

# 港湾技術研究所報告

REPORT OF PORT AND HARBOUR TECHNICAL RESEARCH  
INSTITUTE MINISTRY OF TRANSPORTATION, JAPAN

第 4 卷 2 号

Vol. 4 No. 2

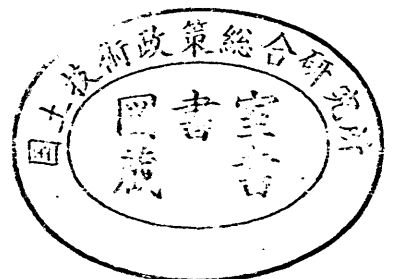
(通卷第 13 号)

地震時土圧に関する一考察 ——乾燥砂の場合——……………荒井秀夫

垂直控え杭の横抵抗について……………久保浩一・三枝富士男・鈴木敦己

1965年2月

運輸省港湾技術研究所



地震時土圧に関する一考察  
—乾燥砂の場合—

荒井秀夫

目次

1. ま え が き	3
2. 水平力の作用している半無限砂層中の応力解析	4
(i) すべり線が直線の場合	5
(ii) 一般の場合	7
2. 土楔に震度を作用させた場合の土圧	8
(i) 主働土圧	8
(ii) 受働土圧	11
4. 振動箱内乾燥砂の振動実験結果との比較検討	15
(i) 振動箱内乾燥砂の運動性状	15
(ii) 固定壁に作用する振動土圧	16
(iii) 矢板壁根入部に作用する振動土圧	17
5. む す び	18
参 考 文 献	19

# Note on the Earth Pressure in Earthquakes —on the Case of Dry Sand—

Hideo Aari \*

The stress analysis in the semi-infinite dry sand stratum subjected to the horizontal force which relates to the seismic coefficient is performed under the critical equilibrium condition. The following facts are derived from the calculation. The mean normal stresses increase in the active state and decrease in the passive state with the increase of the seismic coefficient. Both stresses converge to one value, when the seismic coefficient equals to the friction coefficient of the sand.

The lateral earth pressure formula in earthquakes (so-called Mononobe-Okabe Formula) is rearranged to make clear the process through which the formula is derived.

These results of analysis are compared with the test results obtained by the method using a box on the vibration table.

---

\* Chief, Vibration Laboratory, Soil and Structure Division

# 地震時土圧に関する一考察 —乾燥砂の場合—

荒井秀夫\*

## 1. ま え が き

地震時土圧は大正5年佐野<sup>1)</sup>によつて耐震設計法に震度の概念が導入され、これを土圧に対しても適用されたことにより、始めて定量的に扱われるようになった。佐野は地震動が物体におよぼす効果を表わすのに、地震動の最大加速度 $\alpha$ と重力の加速度 $g$ との比 $k=\alpha/g$ を用い、これを震度と名付けた。 $W$ を物体の重量とすれば地震力は $k \cdot W$ で表わされる。地震時土圧に対しては斜面上の物体の限界平衡を考へて、砂の安息角におよぼす地震力の影響を表わす式(1.1)を導き、この地震時安息角を常時の土圧式に適用すればよいことを提案した。

$$\tan \phi_k = \frac{1 \pm k_v - \frac{k_h}{\tan \phi}}{1 \pm k_v - k_h \tan \phi} \cdot \tan \phi \quad (1.1)$$

$$\phi_k = \phi - \tan^{-1} k_h / (1 \pm k_v)$$

$\phi_k$ : 地震時安息角     $\phi$ : 常時安息角

$k_h$ : 水平震度     $k_v$ : 垂直震度

物部<sup>2)</sup>は弾性振動の小さい土木構造物に震度法を適用すれば、地盤と構造物とを一体として常時鉛直に対して $\epsilon = \tan^{-1} k$  ( $k$ は合震度であつて $k = k_h / (1 - k_v)$ )だけ危険なる向きに廻転し、すべての重量を $(1 - k_v)$ に減ずればよいことを指摘し、この方法を常時土圧式に適用して地震時土圧式を導いた。Coulomb土圧に対する主動土圧、受働土圧( $\delta = 0$ )はそれぞれ(1.2)、(1.3)式で表わされている。

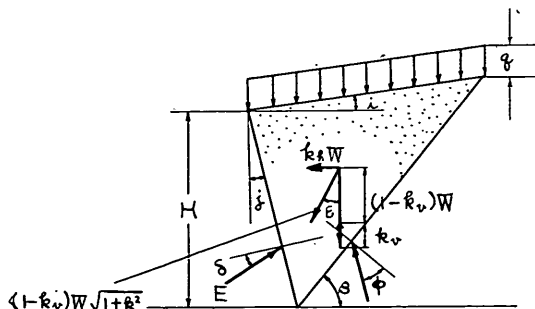


図-1

$$E_a = (1 - k_v) \left[ qH \frac{\cos j}{\cos(j-i)} + \frac{\gamma H^2}{2} \right] K_a$$

$$K_a = \frac{\cos^2(\phi - \epsilon - j)}{\cos \epsilon \cdot \cos^2 j \cdot \cos(\delta + j + \epsilon)} \times \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \epsilon - i)}{\cos(\delta + j + \epsilon) \cos(i - j)}} \right]^2 \quad (1.2)$$

$$E_p = (1 - k_v) \left[ qH \frac{\cos j}{\cos(j-i)} + \frac{\gamma H^2}{2} \right] K_p$$

$$K_p = \frac{\cos^2(\phi \pm \epsilon + j)}{\cos \epsilon \cdot \cos^2 j \cdot \cos(j \pm \epsilon)} \times \left[ 1 - \sqrt{\frac{\sin \phi \sin(\phi \pm i \pm \epsilon)}{\cos(j \pm \epsilon) \cos(i - j)}} \right]^2 \quad (1.3)$$

(1.3)式における $\epsilon$ の前の符号は図-1のように水平震度が作用する場合を正とし反対の向きに作用する場合を負とする主動土圧についても $k_h < 0$ の場合が考えられるが、このときには土圧は $k_h > 0$ の場合に比して小であり、(図-15)安全側であるが、受働土圧に対して $k_h < 0$ の場合を考えることは、一般的に $k_h < 0$ の場合が危険側であることによるものと思われる。このことについては矢板壁模型振動実験の根入部の土圧測定値と比較して検討する。物部はRankine土圧に対しても地震時土圧式を導いているが、不明の点が多いので、半無限の砂層に水平力が作用する場合の応力解析を試みた。

岡部はCoulomb土圧式を解析的に導く方法を用いて、土楔に地震力を作用させたときの計算法を示した。粘着力を含む場合も求めてあるが、これを無視した場合には(1.4)式で表わされる。

$$E_a = (1 - k_v) \left[ \frac{\gamma H^3 \cos(j-i)}{2 \cos j} + qH \right] \times \frac{\sin(\beta - \phi + \epsilon) \cos(j - \beta)}{\cos \epsilon \cdot \cos j \cos(j - \beta + \phi + \delta)} \quad (1.4)$$

ここに

$$2\beta = \frac{\pi}{2} + j + \phi - \tan^{-1} \frac{bc + a\sqrt{b^2 - a^2 + c^2}}{b^2 + a^2}$$

$$a = \sin(\delta + i + \epsilon)$$

$$b = \sin(j - \phi + \epsilon) \cos(\delta + i) - \cos \epsilon \sin(j + \phi + \delta - i)$$

$$c = \sin(j - \phi + \epsilon) \sin(\delta + i) - \sin \epsilon \sin(j + \phi + \delta - i)$$

(1.2)式と(1.4)式とは同一のものであることが知られているけれども、岡部の方法によって物部式を導いた記録が見あたらないので、導き方を示す。

\* 構造部 振動研究室長

## 2. 水平力の作用している半無限砂層中の応力解析

表面の水平な半無限の乾燥砂が何らかの方法（例えば振動台）によって、水平変位による強制振動が与えられて運動状態にあるとする。

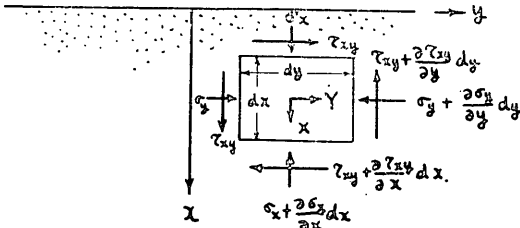


図-2

砂の単位重量を  $\gamma$ 、 $x$ 、 $y$  方向の変位をそれぞれ  $u$ 、 $v$  とすれば、運動方程式は単位質量に作用する力の和が運動量の変化の割合に等しいことから (2.1) 式で与えられる。(図-2)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= \gamma - \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} &= -\frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

$$u = u_0 \sin \frac{2\pi}{T} t + v, \quad k_h = \tan \epsilon = 4\pi^2 a_0 / T^2 g$$

とおけば

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= \gamma - \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} &= \gamma k_h \sin \frac{2\pi}{T} t - \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \end{aligned} \right\}$$

ここで、 $u$ 、 $v$  を無視し、又時間に対する変化も無視してみる。この仮定は乱暴であって、合理的でないけれども、このようにして得られた結果を実験と比較し、その相異を検討してゆくことは砂のような物質に対しては無意味でないと考えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= \gamma = X \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} &= k_h \gamma = Y \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

さらに限界平衡のみを対象とし、この状態においては Mohr-Coulomb の Criterion が成立すると仮定する。すなわち  $\phi$  を砂の内部摩擦角、 $\sigma$  を平均主応力とすれば、主応力は次式で表わすようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{aligned} \right\} = \sigma (1 \pm \sin \phi) \quad (2.3)$$

$\theta$  を主軸と  $x$  軸のなす角にすれば次のようにも表わせる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x \\ \sigma_y \end{aligned} \right\} = \sigma (1 \pm \sin \phi \cdot \cos 2\theta) \quad (2.4)$$

$$\tau_{xy} = \sigma \sin \phi \cdot \sin 2\theta$$

(2.4) 式を (2.2) 式に代入して

$$\left. \begin{aligned} (1 + \sin \phi \cos 2\theta) \frac{\partial \sigma}{\partial x} - 2\sigma \sin \phi \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ + \sin \phi \sin 2\theta \frac{\partial \sigma}{\partial y} + 2\sigma \sin \phi \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial y} &= X \\ \sin \phi \sin 2\theta \frac{\partial \sigma}{\partial x} + 2\sigma \sin \phi \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ + (1 - \sin \phi \cos 2\theta) \frac{\partial \sigma}{\partial y} + 2\sigma \sin \phi \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial y} &= Y \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

この1階連立偏微分方程式の性質は V. V. Sokolovski<sup>4)</sup> の著書に述べられているが、次に別の方法<sup>5)</sup> で調べてみよう。

$y=f(x)$  を  $x-y$  平面内で与えられた滑らかな曲線（この曲線は  $y$  軸に平行な接線をもたないようにする）とし、(2.5) 式をこの曲線に沿う関係を用いて書き直す。 $x$  を独立変数にとれば、曲線に沿う  $\sigma$ 、 $\theta$  の変化は

$$\frac{\delta \sigma}{\delta x} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx}, \quad \frac{\delta \theta}{\delta x} = \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial \theta}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx}$$

で与えられ、これを (2.5) 式に代入して  $y$  のみに関する式で表わす。

$$\left\{ \begin{aligned} & \left\{ -(1 + \sin \phi \cos 2\theta) \frac{dy}{dx} + \sin \phi \sin 2\theta \right\} \frac{\partial \sigma}{\partial y} \\ & + \left\{ 2\sigma \sin \phi \sin 2\theta \frac{dy}{dx} + 2\sigma \sin \phi \cos 2\theta \right\} \frac{\partial \theta}{\partial y} \\ & = X - (1 + \sin \phi \cos 2\theta) \frac{\partial \sigma}{\partial x} + 2\sigma \sin \phi \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ & \left\{ -\sin \phi \sin 2\theta \frac{dy}{dx} + (1 - \sin \phi \cos 2\theta) \right\} \frac{\partial \sigma}{\partial y} \\ & + \left\{ -2\sigma \sin \phi \cos 2\theta \frac{dy}{dx} + 2\sigma \sin \phi \sin 2\theta \right\} \frac{\partial \theta}{\partial y} \\ & = Y - \sin \phi \sin 2\theta \frac{\partial \sigma}{\partial x} - 2\sigma \sin \phi \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \end{aligned} \right.$$

曲線  $y=f(x)$  上で  $\sigma$ 、 $\theta$  の値が与えられていると  $\delta \sigma / \delta x$ 、 $\delta \theta / \delta x$  の値もその上で既知である。したがって式を  $\partial \sigma / \partial y$ 、 $\partial \theta / \partial y$  に関する連立方程式とみることができる。曲線  $y=f(x)$  は  $y$  軸に平行な接線をもたないから、次の形に上式を書き直せる。

$$\frac{\partial \sigma}{\partial y} = \frac{V_1}{A}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = -\frac{V_2}{A}$$

ここに

$$A = \begin{vmatrix} -(1 + \sin \phi \cos 2\theta) \frac{dy}{dx} + \sin \phi \sin 2\theta, \\ -\sin \phi \sin 2\theta \frac{dy}{dx} + (1 - \sin \phi \cos 2\theta), \end{vmatrix}$$

$$V_1 = \begin{vmatrix} 2\sigma \sin \phi \sin 2\theta \frac{dy}{dx} + 2\sigma \sin \phi \cos 2\theta \\ -2\sigma \sin \phi \cos 2\theta \frac{dy}{dx} + 2\sigma \sin \phi \sin 2\theta \\ 2\sigma \sin \phi \sin 2\theta \frac{dy}{dx} + 2\sigma \sin \phi \cos 2\theta, \\ -2\sigma \sin \phi \cos 2\theta \frac{dy}{dx} + 2\sigma \sin \phi \sin 2\theta, \\ -X + (1 + \sin \phi \cos 2\theta) \frac{\partial \sigma}{\partial x} - 2\sigma \sin \phi \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ -Y + \sin \phi \sin 2\theta \frac{\partial \sigma}{\partial x} + 2\sigma \sin \phi \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \end{vmatrix}$$

$$V_2 = \begin{vmatrix} -(1 + \sin \phi \cos 2\theta) \frac{dy}{dx} + \sin \phi \sin 2\theta, \\ -\sin \theta \sin 2\theta \frac{dy}{dx} + (1 - \sin \phi \cos 2\theta), \\ -X + (1 + \sin \phi \cos 2\theta) \frac{\partial \sigma}{\partial x} - 2\sigma \sin \phi \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ -Y + \sin \phi \sin 2\theta \frac{\partial \sigma}{\partial x} + 2\sigma \sin \phi \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \end{vmatrix}$$

(2.5) 式の特性曲線の式は  $\Delta = 0$  とおくことによつて得られて、次のようになる。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin 2\theta \pm \sqrt{\sin^2 2\theta - (\sin^2 \phi - \cos^2 2\theta)}}{\cos 2\theta + \sin \phi}$$

$$= \frac{\sin 2\theta \pm \cos \phi}{\cos 2\theta + \sin \phi}$$

$2\mu = \pi/2 - \phi$  とおけば

$$\frac{dy}{dx} = \begin{cases} \frac{2\sin(\theta + \mu)\cos(\theta - \mu)}{2\cos(\theta + \mu)\cos(\theta - \mu)} = \tan(\theta + \mu) \\ \frac{2\cos(\theta + \mu)\sin(\theta - \mu)}{2\cos(\theta + \mu)\cos(\theta - \mu)} = \tan(\theta - \mu) \end{cases}$$

すなわち特性曲線は主軸と  $\pm\mu$  なる角をなし、これはすべり線である。(図-3)

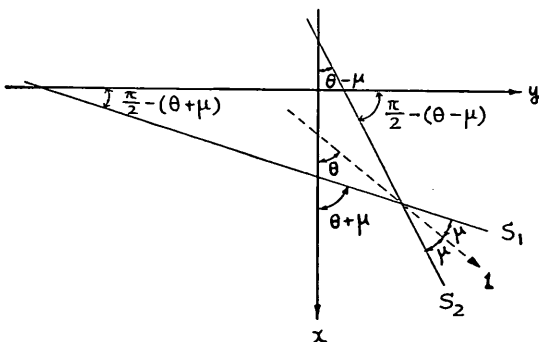


図-3

(i) すべり線が直線の場合

(2.5) 式においてすべり線を直線と仮定すれば、 $\partial\theta/\partial x = 0$ ,  $\partial\theta/\partial y = 0$  であるから

$$\begin{cases} (1 + \sin \phi \cos 2\theta) \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \sin \phi \sin 2\theta \frac{\partial \sigma}{\partial y} = X \\ \sin \phi \sin 2\theta \frac{\partial \sigma}{\partial x} + (1 - \sin \phi \cos 2\theta) \frac{\partial \sigma}{\partial y} = Y \end{cases}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{X(1 - \sin \phi \cos 2\theta) - Y \sin \phi \sin 2\theta}{\cos^2 \phi}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial y} = -\frac{X \sin \phi \sin 2\theta - Y(1 + \sin \phi \cos 2\theta)}{\cos^2 \phi}$$

表面  $x=0$  において均一な荷重の存在する場合には  $\sigma_x = q$ ,  $\sigma_y = 0$ ,  $\tau_{xy} = 0$  であるから  $\sigma = 1/2 \cdot (\sigma_x + \sigma_y) = q/2$ ,  $d\sigma = 0$  とし

$$d\sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + \frac{\partial \sigma}{\partial y} dy$$

$$\frac{\partial \sigma / \partial x}{\partial \sigma / \partial y} = -\frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{X(1 - \sin \phi \cos 2\theta) - Y \sin \phi \sin 2\theta}{X \sin \phi \sin 2\theta - Y(1 + \sin \phi \cos 2\theta)}$$

又表面を水平とすれば  $dy/dx = \infty$  であるから

$$X \sin \phi \sin 2\theta - Y(1 + \sin \phi \cos 2\theta) = 0$$

$X = \gamma$ ,  $Y = \gamma \tan \epsilon$  を代入して

$$\cos \epsilon \sin \phi \sin 2\theta - \sin \epsilon (1 + \sin \phi \cos 2\theta) = 0$$

$$\sin(2\theta - \epsilon) = \frac{\sin \epsilon}{\sin \phi}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \left[ \epsilon + (1 - n) \frac{\pi}{2} + n \sin^{-1} \frac{\sin \epsilon}{\sin \phi} \right]$$

$$(n = \pm 1)$$

すなわち限界状態においては主軸は  $x$  軸と  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  なる角をなす 2 種類の状態が存在する。

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= \frac{1}{2} \left( \epsilon + \sin^{-1} \frac{\sin \epsilon}{\sin \phi} \right) \\ \theta_2 &= \frac{1}{2} \left( \epsilon + \pi - \sin^{-1} \frac{\sin \epsilon}{\sin \phi} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

参考として  $\sin^{-1} \frac{\sin \epsilon}{\sin \phi}$  の値を表-1 に掲げる。

平均応力  $\sigma$  を求めると

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{\gamma \{ \cos \epsilon - \sin \phi \cos(2\theta - \epsilon) \}}{\cos^2 \phi \cos \epsilon}$$

$$\sigma = \frac{\cos \epsilon \mp \sqrt{\sin^2 \phi - \sin^2 \epsilon}}{\cos^2 \phi \cos \epsilon} \gamma x + C$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial y} = \frac{-\cos \epsilon \sin \phi \sin 2\theta + \sin \epsilon (1 + \sin \phi \cos 2\theta)}{\cos^2 \phi \cos \epsilon} \gamma$$

$$= 0$$

となり、 $x=0$  で  $\sigma = q/2$  であるから

$$\sigma = \frac{\cos \epsilon \mp \sqrt{\sin^2 \phi - \sin^2 \epsilon}}{\cos^2 \phi \cos \epsilon} \gamma x + \frac{q}{2} = \begin{cases} \sigma_{\theta_1} \\ \sigma_{\theta_2} \end{cases} \quad (2.7)$$

この平均垂直応力  $\sigma$  の負号は主働状態、正号は受働状態に対応し、震度の増大と共に主働状態では増加し、受働状態では減少する。

表一

$\sin^{-1} \frac{\sin \varepsilon}{\sin \phi}$			
$k_h$	0.1	0.2	0.3
$\varepsilon$	$5^\circ 43'$	$11^\circ 19'$	$16^\circ 42'$
$\phi$			
$20^\circ$	$16^\circ 56'$	$35^\circ 01'$	$57^\circ 11'$
$25^\circ$	$13^\circ 38'$	$27^\circ 40'$	$42^\circ 51'$
$30^\circ$	$11^\circ 29'$	$23^\circ 06'$	$35^\circ 05'$
$35^\circ$	$10^\circ 00'$	$20^\circ 00'$	$30^\circ 04'$
$40^\circ$	$8^\circ 55'$	$17^\circ 46'$	$26^\circ 34'$
$45^\circ$	$8^\circ 06'$	$16^\circ 07'$	$23^\circ 59'$

$q$  を無視しても  $\sigma$  の変化を調べるに差支えないから、以下  $q=0$  とする。

$$\cos 2\theta_1 = \frac{\cos \varepsilon}{\sin \phi} \sqrt{\sin^2 \phi - \sin^2 \varepsilon} - \frac{\sin^2 \varepsilon}{\sin \phi}$$

$$\cos 2\theta_2 = -\frac{\cos \varepsilon \sqrt{\sin^2 \phi - \sin^2 \varepsilon}}{\sin \phi} - \frac{\sin^2 \varepsilon}{\sin \phi}$$

となる故  $\sigma_x$  は

$$\sigma_x = \begin{cases} \sigma_{\theta_1} (1 + \sin \phi \cos 2\theta_1) \\ \sigma_{\theta_2} (1 + \sin \phi \cos 2\theta_2) \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \gamma x \\ \gamma x \end{cases}$$

となって  $\sigma_y$  は

$$\sigma_y = \begin{cases} \sigma_{\theta_1} (1 - \sin \phi \cos 2\theta_1) \\ \sigma_{\theta_2} (1 - \sin \phi \cos 2\theta_2) \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \gamma x \left[ \frac{1 + \sin^2 \phi}{1 - \sin^2 \phi} - \frac{2}{\cos \phi} \sqrt{\tan^2 \phi - \tan^2 \varepsilon} \right] \\ \gamma x \left[ \frac{1 + \sin^2 \phi}{1 - \sin^2 \phi} + \frac{2}{\cos \phi} \sqrt{\tan^2 \phi - \tan^2 \varepsilon} \right] \end{cases}$$

(2.8)

又  $\tau_{xy} = \gamma \cdot x \tan \varepsilon$

となる。  $k_h < 0$  の場合には  $\theta$  の符号が変るのみで応力の値は同じになる。

$\varepsilon = 0$  のときには

$$\sigma_y = \begin{cases} \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} \cdot \gamma x \\ \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \cdot \gamma x \end{cases}$$

となって常時の場合になる。

又  $\varepsilon = \phi$  のときには砂が流動化する限界状態の一つの目安として知られている。このときには

$$\sigma_y = \begin{cases} \frac{1 + \sin^2 \phi}{1 - \sin^2 \phi} \gamma x \\ \frac{1 + \sin^2 \phi}{1 - \sin^2 \phi} \gamma x \end{cases}$$

となって応力状態は一種類のみになる。

$\sigma_y$  と  $\sigma_x$  と比

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{1 + \sin^2 \phi}{1 - \sin^2 \phi} = K_c \quad (2.9)$$

をみると、この値は次に述べるようにして求められるものと同じである。(2.3) 式から得られる

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{\sin \phi}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$$

に

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2}$$

を代入して

$$\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2 = \frac{\sin^2 \phi}{4}(\sigma_x + \sigma_y)^2$$

$$\left( \frac{\tau_{xy}}{\sigma_x} \right)^2 = \frac{1}{4} \left[ \left( 1 + \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \right)^2 \sin^2 \phi - \left( 1 - \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \right)^2 \right]$$

(2.10)

(2.10) 式の  $\sigma_y/\sigma_x$  変化に対する  $\tau_{xy}/\sigma_x$  の変化を調べる

$$\frac{\partial (\tau_{xy}/\sigma_x)}{\partial (\sigma_y/\sigma_x)} = \frac{(1 + \sin^2 \phi) - (1 - \sin^2 \phi) \frac{\sigma_y}{\sigma_x}}{4\tau_{xy}/\sigma_x}$$

$$\frac{\partial (\tau_{xy}/\sigma_x)}{\partial (\sigma_y/\sigma_x)} = 0 \quad \text{のとき}$$

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{1 + \sin^2 \phi}{1 - \sin^2 \phi} = K_c$$

となり、さらにこの値に対して

$$\frac{\partial^2 (\tau_{xy}/\sigma_x)}{\partial (\sigma_y/\sigma_x)^2} < 0$$

となるから  $\sigma_y/\sigma_x = K_c$  のとき  $\tau_{xy}/\sigma_x$  は最大値となる。この最大値は

$$\frac{\tau_{xy}}{\sigma_x} = \frac{\sin \phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \phi}} = \tan \phi$$

である。すなわち  $\sigma_x = \text{const}$  とすれば  $K_c$  の値で剪断応力は最大となる。これは剪断箱試験<sup>6)</sup>において破壊の始まる応力状態に対応するものであって、流動化においても同様な応力状態であると推定される。すなわち振動台による実験も、このような見地からみると一種の剪断試験とみることできる。

なお次式の  $\sigma_y/\sigma_x$  の値に対して  $\tau_{xy} = 0$  となって、 $K_c$  はそれらの間の値である。

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \begin{cases} \frac{1 - \sin\phi}{1 + \sin\phi} \\ \frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi} \end{cases}$$

(2・8) 式の係数を\*

$$* \quad \begin{aligned} K_a &= 1 + 2 \tan^2 \phi - \frac{2}{\cos\phi} \sqrt{\tan^2 \phi - \tan^2 \varepsilon} \\ K_p &= 1 + 2 \tan^2 \phi + \frac{2}{\cos\phi} \sqrt{\tan^2 \phi - \tan^2 \varepsilon} \end{aligned}$$

と書いて、その値を参考のため表-2 に掲げる。

表-2

$kh$		0.1	0.2	0.3	0.4
$\varepsilon$		5°43'	11°19'	16°42'	21°48'
20°	$K_a$	0.520	0.618	0.826	—
	$K_p$	2.010	1.912	1.704	—
25°	$K_a$	2.430	0.505	0.647	0.906
	$K_p$	2.440	2.364	2.221	1.964
30°	$K_a$	0.353	0.416	0.527	0.705
	$K_p$	2.980	2.918	2.806	2.629
35°	$K_a$	0.289	0.342	0.436	0.578
	$K_p$	3.673	3.619	3.525	3.384
40°	$K_a$	0.228	0.281	0.362	0.482
	$K_p$	4.589	4.536	4.454	4.334
45°	$K_a$	0.186	0.229	0.303	0.408
	$K_p$	5.814	5.771	5.697	5.592

すべり線が  $x$  軸となす角は次のように表わされる。

$\theta_1$  に対応するものとして

$$\begin{cases} \theta_1 + \mu = \frac{1}{2} \left[ \frac{\pi}{2} + (\varepsilon - \phi) + \sin^{-1} \frac{\sin \varepsilon}{\sin \phi} \right] \\ \theta_1 - \mu = \frac{1}{2} \left[ -\frac{\pi}{2} + (\varepsilon + \phi) + \sin^{-1} \frac{\sin \varepsilon}{\sin \phi} \right] \end{cases}$$

$\theta_2$  に対応するものとして

$$\begin{cases} \theta_2 + \mu = \frac{1}{2} \left[ \frac{3\pi}{2} + (\varepsilon - \phi) - \sin^{-1} \frac{\sin \varepsilon}{\sin \phi} \right] \\ \theta_2 - \mu = \frac{1}{2} \left[ \frac{\pi}{2} + (\varepsilon + \phi) - \sin^{-1} \frac{\sin \varepsilon}{\sin \phi} \right] \end{cases}$$

$\varepsilon = \phi$  のときには

$$\begin{cases} \theta_1 + \mu = \frac{\pi}{2} \\ \theta_1 - \mu = \phi \end{cases} \quad \begin{cases} \theta_2 + \mu = \frac{\pi}{2} \\ \theta_2 - \mu = \phi \end{cases}$$

となって図-4 のようになる。

(ii) 一般の場合

参考として Kötter の式に相当するものを求めてみる。(2・5) 式を切り線方向の微係数に書き直せばよい

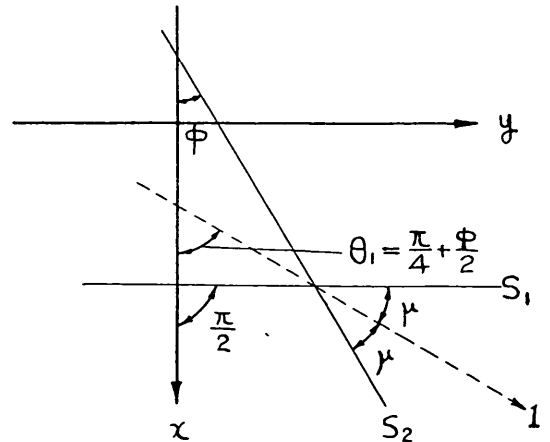


図-4

のであるから、図-3 を参照し方向微分の性質を用いると、変換式は



$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial S_1} &= \frac{\partial}{\partial x} \cos(\theta+\mu) + \frac{\partial}{\partial y} \cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta-\mu\right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \cos(\theta+\mu) + \frac{\partial}{\partial y} \sin(\theta+\mu) \\ \frac{\partial}{\partial S_2} &= \frac{\partial}{\partial x} \cos(\theta-\mu) + \frac{\partial}{\partial y} \cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta+\mu\right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \cos(\theta-\mu) + \frac{\partial}{\partial y} \sin(\theta-\mu) \end{aligned} \right.$$

ここで  $\theta+\mu=\vartheta$  とおけば  $\theta-\mu=(\vartheta+\phi)-\frac{\pi}{2}$  であるから上式は

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial S_1} &= \cos \vartheta \frac{\partial}{\partial x} + \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial S_2} &= \sin(\vartheta+\phi) \frac{\partial}{\partial x} - \cos(\vartheta+\phi) \frac{\partial}{\partial y} \end{aligned} \right. \quad (2 \cdot 11)$$

(2・4) 式を  $\vartheta$  で書き直せば

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x \\ \sigma_y \end{aligned} \right\} = \sigma \{ (1 \pm \sin \phi \sin(2\vartheta+\phi)) \} \quad (2 \cdot 12)$$

$$\tau_{xy} = -\sigma \sin \phi \cos(2\vartheta+\phi)$$

となって、(2・5) 式は次のように書き直される。

$$\left\{ \begin{aligned} & \{1 + \sin \phi \sin(2\vartheta+\phi)\} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \\ & + 2\sigma \sin \phi \cos(2\vartheta+\phi) \frac{\partial \vartheta}{\partial x} - \sin \phi \cos(2\vartheta+\phi) \frac{\partial \sigma}{\partial y} \\ & + 2\sigma \sin \phi \sin(2\vartheta+\phi) \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = X \\ & - \sin \phi \cos(2\vartheta+\phi) \frac{\partial \sigma}{\partial x} \\ & + 2\sigma \sin \phi \sin(2\vartheta+\phi) \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \\ & + \{1 - \sin \phi \sin(2\vartheta+\phi)\} \frac{\partial \sigma}{\partial y} \\ & - 2\sigma \sin \phi \cos(2\vartheta+\phi) \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = Y \end{aligned} \right. \quad (2 \cdot 13)$$

変換式 (2・11) から

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &= \frac{1}{\cos \phi} \left\{ \cos(\vartheta+\phi) \frac{\partial}{\partial S_1} + \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial S_2} \right\} \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \frac{1}{\cos \phi} \left\{ \sin(\vartheta+\phi) \frac{\partial}{\partial S_1} - \cos \vartheta \frac{\partial}{\partial S_2} \right\} \end{aligned} \right.$$

であるから (2・13) 式は次のように変形される。

$$\left\{ \begin{aligned} & \cos \vartheta \left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial S_1} + 2\sigma \tan \phi \frac{\partial \vartheta}{\partial S_1} \right\} \\ & + \sin(\vartheta+\phi) \left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial S_2} - 2\sigma \tan \phi \frac{\partial \vartheta}{\partial S_2} \right\} = X \\ & \sin \vartheta \left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial S_1} + 2\sigma \tan \phi \frac{\partial \vartheta}{\partial S_1} \right\} - \cos(\vartheta+\phi) \left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial S_2} \right. \\ & \left. - 2\sigma \tan \phi \frac{\partial \vartheta}{\partial S_2} \right\} = Y \end{aligned} \right. \quad (2 \cdot 14)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial S_1} + 2\sigma \tan \phi \frac{\partial \vartheta}{\partial S_1} \\ &= \frac{X \cos(\vartheta+\phi) + Y \sin(\vartheta+\phi)}{\cos \phi} \\ \frac{\partial \sigma}{\partial S_2} - 2\sigma \tan \phi \frac{\partial \vartheta}{\partial S_2} &= \frac{X \sin \vartheta - Y \cos \vartheta}{\cos \phi} \end{aligned} \right. \quad (2 \cdot 15)$$

$\sigma$  の代わりに合成応力  $p = \sigma \cos \phi$  を用いれば

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial S_1} + 2p \tan \phi \frac{\partial \vartheta}{\partial S_1} &= X \cos(\vartheta+\phi) + Y \sin(\vartheta+\phi) \\ \frac{\partial p}{\partial S_2} - 2p \tan \phi \frac{\partial \vartheta}{\partial S_2} &= X \sin \vartheta - Y \cos \vartheta \end{aligned} \right. \quad (2 \cdot 16)$$

となる。(2・16) 式を用いて常時の土圧論に準じて、地震時土圧を形式的に議論することができるけれども、極めて複雑になると思われる。

これまで砂の変形を無視した乱暴な仮定のもとに論じたのであるが、水平力が加わると常時とは違った興味ある結果が得られるように思われる。限界平衡の状態を仮定しているのであるから、常に砂がこの状態である必要があって、通常の状態とは異なる。半無限体と直線切り線の仮定から、壁体の影響のあるところでは違った状態である。このように多くの仮定を含んでいるのであるから、解析結果の適用範囲は限られたものとなるが、振動時の砂中の応力を調べるときの参考になるのではないかと考える。

### 3. 土楔に震度を作用させた場合の土圧

#### (i) 主働土圧

図-5 に示すように壁面が  $AB$  で、壁の下端  $A$  を通る直線切り面  $AC$  を考える。表面は傾斜しており、均

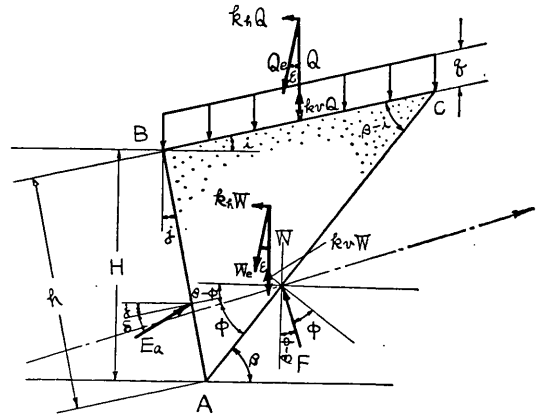


図-5

一な上載荷重  $q$  が作用するものとする<sup>7)</sup>。

$$AC = \frac{\cos(j-i)}{\sin(\beta-i)} h, \quad BC = \frac{\cos(\beta-j)}{\sin(\beta-i)} h$$

であるから、土楔の重量は

$$W = \frac{1}{2} \gamma h^2 \frac{\cos(j-i)\cos(\beta-j)}{\sin(\beta-i)}$$

上載荷重はその合力を  $Q$  とすれば

$$Q = qh \frac{\cos(\beta-j)}{\sin(\beta-i)} = qh \frac{\cos(j-i)\cos(\beta-j)}{\sin(\beta-i)\cos(j-i)}$$

壁面および切り面において摩擦が作用しており、その摩擦角をそれぞれ  $\delta$ ,  $\phi$  とする。地震時においても摩擦は変化しないと仮定する。震度は土楔と上載荷重に作用するから、地震時には次に表わすように変化する。

$$W_e = (1-k_v) W \sec \varepsilon, \quad Q_e = (1-k_v) Q \sec \varepsilon$$

$$\tan \varepsilon = k_h / (1-k_v)$$

土楔に作用する力の平衡を考える。これを切り面と  $\phi$  なる角をなす方向への射影で表わすと便利である。図-6を参照して

$$E_a \cos(\beta - \phi - j - \delta) = (W_e + Q_e) \sin(\beta - \phi + \varepsilon)$$

$H = h \cos j$  であるから書き直して

$$E_a \cos(\beta - \phi - j - \delta) = (1-k_v) \frac{\cos(j-i)}{\cos \varepsilon \cos^2 j}$$

$$\times \left\{ \frac{\gamma H^2}{2} + qH \frac{\cos j}{\cos(j-i)} \right\} \frac{\cos(\beta-j) \sin(\beta - \phi + \varepsilon)}{\sin(\beta-i)}$$

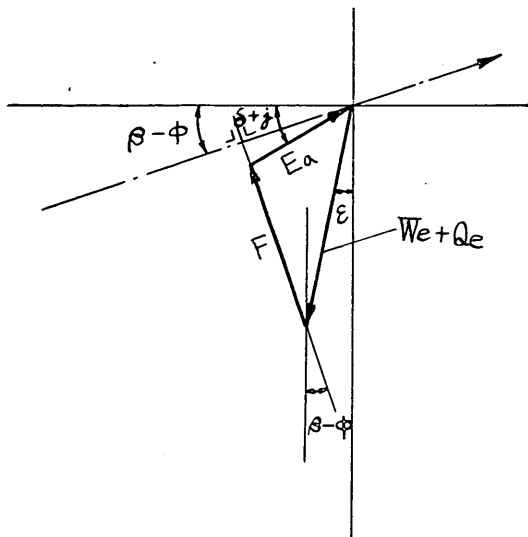


図-6

$$E_a = (1-k_v) \frac{\cos(j-i)}{\cos \varepsilon \cos^2 j} \left\{ \frac{\gamma H^2}{2} + qH \frac{\cos j}{\cos(j-i)} \right\} \times \frac{\cos(\beta-j) \sin(\beta - \phi + \varepsilon)}{\sin(\beta-i) \cos(\beta - \phi - j - \delta)} \quad (3 \cdot 1)$$

切り面の傾斜に対する  $E_a$  の変化は

$$\frac{\partial E_a}{\partial \beta} = (1-k_v) \frac{\cos(j-i)}{\cos \varepsilon \cos^2 j} \left\{ \frac{\gamma H^2}{2} + qH \frac{\cos j}{\cos(j-i)} \right\} \frac{1}{\sin^2(\beta-i) \cos^2(\beta - \phi - j - \delta)} \times \left[ \sin(\beta-i) \cos(\beta - \phi - j - \delta) \{-\sin(\beta-j) \sin(\beta - \phi - \varepsilon) + \cos(\beta-j) \cos(\beta - \phi + \varepsilon)\} - \cos(\beta-j) \sin(\beta - \phi + \varepsilon) \{\cos(\beta-i) \cos(\beta - \phi - j - \delta) - \sin(\beta-i) \sin(\beta - \phi - j - \delta)\} \right]$$

極値を求めるため  $\partial E_a / \partial \beta = 0$  とする。

$$-\sin(\beta - \phi + \varepsilon) \cos(\beta - \phi - j - \delta) \cos(i-j) + \sin(\beta-i) \cos(\beta-j) \cos(j + \delta + \varepsilon) = 0 \quad (3 \cdot 2)$$

変形して

$$-\cot^2(\beta-i) + \frac{\cot(\beta-i) \sec(\phi + \delta + j - i)}{\sin(i - \phi + \varepsilon)} \left\{ \cos(j + \delta + \varepsilon) - \sin(i - \phi + \varepsilon) \sin(\phi + \delta + j - i) - \cos(i - \phi + \varepsilon) \cos(\phi + \delta + j - i) - \frac{\sec(\phi + \delta + j - i)}{\cos(i-j) \sin(i - \phi + \varepsilon)} \left\{ \sin(i-j) \cos(j + \delta + \varepsilon) + \cos(i-j) \cos(i - \phi + \varepsilon) \sin(\phi + \delta + j - i) \right\} \right\} = 0$$

第2項の中括弧内は

$$\left[ \sin(\phi - i) \cos(j + \delta) \{\sin(\phi - i) \cos \varepsilon - \cos(\phi - i) \sin \varepsilon\} + \cos(\phi - i) \sin(j + \delta) \{\sin(\phi - i) \cos \varepsilon - \cos(\phi - i) \sin \varepsilon\} \right] = -2 \sin(i - \phi + \varepsilon) \sin(\phi + j + \delta - i)$$

となって (3・2) 式は次のように変形される。

$$\cot^2(\beta-i) + 2 \cot(\beta-i) \tan(\phi + j + \delta - i) + \frac{\sec(\phi + \delta + j - i)}{\cos(i-j) \sin(i - \phi + \varepsilon)} \left\{ \sin(i-j) \cos(j + \delta + \varepsilon) + \cos(i-j) \cos(i - \phi + \varepsilon) \sin(\phi + \delta + j - i) \right\} = 0$$



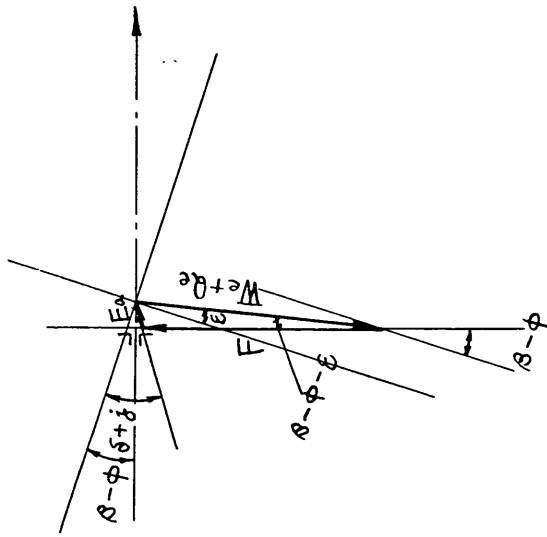


図-8

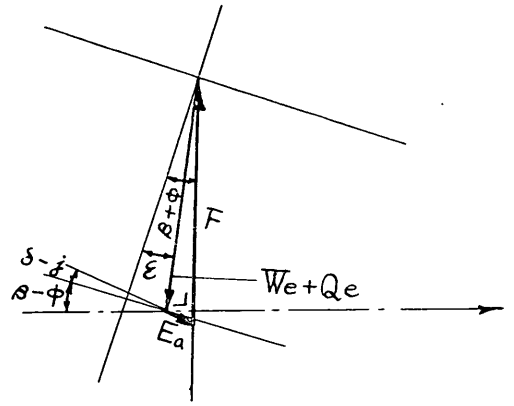


図-9

$k_h < 0, \delta > 0$  の場合 (図-8)

$$E_a \cos(\beta - \phi - \delta - j) = (W_e + Q_e) \sin(\beta - \phi - \epsilon)$$

$$K_a = \frac{\cos^2(\phi + \epsilon - j)}{\cos \epsilon \cos^2 j \cos(j - \epsilon + \delta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi + \epsilon - i)}{\cos(i - j) \cos(j - \epsilon + \delta)}} \right]^2}$$

$$\cot(\beta - i) = -\tan(\phi + \delta + j - i) + \sec(\phi + \delta + j - i) \sqrt{\frac{\cos(j - \epsilon + \delta) \sin(\phi + \delta)}{\cos(i - j) \sin(\phi + \epsilon - i)}} \quad (3 \cdot 6)$$

$k_h < 0, \delta < 0$  の場合 (図-9)

$$E_a \cos(\beta - \phi + \delta - j) = (W_e + Q_e) \sin(\beta - \phi - \epsilon)$$

$$K_a = \frac{\cos^2(\phi + \epsilon - j)}{\cos \epsilon \cos^2 j \cos(j - \epsilon - \delta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi - \delta) \sin(\phi + \epsilon - i)}{\cos(i - j) \cos(j - \epsilon - \delta)}} \right]^2}$$

$$\cot(\beta - i) = -\tan(\phi - \delta + j - i) + \sec(\phi - \delta + j - i) \sqrt{\frac{\cos(j - \epsilon - \delta) \sin(\phi - \delta)}{\cos(i - j) \sin(\phi + \epsilon - i)}} \quad (3 \cdot 7)$$

$k_h > 0$  と  $k_h < 0$  の場合の土圧の差を一種の土圧全振巾を表わすものとみることもできる。

### (ii) 受働土圧

受働土圧に対しても主働土圧と同様に土圧式を導くことができるが、この場合には土り面に作用する摩擦力は  $-\phi$  の向きに働くことが主働土圧の場合と相異なる点である。

$k_h < 0, \delta < 0$  の場合 (図-10, 11)

$$E_p \cos(\beta + \phi + \delta - j) = (W_e + Q_e) \sin(\beta + \phi - \epsilon)$$

$$\cot(\beta - i) = \tan(\phi + i + \delta - j)$$

$$+ \sec(\phi + i + \delta - j) \sqrt{\frac{\cos(\epsilon + \delta - j) \sin(\phi + \delta)}{\cos(i - j) \sin(\phi + i - \epsilon)}}$$

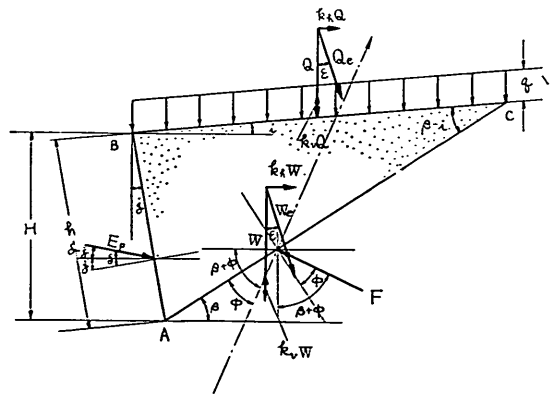


図-10

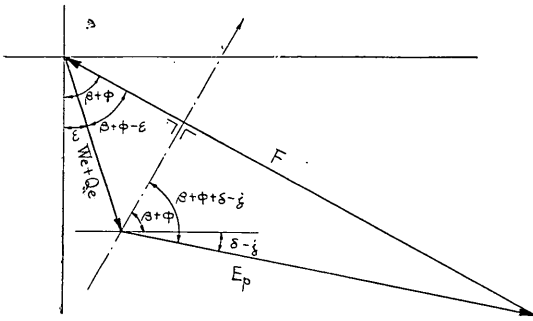


図-11

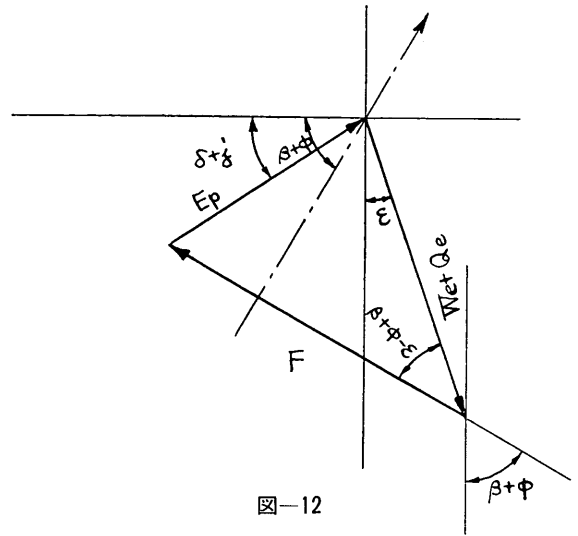


図-12

$$E_p = (1 - k_h) \left[ \frac{\gamma H^2}{2} + qH \frac{\cos j}{\cos(j-i)} \right] K_p$$

$$K_p = \frac{\cos^2(\phi - \epsilon + j)}{\cos \epsilon \cos^2 j \cos(\epsilon + \delta + j) \left[ 1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi + i - \epsilon) \sin(\phi + \delta)}{\cos(i-j) \cos(\epsilon + \delta - j)}} \right]^2} \quad (3.8)$$

$k_h < 0, \delta > 0$  の場合 (図-12)

$$E_p \cos(\beta + \phi - \delta - j) = (W_e + Q_e) \sin(\beta + \phi - \epsilon)$$

$$\cot(\beta - i) = \tan(\phi + i - \delta - j) + \sec(\phi + i - \delta - j) \sqrt{\frac{\cos(\epsilon - \delta - j) \sin(\phi - \delta)}{\cos(i-j) \sin(\phi + i - \epsilon)}}$$

$$K_p = \frac{\cos^2(\phi - \epsilon + j)}{\cos \epsilon \cos^2 j \cos(\epsilon - \delta - j) \left[ 1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi + i - \epsilon) \sin(\phi - \delta)}{\cos(i-j) \cos(\epsilon - \delta - j)}} \right]^2} \quad (3.9)$$

$k_h > 0, \delta > 0$  の場合 (図-13)

$$E_p \cos(\beta + \phi - \delta - j) = (W_e + Q_e) \sin(\beta + \phi + \epsilon)$$

$$\cot(\beta - i) = \tan(\phi + i - \delta - j) + \sec(\phi + i - \delta - j) \sqrt{\frac{\cos(\epsilon + \delta + j) \sin(\phi - \delta)}{\cos(i-j) \sin(\phi + i + \epsilon)}}$$

$$K_p = \frac{\cos^2(\phi + \epsilon + j)}{\cos \epsilon \cos^2 j \cos(\epsilon + \delta + j) \left[ 1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi + i + \epsilon) \sin(\phi - \delta)}{\cos(i-j) \cos(\epsilon + \delta + j)}} \right]^2} \quad (3.10)$$

$k_h > 0, \delta < 0$  の場合 (図-14)

$$E_p \cos(\beta + \phi + \delta - j) = (W_e + Q_e) \sin(\beta + \phi + \epsilon)$$

$$\cot(\beta - i) = \tan(\phi + i + \delta - j) + \sec(\phi + i + \delta - j) \sqrt{\frac{\cos(\epsilon - \delta + j) \sin(\phi + \delta)}{\cos(i-j) \sin(\phi + \epsilon + \epsilon)}}$$

$$K_p = \frac{\cos^2(\phi + \epsilon + j)}{\cos \epsilon \cos^2 j \cos(\epsilon - \delta + j) \left[ 1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi + i + \epsilon) \sin(\phi + \delta)}{\cos(i-j) \cos(\epsilon - \delta + j)}} \right]^2} \quad (3.11)$$

以上述べたように種々の場合が考えられるが、これをどのように扱ったらよいであろうか。物部は最も危険な場合を考えることから、主動土圧に対して  $k_h > 0, \delta > 0$  の場合、受働土圧に対しては  $\delta = 0, k_h < 0$  の場合

を提案された。但し受働土圧においては  $k_h > 0$  の場合を考える必要のあることを述べておられる。主動土圧は  $k_h > 0$  の場合が危険側であるが、 $\delta > 0$  の場合よりも  $\delta < 0$  の場合の方がさらに危険側である。

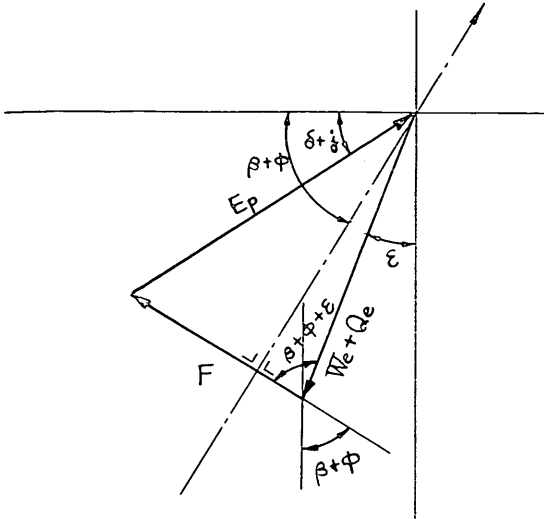


図-13

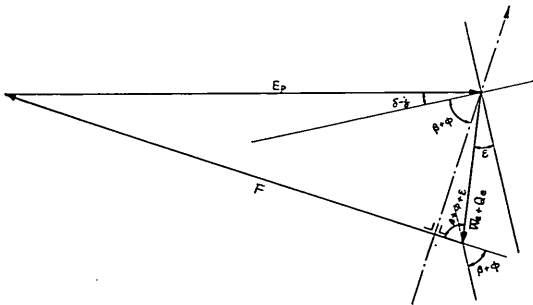


図-14

(図-15)。壁面摩擦角  $\delta$  の正負は壁面と砂との鉛直方向の相対運動の向きによって決まる故、この運動の向きを検討する必要があるけれども、図-15に見られるように壁面摩擦の影響は余り大きくないのであるからむしろ

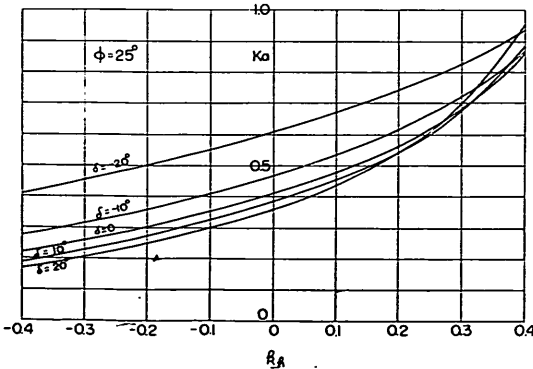


図-15(a)

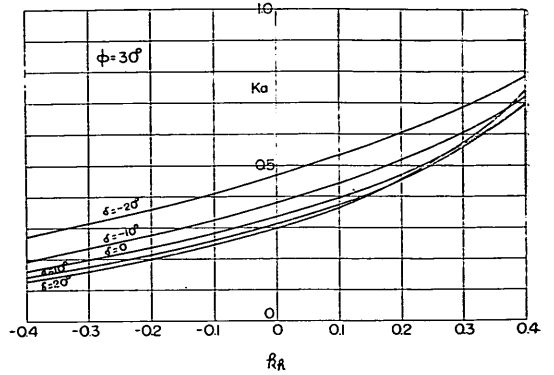


図-15(b)

$\delta = 0$  としても差支えないと思われる。受働土圧は  $k_h < 0$  の場合が危険側であり、常時においても  $\delta < 0$  の場合が普通であって、壁面摩擦は受働土圧の値に大きな影響を及ぼす。それ故、 $\delta = 0$  の場合を考えることは余りに安全側過ぎるように思われる。

土圧係数と震度の関係の大体の目安を得られるように

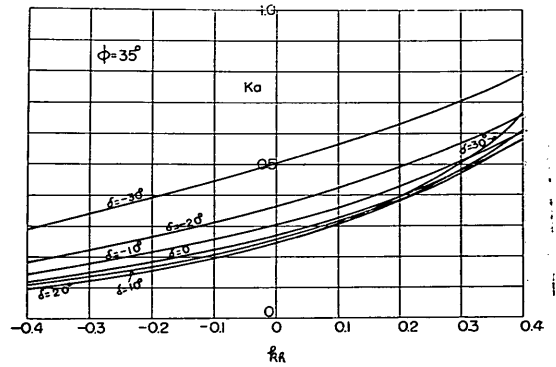


図-15(c)

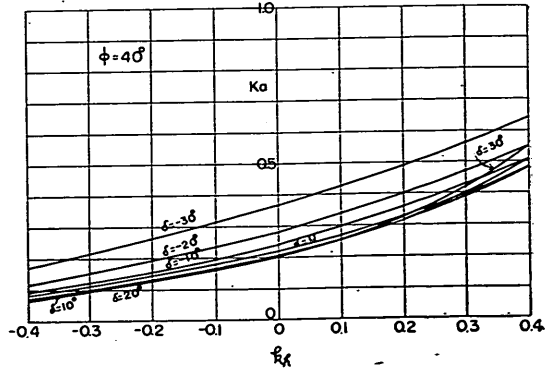


図-15(d)

$i=j=0$  の場合の値を主動土圧について図-15, 受働土圧について図-16に掲げた。

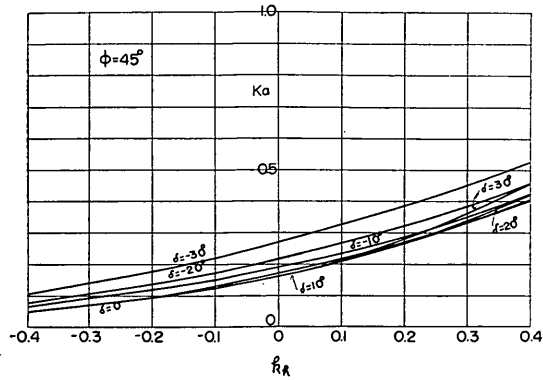


図-15(e)

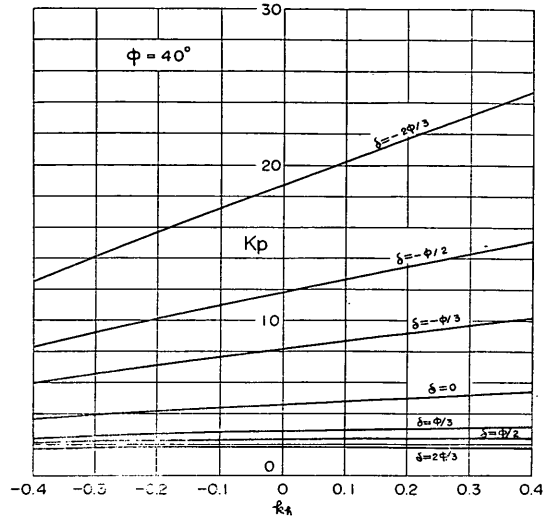


図-16(c)

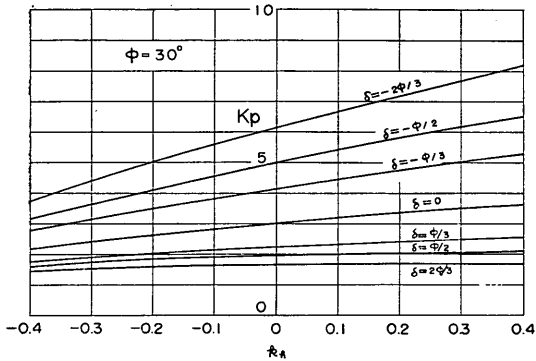


図-16(a)

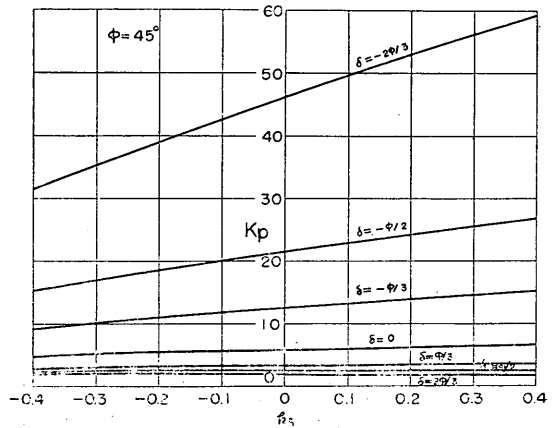


図-16(d)

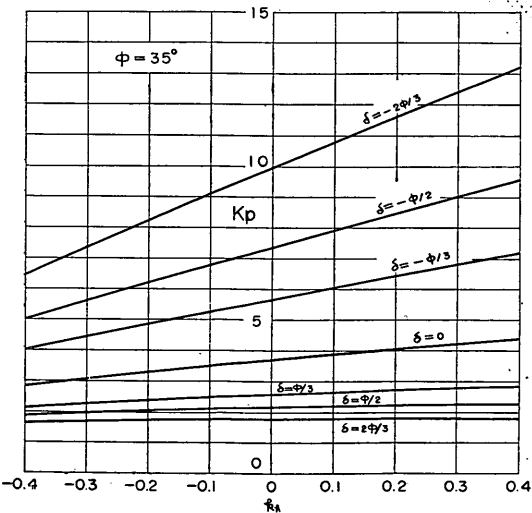


図-16(b)

#### 4. 振動箱内乾燥砂の振動実験結果との比較検討

地震時土圧を実験的に検討するにあたって、地震時岸壁に作用する土圧を測定することが望ましいのであるが、これは極めて困難な仕事である。これまで地震による岸壁の被害の検討がなされ、さらに振動台上の箱の中の砂が壁に及ぼす圧力を測定することが岡部<sup>9)</sup>を初めとして松尾、石井、畑野によって研究されている。このような実験においては振動台の振動と波動である地震動との対応に関する問題が明確でなく、又力学的には非ホロノーム系に相当するものであり、厳密に箱の中の砂の運動を求めることは不可能である。しかし割合簡単に実験条件を規制して広範囲の実験ができる故、実験結果を積

み重ねることによって有用な成果を得ることができるものと考えられる。

以下この種の実験結果と震度法によって得た結果とを比較し、今後の研究への指針としたい。

(i) 振動箱内乾燥砂の運動性状

図-17は乾燥砂(均等係数=1.504=0.185 mm/0.123 mm, 安息角=32.5°)を長さ400 cm, 幅100 cmの箱に50 cm厚さに入れ(初期単位重量=1.386 gr/cm<sup>3</sup>), 水平に振動させた場合, 壁から10 cm離れた位置および中央における砂層加速度分布を示す<sup>9)</sup>。砂中の加速度は流動化状態に達するまでの間, 台加速度と同位相であるが, 流動化状態では振幅が増大し, 位相は遅れ, 位相角の遅れは最大約  $\pi/2$  になる。図-17では台加速度600 gal 近くの砂層上部がこの状態に相当する。この段階に至るまでの間にも砂中の粒子の移動は生じており, 砂は密になる。この段階終了後  $\gamma=1.537 \text{ gr/cm}^3$  であった。この単位重量に対する内部摩擦角は一面剪断試験によれば  $\phi=47^\circ$  程度に相当する。<sup>10)</sup>  $k_h=0.6$ ,  $\epsilon=\tan^{-1} k_h=31^\circ$  であって, 流動化状態において  $\epsilon=\phi$  であるから, この内部摩擦角に対応するものは振動前の32.5°であって,  $\tan 47^\circ=1.072$  とは大きな相違がある。47°に相当する震度は図-17によって流動化している砂層上

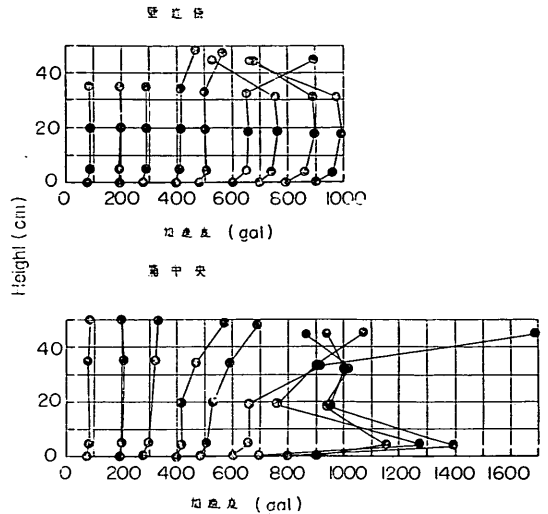


図-17 振動箱内乾燥砂加速度分布

部の震度の平均値であることがわかる。このように対象としている部分の震度をとれば流動化の説明ができるようにみえる。砂の変形を無視しているのであるから, このような説明は矛盾を含んでいるけれども, 現象の大体の目安を与えるに震度法はかなり有効な方法であることを示す1例と考える。

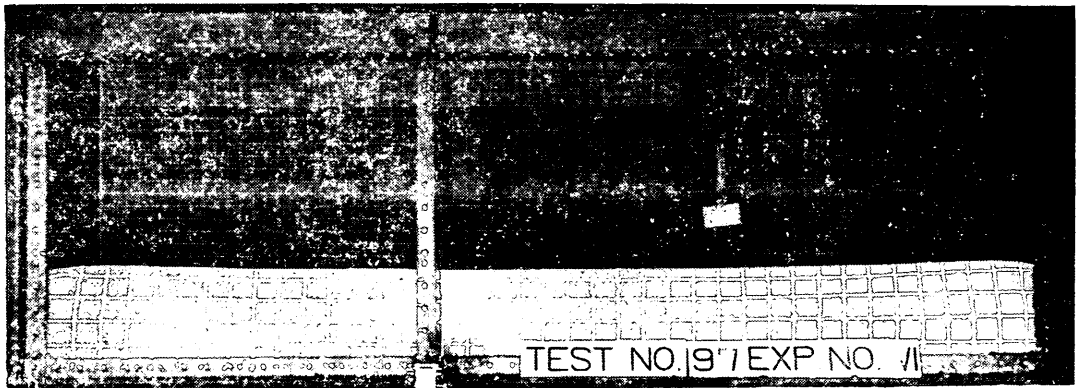


写真-1

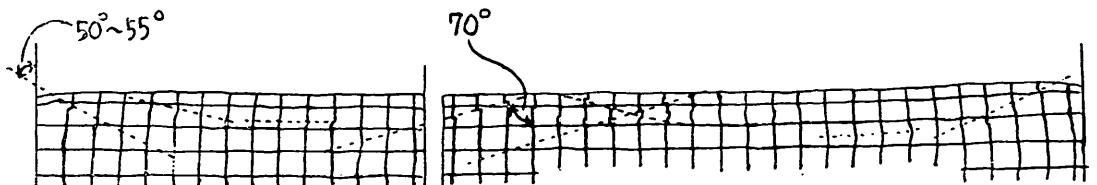
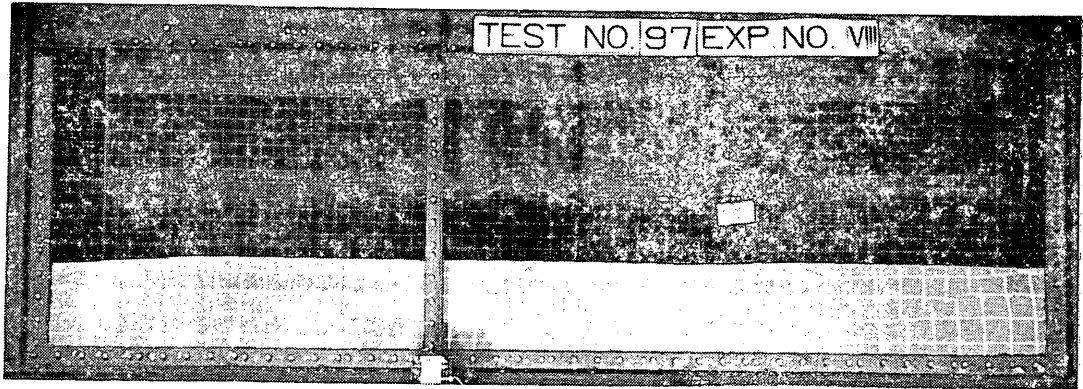


図-18

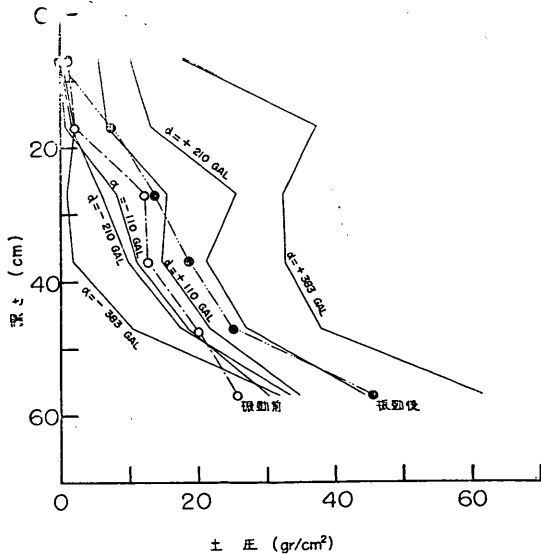




写真— 2

この段階（周期：0.307 sec，台加速度：598 gal）における砂層内の状況を写真—1 に示す。写真—2 はさらに加速度（792 gal）を増大させた場合である。

写真—1 を見ると両側壁から離れたところにおいて、円弧に近い迂り線が数多く発生していることがわかる。この迂り線は表面近くにおいては鉛直と約  $70^\circ$  の角をなしているが、内部では鉛直と  $90^\circ$  に近いすべり線も存するように見える（図—18）。第 2 節の応力解析の結果流動化  $\varepsilon = \phi$  のとき、すべり線は鉛直と  $\pi/2$  および  $\phi$  なる角をなすことを示した。この解析では変形を無視し、直線すべり線を仮定したのであるから写真に示される現象を説明するに不充分であるが或る程度の対応が付き、参考になるのではなからうか。なお側壁に近い部分のすべり線は鉛直と  $50^\circ \sim 55^\circ$  程度の角をなしている。



図—19 固定壁土圧分布

### (ii) 固定壁に作用する振動土圧

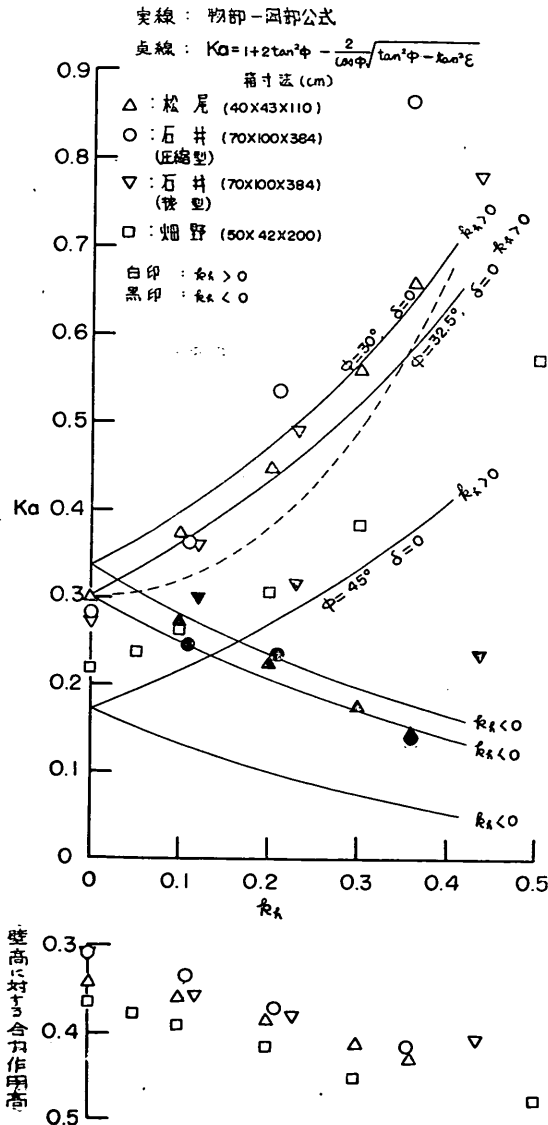
図—19 は砂層厚 70 cm とした振動箱の固定した側壁に作用する振動時の土圧分布を示す 1 例である。図中振動前は砂をつめ終った状態を示し、これから段階的に加速度を増大させた各段階の定常状態における土圧記録の山(+), 谷(-)の値を示すものである。土圧の振動している部分は台と同位相であって、山と谷との値の差は土圧全振幅を表わすものとみることができる。振動を停止すると土圧は振動前より増加した値で残留する。振動継続時間は各段階 1 分であったが、この間砂の密度は増加し、粒子のかみ合せが変化するのであって、残留土圧が生じる。土圧振幅はほぼ中間の深さを境として上下で異なる分布をなす傾向が認められるが、全体としてみると均一分布に近いように見える。このように土圧振幅は砂の性質のみでなく、詰め方とか砂層厚さ箱の形状寸法等の影響を受け、三角形分布とか離れた分布をなす。しかしながら現在の段階ではこのような分布を表す適切な方法が見あたらない故、慣例にしたがって全土圧を求め、これが三角形分布（静水圧分布）をなすとみなしたときに相当する土圧係数と土圧作用点に換算する方法で表わす。

図—20はこのようにして実験結果を表示したものである。図中圧縮型、振り型はそれぞれ圧縮磁歪効果振り磁歪効果を利用した土圧計によって測定したもので、圧縮型 ( $\delta/D = 0.033 \times 10^{-3}$ ) は振り型 ( $\delta/D = 0.35 \sim 0.103 \times 10^{-3}$ ) に比し受圧板変位量が小さいものである（ここに  $\delta/D$  は  $\delta$  を受圧面変位量、 $D$  を受圧面直径とした圧力強度  $100 \text{ gr/cm}^2$  における値）。図には同程度の粒径の砂を用いて実験された松尾<sup>12)</sup>および畑野<sup>13)</sup>の結果を記入した。これらの実験は土圧計、振動箱の寸法が相異なるのであるが、振動土圧が震度に対して変化する傾向が似て

いることは興味あることと考えられる。

図には (3・1), (3・6) 式の  $\phi=30^\circ, 32.5^\circ, 45^\circ$ ,  $\delta=0, i=j=0$  の値を実験で記入した。振動前の値は一致しないけれども、震度に対する変化の傾向は実験値に似ている。壁面摩擦を測定してない故断定はできないが、固定壁の条件から  $\delta>0$  であり、この場合には図15から壁面摩擦の影響が小さいことを考慮に入れて  $\delta=0$  としても差支えないものと考えられる。

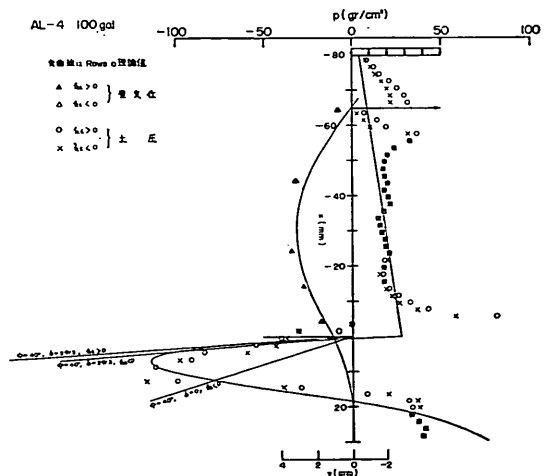
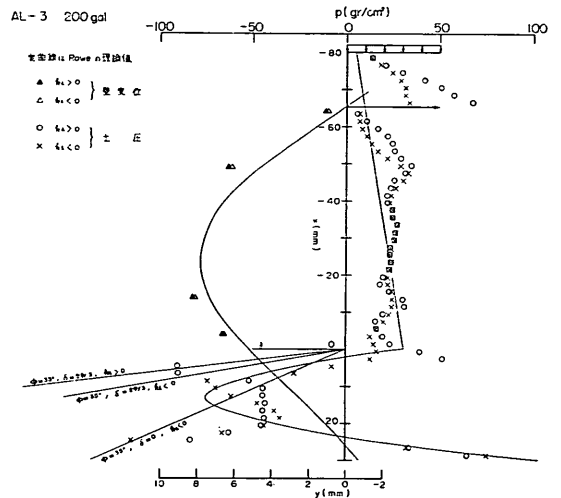
土圧合力の作用点は壁端上  $0.33H$  ( $H$ : 壁高) 付近から震度の増加につれて  $0.5H$  近くに達する。このことから振動を与えることによって土圧分布は三角形分布



から均一分布に近づく傾向のあることがわかる。参考として半無限体の応力解析から得た  $K_a$  の値を点線で記入した。

### (iii) 矢板壁根部に作用する振動土圧

受働土圧の例として矢板壁根部の土を考えてみる。一般に矢板壁の変形の性質から、根元全部にわたって受働土圧が完全に作働しているわけではなく、受働土圧は  $p_p = kx^m y^n$  で表わされるような分布をする。図-21, 図-22 は前述と同じ乾燥砂、振動台を用いて、壁高 110 の矢板壁模型振動実験を行った例<sup>14)</sup>である。図中には受働圧力をさらに簡単に  $p_p = mxy/D$  ( $m$ : 地盤剛性係数,



soil stiffness modulus,  $D$ : 根入長)として, 矢板壁について P. W. Rowe によって導かれた (4・1) 式から:

$$p = K_{aT} H \left[ (\alpha + q) i_1 - \frac{\epsilon}{(1-\alpha)^2} (\alpha K_{P1} + 6 q K_{S1} - 6 \lambda K_{T1}) i_2 + \frac{2 \epsilon^2}{(1-\alpha)^2} (\alpha K_{P2} + 6 q K_{S2} - 6 \lambda K_{T2}) i_3 - \frac{m \rho}{120} (1-\alpha)^2 \epsilon^3 \{ \alpha^3 + 3 \alpha^2 q - 6 (\alpha - \beta) \lambda \} i_4 - \frac{m \rho}{120} (1-\alpha)^3 \epsilon^4 (\alpha^2 + 2 \alpha q - 2 \lambda) i_5 \right] \quad (4 \cdot 1)$$

この式の中の記号の説明は省略する(文献 15 を参照されたい)。計算値は実測値の傾向を表わしているものとみることができる。

$m$  の値は地盤面における壁の回転角  $\theta_a$  に関係し, 常時においては  $\theta_a$  の  $-1/2$  乗に比例することが知られている<sup>10)</sup>。振動を加えた場合にはこれが  $-3/2 \sim -2$  乗程度に比例している(図-23)。それ故震度の増大に伴って地盤の剛性は減少するように見える。地盤剛性係数  $m$  は受働状態のすべり線上における内部摩擦の作働する割合として定義される量であるから, 図-23 は剪断歪が同一であっても, 震度の作用している状態においては作働する内部摩擦は小さく示している。従ってこの事実は第 2 節において求めた受働状態の応力が震度の増大と共に減少することと同一の傾向であって, 定性的に説明され得ることを意味している。

地盤面近くにおいては壁の変形量が大い故, 受働土圧はほぼ完全に作働しているとみることができる。根入部の砂は締め固めてあって, その相対密度はそれぞれ 0.402 (AI-3), 0.477 (AI-4) であった。一面剪断試験の内部摩擦角と密度との関係<sup>10)</sup>を用いて  $\phi = 35^\circ$  (AI-4),  $\phi = 40^\circ$  (AI-4) と推定した。壁面摩擦角が  $\delta = 0$ ,  $\delta = -2\phi/3$  の場合の受働土圧線を図-21, 22 に記入した。実測値と比較すると  $\delta = -2\phi/3$  の場合が比較的良く実測値と合っており,  $\delta = 0$  の場合は余りにも小さ過ぎる。このことは根入部の受働状態における壁面摩擦の取り方に対する一参考例であると考えられる。

受働土圧の場合の土楔に作用する震度の向きについては土圧の値からは図-21, 22 に示されるように向きの相違による差が小さいので, 決定し難い。前述のように砂中加速度と台加速度とが同位相であって, 壁の変形も台の変位と同相であるから,  $k_n < 0$  の場合であるものと推定される。従って震度の増加と共に受働土圧の値は  $m$  の値と同様に減少する。

## 5. む す び

地震時の土圧, 支持力等を求めるのに震度法を適用する方法があって, 耐震設計にも通常用いられている。対象を乾燥状態の砂に限定して, 震度法によって地震時土

求めた圧力の値を記入した。ここで  $K_a$  の値は (3・4) 式から, また  $m$  の値は curve fitting によって求めた。

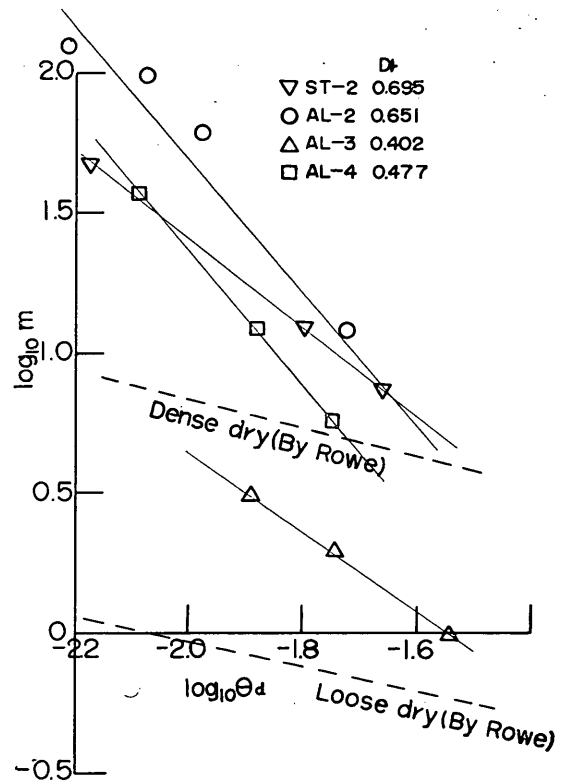


図-23

圧を求める方法を整理し, 検討してみた。

半無限の砂層が振動状態にある時, 砂層の変形と時間に関する項を無視すれば一種の震度法に相当するものとみることができる。水平震度の作用する砂層中の応力状態は震度の増大に対して, 主動状態においては拘束圧力が増大するけれども, 受働状態においては減少し, 極限の状態は流動化状態である。この結果は振動台を用いた実験と比較することによって, 実験の大体の傾向を表わしている。

次に土楔に震度を作用させて地震時土圧を求める方法を整理した。この結果物部式と岡部式は同一であることを数式の形で示した。この方法で求められる地震時土圧の値を実験結果と比較すると主動土圧については壁面摩

擦角を零、受働土圧については  $2\phi/3$  に取るときに良い一致が示される。土圧の壁面摩擦による変化は主働状態では小さいが、受働状態では大きいのである故、地震時土圧においも受働土圧の壁面摩擦の取り方については受働土圧の震度による減少と考え合わせて十分な注意を必要とするように思われる。

震度法では変形と時間の項を無視し、又実験も振動継続時間与える振動波形等に問題があるが、両者がかなり良い対応を示すことは興味あることである。このように砂に関する振動実験結果が震度法によってかなり良く近似されることは、砂中の応力が主として内部摩擦に支配されるからであると考えられる。従って変形を考慮に入れるに際しても  $\phi$ -mobilization とか履歴, dilatancy 等の概念を入れて考察することが必要ではないかと思われる。

又震度法、振動台を用いる実験は土楔あるいは砂層全体に一律な震度を作用させる点で波動である地震動との対応を考える場合に問題が存する。地盤内あるいは土楔内の震度をどのように取れば合理的であるかということは未だ明らかにされてない。それ故震度法による耐震設計にとって、地盤内の地震動の分布を明らかにすることが重要な課題であると考えられる。

#### 参 考 文 献

1. 佐野利器：家屋耐震構造論（震災予防調査会報告第83号，大正5年）
2. 物部長穂：地震上下動に関する考察並に振動雑論（土木学会誌，Vol. 10, No. 5, 大正13年）  
：応用地震学（高等土木工学第1巻，常磐書房，昭和7年）  
：土木耐震学（常磐書房，昭和8年）
3. 岡部三郎：General Theory on Earth Pressure and Seismic Stability of Retaining Wall and Dam（土木

学会誌，Vol. 10, No. 6, 大正13年）

4. V. V. Sokolovski：Statics of Soil Media（English Translation, 1960年）
5. R. Hill：塑性学（邦訳，昭和29年）
6. Bent Hansen：Shear Box Tests on Sand（5th Intern. Conf. Soil Mech. and Foundation Eng., 1961年）
7. Brinch Hansen：Earth Pressure Calculation（1953年）
8. 岡部三郎：土圧一般論並に擁壁の耐震安定に関する実験（土木学会誌，Vol.12, No. 1, 大正15年）
9. 石井靖丸，林 聰，荒井秀夫，土田 肇：振動中における乾燥砂の運動性状に関する研究（第4報）（運研報告，Vol. 10, No. 11, 1959年）
10. 石井靖丸，林 聰，荒井秀夫：振動中における乾燥砂の運動性状に関する研究（第1報）（運研報告，Vol. 8, No. 10, 1959年）
11. 石井靖丸，荒井秀夫：振動中における乾燥砂の運動性状に関する研究（第6報）（運研報告，Vol. 12, No. 2, 1962年）
12. 松尾春雄：擁壁に作用する地震時土圧の実験（土木学会誌，Vol. 27, No. 2, 1941年）
13. 畑野 正：固定壁に対する砂の振動圧（土木学会論文集，No. 80, 昭和37年）
14. 荒井秀夫，吉永敏雄：矢板壁の模型振動実験（第1報）（地震工学国内シンポジウム講演集，1962年）
15. P. W. Rowe：A Theoretical and Experimental Analysis of Sheet-Pile Walls,（Proc. Instn. Civ Engrs, Pt I, Vol 4, 1955年）
16. P.W. Rowe：The Single Pile Subjected to Horizontal Force（Géotechnique. Vol 6, No. 2, 1956年）  
（昭和39年12月22日 日受付）