

補佐官

港湾技研資料

TECHNICAL NOTE OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

No. 460 Sept. 1983

鉄筋コンクリート部材の有限要素法による非線形解析

横 田 弘
清 宮 理

運輸省港湾技術研究所



目 次

要 旨	3
1. ま え が き	3
2. 鉄筋コンクリート部材のモデル化	4
2.1 鉄筋とコンクリートのモデル化	4
2.2 コンクリートのひびわれの発生と進展	6
2.3 鉄筋とコンクリート間の付着	8
3. 材料の特性	8
3.1 コンクリートの応力とひずみの関係	8
3.2 鉄筋の応力とひずみの関係	10
3.3 降伏面と降伏の判定	11
3.4 ひびわれ面での力の伝達	13
4. 有限要素法による材料非線形解析手法	15
4.1 要素の剛性マトリックスの作成	15
4.2 材料非線形解析の手順	16
5. 鉄筋コンクリートはりでの非線形解析手法の検証	18
5.1 入力条件が計算結果に及ぼす影響	18
5.2 実験結果との対比	27
6. 結 論	32
7. あ と が き	32
参 考 文 献	33

Non-linear Analyses of Reinforced Concrete Members by Finite Element Method

Hiroshi YOKOTA*
Osamu KIYOMIYA**

Synopsis

Reinforced concrete structures in deep sea are subjected to large forces of waves, earthquakes and so on. Offshore structures must keep proper safety under these forces. Ultimate strengths, deformations and so on of the important offshore structures can be evaluated by the structural analyses based on non-linear behaviours of reinforcing bars and concrete. Non-linear analyses by finite element method are applied to reinforced concrete beams and the calculation results are compared with the experiment results.

The summaries of the results in this paper are shown as follows.

1. Calculation results obtained by finite element method considered material non-linear properties are comparatively in accord with experiment results. It becomes clear that the calculation model in this paper is effective to analyze the reinforced concrete members.
2. Aggregate interlock and dowel action of reinforcing bar play important roles of estimating the strength of reinforced concrete members.
3. Slip behaviour between reinforcing bar and concrete has little influence on the cracking load, the ultimate load and so on.

* Member of Subaqueous Tunnels and Pipelines Laboratory, Structures Division
** Chief of Subaqueous Tunnels and Pipelines Laboratory, Structures Division

鉄筋コンクリート部材の有限要素法による非線形解析

横 田 弘*
清 宮 理**

要 旨

水深の大きい海域に建設される鉄筋コンクリート製の海洋構造物は、従来よりも強大な波力や地震力などを受ける可能性がある。このような外力に対して構造物が適正な安全性を有していなければならない。

このため、従来の部材中心の弾性解析法とともに、鉄筋コンクリート構造物での荷重と変位との関係の非線形性を考慮したより実際の現象に即した解析法によっても安全性の評価を行っておく必要がある。

このような観点から、有限要素法による材料非線形性を考慮した構造解析法を構造物の安全性の評価に適用することが考えられる。本資料では、有限要素法によって構造解析を行う際の必要なモデル化の手法や入力条件の設定などについての基礎的な情報の整理を行った。また、今回作成した非線形解析プログラムを用いて鉄筋コンクリートはりの解析を行い、設定した入力条件がどの程度計算結果に影響を及ぼすかを調べた。さらに、はりの載荷実験結果と計算結果とを比較検討し、本資料で用いた計算モデルの妥当性の評価を行った。その結果、以下に示す主要な結論を得た。

- ① 本資料で用いた有限要素モデルにより得られた計算結果は、鉄筋コンクリートはり部材の載荷実験結果と比較的良く一致しており、計算モデルの妥当性が確認できた。
- ② ひびわれ面での骨材のかみ合わせ及び鉄筋のダウエル作用による力の伝達が計算結果に及ぼす影響は大きかった。
- ③ 鉄筋とコンクリート間の滑りがはりのひびわれ発生荷重や終局耐力などに及ぼす影響は小さかった。

1. ま え が き

水深の大きい海域での海洋開発が計画・実施されるに伴い、海洋構造物もこの水深の大きい地点に建設される機会が増してきた。これら海洋構造物は、鋼だけでなく鉄筋コンクリートあるいはプレストレストコンクリートで建設される。この1例として、北海で建設されている掘削・貯油施設がある。鉄筋コンクリートあるいはプレストレストコンクリートにより建設された大規模な海洋構造物と言える。

大水深での海洋構造物は、構造物の規模が大型化するとともに、作用する波力、地震力、発生する地盤反力なども大きくなることが予想される。そのため、これらの

外力に耐え、あるいは外力を低減する目的で、従来のケーソン構造だけでなく円形部材、三角形部材などを有する種々の構造型式が考案されている。この際、海洋構造物には、かなり大きな軸力、曲げモーメント及びせん断力が発生する可能性がある。

従来の構造設計では、設計に考慮する外力に対し、材料に生ずる応力度が許容応力度以下であることを基本思想としてきた。この設計では、大規模な構造物あるいは新しい型式の部材を有する構造物の安全性を適切に評価できるとは限らない。必要な安全性を確保しつつ建設費を低減することが要求される海洋構造物では、従来の構造設計の思想でなく、次のような思想で設計を行うことも考えられる。海洋構造物が使用期間中にある頻度以上

* 構造部 沈埋構造研究室
** 構造部 沈埋構造研究室長

で遭遇する波浪、地震などを受けた際、構造物内に発生する力やモーメントに対して構造物が安全である必要がある。すなわち、万一損傷を受けたとしても軽微な範囲内であり、構造物としての機能が継続される必要がある。また、使用期間内にそれらが発生する頻度は低いが、強大な台風や大規模な地震などによりさらに大きな外力が構造物に作用する場合がある。これらの外力に対しては、構造物の局部的な損傷は許容するが、全体に及ぶ崩壊や重大な事故に結びつかないようにしておく必要がある。このような考え方が構造物の設計に一部取入れられつつある。

以上述べた思想で構造設計を行うためには、鉄筋コンクリート製構造物の耐力、変形能力（じん性率^{注)}、エネルギー吸収率などに関する情報を構造物の使用限界時及び崩壊に至る終局時にわたって得ておく必要がある。すなわち、構造物の非線形挙動の把握が不可欠となる。鉄筋コンクリートの構成材料であるコンクリートや鉄筋の応力とひずみの関係は非線形性を示す。また、大きな外力を受けた場合には、コンクリートにひびわれが発生したり、鉄筋とコンクリート間に滑りが生じたりする。このようなことから、鉄筋コンクリート構造物での荷重と変位の関係は非線形となる。したがって、何らかの手法により、鉄筋コンクリート構造物の非線形挙動の解析を適切に行っておく必要がある。非線形解析を行う手法として、主に載荷実験などによる実証的方法と数値計算による方法の2種類がある。大規模な構造物や複雑な形状の構造物では、実証的な解析にはおのずと限界がある。数値計算法には、有限要素法、境界要素法、差分法などがある。有限要素法は、海洋構造物の弾性解析にも有効な手法であり¹⁾種々の構造型式への適用、各種の外力の取扱い、境界条件の設定などが容易に行える。また、有限要素法は比較的精度良く現象を追跡できる。このような観点などから、非線形解析を行う手法として、有限要素法の採用が考えられる。

有限要素法を鉄筋コンクリート部材の非線形解析に適用する試みは、1967年NgoとScordelisにより初めて発表された²⁾以後多くの計算モデルの提案や数値計算法の開発がなされてきた。有限要素法を用いた鉄筋コンクリートの解析には、コンクリート及び鉄筋の力学特性、ひびわれ、鉄筋とコンクリート間の付着特性などの基本的な力学的性質を適正に評価して計算モデルに組込む必要がある。また、モデルの種類や入力条件の設定などが

計算結果に大きな影響を及ぼす。計算モデルの種類や入力条件の設定などは、実験結果や現地観測結果などとの比較で、その妥当性が評価される。しかし、鉄筋とコンクリート間の付着、鉄筋の重ね継手、スターアップの配置などのミクロ的なことで、構造物の力学的特性が支配される場合がある。また、力学的特性だけでなく、コンクリートの乾燥収縮によるひびわれ、化学的性質の変化などによって力学的特性が影響を受けるため、十分に満足できるモデル化の手法は提案されていない。現在では、有限要素法によりどの範囲までモデル化できるか、また適用する限界はどの程度かなどの点が重要な課題の一つとなっている。

本資料では、鉄筋コンクリート製の海洋構造物での部材を対象とした非線形挙動の解析を有限要素法により行い、安全性と経済性の両面を満足する評価手法を確立するための一段階として、適正なモデルの作成方法、非線形解析の手順などの基礎的な情報の整理を行う。さらに、今回作成した有限要素法による非線形構造解析プログラムを用いて、鉄筋コンクリートはりの解析を行う。その際、入力条件や設定した諸定数がどの程度計算結果に影響を及ぼすかを調べる。また、鉄筋コンクリートはりの載荷実験の結果、例えば荷重-変位曲線、ひびわれの発生と進展の状況などに関して、どの程度追跡、再現できるかを調べ、計算モデルの妥当性の評価を行う。

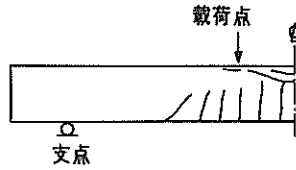
2. 鉄筋コンクリート部材のモデル化

2.1 鉄筋とコンクリートのモデル化

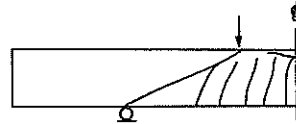
鉄筋コンクリートはりを例にとると、図-1に示すような3種類の破壊形式がある。はりの破壊形式は、基本的には、はりの有効高さから載荷位置から支点までの距離（せん断スパン）との比により決まる。すなわち、はりの内部で、曲げ応力もしくはせん断応力のどちらが卓越するのかということにより破壊形式が異なる。有限要素法による解析では、ひびわれの発生と進展、鉄筋とコンクリート間の付着などの現象のモデル化が必要である。さらに、せん断破壊が生じる可能性のある部材のモデル化の際には、ひびわれ面でのせん断応力の伝達や鉄筋のせん断に対する抵抗などが適切にモデル化されねばならない。そして、これらのモデル化の適否が解析の対象である構造物全体の挙動に大きな影響を及ぼすことがある。したがって、モデル化の方法は、解析の対象や解明したい事項に応じて適切なものを選択する必要がある。これ

注) じん性率は、鉄筋が降伏強度に達したときの構造物の変位量と最大耐力時の変位量との比で示され、構造物の変形能力を示す指標となる。

曲げ破壊



曲げせん断破壊



せん断破壊

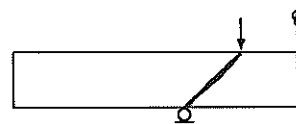


図-1 鉄筋コンクリートはりの破壊型式の概要

らの手法については、2章及び3章で述べる。

鉄筋コンクリート部材を有限要素モデル化する方法は、主に表-1に示す3種類の方法がある。これらの方法は、いずれも鉄筋コンクリート部材を鉄筋部分とコンクリート部分に分け、それぞれを要素分割する。積層化モデル(A)では、部材を厚さ方向にいくつかの層に分割するが、鉄筋の存在する層には、通常鉄筋とコンクリートの平均的な剛性が用いられる。

積層化モデルは、床版などの板構造を対象と考えられた手法である。用いる要素は、平板もしくはシェル要素であり、3次元での解析が容易に行える。しかし、前述のとおり鉄筋の存在する層の剛性に鉄筋とコンクリートについて平均された値が用いられているため、両者間の付着性状や鉄筋のダウエル効果などの現象を直接導入することが難しい。また、ひびわれ発生後の中立軸の移動

表-1 鉄筋コンクリート部材のモデル化

	A	B	C
モデルの概略図	<p>コンクリート層</p> <p>鉄筋層</p>	<p>コンクリート</p> <p>鉄筋</p>	<p>コンクリート</p> <p>鉄筋</p>
モデル化の手法	積層化モデル 鉄筋コンクリート部材を鉄筋層とコンクリート層に分割する。	鉄筋コンクリート部材をコンクリート要素と鉄筋要素とに分割し両者を付着要素で結合する。	鉄筋コンクリート部材をコンクリート要素と鉄筋要素とに分割する。おのおのの要素を付着要素で結合する。
用いる要素	平板 / シェル要素	(3次元) コンクリート …… 立体要素 鉄筋 …… 立体要素 もしくははり要素 リンク要素 (2次元) コンクリート …… 平面要素 鉄筋 …… 平面要素 もしくははり要素 リンク要素	Bモデルと同じ
特徴	<ul style="list-style-type: none"> モデル化が簡単であり、3次元での解析が容易に行える。 BやCモデルより経済的に計算できる。 ひびわれは各層ごとに発生するが、ひびわれ発生後の中立軸の移動の取扱いが難しい。 	<ul style="list-style-type: none"> ひびわれの方向や発生する領域が把握できる。 鉄筋とコンクリートの付着特性を考慮できる。 	<ul style="list-style-type: none"> モデル化が複雑であるが、ひびわれ幅、間隔などひびわれの定量的把握ができる。 鉄筋とコンクリートの付着特性を考慮できる。 ひびわれ方向、発生位置などをあらかじめ予測したモデル化が必要であり、モデル化の状態により計算結果が異なるおそれがある。

の取扱いも難しい。このようなことから、本資料では、積層化モデルに関する解析を実施しない。鉄筋コンクリートスラブの積層化モデルによる解析については、参考文献(3)に取りまとめられている。

表一のモデル(B)及び(C)は、コンクリートのひびわれの取扱い方法が異なるが、基本的には、同じ手法によるモデル化である。ひびわれの取扱い方法の詳細については、2.2で述べる。この2種類のモデルは、できる限り忠実にコンクリートと鉄筋の挙動を追跡するために考案されたものである。積層化モデルでは、解析が困難である隅角部や複雑な形状の部材の解析にも適している。また、鉄筋の状態もできる限り実際の配筋に近いようにモデル化が可能であり、主鉄筋、スターラップ、帯鉄筋などを取扱える。

2.2 コンクリートのひびわれの発生および進展

コンクリートの引張強度は、圧縮強度の1/10~1/15程度しかないため、通常の鉄筋コンクリート構造物や部材ではひびわれの発生を避けることが困難である。ひびわれの発生によって、ひびわれ直角方向に応力の伝達が行われない。この現象を有限要素モデルに導入しなければ、適正なモデル化を行ったことにならない。そのため、コンクリートの構成則にひびわれをどのような方法で取り入れるかが重要な問題であり、その方法が計算結果に与える影響もかなり大きい。しかし、コンクリートのひびわれの発生箇所には、確率的な要素もかなり含まれている。すなわち、鉄筋コンクリート構造物に外力が作用する場合、コンクリートの乾燥収縮などの原因により発生した初期ひびわれの位置からさらにひびわれが進展したり、部材内に空隙などの欠陥があると、そこを經由してひびわれが進展したりする。このようなコンクリートのひびわれ性状を計算モデルに完全に導入することは不可能である。

ひびわれのモデル化は、大別すると2通りの方法が考えられる。第1の方法は、隣接する要素間にあらかじめひびわれ面を設けて節点を分離する方法である。第2の方法は、要素内のある特定の領域にひびわれが発生するものとして、直交異方性化する方法である。

(1) 節点を分離する方法

Ngo, Scordelis は、ひびわれを前もって入れておいた鉄筋コンクリートはモデルを解析し、節点を分離する方法を適用できる可能性を示した²⁾。その後、ひびわれに関して各種の仮定が導入されたが、大別すると以下に示す4種類の方法に分類できる。

① 隣接する2つの要素での引張主応力の平均値が引張強度を超えたときにその要素間の共通の節点を切り離す⁴⁾

② ひびわれの形状、発生位置をあらかじめ決めておき、その両側に節点を設け節点同志をリンク要素(バネと等価)で結ぶ⁵⁾

③ 引張ひずみ量が臨界値をとる時にひびわれが発生する。新しい節点をひびわれ位置に導入し、幾何学的に異なる構造へ変化させることでひびわれを追跡する⁶⁾

④ ひびわれ径路にしたがって自動的に要素分割を行っていく⁵⁾

これらの方法では、ひびわれ幅や深さ、ひびわれ面を界しての力の伝達も表現できる。しかし、ひびわれ径路を予測する方法では、適切な径路を決定しないと実際とかなり異なる計算結果が得られるおそれがある。さらに、収束の段階ごとに要素の形状が変化するため計算手法が複雑で、演算時間も多くなるという欠点がある。

(2) 直交異方性化する方法

この方法では、主応力が破壊条件を越えると、その主応力に直角の方向にひびわれが発生すると仮定する。すなわち、引張主応力の方向の剛性を0として直交異方性化(局所座標系での η 方向、 ξ 方向で弾性係数及びポアソン比が異なる)し、ひびわれを表現する⁷⁾。したがって、ひびわれ間で主応力が伝達しない。ただし、せん断応力は、ひびわれ間でも伝達し、この場合、せん断剛性を $\beta G(0 \leq \beta \leq 1)$ で評価する。ここで、 G はせん断弾性係数を示す。ひびわれ面での応力の伝達については、3.4で詳しく述べる。

今、図-2に示すように、ひびわれ方向と直角方向に

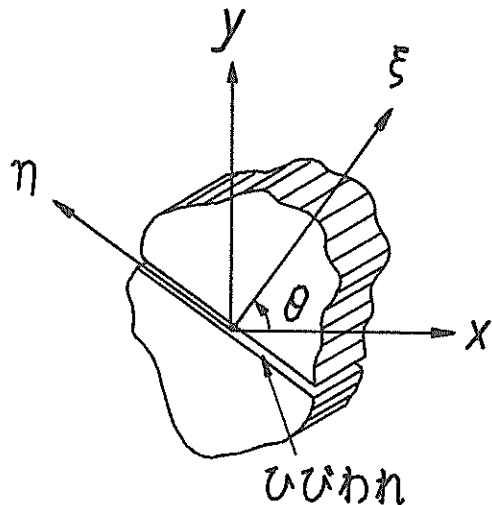
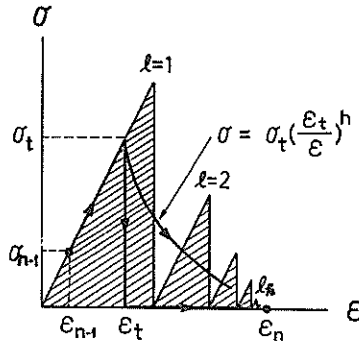


図-2 1方向ひびわれの座標系



σ_t : 引張強度
 σ_{n-1} : $n-1$ ステップでの応力
 σ_n : n ステップでの応力
 ϵ_{n-1} : $n-1$ ステップでのひずみ
 ϵ_n : n ステップでのひずみ
 l : 収束計算回数

図-3 ひびわれの発生による不釣合応力の解放

局所座標系 $\xi-\eta$ を考える。これは、ひびわれ発生前の主応力の方向と一致する。上で示した仮定に基づき、ひびわれ発生位置での剛性マトリックス $[D_{CRACK}]$ は、次式で示される。

$$[D_{CRACK}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_\eta & 0 \\ 0 & 0 & \beta G \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.1)$$

ここで、 E_η : η 方向の初期弾性係数
 G : せん断弾性係数
 β : せん断弾性係数の低下率 ($0 \leq \beta \leq 1$)

したがって、 $\xi-\eta$ 座標系での増分応力と増分ひずみの関係は、次式で示されるものとなる。

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_\xi \\ \Delta\sigma_\eta \\ \Delta\tau_{\xi\eta} \end{bmatrix} = [D_{CRACK}] \begin{bmatrix} \Delta\epsilon_\xi \\ \Delta\epsilon_\eta \\ \Delta\tau_{\xi\eta} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.2)$$

この増分応力と増分ひずみの関係を全体座標系 $x-y$ に変換する。 $x-y$ 座標系での増分応力と増分ひずみの関係は、次式で示される。

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^T [D_{CRACK}] [T] \begin{bmatrix} \Delta\epsilon_x \\ \Delta\epsilon_y \\ \Delta\tau_{xy} \end{bmatrix} \dots\dots (2.3)$$

ここで、 $[T]$ は、座標変換マトリックスであり、図-2に示す座標系では、次式で表わされる。

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & \sin\theta \cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -\sin\theta \cos\theta \\ -2\sin\theta \cos\theta & 2\sin\theta \cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \dots\dots (2.4)$$

式(2.3)でひびわれが発生した場合の直交異方性化するコンクリートの増分応力と増分ひずみの関係が表現できる。

この方法によると、荷重増分ごとに余剰な応力が蓄積される。それらの不釣合応力は等価節点力に変換され、他の要素へ解放されなければならない。不釣合応力の解

放は、図-3に示すように、各収束計算ごとにひずみ量の関数として行われる。

平面応力状態では図-4に示すように、ひびわれは、1つの箇所(積分点(4.1参照))に2面まで発生し互いに直交する。1つの箇所(積分点)に2面発生する場合には、その箇所での剛性マトリックスは、0とする。

直交異方性化することでひびわれを表現する方法は、節点の分離や移動を行わずにひびわれを考慮でき、繰返し載荷の場合の取扱いも容易である。しかし、ひびわれ間隔、幅、深さなどの定量的な評価が難しく、要素の大きさに依存してひびわれの状況が決まるという欠点がある。また、せん断剛性の低下やポアソン比の評価が難しく、要素の剛性評価に若干の問題点も残されている。

節点を分離する方法と直交異方性化する方法には、それぞれ長所や短所があり、問題点が残されている。しかし、ひびわれを実際に即して定量的に把握するためには、

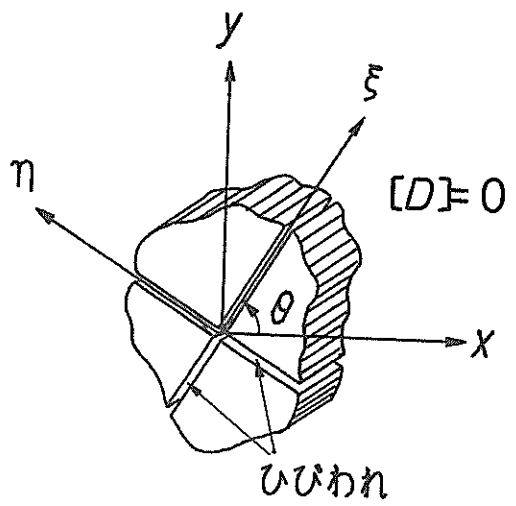


図-4 2方向ひびわれの座標系

節点を分離する方法が適している。それに対し、ひびわれの様子を予測することが難しい場合やひびわれが数多く発生する場合、経済的に計算時間を使用したい場合などには、直交異方性化する方法が適している。

2.3 鉄筋とコンクリート間の付着

鉄筋とコンクリート間の付着機構は、鉄筋とコンクリートの界面上での粘着、摩擦及びかみ合いの3作用により構成されている。鉄筋とコンクリート間の付着の解析モデルとして大別して以下の3種類が提案されている。⁸⁾

- ① 完全付着
- ② ボンド・リンク
- ③ ボンド・ゾーン

完全付着では、載荷初期から破壊に至るまで鉄筋とコンクリート間に相対的な変位(すべり)が生じないという仮定に基づくものである。しかし、実際の鉄筋コンクリート部材の実験結果では、すべりが生じることが確認されており、このような場合、付着・すべり現象を考慮せずに解析を行うと、耐力を大きめに評価することが指摘されている。⁹⁾

ボンド・リンクによるモデル化は、コンクリート要素を構成する節点と鉄筋要素を構成する節点間をボンド・リンク(バネに相当する)で結び、両節点間の相対変位量と応力(力)の伝達を表現するものである。したがって、付着応力は、図-5に示すように、相対変位の関数で表わされる。異形鉄筋の場合、鉄筋周囲のコンクリートは、異形鉄筋のフシに接触してかなりの程度まで鉄筋のひずみに追従し、その後フシの部分からひびわれが発生し、周囲のコンクリートにひびわれが進展してゆく。このひびわれ発生の様子を図-6に示す。異形鉄筋とコンクリート間の付着機構を詳細に検討するには、このようなミクロ的な現象をモデル化する手法⁸⁾などが必要である。

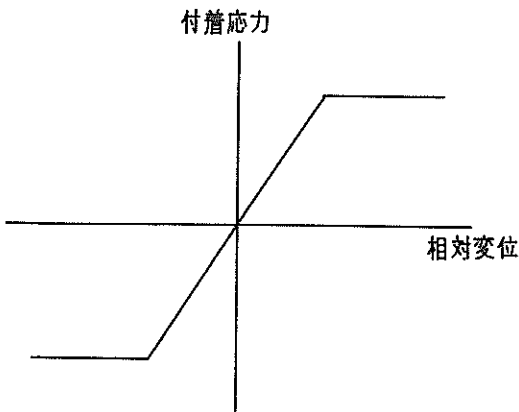


図-5 付着応力と相対変位の関係

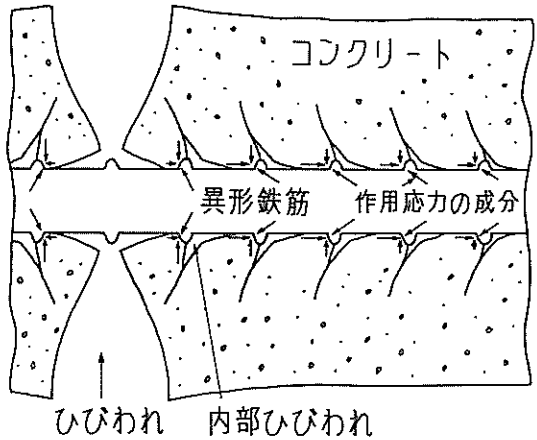


図-6 異形鉄筋周囲のコンクリートのひびわれの様子¹⁰⁾

ボンド・ゾーンを設ける手法は、鉄筋の表面からある距離までの領域に鉄筋からの付着応力が伝達されると考えて、鉄筋の周囲に一種の影響範囲を設けるものである。そして、その領域のコンクリートに直交異方性化理論を用いて、弾性係数、せん断弾性係数を低下させ、鉄筋とコンクリート間のすべりを応力により評価する。この手法を用いた場合、鉄筋面から鉄筋径の2倍以内のコンクリートのひずみは、ボンド・リンクを用いた場合よりも実験値に近くなるという報告¹¹⁾もある。ボンド・ゾーンは、鉄筋径の2倍程度の範囲まで考慮すれば良いということが実験結果及び解析結果から判断している。

3. 材料の特性

3.1 コンクリートの応力とひずみの関係

コンクリートの応力とひずみの関係は、かなり応力レベルの低い段階から非線形性を呈する。1軸圧縮応力下での応力とひずみの関係は、実験などから比較的容易に得られ、その関係を用いて構造解析や設計が行われている。例えば、梅村の e 関数法では、式(3.1)に示すように e 関数を用いて応力とひずみの関係が表わされる。¹²⁾また、土木学会の限界状態設計法試案では、式(3.2)のように表わされている。¹³⁾

$$c\eta = 6.75(e^{-0.812c\xi} - e^{-1.218c\xi}) \dots\dots\dots (3.1)$$

ただし、 $c\eta$: コンクリートの圧縮応力度を圧縮強度で除した値

$c\xi$: コンクリートの圧縮ひずみ度を最大応力度時のひずみ度で除した値

$$\sigma'_c = k_1 f'_{cd} \frac{e'_c}{0.002} \left(2 - \frac{e'_c}{0.002} \right) \quad 0 \leq e'_c \leq 0.002 \quad \dots (3.2)$$

$$\sigma'_c = k_1 f'_{cd} \quad 0.002 \leq e'_c \leq e'_{cu}$$

ただし、 σ'_c : コンクリートの圧縮応力度
 f'_{cd} : コンクリートの圧縮強度の設計用値
 k_1 : 試験供試体におけるコンクリートの圧縮強度を構造物中のコンクリートの圧縮強度に換算するための係数(=0.85)
 ϵ'_c : コンクリートの圧縮ひずみ
 ϵ'_{cu} : コンクリートの終局圧縮ひずみ(=0.0035)

2軸あるいは3軸応力下でのコンクリートの応力とひずみの関係は、1軸応力下での関係と同様に、顕著な非線形性を示す。しかし、実験の際には、載荷板と供試体との間の摩擦力を除去することが難しいといった実験手法の問題などがある。このため、多軸応力下での応力とひずみの関係は、1軸応力下での場合と比較して、精度の良いデータが十分得られていないのが現状である。

2軸あるいは3軸応力下でのコンクリートの応力とひずみの関係は、さまざまな解析式が提案されている。このうち、本資料での計算に用いたモデルの概説を行う。

① Kupfer, Gerstle のモデル¹⁴⁾

コンクリートを等方性材料とみなして、体積弾性係数(K)とせん断弾性係数(G)により、コンクリートの非線形性を表現する。

$$\frac{G_s}{G_0} = 1 - \alpha \left(\frac{\tau_0}{\sigma_{cu}} \right)^m \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

$$\frac{K_s}{K_0} = \frac{G_s}{G_0} / e^{-(c\tau_0)^p} \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

ここで G_s : 割線せん断弾性係数
 G_0 : 初期せん断弾性係数

$$(G_0 = \frac{E}{2(1+\nu)}, E: \text{初期弾性係数})$$

K_s : 割線体積弾性係数

$$K_0: \text{初期体積弾性係数} \quad (K_0 = \frac{E}{3(1-2\nu)})$$

σ_{cu} : コンクリートの1軸圧縮強度

τ_0 : 8面体せん断応力

r_0 : 8面体せん断ひずみ

α, m, c, p : 実験定数

式(3.3)及び(3.4)の割線せん断弾性係数と割線体積弾性係数を平面応力要素の材料剛性マトリックスに適用すると次式のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = 4G_s \begin{Bmatrix} 1 & \frac{3K_s - 2G_s}{2(3K_s + G_s)} & 0 \\ \frac{3K_s + G_s}{3K_s + 4G_s} & \frac{3K_s - 2G_s}{2(3K_s + G_s)} & 1 \\ 0 & 0 & \frac{3K_s + 4G_s}{4(3K_s + G_s)} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\times \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

このモデルは、主応力比を一定にした実験結果に基づいており、載荷経路の影響は、考慮されていない。また、このモデルは、単調載荷のみを対象としており、除荷や繰返し載荷は考慮されていない。

② Darwin, Pecknold の解析モデル¹⁵⁾

コンクリートが塑性領域に入ってから、それぞれの主応力方向に異なる剛性をもつ直交異方性体として扱っている。平面応力要素の応力とひずみの関係は、次式のようになる。

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{Bmatrix} E_1 & \nu\sqrt{E_1E_2} & 0 \\ \nu\sqrt{E_1E_2} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4}(E_1+E_2-2\nu\sqrt{E_1E_2}) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_2 \\ d\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

ここで、

E_i : 局所座標系での i 方向の弾性係数

ν_i : 局所座標系での i 方向のポアソン比

$$\nu = \sqrt{\nu_1\nu_2}$$

③ 塑性理論による解析モデル¹⁶⁾

2軸応力下のコンクリートの挙動を相当応力及び相当ひずみを用いて表わし、両者の関係が1軸圧縮応力下での応力とひずみの関係に等価であるとする。相当応力(f)は、Drucker-Prager の式を用いて次式で表わされる。

$$f = \alpha(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) + \sqrt{\frac{1}{6}\{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2\}} \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

ここで、 α は応力の1次不変量にかかる係数であり、Kupfer等の実験結果¹⁷⁾に合わせて $\alpha = 0.07$ とする。塑性増分理論にしたがひ、平面応力場での塑性剛性マトリックスは次式で表わされる。

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{Bmatrix} = [D^p] \begin{Bmatrix} d\epsilon_x \\ d\epsilon_y \\ d\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3.8)$$

$$[D^p] = [D^e] - \frac{[D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D^e]}{H' + \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}} \quad \dots\dots (3.9)$$

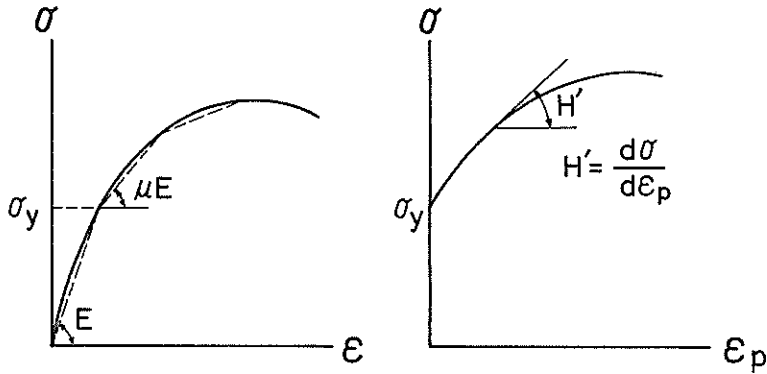


図-7 コンクリートの1軸応力-ひずみ曲線

$$[D^p] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} \frac{\bar{S}_1^2}{\bar{S}} & \frac{\bar{S}_1\bar{S}_2}{\bar{S}} & \frac{\bar{S}_1\bar{S}_3}{\bar{S}} \\ \frac{\bar{S}_1\bar{S}_2}{\bar{S}} & \frac{\bar{S}_2^2}{\bar{S}} & \frac{\bar{S}_2\bar{S}_3}{\bar{S}} \\ \frac{\bar{S}_1\bar{S}_3}{\bar{S}} & \frac{\bar{S}_2\bar{S}_3}{\bar{S}} & \frac{\bar{S}_3^2}{\bar{S}} \end{bmatrix} \dots\dots (3.10)$$

ここで、

$$\bar{S}_1 = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{\partial f}{\partial \sigma_x} + \frac{\nu E}{1-\nu^2} \frac{\partial f}{\partial \sigma_y}$$

$$\bar{S}_2 = \frac{\nu E}{1-\nu^2} \frac{\partial f}{\partial \sigma_x} + \frac{E}{1-\nu^2} \frac{\partial f}{\partial \sigma_y}$$

$$\bar{S}_3 = \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{\partial f}{\partial \tau_{xy}}$$

$$\bar{S} = H' + \frac{\partial f}{\partial \sigma_x} \bar{S}_1 + \frac{\partial f}{\partial \sigma_y} \bar{S}_2 + \frac{\partial f}{\partial \tau_{xy}} \bar{S}_3$$

H' は、材料の硬化率であり、コンクリートの1軸応力-ひずみ曲線の勾配 (H_0)から次式により求める(図-7を参照)。

$$H' = \left(\alpha - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot H_0 \dots\dots (3.11)$$

$$H_0 = \frac{d\sigma}{d\varepsilon^p} = \frac{\mu}{1-\mu} E$$

ここで、

$$\alpha = 0.07$$

E : 初期弾性係数

μ : 応力-ひずみ曲線の勾配と初期弾性係数の比

3.2 鉄筋の応力とひずみの関係

図-8に示すように、引張試験から得られる鉄筋の応力とひずみ関係は、コンクリートと異なり、降伏点に達するまでは、ほぼ直線である。降伏後は、若干のひずみ硬化を有する。したがって、鉄筋は、図-8に示すような bi-linear型の応力-ひずみ曲線で仮定されることが多い。

鉄筋コンクリート中の鉄筋は、線材であるため基本的には曲げには抵抗せず軸力を負担すると考えられている。この場合、鉄筋の応力とひずみの関係は、式(3.12)で表わされる。

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \dots\dots (3.12)$$

しかし、特にコンクリートにひびわれが発生した後、ひびわれ面を横切る鉄筋がせん断力を伝達する作用 (dowel 作用)もあり、式(3.12)のような関係では不

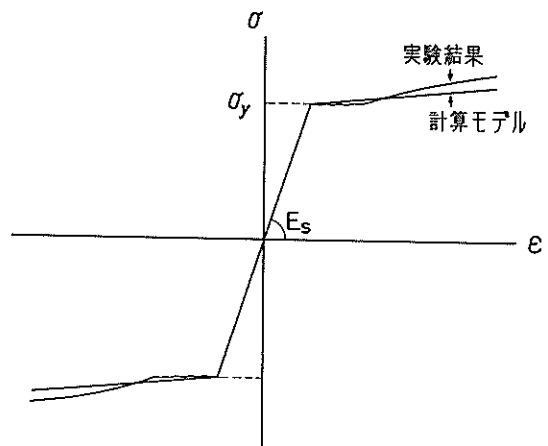


図-8 鉄筋の応力-ひずみ曲線

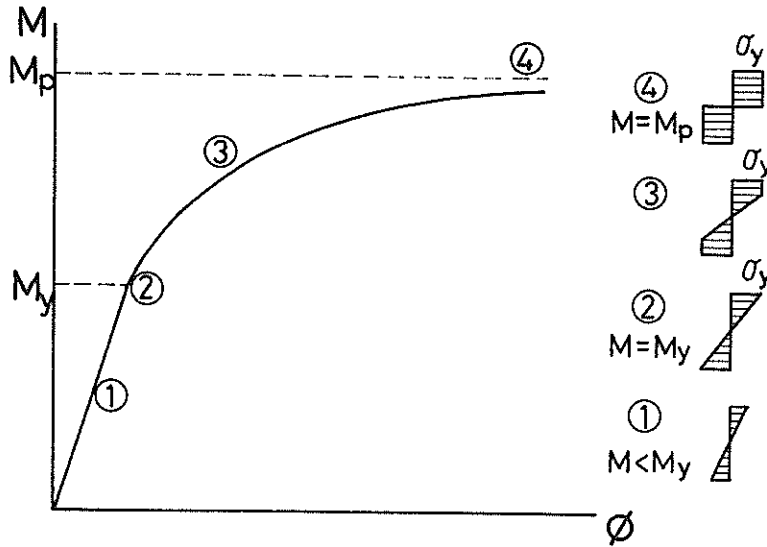


図-9 鉄筋の曲げモーメントと曲率の関係及び断面内の応力分布

十分であるとされている。このようなことから、多軸応力下での鉄筋の応力とひずみの関係も必要である。コンクリートと同様、鉄筋でも相当応力と相当ひずみの関係が1軸応力下での応力とひずみの関係に等価であるとする。相当応力は、次式により求めることができる。

$$f = \sqrt{\frac{1}{2} \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 \} + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

..... (3.13)

鉄筋をはり要素を用いてモデル化する場合、鉄筋の応力とひずみの関係は、それと等価な曲げモーメント (M) と曲率 (ϕ) の関係で表わされる。

$$\phi = \frac{M}{EI}$$

..... (3.14)

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot \frac{d}{2}$$

ここで、

I : 鉄筋の図心軸回りの断面2次モーメント

d : 鉄筋径

鉄筋の曲げモーメントと曲率の関係を図-9に示す。

図-9での関係は、鉄筋を完全弾塑性体と仮定している。

3.3 降伏面と降伏の判定

非線形性を有するコンクリートの応力とひずみの関係を複数の直線を用いて近似(図-7参照)する場合、折れ点に達したか否かの判定を行う必要がある。多軸応力下でのコンクリートでは、最終的に破壊に達する時の破壊曲面と各折れ点での降伏曲面は、相似形と通常考えられている。したがって、破壊曲面を実験結果に合わせて

求めておけば、各降伏時の判定も行える。その際用いられる実験結果は、Kupfer, Hilsdorf, Ruschにより得られたもの¹⁷⁾で、現在最も信頼されている。

この実験より得られた結果を図-10に示す。Kupferらは、主応力平面上の各象限毎に3~4種類の主応力比を選び、破壊に至るまでの応力とひずみの関係及び破壊条件についての情報を得た。

Kupfer-Gerstleのモデル¹⁴⁾では、この実験に合うように終局強度判定式を次式のように求めている。なお、この破壊曲面を図-10に示す。

$$\text{圧縮-圧縮領域: } \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{cr}} + \frac{\sigma_2}{\sigma_{cr}} \right)^2 - \frac{\sigma_1}{\sigma_{cr}} - 3.65 \frac{\sigma_2}{\sigma_{cr}} = 0$$

$$\text{圧縮-引張領域: } \frac{\sigma_2}{\sigma_t} = 1 + 0.8 \frac{\sigma_1}{\sigma_{cr}}$$

$$\text{引張-引張領域: } \sigma_2 = \sigma_1 = 0.64 \sqrt{\sigma_{cr}^2}$$

..... (3.15)

Darwin-Pecknoldのモデルも同様にKupferらの実験結果に基づいて破壊条件を定めている。

$$\text{圧縮-圧縮領域 } \sigma_{2c} = \frac{1 + 3.65\alpha}{(1+k)^2} \sigma_{cr}$$

$$\sigma_{1c} = k\sigma_{2c} \quad \text{..... (3.16)}$$

$$\text{引張-圧縮領域: } \sigma_{1,t} = (1 - 0.8 \frac{\sigma_2}{\sigma_{cr}}) \sigma_t \quad \text{..... (3.17)}$$

ここで σ_{it} としては、部材の問題の場合曲げ破壊係数を用いる。

引張-引張領域: 部材の問題の場合、 σ_{1t} , σ_{2t} ともに曲げ破壊係数を用い、材料の場合は、

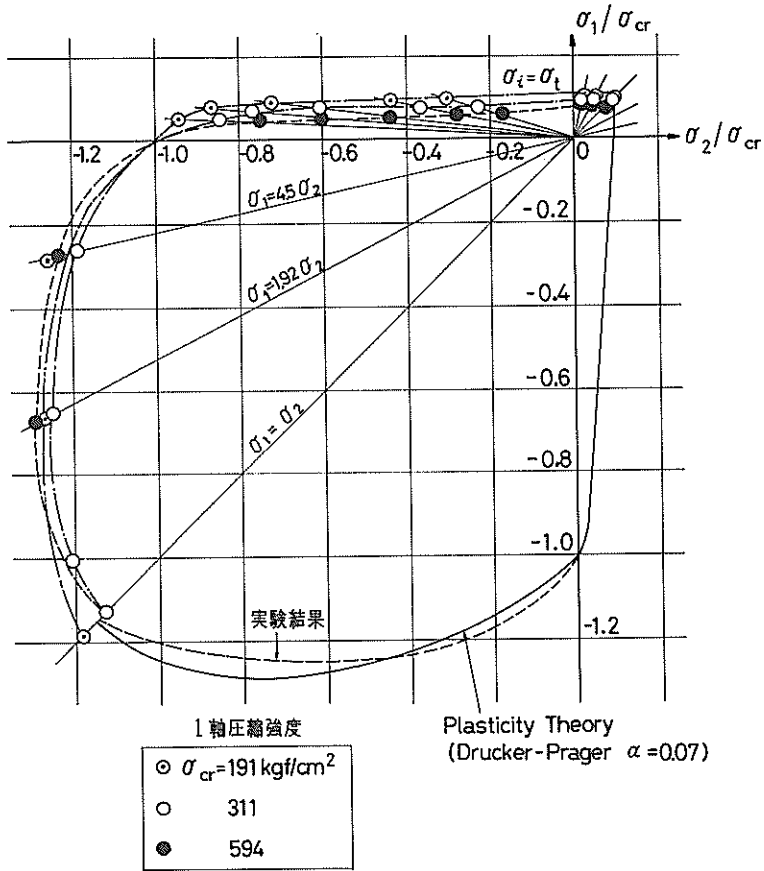


図-10 コンクリートの破壊曲面¹⁷⁾(式(3.15)参照)

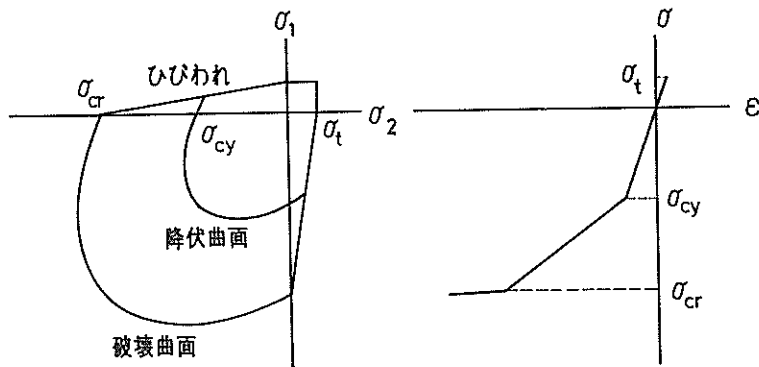


図-11 コンクリートの応力-ひずみ関係と降伏、破壊曲面

引張強度を用いる。

塑性理論による解析モデルでは、Drucker-Prager の降伏条件を用いるが、以下に示す仮定にしたがうものとしている。

① コンクリートは、2軸圧縮応力下で図-11 に示

すような延性破壊面が存在し、降伏面はこの面に相似である。

② ひずみ硬化は、等方硬化である。

この降伏条件式は、3.1 で述べたように式(3.7)で表わされるが、他の降伏曲面と同様、Kupfer らの実験値

に合わせることで $\alpha = 0.07$ を採用している。また、相当応力 (f) と相当ひずみの関係が 1 軸応力下での応力とひずみの関係と等価であると仮定しているの、降伏条件式は、次式のように与えられる。

$$f = \alpha J_1 + \sqrt{J_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} |\sigma_{cr}| \quad \dots\dots\dots (3.18)$$

$$J_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$J_2 = \frac{1}{6} \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 \} + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2$$

σ_{cr} : コンクリートの 1 軸圧縮強度

α : 応力の 1 次不変量 (J_1) にかかる係数

鉄筋の降伏条件は、平面応力要素でモデル化される場合には、von Mises の降伏条件¹⁸⁾ が用いられることが多い。式 (3.19) に示す von Mises の降伏条件は、金属材料を対象としている。

$$f_m = \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{6} \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \}} = |\sigma_{sy}| \quad \dots\dots\dots (3.19)$$

σ_{sy} : 鉄筋の降伏強度

鉄筋の応力とひずみの関係が 1 軸状態で表わされている場合には、 $\sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ であるので $\sigma_x = |\sigma_{sy}|$ が得られる。すなわち、1 軸状態の降伏条件も式 (3.19) の降伏条件を満足している。

はり要素でモデル化される場合には、鉄筋の降伏条件は詳しく分っていない。すなわちはり要素では、曲げモーメント、ねじりモーメント、軸力及びせん断力が算定され、これらの力やモーメントが連成する場合の降伏条件が厳密に得られないためである。したがって、便宜的に鉄筋の降伏条件は、完全弾塑性体と仮定したはりの降伏条件により、はりの軸力、曲げモーメント (2 成分)、

せん断力 (2 成分) 及びねじりモーメントに関して以下の式が得られる。¹⁹⁾

$$f = \left(\frac{N}{N_p}\right)^2 + \left(\frac{V_y}{V_{py}}\right)^2 + \left(\frac{V_z}{V_{pz}}\right)^2 + \left(\frac{M_x}{M_{px}}\right)^2 + \left(\frac{M_y}{M_{py}}\right)^2 + \left(\frac{M_z}{M_{pz}}\right)^2 - 1 \quad \dots\dots\dots (3.20)$$

ここで、

- N_p : 全断面塑性軸力
- V_{py}, V_{pz} : 全断面塑性せん断力
- M_{px} : 全塑性ねじりモーメント
- M_{py}, M_{pz} : 全塑性曲げモーメント

3.4 ひびわれ面での力の伝達

コンクリートにひびわれが発生した後、コンクリートのひびわれ面での力の伝達は、ひびわれ幅に依存する。ひびわれ幅と伝達されるせん断応力との関係を 図-12 に示す。²⁰⁾ 図-12 で縦軸は、 τ/Δ で整理されている。

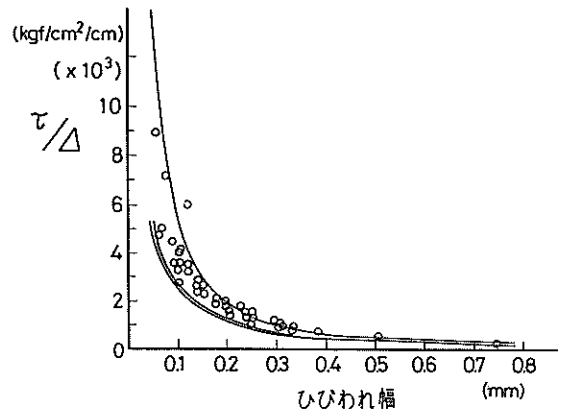
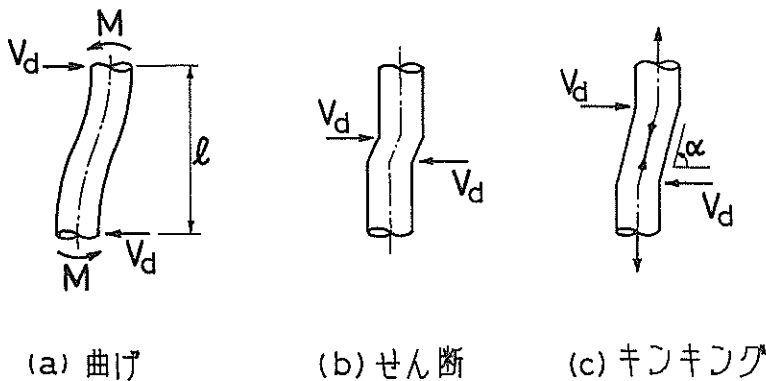


図-12 骨材のかみ合わせによるせん断力の伝達²⁰⁾



(a) 曲げ (b) せん断 (c) キンキング

図-13 鉄筋のダウエル作用²¹⁾

ここで、 τ ：せん断応力、 d ：ひびわれ面に沿った相対変位である。ひびわれ発生後の力の伝達は、主にひびわれ面での骨材の凹凸のかみ合わせにより行われる。これを aggregate interlock (骨材のかみ合わせ) 作用と言う。ひびわれ発生後に伝達される全せん断力の 65~80% が骨材のかみ合わせにより行われる。図-12 によると、ひびわれ幅が 0.5mm 程度に達するまでは、骨材のかみ合わせによりせん断力が伝達される。

一方、鉄筋がひびわれ面を横切って存在する場合には、鉄筋によってもせん断力の伝達が行われる。これは、鉄筋のダウエル作用 (dowel action) を言われている。鉄筋周囲のコンクリートの状態や、ひびわれ幅などによって、このせん断力 (V_d) の種類を大別すると 3 種類の型式がある²¹⁾。おのおのの場合を図-13 に示す。

(a) 曲げ $V_d = \frac{2M}{l} = \frac{4d_b}{3\pi} \cdot \frac{A_s f_y}{l}$ (3.21)

(b) せん断 $V_d = \frac{A_s f_y}{\sqrt{3}}$ (3.22)

(c) キンキング $V_d = A_s f_y \cos \alpha$ (3.23)

ここで、

- d_b ：鉄筋の直径
- A_s ：鉄筋の断面積
- f_y ：鉄筋の降伏強度

骨材のかみ合わせ及び鉄筋のダウエル作用の両者がひびわれ面でのせん断応力の伝達に影響を及ぼす主要因であるが、ひびわれ面での現象、挙動は複雑である。これらの現象の解明を目的とした実験が数多く行われており、最近では、Fardis²²⁾、Warlavén²³⁾らにより数学モデルも提案されている。

ひびわれ面での力の伝達のモデル化の方法として、ひびわれの取扱方法に応じて何種類か提案されている。

節点を分離する方法では、ひびわれ節点間を結ぶ結合要素の剛性にせん断力とすべり量の関係を考慮することで表現される。

要素全体を直交異方性化する方法では、2.2 で述べたように、ひびわれ後のせん断剛性を $\beta G (0 \leq \beta \leq 1)$ と低下させて評価する²⁴⁾。せん断剛性の低下率 (β) は、骨材の強度、形状、粒径などの物理的性質及びひびわれ幅により決まる。図-14 にひびわれ幅と β との関係を示す。骨材のかみ合わせが期待できないひびわれ幅が約 0.5mm 以上では $\beta = 0$ となる。 β については、 $\beta = 0.5$ あるいは 0.3 などと解析中一定の値が用いられる場合²⁵⁾もある。

また、Fardis らのモデルでは、コンクリートの構成方程式の中にせん断力の伝達を考慮している。この場合の応力とひずみの関係は、次式で示される。

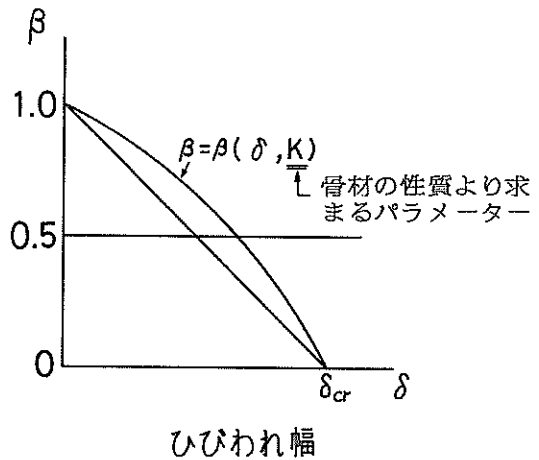


図-14 せん断剛性低下率 (β) とひびわれ幅の関係²⁴⁾

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{zy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_c}{1-\nu^2} & \frac{\nu E_c}{1-\nu^2} & 0 \\ & p E_s & -\frac{c_1}{1+\beta_y} \cdot \frac{1}{G_{zy} + \alpha_y} \\ s y m. & & \frac{1}{\frac{1}{G_{zy}} + \frac{1}{\alpha_y}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{zy} \end{Bmatrix} \quad \text{..... (3.24)}$$

ここで、

G_{zy} ：コンクリートのせん断弾性係数

$$G_{zy} = \frac{E_c}{2(1+\nu)}$$

$$\alpha_y = (\bar{A}_N + c_2 \bar{A}_D) \cdot l / c_2$$

$$\beta_y = c_2 \cdot \bar{A}_D / \bar{A}_N$$

$$\bar{A}_N: \text{鉄筋の引張剛性} \quad \left(= \frac{E_s \cdot p}{l} \right)$$

$$\bar{A}_D: \text{鉄筋のダウエル剛性} \quad \left(= \frac{G_s \cdot p}{l} \right)$$

$$G_s = \frac{E_s}{2(1+\nu)}$$

E_c ：コンクリートの弾性係数

E_s ：鉄筋の弾性係数

$c_1 = 0.23$ (せん断変形が直応力に及ぼす影響の程度を示す係数)

$c_2 = 1.16$ (せん断剛性の低下の程度を示す係数)

l ：ひびわれ間隔

p ：鉄筋比

4. 有限要素法による材料非線形解析手法

4.1 要素の剛性マトリックスの作成²⁶⁾

鉄筋コンクリート構造物の材料非線形解析を行う際、選択する要素として、平面要素、立体要素、平板要素（積層化）、はり要素、付着要素、バネ要素などがある。本節では、このうち基本となる平面応力要素について概説を行う。

本資料の計算で採用した平面応力要素は、図-15に示す4節点の矩形要素であり、この要素の形状は次式で表わされる。

$$x = [N_1 N_2 N_3 N_4] \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

$$y = [N_1 N_2 N_3 N_4] \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix}$$

N_i は要素の形状関数であり次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4} (1 + \xi) (1 + \eta) \\ N_2 &= \frac{1}{4} (1 - \xi) (1 + \eta) \\ N_3 &= \frac{1}{4} (1 - \xi) (1 - \eta) \\ N_4 &= \frac{1}{4} (1 + \xi) (1 - \eta) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

ここで、 ξ 、 η は4つの頂点でそれぞれ $(\pm 1, \pm 1)$ の値をとる局所座標である。

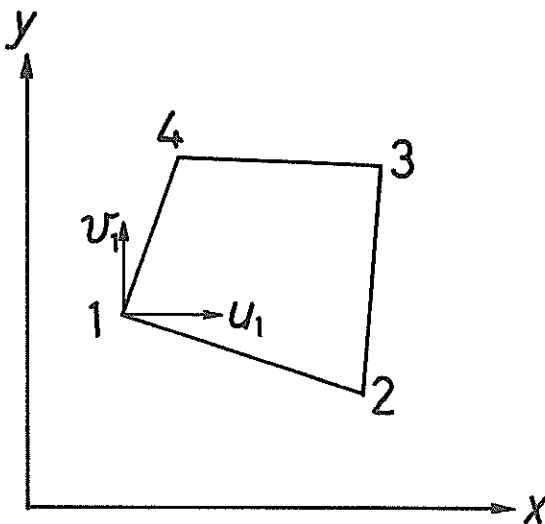


図-15 4節点矩形要素

平面問題においては要素の変位場は節点変位 u_i, v_i を用いて表わされ、要素内の任意の点でのひずみは以下のように定められる。

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial[N]/\partial x & 0 \\ 0 & \partial[N]/\partial y \\ \partial[N]/\partial y & \partial[N]/\partial x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4.3)$$

ここで、 $\partial[N]/\partial x$ 、 $\partial[N]/\partial y$ は、以下の式で計算できる。

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

したがって、

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4.5)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial[N]}{\partial \xi} \\ \frac{\partial[N]}{\partial \eta} \end{bmatrix} [x] [y] \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

$[x]$ 、 $[y]$ ：節点座標値ベクトル

式(4.3)で定義されたひずみマトリックス $[B]$ および式(4.5)より要素の剛性マトリックスは、次式で定義される。

$$[k] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] t \det [J] d\xi d\eta \quad \dots\dots\dots (4.7)$$

t ：要素の厚さ

この積分を解析的に行うことは一般に困難であるため、数値積分によらざるを得ない。計算プログラムでは、

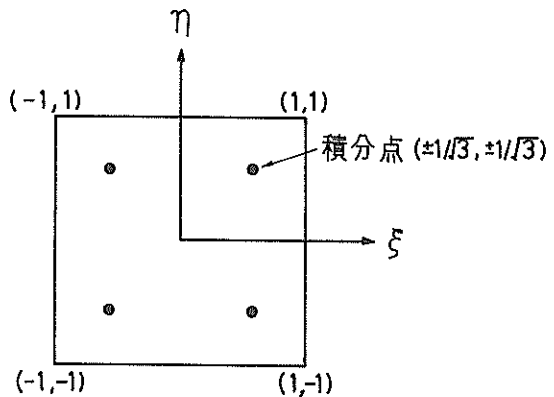


図-16 Gaussの積分点

Gauss-Legendre の積分法が用いられ、ひずみや応力の計算、ひびわれ、降伏の判定などは、図-16 で示される積分点で行われる。すなわち、

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [f(\xi, \eta)] d\xi d\eta = \sum_p \sum_q H_{pn} H_{qn} [f(\xi_{pn}, \eta_{qn})] \quad \dots\dots (4.8)$$

ここで、 H_{pn}, H_{qn} : 積分の重み係数
 p, q : 積分点の位置

また、式(4.7)中のマトリックス $[D]$ は、平面応力問題においては次式で定義される。

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad \dots\dots (4.9)$$

ここで、 E : 弾性係数
 ν : ポアソン比

4.2 材料非線形解析の手順²⁷⁾

非線形特性を示す応力とひずみの関係を表わす方法として、全ひずみ理論と増分ひずみ理論の2つがある。全ひずみ理論は、全応力と全ひずみを関係づけるものであるが、理論的に正しくないと言われている。定式化も比較的容易で履歴現象の解析などに適用性のある増分ひずみ理論の方法が一般的に用いられる。増分ひずみ法では、多軸応力下での構成方程式が次式のように示される。

$$[d\sigma] = [D^{ep}] [d\varepsilon] \quad \dots\dots (4.10)$$

$[D^{ep}]$ は弾塑性状態の応力-ひずみマトリックスである。弾性状態では、応力-ひずみマトリックスは $[D^e]$ で示される。したがって、非線形解析では、載荷荷重を分解し、それぞれの荷重に対して解が収束するまで繰返し計算が行われる。

ひずみ増分 $[d\varepsilon]$ は、弾性成分 $[d\varepsilon^e]$ と塑性成分 $[d\varepsilon^p]$ の和とみなされる。

$$[d\varepsilon] = [d\varepsilon^e] + [d\varepsilon^p] \quad \dots\dots (4.11)$$

したがって、

$$[d\varepsilon^e] = [d\varepsilon] - [d\varepsilon^p] \quad \dots\dots (4.12)$$

この式より、応力増分は次式で表わされる。

$$[d\sigma] = [D^e][d\varepsilon] - [D^e][d\varepsilon^p] \quad \dots\dots (4.13)$$

ここで、各計算段階における応力 σ_{ij} により計算される塑性ポテンシャル $g(\sigma_{ij})$ を用いると、 $[d\varepsilon^p]$ は次式のように表わされる。

$$[d\varepsilon^p] = h \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} d\sigma \quad \dots\dots (4.14)$$

ここで、 hdf は正值の比例係数である。塑性ポテンシャル g と降伏条件(曲面) f (3.1を参照)との間には、一般的に $g=f$ の関係があるとされている。非線形解析においても $g=f$ が仮定され定式化が行われている。また、式(4.14)

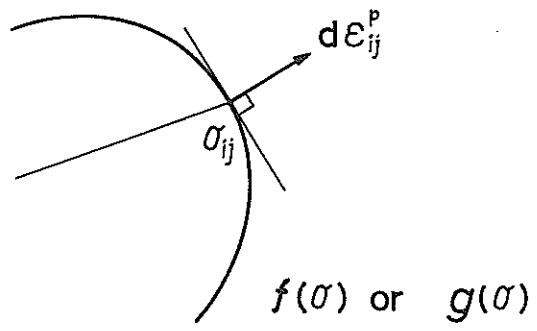


図-17 塑性ポテンシャルまたは降伏条件に対する塑性ひずみ増分の垂直性の条件

によれば、塑性ひずみ増分 $[d\varepsilon^p]$ が降伏曲面 f に対して垂直である(図-17を参照)。式(4.13)に式(4.14)を代入すると次式が得られる。

$$[d\sigma] = [D^e][d\varepsilon] - h[D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} d\sigma \quad \dots (4.15)$$

hdf は、等方便化理論および塑性仕事の関係から、次式で示される。

$$hdf = \frac{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D^e] [d\varepsilon]}{H'/c + \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}} \quad \dots\dots (4.16)$$

$$c = \bar{\sigma} / \{\sigma\}^T \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}$$

ここで、 H' は、1軸応力-塑性ひずみ曲線の勾配(図-18参照)、 $\{\bar{\sigma}\}$ は相当応力値 ($\bar{\sigma} = f(\sigma_{ij}) = H' f d\varepsilon^p$) である。したがって、式(4.10)の $[D^{ep}]$ は次の式で表わされる。

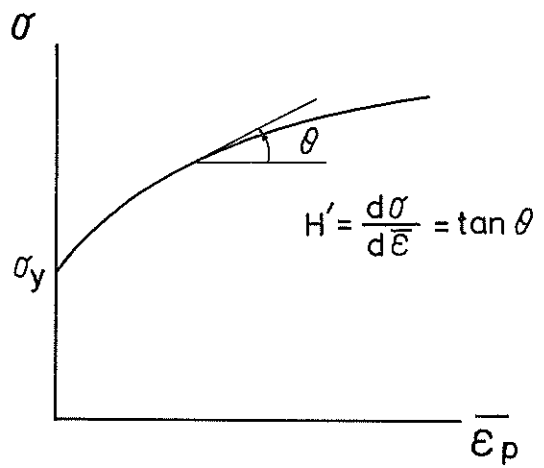


図-18 ひずみ硬化率 (H')

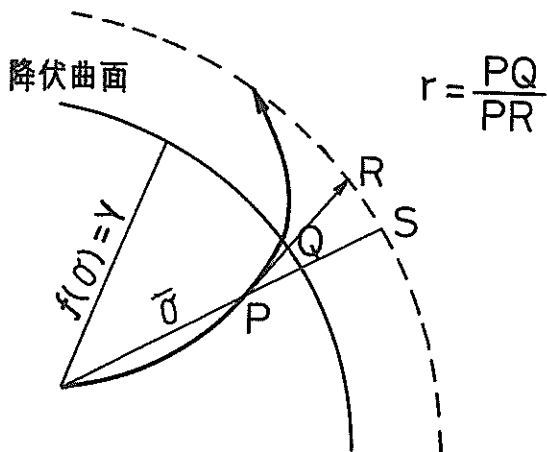


図-19 降伏の判定

$$[D^{ep}] = [D^e] - \frac{[D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D^e]}{H' + \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}} \quad \dots(4.17)$$

このように、設定された降伏曲面に、材料内の応力の関数 $f(\sigma_{ij})$ が到達する場合、応力-ひずみマトリックス $[D^{ep}]$ は式 (4.17) のように表わされる。降伏曲面の定義については、3.3 に示した。

図-19 に示すように、弾性状態での応力が P 点に位置し、荷重をわずかに増加させたとき PR で示される応力増分 $d\sigma_{ij}$ が生ずるとする。ここで、弾性から塑性状態に移行する位置は、PR が降伏曲線 $f(\sigma)$ と交わる点 Q

である。したがって、要素を降伏させるのに必要な荷重増分 (r) は、次式で与えられる。

$$r = PQ/PR \quad \dots(4.18)$$

この r によって決まる荷重増分を各要素ごとに求めて、要素を順次降伏させていく。この際、一要素ごとに降伏させていく方法では精度は良いが、計算時間が長くなるために通常は、荷重で制御されることが多い。この場合弾性状態から塑性状態に移行する要素が 1 つの荷重増分ステップで複数個存在することがある。その際には、反復解法を用いて余剰の力の解放が行われる。また、要素が降伏した直後、応力径路が急激に曲がることがあり (図-19)、計算誤差を少なくするために、荷重増分の大きさをできるだけ小さく設定する必要がある。

反復解法には、以下に示す 2 種類の方法が多く用いられる。両者の反復解法の概要を図-20 に示す。

変位に関する未知量を解く連立方程式は次式で示される。

$$[K^{ep}] \{\Delta U\} = \{\Delta F\} \quad \dots(4.19)$$

ここで、 $[K^{ep}]$: 構造全体の剛性マトリックス

$\{\Delta U\}$: 変位に関する増分ベクトル

$\{\Delta F\}$: 等価節点力に関する増分ベクトル

(a) Newton-Raphson 法

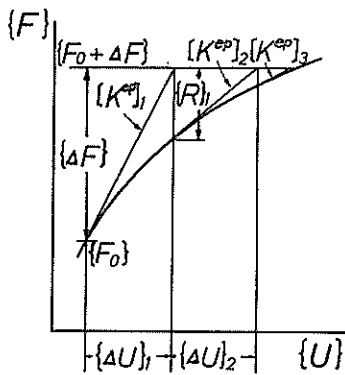
反復計算の第 1 ステップは、次式をまず解く。

$$[K^{ep}]_1 \{\Delta U\}_1 = \{\Delta F\} \quad \dots(4.20)$$

よって、

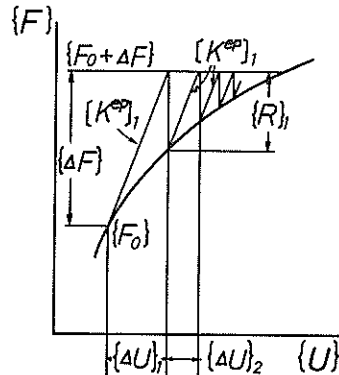
$$\{\Delta U\}_1 = [K^{ep}]_1^{-1} \{\Delta F\} \quad \dots(4.21)$$

$\{\Delta U\}_1$ から各要素でのひずみ増分および応力増分を求める。



(a)

Newton-Raphson 法



(b)

修正 Newton-Raphson 法

図-20 収束計算法

$$\{\Delta \varepsilon\}_1 = [B]_0 \{\Delta u\}_1, \{\Delta \sigma\}_1 = [D^{ep}]_0 \{\Delta \varepsilon\}_1 \quad \dots\dots\dots (4.22)$$

これを計算の初めの応力値 $\{\sigma\}_0$ に加える。第1ステップ後の応力の近似値 $\{\sigma\}_1$ は、次式で得られる。

$$\{\sigma\}_1 = \{\sigma\}_0 + \{\Delta \sigma\}_1 \quad \dots\dots\dots (4.23)$$

これから、第1ステップにおける残差節点荷重ベクトル $\{R\}_1$ は、次式で示される。

$$\{R\}_1 = \{F_0 + \Delta F\} - \sum \int_V [B]_0^T \{\sigma\}_1 dV \quad \dots\dots\dots (4.24)$$

計算第2ステップでは、

$$[K^{ep}]_2 \{\Delta U\}_2 = \{R\}_1 \quad \dots\dots\dots (4.25)$$

となり、以下同様の手順をくり返す。

(b) 修正 Newton-Raphson 法

Newton-Raphson 法では、毎回の収束計算ステップごとに剛性マトリックスの作成を行う。この手法では、収束の効率は良いが計算時間が増す傾向にある。修正 Newton-Raphson 法では、時間の節約という点での改良を加えている。すなわち、各計算段階での剛性マトリックスは、第1ステップでの剛性マトリックスと同じとして反復計算が行われる。例えば、第2ステップでは、

$$\{\Delta U\}_2 = [K^{ep}]_1^{-1} \{R\}_1 \quad \dots\dots\dots (4.26)$$

となり、式(4.25)と比べると、 $[K^{ep}]_2$ が $[K^{ep}]_1$ となっている。

その他反復計算法には、さらに効率のよい BFGS 法²⁸⁾なども考察されている。

5. 鉄筋コンクリートはりでの非線形解析手法の検証

5.1 入力条件が計算結果に及ぼす影響

2～4章で鉄筋コンクリート部材のモデル化の手法、数値計算の手法などについて述べた。本章では、これら

の手法に基づいて作成した計算プログラムを用いて鉄筋コンクリートはりの解析を行い、入力条件などが計算結果に及ぼす影響を検討する。また、載荷実験結果と対比を行い、モデルの妥当性について考察する。今回作成した計算プログラムの機能及び全体像の概要については、文献(1)に示している。

非線形解析を行う際に設定する条件は多岐にわたるが、特に以下に示す項目に今回着目する。

- ① 鉄筋コンクリート部材のモデル化の手法
- ② コンクリートの降伏条件
- ③ ひびわれ面でのせん断力の伝達
- ④ 鉄筋とコンクリート間の付着
- ⑤ 鉄筋の降伏条件
- ⑥ 収束計算の方法
- ⑦ 収束判定の方法

① 鉄筋コンクリート部材のモデル化の手法

鉄筋コンクリート部材のモデル化には、2.1で述べた3種類の方法(表-1参照)がある。このうち、本節で行う鉄筋コンクリートはりの2次元非線形解析では、モデルBの方法を採用する。モデルAの積層化法は、通常床版などの3次元構造物を対象としており、鉄筋層では、コンクリートと鉄筋の平均的な剛性が用いられるため、付着などの検討を行うのが難しい。モデルBとモデルCは、ひびわれの表現方法が異なる点を除けば基本的には同じ方法である。モデルCで、コンクリートを構成する節点同志を接続するリンク要素(バネ要素)の構成則が十分検討されていないことやモデル化が複雑となり、演算時間などを大量に必要とするなどの理由で今回の検討では、モデルBを中心に行う。

モデルBの方法により要素分割を行った鉄筋コンクリートはりの解析モデルを図-21に示す。対称軸から左半分を解析の対象とし、総節点数は30、総要素数は25

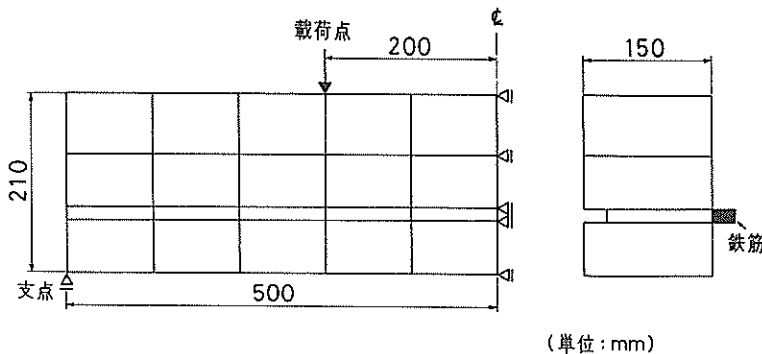


図-21 鉄筋コンクリートはりの解析モデル

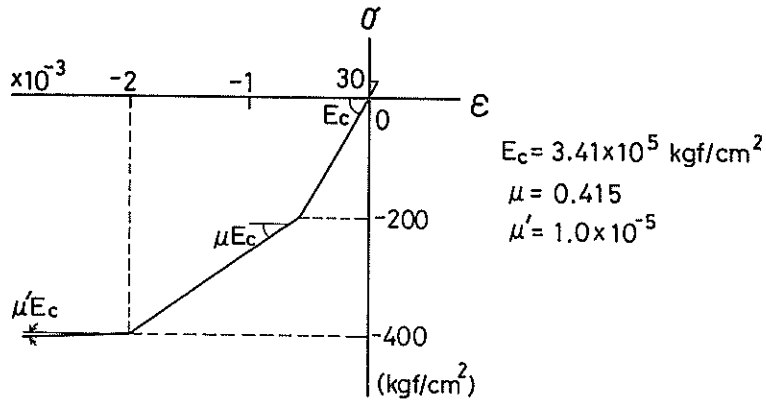


図-22 コンクリートの1軸応力-ひずみ関係

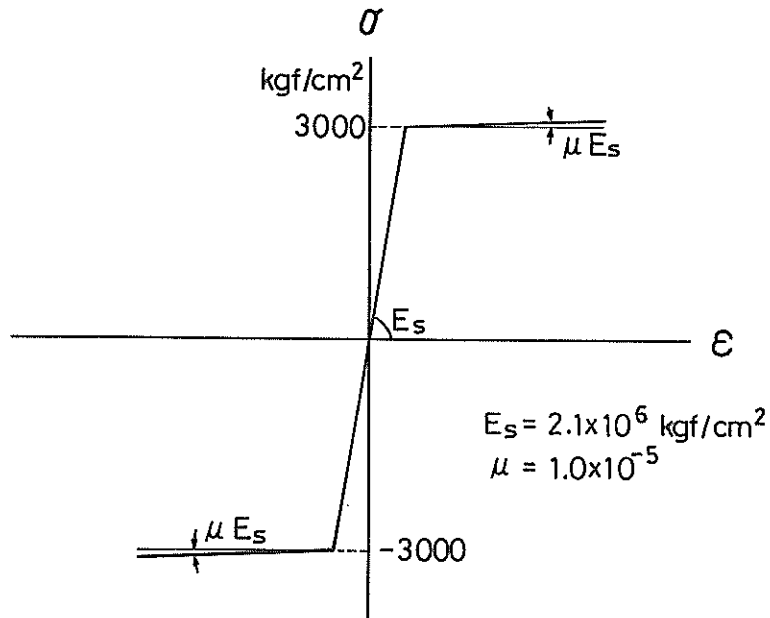


図-23 鉄筋の1軸応力-ひずみ関係

である。コンクリートの1軸応力下での応力とひずみの関係を図-22に、鉄筋の1軸応力下での応力とひずみの関係を図-23に示す。また、鉄筋とコンクリート間の付着は、④で検討する場合を除いて、完全付着であるとする。

計算の対象とした鉄筋コンクリートはりには、同じ条件下の実物供試体を用いて載荷実験を実施していない。そのため、実際の終局耐力、変形量などの詳しい情報は得られていない。参考として、この鉄筋コンクリートはりのひびわれ発生荷重、鉄筋の降伏荷重及びコンクリー

ートの圧縮破壊荷重を限界状態設計法¹²⁾により推定する。

ひびわれ発生荷重 $P_e = 2.3 \text{ tf}$

鉄筋の降伏荷重 $P_y = 5.7 \text{ tf}$

コンクリートの圧縮破壊荷重

$P_u = 11.4 \text{ tf}$

② コンクリートの降伏条件

コンクリートの多軸応力下での応力とひずみの関係を塑性理論に基き、相当応力と相当ひずみを用いて表現する。図-24に示す4種類の降伏曲面及び破壊曲面を取扱う。F-1は、圧縮-圧縮領域をDrucker-Prager

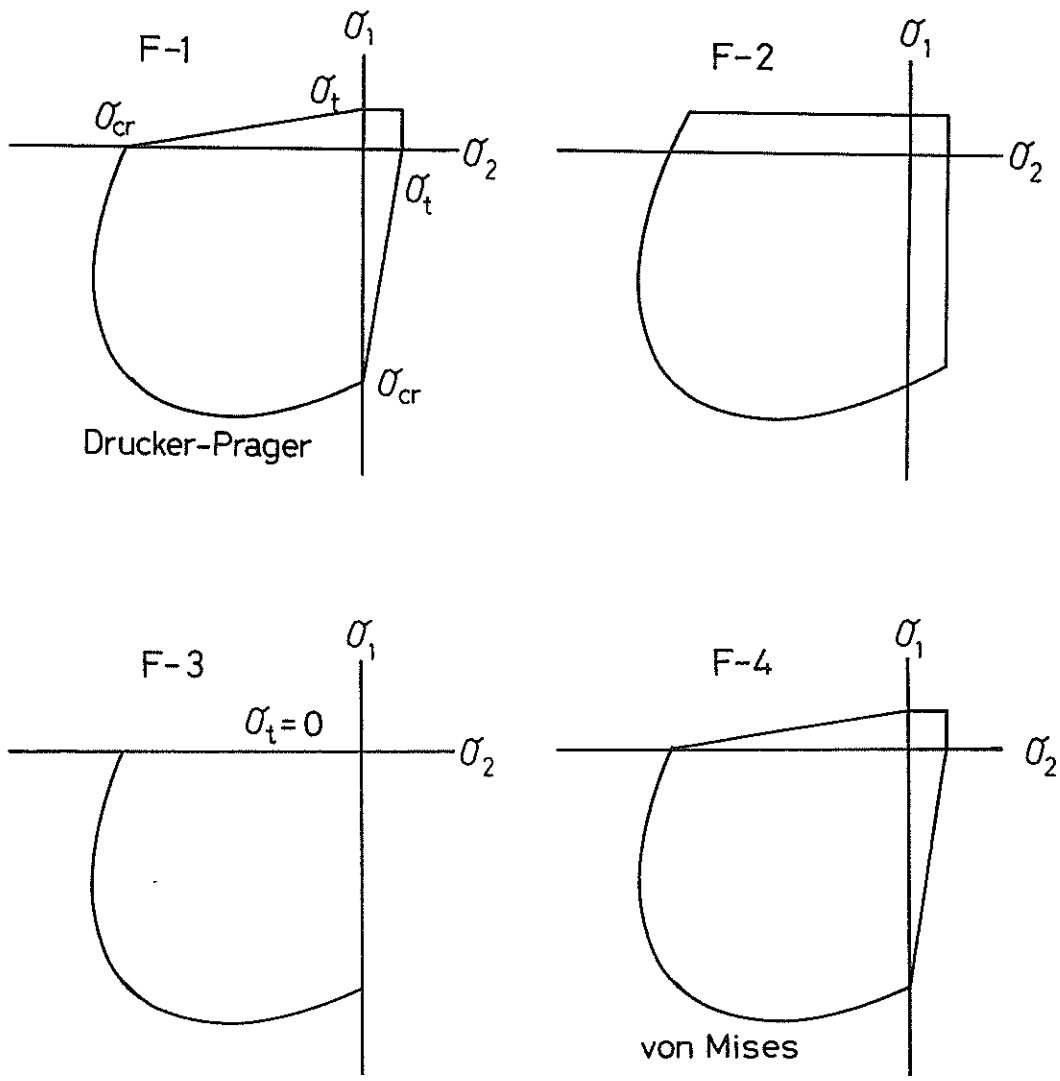


図-24 コンクリートの破壊曲面

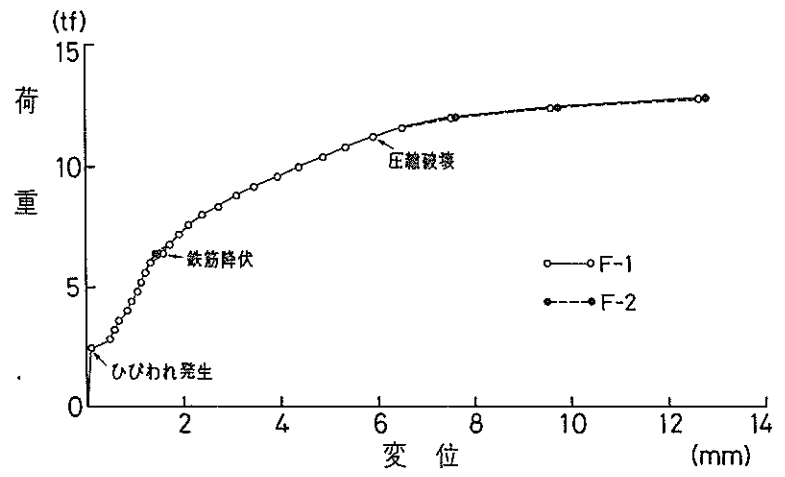


図-25 荷重-変位曲線 ①

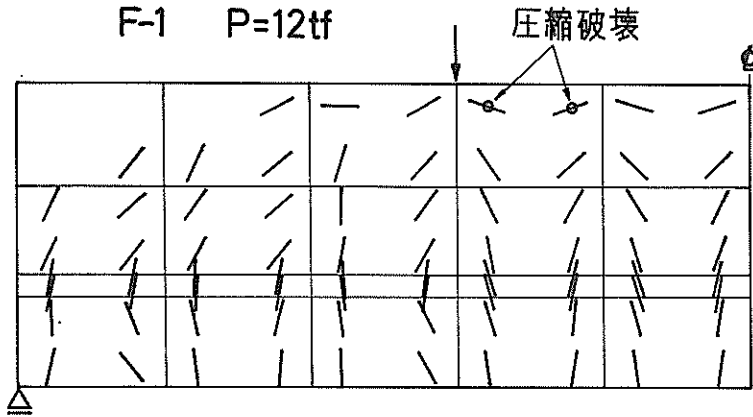


図-26 コンクリートのひびわれ発生 (F-1)

則、引張-圧縮領域の破壊曲面を直線で表示したもので、他の項目について検討する場合にも採用する基本的なケースである。F-2 は、引張-圧縮領域で $\sigma_1 = \sigma_2$ と一定にする。F-3 は、コンクリートの引張強度を0とする。これは、通常行われている設計、すなわちコンクリートが引張応力を負担しない場合に相当する。F-4 は、圧縮-圧縮領域で、Drucker-Prager 則の $\alpha = 0.0$ とする場合で、von Mises の降伏条件に相当する。

図-25 に F-1 及び F-2 の降伏則を採用した場合の荷重-変位曲線を示す。F-1 と F-2 を比較すると、荷重とスパン中央での変位の関係はほとんど同じである。ひびわれ発生荷重が 2.8 tf、鉄筋の降伏荷重が 6.4 tf、コンクリートが圧縮破壊する荷重が 11.2 tf である。限界状態設計法により推定したこれらの値と計算値を比較すると、いずれも計算値の方が若干高くなっている。

解析の対象とした鉄筋コンクリートのせん断スパン比は、2.14 である。したがって、このはりには、曲げせん断破壊をおこすと予想できる。このような場合、はりの内部のほとんどの箇所での応力状態は、主応力平面上で第2象限もしくは第4象限に位置する。計算では図-26 に示すようにほとんどの位置でひびわれが発生する。図-27 に荷重点近傍のはり内部の点での応力径路を示す。ひびわれが発生した場合、すなわち、第2象限もしくは第4象限でぜい性破壊面に達した場合、ひびわれ直交方向の応力は解放される。その結果、ひびわれ発生後、応力径路は、 σ_1 軸もしくは σ_2 軸上を進む。したがって、このようになりに応力レベルの低い段階からひびわれの発生する場合、第2象限及び第4象限の破壊曲面(降伏面)の相違は、計算結果にあまり大きな影響を与えない。

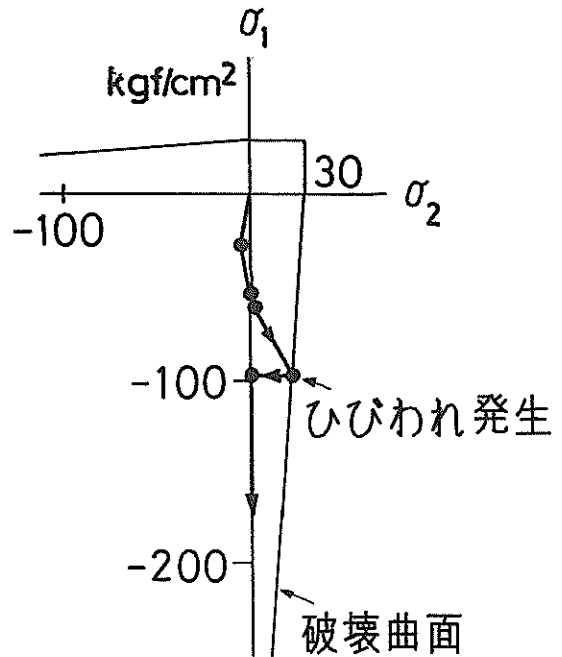


図-27 荷重点近傍のコンクリートの応力径路

F-1 と F-3 での計算で得られた、荷重-変位曲線を図-28 に示す。図-28 では、コンクリートの引張強度が 15 kgf/cm^2 の場合も合わせて示す。引張強度が 30 kgf/cm^2 の場合と 15 kgf/cm^2 の場合を比較すると、ひびわれ発生荷重は明かに引張強度が 15 kgf/cm^2 の場合が小さい。しかし、コンクリートが圧縮破壊を起こす荷重は、引張強度が 30 kgf/cm^2 の場合が少し上回るがほぼ同程度である。しかし、引張強度を0としてコンクリートの引張応力の負担を無視した場合は、引張応力を負

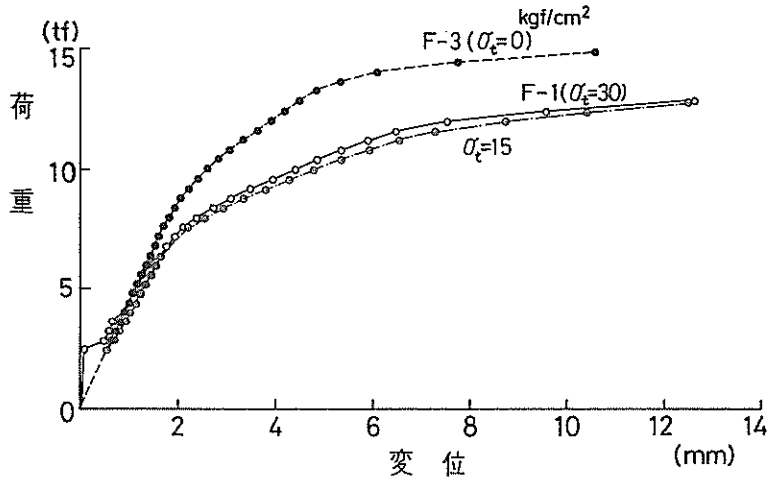


図-28 荷重-変位曲線 ②

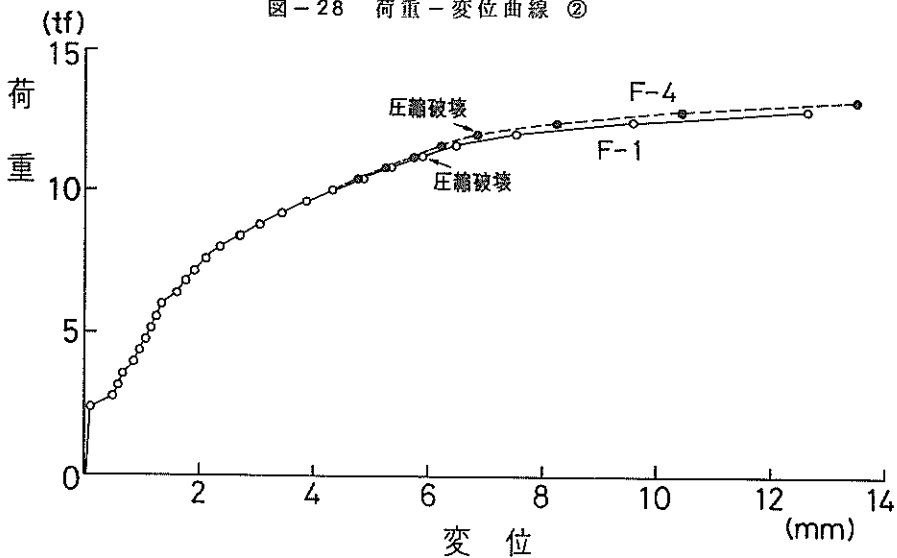


図-29 荷重-変位曲線 ③

担する場合と比較すると、荷重-変位曲線が大きく異なる。すなわち、同一荷重に対して、変形量は引張強度が0の場合が小さい。この場合、荷重載荷の初期からはりの全要素にひびわれが発生する。また、はりの下縁の1部あるいは対称軸の近傍の1部に2面ひびわれが発生する。

F-1 と F-4 の計算で得られた荷重-変位曲線を図-29 に示す。主応力平面上で第3象限のコンクリートの破壊曲面は、F-4 の方が大きく、そのため若干 F-4 の方が荷重-変位曲線が上側に位置した。また、コンクリートに圧縮破壊が生じる荷重は、F-4 の方が 0.8 tf 大きく計算された。

③ ひびわれ面でのせん断力の伝達

ひびわれの発生は、要素の剛性マトリックスを直交異方性化する方法により表現する。また、ひびわれ面でのせん断力の伝達の程度は、せん断弾性係数を低下させる方法で表現する。式(2.1)で示されるせん断剛性の低下率 β を、 $\beta = 1.0$ 、 $\beta = 0.5$ 及び $\beta = 0.0$ の3ケースに設定して計算を実施する。

図-30 に荷重-変位曲線を示す。 $\beta = 0.0$ 、すなわちひびわれ面でのせん断力の伝達が行われないモデルでは、他のケースと比べて荷重-変位曲線は下側に位置し、鉄筋降伏後は急速に変形が進行する。 $\beta = 0.5$ の場合は $\beta = 1.0$ の場合と比べて若干荷重-変位曲線は下側に位置する。今回計算の対象としたはりでは、 $\beta = 0.5$ と $\beta = 1.0$ での計算結果の差は小さい。しかし、はり内部

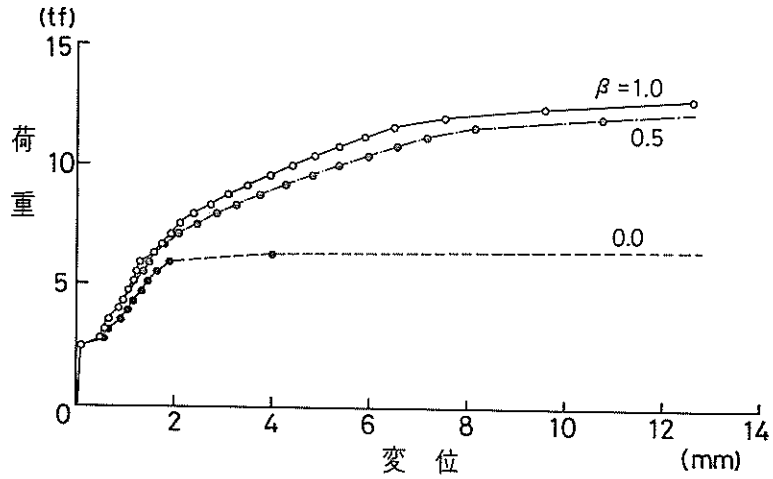


図-30 荷重-変位曲線 ④

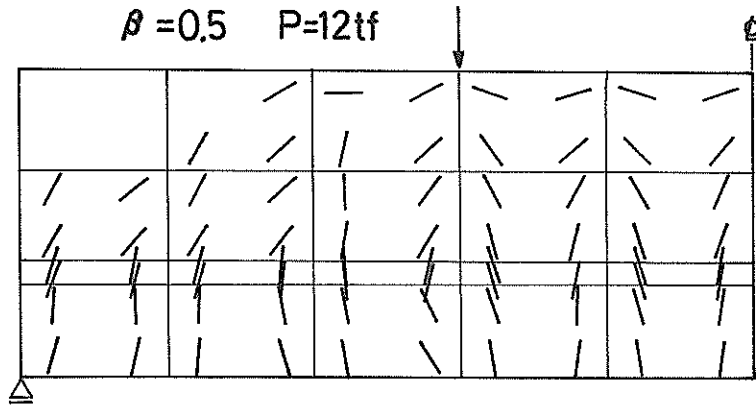


図-31 コンクリートのひびわれ発生 ($\beta = 0.5$)

でかなりのせん断力が計算されるため、 $\beta = 0.0$ とした計算結果では、終局耐力などがかなり小さく与えられる。

終局直前 ($P = 12 \text{ tf}$)での、 $\beta = 0.5$ のケースのひびわれ発生の様子を図-31に示す。 $\beta = 1.0$ のケースは、図-26に示す。両ケースでのひびわれの発生箇所や方向はほとんど差がない。また、圧縮破壊を生じた箇所では、ひびわれがほぼ水平方向に発生しており、実際の現象と良く合っていると云える。

④ 鉄筋とコンクリート間の付着

鉄筋とコンクリート間の付着性状は、ボンド要素と呼ばれるバネでモデル化する。ボンド要素でのせん断応力と相対変位との関係を図-32に示す。ボンド要素での付着強度などの定数は、表-2に示す3ケースとする。また、完全付着(鉄筋とコンクリート間に相対変位が生じない)を仮定したモデルも取扱う。

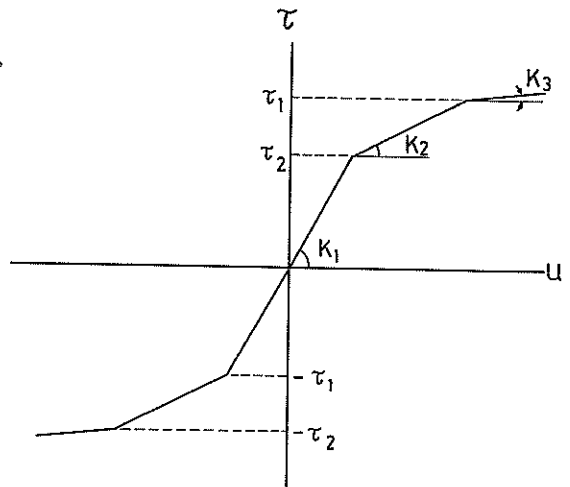


図-32 ボンド要素の応力-相対変位関係

表-2 ボンド要素の力学的性質

ケース No.	鉄筋軸方向					鉄筋軸直角方向	
	τ_1 kgf/cm ²	τ_2 kgf/cm ²	K_1 kgf/cm ³	K_2 kgf/cm ³	K_3 kgf/cm ³	τ_1 kgf/cm ²	K_1 kgf/cm ³
B-1	50	70	4.5×10^6	1.0×10^6	2.5×10^5	1.0×10^4	1.0×10^8
B-2	25	35	4.5×10^6	1.0×10^6	2.5×10^5	1.0×10^4	1.0×10^8
B-3	100	140	4.5×10^6	1.0×10^6	2.5×10^5	1.0×10^4	1.0×10^8
B-4	完全付着					完全付着	

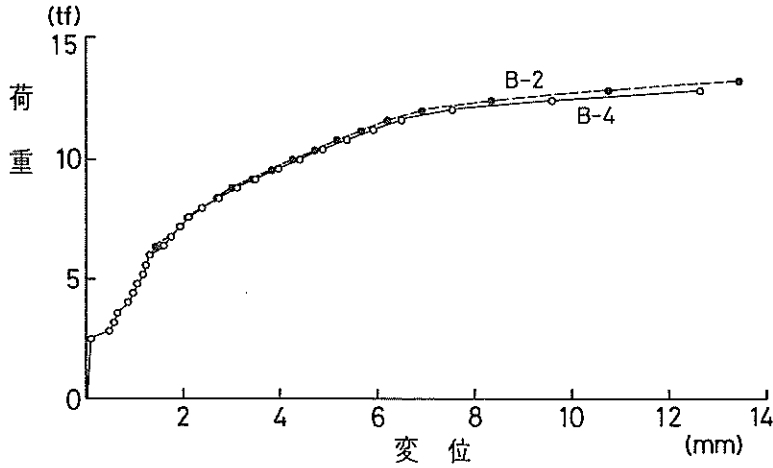


図-33 荷重-変位曲線 ⑤

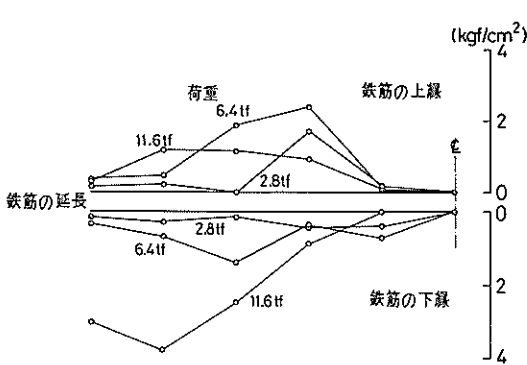


図-34 鉄筋とコンクリート間の付着応力の分布

B-2 及び B-4 (完全付着) での計算で得られた荷重-変位曲線を図-33 に示す。鉄筋とコンクリート間に滑りが生じて、はりの鉄筋降伏荷重及び終局耐力にほとんど差がない。図-34 に鉄筋の上下縁での付着応力の分布を示す。今回の計算では、 4 kgf/cm^2 と小さな応力しか計算されていない。そのため、B-1 及び

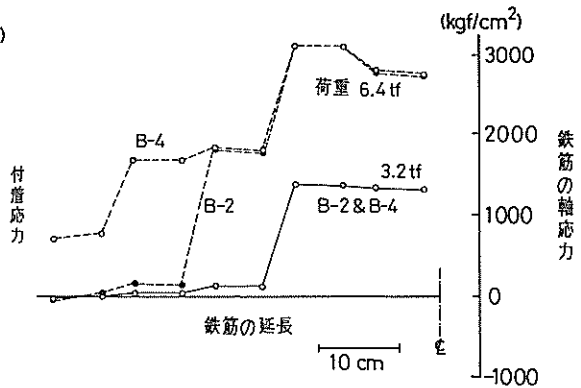


図-35 鉄筋の軸応力の分布

B-3 での計算結果は、B-2 での計算結果と同じである。荷重が大きくなると、鉄筋の端部付近では、対称軸付近と比較すると鉄筋とコンクリート間の滑りによるかなり大きな付着応力が計算されている。図-35 に鉄筋の軸方向応力の分布を示す。B-4 での計算結果では、荷重が大きくなるにつれ鉄筋の軸方向応力も大きくなる。

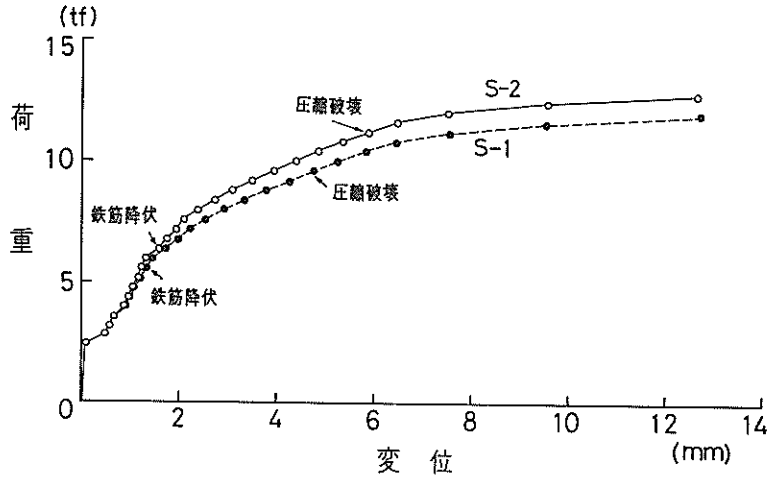


図-36 荷重-変位曲線 ⑥

しかし、B-2 での計算結果では、鉄筋とコンクリート間に滑りが生じる端部付近の鉄筋の軸方向応力はかなり小さい。

⑤ 鉄筋の降伏条件

鉄筋を軸方向の応力しか負担しないと考えるモデル化 (S-1) と軸方向応力、軸直角方向応力及びせん断力の全てを負担すると考えるモデル化 (S-2) で計算された荷重-変位曲線を図-36 に示す。鉄筋がひびわれ面を横切って存在する場合、ダウエル作用によりせん断力を伝達し、その程度は鉄筋コンクリート部材の全せん断の約 10% と言われている。したがって、S-2 モデルの方がより実際に合ったモデル化であると言われている。荷重-変位曲線では、約 10% 程度 S-1 モデルの方が低くなっており、鉄筋のせん断力の伝達を無視したモデルでは、耐力などが低く与えられる。

S-2 モデルで計算された鉄筋の最大せん断応力 (τ_{max}) の分布を図-37 に示す。コンクリートにひびわれが発生した箇所での鉄筋の最大せん断力は、ひびわれが発生していない箇所と比べてかなり大きくなり、終局時で約 1200 kgf/cm^2 の最大せん断応力が計算された。

⑥ 収束計算の方法

収束計算の方法としては、4.2 に示した Newton-Raphson 法、修正 Newton-Raphson 法及び初期剛性法 (constant stiff) の 3 種類を用いた。初期応力法は、各荷重段階の各ステップで常に一定の剛性を用いて収束計算を行う方法である。表-3 に当所所有の計算機 ACOS-800 II を用いた場合の各収束計算法での解が収束するまでの計算回数と計算時間を示す。収束計算の回数では、Newton-Raphson 法が少なく効率がよい。収束

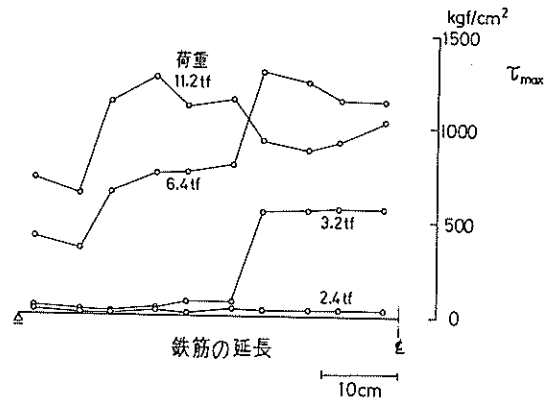


図-37 鉄筋の最大せん断応力の分布

計算 1 回当りの計算時間は初期剛性法が最も短い。しかし、初期剛性法を採用した場合、所定の回数内で収束をしていない。

図-38 に 3 種類の収束計算を用いた場合の荷重-変位曲線を示す。初期剛性法では、収束していないため不釣合力の解放が十分行われていない。そのため、荷重が大きくなると他の方法と比べて荷重-変位曲線が上側になっている。Newton-Raphson 法と修正 Newton-Raphson 法では荷重-変位曲線で両者にほとんど差がなく、収束すれば計算方法が計算結果に及ぼす影響はない。

⑦ 収束判定の方法

収束計算を行う過程で収束の判定方法が計算結果に与える影響もある。本プログラムでは収束の判定は以下の式で行われる。

表-3 各収束計算法での計算回数及び計算時間

荷重 段階	荷 重 (tf)	初期剛性法		Newton-Raphson法		修正 Newton-Raphson法	
		計算回数	時 間	計算回数	時 間	計算回数	時 間
1	2.4	1	1.96 ^S	1	2.08 ^S	1	2.92 ^S
2	2.8	108	86.22	19	19.30	103	84.39
3	3.2	72	58.26	10	9.77	9	8.86
4	3.6	72	58.39	9	8.82	9	8.88
5	4.0	150*	122.79	24	23.14	52	44.50
6	4.4	114	93.50	16	15.02	18	16.50
7	4.8	130	106.12	16	15.06	20	18.10
8	5.2	106	87.29	27	24.99	16	14.80
9	5.6	122	99.50	16	15.01	23	20.66
10	6.0	150*	124.85	17	15.98	76	65.74
11	6.4	150*	126.03	40	37.92	35	31.55
12	6.8	150*	126.79	40	41.39	48	42.89
13	7.2			45	46.34	52	46.42
14	7.6			48	50.31	62	55.51
15	8.0			58	61.79	66	59.18
16	8.4			59	62.79	66	59.37
17	8.8			61	65.02	66	59.01
18	9.2			69	73.34	66	58.77
19	9.6			75	76.01	71	63.36
20	10.0			76	80.07	92	82.24
21	10.4			78	82.73	81	72.54
22	10.8			80	85.23	81	73.02
23	11.2			86	91.95	83	75.31
24	11.6			88	94.18	124	110.91
25	12.0			150	160.98	150*	133.02

*) 最大計算回数(150回)以内で収束しなかったことを示す。

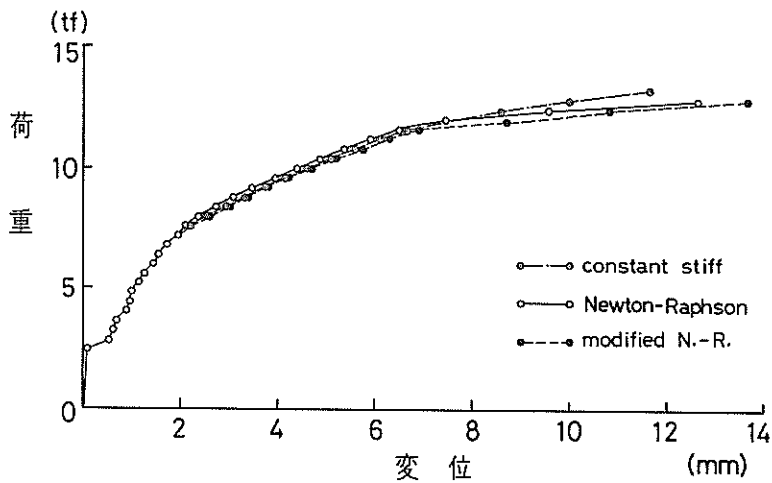


図-38 荷重-変位曲線 ⑦

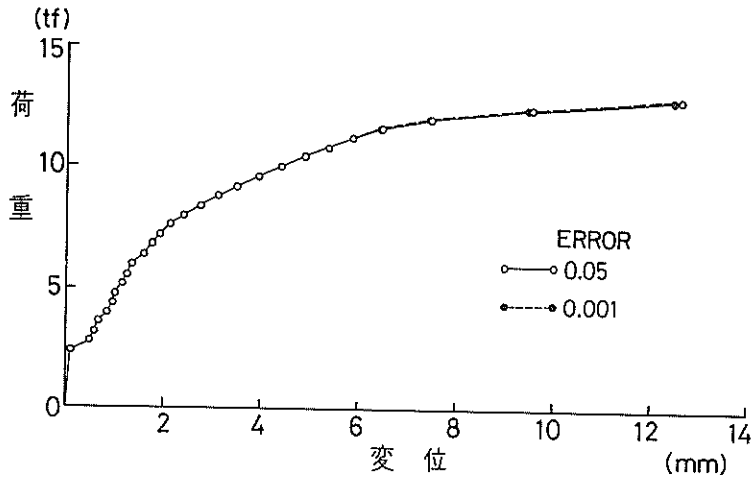


図-39 荷重-変位曲線 ⑧

$$\frac{|R|_{\max}}{4F} \leq \text{ERROR} \quad \dots\dots\dots (5.1)$$

ここで、

ERROR : 収束判定誤差

$|R|_{\max}$: 残差ベクトルの絶対値の最大値

$4F$: 代表節点での荷重増分値

いま、ERROR = 0.001 及び 0.05 の 2 ケースを考える。各収束判定誤差を採用した場合の荷重-変位曲線を図-39 に示す。収束判定誤差が小さくなると、収束計算の回数も増えるため、余剰力の解放が進む。そのため、一般的に同一荷重に対して変位が大きくなる。収束誤差が 0.05 と 0.001 のケースを比較すると、荷重-変位曲線に大きな差は認められない。したがって収束判定誤差は、

通常の計算で多く採用されている 0.01 程度の値で良いと考えられる。

5.2 実験結果との対比

実験結果との対比を通して計算モデルの妥当性を検証する目的で、5~6体の鉄筋コンクリート部材を対象とした非線形解析を実施した。本資料では、当所材料施工研究室が実施した鉄筋コンクリートはりの載荷実験²⁹⁾の解析結果について示す。残りの解析結果についても同様の傾向を示している。

実験用供試体の概要と要素分割を図-40 に示す。解析は、供試体の左半分を対象とする。供試体の断面は、幅 10 cm 高さ 15 cm であり、上縁から 10 cm の位置に SD40-D13 の鉄筋が 1 本配置されている。供試体の長

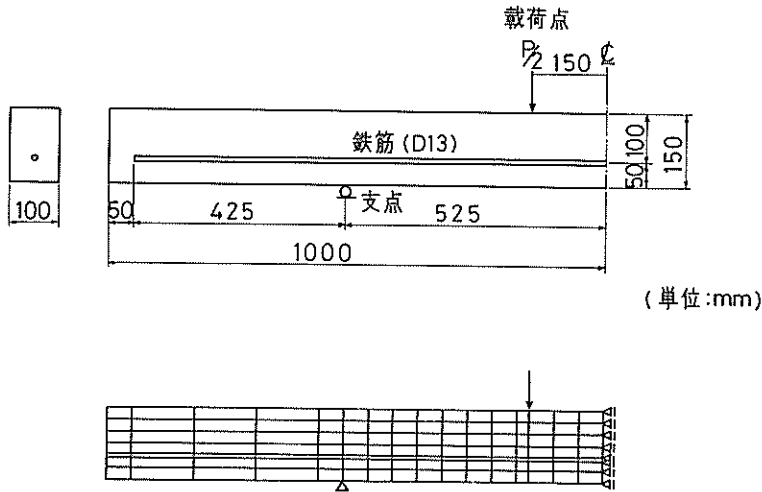


図-40 鉄筋コンクリートはり供試体の概要と有限要素モデル

表-4 コンクリート及び鉄筋の力学的性質

コンクリート					鉄筋			
圧縮強度 kgf/cm ²	引張強度 kgf/cm ²	付着強度 kgf/cm ²	弾性係数 kgf/cm ²	ポアソン比	降伏強度 kgf/cm ²	引張強度 kgf/cm ²	弾性係数 kgf/cm ²	ポアソン比
355	33	129	2.52×10^5	1/6	4600	6300	2.1×10^6	0.3

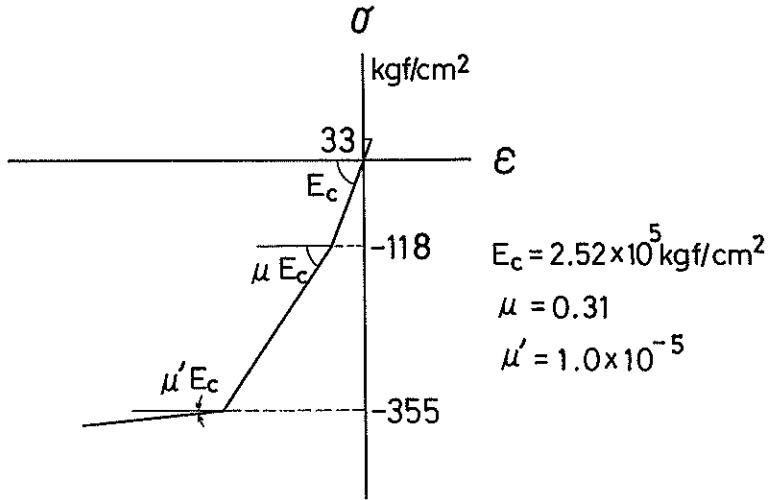


図-41 コンクリートの1軸応力-ひずみ関係

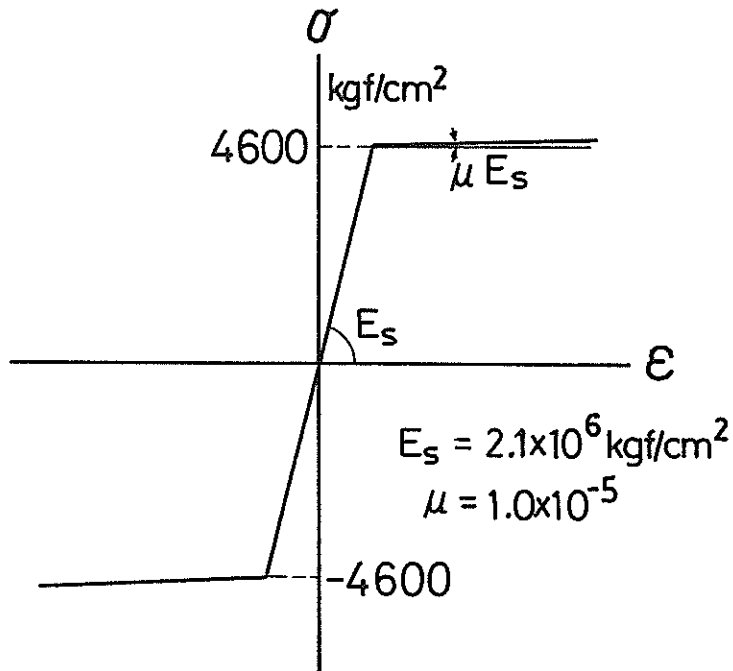


図-42 鉄筋の1軸応力-ひずみ

さは、200 cm である。スターラップなどの引張主鉄筋以外の鉄筋は配置されていない。供試体製作に用いたコンクリート及び鉄筋の力学的性質を表-4に示す。載荷は、図-40に示される位置に集中載荷が行われ、除荷を行わない単調載荷である。

計算のモデル化としては、コンクリートのひびわれを直交異方性化する方法で表現し、ひびわれ面のせん断剛性の低下率を0.5と一定とする。また、コンクリート破壊曲面は、Drucker-Prager 則を用い、図-24に示す F-1 と同じ形状とする。鉄筋の降伏条件は、von Mises 則とする。また、鉄筋とコンクリート間の付着は、完全付着とする。コンクリートの1軸応力-ひずみ関係を図-41に、鉄筋の1軸応力-ひずみ関係を図-42に示す。

す。

荷重とスパン中央での変位の関係における実験結果と計算結果の比較を図-43に示す。ひびわれ発生荷重は、実験結果が0.7 tf、計算結果が0.7 tf程度であり、良く一致している。終局耐力は、実験結果が約2.9 tf、計算結果が約3.4 tfであり、計算結果の方が約2割程度高くなっている。計算結果の終局耐力は、コンクリートに圧縮破壊が初めて生じる値とする。剛性（荷重-変位曲線の傾き）は、ひびわれ発生前、発生後のいずれも計算結果の方が若干大きい。

ひびわれ発生の経過の実験結果と計算結果との比較を図-44に示す。実験結果では、曲げひびわれが2本、せん断ひびわれが1本観察されている。しかし、計算結

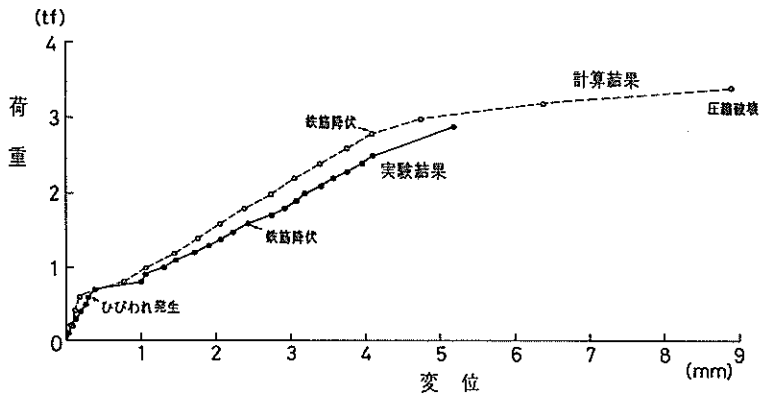


図-43 荷重-変位曲線

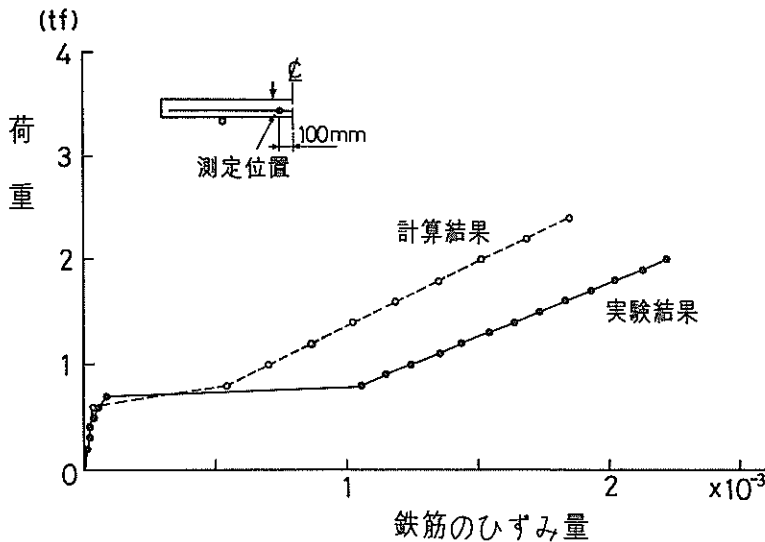


図-45 荷重と鉄筋のひずみ量との関係

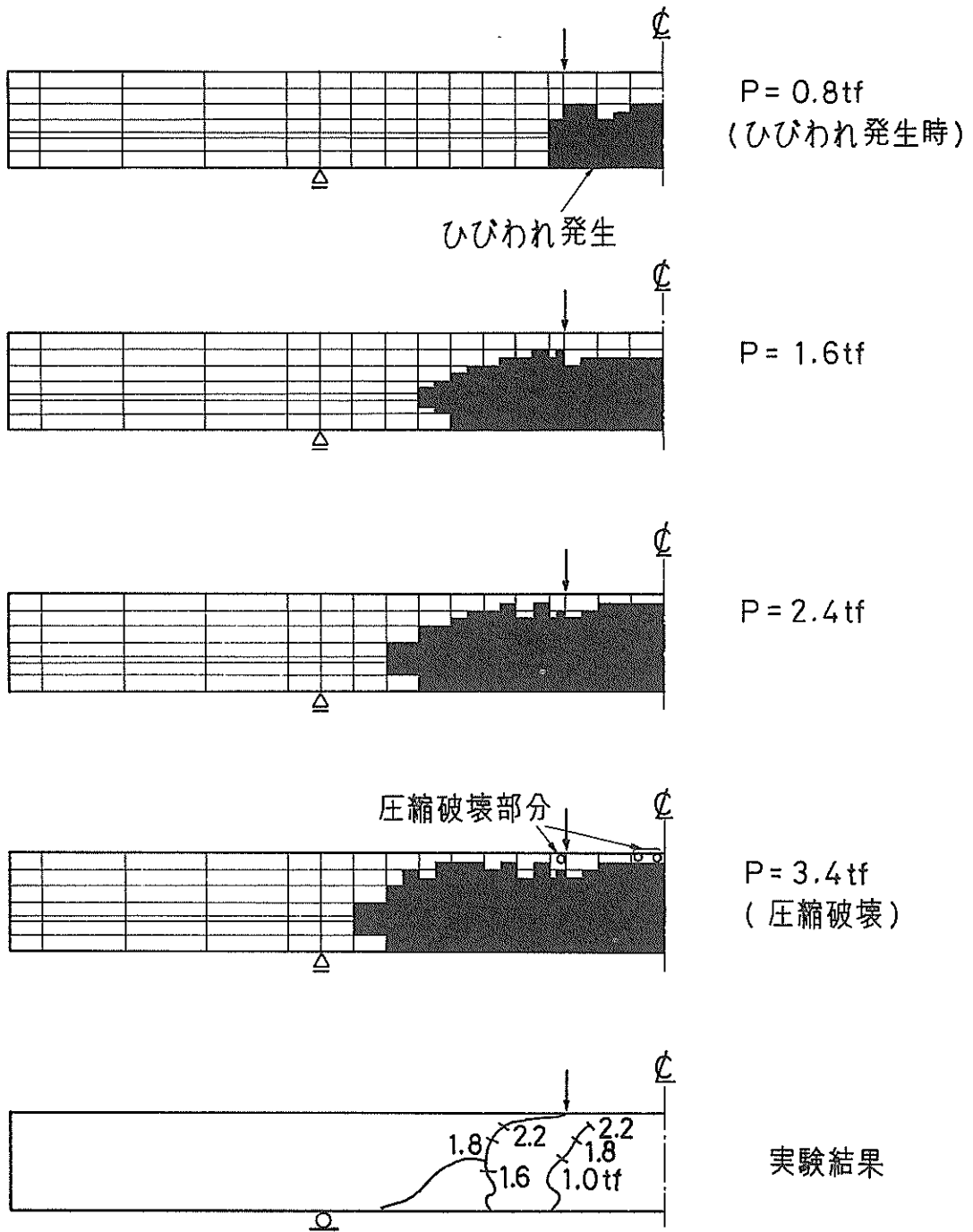


図-44 ひびわれ発生経過

果では、広い範囲でひびわれが発生している。一方、実験では、ひびわれが1本入るとその部分に集中して応力の解放が行われるので若干ひびわれの傾向が異なる。しかし、各荷重段階でのひびわれの発生位置および深さは、実験結果と計算結果でほぼ一致している。計算結果では、ひびわれの発生がはりの下縁及び鉄筋の近傍から始まる。鉄筋近傍のコンクリートでは、鉄筋とコンクリート間に付着ひびわれが発生するものと考えられる。通常の付着ひびわれは、はりの内部で見られるもので、外部にまで現われるひびわれと異なり実験では観察することが難しい。このため、計算結果の方がひびわれの発生する領域が広がったとも考えられる。

また、図-44でコンクリートが圧縮破壊を生ずる位置を示す。実験結果では、圧縮破壊の明確な位置は示されていないが、ひびわれの発生位置と方向から考えて、載荷点近傍でコンクリートの圧縮破壊が生じたと推定できる。この推定された位置と計算結果から得られた位置は良く一致している。

荷重-鉄筋ひずみ量の計算結果と実験結果の比較を図-45に示す。実験結果は、図-45に示す位置で鉄筋に貼付したひずみゲージより得られたものである。計算結果は、ひずみゲージを貼付した位置のひずみ量を線形補間により求める。ひびわれ発生後同一荷重に対して実験結果の方が鉄筋に生ずるひずみ量が約 500×10^{-6} 大き

い。鉄筋のひずみは、コンクリートにひびわれが発生した後、その位置で増大する。したがって、ひびわれの発生本数とひびわれ間隔による影響を受ける。計算結果では、ひびわれの発生が広い領域に分散されるため、鉄筋のひずみ量も平均化される。しかし、実験結果では、ひびわれが3本発生しており、この部分の鉄筋のひずみ量が大きくなっている。そのため、実験結果の方が鉄筋のひずみ量が大きいと考えられる。

鉄筋の軸方向のひずみ分布を図-46に示す。ひびわれの発生する位置では、鉄筋のひずみ量が大きい。また、

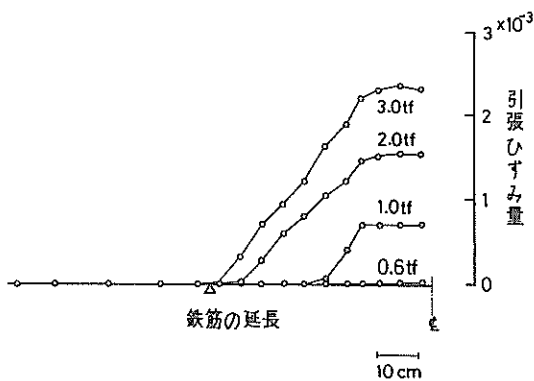


図-46 鉄筋のひずみ分布

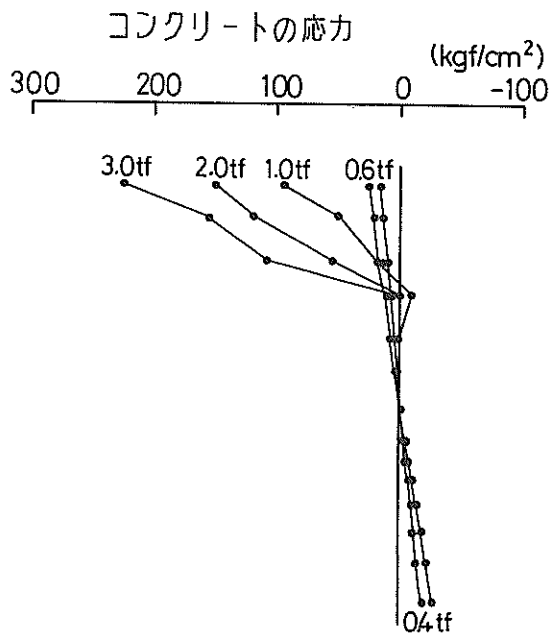


図-47 コンクリートの断面内の応力分布(軸方向)

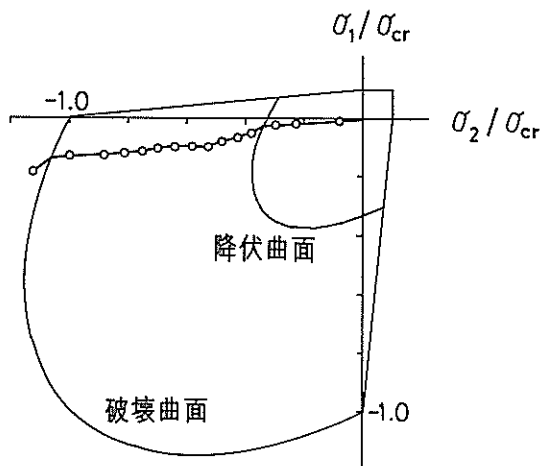


図-48 載荷点近傍のコンクリートの応力径路

載荷位置より内側の曲げモーメントが一定となる位置では、鉄筋のひずみ量はほぼ同じ値である。

はりの対称軸付近の断面内でのコンクリートの応力の分布を図-47に示す。ひびわれ発生前は、応力の分布はほぼ直線である。ひびわれが発生すると、ひびわれの深さまでは応力が解放されるためにそこでの応力が小さくなる。またひびわれの発生していない箇所では応力分布はほぼ直線分布となる。荷重が増すにつれて、ひびわれの深さも深くなり、中立軸がはり上縁へと移動し、実際の現象と一致する。

主応力平面上でのコンクリートの応力径路を図-48に示す。降伏面及び破壊面に到達後、応力径路が曲がっている。上縁付近の圧縮破壊を生じた位置では、水平方向の圧縮応力が鉛直方向の圧縮応力と比較するとかなり大きくなっており、はり上縁でのコンクリートの圧縮破壊の現象を良く説明していると考えられる。

6. 結 論

鉄筋コンクリート部材の非線形解析を実施し、以下に示す結論を得た。

1. 本資料で用いた計算モデルにより得られた計算結果は、鉄筋コンクリートはり部材の載荷実験の結果と比較的良く一致しており、モデル化の手法の妥当性が確認できた。

2. コンクリートのひびわれ発生荷重は、計算結果と実験結果で良く一致した。しかし、終局耐力は、計算結果の方が若干大きいという結果を得た。すなわち、解析結果では、実験結果に比べてコンクリートの圧縮破壊が生じた荷重が大きかった。

3. 要素を直交異方性化してコンクリートのひびわれを表現する方法では、実験結果と比較するとはり供試体の比較的広い範囲にひびわれが分散して発生する傾向があった。また、せん断剛性の低下率が計算結果に及ぼす影響が大きく、ひびわれ面での力の伝達に関しては、今後より詳細な検討が必要である。

4. コンクリートと鉄筋間の滑りの有無がはり部材の鉄筋降伏荷重及び終局耐力の計算結果に及ぼす影響は小さかった。しかし、滑りが生じた場合には、滑りが生じた付近の鉄筋の応力はかなり減少した。部材の変形性状、鉄筋の定着や継手などを検討する際には、付着性状が重要な要因となることが考えられるので、付着の取扱方法には今後詳細な検討が必要である。

5. 鉄筋のダウエル作用(せん断力の伝達)を考慮すると、ダウエル作用を考慮しない場合より終局耐力は約10%高くなった。

7. あとがき

諸外国では、鉄筋コンクリート構造物の設計法として限界状態設計法が採用されている。我が国においても、現在、弾性設計法から限界状態設計法に移行されようとしている。限界状態設計法の概念には、終局強度とともに使用限界状態の検討も含まれており、構造物のひびわれ性状、変形能力などが重要な要素として考えられている。例えば、耐震設計では、構造物のじん性率、エネルギー吸収率、等価粘性減衰率などが変形能力を示す指標として検討されている。

構造物の変形能力、復元力特性などは、従来実験的手法により求められることがほとんどであった。複雑な構造物、大規模な構造物では、載荷実験を行うことが費用や施設などの観点から難しい場合があり、数多くのケースに対して検討を行う場合、有限要素法などの数値計算に頼らざるを得ない。本資料では、その際のモデル化の手法、計算上の仮定、計算結果の精度などについての情報を整理し、若干の検討を加えた。

本来、非線形解析は、構造物全体を対象として行われるべきであるが、演算時間、容量などの制約で、現在は部材の範囲に止まっている。例えば、5.2で示した計算結果を得るには、メモリーの使用量が84kW、演算時間が約160分、I/O時間が約260分(いずれも当所所有の計算機を用いた場合)必要である。したがって、あらかじめ線形解析などを実施して、検討したい部分、重要な部分などに対象をしばって非線形解析を行うなどの処置が必要である。

鉄筋コンクリートとともにプレストレストコンクリー

トが海洋構造物にも用いられる機会が増しつつある。プレストレストコンクリート構造物の非線形解析は、初期応力を導入してから解析を行うという手法もあるが、詳しい検討は今回行ってない。今後、プレストレストコンクリート構造物のモデル化の手法の検討を行っていききたい。

さらに、計算モデル化で用いた条件やパラメータの値などについては、十分検討されていない項目もあり実験等を通してさらに詳しい検討を行う必要がある。

今後、海洋構造物の詳細な性状の解明に有限要素法を用いた非線形解析が行われるようになり、本資料がその一助となれば幸である。

なお、本研究は、特定研究「大水深重力式構造物の構造解析に関する研究」の一環として実施されたものである。

本資料での計算は、当所所有の計算機ACOS-800Ⅱを用いて行った。

(1983年6月30日受付)

謝 辞

本資料中で用いた鉄筋コンクリートはりの載荷実験結果は、構造部材料施工研究室で実施されたものである。貴重なデータを提供して頂いたことに感謝の意を表します。また、図面作成の作業には、沈埋構造研究室の藤原貴史君の協力を得ました。ここに感謝致します。

参考文献

- 1) 横田弘, 南兼一郎, 清宮理: ケーソン式港湾構造物への有限要素法の適用, 港湾技術資料No.403, 1981年12月, 35p.
- 2) D. Ngo and A. C. Scordelis: Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams, Journal of the ACI, Mar., 1967, pp.152~163.
- 3) 関口信一郎: 有限要素法による鉄筋コンクリートスラブの弾塑性解析, 港湾技術研究所報告, Vol.19, No.2, 1980年6月, pp.169~185.
- 4) A. H. Nilson: Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete by the Finite Element Method, Journal of the ACI, Sept., 1968, pp.757~764.
- 5) 野口博, 井上範夫: 有限要素法による鉄筋コンクリート構造のせん断解析手法, RC構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム論文集, (社)日本コンクリート工学協会, 1982年6月, pp.77~98.
- 6) 野口博: 有限要素法による鉄筋コンクリートの非線形解析(第4報), 日本建築学会論文報告集No.262, 1977年12月, pp.43~52.
- 7) 例えば, 黒正清治, 滝口克己: 有限要素法による鉄筋コンクリート部材の二次元非線形解析, 日本建築学会論文報告集No.189, 1971年11月, pp.51~57.
- 8) 野口博: 有限要素法による鉄筋コンクリートの非線形解析(第2報), 日本建築学会論文報告集No.258, 1977年8月, pp.27~37.
- 9) S. Valliappan and T. F. Doolan: Nonlinear Stress Analysis of Reinforced Concrete, Journal of the Structural Division, ASCE, No. ST4, Apr., 1972, pp.885~898.
- 10) Y. Goto: Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars, Journal of the ACI, Vol. 68, No. 4, Apr., 1971, pp.244~251.
- 11) 黒正清治, 滝口克己, 林静雄, 山中久幸: 異形鉄筋とコンクリートの付着に関する基礎的研究(その3), 日本建築学会学術講演梗概集, 1974年10月, pp.1155~1156.
- 12) 岡村甫: コンクリート構造の限界状態設計法, 共立出版株式会社, 1979年, pp.24~26.
- 13) (社)土木学会: コンクリート構造の限界状態設計法 試案, コンクリートライブラリー第48号, 1981年4月, pp.31~34.
- 14) H. B. Kupfer and K. H. Gerstle: Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, No. EM4, Aug., 1973, pp.853~866.
- 15) D. Darwin and D. A. Pecknold: Nonlinear Biaxial Stress-Strain Law for Concrete, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, No. EM2, Apr., 1977, pp.229~241.
- 16) 山田嘉昭: 塑性・粘弾性, 培風館, 1972年, 240p.
- 17) H. Kupfer, H. K. Hilsdorf and H. Rusch: Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses, Journal of the ACI, Vol.66, No.8, Aug., 1969, pp.656~666.
- 18) 山口柏樹: 弾・塑性力学, 森北出版, 1976年11月, pp.201~202.
- 19) 川井忠彦, 椎名章二: 骨組構造離散化極限解析用プログラム"FRAME-1"の概要, 生産研究Vol.35, No.4, 1983年4月, pp.16~19.
- 20) 青柳征夫: 鉄筋コンクリートシェル要素の面内せん断, RC構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム論文集, (社)日本コンクリート工学協会, 1982年6月, pp.135~148.

- 21) T. Paulay, R. Park and M. H. Phillips : Horizontal Construction Joints In Cast-In-Place Reinforced Concrete, Shear In Reinforced Concrete, ACI SP-42, 1974年, pp. 599~616.
- 22) M. N. Fardis and O. Buyukozturk : Shear Transfer Model for Reinforced Concrete, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, No. EM2, Apr., 1979, pp. 255~275.
- 23) J. C. Walraven : Fundamental Analysis of Aggregate Interlock, Journal of the Structural Division, ASCE, No. ST11, Nov., 1981, pp. 2245~2270.
- 24) 例えば, 井元勝慶, 武田寿一 : 3次元連続体の非線形有限要素解析 (第1報), 大林組技術研究所報, No.11, 1975年, pp. 1~7.
- 25) 例えば, H. Suidan and W. C. Schnobrich : Finite Element Analysis of Reinforced Concrete, Journal of the Structural Division, ASCE, No. ST 10, Oct., 1973, pp. 2109~2122.
- 26) 鷲津久一郎他 : 有限要素法ハンドブック I 基礎編, 培風館, 1981年9月, pp. 245~250.
- 27) O. C. ツィエンキーヴィッツ : 基礎工学におけるマトリックス有限要素法, 培風館, 1975年, pp. 369~396.
- 28) H. Matthies and G. Strang : The Solution of Nonlinear Finite Element Equations, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 14, 1979, pp. 1613~1620.
- 29) 甲斐一夫, 大即信明, 森好生 : コンクリートの水中における載荷試験, 土木学会第36回年次学術講演会講演概要集第5部, 1981年10月, pp. 250~251.

港湾技研資料 No.460

1983・9

編集兼発行人 運輸省港湾技術研究所

発行所 運輸省港湾技術研究所
横須賀市長瀬3丁目1番1号

印刷所 株式会社 東京プリント

Published by the Port and Harbour Research Institute
Nagase, Yokosuka, Japan.