)。

ロ) 堤状砂層

天端高125cmの堤状砂層 (TEST-⑦, ⑧) に対し、鉛直方向に5個の加速度計を埋めこみ、堤状砂層の場合の鉛直方向性状及び、水平砂層のそれとを比較する (図-4・g)。

3.3 実験方法

台加速度をほぼ一定に保ち、各加速度レベルについて、振動数を0.2~100cpsの範囲で変化させ、台加速度及び砂層の加速度を電磁オシロにより記録させた。又、加速度レベルは、10, 20, 40, 80, 100, 150, 200, 300, 400gal, の各段階に変化させた。

なお、各加速度レベルに対する振動後の砂表面沈下量から砂の単位重量の変化を測定した。

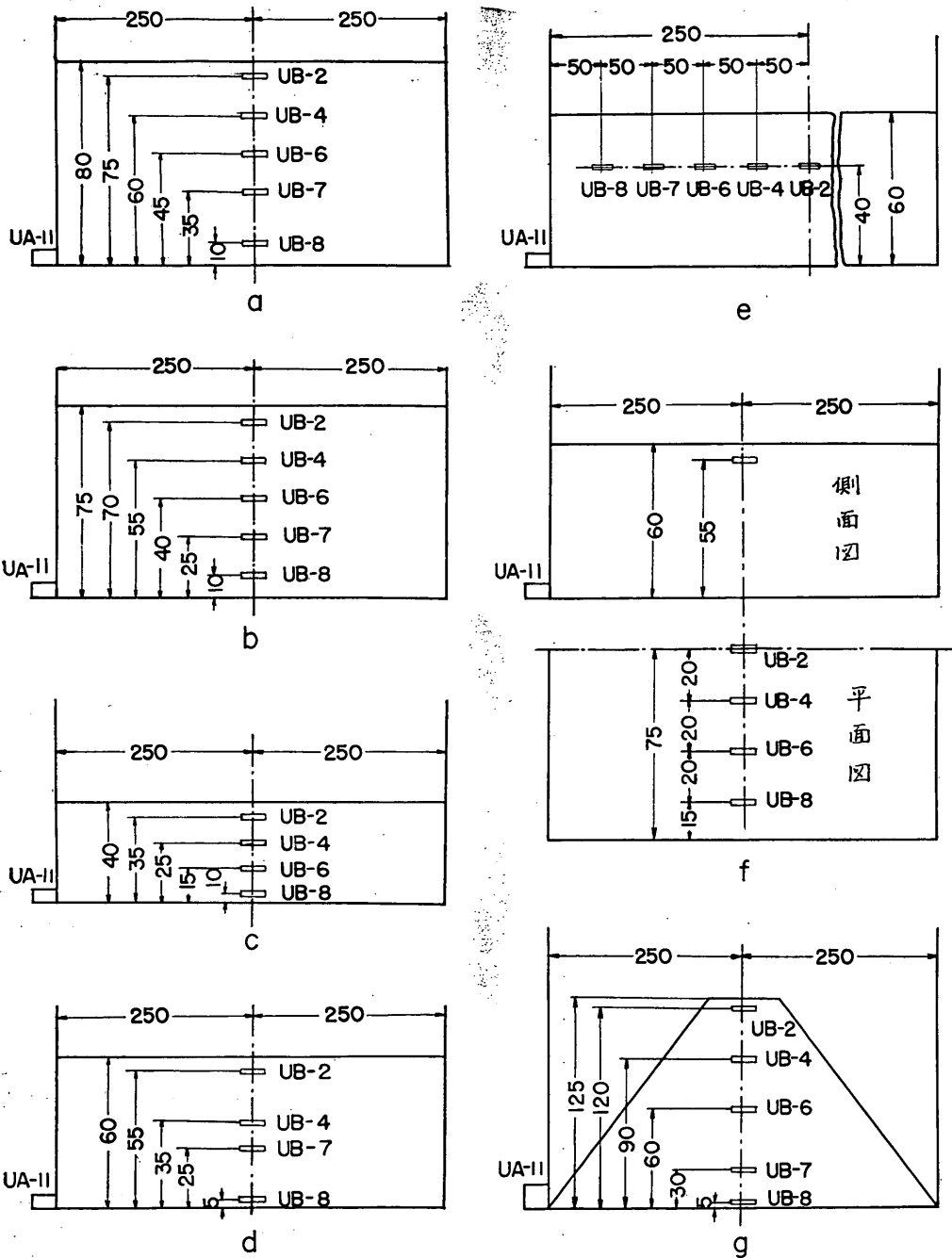


図-4 加 速 度 計 配 置 図

4. 実験結果

4.1 実験結果の整理

3章で示したように各種形状、層厚、締め固め度の砂

層に対し、台加速度を一定に保ち振動数を変化させる形式の振動実験を実施し砂層内各点の加速度及び台加速度を測定した。

図-5はこの実験によつて得られた記録の一部であつ

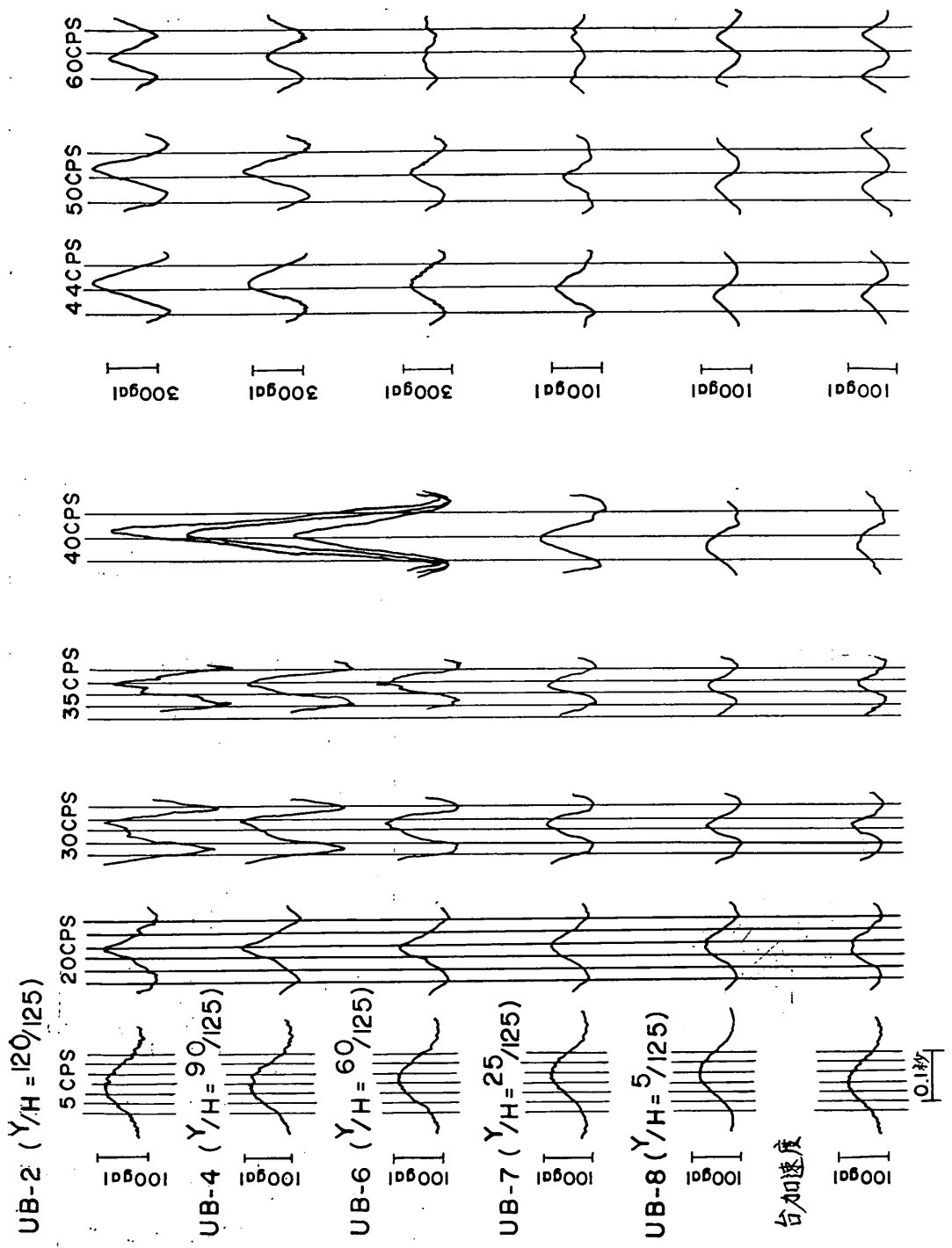


图-5 加速度波形

て、堤頂高 125cm の密詰め堤状砂層の場合に台加速度を 20gal に保つて振動数を 5~60cps まで変えた時の定常状態における砂層内各点及び振動台の加速度波形を示すものである。ただし、H は堤頂高、Y は砂層内加速度測定点の高さを表わす。この図の場合には、砂層内の任意の点は振動数 40cps の時、共振している。

図 5 のような記録データより、各振動数に対して加速度比及び位相差を求めそれらの値を振動数に対してプロットすると加速度応答曲線（いわゆる共振曲線）及び位相差の曲線が得られる。

そこで、これらの結果の砂層内鉛直方向の分布、振動方向の分布及び振動直角方向の分布を調べ、砂層内各方向の振動性状について検討を加えてみる。

図中の実曲線は、砂層の振動をセン断弾性振動と仮定して整理した場合のものであり、これらについては次章でべることにし、ここでは、もつぱら、○、×、△等で示された実験値に着目して実験結果を検討していくことにする。

4.2 鉛直方向の分布

図 6.1~図 6.6 は層厚 60cm ゆる詰め の水平砂層の場合の深さの異なる点における加速度応答と各点の絶対加速度の振動台加速度に対する位相差を示すものであり、

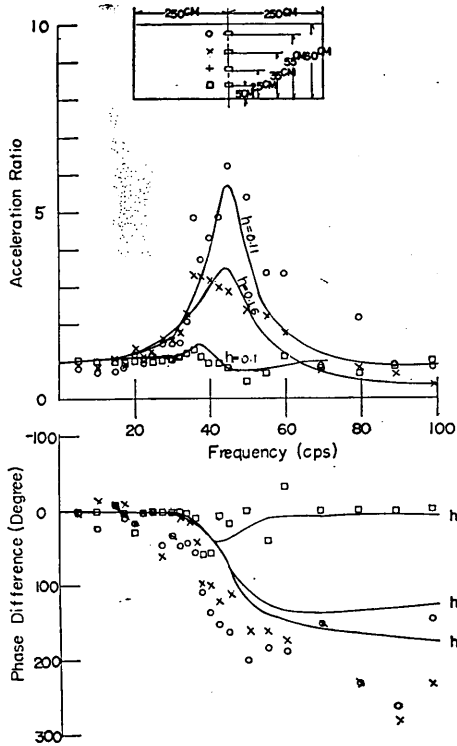


図-6.2 共振曲線と位相差(H=60cm Loose | \bar{X}_o |=50gal)

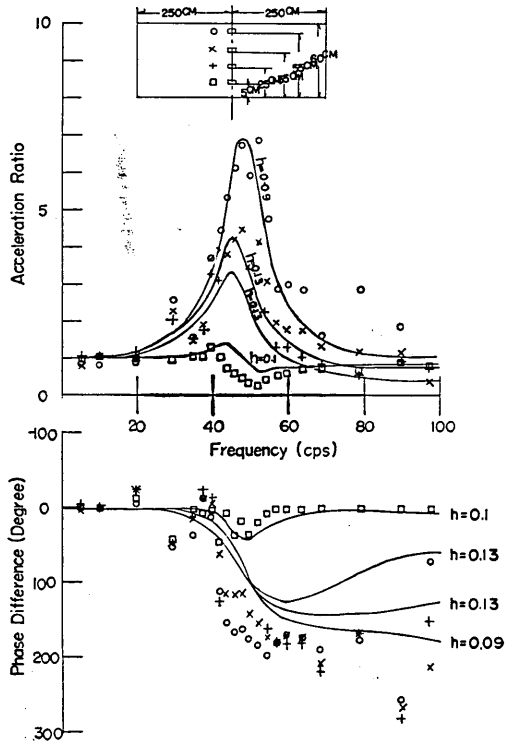


図-6.1 共振曲線と位相差(H=60cm Loose | \bar{X}_o |=20gal)

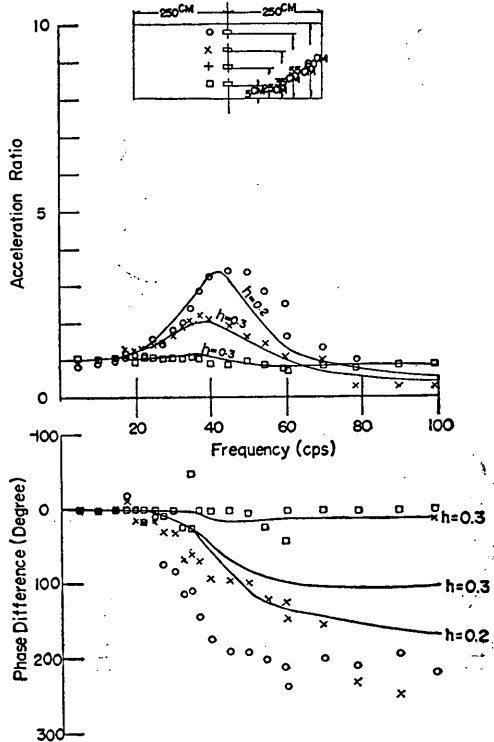


図-6.3 共振曲線と位相差(H=60cm Loose | \bar{X}_o |=100gal)

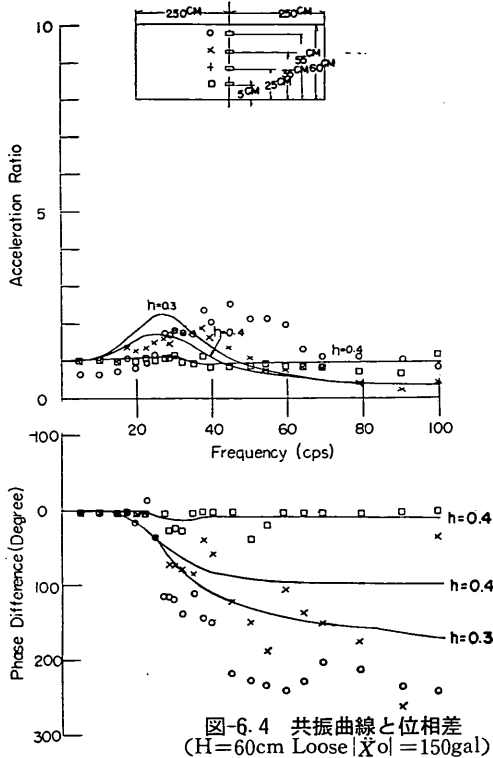


図-6.4 共振曲線と位相差
(H=60cm Loose $\bar{\chi}_0 = 150\text{gal}$)

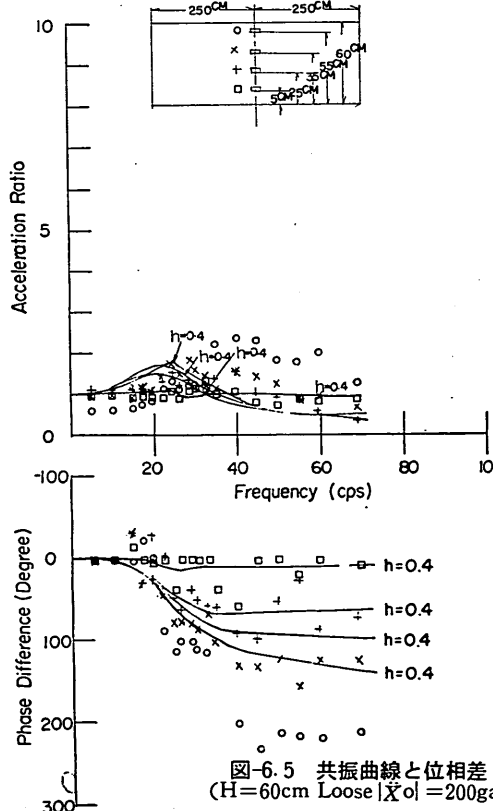


図-6.5 共振曲線と位相差
(H=60cm Loose $\bar{\chi}_0 = 200\text{gal}$)

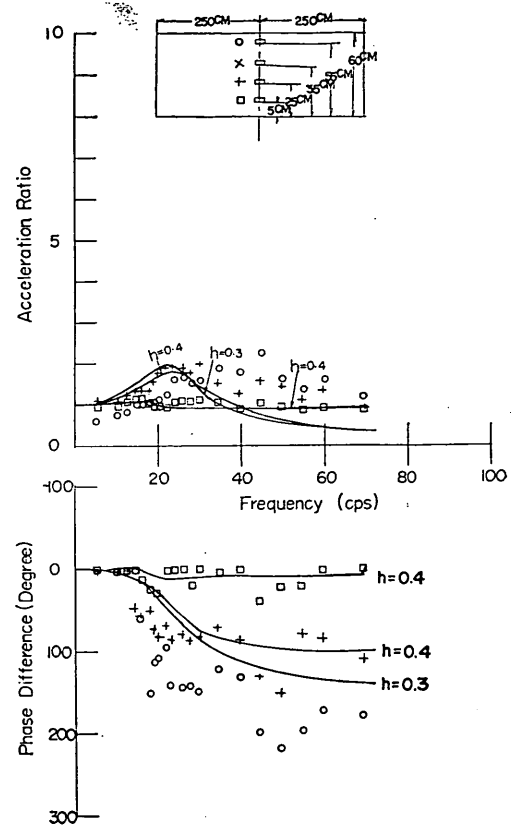


図-6.6 共振曲線と位相差(H=80cm Loose $\bar{\chi}_0 = 300\text{gal}$)

台加速度をそれぞれ、20、50、100、200、300galに保つた場合のものが示されている。

これらの図をみると点で示した実験値には共振点はかなり明瞭にあらわれており、与えた台加速度が大きくなるにともなつて、共振振動数が低下し、加速度比のピークが低下する傾向がみとめられる。

深さ方向の各点は、台加速度が小さい場合ほぼ同じ振動数で共振するが台加速度が大きくなると共振振動数はやや異なり下層ほど小さい振動数のところで共振する傾向がある。しかし、台加速度が200~300galになると加速度比のピークは明確でなくなる。

実験値には多数のピークがみられ、この傾向は与えた台加速度が大きくなるほど著しくなつている。これは、砂層が単一の振動体ではなく、多数の振動体の集合したものからなつているためであると考えられる。しかし、巨視的にみるとそれらのピークが多数集つて一つ又は二つのピークを形成している。しかも、第一のピークの振動数までは、ほぼ単調増加の傾向があるが第一のピークを過ぎると複雑な運動がみられる。このような現象は砂層の表面に近いほど著しく現われる。これは第一の

ピークを過ぎると砂層全体の共振によつて、砂層、とりわけ、砂層表面が大きく乱され、砂粒子の配列に変化がおこるからであろうと考えられる。

以上では、層厚 60cm のゆる詰め砂層の場合を例として深さ方向の振動性状についての一般的な傾向をのべたが、他の条件のもとに得られた実験結果を用いて、深さ方向の振動性状に及ぼす各要因の影響について検討してみる。深さ方向の振動に及ぼす各要因として、砂の密度、層厚、砂層の形状、台加速度等が考えられ、今回の実験だけでは、現われた現象がどの要因に最も左右されるのか明確ではないが、共振動数、応答値、共振曲線の形状、位相差の変化等に注目して、それらに及ぼす各要因の影響について、次の各項目別に定性的な傾向を調べてみる。

i) 締め固め度による影響

図7.1~7.8 は層厚 80cm, ゆる詰め水平砂層に対する共振曲線と位相差を示すものであり、台加速度10, 50, 100, 150, 200, 250, 300, 400gal の場合を示す。又、図8.1~8.7は層厚 75cm 密詰め水平砂層に対する同様の図であり、台加速度10, 50, 100, 150, 200, 250, 300gal の場合を示す。

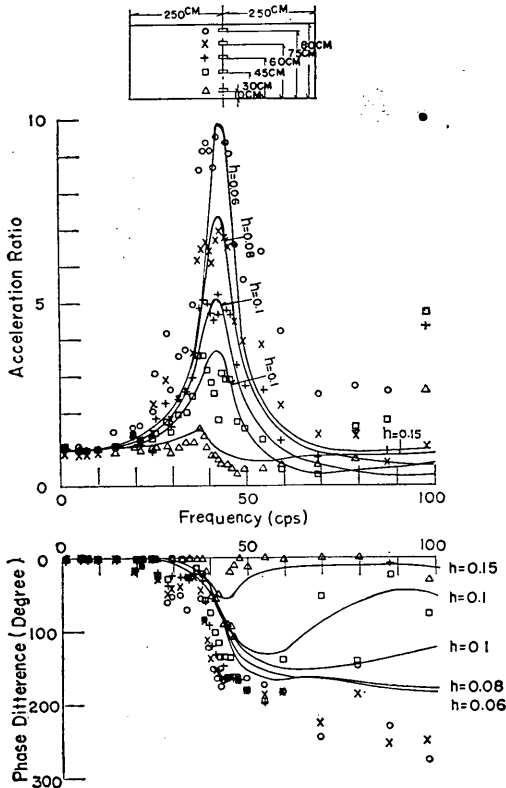


図-7.1 共振曲線と位相差(H=80cm Loose | $\bar{\alpha}$ |=10gal)

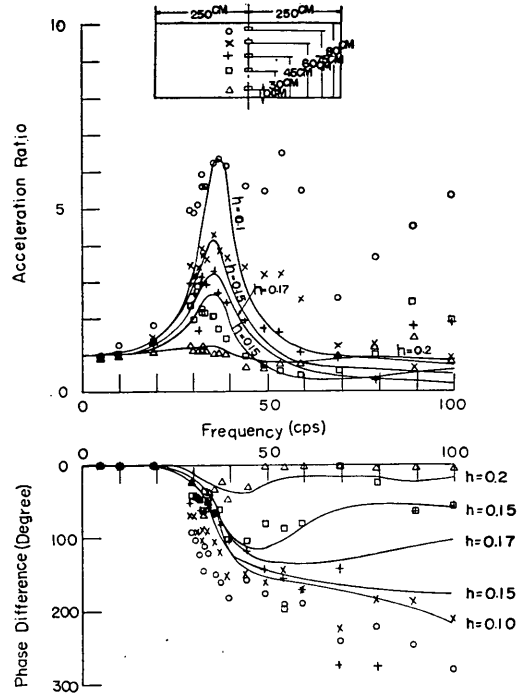


図-7.2 共振曲線と位相差(H=80cm Loose | $\bar{\alpha}$ |=50gal)

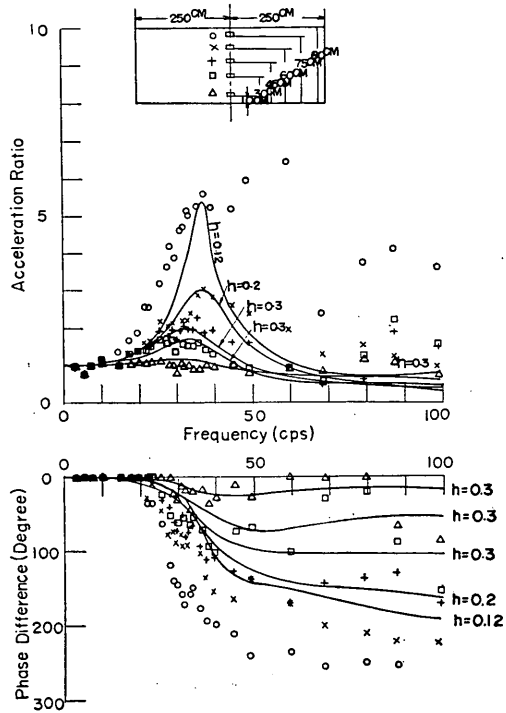


図-7.3 共振曲線と位相差(H=80cm Loose | $\bar{\alpha}$ |=100gal)

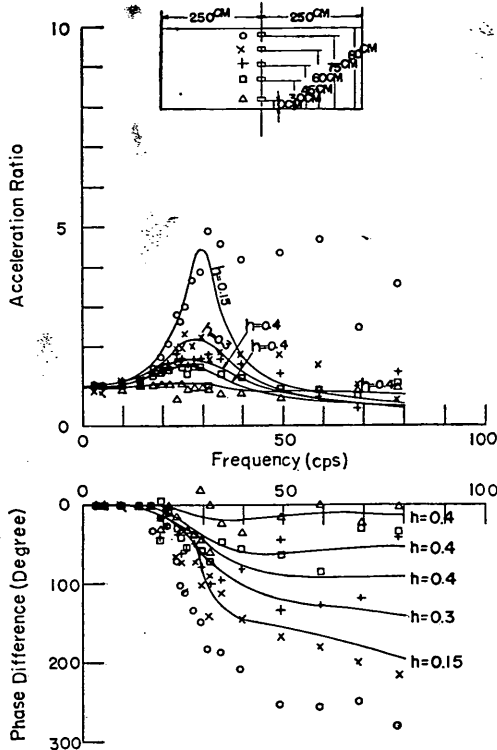


図-7.4 共振曲線と位相差(H=80cm Loose| α |=150gal)

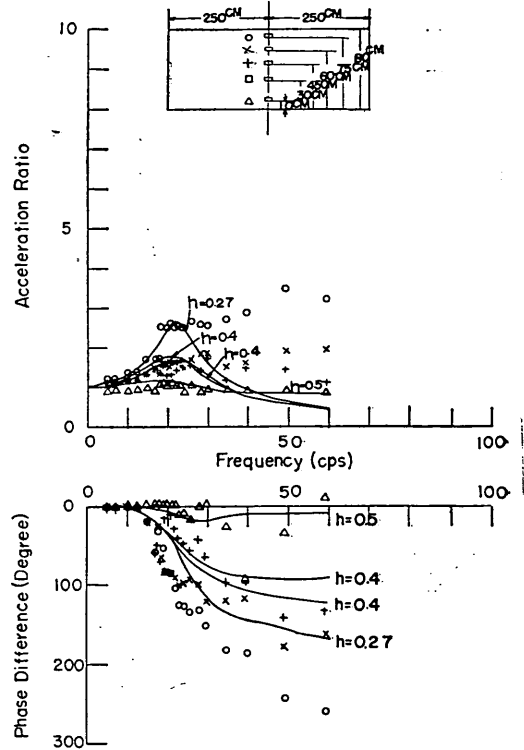


図-7.6 共振曲線と位相差(H=80cm Loose| α |=250gal)

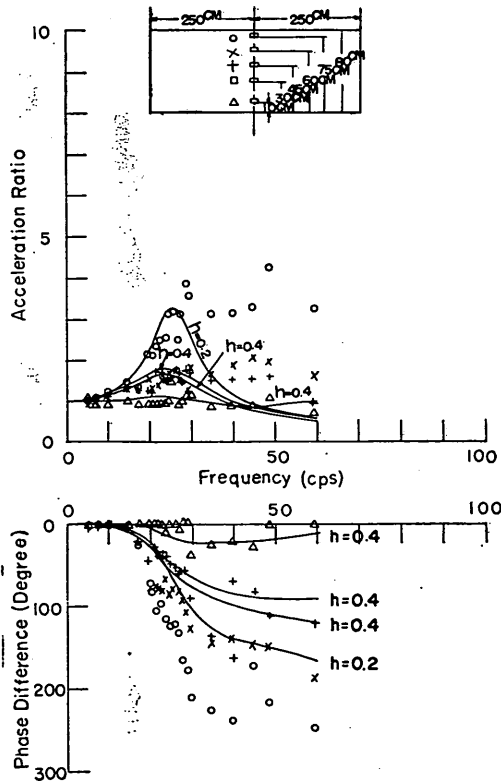


図-7.5 共振曲線と位相差(H=80cm Loose| α |=200gal)

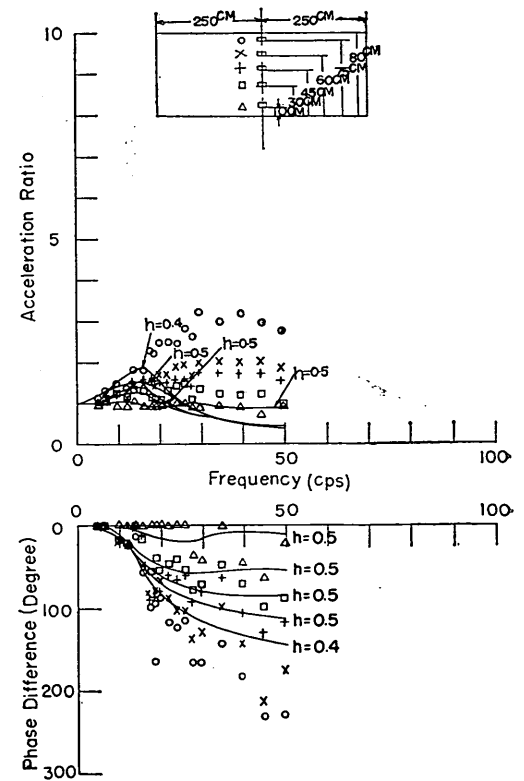


図-7.7 共振曲線と位相差(H=80cm Loose| α |=300gal)

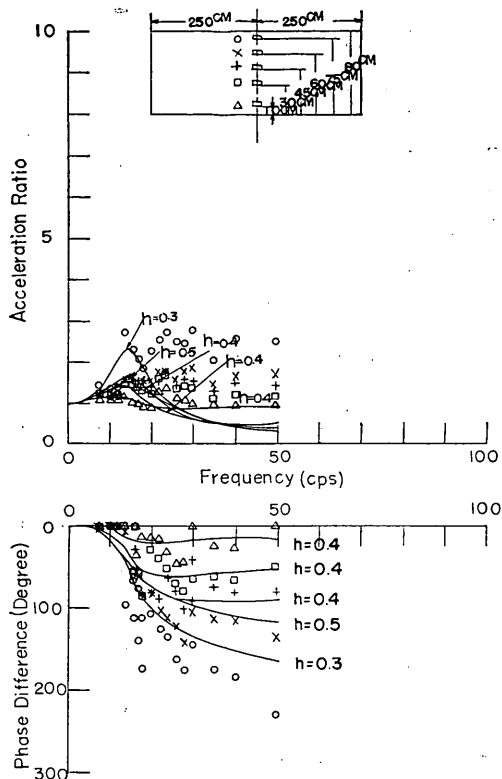


図-7.8 共振曲線と位相差(H=80cm Loose| \dot{X}_0 |=400gal)

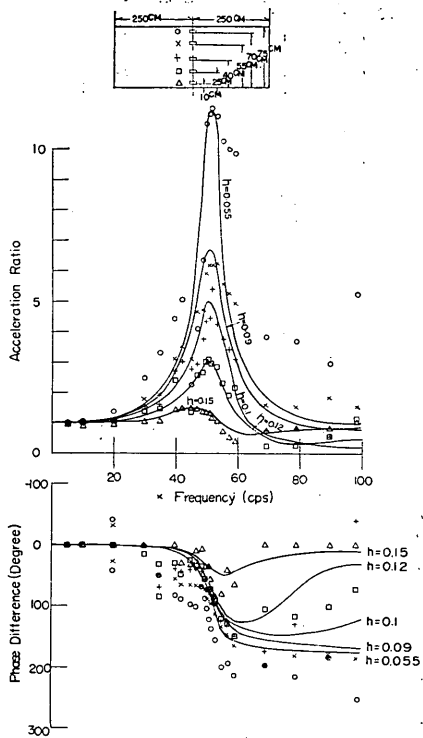


図-8.2 共振曲線と位相差(H=75cm Dense| \dot{X}_0 |=50gal)

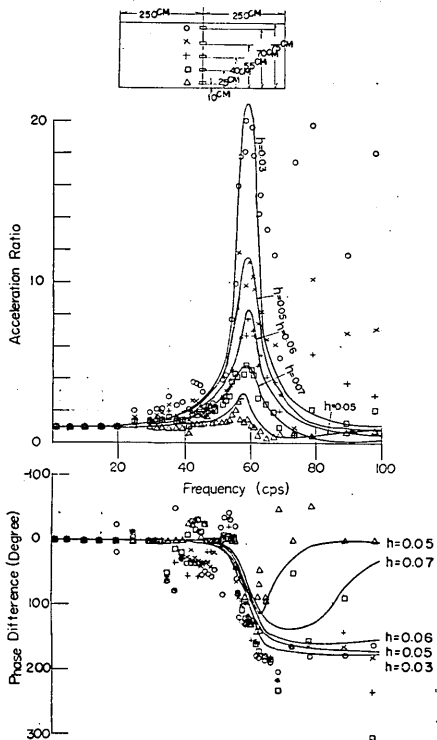


図-8.1 共振曲線と位相差(H=75cm Dense| \dot{X}_0 |=10gal)

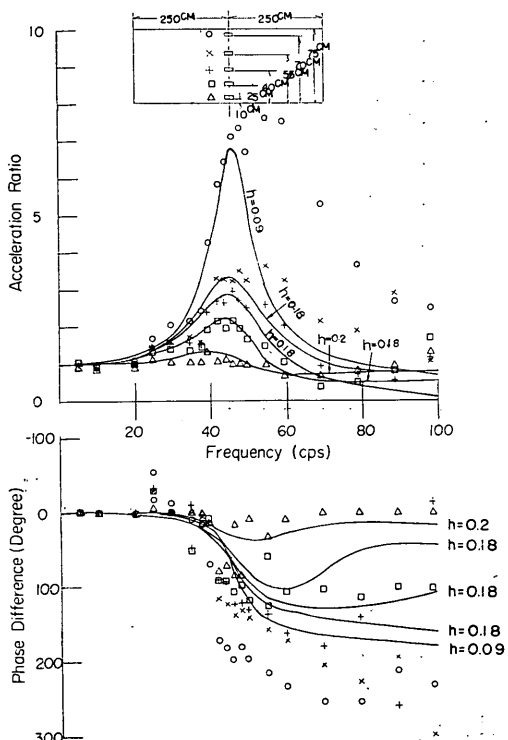


図-8.3 共振曲線と位相差(H=75cm Dense| \dot{X}_0 |=100gal)

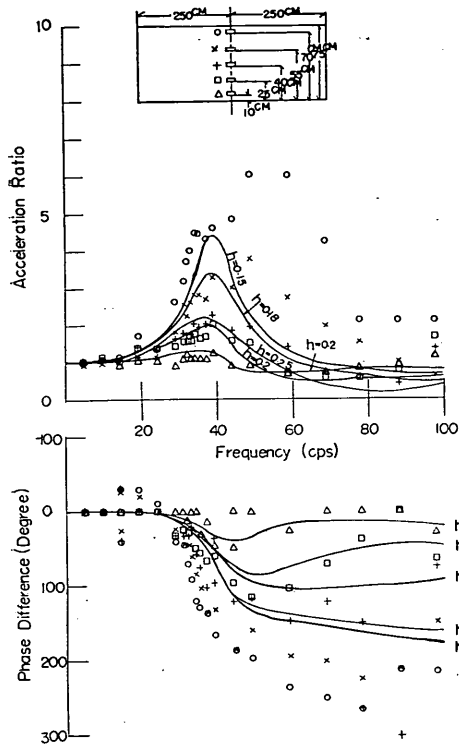


図-8.4 共振曲線と位相差(H=75cm Dense, $\bar{X}'_0=150$ gal)

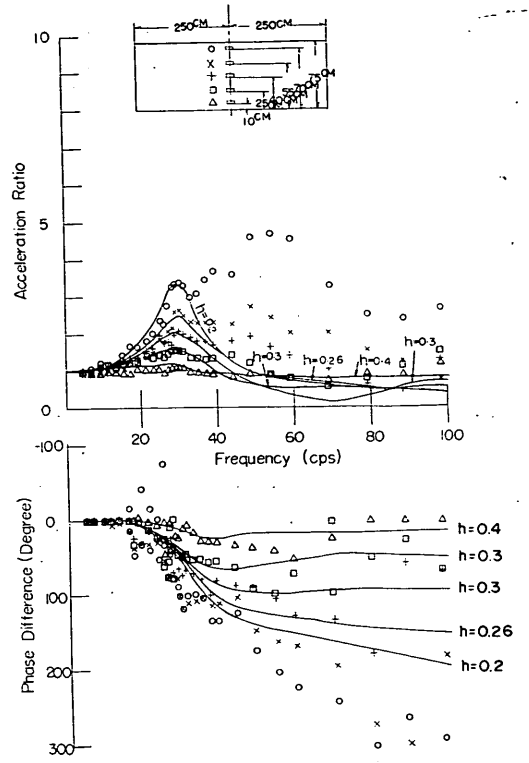


図-8.6 共振曲線と位相差(H=75cm Dense, $\bar{X}'_0=250$ gal)

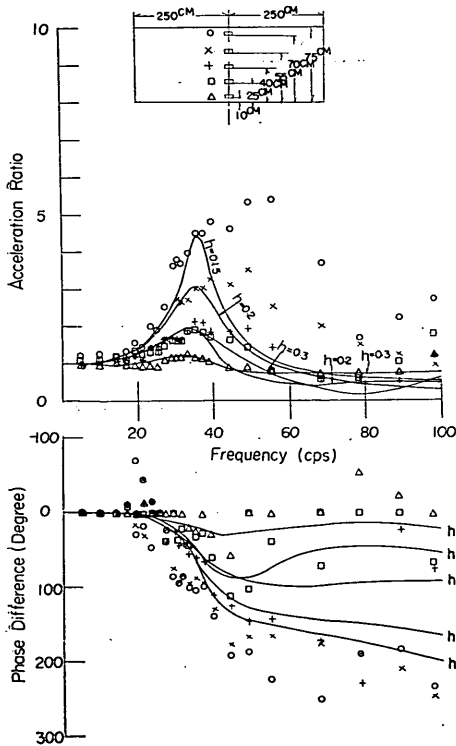


図-8.5 共振曲線と位相差(H=75cm Dense, $\bar{X}'_0=200$ gal)

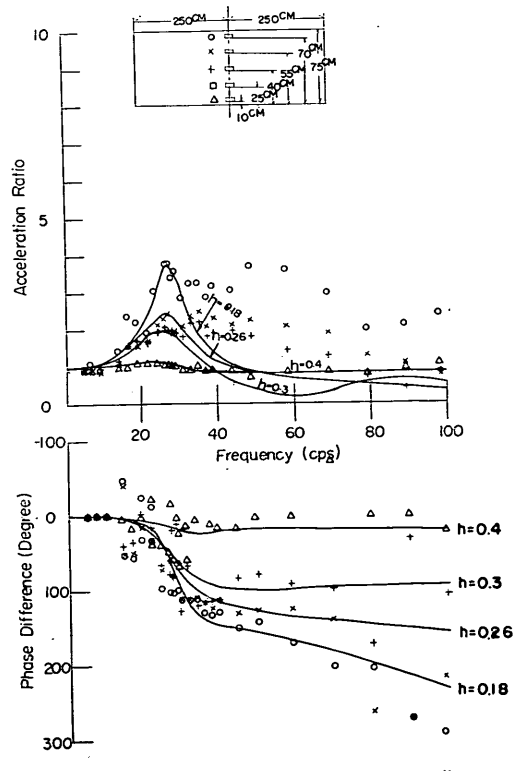


図-8.7 共振曲線と位相差(H=75cm Dense, $\bar{X}'_0=300$ gal)

層厚にやや相違があるが、これらの図から台加速度が同じ場合には、よく締まつた砂層ほど共振振動数は大きく、加速度比のピークは大きいといえる。

ii) 層厚による影響

図9.1~9.7は層厚40cm, ゆる詰め水平砂層に対する共振曲線と位相差を示すものであり、台加速度10, 50, 100, 150, 200, 250, 300galの場合を示した。

層厚を40, 60, 80cmに変えた場合のゆる詰め水平砂層について、表面の運動に注目して、台加速度が等しい場合の共振曲線を比較してみる。たとへば、台加速度が小さい場合の図6.1, 図7.1, 図9.1及び台加速度が大きい場合の図6.5, 図7.5, 図9.5を比較すると層厚が小さいほど共振振動数は大きくなる傾向があり、又、応答値のピークについては、層厚の変化による著しい特徴はみられない。ただし、層厚60cmについては台加速度は20gal, 又、層厚80cm, 40cmの場合については10galであるので、三者を比較する場合には、図6.1~図6.6に示すように、台加速度が大きくなると応答値のピークは減少し、共振振動数は低下することを考慮している。

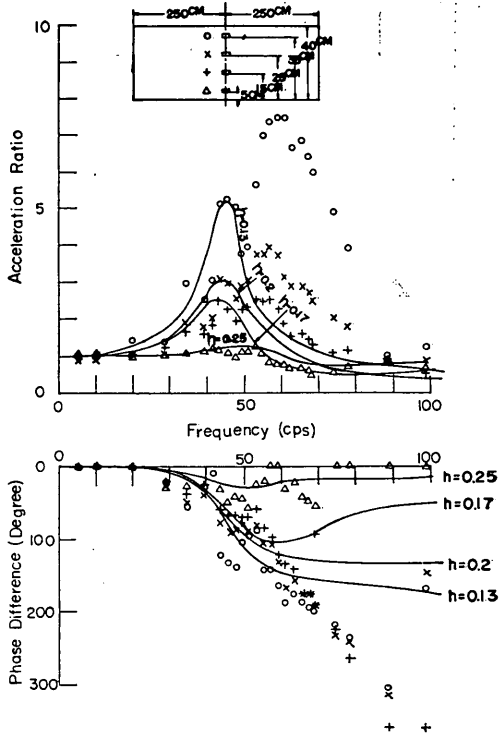


図-9-2 共振曲線と位相差(H=40cm Loose | $\bar{\alpha}$ |=50gal)

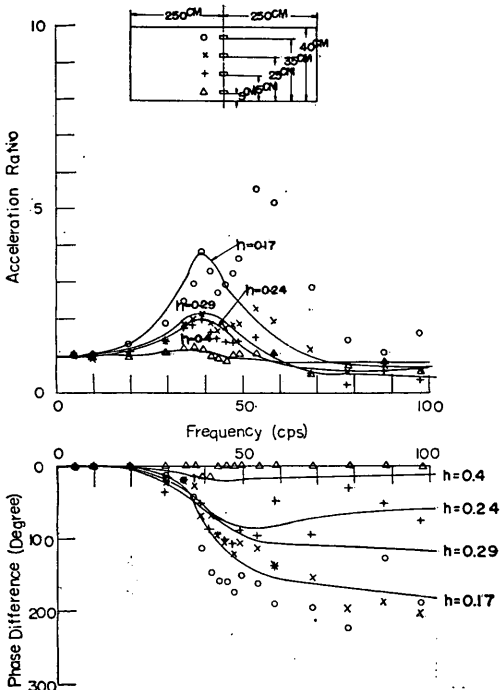


図-9-3 共振曲線と位相差(H=40cm Loose | $\bar{\alpha}$ |=100gal)

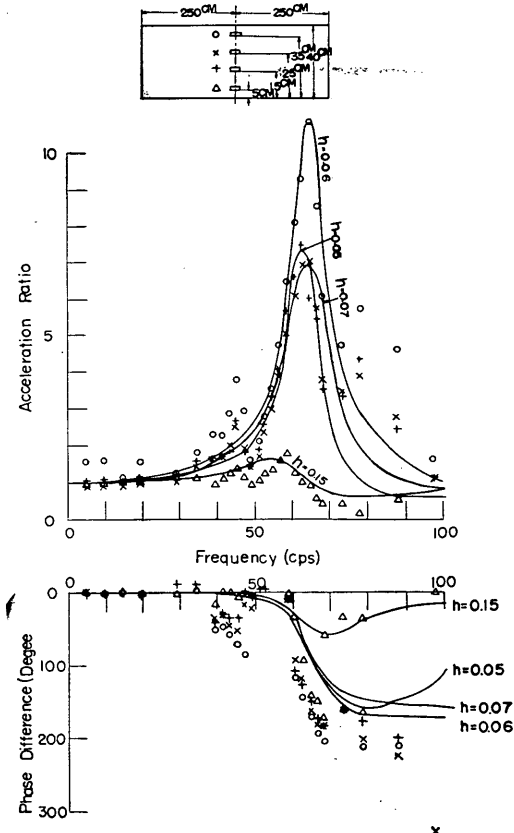


図-9-1 共振曲線と位相差(H=40cm Loose | $\bar{\alpha}$ |=10gal)

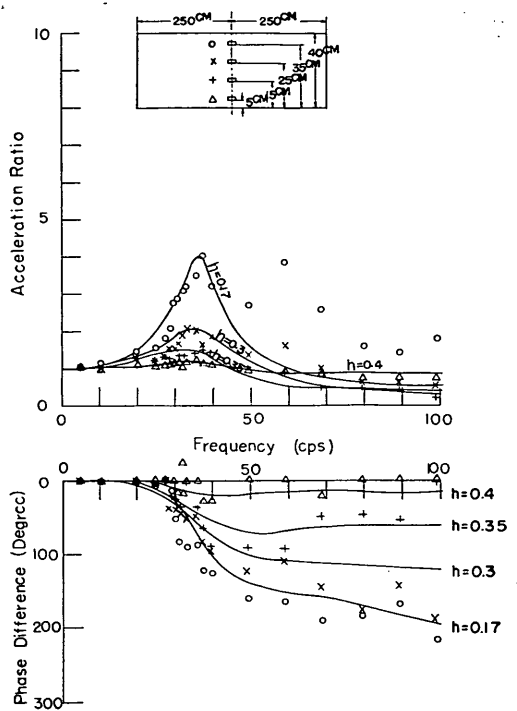


図-9.4 共振曲線と位相差(H=40cm Loose $\dot{X}_0=150gal$)

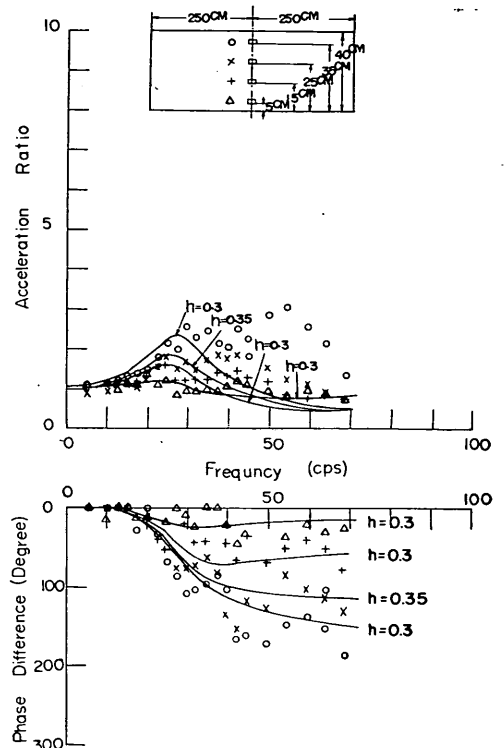


図-9.6 共振曲線と位相差(H=40cm Loose $\dot{X}_0=250gal$)

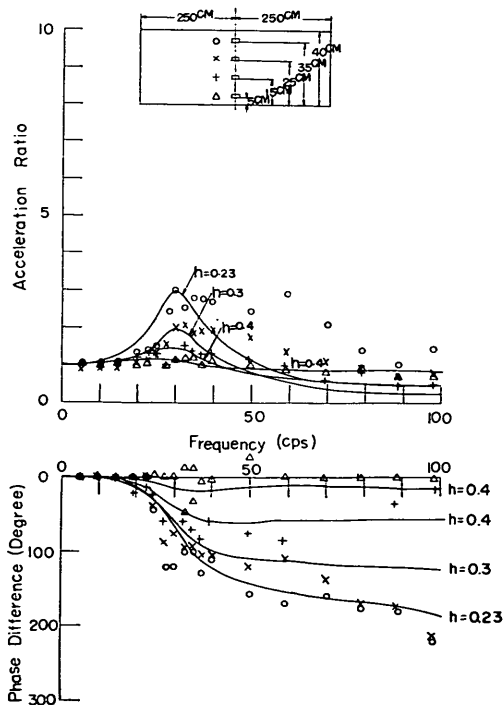


図-9.5 共振曲線と位相差(H=40cm Loose $\dot{X}_0=200gal$)

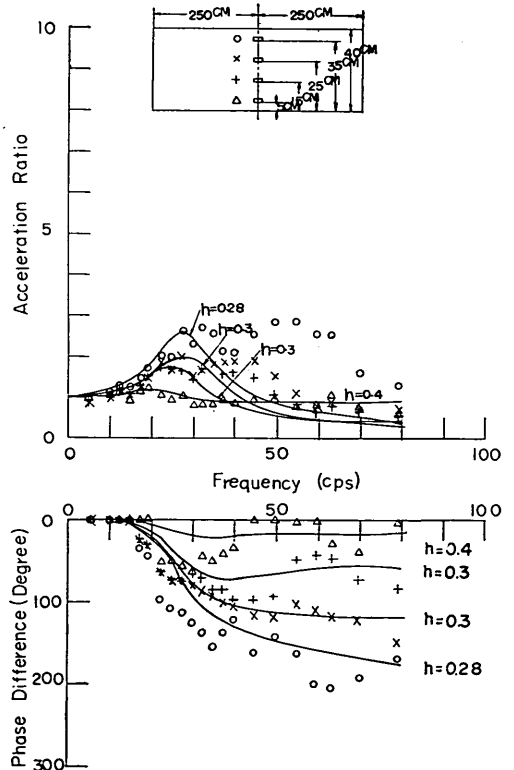


図-9.7 共振曲線と位相差(H=40cm Loose $\dot{X}_0=300gal$)

iii) 形状による影響

図10.1～図10.6は密詰めめ堤状砂層（堤高125cm，堤頂巾100cm，こう配1：1.6）の場合の加速度応答及び位相差を示すものであり，台加速度をそれぞれ，10，20，40，80，150，300gal に保つた場合のものが示されている。

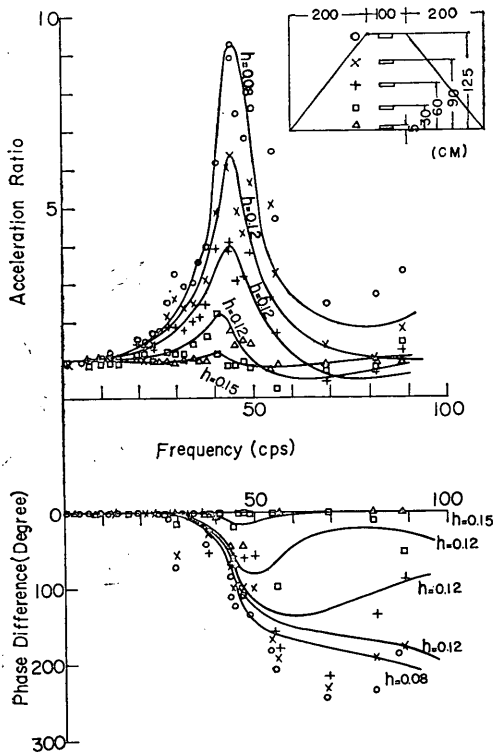
堤状砂層の場合にも一般的には水平砂層の場合と同様の傾向が観察されるが，振動方向の砂層の拘束がないため，砂層の運動は比較的自由であり，セン断振動を行ないやすいと考えられる。

iv) 台加速度による影響

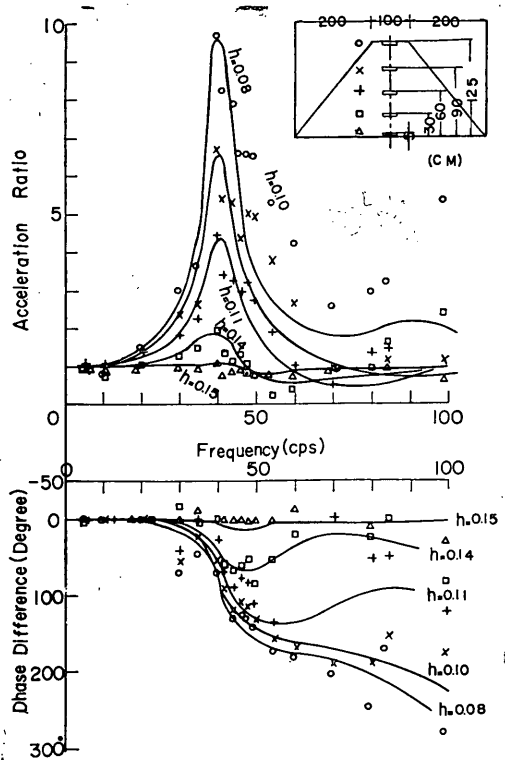
砂層各点の応答が台加速度によつて変わることは前記の各図からも明らかであるが，これをより明確に示すため，同一深さの点に注目してその点の応答特性及び位相差の変化を台加速度をパラメーターとして図11及び図12に示した。

図11はゆる詰めめ水平砂層の場合の層厚60cm測定点の位置に対するものであり，又図12は密詰め堤状砂層の場合の堤高125cm測定点の位置90cmに対するものである。

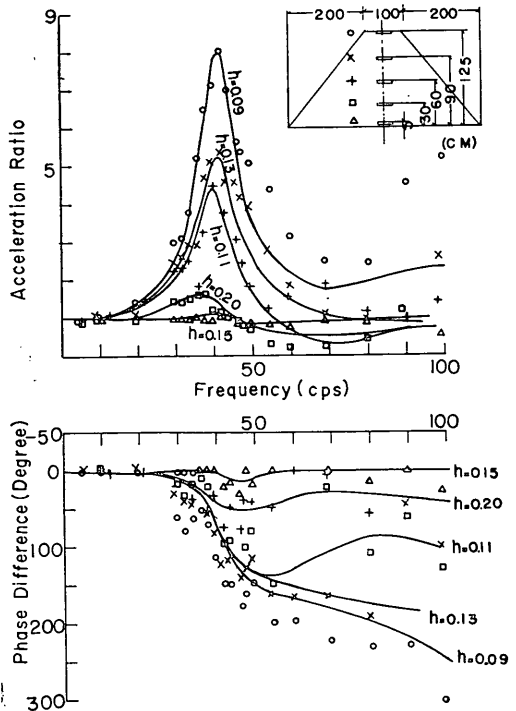
図から明らかのように，台加速度が大きくなると加速度比のピークが低下し，共振振動数は減少する。



図一10.1 共振曲線と位相差
(H=125cm Dense | \dot{x}_0 |=10gal)



図一10.2 共振曲線と位相差
(H=125cm Dense | \dot{x}_0 |=20gal)



図一10.3 共振曲線と位相差
(H=125cm Dense | \dot{x}_0 |=40gal)

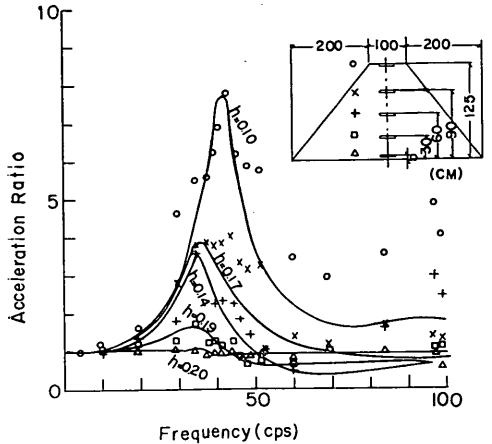


図-10.4 共振曲線と位相差
($H=125\text{cm}$ Dense $|\dot{X}_0|=80\text{gal}$)

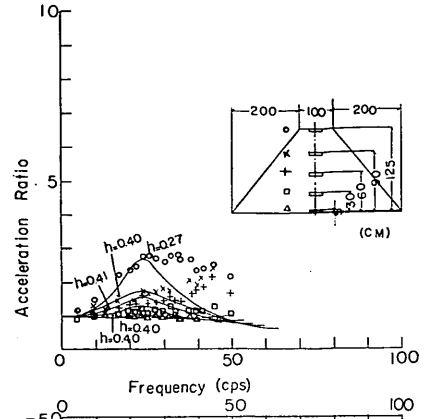
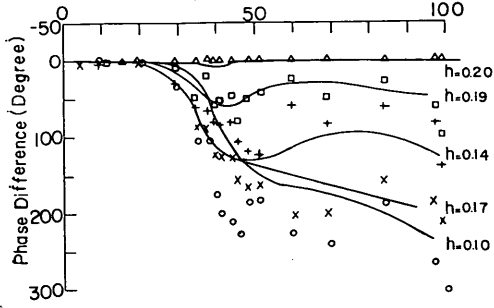


図-10.6 共振曲線と位相差
($H=125\text{cm}$ Dense $|\dot{X}_0|=300\text{gal}$)

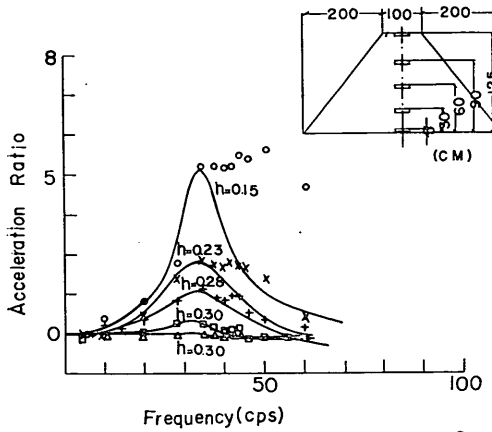
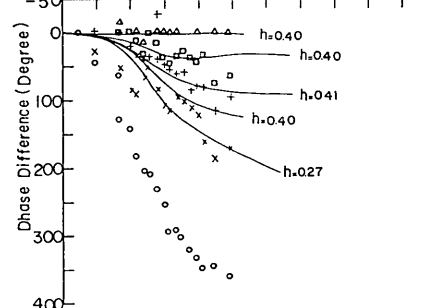


図-10.5 共振曲線と位相差
($H=125\text{cm}$ Dense $|\dot{X}_0|=150\text{gal}$)

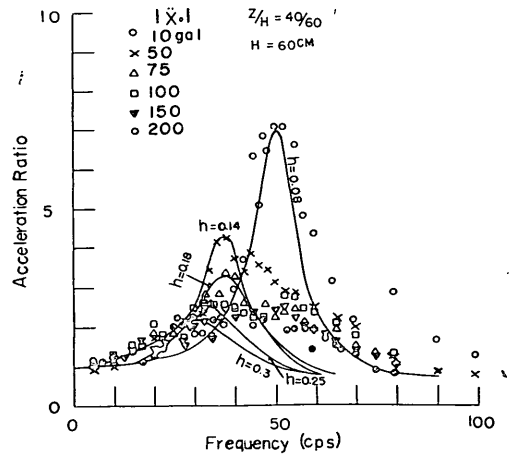
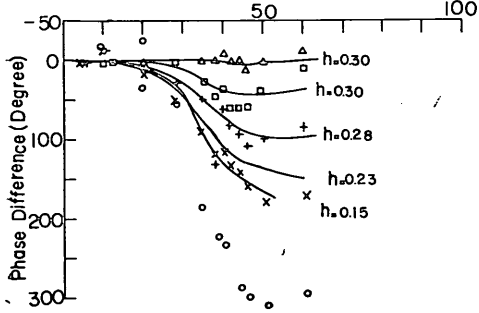
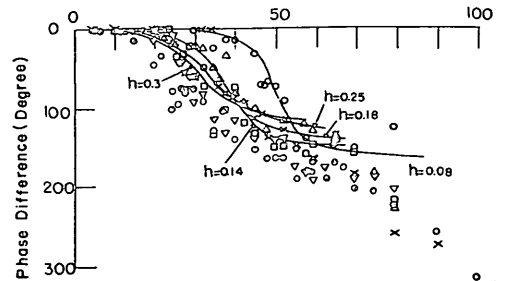
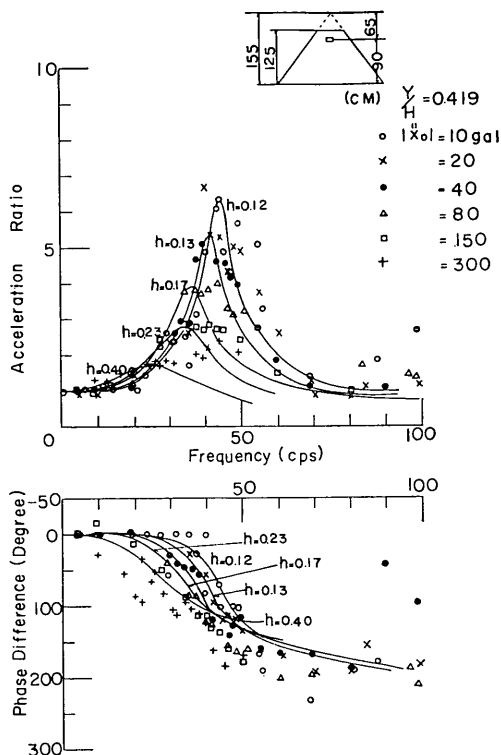


図-11 台加速度による影響 (水平砂層)





図一12 台加速度による影響 (堤状砂層)

4.3 振動方向の分布

図13.1~図13.6は振動方向の加速度応答を各台加速度毎に示したものであり、図の上方に示すように、層厚60cmのゆる詰め砂層に対し、台上40cmの位置のところで測定したものであり、各図の加速度計配置図は、上段が側面図、下段が平面図を示す。台加速度は10, 50, 75, 100, 150, 200galの場合の例が示してある。

図中の実曲線は後述するように、砂層をセン断弾性体と仮定した場合のものであり、ここでは、○×△等で示された実験値に注目すると、各図から明らかなように、測定点の水平位置により、実験値には、多少の相異はみられるが、全般的にみて、振動方向には、各台加速度毎に、それほど大きな差はないといえる。

4.4 振動方向に直角方向の分布

図14.1~図14.6は振動方向に直角方向の加速度応答と位相差を各台加速度レベル毎に示したものであり、図の上方に示したように、層厚60cmのゆる詰め砂層に対し、台上40cmの位置のところで測定したものである。なお、加速度計配置図の上段は側面図、下段は平面図を示す。

各図の実曲線は後述するように、砂層をセン断弾性体

と仮定した場合のものであり、実験値に注目すると各台加速度レベル毎に、振動直角方向の各点で共振振動数に変わりはなく、又、共振点より離れた振動数のところでは、応答値の相異はほとんど認められないが、共振点の近くでは、振動直角方向にかなりの相異がみられ、砂層中央から壁の近くまで、加速度振巾はほぼ直線的に減少する傾向がみられる。一方、この場合の位相差に注目すると、各台加速度レベル毎に、共振振動数のところまでは、振動直角方向の測定点の位置による相異はほとんど認められないが共振振動数より高い振動数のところでは、測点の位置による相異があらわれており、砂層中央ほど位相差は大きくなっている。

これらの実験結果から、側壁の拘束による影響がかなり強く現われていると考えられ、模型実験を実施する際には注意を要する。

4.5 密度変化

図一15.1, 図15.2, 図15.3は振動前及び振動を加えた後の砂表面の沈下の様相を示したものであり、それぞれ、水平ゆる詰め砂層、層厚80cm、堤状ゆる詰め砂層及び密詰め砂層、堤高125cmの場合のものである。

図一16は振動前後の砂表面の沈下量から砂の単位重量を求め、台加速度に対してプロットしたものである。振動が加えられると砂層は密になることを示している。

4.6 砂層の相対変位

前述のような実験結果の整理においては、記録紙より、台加速度振巾(α_0)、砂層の加速度(α_i)及びその位相差(φ_i)を求めている。そこで、それらの数値を用いて、砂層表面が共振した場合の深さ方向の相対変位を求めてみる。

図一5の加速度波形をみると明らかなように共振時には、砂層の加速度波形はほぼ正弦形とみなせるので、次のようにして相対変位を求めることができる。

台変位を X_0 、上から i 番目の砂層の絶対変位を x_i とし、定常状態における台加速度を基準に適当な時間の原点を選ぶことにすると砂層の相対変位 X_i は次式で表わされる。

$$X_i = x_i - X_0 = \frac{\alpha_i}{4\pi^2 f^2} \cos(2\pi f t + \varphi_i) - \frac{\alpha_0}{4\pi^2 f^2} \cos 2\pi f t \dots \dots \dots (1)$$

ただし、

f : 砂層表面の共振振動数

φ_i : 第 i 番目の砂層の台に対する加速度の位相差
 i 番目の砂層の絶対加速度の最大値、すなわち、絶対変位の最大値は $t = -\varphi_i / 2\pi f$ の時に生じるので、この時の相対変位は次式で示される。

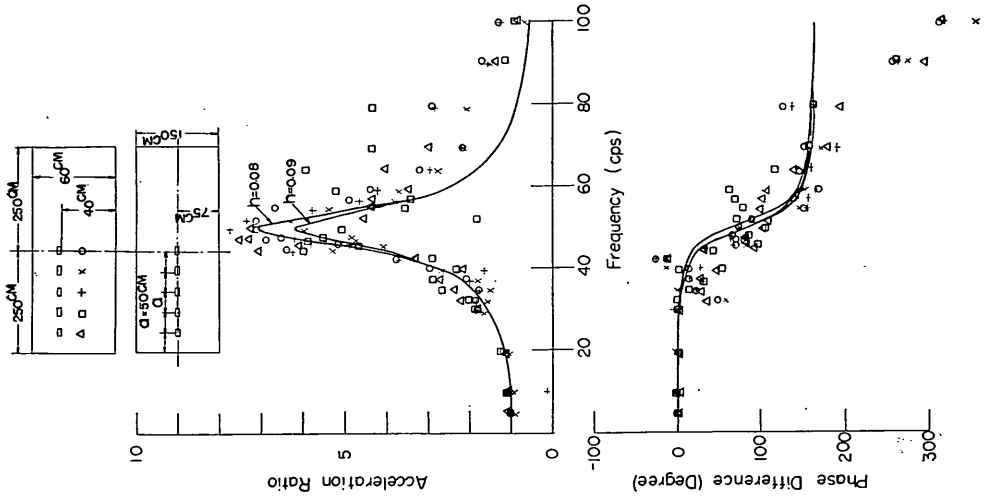


図-13.1 振動方向の分布
(H=60cm Loose $X_{ol}=10gal$)

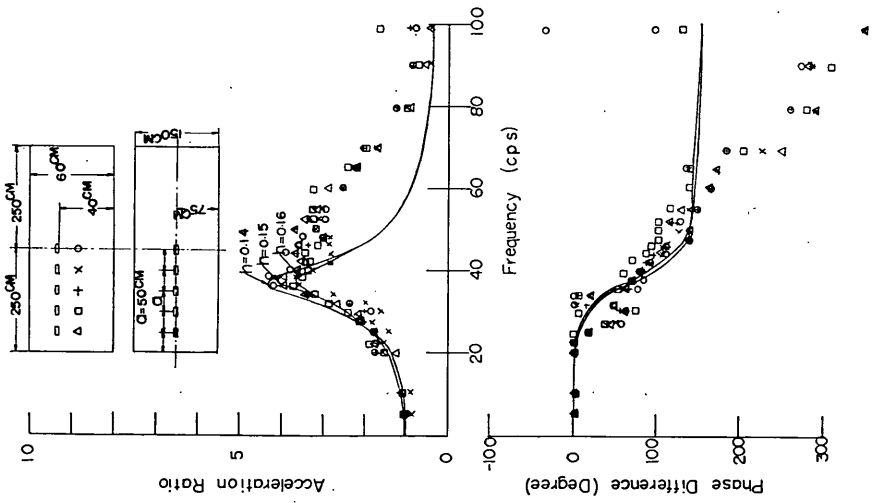


図-13.2 振動方向の分布
(H=60cm Loose $X_{ol}=50gal$)

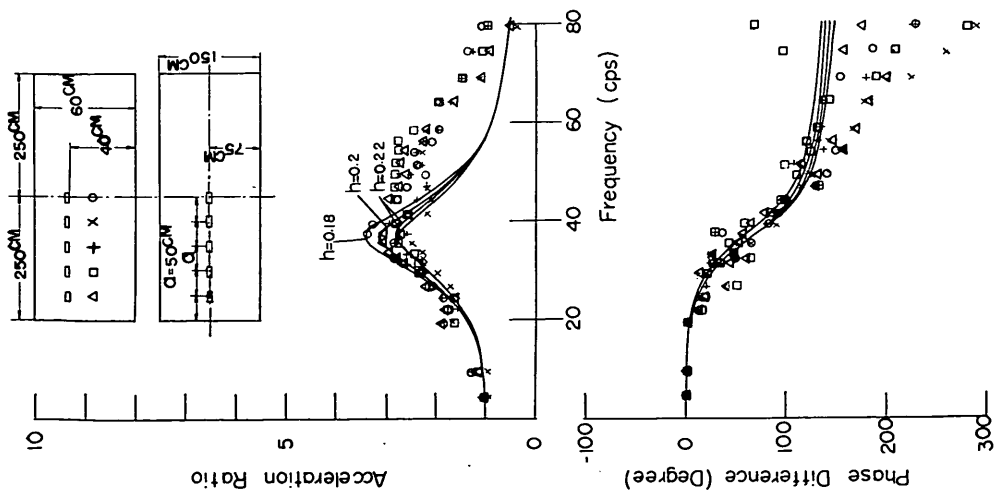


図-13.3 振動方向の分布
(H=60cm Loose $X_{ol}=75gal$)

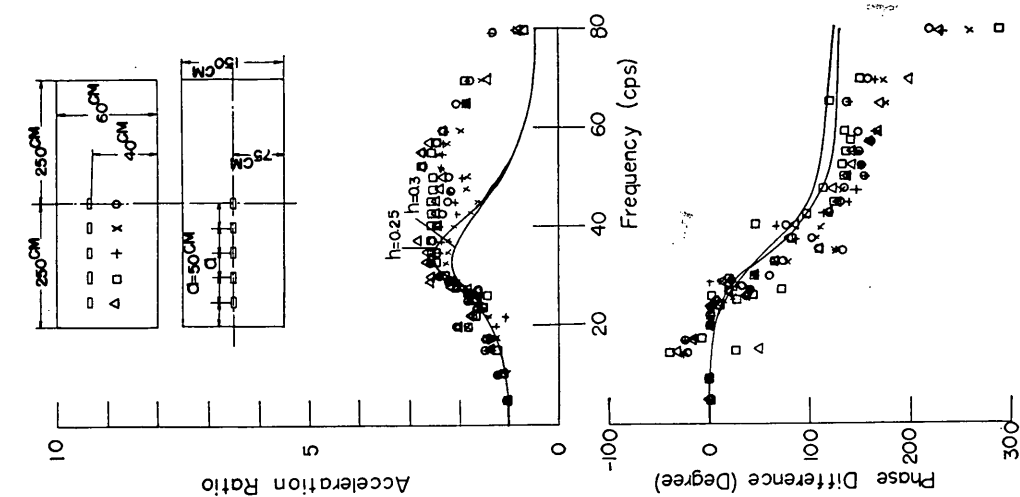


図-13.4 振動方向の分布
($H=60\text{cm}$ Loose $|X_0|=100\text{gal}$)

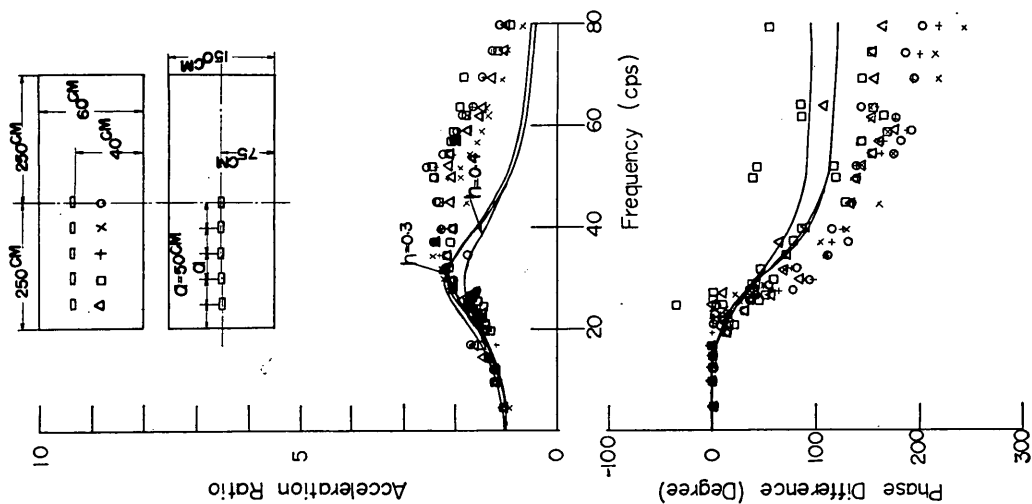


図-13.5 振動方向の分布
($H=60\text{cm}$ Loose $|X_0|=150\text{gal}$)

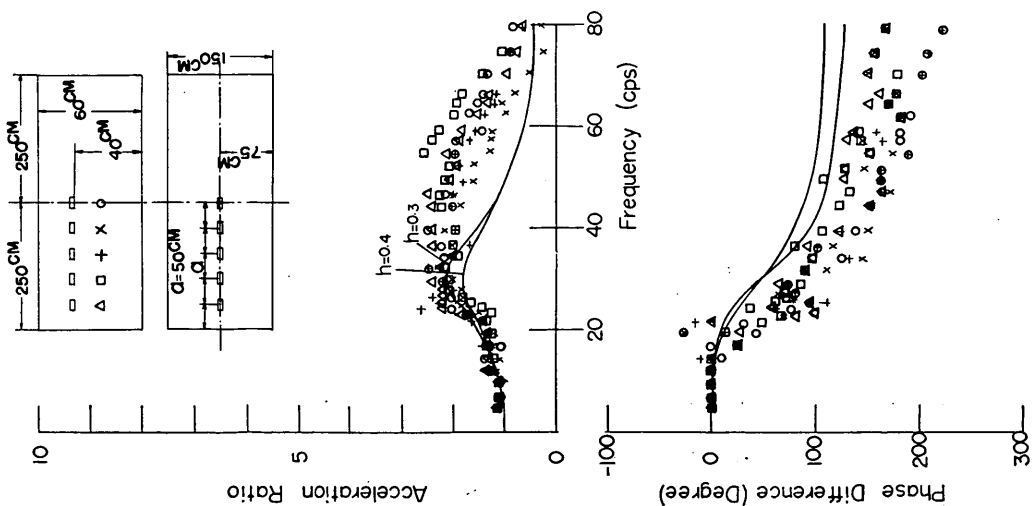
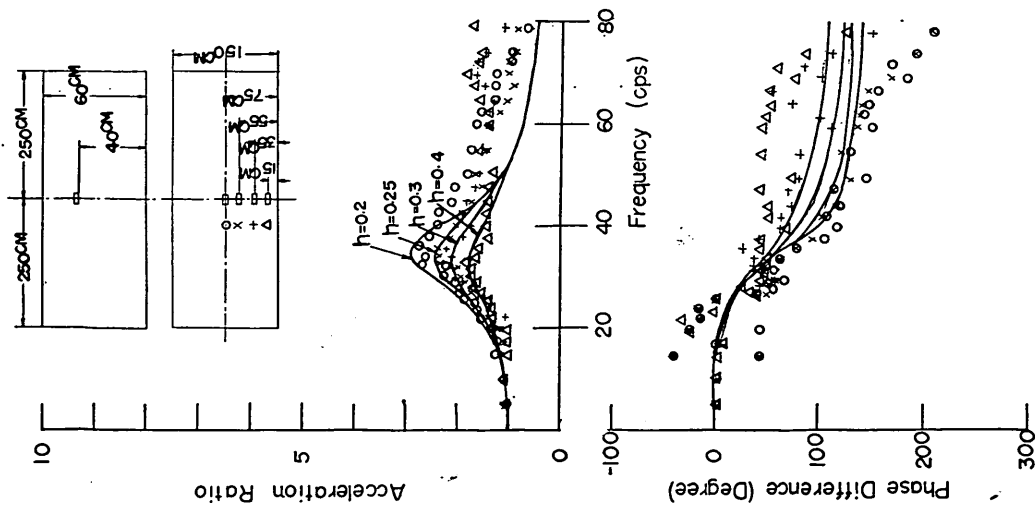
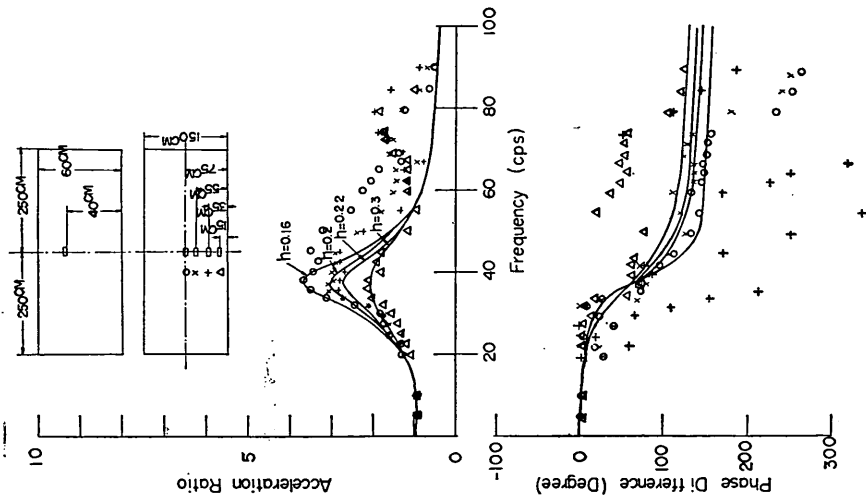


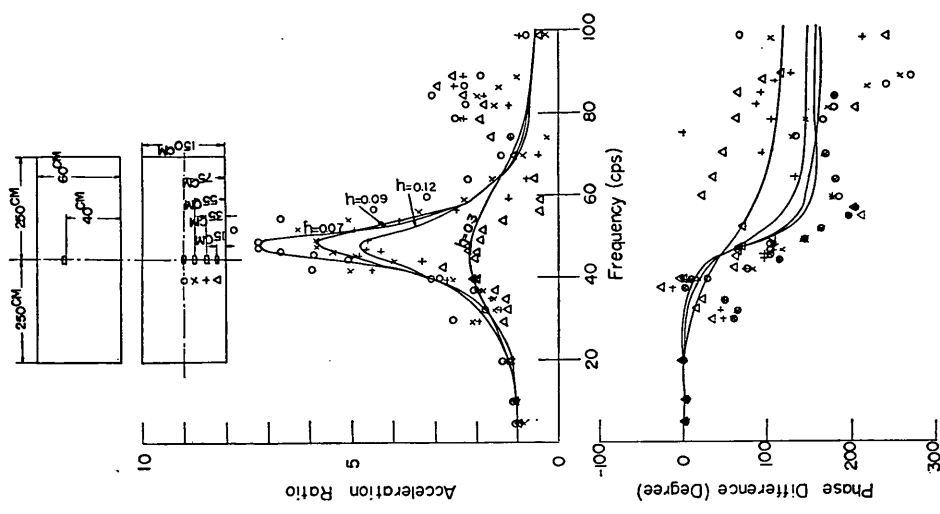
図-13.6 振動方向の分布
($H=60\text{cm}$ Loose $|X_0|=200\text{gal}$)



図—14.3 振動直角方向の分布
($H=60\text{cm}$ Loose $|\dot{x}_0|=75\text{gal}$)



図—14.2 振動直角方向の分布
($H=60\text{cm}$ Loose $|\dot{x}_0|=50\text{gal}$)



図—14.1 振動直角方向の分布
($H=60\text{cm}$ Loose $|\dot{x}_0|=10\text{gal}$)

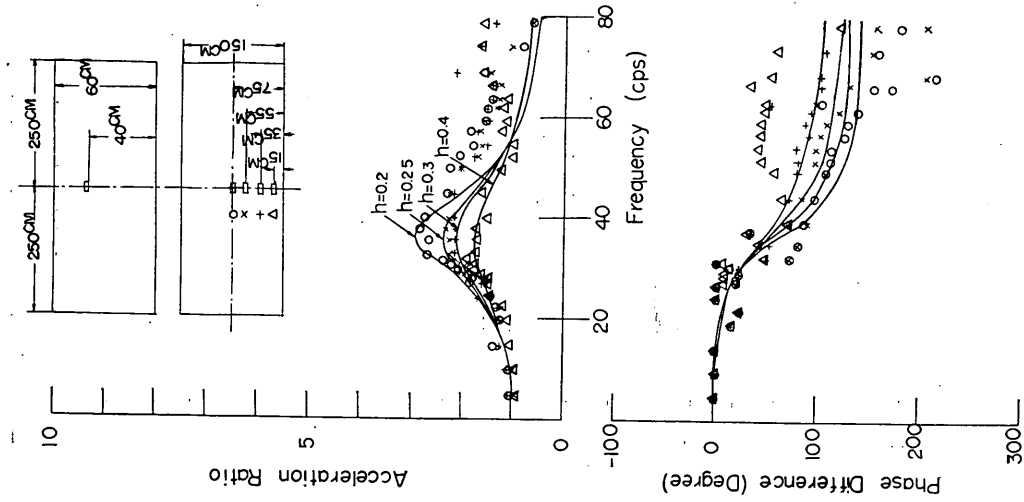


図-14.4 振動直角方向の分布
($H=60\text{cm}$ Loose $|\dot{X}_0|=100\text{gal}$)

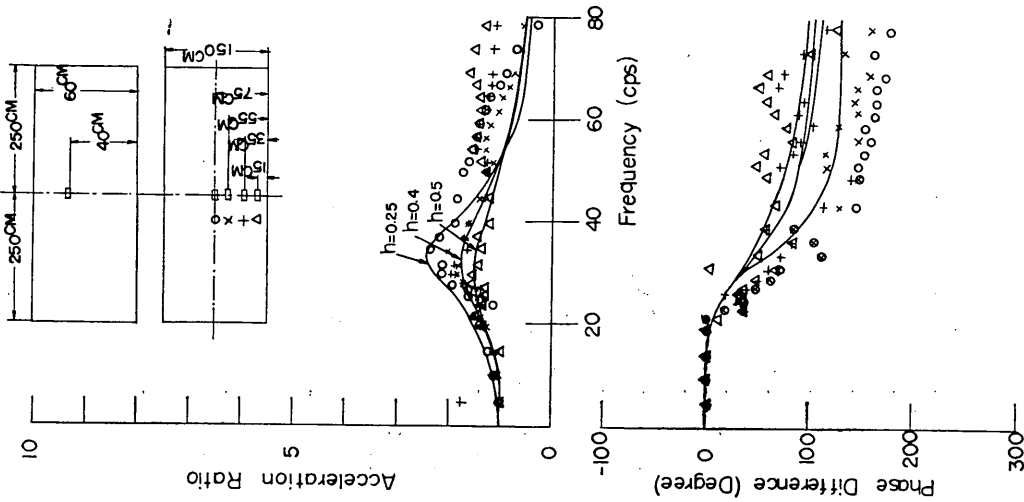


図-14.5 振動直角方向の分布
($H=60\text{cm}$ Loose $|\dot{X}_0|=150\text{gal}$)

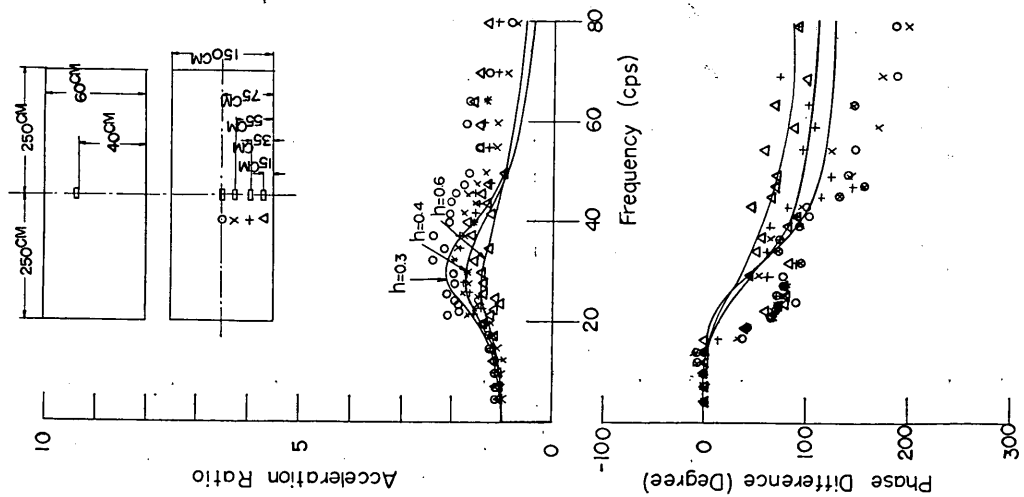


図-14.6 振動直角方向の分布
($H=60\text{cm}$ Loose $|\dot{X}_0|=200\text{gal}$)

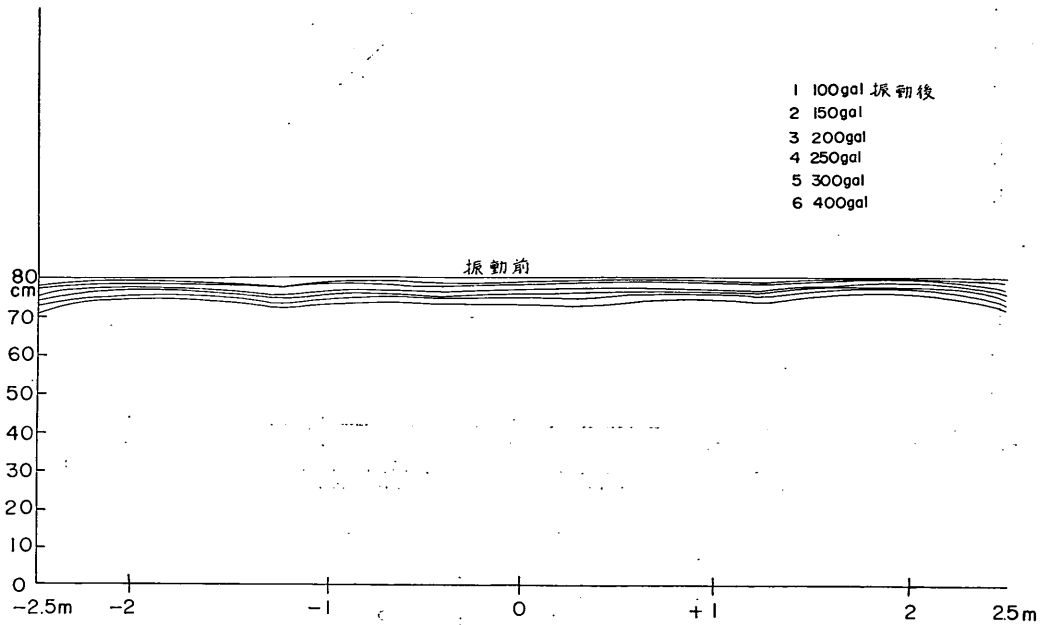


図-15.1 振動による砂層表面の沈下 (ゆる詰め水平砂層)

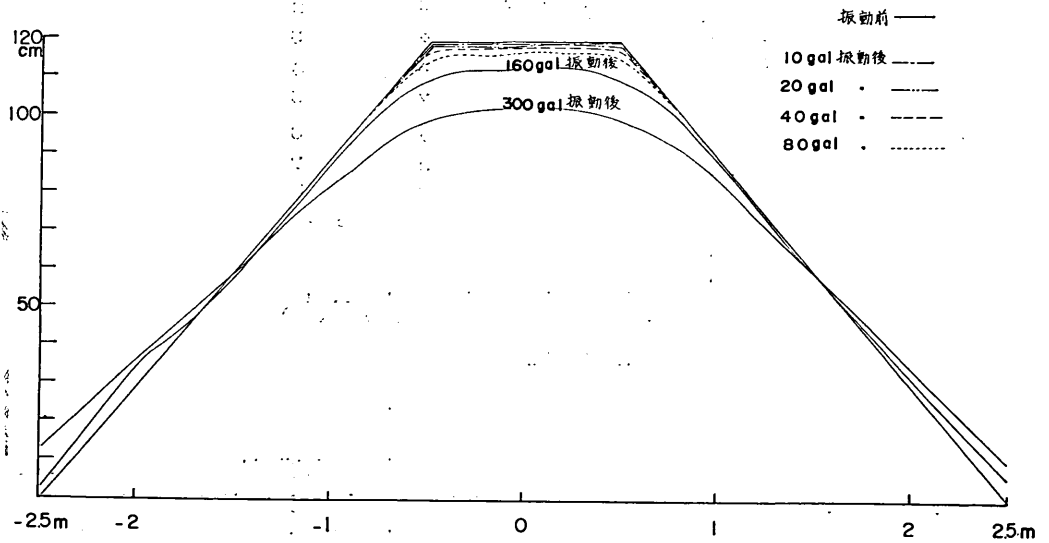


図-15.2 振動による砂層表面の沈下 (ゆる詰め堤状砂層)

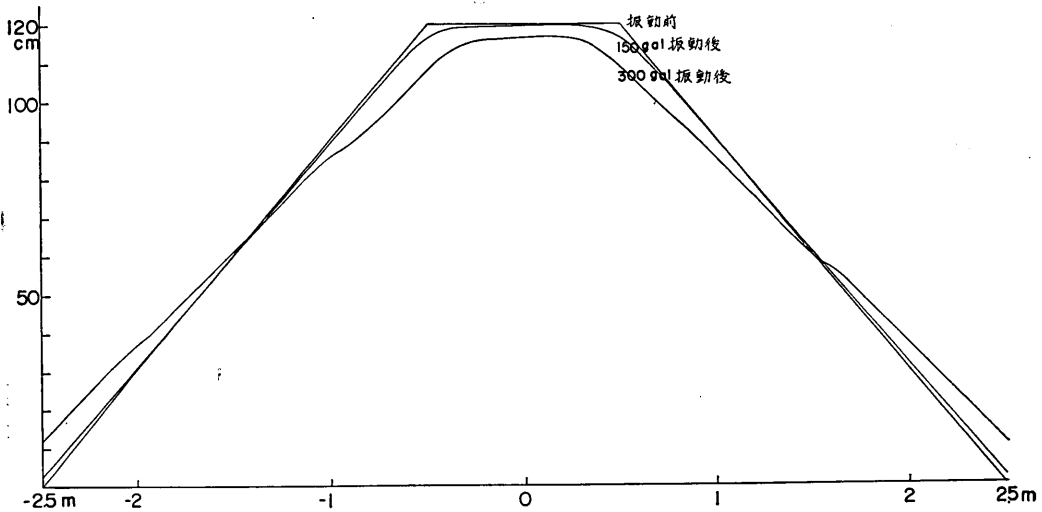


図-15.3 振動による砂層表面の沈下(密詰堤状砂層)

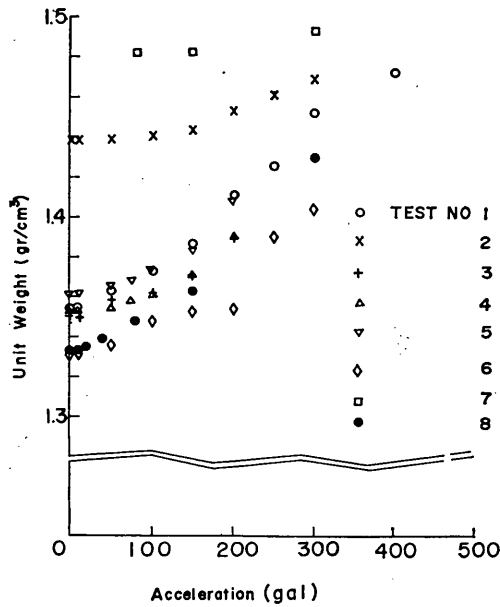


図-16 密度変化

$$X_i = \frac{\alpha_i}{4\pi^2 f^2} - \frac{\alpha_0}{4\pi^2 f^2} \cos \varphi_i \dots \dots \dots (2)$$

この式より

$$\varphi_i = 90^\circ \text{ の時 } X_i = \frac{\alpha_i}{4\pi^2 f^2} = |x_i|$$

となり相対変位は絶対変位に等しくなる。又、 $\varphi_i \neq 90^\circ$ の場合にも $\alpha_i \gg \alpha_0$ ならば、相対変位は絶対変位で近似される。

つぎに砂層表面が共振した時の振動形について調べてみる。砂層表面($i=1$)の絶対変位の最大値は $t = -\varphi_1/2\pi f$ の時起こるので(1)式に代入するとその時刻における i 番目の砂層の相対変位は次式で与えられる。

$$X_i = \frac{\alpha_i}{4\pi^2 f^2} \cos(\varphi_i - \varphi_1) - \frac{\alpha_0}{4\pi^2 f^2} \cos \varphi_1 \dots \dots (3)$$

図17.1~17.6は砂層表面が共振した場合の同時刻における深さ方向の各点の相対変位を実測された f, α_i, α_0 ,

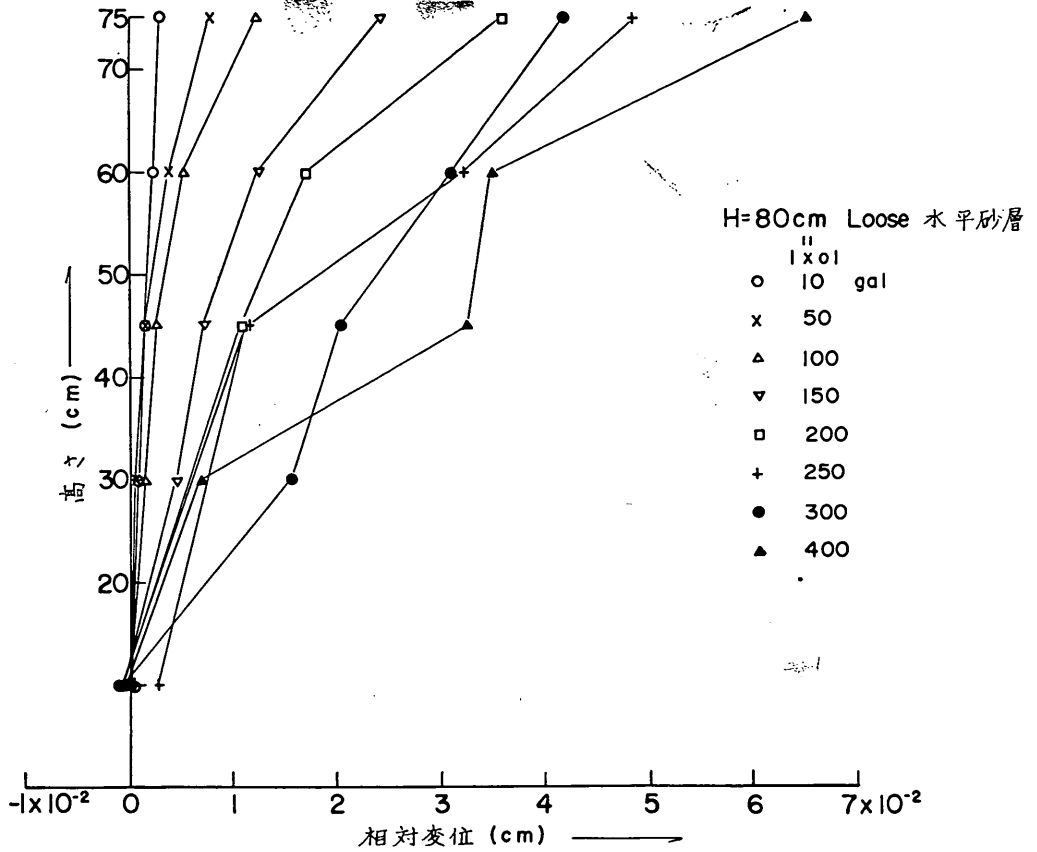


図-17.1 表層共振時の振動形 (H=80cm Loose 水平砂層)

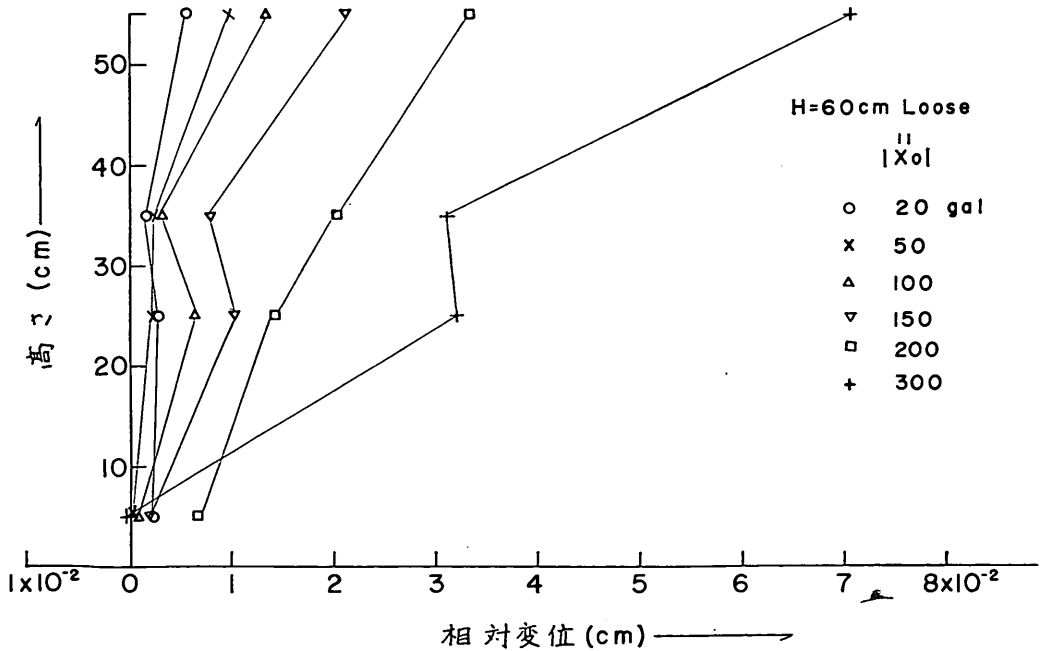


図-17.3 表層共振時の振動形 (H=60cm Loose 水平砂層)

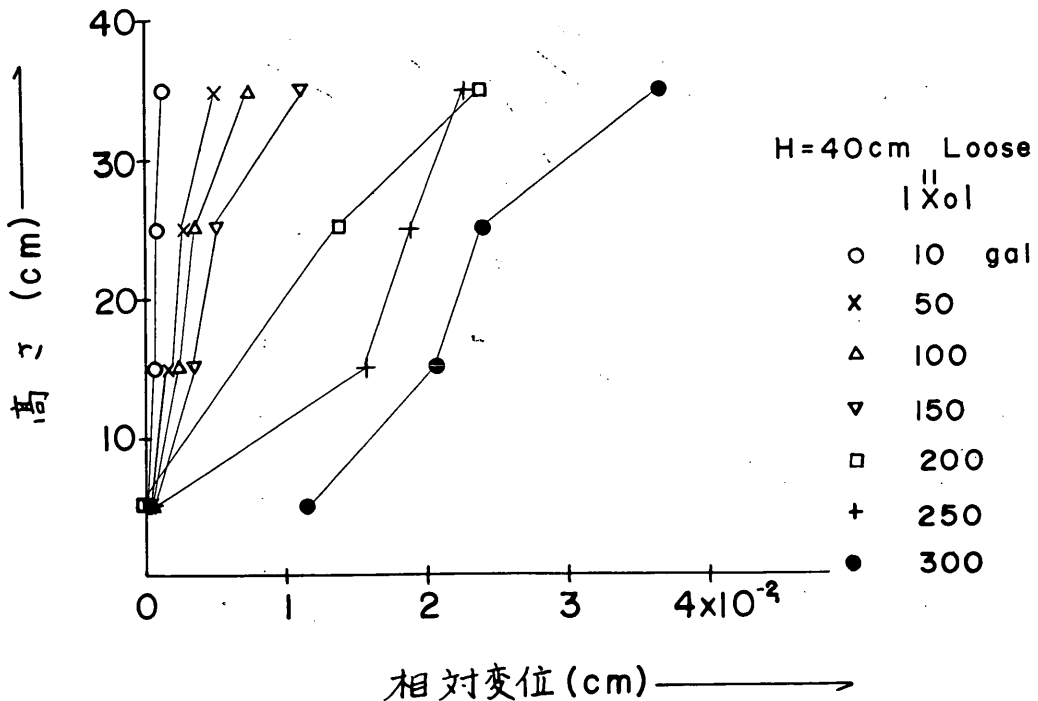


図-17.3 表層共振時の振動形 (H=40cm Loose 水平砂層)

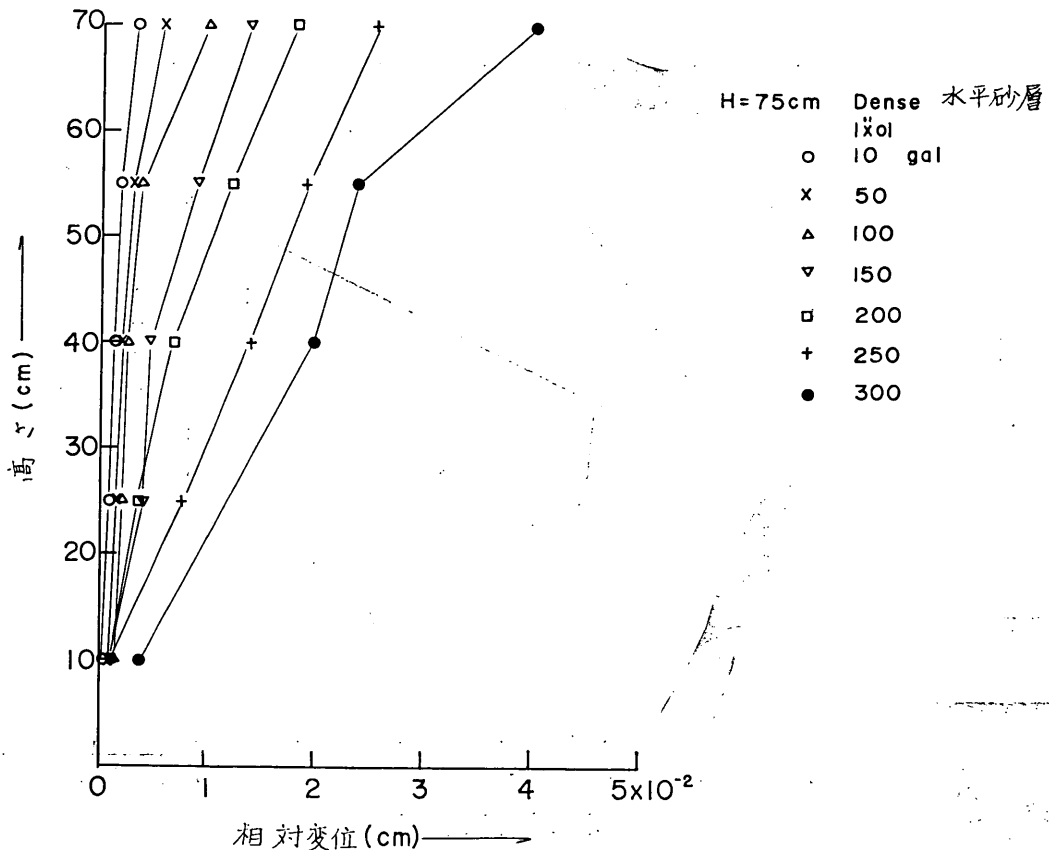
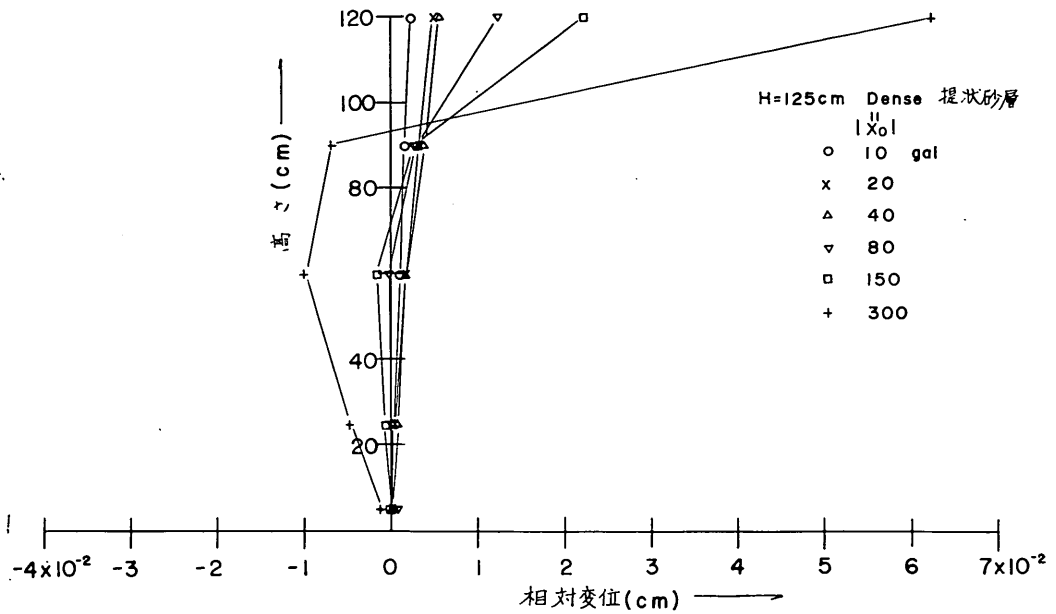
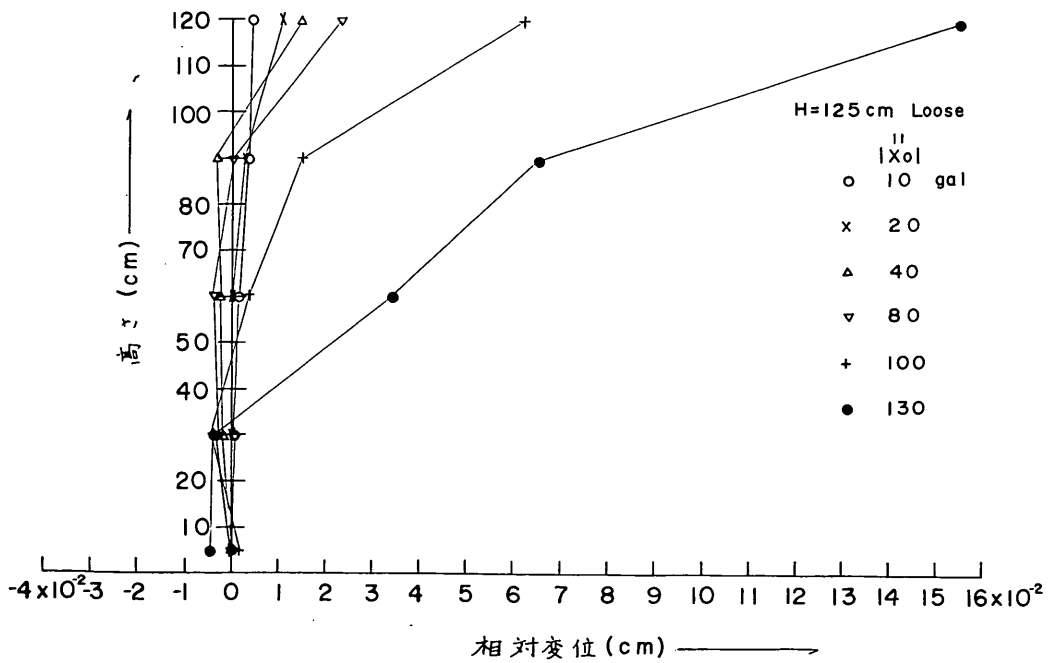


図-17.4 表層共振時の振動形 (H=75cm Dense 水平砂層)



図一17.5 表層共振時の振動形 (H=125cm Dense 堤状砂層)



図一17.6 表層共振時の振動形 (H=125cm Loose 堤状砂層)

φ_i を用い(3)式より計算したものであり、それぞれ層厚 80cm ゆる詰め水平砂層、層厚 60cm ゆる詰め水平砂層、層厚 40cm ゆる詰め水平砂層、層厚 75cm 密詰め水平砂層、堤高 125cm 密詰め及びゆる詰め堤状砂層の場合の振動形の台加速度による変化を示すものである。

図をみると密詰め水平砂層の場合、相対変位はほぼ高さに比例しているが、ゆる詰めの場合、台加速度が大きくなると上層部と下層部に分れて運動する傾向がある。この傾向は堤状砂層の場合に著じるしくなり、台加速度の大きい場合、上層部でセン断破壊が生じているのではないかと考えられる。

5. 実験結果の考察

この実験では与えた振動が水平一方向であるから、砂層にはセン断変形に近い変形が与えられるものと考えられる。しかしながら、振動箱内の砂粒子の運動は複雑であつて、かならずしも、完全にセン断変形をしているわけではなく、壁の影響も著じるしい。実験結果を見ると砂層の中央における運動はセン断弾性振動に近いものと考えられる。しかし、砂層の共振振動数は著じるしく減少する傾向がみられ、このことは砂層の応力ひずみ関係が非線形であることを意味しているがここでは、まず第一近似として、従来から土の振動にしばしば適用されているように、砂層を内部抵抗を有するセン断振動体とみなして整理してみる。

5.1 セン断振動体による近似

水平砂層の場合⁵⁾(詳細附録参照)その運動方程式はひずみ速度に比例する抵抗を考えると

$$\rho \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 x}{\partial y^2} + \eta \frac{\partial^2 x}{\partial y^2 \partial t} \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここに、

x : 水平方向の絶対変位

ρ : 砂の密度

μ : 砂の剛性率

η : 砂の内部抵抗係数

であり、 x 軸は高さ方向にとる。

円振動数 ω の強制正弦波に対する加速度応答は次式により求められる。

$$\frac{|\ddot{X}_0 - \ddot{X}|}{|\ddot{X}_0|} = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2} \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\xi_2}{\xi_1} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\xi_1, \xi_2 = f(y, H, h, \omega/\omega_1)$$

$$\omega_1 = \frac{\pi}{2H} \sqrt{\mu/\rho} = \frac{\pi}{2H} \cdot V_s$$

$$h = \frac{\pi\eta}{4H\sqrt{\rho\mu}} \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここに、 φ は位相差、 \ddot{X}_0 は台加速度、 \ddot{X} は砂層の相対加速度、 H は層厚を表わす。

又、 ω_1 は一次の固有円振動数、 h は一次振動に対する減衰常数である。

つぎに、堤状砂層の場合⁶⁾(附録参照)にはその運動方程式はひずみ速度に比例する抵抗を考えると

$$\mu \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{\partial x}{\partial y} \right) + \eta \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{\partial^2 x}{\partial y \partial t} \right) = \rho y (\ddot{X} + \ddot{X}_0) \quad \dots\dots(8)$$

ここに、 μ , η , x , x_0 , \ddot{X} , \ddot{X}_0 については水平砂層の場合と同様である。又、 y 軸は二等辺三角形の頂点を原点にとり、鉛直下方にとるものとする。

円振動数 ω の強制正弦波に対する加速度応答および位相差は 2 次振動までを考慮すると次式で与えられる。

$$\frac{|\ddot{X} + \ddot{X}_0|}{|\ddot{X}_0|} = \left\{ \left(1 + \sum_{n=1}^2 \alpha_n \phi_n B_n \cos \varphi_n \right)^2 + \left(\sum_{n=1}^2 \alpha_n \phi_n B_n \sin \varphi_n \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\sum_{n=1}^2 \alpha_n \phi_n B_n \sin \varphi_n}{1 + \sum_{n=1}^2 \alpha_n \phi_n B_n \cos \varphi_n} \quad \dots\dots\dots(10)$$

ここに、 α_n , ϕ_n は、堤体の形状より定まる係数、 B_n , φ_n は ω/ω_n および h_n の関数である。

ただし $n=1, 2$ である。

又、

$$\omega_n = a_n / H_1 \cdot \sqrt{\mu/\rho} = a_n / H_1 \cdot V_s \quad \dots\dots\dots(11)$$

($n=1, 2$)

$$h_n = \frac{\eta a_n V_s}{2\mu H_1} \quad \dots\dots\dots(12)$$

($n=1, 2$)

ω_1 , ω_2 はそれぞれ 1 次および 2 次振動の固有円振動数、 h_1 , h_2 は 1 次および 2 次振動に対する減衰常数、 V_s は弾性波の速度、 H_1 は堤体の両辺の交点から、振動台までの高さである。又、 a_1 , a_2 は、堤体の形状より定まる常数である。

水平砂層の場合、(5), (6)式、堤状砂層の場合、(9), (10)式を用いて、共振曲線および位相差の理論曲線を計算すると例えば、附図 3.1, 3.2 及び附図 4.1, 4.2, 又は附図 5.1, 5.2 及び附図 6.1, 6.2 で示すようなグラフが得られる。

前述の図中の応答及び位相差の実曲線は附図に示すような理論曲線が実験値に適合するように共振振動数及び減衰常数を決めたものである。すなわち、各層厚の任意の深さの点に対し、附図に示すようなグラフが描けるので、実験値のピークにあわせて減衰常数を決めその減衰常数に対応する共振曲線及び位相差の変化を実験値の上の実曲線で示した。

このような操作によつて固有振動数を決める場合、線形であつても、内部抵抗によつて共振振動数は低下するが、この実験の減衰常数の範囲では、その低下の程度は小さいので共振振動数は固有振動数に等しいとした。

実験値の共振曲線には多くのピークが現われている。弾性セン断振動体では二次の共振振動数は一次のその約3倍の点に現われるから、これらの現象は砂層が多くの振動体の集合であることを示しており、これが特に加速度が大きくなると明瞭に現われると考えられるがここでは第一のピークについてのみ単一の振動体の共振曲線をあてはめた。

砂層内の高さによつて、共振振動数も減衰常数もいくぶん異なつた値をもつが、これは砂槽の拘束によつて砂層が均一でないためであらうと考えられる。なお、上記のようにして求められた減衰常数及び共振振動数の一覧表を表(2)～表(5)に示す。

5.2 横波の速度、減衰常数

砂層の振動を線形理論で説明するためには固有振動数が砂層の加速度、つまり砂層の変形が増大するにつれて低下すると仮定する必要がある。このことは、砂層の振

動を非線形理論で取り扱わねばならないことを意味する。しかし、非線形理論による取扱いができなかつたので、砂層の振動を線形理論で近似するためにはどのように理論を変形すればよいかを調べてみる。

共振振動数には砂層の形状、層厚の影響が含まれているので、これを(7)又は(11)式を用いてより一般的な量である横波の速度に換算した。

そこで、これらの横波の速度及び減衰常数の台加速度との関係、つまり砂層の相対変位との関係を調べてみる。ここでは、砂表面近くで測定したものについて考えることにする。

実験で測定されるものは、砂層の絶対加速度と台加速度及び位相差であり、これから砂層の相対変位は(2)式で求められる。しかし、砂層表面では、共振時には $\alpha \gg \alpha_0$ であり、台加速度の大きい場合でも、共振時には位相差は約90度であるので絶対変位振巾は相対変位振巾に近似される。

図18は、そのような砂層表面の相対変位と砂層中を伝わる横波の速度および砂層の減衰常数との関係を示すものである。

表-2 減衰常数及び共振振動数一覧表

	台加速度	高さ h	fr	高さ h	fr	高さ h	fr	高さ h	fr	高さ h	fr					
TEST① H=80 Loose 水平砂層	10 gal	75	0.06	43	60	0.08	43	45	0.10	42	30	0.10	42	10	0.15	40
	50	〃	0.10	37	〃	0.15	35.5	〃	0.17	36	〃	0.15	35.5	〃	0.20	35
	100	〃	0.12		〃	0.20	36	〃	0.30	35	〃	0.30	34	〃	0.30	33
	150	〃	0.15	30	〃	0.30	28	〃	0.40	27	〃	0.40	27	〃	0.40	24
	200	〃	0.20	26	〃	0.40	23.5	〃	0.40	23	〃			〃	0.40	24
	250	〃	0.27	23	〃	0.40	20.5	〃	0.40	20.5	〃			〃	0.50	21
	300	〃	0.40	16	〃	0.50	15	〃	0.50	15	〃	0.50	14	〃	0.50	13
	400	〃	0.30	15	〃	0.50	13.4	〃	0.40	13.5	〃	0.40	13.2	〃	0.40	13
TEST② H=75 Dense 水平砂層	10 gal	75	0.03	59	55	0.05	59	40	0.06	59	25	0.07	59	10	0.05	58
	50	〃	0.055	51	〃	0.09	51	〃	0.10	50	〃	0.12	50	〃	0.15	46
	100	〃	0.09	46	〃	0.18	45	〃	0.18	45	〃	0.18	44	〃	0.20	40
	150	〃	0.15	40	〃	0.18	39	〃	0.25	38	〃	0.20	39	〃	0.20	36
	200	〃	0.15	36	〃	0.20	36	〃	0.30	34	〃	0.20	34	〃	0.30	30
	250	〃	0.20	30	〃	0.26	31	〃	0.30	30	〃	0.30	29	〃	0.40	28
	300	〃	0.18	28	〃	0.26	27	〃	0.30	26	〃			〃	0.40	24

表-3 減衰常数及び共振振動数一覽表

	台加速度	高さ h fr		高さ h fr		高さ h fr		高さ h fr		高さ h fr	
		h	fr	h	fr	h	fr	h	fr	h	fr
TEST ㉚ H=125 Dense 堤状砂層	10 gal	120	0.08 44	90	0.12 44	60	0.12 44	25	0.12 42	5	0.15 41
	20	〃	0.08 40	〃	0.10 40	〃	0.11 41	〃	0.14 40	〃	0.15 40
	40	〃	0.09 41	〃	0.13 41	〃	0.11 40	〃	0.20 38	〃	0.15 40
	80	〃	0.10 41	〃	0.17 36	〃	0.14 35	〃	0.19 35	〃	0.15 35
	100	〃	0.07 40	〃	0.09 41	〃	0.11 41	〃	0.14 40	〃	0.15 40
	150	〃	0.15 34	〃	0.23 34	〃	0.28 34	〃	0.30 33	〃	0.30 34
	300	〃	0.27 24	〃	0.40 24	〃	0.41 23	〃	0.40 23	〃	0.40 23
TEST ㉛ H=125 Loose 堤状砂層	10 gal	120	0.14 30	90	0.11 29.5	60	0.14 28.5	25	0.17 26	5	
	20	〃	0.075 31	〃	0.14 31	〃	0.23 28	〃	0.20 25	〃	
	40	〃	0.075 31	〃	0.18 31	〃	0.25 28	〃	0.25 28	〃	
	80	〃	0.155 27	〃	0.29 26	〃	0.33 26	〃	0.25 24	〃	
	160	〃	0.30 15	〃		〃	0.40 16	〃	0.32 16	〃	
	300	〃	0.26 15	〃		〃	0.48 17	〃		〃	

表-4 減衰常数及び共振振動数一覽表

	台加速度	振動箱中心からの振動方向の距離 (cm)									
		0		50		100		150		200	
		h	fr	h	fr	h	fr	h	fr	h	fr
TEST ㉜ H=60 Loose 水平砂層	10 gal	0.08	50	0.09	49.5	0.08	50	0.09	49	0.08	50
	50	0.14	38	0.16	37	0.15	38	0.16	37	0.15	37
	75	0.18	38	0.22	37	0.22	37	0.22	37	0.20	36
	100	0.25	35	0.30	33	0.25	34	0.25	34	0.25	34
	150	0.30	32	0.30	30	0.40	29	0.40	29	0.30	30
	200	0.30	32	0.40	30	0.30	30	0.30	31	0.30	30
	TEST ㉝ H=60 Loose 水平砂層	台加速度	ガラス面からの距離(直角方向加速度分布) (cm)								
75			55		35		75		15		
		h	fr	h	fr	h	fr	h	fr	h	fr
10 gal		0.07	48	0.09	48	0.12	48			0.30	46
50		0.16	38	0.20	37	0.22	37			0.30	36
75		0.20	36	0.25	36	0.30	36			0.40	35
100		0.20	34	0.25	33	0.30	33			0.40	32
150		0.25	35	0.40	32	0.40	32			0.50	30
200	0.30	32	0.40	29	0.40	29			0.60	28	

表-5 減衰常数及び共振振動数一覧表

	台加速度	高さ h	fr	高さ h	fr	高さ h	fr	高さ h	fr				
TEST③ H=60 Loose 水平砂層	20 gal	55	0.09	48	35	0.13	46	25	0.13	45	5	0.10	43
	50	〃	0.11	45	〃	0.16	45	〃	〃	〃	〃	0.10	40
	100	〃	0.20	42	〃	0.30	38	〃	〃	〃	〃	0.30	38
	150	〃	0.30	27	〃	0.40	25	〃	〃	〃	〃	0.40	27
	200	〃	0.40	24	〃	0.40	23	〃	0.40	20	〃	0.40	24
	300	〃	0.40	24	〃	0.30	22	〃	〃	〃	〃	0.40	20
TEST⑥ H=40 Loose 水平砂層	10 gal	35	0.06	65	25	0.07	65	15	0.05	63	5	0.15	56
	50	〃	0.13	45	〃	0.20	44	〃	0.17	43	〃	0.25	48
	100	〃	0.17	40	〃	0.29	39	〃	0.24	39	〃	0.40	37
	150	〃	0.17	36	〃	0.30	35	〃	0.35	32	〃	0.40	34
	200	〃	0.23	30	〃	0.30	30	〃	0.40	30	〃	0.40	26
	250	〃	0.30	28	〃	0.35	26	〃	0.30	25	〃	0.30	25
	300	〃	0.28	28	〃	0.30	28	〃	0.30	25	〃	0.40	19

図18には高さの影響が入っているのので、相対変位を高さで除して無次元化し、セン断ひずみに相当するもので整理しなおしたものが図19である。この図のセン断ひずみについては、図17.1~図17.6に示す振動形をみると明らかのように台加速度の小さい場合、すなわち変形の小さい場合には、相対変位を高さで割つたものがセン断ひずみを表わすと考えてもよいが、台加速度の大きい場合、すなわち変形の大きい場合には、とりわけ堤状砂層についてはかなりの誤差を含む量であることをことわっておく。

図をみると変形の小さいところでは、横波の速度はほぼ一定と考えられ、100~170m/sec程度であり、締め固めたものほど大きくなる傾向がある。又変形が大きくなると、横波の速度は急激に減少し、減衰常数は増加し、ある一定値に近づく傾向がみられる。

変形が小さい場合には、セン断ひずみは相当信頼のける値であるので、ひずみが 1×10^{-4} 程度までがほぼ弾性的な挙動をする領域と考えられ、ひずみがこの値をこ

えると、非弾性的な性質が現われてくるように思われる。

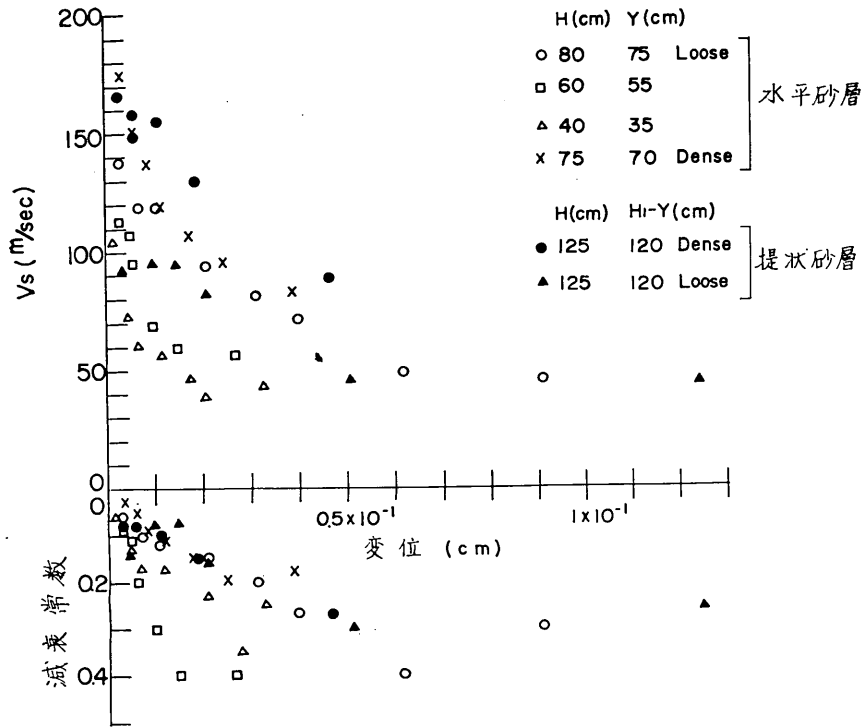
横波の速度については、たとへば、表⁷⁾、嶋⁸⁾、飯田⁹⁾等により実測されたものがある。

表等は新潟県潟町の砂浜における小爆破実験から乾いた砂層を伝わるS波の速度として140m/secを得ている。

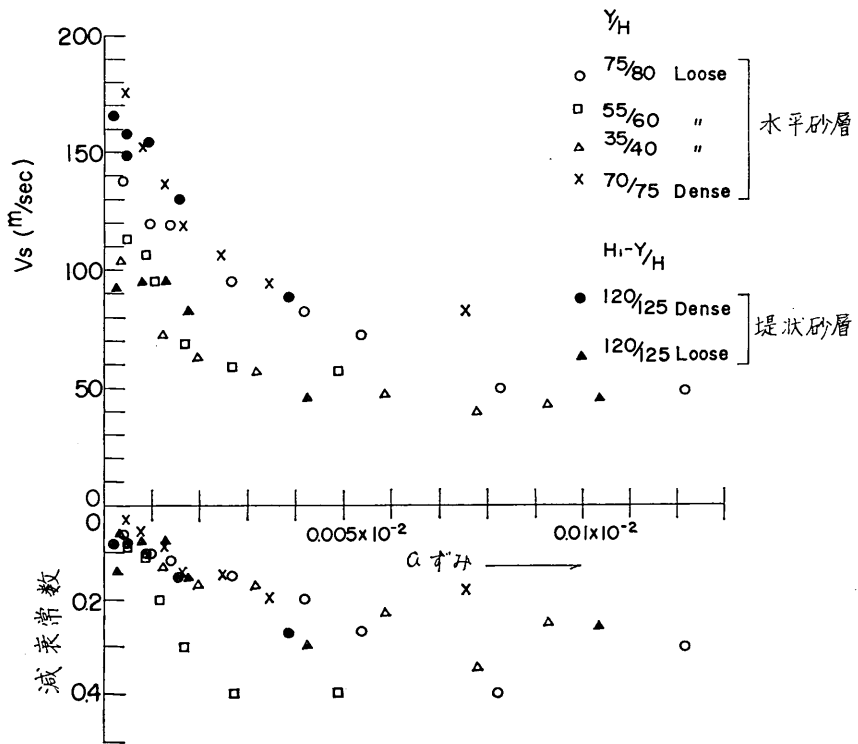
又、嶋等はSH波による弾性波探査より、沖積砂層で171m/secの値を得ている。

一方、飯田は砂の試料に対し、共振法によつてS波の速度を求め、空げき率40~49%のものについて50m/sec~70m/secの値を得ている。

これらの測定された横波の速度の値は本実験の変形の小さい領域での値とほぼ同程度の値を示している。したがつて、本実験の弾性域における横波の速度は原地盤表面砂層の横波の速度と同一とみなしてもよいと考えられる。それ故、原地盤においても変形が大きくなると横波の速度が低下すると同様の現象がおこることも予想される。なお飯田の実験値は本実験の値よりかなり小さいが、小さい試料を用いているので、本実験の変形の大き



図一八 横波の速度，減衰常数と相対変位



図一十九 横波の速度，減衰常数とせん断ひずみ

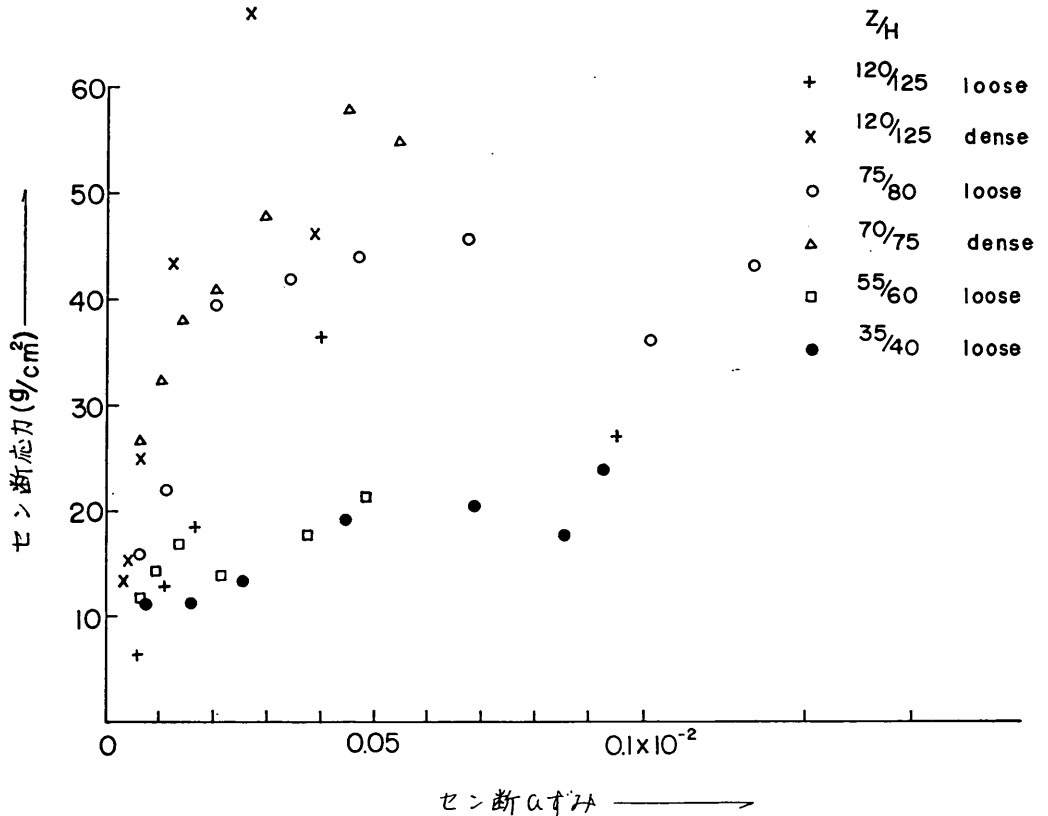


図-20 応力とひずみの関係

い場合に相当する値とも考えられる。

5.3 砂層の応力ひずみ関係の推定

砂層の応力ひずみ関係は図からも明かなように非線形であるが、砂層の振動を非線形振動として取り扱うためには、砂層の応力ひずみ関係を仮定し、数式化する必要がある。

図19は変形の大きい場合、ある程度の誤差が含まれるが、一応、線形系からのズレを表わしていると思われるので、この図から、砂層の応力～ひずみ関係および履歴特性を想定してみる。

図19の各ひずみに対応する横波の速度から $\mu = \rho V_s^2$ によつて剛性率が求められるので、それらに各ひずみをかけることによつて、せん断応力に相当するものが得られる。

図20はそのようにして求めた応力～ひずみの関係を示すものであり、層厚、形状、締め固め度を変えた場合のものを示した。図の各点は連続的な載荷試験の場合のようないつの処女曲線上の点を表わすものではなく、各自

が独自のループをもつものとして表わしてある。変形の大きい場合には、せん断ひずみの誤差が大きくなるの

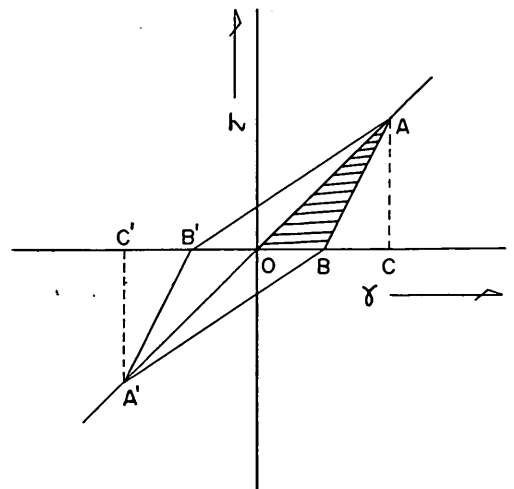


図-21 仮定された履歴曲線

で、図の応力は正しいせん断応力を示さない。

つぎに、図20に得られた応力～ひずみの関係がマイナス方向にも原点に対称に成り立つものとして、図19の各ひずみに対応する減衰常数にもつぎ、その履歴を求めてみる。これらの減衰常数は砂層表面の実験結果より得られたものであるが、砂層全体を線形一質点系とみなした場合の減衰常数に等しいものと仮定する。又、履歴ループを簡単のため図21に示すように、4直線によつて表わされるものとし、減少及び増加時のループはそれぞれ、B, B' 点にて勾配が変わるものと仮定する。又、 $A'B' \parallel AB$, $B'A \parallel A'B$ とする。

線形一質点系の定常強制振動の場合、変形により系に貯えられる弾性エネルギー(W)と、1サイクルの間に内部抵抗により消費されるエネルギー(ΔW)の比は共振時には次式で与えられる。

$$\frac{\Delta W}{W} = 4\pi h$$

図21のような履歴ループの場合にはエネルギー比は

$$\frac{4 \times (\Delta OBA \text{ の面積})}{\Delta OCA \text{ の面積}}$$

で与えられるので、これが一質点系の場合のエネルギー比 $\Delta W/W$ に等しいものとして、内部抵抗によつて消費

されるエネルギーを求めた。

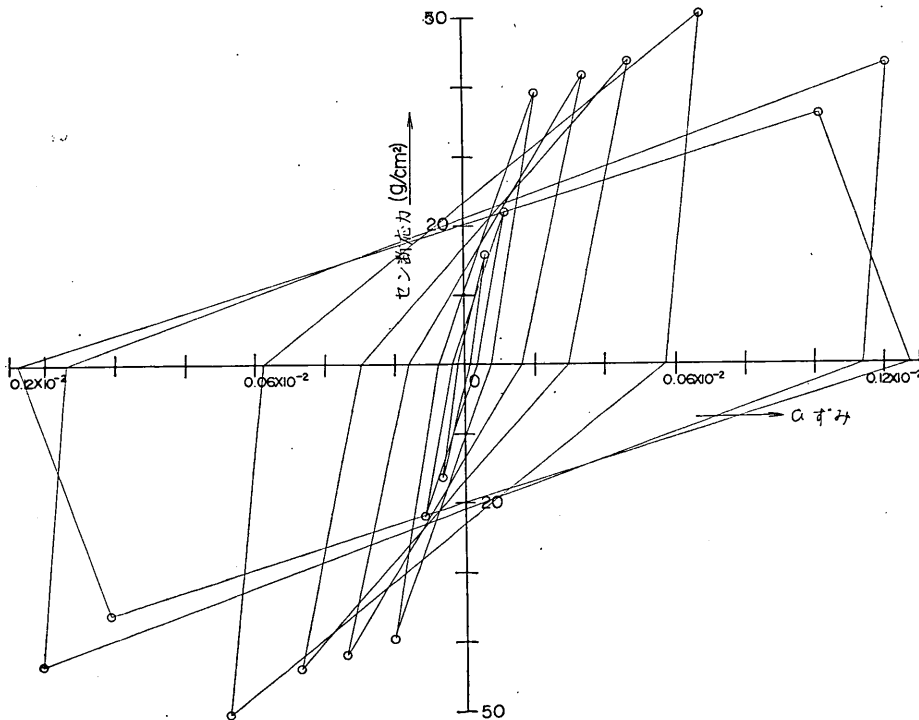
図22.1～図22.6は上記のようにして求めた共振時一周期間の応力～ひずみの経路を示すものでそれぞれ層厚80cm, 60cm, 40cm ゆる詰め水平砂層, 層厚75cm 密詰め水平砂層, 及び堤頂高125cm密詰め及びゆる詰め堤状砂層の場合を示す。

これらの応力～ひずみ関係は多くの仮定に基づき、また、変形の大きい場合には誤差の大きい剛性率、減衰常数を用いて求めたものであるから、厳密でないが、砂層の振動性状を調べる場合の参考になるとと思われる。

5.4 模型振動実験に対する考察

振動台を用いて模型振動実験を行なう場合相似則に従つて実験することが必要である。砂を対象とする場合、模型において砂と同様な性質を有する相似則に適合する物質を用いることが困難であるため、模型にも砂を用いることがある。この場合に原型と同一の物質を用い、寸法のみを変えた場合の現象は原型に対して如何に対応づけられるかを考えてみる。

本実験で見られたように砂の動的性質は、密度、拘束の度合、変形量(与えられる力の大きさ)、振動数、砂層の高さなどによつて変化する。ここでは時間の縮尺の



図—22.1 履歴曲線 (H=80cm Loose 水平砂層)

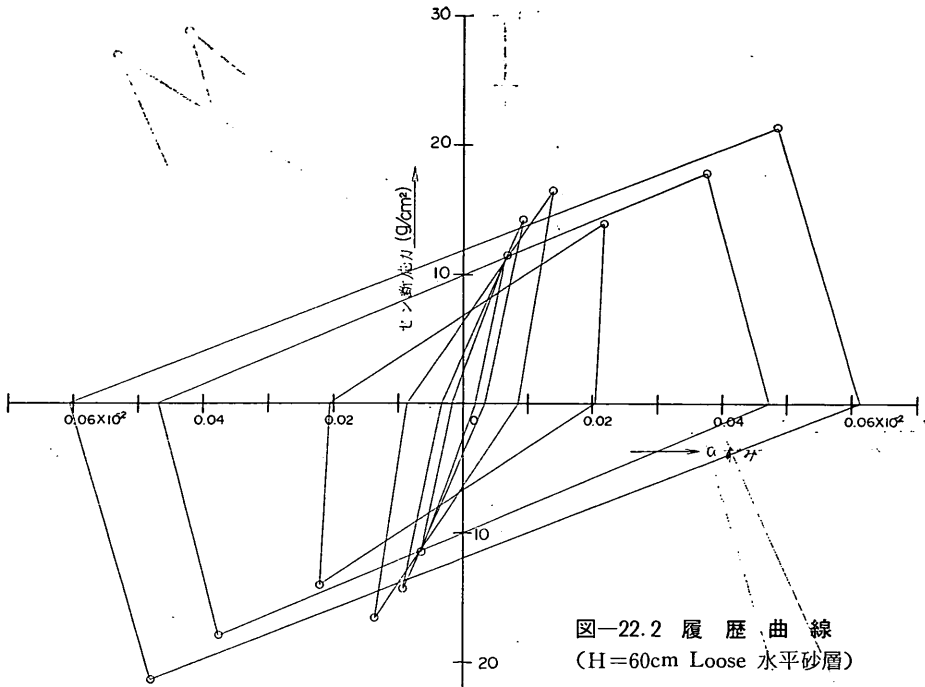


图-22.2 履歷曲線
(H=60cm Loose 水平砂層)

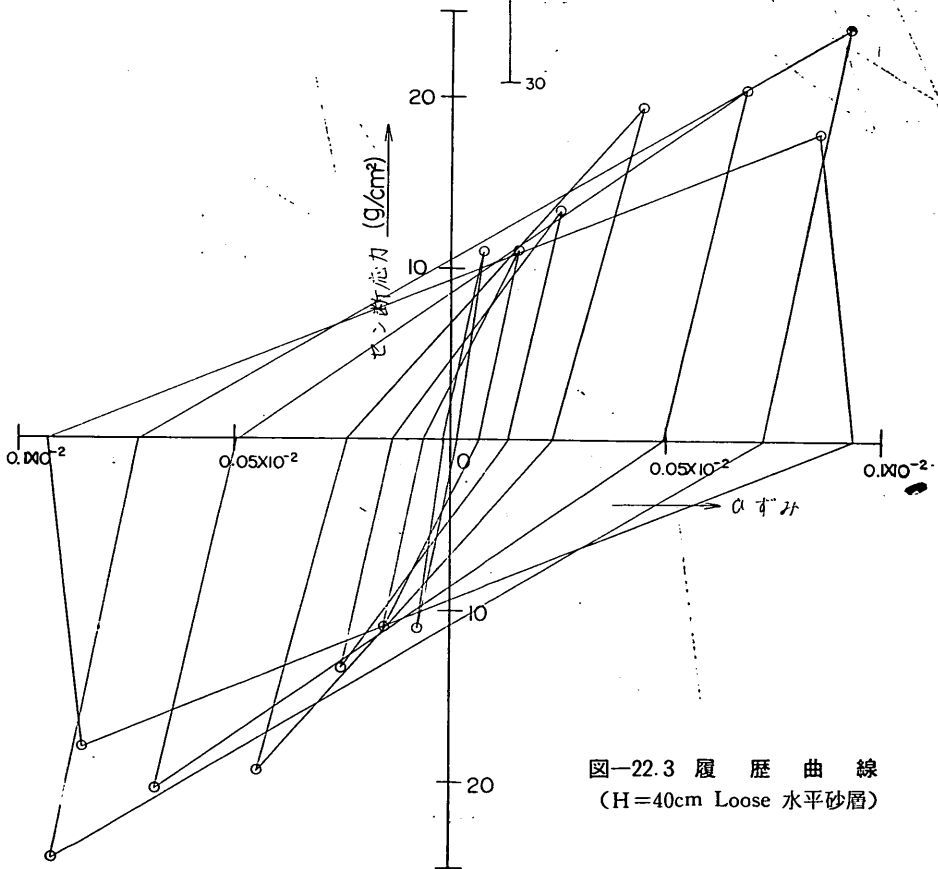


图-22.3 履歷曲線
(H=40cm Loose 水平砂層)

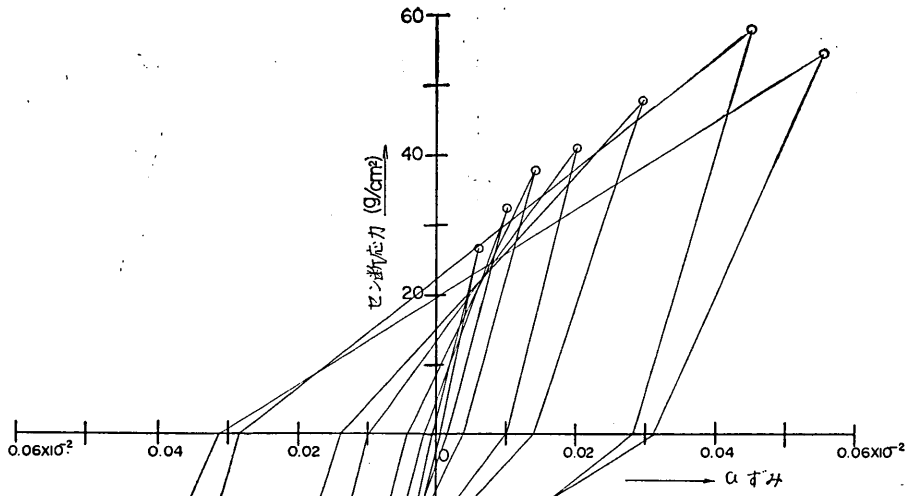


図-22.4 履歴曲線
(H=75cm Dense 水平砂層)

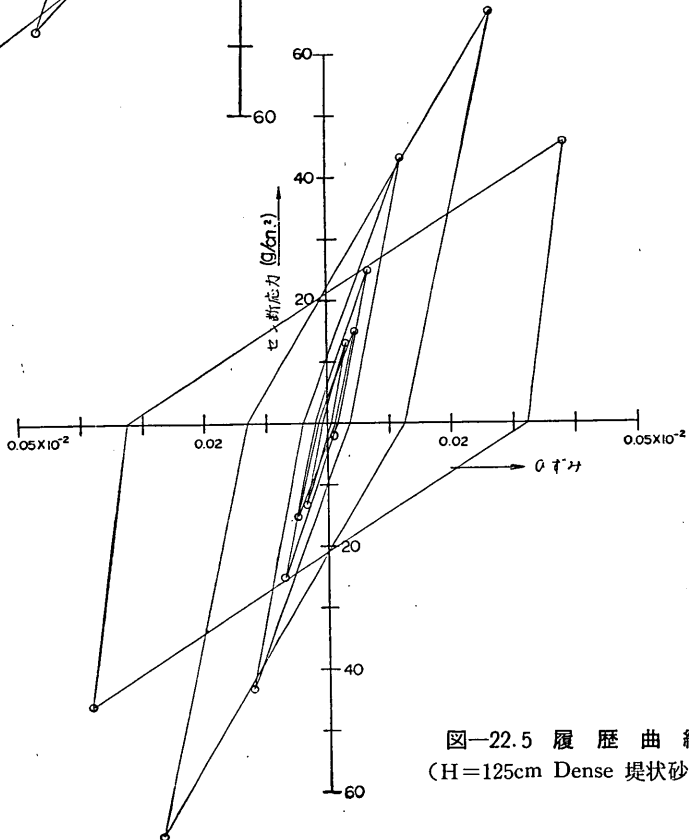


図-22.5 履歴曲線
(H=125cm Dense 堤状砂層)

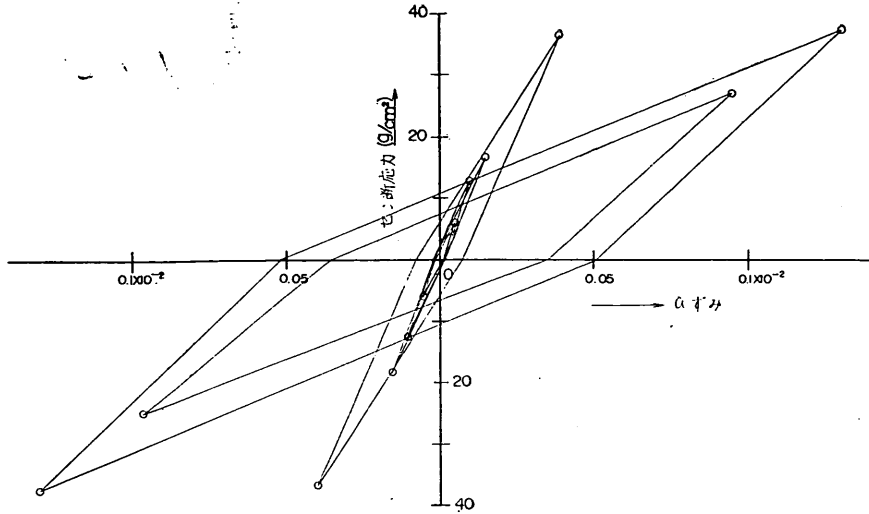


図-22.6 履歴曲線 (H=125cm Loose 堤状砂層)

みについて検討してみる。

(i) 変形の小さい場合

砂層の変形量が小さく弾性域と考えられる場合には自重の影響が無視でき、密度、拘束の状態が同一ならば、時間の縮尺は次式に従って定められる。

$$T_m/T_p = \lambda \sqrt{(\gamma_m/\gamma_p)(G_p/G_m)}$$

ここに、

T : 時間

λ : 長さの縮尺比 (l_m/l_p)

γ : 単位重量

G : 剛性率

サフィックス p, m はそれぞれ原型、模型を表わす。したがって、 γ, G が模型と原型とで等しいならば時間の縮尺は長さの縮尺に比例する。このことは、本実験においても、共振振動数が砂層厚に反比例する傾向がみられることに相当する。

(ii) 変形量の大きい場合

変形量に対して、見掛上、剛性率が変化する故、目標の変形量に対する時間の縮尺をとることを要すると考えられる。

一般的には一定の時間の縮尺をとることができないのであるから、例えば正弦的振動を与える場合には、その振動数特性を求めることが必要である。

6. あとがき

箱に入れた乾燥砂層の加速度応答特性を調べた。砂層の振動は複雑であつて、首尾一貫した説明をすることは困難であるが一応、得られた結果をとりまとめると次のよ

うになる。

1. 水平砂層及び堤状砂層については、砂層中央部での加速度レスポンスの変化する傾向は両者はほとんど同様である。ただし、拘束の影響があらわれ、特に振動モードに差が見られる。
2. 砂層はきわめて小さい変形 (約 1×10^{-4} のひずみ) に対して弾性的な挙動を示す。
本実験程度の密度の砂では横波の速度は、100~170 m/sec である。
3. 変形が大きになると、見掛上、横波の速度はかなり減少し、減衰常数は増大する。このことから一応、一周期間の砂層の応力ひずみ関係を推定した。
4. 側壁の影響は特に共振点附近において著しく現われる。壁の近くでは、見掛上減衰常数が大きくなる傾向が見られる。
5. 砂層の振動性状がある程度明らかになつたため、今後予定している模型振動実験の実験方法に対する指針が得られた。

実験は一種類の砂についてのみ実施したものであり、粒径の影響、間げき水の影響など重要な問題を残しており、また実験の結果の整理には線型理論のみによつたが、非線型理論および多相系の理論によつて解析すればさらに明確な説明をすることができるかも知れない。これらの点について、今後研究を進めてゆきたい。

おわりに、この研究は振動研究室、坂井技官、藤野技術員、岩淵技術員、高木技術員の諸氏の助力によるもので厚く感謝する。

参 考 文 献

- 1) Motion of a soil subjected to a simple harmonic ground vibration, L.S.Jacobsen,
Bull. S.S.A Vol.20, No.3, 1930, pp.165~195
- 2) 擁壁に作用する地震時土圧の実験
松尾春雄, 土木学会誌 27巻2号, 1941
- 3) 振動中における乾燥砂の運動性状に関する研究(第一報), 石井靖丸, 林聰, 荒井秀夫
運研報告第8巻10号, 1959
- 4) 地震波形振動試験装置について
林聰, 荒井秀夫, 港研資料 No.28, 1967
- 5) Forced shearing vibrations of a structure,
K.Iida, Bull. Earthq. Res. Inst. Vol.17, No.1,
1939
- 6) Seismic investigation of Hansen dam and site,
Report to U.S Engr. office, San Francisco,
1938
- 7) Seismic wave types in a sand layer near a small,
explosion, S.Omote, S.Komaki, N.Nakajima,
Bull. Earthq. Res. Inst. Vol.36, pp.311~327,
1958
- 8) 地表層の振動, 嶋悦三, Proc. J.E.E.S,1966
pp.437~445
- 9) Velocity of elastic waves in a granular substance
K.Iida, Bull.Earthq. Inst., Vol. No.17, 1939
(昭和42年3月20日受付)

附録 剪断振動理論

砂をせん断弾性体と仮定した場合の水平砂層⁵⁾堤状砂層⁶⁾の振動の理論解は以下のように求められる。

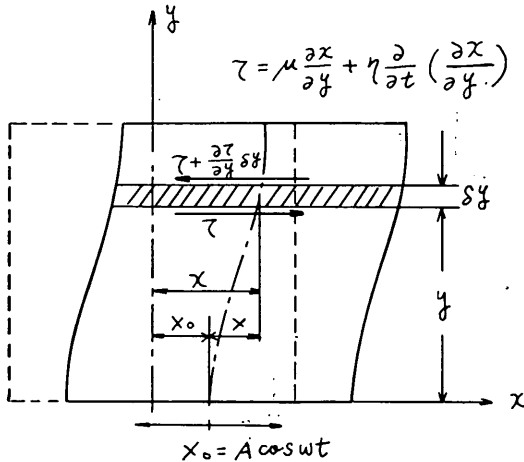
1) 水平砂層の場合

砂層内に附図-1のような柱状体を考え、振動方向にx軸、鉛直方向にy軸をとる。振動台からの加振力は底面からのみ受け、振動直角方向には変位しない。又砂層は等方、等質な粘弾性体と仮定する。

附図-1の斜線で示した微小部分の絶対座標からの変位をxとすると微小部分に働く慣性力は $\rho \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \delta y$ 、せん断力は $\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} \delta y - \tau = \frac{\partial \tau}{\partial y} \delta y$ 従つて微小部分の力のつりあいより

$$\rho \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau}{\partial y} \dots (1)$$

ひずみ速度に比例する抵抗を考えると



附図-1 セン断振動(水平砂層)

$$\tau = \mu \frac{\partial x}{\partial y} + \eta \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial x}{\partial y} \right) \dots (2)$$

で表わされるので、水平砂層の運動方程式は次式で表わされる。

$$\rho \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 x}{\partial y^2} + \eta \frac{\partial^3 x}{\partial y \partial t} \dots (3)$$

ここに、

x: 水平方向の絶対変位

ρ: 砂の密度

μ: 砂の剛性率

η: 砂の内部抵抗係数

まず、境界条件

$$y=0: x=0 \dots (4)$$

$$y=H: \mu \frac{\partial x}{\partial y} + \eta \frac{\partial^2 x}{\partial y \partial t} = 0 \dots (5)$$

に従う自由振動の解を求める。

$$x = Y(y) \cdot T(t) \dots (6)$$

とおき、(3)式に代入し、変数分離を行なうと

$$\frac{d^2 y}{dy^2} = -m_r^2 Y \dots (7)$$

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + m_r^2 \frac{\eta}{\rho} \frac{dT}{dt} + m_r^2 \frac{\mu}{\rho} T = 0 \dots (8)$$

ここに、 m_r は r 次の振動を定める常数である。

$$\epsilon = \frac{1}{2} \frac{\eta}{\rho} m_r^2 \quad n^2 = \frac{\mu}{\rho} m_r^2 \dots (9)$$

とおき、境界条件(4)、(5)を適用すると自由振動の一般解は、 $\epsilon < n$ の時に次式で与えられる。

$$x = \sum_{r=1}^{\infty} a \sin m_r y e^{-\frac{1}{2} \frac{\eta}{\rho} m_r^2 t} \times \cos \left(\sqrt{m_r^2 \frac{\mu}{\rho} - \frac{m_r^2 \cdot \frac{\mu}{\rho}}{4}} t - \delta \right) \dots (10)$$

ここに、 $m_r = \frac{2r-1}{2H} \pi$ ($r=1, 2, 3, \dots$)

この場合の r 次の自由振動の固有円振動数は

$\omega_r = m_r \sqrt{\mu/\rho} = m_r \cdot V_s$ で与えられる。ここに V_s は弾性波の速度である。

つぎに、振動台底面に

$$X_0 = A \cos \omega t \dots (11)$$

の強制変位が与えられる場合の砂層内の任意の点の変位及び加速度は

境界条件

$$y=0: x = A \cos \omega t \dots (12)$$

$$y=H: \mu \frac{\partial x}{\partial y} + \eta \frac{\partial^2 x}{\partial y \partial t} = 0 \dots (13)$$

のもとに(3)式を解くことによつて得られる。計算の便宜上、振動台の変位は $X_0 = A e^{i\omega t}$ の複素数として考え、(3)式の特解として

$$x = A \xi(y) e^{i\omega t} \dots (14)$$

を考える。ここに、 ξ は y のみの関数である。(14)式を(3)式に代入すると

$$\frac{D^2 \xi}{Dy^2} = -m^2 \xi \dots (15)$$

$$m = \sqrt{\frac{\omega^2}{\frac{\mu}{\rho} + i\omega \frac{\eta}{\rho}}} \dots (16)$$

(9)式を(16)式に代入すると

$$m = \sqrt{\frac{m_r^2 \omega^2}{n^2 + i\omega \epsilon}} = n_1 - i n_2 \dots (17)$$

ここに、 n_1, n_2 は m の実数部及び虚数部であり次式で示される。

$$\left. \begin{matrix} n_1 \\ n_2 \end{matrix} \right\} = \frac{\frac{\pi}{2} (\omega/\omega_r)}{\left\{ 1 + 4(\omega/\omega_r)^2 h_r^2 \right\}^{1/4}}$$

5) 前出参考文献

6) 前出参考文献

$$\times \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{1}{\sqrt{1+4h_r^2(\omega/\omega_r)^2}} \right)} \dots\dots\dots (18)$$

h_r は r 次の減衰常数であり次式で示される。

$$h_r = \frac{\varepsilon}{\omega_r} = \frac{\eta/2\rho \cdot m_r^2}{m_r \sqrt{\mu/\rho}} = \frac{m_r \cdot \eta}{2\sqrt{\rho\mu}} \dots\dots\dots (19)$$

境界条件(12), (13)式のかわりに, (14)式の特解を考慮して境界条件として次のものを考える。

$$y=0: \xi=1 \dots\dots\dots (20)$$

$$y=H: \frac{\partial \xi}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (21)$$

境界条件(20), (21)式を満足する(15)式の解は

$$\begin{aligned} \xi &= \cos(n_1 - in_2)y + \tan H(n_1 - in_2) \sin y(n_1 - in_2) \\ &= \xi_1 + i\xi_2 \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

で与えられる。ここに, ξ_1, ξ_2 は ξ の実数部, 虚数部であり, それぞれ次式で示されるものである。

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \cos n_1 \frac{y}{H} \cdot \cos n_2 \frac{y}{H} \\ &+ \frac{\sin n_1 \cos n_1 \sin n_1 y/H \cdot \cosh n_2 y/H - \cos n_1 y/H}{\cos^2 n_1 +} \\ &\frac{\cdot \sinh n_2 y/H \cdot \sin h n_2 \cdot \cosh n_2}{\sinh^2 n_2} \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_2 &= \sin n_1 y/H \cdot \sin h n_2 y/H \\ &\frac{\sin n_1 \cdot \cos n_1 \cdot \cos n_1 y/H \cdot \sinh n_2 y/H + \sin}{\cos^2 n_1 +} \\ &\frac{n_1 y/H \cdot \cosh n_2 y/H \cdot \sinh n_2 \cosh n_2}{\sin h^2 n_2} \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

したがって(3)式の特解は次の形で表わされる。

$$\begin{aligned} x &= A (\xi_1 + i\xi_2) e^{i\omega t} \\ &= A \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2} e^{i(\varphi + \omega t)} \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

強制振動の一般解は(25)式に(10)式で示す自由振動の項を加えたもので表わされる。

台に $X_0 = A \cos \omega t$ の強制変位が作用した場合の定常状態の変位および加速度は(25)式の実数部をとり次のように表わされる。

$$\dot{x} = A \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cos(\omega t + \varphi) \dots\dots\dots (26)$$

$$\ddot{x} = -A \omega^2 \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cos(\omega t + \varphi) \dots\dots\dots (27)$$

ここに, φ は振動台と砂層の加速度の位相差であり, 次式で示される。

$$\varphi = \tan^{-1} \xi_2/\xi_1 \dots\dots\dots (28)$$

したがって, 定常状態における台加速度と砂層の加速度応答は次式で示される。

$$\left| \frac{\ddot{x}}{\ddot{x}_0} \right| = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2} \dots\dots\dots (29)$$

ここに, ξ_1, ξ_2 は(23), (24)式で示されるものである。

2) 堤状砂層の場合

附図-2のように静止状態の時の二等辺三角形の頂点を原点に選び鉛直下方に y 軸, 振動方向右方に x 軸を選

び, 水平砂層の場合と同様の仮定のもとに斜線部分の力の釣合を考える。振動台変位を X_0 , 砂層の台に対する相対変位を X とすると, 微小部分に作用する慣性力は, $-\rho b y (\ddot{X} + \ddot{X}_0) \delta y$, セン断力は $(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} \delta y - \tau) b y = b y \frac{\partial \tau}{\partial y} \cdot \delta y$ であるので, 両者のつりあい条件より

$$-\rho b (\ddot{X} + \ddot{X}_0) + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (30)$$

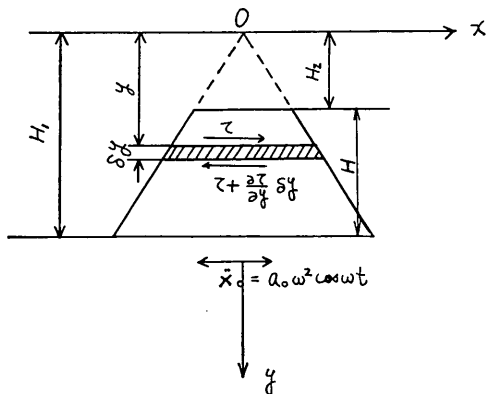
ひずみ速度に比例する抵抗を考えると

$$\tau = \mu \cdot b y \cdot \frac{\partial X}{\partial y} + \eta \cdot b y \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial X}{\partial y} \right) \dots\dots\dots (31)$$

したがって堤状砂層の運動方程式は, (30), (31)より

$$\mu \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{\partial X}{\partial y} \right) + \eta \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{\partial^2 X}{\partial y \partial t} \right) = \rho y (\ddot{X} + \ddot{X}_0) \dots\dots\dots (32)$$

ここに, μ, η は, 前述の係数である。



附図-2 セン断振動(堤状砂層)

振動台底面に,

$$\ddot{x}_0 = -a_0 \omega^2 \cos \omega t \dots\dots\dots (33)$$

の正弦型加速度が作用した場合の定常強制振動の相対変位 X は

境界条件

$$y=H_1: X=0 \dots\dots\dots (34)$$

$$y=H_2: \mu \frac{\partial X}{\partial y} + \eta \frac{\partial^2 X}{\partial y \partial t} = 0 \dots\dots\dots (35)$$

のもとに(32)式を解くと次式で示される。

$$X = a_0 \sum_n \alpha_n \phi_n B_n \cos(\omega t + \varphi_n) \dots\dots\dots (36)$$

又, 砂層の相対加速度は

$$\ddot{x} = -a_0 \omega^2 \sum_n \alpha_n \phi_n B_n \cos(\omega t + \varphi_n) \dots\dots\dots (37)$$

$$\varphi_n = \tan^{-1} \frac{2h_n(\omega/\omega_n)}{(\omega/\omega_n)^2} \dots\dots\dots (38)$$

ここに, φ_n は砂層の振動台に対する相対加速度の位相差である。

又、砂層の絶対加速度は

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \ddot{x} + \ddot{x}_0 = -a_0 \omega^2 \cos \omega t - a_0 \omega^2 \sum_n \alpha_n \phi_n B_n \cos(\omega t + \phi_n) \\ (\omega t + \phi_n) &= -a_0 \omega^2 \left\{ \left(1 + \sum_n \alpha_n \phi_n B_n \cos \phi_n \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\sum_n \alpha_n \phi_n B_n \sin \phi_n \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \cdot \cos(\omega t + \phi_n) \dots (39) \\ \phi_n &= \tan^{-1} \frac{\sum_n \alpha_n \phi_n B_n \sin \phi_n}{1 + \sum_n \alpha_n \phi_n B_n \cos \phi_n} \dots (40) \end{aligned}$$

ここに、 ϕ_n は砂層の絶対加速度の合加速度に対する位相差である。

(39), (40)式より加速度レスポンスは次式で与えられる。

$$\frac{|\ddot{x} + \ddot{x}_0|}{|\ddot{x}_0|} = \left\{ \left(1 + \sum_n \alpha_n \phi_n B_n \cos \phi_n \right)^2 + \left(\sum_n \alpha_n \phi_n B_n \sin \phi_n \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \dots (41)$$

ここに、

$$\alpha_n = \sqrt{2} H_1 / a_n \cdot \left\{ 1 - J_0^2(a_n) / J_1^2(ka_n) \right\}^{-\frac{1}{2}} \dots (42)$$

$$\begin{aligned} \phi_n &= \pi a_n / \sqrt{2} H_1 \left\{ 1 - J_0^2(a_n) / J_1^2(ka_n) \right\}^{-\frac{1}{2}} \\ &\quad \times \left\{ J_0\left(a_n \frac{y}{H_1}\right) \cdot Y_0(a_n) - J_0(a_n) Y_0\left(a_n y / H_1\right) \right\} \dots (43) \end{aligned}$$

$$B_n = \frac{(\omega / \omega_n)^2}{\sqrt{\left\{ 1 - (\omega / \omega_n)^2 \right\}^2 + 4h_n^2 (\omega / \omega_n)^2}} \dots (44)$$

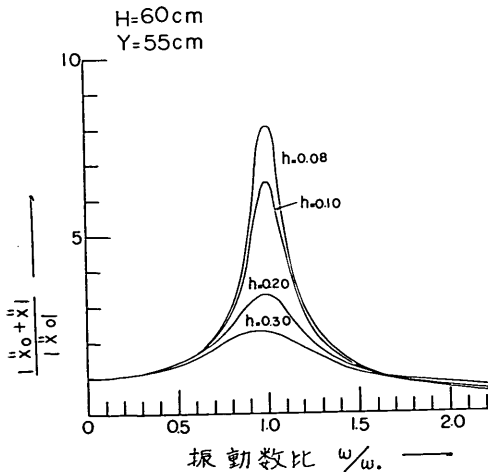
$$\omega_n = a_n / H \cdot \sqrt{\mu / \rho} = a_n / H \cdot V_s \dots (45)$$

$$h_n = \frac{\eta a_n V_s}{2\mu H_1} \dots (46)$$

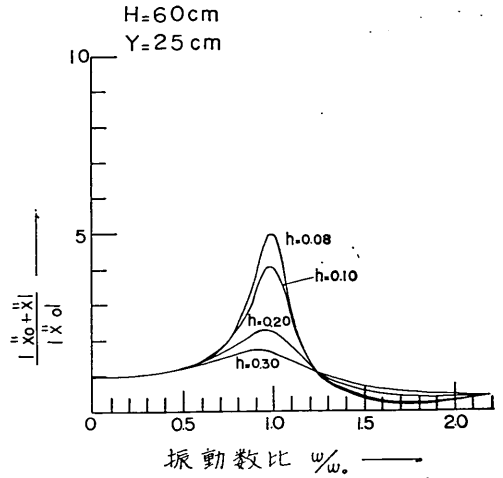
ただし、 a_n は

$$J_0(a_n) Y_1(ka_n) - J_1(ka_n) Y_0(a_n) = 0 \dots (47)$$

の n 番目の根であり、 $k = H_2 / H_1$ 、 ω_n は n 次振動の円固有振動数、 h_n は減衰常数、 V_s は砂層中を伝播する弾



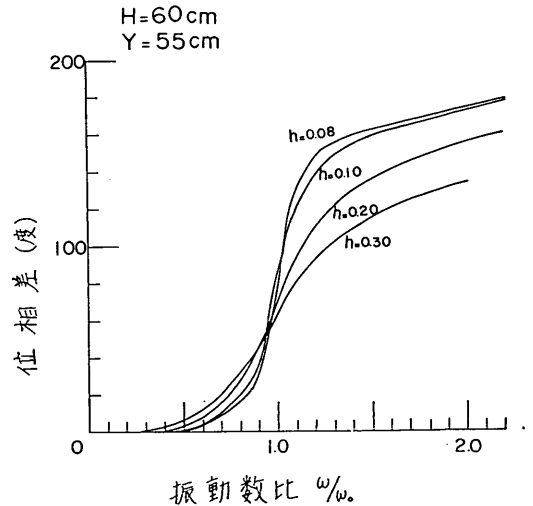
附図-3.1 共振曲線 (水平砂層)



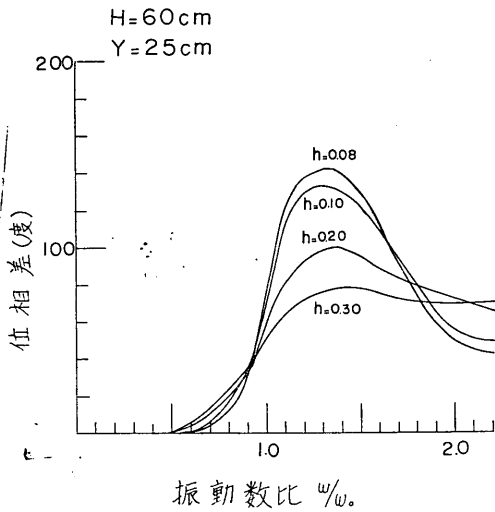
附図-3.2 共振曲線 (水平砂層)

性波の速度である。又、 J 、 Y はそれぞれベッセル関数、ノイマン関数である。

附図3.1, 3.2は(49)式を用いて粘弾性体としての共振曲線を $H=80\text{cm}$ 、 $y=75\text{cm}$ 及び $y=45\text{cm}$ について計算し、減衰常数をパラメーターとして示したものであり、又、附図4.1, 4.2はその際の位相差を(49)式を用いて計算し、 h をパラメーターとして示したものである。

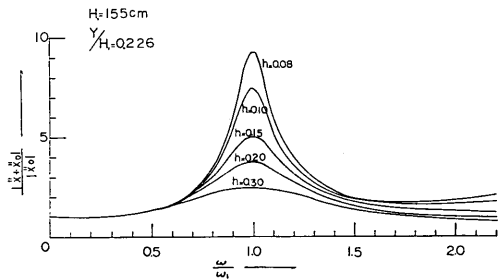


附図-4.1 位相差 (水平砂層)

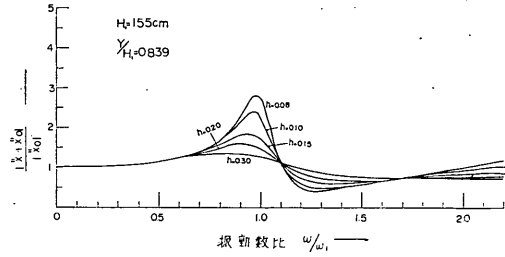


附図-4.2 位 相 差 (水平砂層)

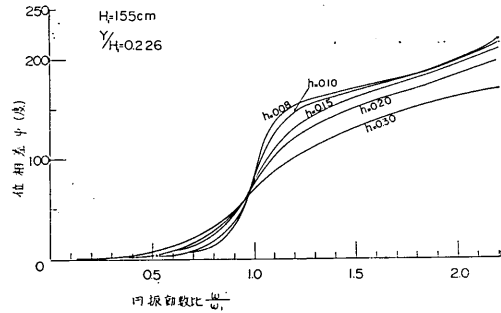
附図5.1, 5.2は堤状の粘弾性体の共振曲線を $k=0.192$
 $(H_1=155\text{cm}, H_2=30\text{cm}), y=35\text{cm}$ 及び $y=120\text{cm}$
 の場合について(4)式を用いて計算し、減衰常数 h_1 をパ
 ラメーターとして示したものであり図6.1, 6.2はその際
 の位相差を(4)式を用いて計算したものである。ただし、
 この場合、 n は2次振動まで考慮してある。



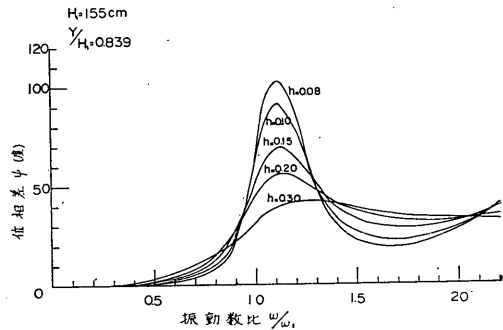
附図-5.1 共振曲線 (堤状砂層)



附図-5.2 共振曲線 (堤状砂層)



附図-6.1 位 相 差 (堤状砂層)



附図-6.2 位 相 差 (堤状砂層)



港湾技術研究所報告 第6卷5号

1967年4月

編集兼発行者 運輸省港湾技術研究所

発行所 運輸省港湾技術研究所
横須賀市長瀬3丁目1番1号

印刷所 中和印刷株式会社
東京都中央区入船町2丁目三番地