

港湾空港技術研究所 資料

TECHNICAL NOTE
OF
THE PORT AND AIRPORT RESEARCH INSTITUTE

No. 1037 December 2002

水平成層構造の地震波動場を計算するプログラムの開発
-周波数に虚部を含む離散化波数法の計算精度-

野 津 厚

独立行政法人 港湾空港技術研究所

Independent Administrative Institution,
Port and Airport Research Institute, Japan



目 次

要 旨	2
1. はじめに	4
2. 本研究で用いた離散化波数法の定式化	6
2.1 フーリエ変換対	6
2.2 媒質の減衰	6
2.3 せん断食い違いによる波動場と単位インパルス力による波動場(グリーン関数)の関係 ..	7
2.4 Explosion型の点震源による波動場の波数積分表示と離散化	8
2.5 単位インパルス力による波動場(グリーン関数)の波数積分表示と離散化	10
2.6 水平成層構造での透過と反射の計算	11
3. 周波数に虚部を含む離散化波数法の計算精度	11
3.1 全無限弾性体の理論地震動との比較	11
3.2 周波数に虚部を含まない離散化波数法との比較	12
3.3 半無限媒質の残留変位	13
4. 結 論	13
5. あとがき	14
謝 辞	14
参考文献	15
記号表	16
付録A 水平成層構造での透過と反射の演算	18
付録B サブルーチンの説明	27

水平成層構造の地震波動場を計算するプログラムの開発 -周波数に虚部を含む離散化波数法の計算精度-

野津 厚*

要 旨

離散化波数法は水平成層構造を対象とする強震動評価手法の一つである。離散化波数法では震源から放射される地震波を波数積分の形で表現するが、このとき媒質が非減衰であるならば、特定の波数に対して被積分関数の分母が0となってしまう、積分が精度良く計算できなくなる問題がある。そこで、周波数に虚部を導入して複素数とすることが提案されているが、このことにより計算結果に誤差が生じるか否かについては、これまで十分に検討がなされているとは言えない状況であった。一方、震源に比較的近い場所では、地震波に near-field 項や intermediate-field 項と呼ばれる残留変位を伴う項が強く含まれる場合があるが、周波数に虚部を導入した離散化波数法では、残留変位に至る変位波形を求めることができるはずである。しかしながら、その場合の残留変位の計算精度もこれまで十分に検証されてきているとは言えない。そこで、本研究では周波数に虚部を含む離散化波数法のプログラムを新たに開発し、その計算精度を検証した。本研究の主な結果は次の通りである。

①周波数に虚部を含まない離散化波数法との比較を実施した。この比較は表面波の良く発達するケースについて実施したが、表面波の振幅や位相を含め、二つの手法による変位の算定結果は非常に良く一致した。このことから、離散化波数法において周波数に虚部を導入することが計算誤差の原因となることはないものと判断される。

②震源に比較的近い場所で、地震波に near-field 項や intermediate-field 項と呼ばれる残留変位を伴う項が強く含まれる場合について、残留変位の理論値との比較を実施した結果、周波数に虚部を含む離散化波数法は残留変位に至る変位波形を精度良く計算できることがわかった。

以上のことから、周波数に虚部を含む離散化波数法は、媒質が水平成層構造であるかぎり、震源に比較的近い場所から遠い場所までの変位波形を精度良く評価できる手法であると言える。

本研究で開発した離散化波数法等のソースプログラムを付録 CD に添付している。

キーワード：離散化波数法，水平成層構造，震源，地震動，残留変位

*地盤・構造部主任研究官

〒 239-0826 横須賀市長瀬 3-1-1 独立行政法人港湾空港技術研究所

電話: 0468-44-5058 Fax: 0468-44-0839 e-mail: nozu@pari.go.jp

Numerical Accuracy of a Discrete Wavenumber Method with Complex Frequency

Atsushi NOZU*

Synopsis

The discrete wavenumber method is one of the techniques to simulate earthquake ground motions for a layered half-space. In the discrete wavenumber method, a seismic wave radiated from a source is expressed as an wavenumber integration. As long as the medium has no inelastic damping, however, the denominator of the integrand becomes zero for a particular wavenumber and the numerical integration becomes impossible. To solve this problem, a method to incorporate complex frequency was proposed as early as the proposal of the discrete wavenumber method itself. The numerical accuracy of a discrete wavenumber method with complex frequency, however, has not been fully verified. On the other hand, in the near-source region of an earthquake, the near-field term or the intermediate-field term often causes a displacement waveform with a residual displacement. Such a displacement waveform can theoretically be computed using a discrete wavenumber method with a complex wavenumber. The numerical accuracy of the residual displacement for such a case has not been fully verified either. The results of the verifications are reported in this technical note. The results can be summarized as follows.

1. The results of a discrete wavenumber method with complex frequency are compared with the results of a discrete wavenumber method with real frequency for a case including remarkable surface waves. A very good agreement was found both for the amplitude and the phase, indicating the numerical accuracy of the discrete wavenumber method with complex frequency.
2. The residual displacements computed using the discrete wavenumber method with complex frequency are compared with theoretical values for a half-space. The values agree very well, indicating the numerical accuracy of the residual displacements computed using the discrete wavenumber method with complex frequency.

A FORTRAN program newly developed for this research is available on the attached CD.

Key Words: Discrete wavenumber method, Layered half-space, Earthquake source,
Ground motion, Residual displacement

*Senior Researcher, Geotechnical and Structural Engineering Division, Port and Airport Research Institute

3-1-1 Nagase, Yokosuka 239-0826, Japan

Phone: +81-468-44-5058 Fax: +81-468-44-0839 e-mail: nozu@pari.go.jp

1. はじめに

一般に、ある場所での地震動（地震の揺れ）の性質は、その地震を引き起こした震源の性質（震源特性）、震源から基盤に至るまでの伝播経路の性質（伝播経路特性）、基盤から地表に至る地盤の性質（サイト特性）の三者によって決まるとされている（図-1）。土木建造物の耐震性評価（新規建造物の耐震設計や既存建造物の耐震性評価）を行う場合には、建設地点（以下、サイトという）の周辺で想定される地震の震源特性に加え、伝播経路特性とサイト特性を考慮してサイトにおける強震動を評価し、これに基づいて耐震性の評価を行うことが望ましいと言える（例えば土木学会，2000）。

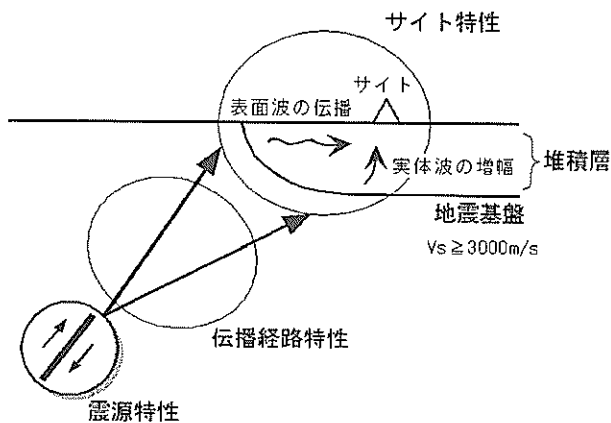


図-1 震源特性・伝播経路特性・サイト特性

現在、様々な強震動評価手法が提案されており、それらは理論的手法、半経験的手法および経験的手法の三者に分類されることが多い（例えば理論地震動研究会，1994）。このうち理論的手法は、震源からサイトに至るまでの媒質を弾性体としてモデル化し、弾性波動論に基づいてサイトにおける地震動を評価する方法である。半経験的手法は、発震機構や伝播経路を大地震と共有する中小地震の観測波形をグリーン関数とみなし、これを重ね合わせて大地震の波形を合成する方法である（Irikura, 1986; Takemura and Ikeura, 1988; Dan et al., 1989）。このとき用いるべき適切な中小地震記録が存在しない場合に、中小地震記録を人工的に作成してこれを重ね合わせる方法（統計的グリーン関数法，釜江他，1991）が提案されているが、これも半経験的手法に分類される場合がある。経験的手法は、最大加速度や応答スペクトルに関する距離減衰式を用いる方法である。その他、地震動の長周期成分を理論的手法で計算し、短周期成分を半経験

的手法や経験的手法で計算して重ね合わせる広帯域ハイブリッド法がある。強震動評価手法の分類を表-1に示す。

理論的な波形合成法には表-1に示すように種々のものがあるが、このうち本研究で対象とするのは水平成層構造を対象とする離散化波数法である。

本研究で用いた離散化波数法の定式化については後に詳しく示すが、ここでは離散化波数法の概要について述べる。離散化波数法では、震源から放射される地震波を様々な周波数と様々な波数を有する地震波の重ね合わせで表現する。ここで言う波数とは、厳密に言えば波数の水平成分のことである。波数の小さな地震波はテイクオフ・アングル（進行方向と水平面のなす角）の大きい波に対応しており、波数の大きな地震波はテイクオフ・アングルの小さい波に対応している。つまり、離散化波数法では、震源から放射される地震波を様々な周波数と様々なテイクオフ・アングルを有する波に分けて考える。さて、水平な層境界に入射した地震波は透過もしくは反射するが、このとき、層境界が水平であれば地震波の波数は変化しない性質がある。そのため、水平成層構造では、地震波の透過と反射は周波数と波数に対して独立に計算できる。そこで、実際にその計算を行い、その結果を周波数と波数について重ね合わせれば、任意の地点での変位等が求まる。以上が離散化波数法の概要である。

離散化波数法で、震源から放射される地震波を様々な波数を有する地震波の重ね合わせで、つまり波数積分の形で表現するとき、もしも媒質が非減衰であるならば、特定の波数に対して被積分関数の分母が0となってしまう、積分が精度良く計算できなくなる問題がある。そこで、離散化波数法が提案された当初（Bouchon, 1981）から、周波数に虚部を導入（Phinney, 1965）して分母が0となることを回避することが提案されていた。しかしながら、周波数に虚部を導入することにより計算結果に誤差が生じるか否かといった点については、これまで十分に検討がなされているとは言えない状況である。例えば、比較的最近発表された論文（久田，1997）においても、周波数に虚部を導入することにより後続波形部分の位相のずれや波形の尾部のノイズが生じるのではないかと懸念されている。

一方、後に例を挙げて説明するように、震源に比較的近い場所では、地震波に near-field 項や intermediate-field 項と呼ばれる残留変位を伴う項が強く含まれる（Aki and Richards, 1980; 理論地震動研究会，1994）。このとき、残留変位に至る変位波形を計算するためには、周波数=0に対する計算を実行する必要がある。このときにもやはり計算の過程で分母=0となる問題が生じるが、周波数

表-1 強震動評価手法

方法	概要	
理論的方法	離散化波数法	与えられた断層運動に対する水平成層媒質の波動場を理論的に求める方法。Bouchon (1981), Luco and Apsel (1983), Saikia (1994), 久田 (1997)等の方法がある。媒質を水平成層と考えるので盆地生成表面波や basin edge effect を考慮できない点に注意を要する。久田(1997)のプログラムはインターネットで公開されている。
	差分法	不整形媒質を対象とした手法。3次元問題への適用事例として San Bernerdino 盆地 (Frankel, 1993), Los Angeles 盆地 (Wald and Graves, 1998), 神戸周辺(松島・川瀬, 2000), 関東平野 (Sato et al., 1999)等がある。計算には不整形地下構造の情報が必要である。このような情報が利用できる地域は限られているのが現状であるが、情報収集のための努力が関係機関により続けられている(例えば科学技術庁, 2000)。また、現状では計算機のメモリ容量や計算時間の制約を受ける場合も多いが、こうした点については計算機の性能やアルゴリズムそのものの向上により克服されつつある。
	有限要素法	不整形媒質を対象とした手法。3次元問題への適用事例として Bielak et al. (1998)等がある。差分法と比較した場合のメリットとして、要素のサイズを媒質の弾性波速度に応じてフレキシブルに決めることができる点が挙げられる。地下構造の情報、計算機のメモリ容量や計算時間については差分法について述べた内容がそのままあてはまる。
	境界要素法	媒質の支配方程式を境界積分方程式に置き換えて数値計算を実施する方法であり、不整形媒質に適用可能である。3次元問題への適用事例として Fujiwara (2000)等がある。地下構造の情報、計算機のメモリ容量や計算時間については差分法について述べた内容がそのままあてはまる。
	Aki-Larner 法	Aki and Larner (1970)により提案された手法で、不整形媒質に適用可能である。3次元問題への適用事例として上林他(1990)等がある。地下構造の情報、計算機のメモリ容量や計算時間については差分法について述べた内容がそのままあてはまる。
半経験的方法	経験的 Green 関数法	発震機構や波動伝播経路を大地震と共有する中小地震の観測波形を Green 関数と見なし、これを重ね合わせて大地震の波形を合成する方法。Irikura (1986), Takemura and Ikeura (1988), Dan et al. (1989)等の方法がある。本手法の利用は適切な中小地震記録が当該サイトで得られている場合に限られる。
	統計的 Green 関数法	経験的 Green 関数法で用いるべき適切な中小地震記録が存在しない場合に、中小地震記録を人工的に作成してこれを重ね合わせる方法であり、釜江他 (1991)により提案された。経験的 Green 関数法の有利さは失われているが、地震動の指向性等を考慮できる。サイト増幅特性については必要に応じ岩田・入倉(1986), 鶴来(1997)等の方法で別途考慮する。
経験的方法	地動最大値予測手法	最大加速度, 最大速度等の地動最大値を経験式(距離減衰式)により予測する。Joyner and Boore (1982), Fukushima and Tanaka (1990), Ohno et al. (1993), 野津他(1997)等により提案されている。
	スペクトル予測手法	応答スペクトル, フーリエ振幅スペクトル等を経験式により予測する。応答スペクトルを予測する安中他(1997)の経験式, フーリエ振幅スペクトルを予測する Boore(1983)の経験式等がある。
広帯域ハイブリッド法	長周期側では与えられた断層運動に対する地震動を理論的方法により求め、短周期側は半経験的手法や経験的手法で計算して、両者を重ね合わせる方法である。Kamae et al. (1998)のハイブリッドグリーン関数法では短周期側の計算に統計的波形合成法を用いる。	

に虚部が導入されていれば、この問題も同時に解決され、周波数=0 の場合を別扱いすることなく残留変位に至る変位波形を計算できるものと考えられる。しかしながら、残留変位に至る変位波形の計算精度がどの程度であるかについてはこれまで検討がなされていない。

以上のように、周波数に虚部を含む離散化波数法には複数の利点がある反面、その計算精度は十分に調べられていない側面もある。そこで、周波数に虚部を含む離散化波数法の計算精度を検証することを本研究の目的とする。

本研究を遂行するため、離散化波数法の FORTRAN プログラムを新たに開発した。開発したプログラムのサブルーチンの入出力を付録Bに示すので参考にしていただきたい。また、開発したプログラムと入力データの例を付録 CD に収録しているので、適宜利用していただきたい。

2. 本研究で用いた離散化波数法の定式化

本研究で用いた離散化波数法の定式化を一通り説明する。このうち、震源から放射される球面波を波数積分の形に置き換え、さらにこれを離散化する過程は Bouchon (1981) の文献に従っている。また、水平成層構造内での地震波の透過/反射を波数毎、周波数毎に計算する手法は Luco and Apsel (1983) の文献に従っている。

2.1 フーリエ変換対

本研究ではフーリエ変換と逆変換を一貫して次式により定義する。

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (1)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2)$$

ここに $f(t)$ は任意の時間関数、 $\hat{f}(\omega)$ はそのフーリエ変換である。フーリエ変換対の定義には、本研究の定義とは逆に、順変換に $e^{-i\omega t}$ 、逆変換に $e^{i\omega t}$ を用いる場合もある (例えば Aki and Richards, 1980)。その場合、以下に述べる定式化はそのまま適用できないので注意する必要がある。

角振動数 ω への虚部の導入は次のように行う。任意の時間関数 $f(t)$ に時間とともに減少する項 $e^{-\lambda t}$ をかけた関数 $f(t) e^{-\lambda t}$ のフーリエ変換を $\hat{f}_\lambda(\omega)$ とすると、式 (1)、(2) より次式が成立する。

$$\hat{f}_\lambda(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} (f(t) e^{-\lambda t}) e^{-i\omega t} dt \quad (3)$$

$$f(t) e^{-\lambda t} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}_\lambda(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (4)$$

ここに λ は正の定数とする。ここで

$$\omega^* = \omega - \lambda i \quad (5)$$

とおくと、式 (3) より次式が成立する。

$$\hat{f}_\lambda(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega^* t} dt \quad (6)$$

この右辺は、フーリエ変換の定義式 (1) において ω を ω^* に置き換えたものに他ならない。すなわち、

$$\hat{f}_\lambda(\omega) = \hat{f}(\omega^*) \quad (7)$$

である。式 (7) を式 (4) に代入すると次式を得る。

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega^*) e^{i\omega^* t} d\omega e^{\lambda t} \quad (8)$$

以上をまとめると

$$f(\omega^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega^* t} dt \quad (9)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\omega^*) e^{i\omega^* t} d\omega e^{\lambda t} \quad (10)$$

となる。これが、周波数に虚部を含む場合の新しいフーリエ変換対である。すなわち $\hat{f}(\omega)$ に式 (2) を適用して $f(t)$ を求めるかわりに $\hat{f}(\omega^*)$ に式 (10) を適用して $f(t)$ を求めることができる。フーリエ変換を式 (1) で定義している関係上、周波数に導入する虚部は負でなければならない。

本研究では周波数領域での演算をすべて複素数 ω^* に対して行うこととする。以下の定式化では、簡単のため、 ω^* の「*」を省略して単に ω と記す。 λ の具体的な値は Bouchon (1979) を参考に

$$\lambda = \frac{\pi}{T_W} \quad (11)$$

とする。ここに T_W は波形を求めようとする時間ウィンドウである。

2.2 媒質の減衰

媒質の減衰を考慮する方法について説明する。本計算手法は周波数領域の計算手法であるから、媒質の減衰は弾性波速度に虚部を導入することにより容易に考慮することができる。具体的にはグリーン関数の計算 (2.5) において α , β を

$$\begin{aligned} \alpha^* &= \alpha \left(1 + \frac{i}{2Q_p} \right) \\ \beta^* &= \beta \left(1 + \frac{i}{2Q_s} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

で置き換えればよい。ここに α^* , β^* はそれぞれ複素 P 波速度と複素 S 波速度, Q_p , Q_s はそれぞれ P 波, S 波に対する Q 値である。フーリエ変換を式 (1) で定義している関係上, 弾性波速度に導入する虚部は正でなければならない。弾性波速度に虚部が導入されることに伴い媒質のラメ定数にも虚部が導入される。以下の定式化では, 簡単のため, 弾性波速度やラメ定数の「 \cdot 」は省略する。なお, 本手法では周波数に依存する Q 値を考慮することは容易であるが, 本資料の計算例では周波数に依存しない Q 値を用いている。

2.3 せん断食い違いによる波動場と単位インパルス力による波動場 (グリーン関数) の関係

ここで求めようとするのは地震による波動場であるが, 地震とは図-2(a) に示すように弾性体中のある面に境にしてせん断食い違いが生じる現象であると理解される。せん断食い違いによる波動場は, 単位インパルス力 $\delta(t) \delta(\xi)$ による波動場 (グリーン関数という) と一定の関係があるので, 単位インパルス力による波動場が計算できれば, せん断食い違いによる波動場も計算できることになる。本節ではせん断食い違いによる波動場とグリーン関数との関係について説明する。なお, この関係は水平成層構造に限らずどのような媒質に対しても成立する。

まず, せん断食い違い型の点震源による波動場は互いに直交する反対向きのモーメントを持つ 2 組の偶力 (ダブルカップル, 図-2(b)) による波動場に等しいことが理論的に明らかにされている (Aki and Richards, 1980; 理論地震動研究会, 1994)。せん断食い違いによる波動場を計算するには, これをダブルカップルによる波動場に置き換えて計算することが普通である。モーメントの大きさはせん断食い違いの大きさに対応して $M_0(t) = \mu D(t) S$ で与えられる。ここに μ はラメ定数, $D(t)$ はせん断食い違いの大きさで時間の関数, S は食い違いの生じ

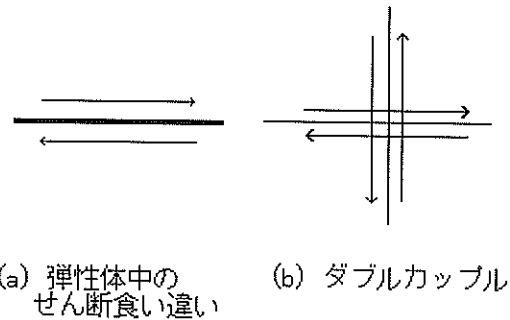


図-2 せん断食い違いによる波動場は, 高いに直交する反対向きのモーメントをもつ二組の偶力 (ダブルカップル) による波動場に等しい。

る領域の面積である。実際の地震では時々刻々せん断食い違いが拡大するので, それに対応して作用させるべきモーメントの大きさも時々刻々大きくなることに注意されたい。

ダブルカップルを構成する二組のシングルカップルのうちの一つをとりあげてみると, これは非常に近接した 2 つの作用点に反対方向の集中荷重を作用させるに等しいことがわかる。よって, シングルカップルによる波動場は, 集中荷重による波動場を作用点に関して微分したものに等しい。ただし, このときの集中荷重は先に述べた単位インパルス力と同じではない。単位インパルス力が瞬時の载荷であるのに対し, ここで言う集中荷重は時々刻々大きくなって一定値に達する载荷である。以上のことを考慮すると, ダブルカップルによる波動場は, 単位インパルス力による波動場を作用点に関して偏微分し, モーメントとの合積を計算することにより得られる。すなわち次式が成立する (Aki and Richards, 1980; 理論地震動研究会, 1994)。

$$u_n(x, \xi, t) = M_{pq}(t) * \frac{\partial}{\partial \xi_q} G_{np}(x, \xi, t) \quad (13)$$

ここに, $u_n(x, \xi, t)$ は時刻 $t=0$ に作用点 ξ に作用するダブルカップルによって観測点 x に時刻 t に生じる変位の n 成分である。 $G_{np}(x, \xi, t)$ は時刻 $t=0$ に作用点 ξ に作用する p 方向の単位インパルス力によって観測点 x に時刻 t に生じる変位の n 成分である。 $M_{pq}(t)$ はモーメントテンソルの pq 成分である。* は合積を示す。

モーメントテンソルの各成分は x 軸の正方向が北に一致するような座標系では次式で与えられる (Aki and Richards, 1980)。

$$\begin{aligned}
M_{xx}(t) &= -M_0(t) (\sin \delta \cos \lambda \sin 2\phi + \sin 2\delta \sin \lambda \sin^2 \phi) \\
M_{xy}(t) &= M_0(t) (\sin \delta \cos \lambda \cos 2\phi + \frac{1}{2} \sin 2\delta \sin \lambda \sin 2\phi) \\
M_{xz}(t) &= -M_0(t) (\cos \delta \cos \lambda \cos \phi + \cos 2\delta \sin \lambda \sin \phi) \\
M_{yx}(t) &= M_{xy}(t) \\
M_{yy}(t) &= M_0(t) (\sin \delta \cos \lambda \sin 2\phi - \sin 2\delta \sin \lambda \cos^2 \phi) \\
M_{yz}(t) &= -M_0(t) (\cos \delta \cos \lambda \sin \phi - \cos 2\delta \sin \lambda \cos \phi) \\
M_{zx}(t) &= M_{xz}(t) \\
M_{zy}(t) &= M_{yz}(t) \\
M_{zz}(t) &= M_0 \sin 2\delta \sin \lambda
\end{aligned}$$

(14)

ここに ϕ は走向 (strike), δ は傾斜 (dip), λ はすべり角 (rake) である. これらの意味については図-3を参照されたい.

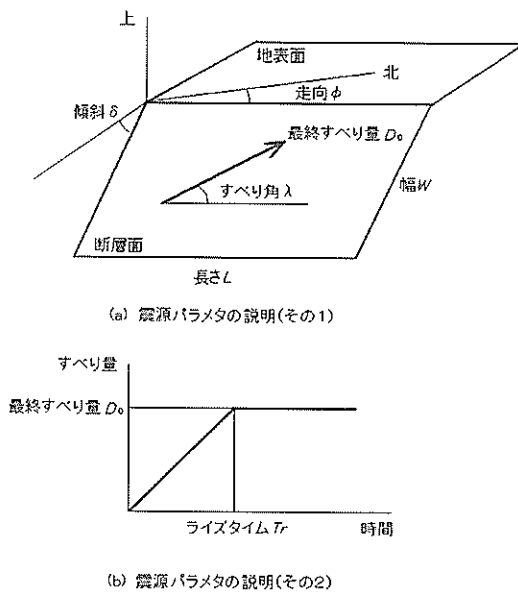


図-3 震源パラメタの意味

式 (13) の両辺をフーリエ変換すると次式を得る.

$$u_n(\mathbf{x}, \xi, \omega) = M_{pq}(\omega) \frac{\partial}{\partial \xi_q} G_{np}(\mathbf{x}, \xi, \omega) \quad (15)$$

ここに $u_n(\mathbf{x}, \xi, \omega)$ はダブルカップルによる波動場のフーリエ変換, $M_{pq}(\omega)$ はモーメントテンソルのフーリエ変換, $G_{np}(\mathbf{x}, \xi, \omega)$ は周波数領域のグリーン関数である. グリーン関数の求め方は以下の各節で説明する.

式 (15) の右辺の偏微分のうち震源の x 座標および y 座標に関する偏微分は, 解析的に実施しようとするればプログラムが複雑になる. そこで, 本研究では有限差分近似としているが, 後に示す計算例に見るように, 有限差

分近似としても精度の面で問題はないようである. 一方, 震源の z 座標に関する偏微分を有限差分近似としてしまうと, 著者の検討によれば計算精度の面で問題がある. そこで, z 座標に関する偏微分は解析的に実施することとした.

ここまで, 広がりを見捨てるような震源 (点震源) による波動場について説明してきたが, 有限の広がりを持つ震源による波動場は, 震源断層面を震源要素に分割し, 個々の震源要素は点震源であると見なして, 点震源による波動場を重ね合わせるにより得られる.

なお, 有限の広がりを持つ震源による波動場を計算しようとする際に入力すべき震源のパラメタには次のようなものがある (図-3参照). 先ず, 断層の位置を定めるパラメタとして断層の長さ (L), 幅 (W), 走向 (strike, ϕ), 傾斜 (dip, δ), 基準点の座標などがある. 次に, 断層の破壊が生じた後の最終状態を表現するパラメタとして最終すべり量 (D_0) とすべり角 (rake, λ) がある. これらは断層面上で様でない場合がある. 添付したプログラムではこれらは断層面上で同様としているが, 非一様の場合に対応できるようにプログラムを書き換えることは容易である. 最後に, 最終状態に至るまでの時間的経過に関連するパラメタとして, 破壊開始点, 破壊伝播速度, 破壊伝播様式, ライズタイム (T_r), 最終すべり量に至るまでの滑りの時刻歴などがある. 破壊伝播様式については, 添付したプログラムでは破壊開始点から破壊フロントが同心円上に広がるものとしている. ライズタイムは, 添付したプログラムでは断層面上で同様としているが, 非一様の場合に対応できるようにプログラムを書き換えることは容易である. 最終すべり量に至るまでの滑りの時刻歴にも様々なものが考えられる. 図-3には最も簡単なランプ関数の場合 (滑り速度の時刻歴が箱形関数の場合) を示している. 添付したプログラムではランプ関数の場合と二次曲線の場合 (滑り速度の時刻歴が二等辺三角形の場合) を選択できるようになっている.

2.4 Explosion型の点震源による波動場の波数積分表示と離散化

ここでは explosion 型の点震源による波動場を波数積分の形に置き換え, さらにこれを離散化する過程について説明する. ここで述べる explosion 型の点震源による波動場は, 2.3で述べたせん断食い違いによる波動場の計算と直接は関係ない. せん断食い違いによる波動場の計算に必要なのは単位インパルス力による波動場 (すなわちグリーン関数) である. しかしながら, 単位インパルス力による波動場について説明する前に, explosion

型の点震源による波動場を説明しておく方が、見通しが良くなる。

均質等方な全無限弾性体内部の explosion 型の点震源に対する変位場のスカラーポテンシャルのフーリエ変換は次式で示される (Aki and Richards, 1980)。

$$\phi(R, \omega) = \frac{e^{-i\omega R/\alpha}}{R} \quad (16)$$

ここに ϕ は変位場のスカラーポテンシャルのフーリエ変換, R は震源からの距離, ω は角振動数, α は P 波速度, i は虚数単位である。式 (16) は震源から球面波が速度 α で伝播することを示しており, また, その振幅が震源からの距離 R に反比例して小さくなることを示している。

ここで, 水平成層構造の地震波の計算に便利な円筒座標系 (r, θ, z) を導入する (図-4)。 z 座標は慣例に従い鉛直下向きにとる。円筒座標系において原点を震源にとれば, 式 (16) は式 (17) の Sommerfeld 積分の形に書くことができる (Aki and Richards, 1980)。

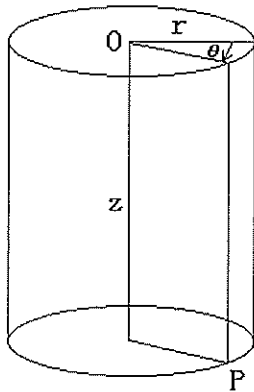


図-4 円筒座標系

$$\phi(r, z, \omega) = -i \int_0^{\infty} \frac{k}{v} J_0(kr) e^{-|v|z} dk \quad (17)$$

ここに

$$v = \sqrt{k_{\alpha}^2 - k^2}, \text{Im}(v) < 0$$

$$k_{\alpha} = \omega / \alpha \quad (18)$$

である。 k は波数の水平成分を, v は P 波の波数の鉛直成分をそれぞれ示す。 J_0 は第 1 種 0 次のベッセル関数を示す。

式 (17) が円筒座標系における波動方程式

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (19)$$

の解であることは式 (17) を式 (19) に代入すれば確認できる。

式 (17) の z に関する項を $e^{-|v|z}$ と組み合わせると $e^{i\omega t - |v|z}$ となることから, v が P 波の波数の鉛直成分を示すことが理解される。また, k が小さい波は進行方向が鉛直に近い波 (テイクオフ・アングルの大きい波) に, k が大きい波は進行方向が水平に近い波 (テイクオフ・アングルの小さい波) に対応していることも理解される。従って, 式 (17) は全波動場が様々なテイクオフ・アングルをもつ波の重ね合わせで表現されることを示している。式 (16) から (17) への書き換えを概念的に示すと図-5 のようになる。式 (16) から (17) への書き換えを行うのは, 層境界での透過と反射が波数毎に計算できるので, 式 (17) の形が便利であるからに他ならない。

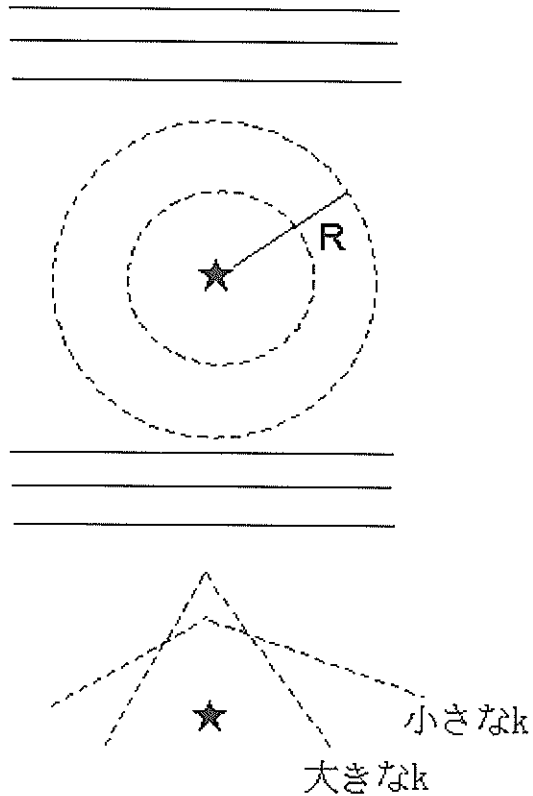


図-5 震源から放射される球面波 (上) と様々なテイクオフ・アングルをもつ波の重ね合わせ (下)

周波数に虚部を導入することの利点の一つがここであられる。式 (18) の定義から, もしも ω と α がともに実数であれば, k_{α} も実数であり, 特定の波数 k に対して式 (17) の被積分関数の分母が 0 となるのがわかる。このとき, 式 (17) の積分を精度良く計算することができなくなる。 α が実数であるとは, 2.2 によれば, 媒質の減衰が 0 であるかもしくは非常に小さいことと等価で

ある。その場合でも、2.1により ω に虚部が導入されていけば、 ω 、 k_n 、 v などはすべて複素平面(図-6)の第4象限にあることになるので、式(17)の被積分関数の分母は0とならず、積分が実行できる。

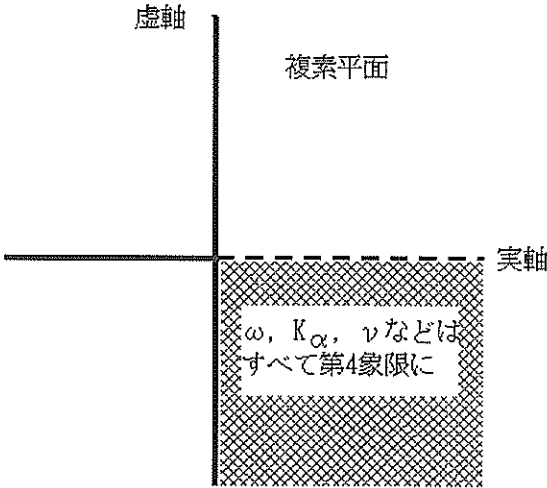


図-6 複素平面上での ω 、 k_n 、 v などの位置

さて、Bouchon (1981) は式(17)の k に関する積分を次の無限級数で置き換えることを提案した。

$$\phi(r, z, \omega) = -\frac{i\pi}{L} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \frac{k_n}{v_n} J_0(k_n r) e^{-i v_n |z|} \quad (20)$$

ここに

$$\begin{aligned} k_n &= 2n\pi / L \\ v_n &= \sqrt{k_\alpha^2 - k_n^2}, \text{Im}(v_n) < 0 \end{aligned} \quad (21)$$

である。また ε_n は次式により定義される。

$$\begin{aligned} n \neq 0 \text{ に対して } \varepsilon_n &= 2 \\ n = 0 \text{ に対して } \varepsilon_n &= 1 \end{aligned} \quad (22)$$

式(20)の最も素朴な解釈は式(17)の積分に台形公式を適用したものという解釈である。ところがBouchon (1981)は、原点を中心とする半径 mL ($m=1, 2, \dots$)の同心円状の震源による波動場を考え、これを式(17)の波動場に加えたものが厳密に式(20)の波動場に等しいことを示した。この解釈によれば、半径 L を十分大きくとれば、問題としている時間ウインドウの範囲で同心円状の震源からの波が到達しないようにすることができるので、式(17)と式(20)とは厳密に等しくなる。具体的には

$$r < L/2 \text{ and } \sqrt{(L-r)^2 + z^2} > \alpha t \quad (23)$$

を満足するような r 、 t に対しては式(17)と式(20)は等しい。

2.5 単位インパルス力による波動場(グリーン関数)の波数積分表示と離散化

Lamb (1904)によれば鉛直下向きの単位インパルス力 $\delta(t)\delta(\xi)$ が原点において時刻 $t=0$ に作用したときの波動場(グリーン関数)は

$$\begin{aligned} u(r, z, \omega) &= \frac{1}{4\pi\rho\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \left(\frac{e^{-ik_\beta R} - e^{-ik_\alpha R}}{R} \right) \\ w(r, z, \omega) &= \frac{1}{4\pi\rho\omega^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{e^{-ik_\beta R} - e^{-ik_\alpha R}}{R} \right) + k_\beta^2 \frac{e^{-ik_\beta R}}{R} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

で表される。ここに $u(r, z, \omega)$ は変位のラディアル成分(r 成分)のフーリエ変換、 $w(r, z, \omega)$ は変位の鉛直成分(z 成分)のフーリエ変換である。また ρ は媒質の密度であり、

$$k_\beta = \omega / \beta \quad (25)$$

である。 β はS波速度である。変位は対称性により θ に依存しない。また、変位のトランスバース成分(θ 成分)は対称性により0である。ここで、explosion型の震源に対して式(17)を式(20)に書き換えたのと同様、式(24)を無限級数の形に書くと次式を得る。

$$\begin{aligned} u(r, z, \omega) &= \frac{\text{sgn}(z)}{4L\rho\omega^2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n k_n^2 (e^{-i v_n |z|} - e^{-i v_n |z|}) J_1(k_n r) \\ w(r, z, \omega) &= \frac{i}{4L\rho\omega^2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n k_n (v_n e^{-i v_n |z|} + \frac{k_n^2}{\gamma_n} e^{-i v_n |z|}) J_0(k_n r) \end{aligned} \quad (26)$$

ここに $\text{sgn}(z)$ は符号関数で z が正のとき1、 z が負のとき-1の値をとる。 J_l は第1種 l 次のベッセル関数を示す。また

$$\gamma_n = \sqrt{k_\beta^2 - k_n^2}, \text{Im}(\gamma_n) < 0 \quad (27)$$

はS波の波数の鉛直成分を示す。

一方、水平方向(θ_n 方向)の単位インパルス力 $\delta(t)\delta(\xi)$ が原点において時刻 $t=0$ に作用したときの波動場は次式で与えられる(Harkrider, 1964)。

$$\begin{aligned}
u(r, \theta, z, \omega) &= \frac{1}{4\pi\rho\omega^2} \cos(\theta - \theta_0) \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} \left(\frac{e^{-ik_\beta R} - e^{-ik_\alpha R}}{R} \right) + k_\beta^2 \frac{e^{-ik_\beta R}}{R} \right) \\
v(r, \theta, z, \omega) &= -\frac{1}{4\pi\rho\omega^2} \sin(\theta - \theta_0) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{-ik_\beta R} - e^{-ik_\alpha R}}{R} \right) + k_\beta^2 \frac{e^{-ik_\beta R}}{R} \right) \\
w(r, \theta, z, \omega) &= \frac{1}{4\pi\rho\omega^2} \cos(\theta - \theta_0) \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \left(\frac{e^{-ik_\beta R} - e^{-ik_\alpha R}}{R} \right)
\end{aligned} \tag{28}$$

ここに $u(r, \theta, z, \omega)$ は変位のラディアル成分 (r 成分) のフーリエ変換, $v(r, \theta, z, \omega)$ は変位のトランスバース成分 (θ 成分) のフーリエ変換, $w(r, \theta, z, \omega)$ は変位の鉛直成分 (z 成分) のフーリエ変換である. 式 (28) を無限級数の形に書くと次式を得る.

$$\begin{aligned}
u(r, \theta, z, \omega) &= \frac{i}{4L\rho\omega^2} \cos(\theta - \theta_0) \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left(\frac{k_n^2}{V_n} e^{-\nu_n |z|} + \gamma_n e^{-\nu_n |z|} \right) \frac{dJ_1(k_n r)}{dr} \\
&\quad + \frac{k_n^2}{\gamma_n} e^{-\nu_n |z|} \frac{J_1(k_n r)}{r} \\
v(r, \theta, z, \omega) &= \frac{i}{4L\rho\omega^2} \sin(\theta - \theta_0) \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left(\frac{k_n^2}{V_n} e^{-\nu_n |z|} + \gamma_n e^{-\nu_n |z|} \right) \frac{J_1(k_n r)}{r} \\
&\quad + \frac{k_n^2}{\gamma_n} e^{-\nu_n |z|} \frac{dJ_1(k_n r)}{dr} \\
w(r, \theta, z, \omega) &= \frac{\text{sgn}(z)}{4L\rho\omega^2} \cos(\theta - \theta_0) \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n k_n^2 \left(e^{-\nu_n |z|} - e^{-\nu_n |z|} \right) J_1(k_n r)
\end{aligned} \tag{29}$$

式 (24) および式 (28) に示した周波数領域のグリーン関数は, フーリエ逆変換すると次式の時間領域のグリーン関数 (Aki and Richards, 1980; 理論地震動研究会, 1994) に一致していることがわかる.

$$\begin{aligned}
G_{nk}(x, \xi, t) &= \frac{1}{4\pi\rho} (3R_n R_k - \delta_{nk}) \frac{1}{R^3} \int_{R/\alpha}^{R/\beta} t' \delta(t-t') dt' \\
&\quad + \frac{1}{4\pi\rho\alpha^2} R_n R_k \frac{1}{R} \delta\left(t - \frac{R}{\alpha}\right) \\
&\quad - \frac{1}{4\pi\rho\beta^2} (R_n R_k - \delta_{nk}) \frac{1}{R} \delta\left(t - \frac{R}{\beta}\right)
\end{aligned} \tag{30}$$

ここに $G_n(x, \xi, t)$ は時刻 $t=0$ に作用点 ξ に作用する k 方向の単位インパルス力によって観測点 x に時刻 t に生じる変位の n 成分である. R は作用点と観測点との距離を, R_n は R の x_i に関する偏微分を示す.

2.6 水平成層構造での透過と反射の計算

2.5に示したものは水平成層構造の影響を受ける前の状態の波動場である. 図-5に示すような水平成層構造があれば, 地震波は透過と反射を繰り返す. この透過と反射は波数 k 毎に独立に計算することができる. 式 (26)

と (29) は, 震源から放射された地震波が様々な波数 k を有する波の重ね合わせで表現できることを示すが, 各々の波に対して水平成層構造での透過と反射に関する演算を行い, その後, 波数に関する和をとれば, 周波数領域のグリーン関数が求まる. これを式 (15) の右辺を計算するのに用いる. 水平成層構造での透過と反射に関する演算については付録Aで述べる.

3. 周波数に虚部を含む離散化波数法の計算精度

周波数に虚部を含む離散化波数法の計算精度について以下に検討を行う. なお, この検討に用いた入力データはすべて付録CDの「例題」のところに収録されている. これらのデータは, プログラム利用者がプログラムのコンパイルを行った後で, コンパイルが正しく行われたかのチェックに用いることができると思われる. また, 利用者の目的に応じて入力データを作成する際にも参考にさせていただきたい.

3.1 全無限弾性体の理論地震動との比較

まず, 離散化波数法以外の方法による計算結果との比較を行う. 比較の対象は全無限弾性体の理論地震動 (Aki and Richards, 1980; 理論地震動研究会, 1994) とする. ここでは図-7に示すように半無限媒質の深さ 20km ~ 24km の範囲に震源 (ソース) がある場合を想定し, 深さ 10km の観測点 (サイト) における変位の Y 成分を二つの方法で計算する.

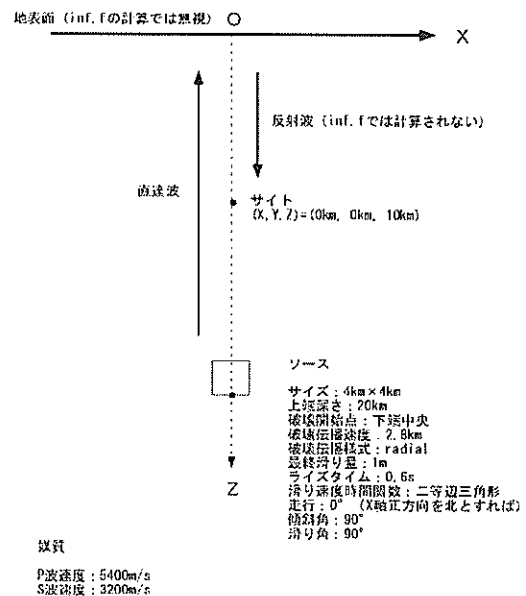


図-7 半無限媒質中のソースとサイト

震源と媒質の詳細な条件は図-7に記した。この場合、観測点には先ず震源からの直達波が到来し、次に地表からの反射波が到来する。全無限弾性体の理論地震動には地表からの反射波は含まれないので、両者の差は地表からの反射波が到来する時刻以降に現れるはずである。

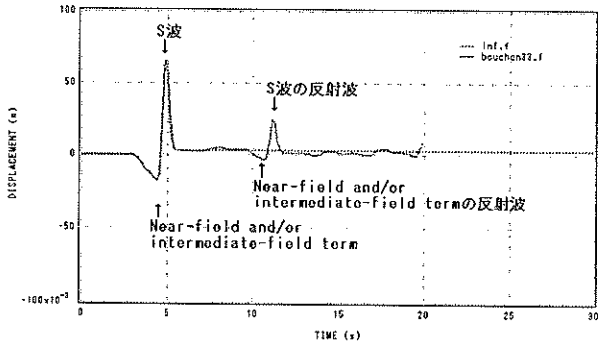


図-8 離散化波数法の計算結果（実線）と全無限弾性体の理論地震動（破線）との比較

図-8に結果を示す。実線が離散化波数法の計算結果、破線が全無限弾性体の理論地震動である。同図に示すように、0-6 秒の範囲では離散化波数法の計算結果と全無限弾性体の理論地震動はほぼ一致している。すなわち、震源からの直達波については両者は同じ計算結果を与える。一方、波形の後半部分については、離散化波数法の計算結果は地表面からの反射波を含むのに対し、全無限弾性体の理論地震動は反射波を含まないので両者に差が認められる。

3.2 周波数に虚部を含まない離散化波数法との比較

次に、周波数に虚部を含まない離散化波数法 (Hisada, 1993 ; Hisada, 1995a ; Hisada, 1995b ; 久田, 1997) との比較を行う。例題は久田 (1997) が取りあげているものである。地下構造は表-2に示すとおりである。

表-2 地下構造モデル

層厚 (m)	α (m/s)	Q_p	β (m/s)	Q_s	密度 (t/m^3)
2500	3900	100	2200	50	2.5
1000	5100	200	2700	100	2.6
12500	6000	300	3500	150	2.7
16000	6800	500	3800	250	2.9
-	7600	500	4250	250	3.1

震源は点震源とし、X が北、Y が東、Z が鉛直下向きに対応するような座標系に対して震源位置 (m) は (X, Y, Z) = (0, 0, 1000), 走向 $\phi=220^\circ$, 傾斜 $\delta=50^\circ$, すべり角 $\lambda=20^\circ$, 地震モーメント $M_0=5.0 \times 10^{23}$ dyne \cdot cm, ライズタイム $T_r=0.4$ s である。観測点位置 (m) は (X, Y, Z) = (17430.0, -199239.0, 0) である。食い違いの時刻歴は傾斜関数とした。すなわち食い違い速度が箱型関数である。この計算条件では、式 (14) に示すモーメントテンソルの各成分がまんべんなく含まれるので、いずれかの成分に対して計算精度が良くなければ、それが結果に現れる。その意味で、ここにとりあげる計算条件は計算精度の確認には都合がよいと言える。

周波数に虚部を含まない離散化波数法の計算は久田 (1997) がインターネット上で公開しているプログラムを用いて行った。

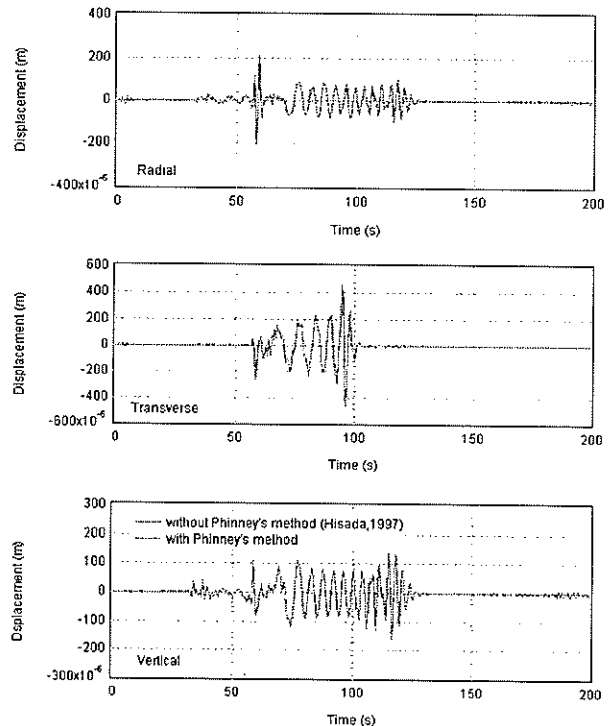


図-9 周波数に虚部を含まない離散化波数法との比較
実線は周波数に虚部を含む場合
破線は周波数に虚部を含まない場合

図-9に計算結果の比較を示す。上から順に Radial 成分 (-Y 成分), Transverse 成分 (X 成分) および Vertical 成分 (-Z 成分) である。実線が周波数に虚部を含む離散化波数法の計算結果、破線が周波数に虚部を含まない離散化波数法 (久田, 1997) の計算結果であるが、両者は良く一致している。水平成層構造の最表層に震源を置いているので表面波が良く発達しているが、表面波の位

相や振幅についても両者は良く一致している。

久田 (1997) は同じ例題について久田のプログラムによる結果と Saikia (1994) のプログラムによる結果を比較し、両者の結果が良く一致することを指摘した上で、①後続波形部分に少し位相のずれが見られること、② Saikia (1994) の結果には波形の尾部にノイズが見えることを指摘している。この結果に基づいて久田 (1997) は周波数に虚部を導入することが計算誤差の原因となるのではないかと懸念しているが (Saikia のプログラムで周波数に虚部を含む方法を用いている)、ここで新たに実施した比較の結果から、離散化波数法において周波数に虚部を導入しても、それによって後続波形部分の位相のずれや波形の尾部のノイズがもたらされる恐れはないものと判断される。

3.3 半無限媒質の残留変位

震源に比較的近い場所では、地震波に near-field 項や intermediate-field 項と呼ばれる残留変位を伴う項が強く含まれる (Aki and Richards, 1980; 理論地震動研究会, 1994)。周波数に虚部を含む離散化波数法では、周波数=0 の場合を別扱いすることなく残留変位に至る変位波形を計算できるものと期待される。ここでは、半無限媒質の場合に、震源から遠くない場所での残留変位を伴う変位波形を離散化波数法で計算し、半無限媒質における残留変位の理論値 (Press, 1965) と比較することにより、残留変位に至る変位波形が精度良く計算されるかどうか検討する。

ここでは半無限媒質 ($\alpha=5400\text{m}$, $\beta=3200\text{m}$, $\rho=2.7\text{t/m}^3$) の深さ 10000m の位置に (strike,dip,rake)=(0,0,0)、地震モーメント $M_0=2.8 \times 10^{17}\text{dyne}\cdot\text{cm}$ の点震源を置き、直線 $Y=Z=0$ 上における変位を計算した。ライズタイム $T_r=0.6\text{s}$ 、食い違いの時刻歴は傾斜関数とした (すなわち食い違い速度が箱型関数)。

図-10の実線は離散化波数法で計算した $X=9000\text{m}$ における変位の radial 成分である。一方、図-10の破線は残留変位の radial 成分の理論値 (Press, 1965) である。同図から、離散化波数法で計算された変位波形は残留変位の理論値に漸近していく様子が分かる。図-11は離散化波数法で計算した $X=0-9000\text{m}$ における変位波形の radial 成分と vertical 成分の残留値 (○) を残留変位の理論値 (実線) と比較したものであるが両者は良く一致している。

以上の結果から、震源に比較的近い場所で、地震波に near-field 項や intermediate-field 項と呼ばれる残留変位を伴う項が強く含まれる場合に、周波数に虚部を含む離散

化波数法を用いることにより、残留変位に至る変位波形を精度良く計算できるものと判断される。

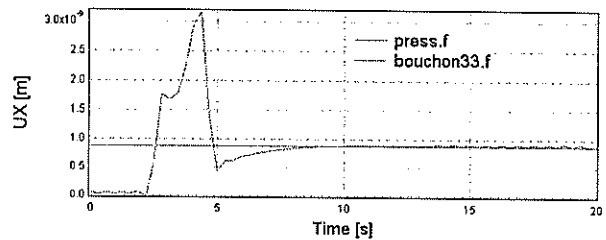


図-10 離散化波数法で計算された変位波形 (実線) と残留変位の理論値 (破線, Press, 1965) の比較

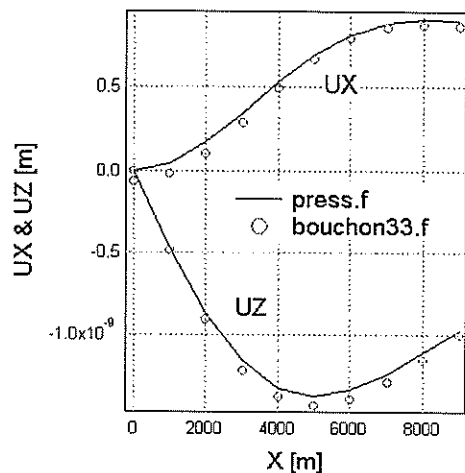


図-11 離散化波数法で計算された変位波形の残留値 (○) と理論値 (実線, Press, 1965) の比較

4. 結論

離散化波数法は水平成層構造を対象とする強震動評価手法の一つである。離散化波数法では、震源から放射される地震波を波数積分の形で表現するが、このとき媒質が非減衰であるならば、特定の波数に対して被積分関数の分母が0となってしまう、積分が精度良く計算できなくなる問題がある。そこで、離散化波数法が提案された当初から、周波数に虚部を導入して複素数とすることが提案されていた。しかしながら、周波数に虚部を導入することにより計算結果に誤差が生じるか否かといった点については、これまで十分に検討がなされているとは言えない状況であった。一方、震源に比較的近い場所では、地震波に near-field 項や intermediate-field 項と呼ばれる残留変位を伴う項が強く含まれる場合があるが、周波数に虚部を導入した離散化波数法では、残留変位に至る変位波形を求めることができるはずである。しかしながら、その場合の残留変位の計算精度もこれまで十分に検証されてきているとは言えない。そこで、周波数に虚部を含

む離散化波数法の計算精度を検証することを目的として本研究を実施した。本研究の主な結果は次の通りである。

①周波数に虚部を含まない離散化波数法との比較を実施した。この比較は表面波の良く発達するケースについて実施したが、表面波の振幅や位相を含め、二つの手法による変位の算定結果は非常に良く一致した。このことから、離散化波数法において周波数に虚部を導入することが計算誤差の原因となることはないものと判断される。

②震源に比較的近い場所で、地震波に near-field 項や intermediate-field 項と呼ばれる残留変位を伴う項が強く含まれる場合について、残留変位の理論値との比較を実施した結果、周波数に虚部を含む離散化波数法は残留変位に至る変位波形を精度良く計算できることがわかった。

以上のことから、周波数に虚部を含む離散化波数法は、媒質が水平成層構造であるかぎり、震源に比較的近い場所から遠い場所までの変位波形を精度良く評価できる手法であると言える。

5. あとがき

本研究では周波数に虚部を含む離散化波数法の計算精度の検証を行った。本研究を遂行するために離散化波数法の FORTRAN プログラムを新しく開発した。これについては入力データ例とともに付録 CD に収録しているが、本プログラムを用いて何が可能かということについて補足する。

まず、図-12（上）に示すように震源からサイトに至る媒質を水平成層と見なすことができる場合には、本プログラムを強震動評価に直接用いることも可能である。この場合、地震動の比較的低周波成分（おおまかには 1Hz 以下）が対象となる。ただし、これはかなり限られた場合であることに注意する必要がある。多くの場合、サイトは図-12（下）に示すように堆積盆地上に位置する。

この場合、盆地生成表面波（堆積盆地の端部に S 波が入射することによって発生し、堆積盆地内を伝播する表面波）やエッジ波（堆積盆地の端部に S 波が入射することによって発生し、堆積盆地内に向かって伝播する地震波）と呼ばれる波がサイトに到来するが、これらの波は離散化波数法では計算されないため、この場合、離散化波数法による計算結果は振幅や継続時間の点で過小評価となってしまふ。図-12（下）のような堆積盆地がある場合の理論的な強震動評価は表-1の差分法や有限要素法等によらなければならない。

離散化波数法を利用することのできるもう一つの場合は、震源近傍の地震動評価において最も重要な直達 S 波（サイトのほぼ真下までは震源から最短距離で伝播し、そこから鉛直方向に伝播してサイトに到る S 波）を対象を限定して、震源パラメタが直達 S 波に及ぼす影響を調べる場合である。1995 年兵庫県南部地震における震災の帯の成因は直達 S 波とエッジ波の増幅的干渉であったと考えられている（Kawase, 1996）が、その際、エッジ波の寄与は直達 S 波の寄与の 50%程度であったと推定されている（Kawase, 1996）。このようにエッジ波の寄与が比較的大きかったとされる場合においても、直達 S 波の寄与はそれを上回るとされていることから考えても、震源近傍の強震動評価において、震源パラメタが直達 S 波に及ぼす影響を調べることは重要であると考えられる。この目的には離散化波数法は利用可能である。著者が実施した震源近傍の地震動の方向性に関する研究（野津他, 2001）では離散化波数法を利用している。

(2002 年 9 月 2 日受付)

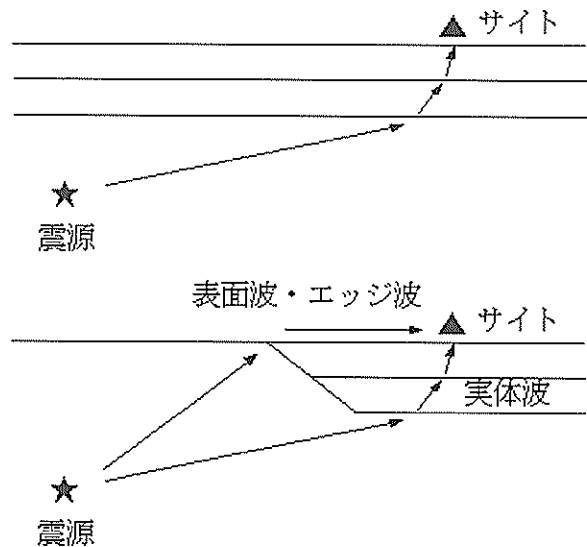


図-12 震源からサイトに至る媒質を水平成層と見なすことができる場合（上）とそうでない場合（下）

謝辞

本研究で、周波数に虚部を含まない場合の離散化波数法の計算は工学院大学の久田嘉章氏がインターネットで公開しているプログラムを使わせていただきました。派遣研究員の佐藤陽子さんと北村百代さんには原稿の作成を助けていただきました。記して謝意を表します。

参考文献

- 安中正・山崎文雄・片平冬樹 (1997) : 気象庁 87 型強震計記録を用いた最大地動及び応答スペクトル推定式の提案, 第 24 回地震工学研究発表会講演論文集, pp.161-164.
- 岩田知孝・入倉孝次郎 (1986) : 観測された地震波から震源特性, 伝播経路特性及び観測点近傍の地盤特性を分離する試み, 地震 2, Vol.39, pp.579-593.
- 上林宏敏・堀家正則・竹内吉弘 (1990) : 断層震源による不規則境界を有する三次元堆積盆地の地震動特性, 日本建築学会構造系論文報告集, Vol.413, pp.75-86.
- 科学技術庁 (2000) : 第 1 回堆積平野地下構造調査成果報告会予稿集.
- 釜江克宏・入倉孝次郎・福知保長 (1991) : 地震のスクエーリング則に基づいた大地震時の強震動予測, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 430 号, pp.1-9.
- 鶴来雅人・田居優・入倉孝次郎・古和田明 (1997) : 経験的サイト増幅特性評価手法に関する検討, 地震 2, Vol.50, pp.215-227.
- 土木学会地震工学委員会レベル 2 地震動研究小委員会 (2000) : レベル 2 地震動研究小委員会の活動成果報告書, 第 3 章, 耐震設計に用いるレベル 2 地震動(案), pp.7-51.
- 野津厚・上部達生・佐藤幸博・篠澤巧 (1997) : 距離減衰式から推定した地盤加速度と設計震度の関係, 港湾技研資料 No.893.
- 野津厚・井合進・Wilfred D. Iwan (2001) : 震源近傍の地震動の方向性に関する研究とその応用, 港湾技術研究所報告, 第 40 巻, 第 1 号, pp.107-167.
- 久田嘉章 (1997) : 成層地盤における正規モード解及びグリーン関数の効率的な計算法, 日本建築学会構造系論文集, 第 501 号, pp.49-56.
- 松島信一・川瀬博 (2000) : 1995 年兵庫県南部地震の複数アスペリティーモデルの提案とそれによる強震動シミュレーション, 日本建築学会構造系論文集, 第 534 号, pp.33-40.
- 理論地震動研究会 (1994) : 地震動-その合成と波形処理, 鹿島出版会.
- Aki, K. and Larner, L. (1970) : Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, *J. Geophys. Res.*, Vol.75, pp.933-945.
- Aki, K. and Richards, P.G. (1980) : Quantitative Seismology, Theory and Methods, Vol.1, W.H. Freeman.
- Bielak, J., Ghattas, O. and Bao, H. (1998) : Ground motion modeling using 3D finite element methods, *The Effects of Surface Geology on Seismic Motion*, Balkema, pp.121-133.
- Bouchon, M. (1979) : Discrete wave number representation of elastic wave fields in three-space dimensions, *J. Geophys. Res.*, Vol.84, pp.3609-3614.
- Bouchon, M. (1981) : A simple method to calculate Green's functions for elastic layered media, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.71, pp.957-971.
- Dan, K., Watanabe, T. and Tanaka, T. (1989) : A semi empirical method to synthesize earthquake ground motions based on approximate far-field shear-wave displacement, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol.396, pp.27-36.
- Boore, D.M. (1983) : Stochastic simulation of high frequency ground motion based on seismological models of radiated spectra, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.73, pp.1865-1894.
- Frankel, A (1993) : Three-dimensional simulation of ground motions in the San Bernardino Valley, California, for hypothetical earthquakes on the San Andreas Fault, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.83, pp.1020-1041.
- Fujiwara, H. (2000) : The fast multipole method for solving integral equations of three-dimensional topography and basin problems, *Geophysical Journal International*, Vol.140, Issue 1, pp.198-210.
- Fukushima, Y and Tanaka, T. (1990) : A new attenuation relation for peak horizontal acceleration of strong earthquake ground motion in Japan, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.84, pp.757-783.
- Harkrider, D.G. (1964) : Surface waves in multilayered elastic media I. Rayleigh and Love waves from buried sources in a multilayered elastic half-space, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.54, pp.627-679.
- Hisada, Y.(1993) : An efficient method for computing Green's functions for a layered half-space with sources and receivers at close depth, *Bulletin of the seismological Society of America*, Vol.84, pp.1456-1472.
- Hisada, Y.(1995a) : An efficient method for computing Green's functions for a layered half-space with sources and receivers at close depth (Part 2), *Bulletin of the seismological Society of America*, Vol.85, pp.1080-1093.

- Hisada, Y.(1995b): Reply to comments on "An efficient method for computing Green's functions for a layered half-space with sources and receivers at close depth" by Roy J. Greenfield, *Bulletin of the seismological Society of America*, Vol.85, pp.1525-1526.
- Irikura, K. (1986) : Prediction of strong acceleration motions using empirical Green's function, *Proc. 7th Japan Earthquake Engineering Symposium*, pp.151-156.
- Joyner, W.B. and Boore, D.M. (1982) : Peak horizontal acceleration and velocity from strong motion records including records from the 1979 Imperial Valley, California, earthquake, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.71, pp.2011-2038.
- Kamae, K., Irikura, K. and Pitarka, A. (1998): A technique for simulating strong ground motion using hybrid Green's function, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.88, pp.357-367.
- Kawase, H. (1996): The cause of the damage belt in Kobe: the basin-edge effect, constructive interference of the direct S-wave with the basin-induced diffracted/Rayleigh waves, *Seismological Research Letters*, Vol.65, No.5, pp.25-34.
- Lamb, H. (1904): On the propagation of tremors at the surface of an elastic solid, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, Ser. A, 203, 1-42.
- Luco, J.E. and Apsel, R.J. (1983): On the Green's functions for layered half-space, Part I, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.73, pp.909-923.
- Ohno, S., Ohta, T., Ikeura, T. and Takemura, M. (1993) : Revision of attenuation formula considering the effect of fault size to evaluate strong motion spectra in near field, *Tectonophys*, 218, pp.69-81.
- Phinney, R.A. (1965): Theoretical calculation of the spectrum of first arrivals in layered elastic media. *J. Geophys. Res.*, Vol.70. pp.5107-5123.
- Press, F. (1965): Displacements, strains and tilts at teleseismic distances, *Journal of Geophysical Research*, Vol.70, pp.2395-2412.
- Saikia, C.K. (1994): Modified frequency-wavenumber algorithm for regional seismograms using Filon's quadrature: modeling of Lg waves in eastern North America, *Geophys. J. Int.*, Vol.118, pp.142-158.
- Sato, T., Graves, R.W. and Somerville, P.G. (1999) : Three dimensional finite difference simulation of long period strong motions in the Tokyo metropolitan area during the 1990 Odawara earthquake and the great 1923 Kanto earthquake in Japan, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.89, pp.579-607.
- Takemura, M. and Ikeura, T. (1988) : A semi-empirical method using a hybrid of stochastic and deterministic fault models : Simulation of strong ground motions during large earthquakes. *J. Phys. Earth*, 36, 89-106.
- Wald, D.J. and Graves, R.W. (1998) : The seismic response of the Los Angeles Basin, California, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.88, pp.337-356.

記号表

- $D(t)$: 断層のすべり量
 D_0 : 断層の最終すべり量
 $f(t)$: 任意の時間関数
 $\hat{f}(\omega)$: $f(t)$ のフーリエ変換
 $G_{mp}(x, \xi, t)$: 単位インパルス力による波動場 (時間領域のグリーン関数)
 $G_{mp}(x, \xi, \omega)$: 単位インパルス力による波動場のフーリエ変換 (周波数領域のグリーン関数)
 k : 波数の水平成分
 k_h : 波数の水平成分
 k_n : ω / α
 k_s : ω / β
 L : 断層の長さ
 L : 同心円状の震源の最小半径
 $M_0(t)$: 地震モーメント
 $M_{pq}(t)$: モーメントテンソル
 $M_{pq}(\omega)$: モーメントテンソルのフーリエ変換
 Q_P : P波に対するQ値
 Q_S : S波に対するQ値
 r : 円筒座標 (図-4参照)
 R : 震源からの距離
 S : 断層の面積
 t : 時間
 T_r : ライズタイム
 T_w : 波形を求めようとする時間ウインドウ
 $u_n(x, \xi, t)$: ダブルカップルによる波動場
 $u_n(x, \xi, \omega)$: ダブルカップルによる波動場のフーリエ変換
 $u(r, \theta, z, \omega)$: 変位のラディアル成分 (r 成分) のフーリエ変換
 $v(r, \theta, z, \omega)$: 変位のトランスバース成分 (θ 成分) のフーリエ変換

$w(r, \theta, z, \omega)$: 変位の鉛直成分 (z 成分) のフーリエ変換
 W : 断層の幅
 x : 観測点
 z : 円筒座標 (下向き正, 図-4参照)
 α : P 波速度
 α^* : 複素 P 波速度
 β : S 波速度
 β^* : 複素 S 波速度
 γ : S 波の波数の鉛直成分
 γ_n : S 波の波数の鉛直成分 (k_n に対応)
 δ : 断層の傾斜
 $\delta(t) \delta(\xi)$: 単位インパルス力
 Δf : 振動数の増分
 Δk : 波数の水平成分の増分
 Δt : 時間の増分
 θ : 円筒座標 (時計回り正, 図-4参照)
 θ_n : 単位インパルス力の作用方向
 λ : 断層のすべり角
 λ : ω に導入する虚部の大きさを規定するパラメタ
 μ : ラメ定数
 ν : P 波の波数の鉛直成分
 ν_n : P 波の波数の鉛直成分 (k_n に対応)
 ξ : 作用点
 ρ : 密度
 ϕ : 断層の走向
 ϕ : 変位場のスカラーポテンシャルのフーリエ変換
 ω : 角振動数
 ω^* : 虚部を導入した後の角振動数

付録A 水平成層構造での透過と反射の演算

水平成層構造での透過と反射を計算するための行列演算についてはこれまで多くの研究者により改良が重ねられてきた。その経緯については頼綱（1991）に述べられている。本研究で採用しているのは Luco and Apsel（1983）による反射/透過マトリクスである。この方法がそれ以前の Haskell マトリクス（Thomson, 1950; Haskell, 1953）と比較して優れているのは、常に波動伝播の方向に演算を進めることにより高周波数での指数関数の発散を回避している点である。なお、Luco and Apsel（1983）の方法では震源を記述する項に高周波数で発散しやすい指数関数の項が残っている。Hisada（1993, 1995a, 1995b）や久田（1997）は Harkrider（1964）や Kennet and Kerry（1979）が行ったように震源の深さに仮想の層境界を設け、そこにステップ応力条件を導入することでこの問題を解決している。本研究では、震源を仮想の地層境界で挟み込んで震源を含む層の層厚を十分に小さくすることによりこの問題に対処している。以下、Luco and Apsel（1983）の反射/透過マトリクスを Bouchon（1981）のアルゴリズムに適用して水平成層構造の波動伝播を計算する方法について述べる。ノーテーションについては Hisada（1993, 1995a, 1995b）や久田（1997）のものを取り入れている。

図-A.1に水平成層構造を示す。地層には浅い方から順に 1,2,3, ..., N,N+1 と番号がふられている。第 N+1 層は基盤に対応する。また地層境界にも番号がふられている。浅い地層境界は若い番号に対応しており、地表面は 0 に対応している。第 s 層は震源のある層である。震源が複数の層に渡る場合も当然存在するが、複数の震源による地震動は個々の震源の地震動の和で与えられるから、ここでは震源が一つの場合について考えておけばよい。z 座標は鉛直下向きにとり、地表面を z=0 とする。

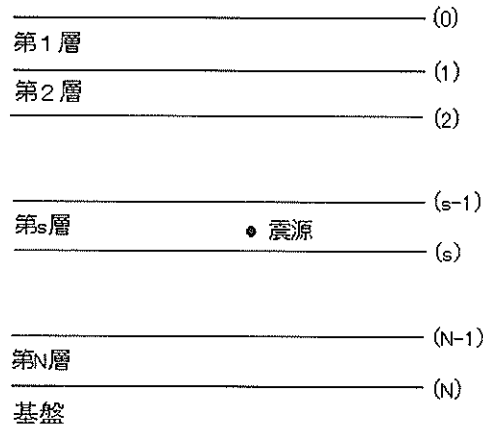


図-A.1 水平成層構造

図-A.1では $s < N+1$ の場合を示しているが、震源は基盤内にあっても良い、すなわち $s = N+1$ であっても良い。

A.1 鉛直方向の単位インパルス力

まず、鉛直下向きの単位インパルス力 $\delta(t) \delta(\xi)$ が時刻 $t=0$ において点 $(0, 0, z_0)$ に作用したときの第 j 層における変位および応力のフーリエ変換を次の形に書く。

$$\begin{aligned}
 u^j(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n V_1^n J_1(k_n r) \\
 w^j(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n V_2^n J_0(k_n r) \\
 \sigma_{rz}^j(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n V_3^n J_1(k_n r) \\
 \sigma_{zz}^j(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n V_4^n J_0(k_n r)
 \end{aligned} \tag{A1}$$

ここに $V_1^j, V_2^j, V_3^j, V_4^j$ は motion-stress vector と呼ばれ、それぞれ z, ω の関数である。ここでは motion-stress vector は次の形に書けるものとする。

$$(A2) \quad \begin{pmatrix} V_1^j \\ V_2^j \\ V_3^j \\ V_4^j \end{pmatrix} = F^{jm} \begin{pmatrix} P_u^j \\ SV_u^j \\ P_d^j \\ SV_d^j \end{pmatrix}$$

ここに $P_u^j, SV_u^j, P_d^j, SV_d^j$ はそれぞれ上昇する P 波の振幅、上昇する SV 波の振幅、下降する P 波の振幅、下降する SV 波の振幅である。振幅はそれぞれ第 j 層の上端において評価されている。マトリクス F^m は次式で与えられる。

$$(A3) \quad F^{jm} = \omega^{-1} \times \begin{pmatrix} \alpha_j k_n & \beta_j \gamma_{jm} & \alpha_j k_n & \beta_j \gamma_{jm} \\ -i\alpha_j \nu_{jm} & i\beta_j k_n & i\alpha_j \nu_{jm} & -i\beta_j k_n \\ 2i\alpha_j \mu_j k_n \nu_{jm} & i\beta_j \mu_j (\gamma_{jm}^2 - k_n^2) & -2i\alpha_j \mu_j k_n \nu_{jm} & -i\beta_j \mu_j (\gamma_{jm}^2 - k_n^2) \\ \alpha_j \mu_j (\gamma_{jm}^2 - k_n^2) & -2\mu_j \beta_j k_n \gamma_{jm} & \alpha_j \mu_j (\gamma_{jm}^2 - k_n^2) & -2\mu_j \beta_j k_n \gamma_{jm} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} e^{i\nu_{jm}(z-z^{(j-1)})} & & & 0 \\ & e^{i\gamma_{jm}(z-z^{(j-1)})} & & \\ & & e^{-i\nu_{jm}(z-z^{(j-1)})} & \\ 0 & & & e^{-i\gamma_{jm}(z-z^{(j-1)})} \end{pmatrix}$$

ここに $z^{(j-1)}$ は第 j 層の上端の z 座標、 α_j は第 j 層の P 波速度、 β_j は第 j 層の S 波速度、 μ_j は第 j 層のラメ定数、 ρ_j は第 j 層の密度である。また、

$$(A4) \quad \begin{aligned} \nu_{jm} &= \sqrt{(\omega / \alpha_j)^2 - k_n^2}, \text{Im}(\nu_{jm}) < 0 \\ \gamma_{jm} &= \sqrt{(\omega / \beta_j)^2 - k_n^2}, \text{Im}(\gamma_{jm}) < 0 \end{aligned}$$

である。Motion-stress vector の各成分が式 (A2) および (A3) で与えられるとき、式 (A1) の変位と応力は円筒座標系における運動方程式

$$(A5) \quad \begin{aligned} \mu_j &= \left(\nabla^2 u^j - \frac{1}{r} \left(2 \frac{\partial v^j}{r \partial \theta} + \frac{u^j}{r} \right) \right) + (\lambda_j + \mu_j) \frac{\partial \Delta^j}{\partial r} + \omega^2 \rho_j u^j = 0 \\ \mu_j &= \left(\nabla^2 v^j - \frac{1}{r} \left(\frac{v^j}{r} - 2 \frac{\partial u^j}{r \partial \theta} \right) \right) + (\lambda_j + \mu_j) \frac{\partial \Delta^j}{r \partial \theta} + \omega^2 \rho_j v^j = 0 \\ \mu_j &= \nabla^2 w^j + (\lambda_j + \mu_j) \frac{\partial \Delta^j}{\partial z} + \omega^2 \rho_j w^j = 0 \end{aligned}$$

および変位-応力関係式

$$\begin{aligned}
\mu_j \left(\nabla^2 u^j - \frac{1}{r} \left(2 \frac{\partial v^j}{r \partial \theta} + \frac{u^j}{r} \right) \right) + (\lambda_j + \mu_j) \frac{\partial \Delta^j}{\partial r} + \omega^2 \rho_j u^j &= 0 \\
\mu_j \left(\nabla^2 v^j - \frac{1}{r} \left(\frac{v^j}{r} - 2 \frac{\partial u^j}{r \partial \theta} \right) \right) + (\lambda_j + \mu_j) \frac{\partial \Delta^j}{r \partial \theta} + \omega^2 \rho_j v^j &= 0 \\
\mu_j \nabla^2 w^j + (\lambda_j + \mu_j) \frac{\partial \Delta^j}{\partial z} + \omega^2 \rho_j w^j &= 0
\end{aligned} \tag{A6}$$

を満足することは、式 (A1) を式 (A5) および式 (A6) に代入することにより確認できる。なお、式 (A5) において

$$\begin{aligned}
\nabla^2 &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \\
\Delta^j &= \frac{\partial u^j}{\partial r} + \frac{u^j}{r} + \frac{\partial v^j}{r \partial \theta} + \frac{\partial w^j}{\partial z}
\end{aligned} \tag{A7}$$

である。また λ_j は第 j 層のラメ定数である。

式 (A1) はすでに運動方程式および変位-応力関係式を満足しているのであるから、後は境界条件と放射条件を満足するように P_n^j , SV_n^j , P_n^j , SV_n^j を決定すれば、鉛直下向きの単位インパルス力 $\delta(t) \delta(\xi)$ に対する波動場が求まることになる。

ここで、式を見やすくするため

$$\begin{pmatrix} D^j \\ S^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1^{jn} \\ V_2^{jn} \\ V_3^{jn} \\ V_4^{jn} \end{pmatrix} \tag{A8}$$

$$\begin{pmatrix} E_{11}^j & E_{12}^j \\ E_{21}^j & E_{22}^j \end{pmatrix} = \omega^{-1} \times \begin{pmatrix} \alpha_j k_n & \beta_j \gamma_{jn} & \alpha_j k_n & \beta_j \gamma_{jn} \\ -i \alpha_j \nu_{jn} & i \beta_j k_n & i \alpha_j \nu_{jn} & -i \beta_j k_n \\ 2i \alpha_j \mu_j k_n \nu_{jn} & i \beta_j \mu_j (\gamma_{jn}^2 - k_n^2) & -2i \alpha_j \mu_j k_n \nu_{jn} & -i \beta_j \mu_j (\gamma_{jn}^2 - k_n^2) \\ \alpha_j \mu_j (\gamma_{jn}^2 - k_n^2) & -2 \mu_j \beta_j k_n \gamma_{jn} & \alpha_j \mu_j (\gamma_{jn}^2 - k_n^2) & -2 \mu_j \beta_j k_n \gamma_{jn} \end{pmatrix} \tag{A9}$$

$$\begin{pmatrix} \Lambda_n^j(z) & 0 \\ 0 & \Lambda_d^j(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i \nu_{jn}(z-z^{(j-1)})} & 0 \\ 0 & e^{i \gamma_{jn}(z-z^{(j-1)})} \\ 0 & e^{-i \nu_{jn}(z-z^{(j-1)})} \\ 0 & e^{-i \gamma_{jn}(z-z^{(j-1)})} \end{pmatrix} \tag{A10}$$

$$\begin{pmatrix} C_u^j \\ C_d^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_u^{jn} \\ SV_u^{jn} \\ P_d^{jn} \\ SV_d^{jn} \end{pmatrix} \quad (\text{A11})$$

と書くことにすると、式 (A2) は以下のように書き直すことができる。

$$\begin{pmatrix} D^j \\ S^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11}^j & E_{12}^j \\ E_{21}^j & E_{22}^j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_u^j(z) & 0 \\ 0 & \Lambda_d^j(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_u^j \\ C_d^j \end{pmatrix} \quad (\text{A12})$$

以下、 C_u^j , C_d^j が満足すべき境界条件および放射条件について考えていく。まず、第 $N+1$ 層すなわち基盤では上向きの波は存在しないはずであるから、次式が成立する。

$$C_u^{N+1} = \{0\} \quad (\text{A13})$$

ここで、修整反射/透過マトリクス $T_u^{(j)}$, $R_u^{(j)}$, $T_d^{(j)}$, $R_d^{(j)}$ を次式により定義する。

$$\begin{aligned} C_u^j &= R_d^{(j)} C_d^j + T_u^{(j)} C_u^{j+1} \\ C_d^{j+1} &= T_d^{(j)} C_d^j + R_u^{(j)} C_u^{j+1} \quad (\text{for } j = 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (\text{A14})$$

自由表面では、修整反射/透過マトリクスのうち $R_u^{(0)}$ のみが定義される。

$$C_d^1 = R_u^{(0)} C_u^1 \quad (\text{A15})$$

修整反射/透過マトリクスの具体的な形は、式 (A12) を第 j 層と第 $j+1$ 層に適用することにより次のとおり求まる。

$$R_u^{(0)} = - (E_{22}^1)^{-1} E_{21}^1 \quad (\text{A16})$$

$$\begin{pmatrix} T_u^{(j)} & R_d^{(j)} \\ R_u^{(j)} & T_d^{(j)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\Lambda_u^j)^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{11}^j & -E_{12}^{j+1} \\ E_{21}^j & -E_{22}^{j+1} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} E_{11}^{j+1} - E_{12}^j \\ E_{21}^{j+1} - E_{22}^j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \Lambda_d^j \end{pmatrix} \quad (\text{for } j = 1, 2, \dots, N-1) \quad (\text{A17})$$

$$\begin{pmatrix} R_d^{(N)} \\ T_d^{(N)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\Lambda_u^N)^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{11}^N & -E_{12}^{N+1} \\ E_{21}^N & -E_{22}^{N+1} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -E_{12}^N \Lambda_d^N \\ -E_{22}^N \Lambda_d^N \end{pmatrix} \quad (\text{A18})$$

ところで、式 (A4) の定義により ν_m , γ_m が複素平面上の第 4 象限にあることを考えると、 $e^{i\nu_j m(z-z^{(j-1)})}$ や $e^{i\gamma_j m(z-z^{(j-1)})}$ の指数は第 1 象限にある。ここで、 $z-z^{(j-1)}$ の値が大きいとき指数の実部が正の大きな値となるから、 $e^{i\nu_j m(z-z^{(j-1)})}$ や $e^{i\gamma_j m(z-z^{(j-1)})}$ や (すなわち Λ_d^j の成分) を計算しようとするとき発散が生じやすい。ところが式 (A17) や式 (A18) には $(\Lambda_d^j)^{-1}$ は含まれるけれども Λ_d^j は含まれないので数値計算上都合が良い。

次に一般化反射/透過マトリクス $\tilde{R}_u^{(j)}$, $\tilde{T}_u^{(j)}$, $\tilde{R}_d^{(j)}$, $\tilde{T}_d^{(j)}$ を次式により定義する。

$$C_u^j = \tilde{T}_u^{(j)} C_u^{j+1}, C_d^{j+1} = \tilde{R}_u^{(j)} C_u^{j+1} \quad (\text{for } j = 1, 2, \dots, s-1) \quad (\text{A19})$$

$$C_d^{j+1} = \tilde{T}_d^{(j)} C_d^j, C_u^j = \tilde{R}_d^{(j)} C_d^j \quad (\text{for } j = N, N-1, \dots, s) \quad (\text{A20})$$

一般化反射/透過マトリクスは修整反射/透過マトリクスから次の漸化式により求めることができる。震源より上の地層境界に対しては

$$\begin{aligned} \tilde{R}_u^{(0)} &= R_u^{(0)} & (\text{for } j = 0) \\ \tilde{T}_u^{(j)} &= \left(I - R_d^{(j)} \tilde{R}_u^{(j-1)} \right)^{-1} T_u^{(j)} \\ \tilde{R}_u^{(j)} &= R_u^{(j)} + T_d^{(j)} \tilde{R}_u^{(j-1)} \tilde{T}_u^{(j)} & (\text{for } j = 1, 2, \dots, s-1) \end{aligned} \quad (\text{A21})$$

震源より下の地層境界に対しては

$$\begin{aligned} \tilde{T}_d^{(N)} &= T_d^{(N)}, \tilde{R}_d^{(N)} = R_d^{(N)} & (\text{for } j = N) \\ \tilde{T}_d^{(j)} &= \left(I - R_u^{(j)} \tilde{R}_d^{(j+1)} \right)^{-1} T_d^{(j)} \\ \tilde{R}_d^{(j)} &= R_d^{(j)} + T_u^{(j)} \tilde{R}_d^{(j+1)} \tilde{T}_d^{(j)} & (\text{for } j = N-1, N-2, \dots, s) \end{aligned} \quad (\text{A22})$$

もしも震源層の P 波および SV 波の振幅が与えられれば、式 (A19) を用いて震源層より上の層の振幅を、式 (A20) を用いて震源層より下の層の振幅を計算することができる。

震源層の P 波および SV 波の振幅は図-A. 2に示す地震波の収支から求めることができる。

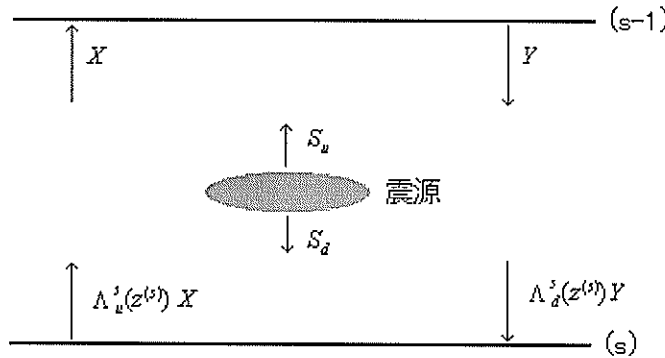


図-A. 2 震源層における地震波の収支

図-A. 2において S_u は震源から上向きに放射される地震波の振幅を震源から出た直後の深度で評価したもの、 S_d は同じく下向きに放射される地震波の振幅を震源から出た直後の深度で評価したもの、 X は第 s 層内を下から上へ伝播する地震波の振幅を第 s 層の上端で評価したもの、 Y は第 s 層内を上から下へ伝播する地震波の振幅を第 s 層の上端で評価したものである。 S_u および S_d は既知であり、鉛直下向きに作用する単位インパルス力の場合には式 (26) と式 (A1) とを比較することにより次式で与えられる。

$$S_u = \begin{pmatrix} \frac{k_n}{4L\rho_s\omega\alpha_s} \\ \frac{k_n^2}{4L\rho_s\omega\beta_s\gamma_{sn}} \end{pmatrix}, S_d = \begin{pmatrix} -\frac{k_n}{4L\rho_s\omega\alpha_s} \\ \frac{k_n^2}{4L\rho_s\omega\beta_s\gamma_{sn}} \end{pmatrix} \quad (\text{A23})$$

震源層内での地震波の収支を考えると未知数 X , Y に関する次の連立方程式を得る.

$$\begin{aligned} Y &= \tilde{R}_u^{(s-1)} \left(X + \Lambda_d^s(z_s) S_u \right) \\ X &= \tilde{R}_d^{(s)} \left(Y + \Lambda_u^s(z_s) S_d \right) \end{aligned} \quad (\text{A24})$$

これを X , Y について解くと次式を得る.

$$\begin{aligned} X &= \left(I - \tilde{R}_d^{(s)} \tilde{R}_u^{(s-1)} \right)^{-1} \tilde{R}_d^{(s)} \Lambda_d^s(z_s) \left(\tilde{R}_u^{(s-1)} S_u + \Lambda_u^s(z^{(s)}) S_d \right) \\ Y &= \left(I - \tilde{R}_u^{(s-1)} \tilde{R}_d^{(s)} \right)^{-1} \tilde{R}_u^{(s-1)} \Lambda_u^s(z_s) \left(\tilde{R}_d^{(s)} \Lambda_u^s(z^{(s)}) S_d + S_u \right) \end{aligned} \quad (\text{A25})$$

X , Y を求めた後に

$$\begin{aligned} C_u^s &= X + \Lambda_d^s(z_s) S_u \\ C_d^s &= Y + \Lambda_u^s(z_s) S_d \end{aligned} \quad (\text{A26})$$

により C_u^s , C_d^s を求め、式 (A19), (A20) の漸化式を適用すれば各層の振幅を求めることができる. 震源が基盤内にある場合 (すなわち $s=N+1$ の場合) には

$$C_u^s = \Lambda_d^s(z_s) S_u \quad (\text{A27})$$

により C_d^s を求め、式 (A19) の漸化式を適用すれば各層の振幅を求めることができる.

A.2 水平方向の単位インパルス力

水平方向 (θ_0 方向) の単位インパルス力 $\delta(t) \delta(\varepsilon)$ が時刻 $t=0$ において点 $(0, 0, z)$ に作用したときの第 j 層における変位および応力のフーリエ変換を次の形に書く.

$$\begin{aligned} u^j(r, \theta, z, \omega) &= - \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left(V_1^{jn} \frac{dJ_1(k_n r)}{dr} + H_1^{jn} \frac{J_1(k_n r)}{r} \right) \cos(\theta - \theta_0) \\ v^j(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left(V_1^{jn} \frac{J_1(k_n r)}{r} + H_1^{jn} \frac{dJ_1(k_n r)}{dr} \right) \sin(\theta - \theta_0) \\ w^j(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n V_2^{jn} k_n J_1(k_n r) \cos(\theta - \theta_0) \\ \sigma_{rz}^j(r, \theta, z, \omega) &= - \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left(V_3^{jn} \frac{dJ_1(k_n r)}{dr} + H_2^{jn} \frac{J_1(k_n r)}{r} \right) \cos(\theta - \theta_0) \\ \sigma_{\theta z}^j(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left(V_3^{jn} \frac{J_1(k_n r)}{r} + H_2^{jn} \frac{dJ_1(k_n r)}{dr} \right) \sin(\theta - \theta_0) \\ \sigma_{zz}^j(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n V_4^{jn} k_n J_1(k_n r) \cos(\theta - \theta_0) \end{aligned} \quad (\text{A28})$$

ここに $V_1^j, V_2^j, V_3^j, V_4^j, H_1^j, H_2^j$ は motion-stress vector と呼ばれ、それぞれ z, ω の関数である。ここでは motion-stress vector の各成分うち $V_1^j, V_2^j, V_3^j, V_4^j$ は式 (A2) の形に書けるものとし、 H_1^j, H_2^j については次の形に書けるものとする。

$$\begin{pmatrix} H_1^j \\ H_2^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i\mu_j \gamma_{jm} & -i\mu_j \gamma_{jn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\gamma_{jm}z - z^{(j-1)}} & 0 \\ 0 & e^{-i\gamma_{jm}z - z^{(j-1)}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} SH_u^j \\ SH_d^j \end{pmatrix} \quad (\text{A29})$$

ここに SH_u^j, SH_d^j はそれぞれ上昇する SH 波と下降する SH 波の振幅である。振幅はそれぞれ第 j 層の上端において評価されている。このとき、式 (A28) の変位と応力は円筒座標系における運動方程式 (A5) および変位-応力関係式 (A6) を満足することは、式 (A28) を式 (A5) および式 (A6) に代入することにより確認できる。

式 (A28) はすでに運動方程式および変位-応力関係式を満足しているのであるから、後は境界条件と放射条件を満足するように $P_u^j, P_d^j, SV_u^j, SV_d^j, SH_u^j, SH_d^j$ を決定すれば、水平方向の単位インパルス力 $\delta(t) \delta(\xi)$ に対する波動場が求まることになる。

P-SV 波の振幅すなわち $P_u^j, P_d^j, SV_u^j, SV_d^j$ は A.1 と同様の方法で求めることができる。A.1 との相違点は、震源が水平方向の単位インパルス力であることを反映して震源項が次式となる点である。

$$S_u = S_d = \begin{pmatrix} \frac{ik_n}{4L\rho_s \omega \alpha_s \nu_{sm}} \\ \frac{i}{4L\rho_s \omega \beta_s} \end{pmatrix} \quad (\text{A30})$$

式 (A30) は式 (29) と式 (A28) とを比較することにより得られる。

SH 波の振幅すなわち SH_u^j, SH_d^j については、式を見やすくするため

$$\begin{pmatrix} D^j \\ S^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_1^j \\ H_2^j \end{pmatrix} \quad (\text{A31})$$

$$\begin{pmatrix} E_{11}^j & E_{12}^j \\ E_{21}^j & E_{22}^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i\mu_j \gamma_{jm} & -i\mu_j \gamma_{jn} \end{pmatrix} \quad (\text{A32})$$

$$\begin{pmatrix} \Lambda_u^j(z) & 0 \\ 0 & \Lambda_d^j(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\gamma_{jm}z - z^{(j-1)}} & 0 \\ 0 & e^{-i\gamma_{jm}z - z^{(j-1)}} \end{pmatrix} \quad (\text{A33})$$

$$\begin{pmatrix} C_u^j \\ C_d^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} SH_u^j \\ SH_d^j \end{pmatrix} \quad (\text{A34})$$

とおくことにすると、P-SV 波の場合の式 (A12) がそのまま成立するので、P-SV 波の場合と同じように一般化反射/透過マトリクスを導入することにより SH 波の振幅すなわち C_u^j, C_d^j を求めることができる。震源項については式 (29) と式 (A28) とを比較することにより次式を得る。

$$S_u = S_d = \frac{i}{4L\rho_s \beta_s^2 \gamma_{sm}} \quad (\text{A35})$$

参考文献

- 瀬織一 (1991) : 不整形地盤における地震動, 土木学会論文集, No.437, I -17, pp.1-18.
- 久田嘉章 (1997) : 成層地盤における正規モード解及びグリーン関数の効率的な計算法, 日本建築学会構造系論文集, 第 501 号, pp.49-56.
- Harkrider, D.G. (1964): Surface waves in multilayered elastic media I. Rayleigh and Love waves from buried sources in a multilayered elastic half-space, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.54, pp.627-679.
- Haskell, N.A. (1953): The dispersion of surface waves in multilayered media, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.43, pp.17-34.
- Hisada, Y. (1993): An efficient method for computing Green's functions for a layered half-space with sources and receivers at close depth, *Bulletin of the seismological Society of America*, Vol.84, pp.1456-1472.
- Hisada, Y. (1995a): An efficient method for computing Green's functions for a layered half-space with sources and receivers at close depth (Part 2), *Bulletin of the seismological Society of America*, Vol.85, pp.1080-1093.
- Hisada, Y. (1995b): Reply to comments on "An efficient method for computing Green's functions for a layered half-space with sources and receivers at close depth" by Roy J. Greenfield, *Bulletin of the seismological Society of America*, Vol.85, pp.1525-1526.
- Kennett, B.L.N. and Kerry, N.J. (1979): Seismic waves in a stratified half space, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, Vol.57, pp.557-583.
- Luco, J.E. and Apsel, R.J. (1983): On the Green's functions for layered half-space, Part I, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.73, pp.909-923.
- Thomson, W.T. (1950): Transmission of elastic waves through a stratified solid, *J. Appl. Phys.*, Vol.21, pp.89-93.

記号表

- H_j^m : 第 j 層における motion-stress vector (k_r に対応)
- H_j^s : 第 j 層における motion-stress vector (k_r に対応)
- k_r : 波数の水平成分
- L : 同心円状の震源の最小半径
- r : 円筒座標
- N : 水平成層構造の基盤を除いた層数
- P_j^m : 下降する P 波の振幅 (第 j 層の上端, k_r に対応)
- P_j^s : 上昇する P 波の振幅 (第 j 層の上端, k_r に対応)
- $R_j^{m'}$: 修整反射マトリクス
- $\tilde{R}_d^{(j)}$: 一般化反射マトリクス
- $R_j^{s'}$: 修整反射マトリクス
- $\tilde{R}_u^{(j)}$: 一般化反射マトリクス
- S_d : 震源から下向きに放射される地震波の振幅 ($z=z_0$ で評価)
- SH_j^m : 下降する SH 波の振幅 (第 j 層の上端, k_r に対応)
- SH_j^s : 上昇する SH 波の振幅 (第 j 層の上端, k_r に対応)
- S_u : 震源から上向きに放射される地震波の振幅 ($z=z_0$ で評価)
- SV_j^m : 下降する SV 波の振幅 (第 j 層の上端, k_r に対応)
- SV_j^s : 上昇する SV 波の振幅 (第 j 層の上端, k_r に対応)
- t : 時間
- $T_j^{m'}$: 修整透過マトリクス
- $\tilde{T}_d^{(j)}$: 一般化透過マトリクス
- $T_j^{s'}$: 修整透過マトリクス
- $\tilde{T}_u^{(j)}$: 一般化透過マトリクス
- $u(r, \theta, z, \omega)$: 第 j 層における変位のラディアル成分 (r 成分) のフーリエ変換

V_j^n : 第 j 層における motion-stress vector (k_n に対応)
 V_j^n : 第 j 層における motion-stress vector (k_n に対応)
 V_j^n : 第 j 層における motion-stress vector (k_n に対応)
 V_j^n : 第 j 層における motion-stress vector (k_n に対応)
 $v(r, \theta, z, \omega)$: 第 j 層における変位のトランスバース成分 (θ 成分) のフーリエ変換
 $w(r, \theta, z, \omega)$: 第 j 層における変位の鉛直成分 (z 成分) のフーリエ変換
 X : 第 s 層内を下から上へ伝播する地震波の振幅 ($z=z^{(s-1)}$ で評価)
 Y : 第 s 層内を上から下へ伝播する地震波の振幅 ($z=z^{(s+1)}$ で評価)
 z : 円筒座標 (下向き正, 図-4参照)
 $z^{(s-1)}$: 第 j 層の上端の z 座標
 z_s : 震源の z 座標
 α_j : 第 j 層の P 波速度
 β_j : 第 j 層の S 波速度
 γ_{jn} : 第 j 層における S 波の波数の鉛直成分 (k_n に対応)
 $\delta(t) \delta(\xi)$: 単位インパルス力
 θ : 円筒座標 (時計回り正, 図-4参照)
 θ_0 : 単位インパルス力の作用方向
 λ_j : 第 j 層のラメ定数
 μ_j : 第 j 層のラメ定数
 ν_{jn} : 第 j 層における P 波の波数の鉛直成分 (k_n に対応)
 ξ : 作用点
 ρ_j : 第 j 層の密度
 $\sigma_{rz}^j(r, \theta, z, \omega)$: 第 j 層における応力の rz 成分のフーリエ変換
 $\sigma_{\theta z}^j(r, \theta, z, \omega)$: 第 j 層における応力の θz 成分のフーリエ変換
 $\sigma_{zz}^j(r, \theta, z, \omega)$: 第 j 層における応力の zz 成分のフーリエ変換
 ω : 角振動数

付録 B サブルーチンの説明

CALL BOB1B2B3 (NS, NSITE, NK, AL, R, B0, B1, B2, B3, EPS)

(機能) すべてのソースとサイトの組合せに対して $J_0(kr)$, $J_1(kr)$, $\frac{dJ_1(kr)}{dr}$, $\frac{J_1(kr)}{r}$ を計算する. また, ε_k を求める.

(変数の説明)

NS	: 入力	: ソースの数	
NSITE	: 入力	: サイトの数	
NK	: 入力	: 波数 k の数	
AL	: 入力	: L (m) (リング状の仮想震源の半径)	
R	: 入力	: r (m)	
B0	: 出力	: $J_0(kr)$	} 無次元量
B1	: 出力	: $J_1(kr)$	
B2	: 出力	: $\frac{dJ_1(kr)}{dr}$ ($r=0$ に対しては $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{dJ_1(kr)}{dr} = \frac{k}{2}$)	} 単位(1/m)
B3	: 出力	: $\frac{J_1(kr)}{r}$ ($r=0$ に対しては $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{J_1(kr)}{r} = \frac{k}{2}$)	
EPS	: 出力	: $\varepsilon_k = \begin{cases} 1 & - k=0 \\ 2 & - k \geq 1 \end{cases}$	

CALL BESSEL (Z, B0, B1)

(機能) Bessel 関数 $J_0(Z)$, $J_1(Z)$ を計算する.

(変数の説明)

Z	: 入力	: 変数
B0	: 出力	: $J_0(Z)$
B1	: 出力	: $J_1(Z)$

CALL DISLOCATION (NS, XS, YS, ZS, ITYPE, THE0, TAU, AMP, TR)

(機能) 断層上の破壊伝播の情報を読み込んで、対応する point force のパラメータを設定する.

(変数の説明)

NS	: 出力	: point force の数 (NL*NW*15 により計算される)
XS	: 出力	: ソースの x 座標 (m)
YS	: 出力	: ソースの y 座標 (m)
ZS	: 出力	: ソースの z 座標 (m)
ITYPE	: 出力	: ソースのタイプ 2 : vertical point force 3 : horizontal point force 4 : vertical point force の作用点深度に関する微分 5 : horizontal point force の作用点深度に関する微分
THE0	: 出力	: point force の作用する方向 (ラジアン) vertical point force のとき 下向きが 0 horizontal point force のとき +x 方向が 0 + y 方向が $\pi/2$
TAU	: 出力	: ソースの作用する時刻 (s)
AMP	: 出力	: ソースの大きさ 単位は ITYPE=2,3 のとき m^2 ITYPE=4,5 のとき m^3
TR	: 出力	: ライズタイム (s)

CALL DVPF (OM, AK, AL, VP, VS, RHO, ANU, GAMMA, P_{us}, P_{ds}, SV_{us}, SV_{ds})

(機能) Vertical point force の作用点深度に関する微分に対して震源項を計算する。

(変数の説明)

OM	: 入力	: ω (1/s)	
AK	: 入力	: κ (1/m)	
AL	: 入力	: L (m) リング状の仮想震源の半径	
VP	: 入力	: 複素 P 波速度 (m/s)	
VS	: 入力	: 複素 S 波速度 (m/s)	
RHO	: 入力	: 密度 (t/m ³)	
ANU	: 入力	: ν (1/m)	
GAMMA	: 入力	: γ (1/m)	
P _{us}	: 出力	: 震源項 (upcoming P wave)	} 単位は ($m^{-1} s^2 t^{-1}$)
P _{ds}	: 出力	: 震源項 (downgoing P wave)	
SV _{us}	: 出力	: 震源項 (upcoming SV wave)	
SV _{ds}	: 出力	: 震源項 (downgoing SV wave)	

CALL EXPLOSION (OM, AK, AL, VP, ANU, P_{us}, P_{ds})

(機能) Explosion の場合の震源項を計算する。

(変数の説明)

OM	: 入力	: ω (1/s)	
AK	: 入力	: κ (1/m)	
AL	: 入力	: L (m) リング状の仮想震源の半径	
VP	: 入力	: 複素 P 波速度 (m/s)	
ANU	: 入力	: ν (1/m)	
P _{us}	: 出力	: 震源項 (upcoming P wave) (1/m ²)	
P _{ds}	: 出力	: 震源項 (downgoing P wave) (1/m ²)	

CALL FFT (N, X, IND)

(機能) FFT を実行する.

(変数の説明)

N : 入力 : FFT の大きさ
 X : 入力 : FFT の基になるデータ
 出力 : IND = -1 のとき、

$$\sum_{m=1}^N X(m)e^{-i\left(\frac{2\pi(k-1)(m-1)}{N}\right)}$$

 IND = 1 のとき

$$\sum_{m=1}^N X(m)e^{i\left(\frac{2\pi(k-1)(m-1)}{N}\right)}$$

 IND : 入力 : 順変換のとき -1
 : 逆変換のとき 1

CALL HPF (OM, AK, AL, VP, VS, RHO, ANU, GAMMA, P_{us}, P_{ds}, SV_{us}, SV_{ds}, SH_{us}, SH_{ds})

(機能) Horizontal point force の場合の震源項を計算する.

(変数の説明)

OM : 入力 : ω (1/s)
 AK : 入力 : κ (1/m)
 AL : 入力 : L (m) リング状の仮想震源の半径
 VP : 入力 : 複素 P 波速度 (m/s)
 VS : 入力 : 複素 S 波速度 (m/s)
 RHO : 入力 : 密度 (t/m³)
 ANU : 入力 : ν (1/m)
 GAMMA : 入力 : γ (1/m)
 P_{us} : 出力 : 震源項 (upcoming P wave)
 P_{ds} : 出力 : 震源項 (downgoing P wave)
 SV_{us} : 出力 : 震源項 (upcoming SV wave)
 SV_{ds} : 出力 : 震源項 (downgoing SV wave)
 SH_{us} : 出力 : 震源項 (upcoming SH wave)
 SH_{ds} : 出力 : 震源項 (downgoing SH wave)

} 単位は
(m s⁻² t⁻¹)

CALL DHPF (OM, AK, AL, VP, VS, RHO, ANU, GAMMA, P_{us}, P_{ds}, SV_{us}, SV_{ds}, SH_{us}, SH_{ds})

(機能) Horizontal point force の作用点深度に関する微分に対して震源項を計算する.

(変数の説明)

OM	: 入力	: ω (1/s)	
AK	: 入力	: κ (1/m)	
AL	: 入力	: L (m) リング状の仮想電源の半径	
VP	: 入力	: 複素 P 波速度 (m/s)	
VS	: 入力	: 複素 S 波速度 (m/s)	
RHO	: 入力	: 密度 (t/m ³)	
ANU	: 入力	: ν (1/m)	
GAMMA	: 入力	: γ (1/m)	
P _{us}	: 出力	: 震源項 (upcomming P wave)	} 単位は (s ² t ⁻¹)
P _{ds}	: 出力	: 震源項 (downgoing P wave)	
SV _{us}	: 出力	: 震源項 (upcomming SV wave)	
SV _{ds}	: 出力	: 震源項 (downgoing SV wave)	
SH _{us}	: 出力	: 震源項 (upcomming SH wave)	
SH _{ds}	: 出力	: 震源項 (downgoing SH wave)	

CALL IMAT (A, C, N)

(機能) 逆行列を計算する.

(変数の説明)

A	: 入力	: 逆行列を計算すべき行列 A
C	: 出力	: A ⁻¹
N	: 入力	: 行列の大きさ

CALL LAYER (H, VP, VS, RHO, NL)

(機能) 地層情報を読む。

(変数の説明)

H	: 層厚 (m)	}	出力
VP	: 複素 P 波速度 (m/s)		
VS	: 複素 S 波速度 (m/s)		
RHO	: 密度 (t/m ³)		
NL	: 層数 (HALF SPACE は数えない)		

CALL MSVECTOR (OM, AK, ZSITE, ANU, GAMMA, AMU, H, VP, VS, P_u, P_d, SV_u, SV_d, SH_u, SH_d, V1, V2, H1)

(機能) 与えられたサイトの深度での motion-stress vector を計算する。

(変数の説明)

OM	: 入力	: ω (1/s)	}	単位は ITYPE = 2 のとき (s^2t^{-1}) = 3 のとき (ms^2t^{-1}) = 4 のとき ($m^{-1}s^2t$) = 5 のとき (s^2t^{-1})
AK	: 入力	: κ (1/m)		
ZSITE	: 入力	: サイトの層内での深度 (m)		
ANU	: 入力	: サイトのある層の ν (1/m)		
GAMMA	: 入力	: サイトのある層の γ (1/m)		
AMU	: 入力	: サイトのある層の μ (tf/m ²)		
H	: 入力	: サイトのある層の層厚 (m)		
VP	: 入力	: サイトのある層の複素 P 波速度 (m/s)		
VS	: 入力	: サイトのある層の複素 S 波速度 (m/s)		
P _u	: 入力	: サイトのある層の upcoming P wave の振幅		
P _d	: 入力	: サイトのある層の downgoing P wave の振幅		
SV _u	: 入力	: サイトのある層の upcoming SV wave の振幅		
SV _d	: 入力	: サイトのある層の downgoing SV wave の振幅		
SH _u	: 入力	: サイトのある層の upcoming SH wave の振幅		
SH _d	: 入力	: サイトのある層の downgoing SH wave の振幅		
V1	: 出力	: motion-stress vector		
V2	: 出力	: motion-stress vector		
H1	: 出力	: motion-stress vector		

CALL PMAT (A, B, C, N)

(機能) 行列の積の計算を行う
 $C = AB$

(変数の説明)

A : 入力 : 行列 A
B : 入力 : 行列 B
C : 出力 : 行列 C
N : 入力 : 行列の大きさ

CALL PMAT2 (A, X, Y, N)

(機能) 次の計算を行う
 $y = Ax$

(変数の説明)

A : 入力 : 係数行列
X : 入力 : ベクトル x
Y : 出力 : ベクトル y
N : 入力 : 係数行列の大きさ

**CALL PROPAGATE (NL, IS, ZS, ANU, GAMMA, H,
 GTUV11, GTUV12, GTUV21, GTUV22,
 GTDV11, GTDV12, GTDV21, GTDV22,
 GRUV11, GRUV12, GRUV21, GRUV22,
 GRDV11, GRDV12, GRDV21, GRDV22,
 GTUH, GTDH, GRUH, GRDH,
 P_{us}, P_{ds}, SV_{us}, SV_{ds}, SH_{us}, SH_{ds},
 P_u, P_d, SV_u, SV_d, SH_u, SH_d,
 XP, YP, XSV, YSV, XSH, YSH)**

(機能) 震源項を入力して各層の P 波、SV 波、SH 波の振幅を求める。

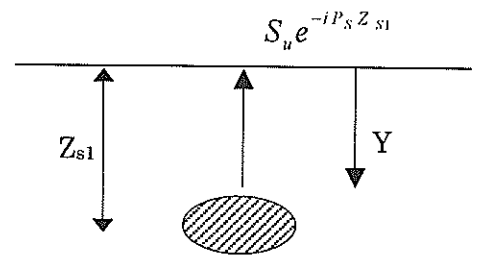
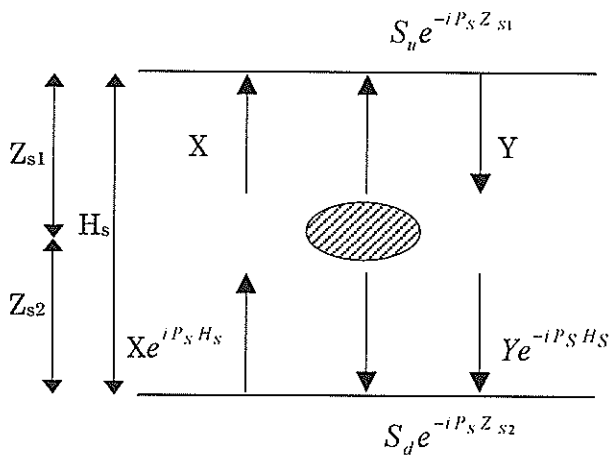
(変数の説明)

NL	: 入力	: 層数	
IS	: 入力	: 震源の存在する層の番号	
ZS	: 入力	: 震源の震源層内での深度 (m)	
ANU	: 入力	: 震源層の ν (1/m)	
GAMMA	: 入力	: 震源層の γ (1/m)	
H	: 入力	: 震源層の層厚 (m)	
GTUV11~22	: 入力	: \tilde{T}_u	} P-SV 波に対応. 無次元量.
GTDV11~22	: 入力	: \tilde{T}_d	
GRUV11~22	: 入力	: \tilde{R}_u	
GRDV11~22	: 入力	: \tilde{R}_d	
GTUH	: 入力	: \tilde{T}_u	} SH 波に対応. 無次元量.
GTDH	: 入力	: \tilde{T}_d	
GRUH	: 入力	: \tilde{R}_u	
GRDH	: 入力	: \tilde{R}_d	
P _{us}	: 入力	: 震源項	} 単位は ITYPE = 2 のとき $(s^2 t^{-1})$ = 3 のとき $(ms^2 t^{-1})$ = 4 のとき $(m^{-1} s^2 t^{-1})$ = 5 のとき $(s^2 t^{-1})$
P _{ds}	: 入力	: 震源項	
SV _{us}	: 入力	: 震源項	
SV _{ds}	: 入力	: 震源項	
SH _{us}	: 入力	: 震源項	
SH _{ds}	: 入力	: 震源項	
P _u	: 出力	: (upcoming P wave の振幅)	
P _d	: 出力	: (downgoing P wave の振幅)	

SV _u	: 出力	: (upcoming SV wave の振幅)	単位は ITYPE = 2 のとき $(s^2 t^{-1})$ = 3 のとき $(ms^2 t^{-1})$ = 4 のとき $(m^{-1} s^2 t^{-1})$ = 5 のとき $(s^2 t^{-1})$
SV _d	: 出力	: (downgoing SV wave の振幅)	
SH _u	: 出力	: (upcoming SH wave の振幅)	
SH _d	: 出力	: (downgoing SH wave の振幅)	
XP	: 出力	: P 波に対する図の X	
YP	: 出力	: P 波に対する図の Y	
XSV	: 出力	: SV 波に対する図の X	
YSV	: 出力	: SV 波に対する図の Y	
XSH	: 出力	: SH 波に対する図の X	
YSH	: 出力	: SH 波に対する図の Y	

1) $1 \leq IS \leq NS$ の時

2) $IS = NS + 1$ の時



**CALL RT (OM, AK, NL, H, VP, VS, ANU, GAMMA, AMU,
 GTUV11, GTUV12, GTUV21, GTUV22,
 GTDV11, GTDV12, GTDV21, GTDV22,
 GRUV11, GRUV12, GRUV21, GRUV22,
 GRDV11, GRDV12, GRDV21, GRDV22,
 GTUH, GTDH, GRUH, GRDH)**

(機能) R/T coefficients を計算する.

(変数の説明)

OM	: 入力	: ω (1/s)	
AK	: 入力	: κ (1/m)	
NL	: 入力	: 層数	
H	: 入力	: 層厚 (m)	
VP	: 入力	: 複素 P 波速度 (m/s)	
VS	: 入力	: 複素 S 波速度 (m/s)	
ANU	: 入力	: ν (1/m)	: P 波の波数の Z 成分
GAMMA	: 入力	: γ (1/m)	: S 波の波数の Z 成分
AMU	: 入力	: μ (単位は何でもよい)	
GTUV11~22	: 出力	: \tilde{T}_u	} P-SV 波に対応. 無次元量.
GTDV11~22	: 出力	: \tilde{T}_d	
GRUV11~22	: 出力	: \tilde{R}_u	
GRDV11~22	: 出力	: \tilde{R}_d	
GTUH	: 出力	: \tilde{T}_u	} SH 波に対応. 無次元量.
GTDH	: 出力	: \tilde{T}_d	
GRUH	: 出力	: \tilde{R}_u	
GRDH	: 出力	: \tilde{R}_d	

CALL RTHETA (NS, NSITE, XS, YS, XSITE, YSITE, R, THE)

(機能) ソースとサイトの水平面内での位置から r と θ を計算する.

(変数の説明)

NS	: 入力	: ソースの数
NSITE	: 入力	: サイトの数
XS	: 入力	: ソースの x 座標 (m)
YS	: 入力	: ソースの y 座標 (m)
XSITE	: 入力	: サイトの x 座標 (m)
YSITE	: 入力	: サイトの y 座標 (m)
R	: 出力	: r (m)
THE	: 出力	: θ (ラジアン)

CALL SITE (NSITE, XSITE, YSITE, ZSITE)

(機能) サイトの位置を読み込む.

(変数の説明)

NSITE	: 出力	: サイト数
XSITE	: 出力	: サイトの x 座標 (m)
YSITE	: 出力	: サイトの y 座標 (m)
ZSITE	: 出力	: サイトの z 座標 (m)

CALL SITELOCATION (NL, H, NSITE, ZSITE, ISITE, NS, ZS)

(機能) サイトの深度を地表からの深度から各層内での深度に変換する。
また、サイトの存在する層の番号を ISITE に書き込む。
さらに、サイトとソースの深度が近すぎる時は、ソースをほんの少し
ずらす。

(変数の説明)

NL	: 入力	: 層数
H	: 入力	: 層厚 (m)
NSITE	: 入力	: サイトの数
ZSITE	: 入力	: サイトの地表からの深度 (m)
	: 出力	: サイトの各層内での深度 (m)
ISITE	: 出力	: サイトの属する層の番号
NS	: 入力	: ソースの数
ZS	: 入力	: ソースの各層内での深度 (m)
	: 出力	: ソースの各層内での変換された深度 (m)

CALL SLOCATION (NL, H, NS, ZS, IS)

(機能) ソースの深度を地表からの深度から各層内での深度に変換する。
また、ソースの存在する層の番号を IS に書き込む。

(変数の説明)

NL	: 入力	: 層数
H	: 入力	: 層厚 (m)
NS	: 入力	: ソースの数
ZS	: 入力	: ソースの地表からの深度 (m)
	: 出力	: ソースの各層内での深度 (m)
IS	: 出力	: ソースの属する層の番号

(IS = NS + 1 なら、ソースは HALF SPACE 内にあることを
意味する)

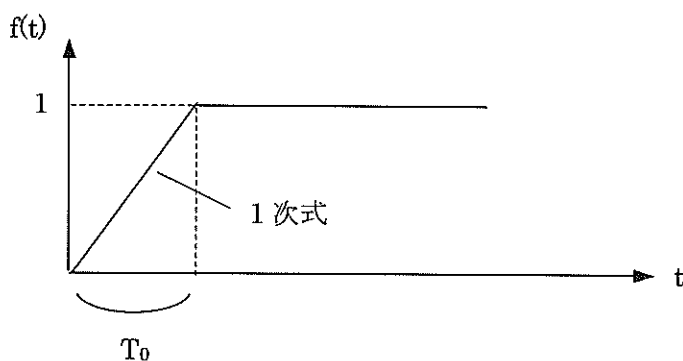
CALL STFIA (DT, F, T0, DURATION)

(機能) 震源時間関数 (1 次式) のフーリエ変換を与える

(変数の説明)

DT	: 入力	: 時間に関するサンプリング間隔
F	: 出力	: 震源時間関数のフーリエ変換 (s)
T0	: 入力	: ライズタイム (s)
DURATION	: 入力	: 時間 window (s)

(T_0 が小さいのに、DT が大きいと当然ながらうまくいかないので注意)



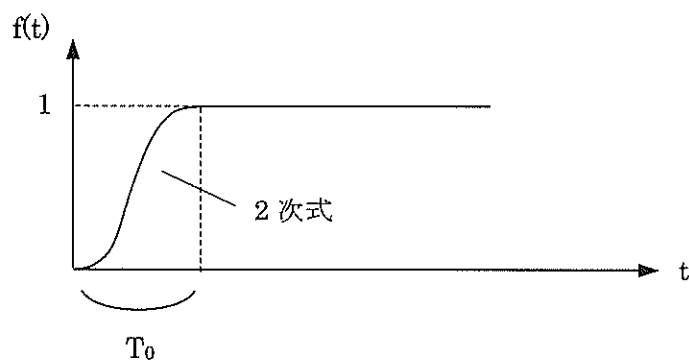
(滑り速度時間関数は函型関数)

CALL STF2A (DT, F, T0, DURATION)

(機能) 震源時間関数 (2次式) のフーリエ変換を与える

(変数の説明)

DT	: 入力	: 時間に関するサンプリング間隔
F	: 出力	: 震源時間関数のフーリエ変換 (s)
T0	: 入力	: ライズタイム (s)
DURATION	: 入力	: 時間 window (s)



(滑り速度時間関数は二等辺三角形)

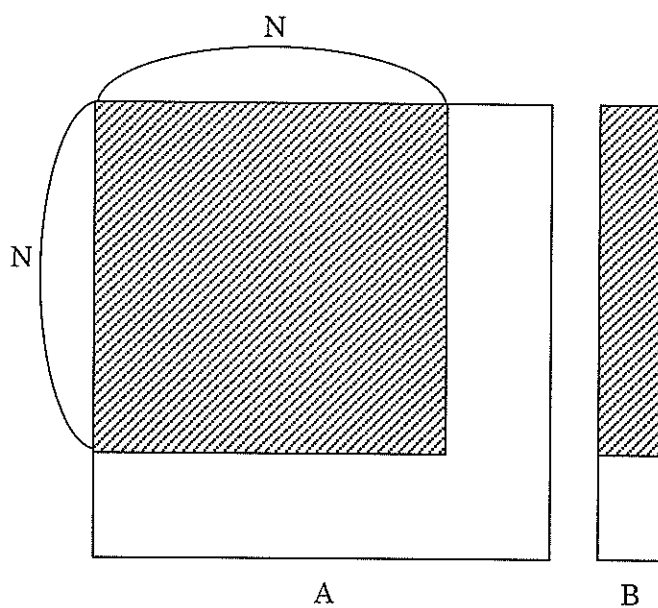
CALL SWEEPOUT3 (A, B, N)

(機能) 連立一次方程式を解く

(変数の説明)

A : 入力 : 係数行列
B : 入力 : 右辺ベクトル
: 出力 : 連立一次方程式の解
N : 入力 : 解くべき問題の大きさ

配列として宣言されている A や B のうちハッチングをした部分が計算に用いられる。



残りの白い部分には、仮に数字が入っていても (答) には影響しない。

CALL VPF (OM, AK, AL, VP, VS, RHO, ANU, GAMMA, P_{us}, P_{ds}, SV_{us}, SV_{ds})

(機能) Vertical point force の場合の震源項を計算する.

(変数の説明)

OM	: 入力	: ω (1/s)	
AK	: 入力	: κ (1/m)	
AL	: 入力	: L (m) リング状の仮想震源の半径	
VP	: 入力	: 複素 P 波速度 (m/s)	
VS	: 入力	: 複素 S 波速度 (m/s)	
RHO	: 入力	: 密度 (t/m ³)	
ANU	: 入力	: ν (1/m)	
GAMMA	: 入力	: γ (1/m)	
P _{us}	: 出力	: 震源項 (upcoming P wave)	} 単位は (s ² t ⁻¹)
P _{ds}	: 出力	: 震源項 (downgoing P wave)	
SV _{us}	: 出力	: 震源項 (upcoming SV wave)	
SV _{ds}	: 出力	: 震源項 (downgoing SV wave)	

CALL WaveNumber (OM, AK, NL, VP, VS, RHO, ANU, GAMMA, AMU)

(機能) 各層における $\nu = \sqrt{k_\alpha^2 - k^2}$, $\gamma = \sqrt{k_\beta^2 - k^2}$, μ を求める.

(変数の説明)

OM	: 入力	: ω (1/s)
AK	: 入力	: κ (1/m)
NL	: 入力	: 層数
VP	: 入力	: 複素 P 波速度 (m/s)
VS	: 入力	: 複素 S 波速度 (m/s)
RHO	: 入力	: ρ (t/m ³)
ANU	: 出力	: ν (1/m)
GAMMA	: 出力	: γ (1/m)
AMU	: 出力	: μ (tf/m ²)

(使用許諾契約)

独立行政法人港湾空港技術研究所（以下、「港空研」と言います。）は、本CDに収録された離散化波数法等の3つのフォートランソースプログラム（以下、「離散化波数法等ソースプログラム」と言います。）を使用する権利を本契約書の条項にもとづき許諾し、離散化波数法等ソースプログラムの利用者（以下、「ユーザー」と言います。）も本契約書にご同意いただくものとします。

●離散化波数法等ソースプログラムの著作権は港空研および港湾空港技術研究所資料 No.1037 の著者が所有しています。よって、ユーザーによる著作権法などに違反する行為は禁止します。なお、港空研は、他の著作権者の承諾を得てユーザーと本契約を締結し、離散化波数法等ソースプログラムの使用を許諾するものです。

●本契約における使用権は、ユーザーが本契約書に同意したときから発生します。ユーザーが本契約のいずれかの条項に違反したとき、著作権者はユーザーの使用権を終了させることができます。

●著作権者は、離散化波数法等ソースプログラムを使用する権利を、本契約書に同意したユーザーに対してのみ許諾します。よって、離散化波数法等ソースプログラム（次項により複製・解析・改変したものを含むがこれに限られない）の第三者への譲渡、貸与、賃貸、送信、送信可能化、再使用許諾は一切認めないものとします。

●ユーザーが本契約書にもとづき著作権者から提供された離散化波数法等ソースプログラムについては、ユーザーは複製・解析・改変することができるものとします。

●離散化波数法等ソースプログラムの内容・使用方法・計算結果・その他関連する事項に関するユーザーからの質問について、著作権者は回答の義務を負いません。

●離散化波数法等ソースプログラムの全部もしくは一部の使用による計算結果を報告書や論文等に記載もしくは投稿する場合には、港湾空港技術研究所資料 No.1037 を引用する義務を負うものとします。

●離散化波数法等ソースプログラムの全部もしくは一部の使用による計算結果について、著作権者は、何ら保証するものではなく、また、その一切の責任を負いません。よって、計算結果の利用はユーザー自身のリスク負担と責任において行うものとします。また、著作権者は離散化波数法等ソースプログラムについて一切の瑕疵担保責任を負いません。離散化波数法等ソースプログラムの全部もしくは一部の利用によって、直接または間接的に如何なる損害・トラブル等を生じさせても、著作権者は一切の責任を負いません。また、著作権者は、特定目的への適合性の保証あるいは第三者の権利の無侵害の保証など、いかなる種類の保証も、明示、黙示を問わず、一切しません。よって、著作権者は離散化波数法等ソースプログラムに関するいかなる保証も行いません。さらに、離散化波数法等ソースプログラムを使用した結果の影響に関しても一切の責任を負わないものとします。

●本契約のいずれかの条項またはその一部が法律により無効となった場合にはかかる部分は本契約から自動的に削除されるものとしますが、その他の部分は依然として有効に存続するものとします。

●本契約の準拠法は日本法とします。また、万一、離散化波数法等ソースプログラムまたは本契約に起因し、またはこれらに関連して何らかの紛争が発生し、話し合いで解決しないときは、日本国の東京地方裁判所を第一審の専属管轄裁判所とすることに、港空研とユーザーは合意します。港空研以外の著作権者とユーザーとの間の紛争についても同様とします。

港湾空港技術研究所資料 No. 1037

2002. 12

編集兼発行人 独立行政法人港湾空港技術研究所

発行所 独立行政法人港湾空港技術研究所
横須賀市長瀬3丁目1番1号

TEL:0468(44)5040 URL:<http://www.pari.go.jp/>

印刷所 横浜ハイテクプリンティング株式会社

Copyright ©(2002) by PARI

All rights reserved. No part of this book must be reproduced by any means, without the written permission of the President of PARI.

この資料は、港湾空港技術研究所理事長の承認を得て刊行したものである。したがって、本報告書の全部または一部の転載、複写は港湾空港技術研究所理事長の文書による承認を得ずしてこれを行ってはならない。