

港湾技術研究所報告

REPORT OF PORT AND HARBOUR TECHNICAL RESEARCH
INSTITUTE MINISTRY OF TRANSPORTATION, JAPAN

第4巻 1号 Vol. 4 No. 1

(通巻第12号)

- 上の三軸圧縮試験 (第1報).....中瀬明男・岸 正平・勝野 克
- ビショップの安全計算法とそのプログラミング.....中瀬明男・紙山一雄
- 荷重除去に伴なう粘土の膨張について.....藤下利男

1965年2月

運輸省港湾技術研究所



土の三軸圧縮試験 (第1報)

目 次

1. ま え が き	1
2. 試 験 装 置	3
2.1 概 要	3
2.2 三軸圧縮室	4
2.3 載荷装置	5
2.4 定圧装置	5
2.5 間ゲキ水压測定装置	6
2.6 体積変化測定装置	8
2.7 空気抜き装置	8
2.8 附 属 部 品	9
2.9 附 属 器 具	9
(1) 給 油 機	10
(2) 側方ヒズミ指示器	10
(3) 試料成形セット用器具	10
2.10 試験計器の検定	14
(1) プルーピングリングの検定	14
(2) マノメーターの検定	14
3. 粘土の圧密非排水試験	15
3.1 概 要	15
3.2 供試体のセット	15
3.3 供試体の圧密	16
3.4 供試体の圧縮	17
4. 試験データの整理	20
4.1 強度常数 c' ϕ'	20
4.2 レンデュリックの応力経路	20
5. 粘土の三軸圧縮試験結果の検討	24
5.1 概 要	24
5.2 ϕ' および A_f と I_p との関係	24
5.3 地盤の非排水強さの推定	24
5.4 強度常数に対する繰り返しの影響	26
6. あ と が き	27
参 考 文 献	27

Bishop's Method of Stability Analysis and Its Programming for Use of Electronic Computer

Akio NAKASE *

Kazuo KAMIYAMA * *

Bishop's method of slices for stability analysis is said to be more rigorous than any other methods of stability analysis. In this report, the derivation of the Bishop's method and its limitation of calculation by the simplified formula are explained. The effect of steady seepage and earthquake on stability of slopes is briefly explained.

The programming of the Bishop's method for the electronic computer TOSBAC—3123 is reported. As an example, stability analyses of the embankment of Kinkai Bay, which failed actually, are given.

* Chief, Soil Mechanics Laboratory, Soil and Structure Division

** Research Staff, Computation Room, Design Standard Division

ビショップの安定計算法とそのプログラミング

中 瀬 明 男*
紙 山 一 雄**

1. 概 説

土塊または土と構造物の一体となった塊の安定解析の方法については、実さいのスベリ破壊の解析結果に基づいて、円形スベリ面による方法が工学的に確立されているといえよう。この方法においては、土中に円形スベリ面を仮定し、スベリ面内の土塊または土と構造物の一体となった塊が極限平衡の状態を保つために必要なセン断応力を求め、これを土のセン断強さと比較する。この二つのセン断応力の比をスベリに対する安全率という。

実さいの計算においては、スベリ円の中心に関して、土塊をスベらせようとする力のモーメント（スベリモーメント）を求め、さらにスベリ面に沿って働く土のセン断強さによるモーメント（抵抗モーメント）を求めて両者を比較する。すなわち、安定を保つために土が発揮するセン断応力とセン断強さの比、すなわち安全率は、スベリ面全域にわたって一定値と仮定しているのである。

土の安定問題は土のセン断強さの問題の一部として研究されて来たものであり、土のセン断特性の研究および、セン断試験の発達と共に改良されて、その実用性を高めて来たものである。ビショップおよびピエラムによれば、安定計算は大別して二つのカテゴリーに分けられ、正規圧密された粘性土の上に新たに載荷した直後の安定解析には所謂 $\phi_u = 0$ 法（一軸圧縮試験またはベーンセン断試験で求めた土のセン断強さ、すなわち見掛けの粘着力を用いる）を用い、その他の場合には土中の間ゲキ圧を考慮して有効応力法（有効応力について整理した土の強度常数 c' 、 ϕ' を用いるもので、 ϕ' 法とも呼ばれる）を用いればよいとされている。

実さいの安定解析においては、いくつかの計算方法があるが、最も一般的なものはビショップ²⁾の提案した分割法である。分割法とは、スベリ円内の土塊を鉛直面によっていくつかの分割片に分け、各々の分割片について行ったスベリモーメントと抵抗モーメントの計算を総計して安全率を求めるものである。このような計算法は以

前から米國開拓局によって採用されているが、それをさらに改良したものがビショップの方法である。

ビショップの分割法は実用計算法としては最も厳密なものであるが、実さいの計算に手数のかかることが欠点とされて来た。この欠点を取除き実用性を高めるために、電子計算機の利用がリトルおよびプライス³⁾によって行われ、さらにこれに基づいてビショップとモーゲンスタン⁴⁾は便利な計算図表を發表した。しかしこの計算図表は主としてアースダムを対称としたものであり、港湾工事における安定解析においてはその利用度は限られている。

このような事情により、著者等は港湾技術研究所計算室で使用している電子計算機TOSBAC-3123に対するビショップの計算法のプログラミングを行い、多量の安定計算の需要に応じている。本報告では、ビショップの分割およびそのプログラミングについて述べ、計算およびデータの提出についての注意事項などと共に計算実例についても併せて報告する。

2. 円形スベリ面による安定計算

2.1 ビショップの安定計算法

前にも述べたように、実さいの円形スベリの計算はスベリモーメントと抵抗モーメントの比較ということである。スベリモーメントを作るものは、一般にはスベリ円内の土塊の重量であり、これに定常的浸透の行われているときは浸透圧、地震時には地震力が加わる。抵抗モーメントはスベリ面上の土のセン断強さによって計算する。

スベリモーメントの計算の主体は土の重量と重心位置であるから、スベリ円内の土塊を一体のものと考えても容易に計算できる。しかし、抵抗モーメントの方は、土中の各部で土のセン断強さが異なる場合が多いため、その計算は部分的に分けて行わねばならぬことが多い。円形スベリの計算において分割法が一般的なものとされている所以は、この方法によれば部分的な土のセン断強さならびに土の重量の変化を計算に組み入れ易いためである。

図一を参照して、円弧ABCDで囲まれた土塊の平

*構造部土性研究室長

**設計基準部計算室研究員

衡条件を考えてみよう。この斜面上には外力が働いていないとすると、スベリ面ABCD内の土塊の重量と、A

BCD面上に働く力の合力は釣り合っていない。

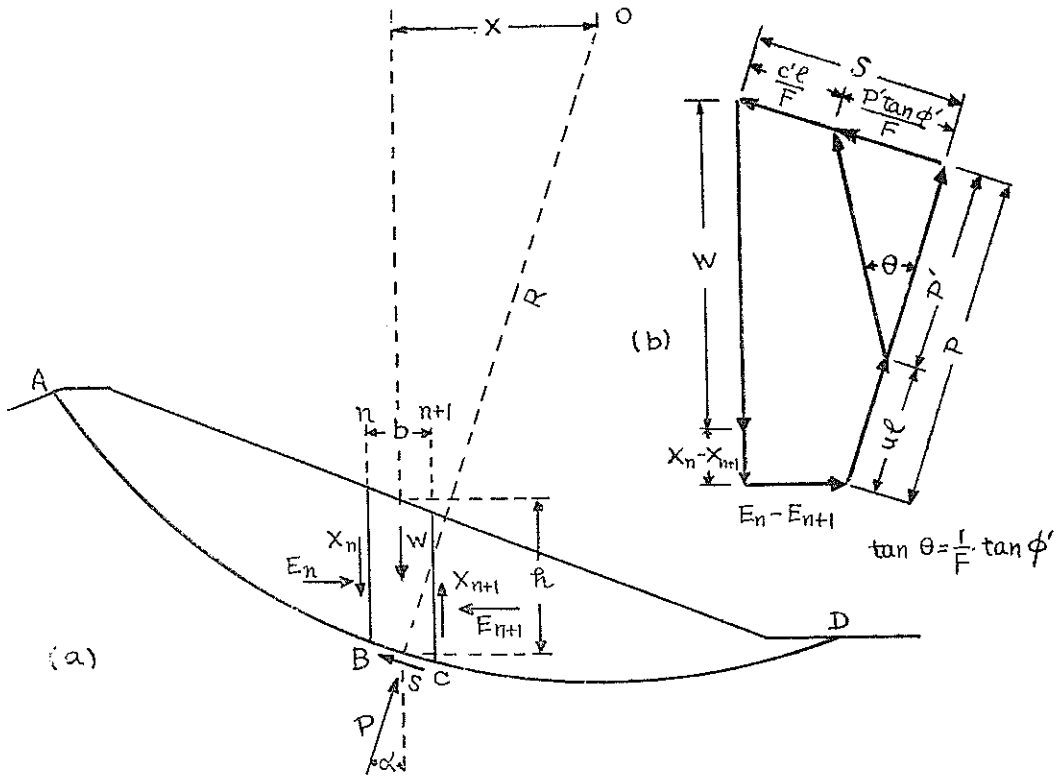


図-1 分割片に働く力

分割法においては、図-1に示すように土塊ABCDを鉛直面によっていくつかの分割片に分ける。一般に安定計算は二次元問題として扱われるので、図面と直角な方向には単位厚さを考える。ここでn番目と(n+1)番目の面で区切られた分割片について考えると、図-1を参照して、

- E_n, E_{n+1} : n番目および(n+1)番目の各々の鉛直面に働く全水平力の合力, (t/m)
- X_n, X_{n+1} : 鉛直せん断力, (t/m)
- W : 分割片の全重量(水の重量も含む)(t/m)
- P : 分割片の底面に垂直に働く力(水圧も含む), (t/m)
- S : 分割片の底面に働くせん断力, (t/m)
- h : 分割片の高さ, (m)
- b : 分割片の巾, (m)
- l : \widehat{BC} の長さ, (m)
- α : \widehat{BC} と水平とのなす角, ($deg.$)
- x : 分割片の重心とスベリ円中心との水平距離, (m)

スベリに対する安全率をFとすると、極限平衡の状態を保つに必要なせん断応力は、せん断強さ τ_c に対して τ_c/F となる。したがって τ は

$$\text{有効応力: } \tau = \frac{1}{F} \left\{ c' + \left(\frac{P}{l} - u \right) \tan \phi' \right\} \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{全応力: } \tau = \frac{1}{F} c_u \dots \dots \dots (2)$$

となる。ここに c' と ϕ' は有効応力に関する見掛けの粘着力およびせん断抵抗角であり、 u は考えている点における間ゲキ圧である。 c_u は非排水せん断試験で求められる見掛けの粘着力で非排水強さと呼ばれているものである。有効応力による計算を行う場合には、普通は三軸圧縮試験などで測定した c' 、 ϕ' の強度常数⁶⁾を用い、しかも地中の間ゲキ圧、 u も考えるので取扱いが複雑である。しかし式(1)において $\phi' \rightarrow 0$ 、 $c' \rightarrow c_u$ とすれば式(2)となるので、以下の説明には式(1)を用いることにする。

土塊ABCDが極限平衡の状態にあるためには、各々

の分割片より計算した抵抗モーメントとスベリモーメントの和が等しくならねばならない。すなわち

$$\Sigma Wx = \Sigma SR = \Sigma c'lR \quad \dots\dots\dots(3)$$

となり、上式および式(1)より次式を得る。

$$F = \frac{R}{\Sigma Wx} \cdot \Sigma [c'l + (P-ul)\tan\phi'] \quad \dots\dots\dots(4)$$

図-1(b)に示す力の多角形において、分割片の底面に垂直な方向の力の釣合いより、

$$P = (W + X_n - X_{n+1})\cos\alpha - (E_n - E_{n+1})\sin\alpha \quad \dots\dots(5)$$

を得る。式(5)を式(4)に代入することにより、安全率Fは次式で与えられる。

$$F = \frac{R}{\Sigma Wx} \cdot \Sigma \left\{ c'l + \tan\phi' (W\cos\alpha - ul) \right. \\ \left. + \tan\phi' \left\{ (X_n - X_{n+1})\cos\alpha - (E_n - E_{n+1})\sin\alpha \right\} \right\} \quad \dots\dots(6)$$

以上の計算において、 $X_n, X_{n+1}, \dots, E_n, E_{n+1}, \dots$ の項以外のものについては、その値は計算または測定によって求められる。 $X_n, X_{n+1}, \dots, E_n, E_{n+1}, \dots$ の値は、安全率Fの値によって変化するものであって、独立に求めることはできない。

式(6)において $X_n, X_{n+1}, \dots, E_n, E_{n+1}, \dots$ の項を無視すれば

$$F = \frac{R}{\Sigma Wx} \cdot \Sigma \left[c'l + \tan\phi' (W\cos\alpha - ul) \right] \quad \dots\dots\dots(7)$$

を得る。これが米国開拓局で用いられた所謂USBR法である。すなわち、この方法においては分割片の底面反力を

$$P = W\cos\alpha \quad \dots\dots\dots(8)$$

として扱っているのである。

ここで考えている斜面上には外力が働かないものと仮

$$F = \frac{1}{\Sigma W\sin\alpha} \cdot \Sigma \left[c'l + \tan\phi' \frac{\left\{ W + (X_n - X_{n+1}) - ul\cos\alpha - \frac{c'l}{F}\sin\alpha \right\}}{\cos\alpha + \frac{\tan\phi'\sin\alpha}{F}} \right] \quad \dots\dots\dots(14)$$

ここで間ゲキ圧 u を土カブリ荷重強度の関数として次のように表わす。

$$\frac{ub}{W} = \frac{ub}{rbh} = \frac{u}{rh} = r_u \quad \dots\dots\dots(15)$$

ここに r_u は間ゲキ圧比と呼ばれるものである。*

(注*: ビショップの原論文では r_u の代りに \bar{B} の記号が用いられているが、現在では \bar{B} は大主応力および小主応力の増分 $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_3$ 、および間ゲキ圧係数 A, B を用いて

$$\Delta u \Delta \sigma_1 = \bar{B} = B \left[1 - (1-A) \left(1 - \frac{\Delta\sigma_3}{\Delta\sigma_1} \right) \right]$$

のように u の増分を求めるさいに用いられている。)

定しているため

$$\left. \begin{aligned} \Sigma(X_n - X_{n+1}) &= 0 \\ \Sigma(E_n - E_{n+1}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(9)$$

の条件は成立している。しかし式(7)の誘導で仮定したような

$$\left. \begin{aligned} \Sigma(X_n - X_{n+1})\cos\alpha &= 0 \\ \Sigma(E_n - E_{n+1})\sin\alpha &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(10)$$

の条件は、 α が一定値すなわち平面スベリの場合以外には一般に成立しない。

X_n, X_{n+1}, \dots の項を全部無視することによる誤差を減らすために、ビショップは図-1(b)の力の多角形において鉛直方向の力の釣合いを考えた、鉛直方向の成分のみを考えるさいには E_n, E_{n+1} の項は計算に入らず、次式を得る。

$$P\cos\alpha + c\sin\alpha = W + X_n - X_{n+1} \quad \dots\dots\dots(11)$$

分割片の底面反力を、有効応力による部分 P' と間ゲキ圧による部分 $U=ul$ とに分けて考えると

$$P = P' + U = P' + ul \quad \dots\dots\dots(12)$$

式(1), (11)および(12)より

$$(P' + ul)\cos\alpha = W + (X_n - X_{n+1}) - \frac{\sin\alpha}{F}(c'l + P'\tan\phi')$$

故に

$$P' = \frac{W + X_n - X_{n+1} - l(W\cos\alpha + \frac{c'}{F}\sin\alpha)}{\cos\alpha + \frac{\tan\phi'\sin\alpha}{F}} \quad \dots\dots\dots(13)$$

式(13)の $P' = P - ul$ を式(4)に代入し、さらに $l = b\sec\alpha, x = R\sin\alpha$ の関係を用いると、安全率 F は次式のように表わされる。

式(15)を式(14)に代入して

$$F = \frac{1}{\Sigma W\sin\alpha} \cdot \Sigma \left\{ \left[c'b + \tan\alpha \left\{ W(1-r_u) + (X_n - X_{n+1}) \right\} \right] \frac{\sec\alpha}{1 + \frac{\tan\phi'\tan\alpha}{F}} \right\} \quad \dots\dots\dots(16)$$

を得る。式(16)がビショップの分割法の基本計算式である。

式(16)に示される安全率 F の式において、 $(X_n - X_{n+1})$ の項は数学的には消去することはできないが、実さい問題としては $(X_n - X_{n+1}) = 0$ としても安全率 F の誤差は僅かであるといわれている。式(16)には右辺にも F が入っているので、実さいの計算においては安全率の初期値 F_0

を式(6)右辺に代入して計算値 F_1 を求め、 $F_0=F_1$ となるまで計算を繰返すのである。

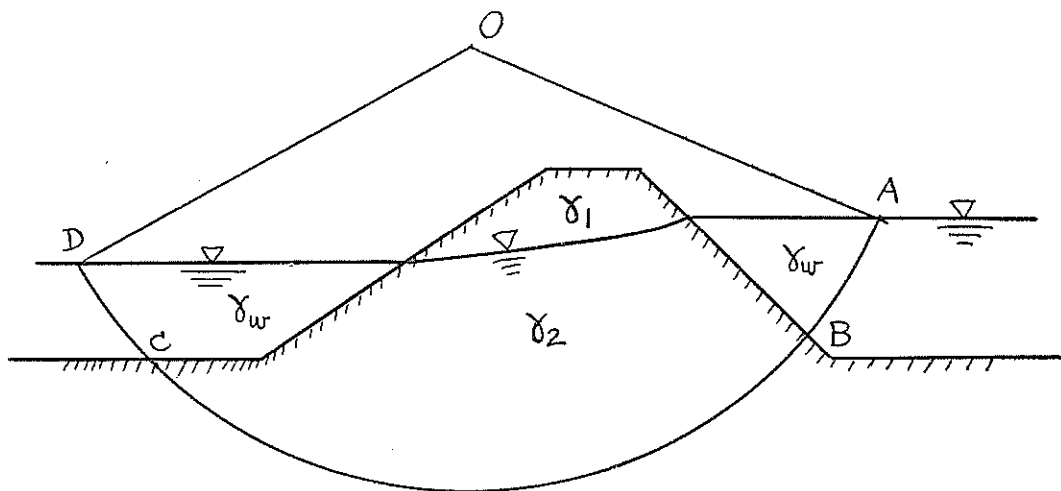
式(7)に示した米国開拓局の計算法は同じ分割法であるが、式(6)のビショップの計算法に対して簡便法と呼ばれる。この両者により計算された安全率 F は、常にビショップの方法によるものが大きく、その差はスベリ円の頂

角が大きく間ゲキ圧比 r_u の大きい程大きい²⁾。

2.2 水圧の影響

定常的な浸透が行われている場合には、この浸透水によって生ずる圧力を考えなければならない。水が土の間ゲキを通過して流れるさい、間ゲキが小さいために水の流れに対して抵抗が生ずる。この流水に対する抵抗が反作

(a)



(b)

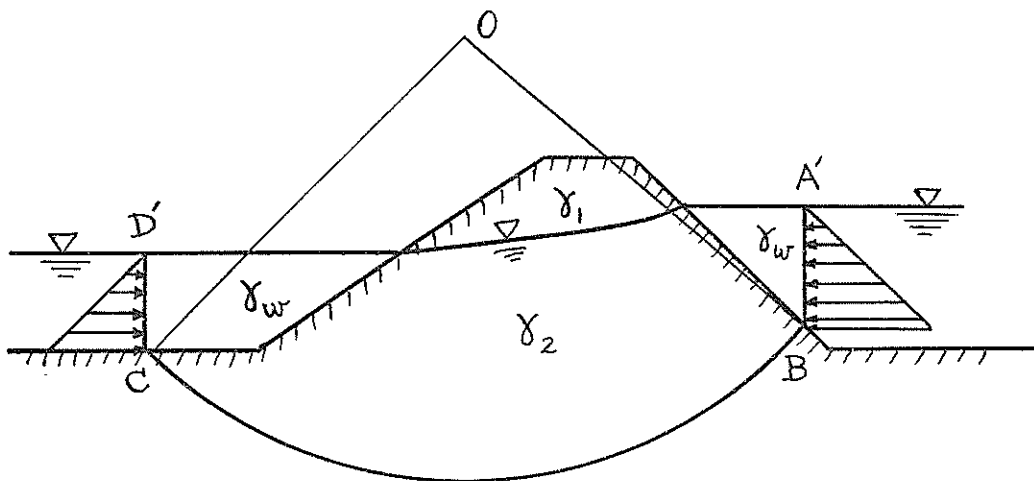


図-2 浸透のある場合の計算法

用として土粒子に作用する。これが浸透圧と呼ばれるものである。

浸透の行われている場合の安定計算においては、この浸透圧がスベリを生ずる原因の1つとなる。したがって浸透圧によるスベリモーメントを考える必要がある。浸透圧によるモーメントを計算するには流線網を画いて図解的に求めればよい。しかし、流線網を画くにはかなりの熟練を要し、またその場合の浸透圧によるスベリモーメントを計算するにもかなりの手数がかかる。

テラー⁹⁾によれば、浸透の行われているときに土塊に働く外力は、次の二つの組み合わせの何れを用いても求められるとされている。すなわち

- (a) 土塊の水中重量と浸透圧の合力
- (b) 土塊中の土と水の全重量と全境界面に働く水圧の合力

この二つのうち(a)の考え方をを用いるときは、上に述べたように流線網を画いて手数がかかる。しかし(b)の考え方をを用いれば実さいの計算はかなり容易となる。さらに円形スベリ面を考える場合には、土塊の境界面に働く水圧はスベリ面の中心に向かって作用するので、水圧によるモーメントは零となるという利点がある。この場合には土と水の全重量を知るために浸透水の表面すなわち流水

表面を知る必要があるが、図解法による場合も実測する場合においても、流線網を画くことに比してはるかに容易である。

浸透の行われているときの安定計算方法を、図-2に示すスベリ面BCの場合について説明しよう。

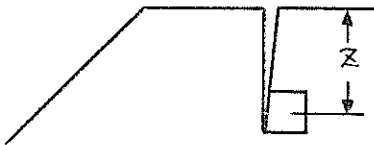
図-2(a)に示すものは、水と土を区別せずにスベリ円ABCDを画く場合である。このときには、水はせん断強さを持たない土と同様に考える。スベリモーメントの計算はスベリ面ABCD内の土と水の全重量を用いて行う。すなわち、水中部分では水の単位体積重量を考え、流水表面より上の土中部分では不飽和土の単位体積重量 γ_1 、流水表面以下の土中部分では飽和土の単位体積重量 γ_2 を用いる。 γ_1 、 γ_2 は実測するか、あるいは次式より計算する。

$$\text{不飽和土: } \gamma_1 = \frac{G_s + \frac{S_r}{100} \cdot e}{1+e} \gamma_w = \frac{1 + \frac{w}{100}}{1+e} \gamma_w G_s \quad \dots(17)$$

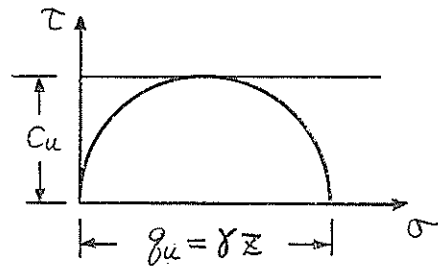
$$\text{飽和土: } \gamma_2 = \frac{G_s + e}{1+e} \gamma_w$$

ここに G_s : 土粒子の比重
 S_r : 飽和度(%)
 w : 含水比(%)

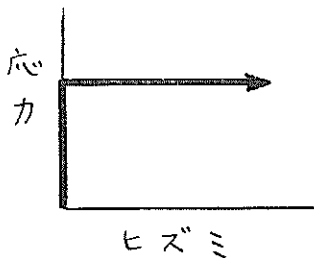
(a)



(b)



(c)



(d)

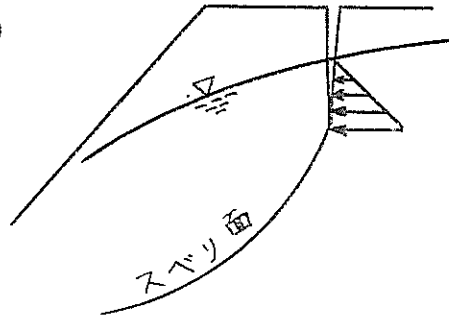


図-3 引張りキ裂

e : 間ゲキ比

γ_w : 水の単位体積重量(t/m^3)

水中部分のスベリ面 \widehat{AB} および \widehat{CD} においてはセン断強さを考える必要はなく、単に水の重量の計算のみを行えばよいが、計算をより簡単にするためには図-2(b)のように考えればよい。すなわち、円形スベリ面としては土中部分の \widehat{BC} のみを考え、水中部分においては $\overline{A'B}$ $\overline{CD'}$ の鉛直面をスベリ面のように考えて、 $A'BCD'$ 内にある土と水の全重量を求める。 $\overline{A'B}$ 面と $\overline{CD'}$ 面は円弧ではないので、この部分に働く水圧はスベリモーメントとして計算する必要がある。この水圧は $\overline{A'B}$ 面および $\overline{CD'}$ 面に加わる静水圧である。²⁾

2.3 引張りキ裂

斜面の肩の近くでは地中に引張り応力が発生し、図-3(a)に示すような鉛直な引張りキ裂の生じることがある。この引張りキ裂の深さは、図-3(b)(c)に示すようなセン断特性を持つ理想的な土の場合には次式で示される。

$$Z = 2 \frac{c_u}{\gamma} \dots \dots \dots (8)$$

しかし実さいの土においては、引張りキ裂の深さは式(8)に示すものより小さいのが普通である。

引張りキ裂が発生する場合には、スベリ面はキ裂の下端を出発点とする。図-3(d)に示すように、引張りキ裂の下端が流水表面以下にある場合には、流水表面とキ裂下端との間に静水圧が働くことに注意すべきである。

軟弱地盤上に山土または砂質土を材料とする盛土を施工するときは、地盤の沈下によって盛土内部に水平方向の引張り応力が生じ、そのために盛土には下部から鉛直な引張りキ裂が発生する傾向があるといわれる¹⁾。したがって、干拓堤防のように高さに比して巾の広い土構造物の安定計算においては、図-4に示すように地盤表面に達する鉛直な引張りキ裂を仮定することが多い。図に示すような場合は、スベリ面 ABCDEF 内の土と水の全重量および ABC 面と DEF 面に働く静水圧を考慮してスベリモーメントの計算を行う。

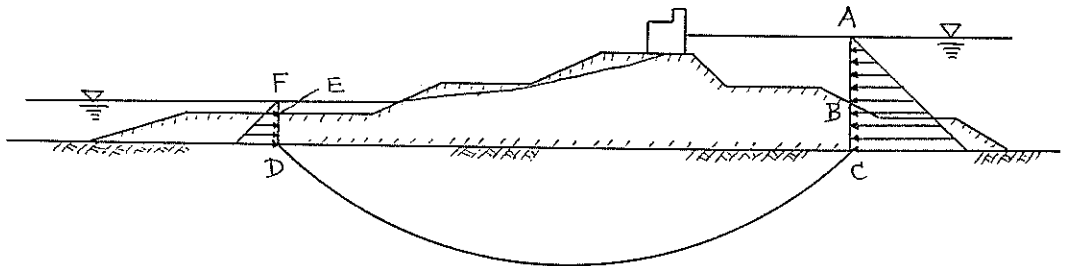


図-4 巾の広い土構造物の安定計算

2.4 地震の影響

地震時の土の安定問題においては、土のセン断特性の変化および土塊に加わる質量力の特性などに関して不明の点が多い。ビショップの分割法による安定計算の原論文においては、特に地震に対する考慮は払われていない。

現在一般に行われる構造物の耐震設計は震度法に基づ

いている。すなわち、質量に地震加速度を乗じて得られる質量力が、静的に作用すると仮定する方法である。地震加速度としては、一般に水平成分のみを考える。

オディーとハンフリース⁸⁾は、この震度法の考えを入れてビショップの計算法を地震の場合に拡張している。この場合各分割片に働く質量力は分割片の中心に作用するものと仮定すると、式(16)は次のようになる。

$$F = \frac{1}{\sum W_1 \sin \alpha + k \sum W_2 \cos \alpha - \frac{k}{2R} \sum W_2 h} \times \sum \left[\left[cb' + \tan \phi' \left\{ W_2 (1 - r_u) + X_n - X_{n+1} \right\} \right] \frac{\sec \alpha}{1 + \frac{\tan \phi' \tan \alpha}{F}} \right] \dots \dots \dots (19)$$

ここに、 k : 水平震度 (地震加速度の水平成分と重力の加速度の比)

W_1 : 水中部分で浮力を考えて求めた分割片重量 (t/m)

W_2 : 分割片の土と水の全重量, (t/m)

他の諸量は式(16)におけるものと同じである。

式(19)を提案するさいに、オディーおよびハンフリース

は、間ゲキ圧比 r_u が地震時に如何なる値をとるのかについて問題が残っていると述べている。しかし問題点は単に r_u のみにとどまらず、土の動的セン断特性についても確立された考え方が無いのが現状である。さらに土塊に加わる質量力についても、式(19)を求めるために用いた考え方が妥当であるか否かは明らかにされていない。すなわち、硬い地盤上の小さい盛土の場合などを別とすれば、

深度に関係なく一定の震度を仮定することに問題がある。このような不明の問題に対しては、今後の地震による被害の解析結果をまたねばならないのである。

2.5 ビショッップの慣用計算法における問題点

$$F = \frac{1}{\sum W \sin \alpha} \sum \left\{ c'b + W(1-r_u) \tan \phi' \right\} \frac{\sec \alpha}{1 + \frac{\tan \phi' \tan \alpha}{F}} \quad (20)$$

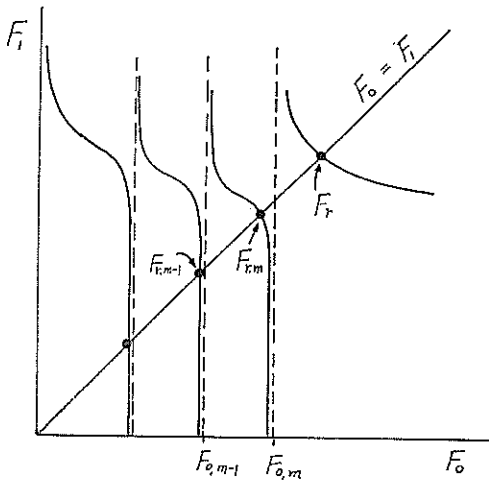
正規圧密された粘土に載荷した直後の安定を検討するさいには、 $c_u, \phi_u = 0$ と仮定して

$$F = \frac{\sum c'b \sec \alpha}{\sum W \sin \alpha} = \frac{\sum c'l}{\sum W \sin \alpha} \quad (21)$$

となる。

式(21)を用いる場合には、一つのスベリ円において安全率 F は直ちに求められる。一方式(20)を用いる場合には、分割片の数を m とすると、この式は F についての m 次式となり、 m ヶの F 値が解として存在することになる。

分割片の底面が水平となす角 α は正負何れの値もとるが、式(20)に代入する安全率の初期値 F_0 として



図—5 ビショッップの慣用法における F_0 と F_1 の関係

$$F_1 = F_0 \left\{ 1 - \frac{\sum W \sin \alpha - \sum \frac{c'b + W(1-r_u) \tan \phi'}{F_0 \cos \alpha + \tan \phi' \sin \alpha}}{\sum W \sin \alpha - \sum \frac{[c'b + W(1-r_u) \tan \phi'] \tan \phi' \sin \alpha}{(F_0 \cos \alpha + \tan \phi' \sin \alpha)^2}} \right\} \quad (22)$$

前節で述べたような浸透圧の扱いを行い、さらに地震時の質量力が分割片の中央に加わるものと仮定すると、

$$F_1 = F_0 \left\{ 1 - \frac{\sum W(\sin \alpha + k_h \frac{Z_c}{R}) + \frac{P_1 z_1 - P_2 z_2}{R} - \sum \frac{c'b + W(1-r_u) \tan \phi'}{F_0 \cos \alpha + \tan \phi' \sin \alpha}}{\sum W(\sin \alpha + k_h \frac{Z_c}{R}) + \frac{P_1 z_1 - P_2 z_2}{R} - \sum \frac{[c'b + W(1-r_u) \tan \phi'] \tan \phi' \sin \alpha}{(F_0 \cos \alpha + \tan \phi' \sin \alpha)^2}} \right\} \quad (24)$$

ここに k_h : 水平震度

Z_c : 円の中心より各分割片の圆心までの鉛直距

ビショッップの分割法の基本式は式(16)に示されているが、実さいの計算においては不確定な $X_n, X_{n+1} \dots$ の項を無視しても差支えない。すなわち慣用法としてのビショッップの計算式は次のようになる。

$$F_{0,n} = \tan \phi' \tan \alpha_n \quad F_{0,n} > 0, \alpha_n < 0 \quad (23)$$

をとると、計算安全率は無限大となる。式(22)で示されるような F 値を限界 F 値と呼ぶと、この限界 F 値は負の α を有する分割片の数だけ存在する。

一般に初期値 F_0 を式(20)に代入して得られる計算安全率を F_1 とすると、 F_0 と F_1 の関係は、図—5に示すようなものになる。 $F_{0,m}$ は最小の α 値、すなわち端の分割片の α 値によって決まる限界 F 値である。求める安全率は図—5に示した F_r のみであるが、この F_r を求めるためには初期 F 値としては $F_0 > F_{0,m}$ でなければならない。この制限が無ければ式(22)は $F_{r,m}$ などの値に収束する可能性がある。

以上のように安全率の値の範囲が土質条件その他に無関係に、端の分割片における α と ϕ' の値のみで規定されるということは明らかに不合理である。この不合理さの原因は、式(16)における $(X_n - X_{n+1})$ の項を無視したことにある。この不合理さを除くために、実用上如何なる $X_n, X_{n+1} \dots$ の値をとるかについては、現在のところ未解決である。

3. プログラミング

3.1 基本式

プログラミングは式(20)に示すビショッップの慣用計算法に対して行った。リトルおよびプライズ³⁾によれば、初期安全率 F_0 を用いてより近似度の高い安全率 F_1 を求める計算は、ニュートン・ラフソンの近似式によって、次のようになる。

式(23)は次のようになる。

安全率とするので、それと同様の読み方をするためである。実さいの形式は次のようになる。

No.	...	X_i	Y_i	R_i	F_i	$P_i(A)$	$P_i(R)$

ここに

- N_0 : データコード
- X_i, Y_i : スベリ円の中心座標
- R_i : スベリ円の半径
- F_i : 安全率

$P_i(A)$: スベリモーメントを半径 R で割ったもの

$P_i(R)$: 抵抗モーメントを半径 R で割ったもの

3.3 計算方法

3.3.1 計算順序

実さいの計算順序をブロックチャートにして示したものが図-7である。以下図に示す各ブロックの番号に対応して説明する。

① データとしては3.2で述べた範囲内で考える。ただし土質条件による区間割りは、縦方向の2層目以下は長方形または正方形に限る。これ以外の形をしている場合は、最も誤差の少ないように適当に長方形または正

ブロックチャート

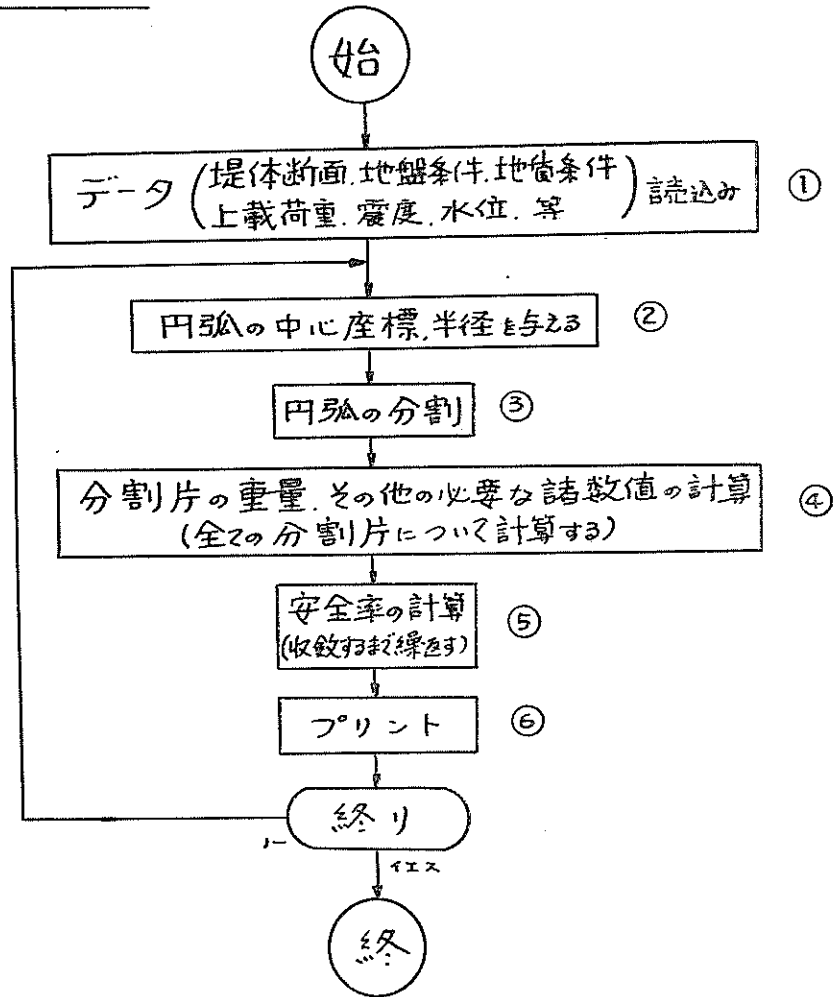


図-7 ブロックチャート

方形で近似する。ここに入れるデータは次のようなものである。

- イ) 円の中心座標および半径 (X_i, Y_i, R_i) , (ただし一つのスベリ円について計算する場合)
- ロ) 地表面を表わす頂点の座標 $(x_{pi}, y_{pi}), 0 < i \leq 20$
- ハ) 縦断方向の層の境界線の数 $(d), 0 \leq d \leq 4$
- ニ) 縦断層の X 座標 $(X_{ki}), 0 \leq i \leq 4$
- ホ) 縦方向の最上層の区間番号 $(S_i), 1 \leq i \leq 21$
- ヘ) 各区間の境界の y 座標 $(y_{mi}), 0 \leq i \leq 25$
- ト) 各区間の土質常数 $(c_i, \phi_i, r_{ui}, \gamma_i)$, または $(c_{oi}, k_i), 1 \leq i \leq 25$
- チ) 上載荷重を表わす座標 (x_{hi}, y_{hi}) およびその密度 $(W_h), 1 \leq i \leq 13$
- リ) 水平震度 (k_h)
- ス) 水位 (L_{wi}) およびその存在範囲 (x 座標で表わす), $(x_{wi}, y_{wi}), 0 \leq i \leq 2$
- ル) 堤体両側に異った水位がある場合, 堤体内の一点を仮定して折線で流水表面を近似する場合の仮定点の座標 (x_f, y_f)
- ヲ) 盛土部分に鉛直な引張りキ裂を仮定する場合の原地盤の表面を表わす y 座標 (y_c)
- ワ) 杭の先端を表わす座標 $(x_{vi}, y_{vi}), 0 \leq i \leq 2$
- カ) 分割片の巾 (b) および分割数の上限 (n)
- ヨ) データのコード
- タ) 円の中心および半径を連続的に移動させて計算する場合の中心座標および半径 (X_0, Y_0, R_0)

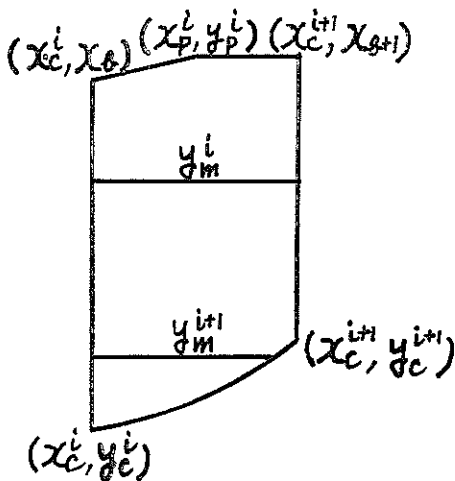


図-8 分割片

- レ) 円の中心間の移動量および半径の変化量 $(\Delta X, \Delta Y, \Delta R)$
- ソ) 円の通過点を指定する場合の通過点の座標 $(X_{ti}, \Delta Y_{ti}), 0 \leq i \leq 10$

② スベリ円の中心座標および半径は, 前に述べた方法により $(X_0, Y_0, R_0, \Delta X, \Delta Y, \Delta R)$, または $(X_0, Y_0, \Delta X, Y)$ および (X_{ti}, Y_{ti}) を与えて各々125個または最大250個の円について一度に計算する。とくに一つの円について計算したいときは, その中心座標および半径を与える。

③ あらかじめデータとして与えた分割巾 b で円弧を分割する。そのさい分割数 n が上限100を越えるときは, そのことをプリントする。このときには b を大きくするか, または $n \leq 100$ の範囲で n を大きくする。

④ 分割片の重量は次のようにして求める。各分割片について円弧の関係する部分と関係しない部分とに分けて考え, その各々について計算するためのサブルーチンを作る。このサブルーチンに (x_c^i, y_c^i) 等の値を与えて分割片の面積を計算し, その区間の土の単位体積重量 (γ_i) を乗じて重量 (W_i) を求め, 分割片全部について加え合わせる。これらのサブルーチンは全部で6個ある。(図-8)

各土質区間の形状の判定方法は, 分割片の左右の X 座標およびそれと円弧との交点の y 座標を元にして決め, 土質条件の判定には, 区間ごとに順に番号をつけ, 縦断層を一つ越えるたびに一番上の区間の番号を特別に記憶させ, それから縦方向にいくつの区間を含んでいるかを計算してデータの中より選ぶ。

その他, $\sin \alpha, \cos \alpha, k_h \frac{Z_c}{R}$ などを各分割片ごとに求め, 式(24)中の $W \left(\sin \alpha + k_h \frac{Z_c}{R} \right), \frac{c'b + W(1-r_u) \tan \phi'}{F_0 \cos \alpha + \tan \phi' \sin \alpha} \frac{[c'b + W(1-r_u) \tan \phi'] \tan \phi' \sin \alpha}{(F_0 \cos \alpha + \tan \phi' \sin \alpha)^2}$ を各分割片ごとに計算して総計し, さらに $\frac{P_1 z_1 - P_2 z_2}{R}$ を計算して F_1 を求める。このさい, F_0 を含まない項, たとえば $\Sigma W \left(\sin \alpha + k_h \frac{Z_c}{R} \right), \left\{ c'b + W(1-r_u) \tan \phi' \right\}, \cos \alpha, \tan \phi' \sin \alpha$ などを記憶させておき, 後の繰返し計算のさいの便宜をはかっている。

⑤ ④で求めた F_1 に基づいて $|F_1 - F_0|$ を計算し, $|F_1 - F_0| \leq 10^{-4}$ になるまで繰返し計算を行う。通常は2~3回で収斂する。このさい3-2-3で述べたような限界 F 値との比較検討も行っている。

⑥ プリントアウトの形式は前に述べたが, 与えられたデータに従って計算されるスベリ円が, 所定の領域外に出てしまうような場合, あるいは全然土中を通らない

ような場合には、 (X_i, Y_i, R_i) は通常通りプリントし、 $F_i, P_i(A), P_i(R)$ の欄には文字をプリントし、その欄外に判定のためのコードを打ち出すことになっている。

3・3・2 細部事項

以上でプログラミングの概要を述べたが、補足的な細部事項を以下に示そう。

(1) 砂地盤においては透水係数が大きいため、間ゲキ

水圧は静水圧に等しいと考えてよい。このような場合には間ゲキ圧比 r_u を自動的に計算するようになっており、 r_u のデータを必要としない。

(2) 2つの水由水面があって、土中に定常的な浸透が行われているときには、図-9に示すように土中の一点を仮定して、折線を以て流水表面を近似する。

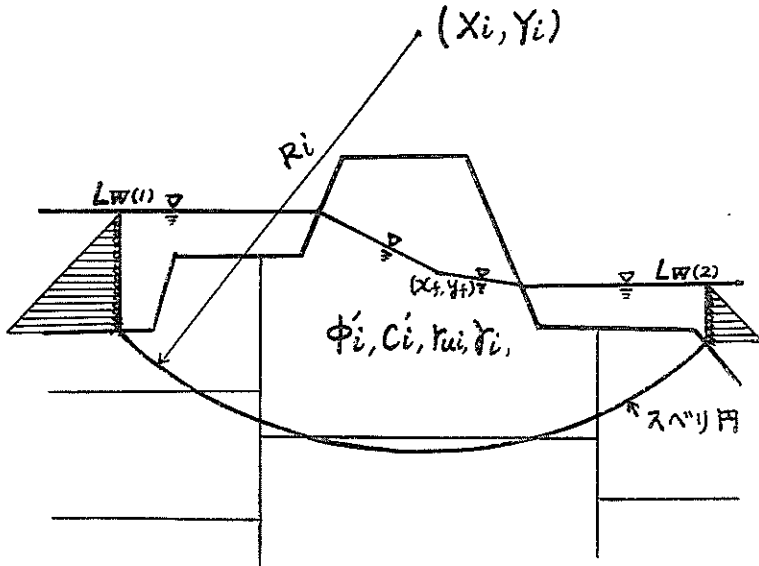


図-9 流水表面の近似方法

(3) 堤体の安定計算などで、スベリ円の中心が堤内に入るようなときには、スベリ円の端が円中心より高い位置にくることがある。このような場合にはスベリ面は円中心の高さまでとし、その上方には鉛直な引張りキ裂を考える。水のある場合にはこの鉛直な引張りキ裂に静水圧が働くものとする。

(4) 図-4に示してあるように、あらかじめ盛土内に鉛直な引張りキ裂を仮定するときには、原地盤表面を表

わす座標を与えておけば、3・3・2 (3)で述べたものと同様の計算を行う。

(5) 上載荷重によって著しく、地盤表面が沈下した場合には、図-10に示すように1つの円でも2つ以上の区間に分かれてスベリ面を画くことがある。このような場合には、図-10に示す①の区間について計算を行う。必要があれば他の区間のスベリ円についても計算することができる。このような場合には、図-10に示す②の如き、区間以外に存在するスベリ円の数を欄外にプリントアウトすることになっている。

(6) 円弧の分割は円の中心を基準として分割巾 b で分割するが、分割片が地盤の縦方向の区画境界線を含むことがある。この場合にはこの境界線の位置でさらに細く分割を行う。したがって地盤円の区間の縦境界線は、必ず分割片の境界と一致している。

(7) 1つのスベリ円の計算に要する時間は分割数によっても異なるが、30程度の分割数を用いると1つのスベリ円を約1分間で計算する。

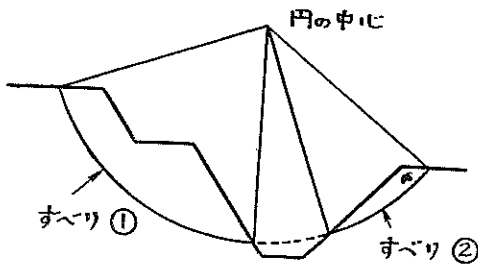


図-10 2つのスベリ面が表われる場合

3・4 計算機その他

現在使用している電子計算機を簡単に紹介すると、

TOSBAC—3123

記憶容量：磁気ドラム5,000語、磁気コア1,000語

命令方式： $(1 \frac{1}{2} + 1 \frac{1}{2})$ 方式

Input：カードリーダー、テーブリーダー

Output：ラインプリンター

この他にカード・リードパンチもある。

コンソール部には演習レジスター3個(A, B, C) インデックス・レジスター3個(1, 2, 3), 命令レジスター1個がある。

このプログラムに使用した語数は次の通りである。

プログラム	3,786語
サブルーチン($\tan x, \sin^{-1}x, \sqrt{x}$ 等)	470語
データ	270語

計 4,526語

実さいのプログラムにさいしては、図-7に示すブロックチャートをさらに詳細にしたフローチャートを用いた。ビショップの計算法のフローチャートについては、港湾技研参考資料「プログラムライブラリー、第2集」を参照されたい。

4. 計算例

TOSBAC—3123によって行った安定計算の例として、岡山県錦海湾の干拓堤防の解析結果を示す。この堤防はサンドドレンによって部分的に改良された軟弱粘土地盤上に作られたもので、堤体材料は主として山土である。延長1,700mの中央部分約400mが実さいに破壊したものである。

破壊直後に手計算で行った解析結果を図-11に示す⁹⁾この計算においては、図-4に示したように堤体全高に

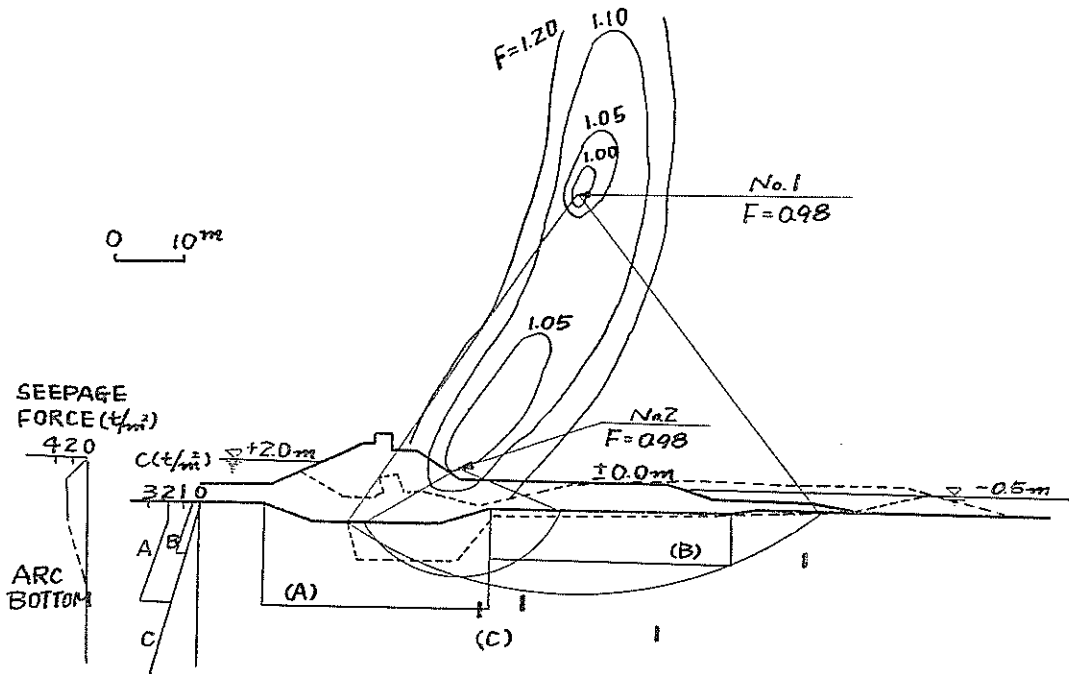


図-11 錦海干拓堤防の安定計算(手計算)

わたる鉛直引張りキ裂を仮定している。堤体の土の重量としては、不飽和土の全重量を考え、水圧としては、堤体中央部の粘土地盤表面以上の部分について、堤内外の水位に対応した静水圧の差を考え、さらに粘土中を通る水の浸透圧として図-11に示すような三角形分布の水

圧をとっている。この三角形分布の浸透圧の零点の標高は、スベリ円の最深部の標高に等しいと仮定している。

計算された安全率の最小値は図-11に示すように0.98であった。同図に示す粘土中の太線は、破壊直後に行っ

たボーリングの結果より、スベリ面の位置と推定された部分を示すものである。同図に示す安全率の等値線の下
 方の一部分は、堤体中央部分の小さいスベリの計算にお

いて、鉛直引張りキ裂を考えずに堤体の摩擦抵抗を入れて補正したものである。

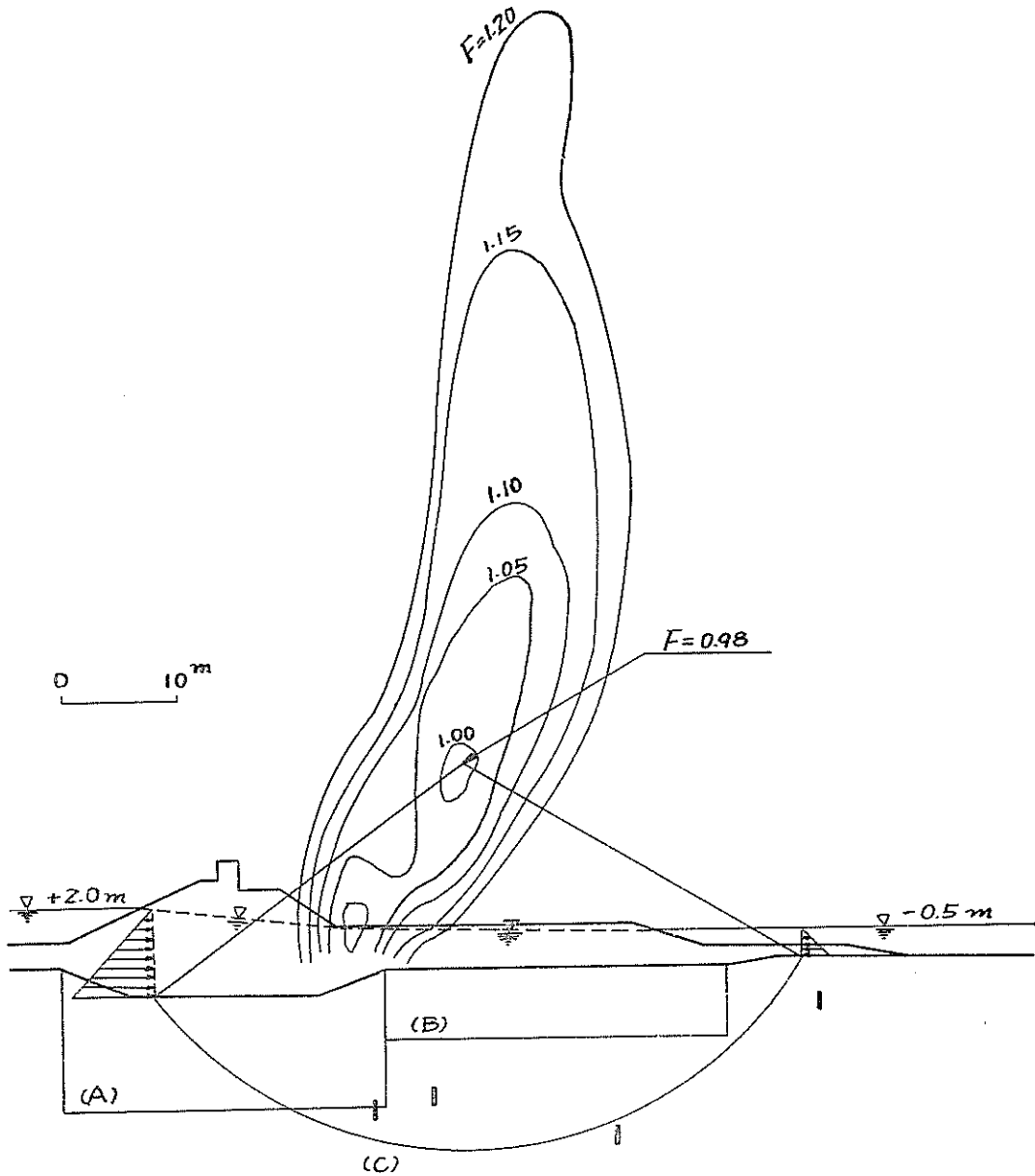


図-12 錦海干拓堤防安定計算（計算機）

図-12は電子計算機を用いて行った解析結果を示す。この計算においては、すべてのスベリ面について堤体全高にわたる鉛直引張りキ裂を考え、スベリ面内の土と水の全重量を用い、引張りキ裂面においては静水圧を考え

たものである。安全率の等値線が下方で閉じていないが、これはごく小さいスベリの場合でも堤体全高にわたる鉛直引張りキ裂を仮定したことによるものであろう。最小安全率は手計算の場合と同じく0.98であるが、スベ

り面の位置は図一11に示したものよりやや現実的であると思われる。この計算に用いたスベリ円の中心の数は80で、計算したスベリ円の数は約700である。

なお同じく電子計算機によって引張りキ裂を考えない場合の計算も行ったが、堤体材料のせん断抵抗角を 30° と仮定したときの最小安全率が0.87であり、 40° と仮定したときに0.90であった、最も危険なスベリ面の位置は図一12に示すものとほとんど一致している。この場合は安全率がかなり小さく出ているのは、堤体材料のせん断抵抗角のとり方が適当でなかったためと思われる。

以上の解析結果より、浸透圧の影響および引張りキ裂の考え方として、第2節に述べたものが妥当であることが示されたといえよう。

5. あとがき

円形スベリ面による安定解析のように、同種の計算の大量の繰り返しに対しては、電子計算機の使用は非常に有効である。電子計算機の安定計算における利用は、単に精度と能率の向上ばかりでなく、計算法の改良の問題に対しても非常に強力な手段となる。たとえば、本文で示したビショップの計算法の問題点などを究明するさいに、一々手計算で検討を加えることは不可能に近い。

現在のところ電子計算機の安定計算に対する使用はかなり有効に行なわれているが、未だ改良すべき点も残されている。すなわち、第3節で示したように、土質全体による地盤の区切り方、ならびに浸透圧の計算における制限あるいは近似法などは、主として計算機の容量の制限によるものではあるが、将来間ゲキ圧の分布を考慮したり、あるいは置換えや裏込めの問題を扱うさいには不

便である。

なお円形スベリ面による安定計算法は、斜面、堤防、岸壁などに止らず、広く利用し得るので、電子計算機の利用は土の安定問題一般の研究に対して意義が大きいものといえる。

参考文献

1. Bishop, A. W. and Bjerrum, L., The relevance of the triaxial test to the solution of stability problems, N. G. I. Publication No. 34 (1960)
2. Bishop, A. W., The use of the slip circle in the stability analysis of slopes, Geotechnique, Vol. 5, No.7, (1955)
3. Little, A. L., and Price, V. E., The use of an electric computer for slope stability analysis, Geotechnique, Vol.8 No3, (1958)
4. Bishop, A. W. and Morgenstern, N., Stability coefficients for earth slopes, Geotechnique, Vol. 10, No.4, (1960)
5. 土質試験法, 土質工学会, 1964
6. Taylor, D. W., Fundamentals of Soil Mechanics, Wiley, (1948)
7. 中瀬明男, 安定計算における浸透圧について, 伊勢湾港湾建設部業務資料, (1963)
8. Oddie, M.F., and Humphreys, J. D., Correspondence to Geotechnique, Vol. 11, No. 4, (1961)
9. Ishii, Y., Kurata, K., and Hasegawa, S., Failure of Embankment in Kinkai Bay, Proc. 5th Conf. S. M. F. E. Vol. II, 1961

(昭和40年2月1日受付)