

港湾技研資料

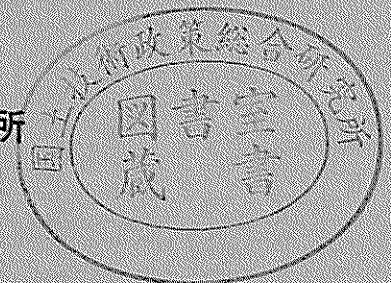
TECHNICAL NOTE OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

No. 403 Dec. 1981

ケーソン式港湾構造物への有限要素法の適用

横 田 弘
南 兼一郎
清 宮 理

運輸省港湾技術研究所



目 次

要 旨	3
1. ま え が き	3
2. 有限要素法の概要	4
2.1 有限要素法の理論	4
2.2 プログラム構成	6
3. ケーソン式港湾構造物のモデル化	8
3.1 要素の種類	8
3.2 要素の分割方法	10
3.3 境界部の取扱い方	12
3.4 上部工の取扱い方	13
3.5 外力の取扱い方	17
3.6 隔壁の取扱い方	17
4. 構造解析例	17
4.1 不陸のあるマウンド上に置かれたケーソンの解析	17
4.2 バットレスを有するケーソンのフーチング部の解析	27
4.3 曲面スリットケーソンの消波工の解析	30
5. 結 論	34
6. あ と が き	34
参 考 文 献	

The Application of Finite Element Method to Caisson Type Offshore Structures

Hiroshi YOKOTA*
Ken-ichiro MINAMI**
Osamu KIYOMIYA***

Synopsis

Many offshore structures in deep sea are subjected to large force of waves and distorting effects due to uneven foundations. In ordinary design methods, structures are broken into some structural elements and their stresses are calculated. Consequently, this approach often results in unnegligible errors. To cover the errors, some structures may be designed uneconomically. An approach to eliminate the errors is to analyze structures in entirety with finite element method which is now a leading method in the field of structure analysis.

This paper aimed at providing the basic information to apply finite element method to offshore structures such as how structures should be modeled, how element types should be selected and so on. Furthermore, a comparison was made between the results calculated with finite element method and the ordinary design methods on prototype caisson type breakwaters.

* Member of Subaqueous Tunnels and Pipelines Laboratory, Structures Division
** Chief of Subaqueous Tunnels and Pipelines Laboratory, Structures Division
*** Senior Research Engineer, Structures Division

ケーソン式港湾構造物への有限要素法の適用

横 田 弘*
南 兼一郎**
清 宮 理***

要 旨

大水深海洋構造物は、大きな外力を受けたり、基礎のマウンドの不陸により大きなねじれが生じたりすることがある。このような構造物の設計に、在来の部材中心の設計法を適用することは、経済性や安全性の面から不十分な場合もあり、その際には構造系全体での解析を行う必要があると考えられる。その解析には、構造解析の分野で既に有力な手法となっている有限要素法を用いることが適切である。

このようなことから、有限要素法を港湾構造物に適用する場合の基礎的資料を得ることを目的として、有限要素モデル化の手法や、用いる要素の選択方法などの基礎的情報の整理を行った。また、実際のケーソン式防波堤を対象として、有限要素法による構造解析を行い、在来の設計法、計算法によるものとの比較を行い、2～3の知見を得た。

1. ま え が き

臨海部における海洋利用は、既に飽和状態に達している。その結果、新規の大型プロジェクトの場を臨海部空間に求めることは次第に困難になっており、これらのプロジェクトの場は、水深のより深い沖合部へと移りつつある。このような場所に建設される防波堤などの海洋構造物は、大きな波力、地盤反力あるいは地震力などを受ける可能性がある。また、大水深域では、施工性などの理由により、基礎のマウンドなどに不陸が生じる可能性もあり、このような場合、構造物にねじれが発生することも考えられる。以上のようなことを含めて、在来の部材中心の設計法をそのまま海洋構造物に適用することは、経済性や安全性などを考えると不十分であるといえる。現在、大きな波力や地盤反力などを低減し、経済的な断面を目的とする図-1.1に示すような新しい型式の

防波堤が考案されている。しかし、このような新型式の構造物に対する設計法は確立されておらず、大きな外力を受ける際の構造物の挙動についても明確になっていない。このような観点から、海洋構造物の挙動を個々の構造部材のみならず、全体で解析して、より合理的な設計手法の採用を検討する時期が到来してきている。

このような背景のもとに、既に各種の構造物の設計や解析を行う際、幅広く利用されている有限要素法を海洋構造物の解析の手法として取り上げることが考えられる。

1956年にTurner, Cloughらは、変位仮定による構造解析の手法として有限要素法を提案した。それ以来、航空工学、機械工学などの分野を中心に、有限要素法は目覚ましい進歩を遂げ、多くの種類の要素が提案され、より能率的な計算法が考案されてきた。さらに、コンピュータの高性能化、大型化と関連し、大規模でかつ汎

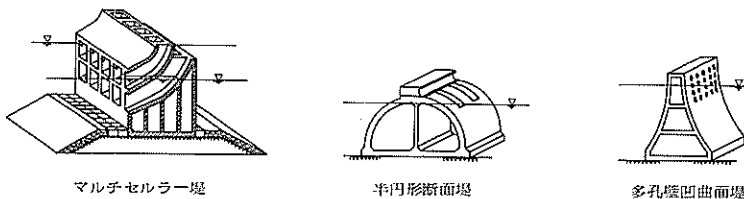


図-1.1 新型式防波堤のアイデアの例

* 構造部 沈埋構造研究室
** 構造部 沈埋構造研究室長
*** 構造部 主任研究官

用的なプログラムが多数開発されてきた。このように、今日では、有限要素法は構造解析のあらゆる分野で欠くことのできない解析手法となってきた。

有限要素法は、海洋構造物の解析においても有効な手法と考えられるが、その使用に際しては、要素の選定、モデル化の方法、精度などの基礎的なことがらを十分に把握しておく必要がある。また、計算結果をどのように評価するかということも十分に理解していることも、有限要素法の効果的な利用という点で重要なことである。

本資料では、将来、海洋構造物の一種類であるケーソン式防波堤に有限要素法を適用して構造解析を実施する機会が到来することを考え、構造物のモデル化の方法や要素の選定方法などの、有限要素法を適用するにあたっての基礎的な情報を整理するものである。有限要素法による解析プログラムで解ける問題の対象は、静的線形問題、動的線形問題及び静的材料非線形問題である。本資料では、有限要素法による解析プログラム（2.2参照）もしくは他の汎用解析プログラム（ISAP-6, NASTRAN）を用いて、静的線形の範囲で、前述の種々の事項について検討する。すなわち、要素の分割数、（板厚/辺長）、辺長比によって、厳密解とどの程度の差が計算結果にあるか調べる。また、モデル化する際に考慮しなければならない、上部工の取扱い方法やケーソン本体と地盤との境界部の取扱い方について検討を行う。さらに、演算時間、記憶容量及び自由度を減らし、かつ、所定の精度を得る方法についても検討を加える。この有限要素法を4種類のケーソン式防波堤¹⁹⁾に適用して構造解析を行い、現在提案されている設計法、計算法と

の相違点について考察を行う。

2. 有限要素法の概要

2.1 有限要素法の理論

有限要素法は、連続体を離散化して、その連続体の微小片ともいべき要素によって組立てられた構造系を解析するものである。すなわち、各要素ごとに変位関数を仮定し、これより求まる剛性行列を全体構造系へ集合させて、所定の解を求める。有限要素法の基礎理論、各種要素の変位関数及び方程式の解法などについては、多数の参考書^{1)~3)}が出版されている。したがって、ここでは、本資料で言及するケーソン式防波堤の構造解析を行う際に用いられる平板要素についてのみ概説⁴⁾を行う。

2.2で詳しく説明する解析プログラムで取扱う四角形平板要素の形成過程を図-2.1に示す。まず、1節点あたりの自由度が3で、辺に沿ってのnormal slope ($\partial w / \partial n$)が一次変化する三角形要素を考える。図-2.2に示す部分三角形では、3つの頂点で w, θ_x, θ_y , 1辺の中点で θ_n の合計10個の自由度を持つ。また、この三角形の変位関数を完全3次式で表示する。この部分三角形を図-2.3に示すように中点のある辺を外にして3個組み合わせると、12個の自由度を持つ三角形要素LCCCT12 (Linear Curvature Compatible Triangle) が得られる。この要素の変位関数は、図-2.4に示すような面積座標系を用いて式(2.1)のように表わされる。

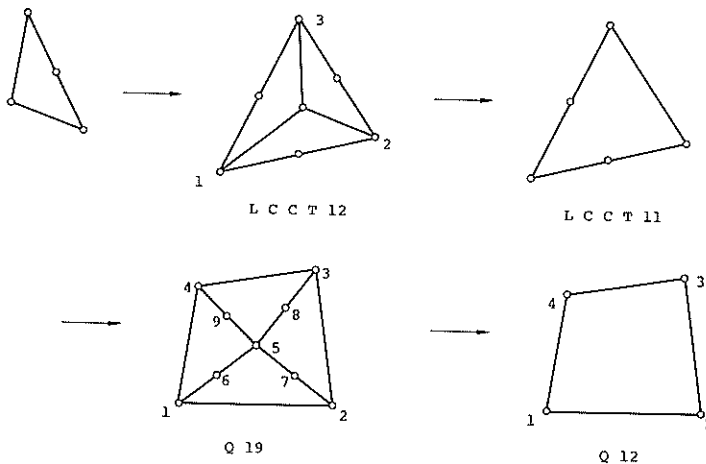


図-2.1 四角形平板要素(Q12)の形成過程

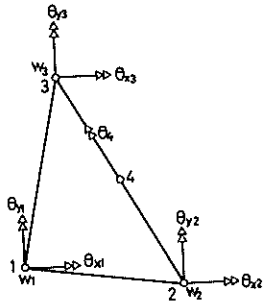


図-2.2 10個の自由度を有する部分三角形

$$w = [\phi_{w_1}^{(3)} \phi_{\theta_1}^{(3)} \phi_{\theta_{y_1}}^{(3)} \phi_{w_2}^{(3)} \phi_{\theta_2}^{(3)} \phi_{\theta_{y_2}}^{(3)} \phi_{w_3}^{(3)} \phi_{\theta_3}^{(3)} \phi_{\theta_{y_3}}^{(3)} \phi_{\theta_4}^{(3)} \phi_{\theta_5}^{(3)} \phi_{\theta_6}^{(3)}] \cdot [w_1 \theta_{z_1} \theta_{y_1} w_2 \theta_{z_2} \theta_{y_2} w_3 \theta_{z_3} \theta_{y_3} \theta_4 \theta_5 \theta_6] \quad (2.1)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \phi_{w_1}^{(3)} &= \zeta_1^2 (3 - 2\zeta_1) + 6\mu_3 \zeta_1 \zeta_2 \zeta_3 \\ &\quad + \zeta_3^2 (3(\lambda_2 - \lambda_3) \zeta_1 + 2(\mu_3 - \lambda_2) \zeta_3 - 3\mu_3 \zeta_2) \\ \phi_{\theta_1}^{(3)} &= \zeta_1^2 (b_2 \zeta_3 - b_3 \zeta_2) + (b_1 - b_3 \mu_3) \zeta_1 \zeta_2 \zeta_3 \\ &\quad + \frac{1}{6} \zeta_3^2 (3b_3 \lambda_2 + b_3 \mu_3 - 2b_1) \zeta_1 \\ &\quad + 3(b_3 \mu_3 - b_1) \zeta_2 + (3b_1 - b_2 \lambda_2 - 2b_2 \mu_3) \zeta_3 \\ \phi_{w_2}^{(3)} &= \zeta_2^2 (3 - 2\zeta_2) + 6\lambda_3 \zeta_1 \zeta_2 \zeta_3 + \zeta_3^2 (3(\mu_1 - \lambda_3) \zeta_2 + 2(\lambda_3 - \mu_1) \zeta_3 - 3\lambda_3 \zeta_1) \\ \phi_{\theta_2}^{(3)} &= \zeta_2^2 (b_3 \zeta_1 - b_1 \zeta_2) + (b_3 \lambda_3 - b_2) \zeta_1 \zeta_2 \zeta_3 \\ &\quad + \frac{1}{6} \zeta_3^2 (3(2b_2 - b_3 \lambda_3 - b_1 \mu_1) \zeta_2 \end{aligned}$$

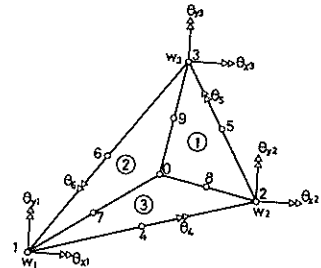


図-2.3 LCCT 12

$$\begin{aligned} &+ 3(b_2 - b_3 \lambda_3) \zeta_1 + (-3b_2 - b_1 \mu_1 + 2b_3 - \lambda_3) \zeta_3 \\ \phi_{w_3}^{(3)} &= \zeta_3^2 (3(1 + \mu_2) \zeta_1 + 3(1 + \lambda_1) \zeta_2 + (1 - \mu_2 - \lambda_1) \zeta_3) \\ \phi_{\theta_3}^{(3)} &= \frac{1}{6} \zeta_3^2 (3(3b_1 + b_2 + b_1 \lambda_1) \zeta_2 + (b_2 \mu_2 - b_1 \lambda_1) \zeta_3 - 3(b_1 + 3b_2 + b_2 \mu_2) \zeta_1) \\ \phi_{\theta_4}^{(3)} &= \frac{4A}{3L_3} [6\zeta_1 \zeta_2 \zeta_3 + \zeta_3^2 (5\zeta_3 - 3)] \\ \phi_{\theta_5}^{(3)} &= \frac{4A}{3L_1} [\zeta_3^2 (3\zeta_2 - \zeta_3)] \\ \phi_{\theta_6}^{(3)} &= \frac{4A}{3L_2} [\zeta_3^2 (3\zeta_1 - \zeta_3)] \end{aligned}$$

で示される。 $\phi_{\theta_{y_i}^{(3)}}$ については $\phi_{\theta_{z_i}^{(3)}}$ の b を a に変更すればよい。なお添字の(3)は、部分三角形の3を表しており、残りの部分については上式のすべての上添字、下添字をサイクル的に入れ替える。

こうしてできた12自由度の三角形の1辺1-2で normal slopeが1次式で表わされるという条件を導入すると、点4の自由度が式(2.2)で示され、 θ_4 が消去されることにより、11個の自由度を持つ三角形要素(LC

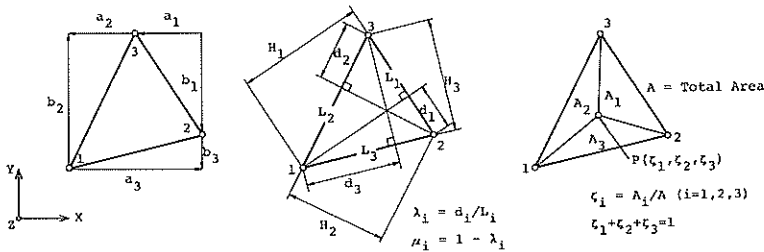


図-2.4 三角形の面積座標系と記号説明図

CT 11) に変換される。

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \theta_{z1}, c_3 - \theta_{y1}, s_3 = \frac{1}{2} (\theta_{z1} + \theta_{z3}) c_3 \\ &\quad - \frac{1}{2} (\theta_{y1} + \theta_{y3}) s_3 \quad (2.2) \\ c_3 &= a_3 / L_3 \\ s_3 &= -b_3 / L_3 \end{aligned}$$

この操作を残りの2辺についても行うと、9個の自由度を持つ三角形要素 (LCCT9 もしくは HCT) となる。LCCT 11 を中間点のない辺を外側にして4個組み合わせると、各辺上で normal slope が1次変化する、完全適合の19自由度四辺形要素 Q 19 が得られる。

この Q 19 の内部の4点を縮合することにより、目的の要素である四辺形要素 Q 12 が得られる。

平板要素は、面内及び面外の剛性をもつ。Kirchhoff の仮定により、要素が微小変形すると考えられる範囲では、面内及び面外の問題は、おのおの2つに分離される。したがって、要素剛性マトリックスは、両者を単に加え合わせればよい。

面内問題における応力 (σ , τ) とひずみ (ϵ , γ) の関係は次式で示される。

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{Et}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

ここに E : 材料のヤング係数
 ν : 材料のポアソン比
 t : 板厚

これは、平面応力問題と同じとなり、変位は \bar{u} , \bar{v} である。

一方、面外の曲げ問題においては、単位幅あたりのモーメント (M) と曲率の関係は次式で表わされる。

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \partial^2 w / \partial x^2 \\ \partial^2 w / \partial y^2 \\ \partial^2 w / \partial x \partial y \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

変位は、 w , $\bar{\theta}_{xx}$, $\bar{\theta}_{yy}$ である。ここに、 w , $\bar{\theta}_{xx}$, $\bar{\theta}_{yy}$ は要素座標系で表わした、たわみ及び x , y 軸回りの回転角である。

面内問題と面外問題を加え合わせる場合、節点自由度は、節点変位 x_e , y_e , z_e と各軸回りの回転角 θ_{xx} , θ_{yy} , θ_{zz} の合計6個となる。この場合、面内問題で考慮されて

いない θ_{zz} (要素直角軸回りの回転角) の自由度が存在するが、これは、平板要素が任意の空間的な位置にあるためである。このため、ある節点に集まる要素がすべて同一平面内に存在する場合は、その節点の平面内の回転は自由度とならないため、それを消去するなどの取扱いが必要となる。本資料で用いる解析プログラムでは、面内回転のみに関して式 (2.5) のような関係式を用いて対処している。

$$\begin{pmatrix} \bar{M}_{z,e1} \\ \bar{M}_{z,e2} \\ \bar{M}_{z,e3} \end{pmatrix} = \alpha Et A \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ & 1 - \frac{1}{2} \\ \text{SYM.} & & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\theta}_{z,e1} \\ \bar{\theta}_{z,e2} \\ \bar{\theta}_{z,e3} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

ここに A : 三角形の面積

α : 定数 (= 0.03)

なお、この関係式は三角形要素のものである。

2.2 プログラム構成

解析プログラムの構成及び機能の概要について以下に述べる。解析プログラムの機能は、図-2.5に示すようなフローチャートで示される。また、表-2.1に本解析プログラムで取扱うことのできる要素の種類を示す。また、汎用構造解析プログラム ISAP-6 (静的線形及び動的線形解析の機能を有する) との比較も行う。

有限要素法のプログラムでは、剛性マトリックスの作成と連立一次方程式の解式とが骨格となっている。通常、演算時間の大半は、連立一次方程式を解く部分で消費される。連立方程式の解法ルーチン (solver) として、解析プログラムは、skyline 解法⁵⁾, block cholesky 解法⁶⁾, SORE 解法⁷⁾ 及び multilevel substructure 解法⁸⁾ の4種類を有している。節点数が100程度、すなわち、自由度数が600程度より小さいモデルに対しては、計算機の内部記憶容量内で解く skyline 解法、それより大きな自由度数の問題については、外部記憶装置を媒体として解式を行う block 解法を用いる。また、大きな構造をいくつかの小さな構造の集合とみなして自由度の縮約をはかり、solver の効率を高める substructure 解法も用いられる。block 解法を用いる場合、自由度数が約6000程度の問題まで処理できるが (記憶容量150kwords)、通常のケーソン式構造物を有限要素モデル化すると、この程度の自由度数となることが多い。この程度の規模の問題を、当所所有の電子計算機 ACOS-800 II を用いて解く場合、演算時間 (CPU time) が約60

表-2.1 解析プログラムで取扱う要素の種類

解析プログラム			ISAP-6	
要素群名称	自由度	節点数	要素の名称	節点数
2次元面内ポイントスティフネス	u, v, θ_z	1	-	-
2次元面外ポイントスティフネス	w, θ_x, θ_y	1	-	-
3次元ポイントスティフネス	$u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$	1	-	-
2次元トラス	u, v	2	} 3次元トラス	2
3次元トラス	u, v, w	2		
2次元面内はり	u, v, θ_z	2	} 3次元はり	2
2次元面外はり	w, θ_x, θ_y	2		
3次元はり	$u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$	2		
平面ひずみ	u, v	3, 4, 6, 8	} 2次元要素	3, 4
平面応力	u, v	3, 4, 6, 8		
平面膜	u, v, w	3, 4	平面膜	3, 4
板曲げ	w, θ_x, θ_y	3, 4, 6, 8	} 平板/シェル	4
平板	$u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$	3, 4, 6, 8		4
立 体	u, v, w	4, 6, 8, 10, 15, 20	8節点立体	8
			3次元固体	8~21
2次元面内線分布バネ	u, v	2	-	-
2次元面外線分布バネ	w	2	-	-
3次元線分布バネ	u, v, w	2	-	-
3次元面分布バネ	w	3, 4	-	-
2次元面内ポンド	u, v	2	-	-
2次元面外ポンド	w	2	-	-
3次元ポンド	u, v, w	2	-	-
線形一般化	*		剛性マトリクス	
-	-	-	3次元パイプ	2
節点集中バネ	(要素として取扱っていない)		境 界	2

分、外部機器との出し入れ時間(I/O time)が約90分必要となる。

動的解析では、直接積分法⁹⁾、固有値解析⁹⁾、モーダルアナリシス¹⁰⁾を取扱うことができる。直接積分法では、Houbolt法⁹⁾、Wilson- θ 法⁹⁾もしくはNewmark- β 法⁹⁾を選択することができる。固有値解析には、subspace法⁹⁾及びQR法⁹⁾の2種類の解法がある。外力として、時間とともに値が変化する地震力、波力などが考えられる。このような場合、地震力は加速度で表示され、任意のいくつかの節点に入力する。また、波力は力として入力する。減衰は、比例減衰及び非比例減衰の両者を取扱うことができ、要素ごとに減衰の種類を選択できる。

非線形解析は、応力とひずみ、あるいは力と変位の関係を非線形性として取扱うことができる(材料非線形)。その非線形性を示す応力とひずみの関係を、bi-line-

ar, tri-linearあるいはmulti-linearなど¹¹⁾で表示することが可能であり、それぞれについて履歴現象を組み入れることができる。平板要素の非線形性は、要素の厚さ方向をいくつかの層に分割することによって表示でき¹²⁾、各層内の16個の積分点で降伏の判定を行う。したがって、層の分割を工夫することにより、平板をコンクリート部分と鉄筋部分とにモデル化して取扱うことも可能である。降伏条件は、von Mises¹³⁾、Drucker-Prager¹⁴⁾あるいは利用者が用意した条件をプログラム内にサブルーチンとして組み込むことが可能である。収束計算は、初期応力法、Newton法¹⁾あるいは修正Newton-Raphson法¹⁾によって効率的に行うことができる。

各解析機能について、計算を途中で停止させたり、再度演算を開始できる(break及びrestart)機能、及び、同一形状の要素について剛性マトリクスの作成を

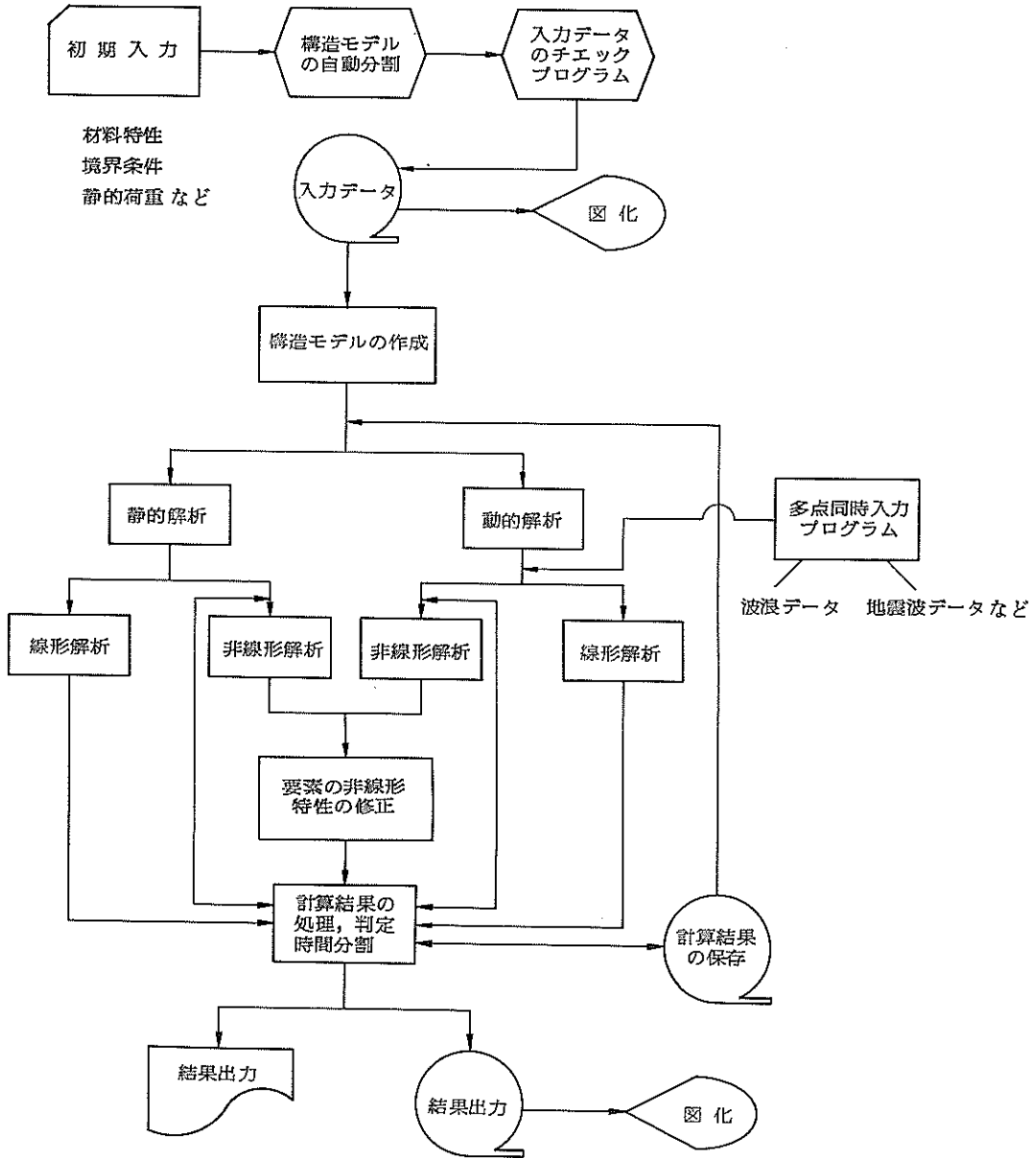


図-2.5 解析プログラムの機能概要図

行わない機能 (same element) を有している。また、静的線形解析の場合、節点間の自由度を任意の関係で従属させる多自由度拘束の機能があり、これを用いれば、部材の断面などで剛体変形を与える問題などを解析することができる。

3. ケーソン式港湾構造物のモデル化

3.1 要素の種類

ケーソン式防波堤を有限要素法を用いて3次元構造解析を行う際、用いる要素は平板要素 (plate) が適している。平板要素の特性、構成方程式及び変位関数については、2.1で述べたとおりである。また、構造物の形状や部材に作用する外力の種類に応じて、はり要素、立体要素 (block) あるいは平面要素などが用いられる場合

もある。それらの要素を適用した場合については、3.4, 3.6で検討する。

平板要素は、図-3.1に示すような2種類の要素に分類できる。すなわち、平板要素が外力を受けて変形する

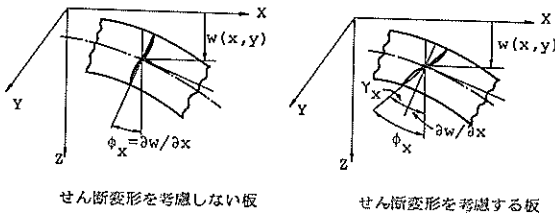


図-3.1 2種類の平板要素

場合、中立軸とその法線のなす角が常に直角を保つような要素と、直角を保たない、いわゆるせん断変形を考慮する要素である。この2種類の要素が計算結果に与える影響の程度の差は、平板の板厚と辺長(スパン)との比に依存する。図-3.2, 3.3及び3.4にいく種類かの境界条件と荷重条件とを変化させた場合の正方形板の(板厚/辺長)比とたわみ係数との関係を示す。せん断変形を考慮しない要素は、各図内に示す古典理論(級数解¹⁵⁾)とほぼ一致し、板厚の大きさによってたわみ係数の値が異なることはない。しかし、せん断変形を考慮する要素を用いる場合、せん断変形によって大きな変位を与えることになる。その値は(板厚/辺長)比が0.25の場合で、古典理論の約3倍に達する。せん断変形を考慮する平板の解析は、Reissnerらによって定式化されたが¹⁶⁾、有限要素法による解析においても、(板厚/辺長)比が0.04~0.05より大きくなると、古典理論は誤差が大きくなる。

しかし、(板厚/辺長)比の小さい、いわゆる薄板の解析にせん断変形を考慮する要素を用いると、たわみ係数はかなり小さく与えられる。すなわち、みかけ上要素の剛性が大きく評価される。これは Locking と呼ばれる現象で¹⁷⁾、薄板の解析にこの要素を用いる際は、配慮が必要となる。

特に、ケーソン式港湾構造物の構造解析において、(板厚/辺長)比が問題となるのは、底版の解析である。通常のケーソンでは、辺長4~5mに対して板厚が60cm程度の場合が多い。この場合、(板厚/辺長)比が0.15程度となる。したがって、せん断変形を考慮する要素を用いる方が望ましい。図-3.5に板の中央における曲げモーメント分布を示す。たわみの場合とは逆に、せん断

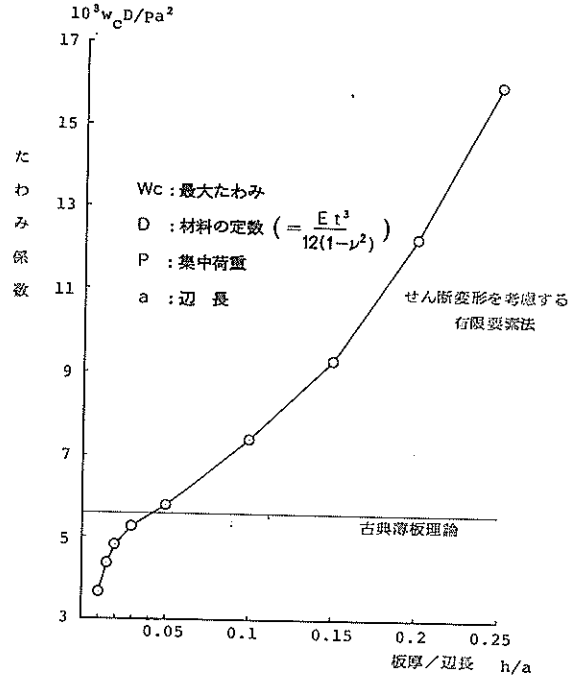


図-3.2 中央に集中荷重を受ける周辺固定正方形板の最大たわみに及ぼすせん断変形の影響

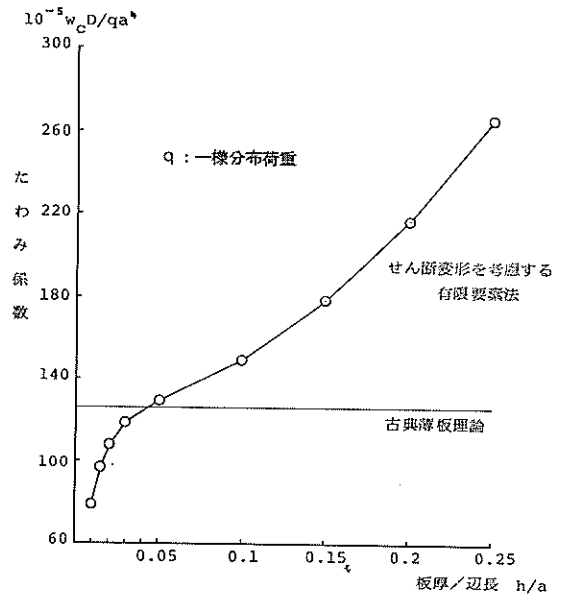


図-3.3 一様分布荷重を受ける周辺固定正方形板の最大たわみに及ぼすせん断変形の影響

変形により、曲げモーメントはせん断変形を考慮しない場合よりも小さな値を示す。設計の際、通常の薄板用の要素を用いる場合は、モーメントの値は安全側となる。しかし、隔壁を解析する場合は、(板厚/辺長)比が0.04程度となることが多く、せん断変形を考慮する要素の適用限界となることもある。したがって、モーメントの値が大きく算定される場合があるので、その使用には注意が必要である。

3.2 要素の分割方法

(1) 要素の分割数

有限要素法で構造解析を行う場合、計算結果の精度を前もって把握しておくことが必要である。3.1で2種類の平板要素について述べたが、以下では、せん断変形を考慮しない要素について検討する。図-3.6及び図-3.7にそれぞれ、集中荷重あるいは一様分布荷重を受ける正方形板の1辺あたりの分割数と最大たわみとの関係を示す。いずれの荷重条件の場合でも、各辺を8つ以上の分割を行えば、厳密解と計算結果との差は2~3%以内となる。これよりも少ない分割数でモデル化する場合、たわみはいずれの荷重条件でも小さな値となる。有限要素法は連続体を離散化するため、一般的に、多くの分割を行えば、それだけ精度は上がる。したがって、構造解析を行う際は、8程度の分割を行えば十分である。しかし、

2×3の隔壁のある比較的小さなケーン式構造物の構造解析を行う場合でも、各辺で8分割を行うと、総節点数は約1300程度となる。このようなモデルを解く際には、大きな記憶容量と長い演算時間が必要となる。対称条件などを用いてモデルを簡略化できないときには、やむを得ず分割数を少なくする場合もある。この場合、少ない分割数により生じる誤差の程度を考慮しておかねばならない。また、各辺を等間隔に分割せず、間隔を変えて分割を行い、必要な精度を得る方法もあるが、これは(3)で検討する。

(2) 要素の辺長比

(1)で、正方形板に対して、1辺あたり8分割以上行えば、厳密解と計算結果との差が2~3%以内となること

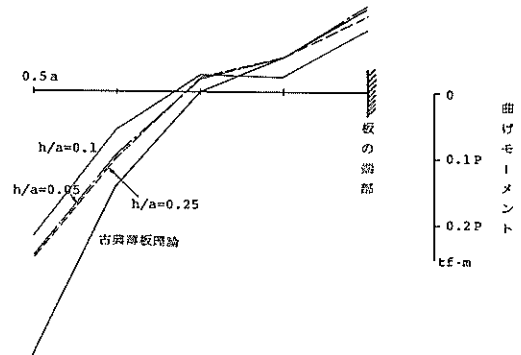


図-3.5 中央に集中荷重を受ける周辺固定正方形板の中央断面 ($y = \frac{a}{2}$) における曲げモーメント分布

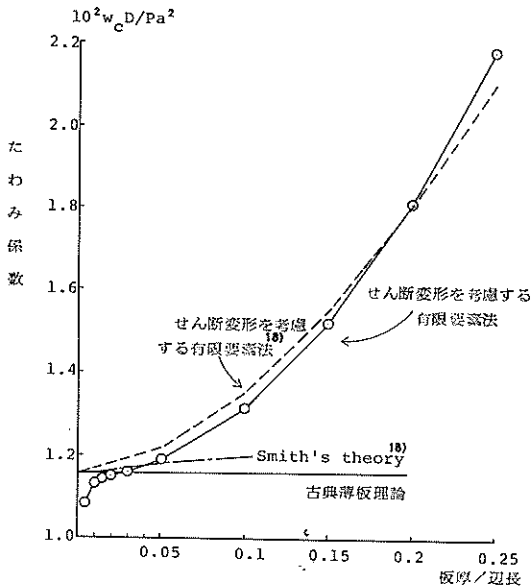


図-3.4 中央に集中荷重を受ける周辺単純支持正方形板の最大たわみに及ぼすせん断変形の影響

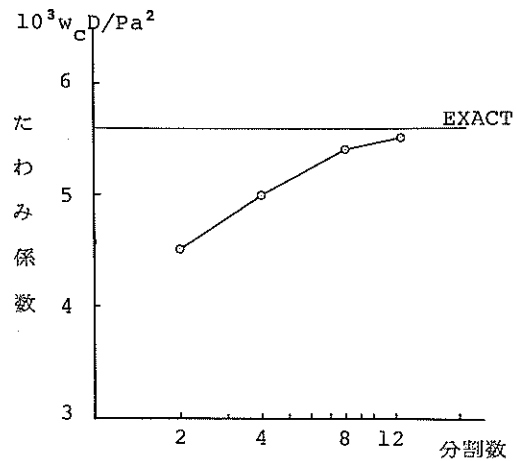


図-3.6 中央に集中荷重を受ける周辺固定正方形板の1辺あたりの分割数とたわみ係数との関係

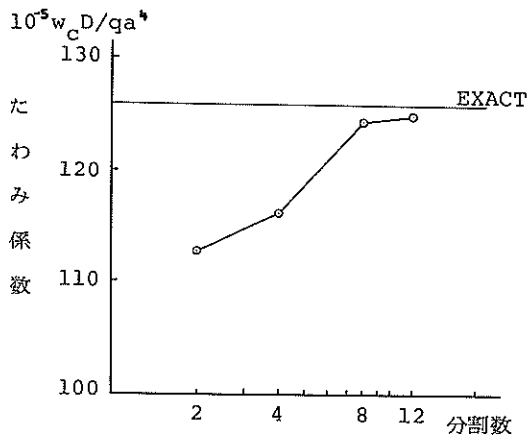


図-3.7 一様分布荷重を受ける周辺固定正方形板の1辺あたりの分割数とたわみ係数との関係

を示した。しかし、外壁や隔壁では、辺の長さが異なることもある。例えば、等間隔の分割を行う場合、要素の辺長比が2~3程度となる。図-3.8に3辺固定1辺自由の長方形板を、各辺方向に8分割を行う場合の辺長比と曲げモーメントとの関係を示す。破線は、港湾の施設の技術上の基準・同解説¹⁹⁾によって計算される曲げモーメントの値である。板の中央から自由辺までの範囲は、要素の辺長比にかかわらず、有限要素法による解は、値及び分布形が在来の設計法によるものとほとんど一致している。しかし、拘束(固定)辺付近では、曲げモーメントの値は、いずれの辺長比の場合も、有限要素法による解が在来設計法による値より小さくなる。また、そのような傾向は、辺長比が大きくなるにつれて顕著になり、辺長比が4.0となると、在来設計法による値と比較して約20%程度の値しか示さない。本資料で用いる平板要素は、要素内の積分点での応力値を平均化して、要素の重心位置での応力値

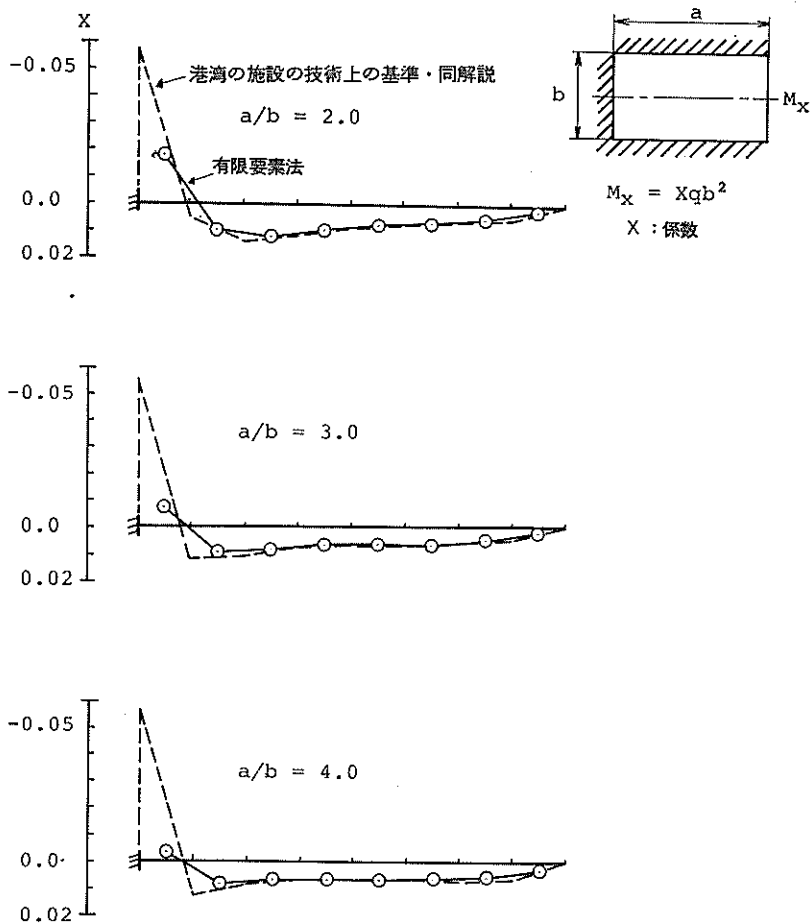


図-3.8 一様分布荷重を受ける3辺固定1辺自由板の辺長比と曲げモーメント分布との関係

を求めている。したがって、自由辺付近のように、曲げモーメントの値が要素内であまり変化しない場合は、辺長比が大きくなっても精度はかなり良い。しかし、拘束辺付近のように、曲げモーメントの値が要素内で大きく変化する場合には、辺長比が大きくなるにつれて誤差は大きくなる。このことは、作用する荷重（外力）の分布にも大きく関係するが、等変分布荷重（三角形分布や台形分布）を受ける外壁や隔壁などでは、等分割を行うことにより辺長比が異なる場合には、曲げモーメントを従来の設計法に比べて小さな値に評価する。したがって、曲げモーメント分布を事前に推測し、モーメントの急変する隅角部のような場所では、より細かい要素分割が必要となる。

(3) 構造物の要素分割

有限要素法を用いてケーソン式港湾構造物の構造解析を行う際、(1)及び(2)で述べたことや他の2～3のこと²⁰⁾に注意して要素分割を行えば、十分な精度を得ることができる。しかし、これらすべてのことを満足するような要素分割の方法を、大規模ケーソンなどの構造物に適用すれば、自由度数は莫大なものとなり、計算機の記憶容量などの制限を受けて計算できないこともある。そのようなときには、たとえば、応力やモーメントなどの検討したい部分を細かく要素分割し、他の部分を粗く要素分割する方法が考えられる。

ケーソンを図-3.9及び図-3.10に示す2種類の方法により要素分割を行う。同図は底版及び外壁（前壁）の要素分割図である。図-3.9に示すモデルAは、ケーソンを構成する板のすべての部分を1辺あたり8個の要素分割を行い、図-3.10に示すモデルBは、検討したい部分を8分割し、他の部分はこれより粗い要素分割を行うものである。また、モデルBは、外壁及び隔壁の高さ方向を5分割しているが、底版に近い部分は細かな要素分割を行っている。

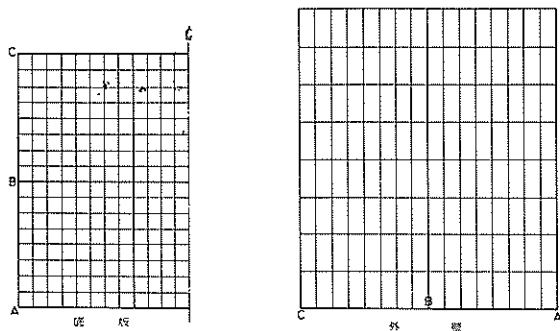


図-3.9 モデルAの有限要素分割図

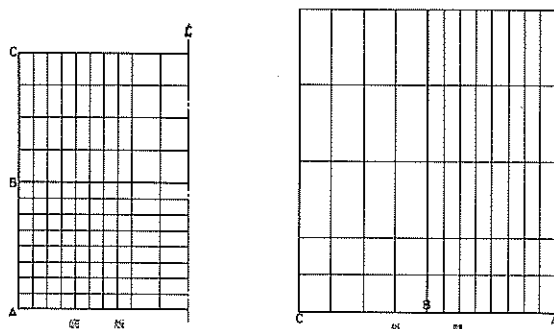


図-3.10 モデルBの有限要素分割図

Aモデルの要素分割を行ったケーソンの底版の曲げモーメント分布を図-3.11に示す。また、Bモデルの底版の曲げモーメント分布を図-3.12に示す。Bモデルで、両方向とも8個の要素分割を行った部分の曲げモーメントと、Aモデルでそこに対応する部分の曲げモーメントを比較すると、値および分布形はほとんど同じである。これ以外の部分では、粗い要素分割を行ったBモデルで算定される曲げモーメントは、Aモデルで算定される曲げモーメントより小さな値が与えられる。

したがって、検討したい部分については、3.1の(1)及び(2)で述べたような要素分割を行い、他の部分については、それより粗い要素分割を行っても、検討したい部分では、十分な精度が得られる。ただし、ここで行うように、外壁及び隔壁の底版に近い部分は細かな要素分割をしないと、モーメントの伝達が所定の精度で行われぬ場合もある。このようなことから、検討したい部分を細かく要素分割することは、その部分で十分な精度が得られ、大規模ケーソンなどの解析には有効な方法となる。

3.3 境界部の取扱い方

ケーソン式港湾構造物を有限要素法で解析する場合、マウンドもしくは地盤をバネに置き換え、このバネの上にケーソン本体が置かれているようなモデル化を行うことができる。通常、ケーソン本体とマウンドや地盤との間には、引張力が伝達されないで、モデル化するバネに引張力が生じる場合には、バネの剛性がないものとして取扱う。

本プログラムでは、節点に結ばれる集中バネ、連成を考慮できるpoint stiffness要素及び底版をモデル化した平板要素の面に分布する面分布バネ(Winkler地盤)の3種類の方法を採用している。

波圧、土圧などの水平方向の荷重を受けて、ケーソンが傾くときは、底版の一部がマウンドと密着しない場合

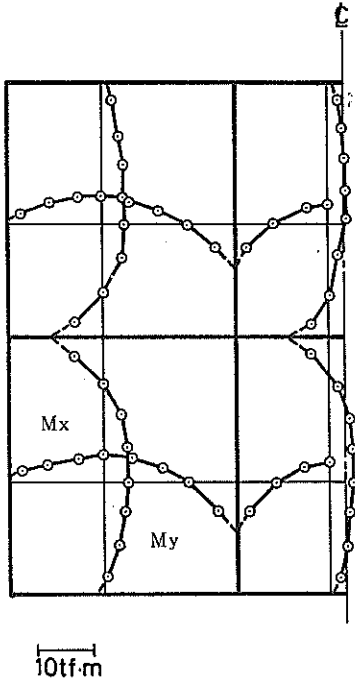


図-3.11 Aモデルケーソンの底版の曲げモーメント分布

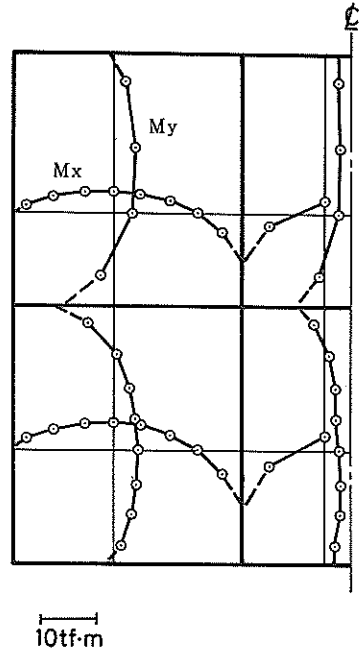


図-3.12 Bモデルケーソンの底版の曲げモーメント分布

もある。そのようなときは、密着しない部分のバネには引張力を考慮する必要がない。ケーソン本体が剛体変形をすると考え、偏心荷荷を受ける場合の底版の反力分布をあらかじめ求めておき、反力が0となる部分のバネを切断しておけば、数多くの繰り返し計算をしなくても所定の解を得ることができる。

3.4 上部工の取扱い方

上部工は、外壁及び隔壁に作用する荷重として取扱う方法と、上部工自体を立体要素でモデル化する方法の2種類が考えられる。上部工は、通常、ケーソンのふたコンクリートを設置した後に、現場で打設される。このため、このような場合は、上部工はケーソンに作用する各種外力にさほど抵抗しない。しかし、ケーソン本体と一体で上部工が打設されたり、ケーソン内部に20~30cm入った状態で打設されたりした場合には、上部工はケーソンとほぼ一体化する。このため、ケーソンのねじりせん断剛性が増す。したがって、ケーソン完成後のマウンドの崩壊などの原因によりケーソン本体に生じるせん断力のある程度おさえることができる。

ケーソンがねじれ変形をおこさないとして、上部工を荷重に置き換えた場合の外壁、底版の曲げモーメント分布を図-3.13に、上部工を立体要素でモデル化した場

合を図-3.14に示す。底版の曲げモーメント分布は、上部工の取扱い方法の相違による差が認められない。外壁の曲げモーメント分布は、底版付近では差がないが、頭部では若干異なっている。荷重として取扱う場合、外壁頭部は拘束されないため、ケーソンの高さ方向の曲げモーメントは算定されない。しかし、立体要素を用いて上部工をモデル化した場合、外壁頭部の節点は拘束されるため、この方向の曲げモーメントが算定される。この計算例では0.2 tf・m程度の曲げモーメントが外壁頭部に計算されている。

マウンドの不陸などによりケーソンにねじれが生じる場合について、同様の検討を行う。図-3.15に上部工を荷重に置き換えたときの、ケーソン底版の曲げモーメント分布を示し、図-3.16に上部工を立体要素でモデル化したときの、ケーソン底版の曲げモーメント分布を示す。ケーソンにねじれが生じない場合と同様に、底版の曲げモーメント分布は、上部工の取扱い方法の相違による顕著な差が認められない。底版と隔壁の接合部の曲げモーメントの値が若干異なっている程度である。しかし、外壁及び隔壁の頭部でのケーソンの高さ方向の曲げモーメントは、上部工を立体要素でモデル化した場合、頭部が拘束されるために、算定されている。また、ケーソンの長さ方向もしくは幅方向の曲げモーメントは、上部工を荷

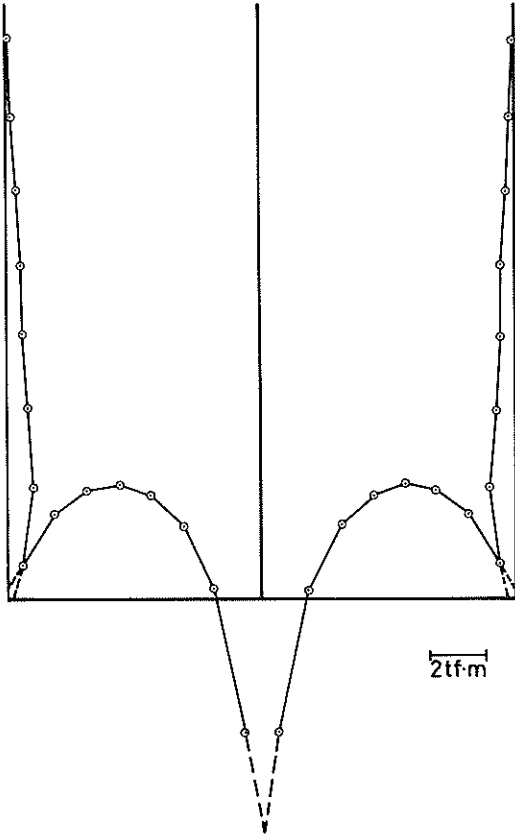


図-3.13 ケーソンのスパン中央部の底版、
外壁の曲げモーメント分布
(上部工を荷重として取扱う)

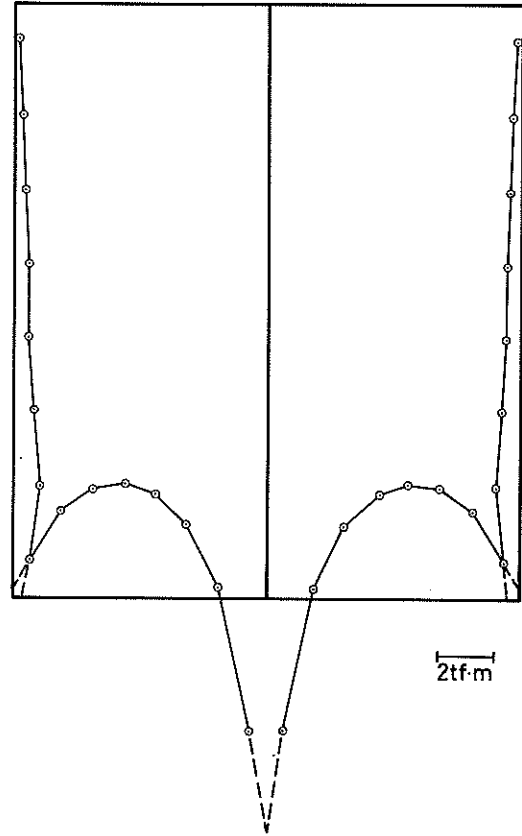


図-3.14 ケーソンのスパン中央部の底版、
外壁の曲げモーメント分布
(上部工を立体要素でモデル化)

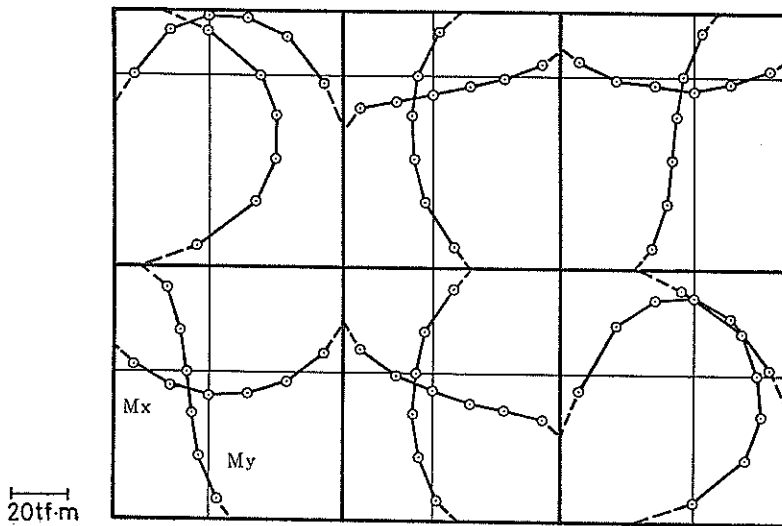


図-3.15 上部工を荷重として取扱うときのケーソン底版の曲げモーメント分布

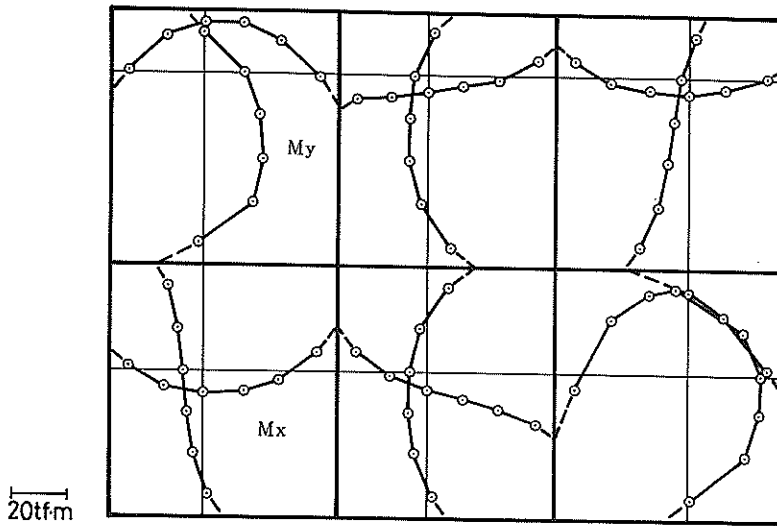


図-3.16 上部工を立体要素でモデル化するときのケーソン底版の曲げモーメント分布

重で置き換えた場合に比べて小さな値となる。また、隔壁に算定される面内力は、頭部では両者の値はかなり異なるが、底部ではほぼ同じ値となる。

したがって、ケーソンに大きなねじれが生じないとき、

隔壁もしくは外壁の頭部以外の面内応力や曲げモーメントの検討には、上部工を外壁及び隔壁に作用する荷重として取扱ってもよい。

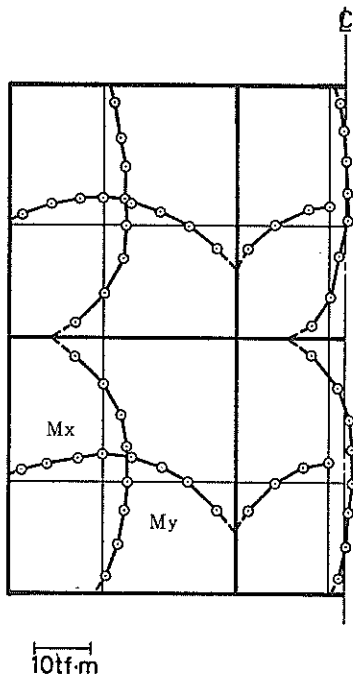


図-3.17 隔壁を平板要素でモデル化する場合のケーソン底版の曲げモーメント分布

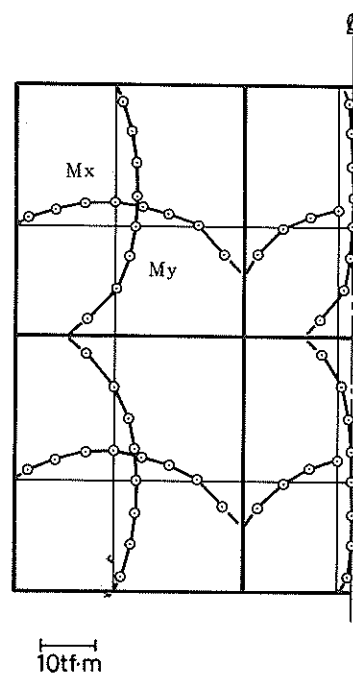


図-3.18 隔壁を平面応力要素でモデル化する場合のケーソン底版の曲げモーメント分布

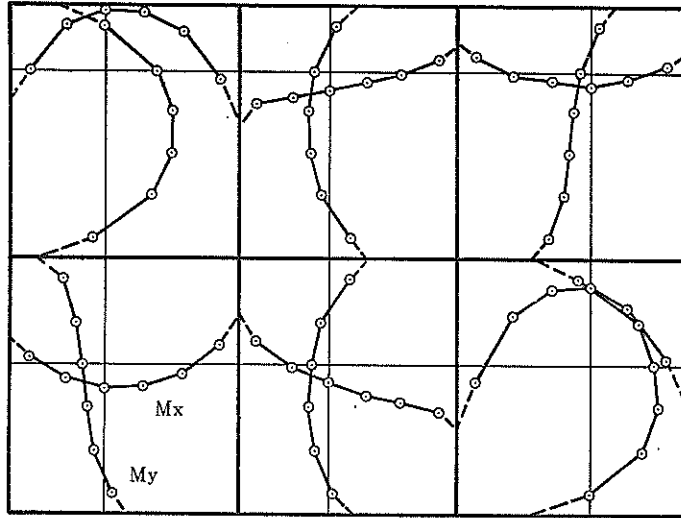


図-3.19 隔壁を平板要素でモデル化するときのケーソン底版の曲げモーメント分布

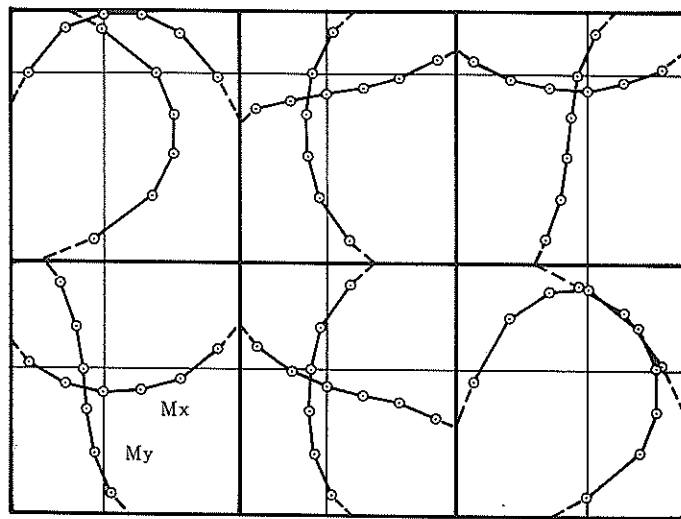


図-3.20 隔壁を平面応力要素でモデル化するときのケーソン底版の曲げモーメント分布

3.5 外力の取扱い方

ケーソン式港湾構造物に作用する外力の種類は、静水圧、中詰土圧、自重、波力、地盤反力、地震力などである。有限要素法では、これらの分布荷重を等価節点力に換算する。外力は、在来の設計法で採用されている方法により求めた値をそのまま入力する。しかし、ケーソン本体の自重については、要素自身の重量で取扱うため、特に換算する必要はない。また、地盤反力については、3.3で述べたように、バネの反力として算定される。

動的解析では、地震力や波力などを外力として計算を行う。地震力は、時系列データで与えられる加速度を所定の節点に入力する。波力は、時系列データで与えられる力として、節点に入力する。

3.6 隔壁の取扱い方

有限要素法を用いてケーソンの構造解析を行う場合、計算機の記憶容量や演算時間などの制約から、要素分割の方法に制限を受けることがある。連立方程式を解く際に、全体の自由度数によって演算時間は大きな影響を受ける。したがって、精度を低下させることなく自由度数を低減する方法があれば、より経済的な演算が可能となる。

防波堤に用いるケーソンでは、通常、隔壁をはさんで荷重が対称に作用する場合が多く、このようなときには、隔壁にモーメントは発生しない。そこで、隔壁をモデル化する際に、モーメント（面外力）を考慮しない要素を用いれば、それだけ自由度数は減少する。ケーソンを有限要素にモデル化するとき、3.1で述べたように、平板要素を用いるのが一般的である。平板要素は、1節点あたりの自由度が6個であるが、隔壁に面外変形を考慮しない平面応力要素（平面膜要素）を用いれば、1節点あたりの自由度が3個となり、自由度がそれだけ減少する。

図-3.17に隔壁を平板要素でモデル化した場合、及び図-3.18に隔壁を平面応力要素でモデル化した場合のケーソン底版の曲げモーメント分布を示す。この例では、ケーソンにねじれが生じないために、隔壁と外壁もしくは底版の接合部に曲げモーメントが発生しない。両者を比較すると、曲げモーメント分布の形状はほとんど同じである。したがって、隔壁のモデル化に平面応力要素を用いても、両者で結果は同じとみなしてよい。

マウンドの不陸などの理由でケーソンにねじれが生じる場合のケーソン底版の曲げモーメント分布を、図-3.19に隔壁を平板要素でモデル化した計算、図-3.20に隔壁を平面応力要素でモデル化した計算結果を示す。この場合も、ケーソンがねじれない場合と同様に、要素

の種類の違いによる結果の差は非常に小さい。隔壁と外壁の接合部には、 $5 \text{ tf}\cdot\text{m}$ 程度の曲げモーメントが算定されており、この部分では曲げモーメントに若干の差があるが、その差は小さい。

以上の2例が示すように、大きなねじれがケーソンに生じるとき以外では、隔壁を平面要素を用いてモデル化する方法が有効である。この計算例では、演算時間は、平面応力要素を用いた方が、平板要素を用いた場合と比べて約3割程度減少している。したがって、隔壁と外壁の接合部のモーメントを検討しない場合には、平面応力要素の採用が可能となる。

4. 構造解析例

4.1 不陸のあるマウンド上に置かれたケーソンの解析

マウンドの不陸は、ケーソン底版に大きな応力集中を引き起こしたり、隔壁などにねじれを発生させる原因となる。マウンドのならし精度は、港湾工事共通仕様書では $\pm 5 \text{ cm}$ 程度におさえなければならないとなっているが、特に、水深の深い所では、精度の高いならしは困難である。現行のケーソンの設計では、マウンドの不陸を十分に考慮しておらず、スパンの1/3がはり出した片持ばりとして、鉄筋の応力を検討している。しかし、マウンドの不陸の状態はさまざまな形態が考えられ、特に、大規模構造物では、不陸によるケーソンのねじれが大きくなると考えられ、この際、構造物の設計を適切な方法によって行う必要がある。

そこで、有限要素法を用いてケーソンの全体解析を行い、不陸のあるマウンド上に置かれたケーソンの挙動について検討する。その際、ケーソンにねじれが生じる場合と、生じない場合の2種類のモデルを検討の対象とする。

(1) ケーソンにねじれが生じない場合

ケーソンにねじれが発生しないような不陸マウンドの状態として、図-4.1に示す5ケースのものを取り上げる。図-4.1で、斜線で示す部分は、マウンドとケーソンの接している部分である。ケースVでは、マウンドのバネ定数を場所ごとに変化($k_s = 2000 \text{ tf/m}^3$ と 20000 tf/m^3)させて検討する。解析の対象とするケーソンは、第二港湾建設局管内O港に建設されたものである。ケーソンに作用する外力は、静水圧、中詰土圧及び波力である。波力は、前壁に水平方向に作用する合計 3200 tf の集中荷重とみなす。O港ケーソンの標準断面図を図-4.2に示す。

図-4.3～図-4.7に、不陸マウンドのI～Vのケース

での、ケーソン底版の曲げモーメント分布を示す。ケースⅠは、引張力の発生するバネだけを切断したもので、(3.3参照)、マウンドの不陸を考慮していない。図-4.8に示すように、外壁と底版での曲げモーメントの分布に着目すると、在来設計法に比べて、ケースⅠでは、端部の曲げモーメントを小さく評価している。在来の設

計法では、底版の曲げモーメント分布は、4辺固定板とみなした解析によって求められる。そのため、固定辺である端部の曲げモーメントは、スパン中央部に比べて大きな値が得られる。有限要素法による解析では、この例のように、底版と外壁の剛比が異なり、かつ、図-4.9に示すような外力が作用する場合には、端部の節点が回転を起こすために、曲げモーメントの値は小さな値となる。しかし、フーチングのあるケーソンでは、フーチングによる拘束効果のため、この現象は、顕著には生じない。このように、曲げモーメントの分布形状が在来設計法によって得られる結果と異なり、端部ではなくスパンの中央部で最大曲げモーメントが計算される。

各ケースでの底版の最大曲げモーメントを比較してみる。標準のケースであるケースⅠで、スパン中央部で約54 tf・m、端部で約86 tf・mの曲げモーメントが算定されるのに対し、スパン中央部では、ケースⅢの場合が約93 tf・mと約1.7倍、端部では、ケースⅡの場合が約120 tf・mと約1.4倍大きな値となる。また、ケースⅤの場合では、軟いマウンド上の部分で異なった曲げモーメントの分布形状が得られる。今回検討した不陸マウンドの状態では、後壁側の隅の部分で、最大曲げモーメントが算定される場合がほとんどであり、隅角部に曲

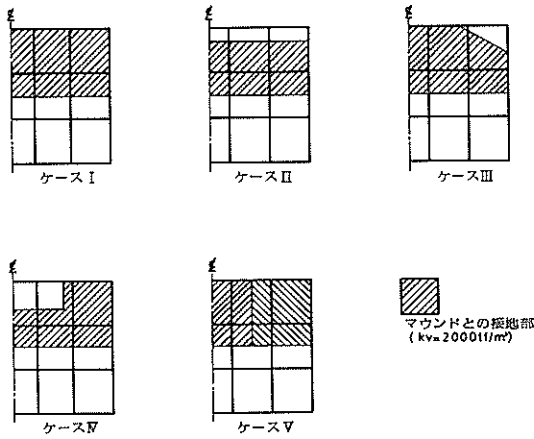


図-4.1 マウンドの不陸状態

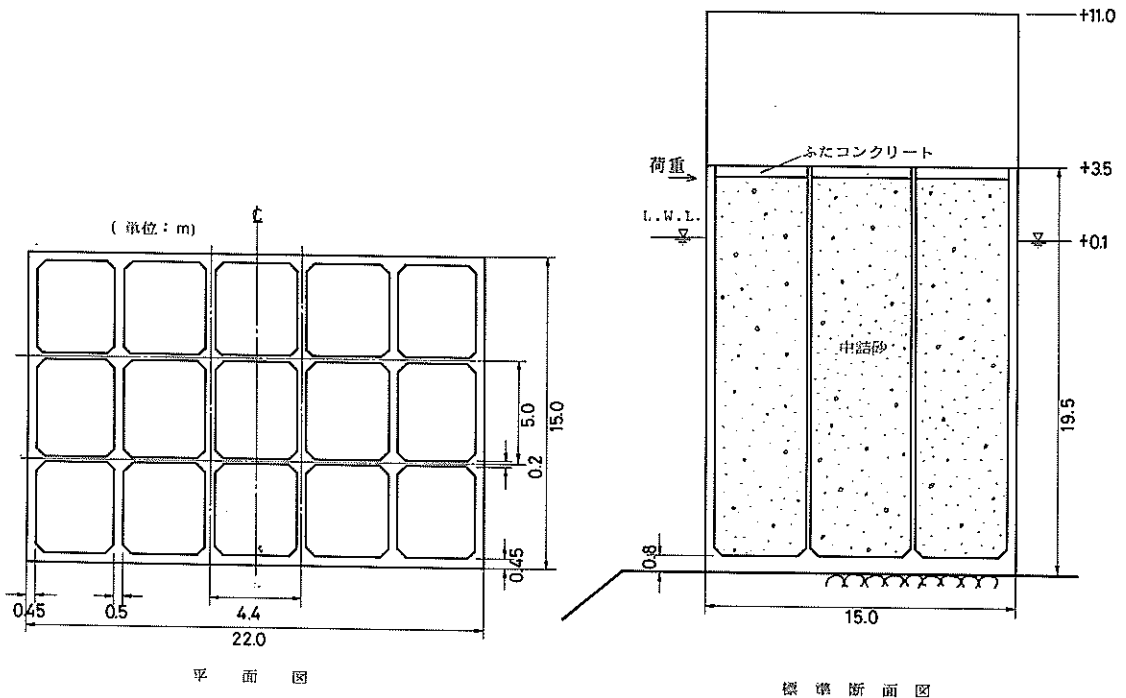


図-4.2 O港ケーソン試験堤の平面図及び標準断面図

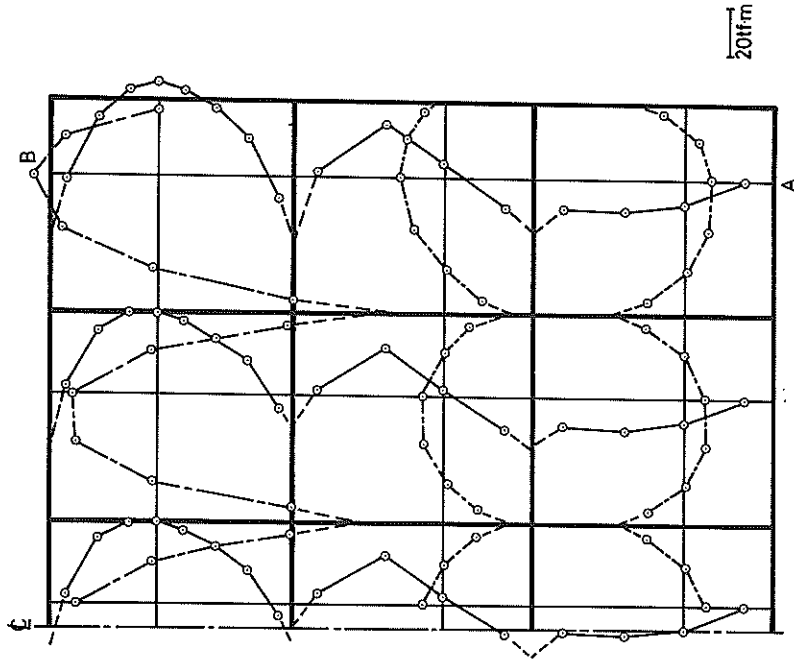


図-4.4 ケーソン底版の曲げモーメント分布(ケースⅡ)

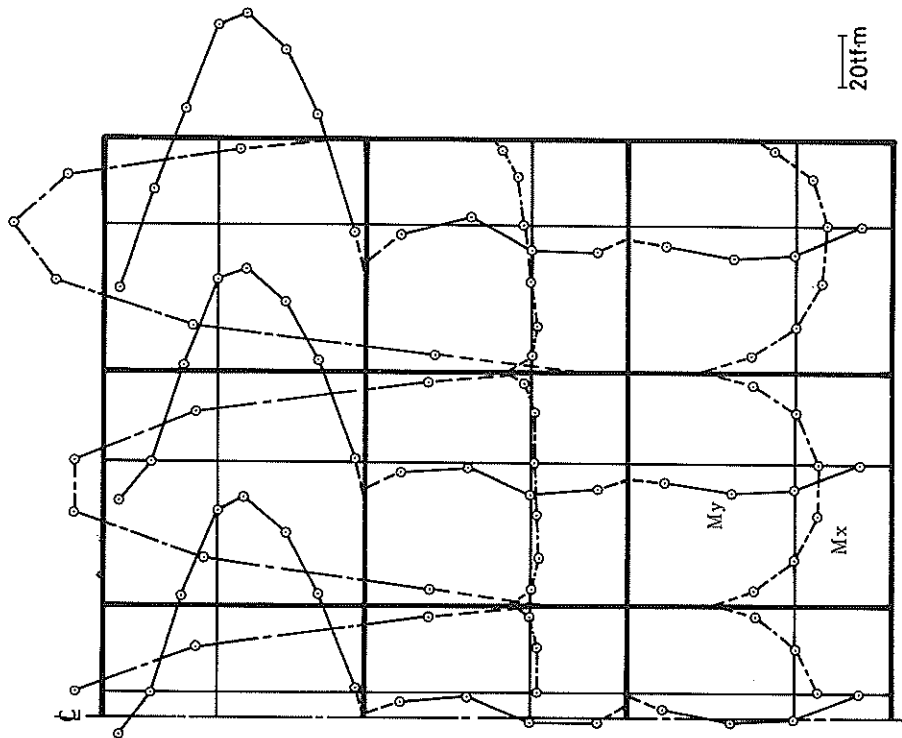


図-4.3 ケーソン底版の曲げモーメント分布(ケースⅠ)

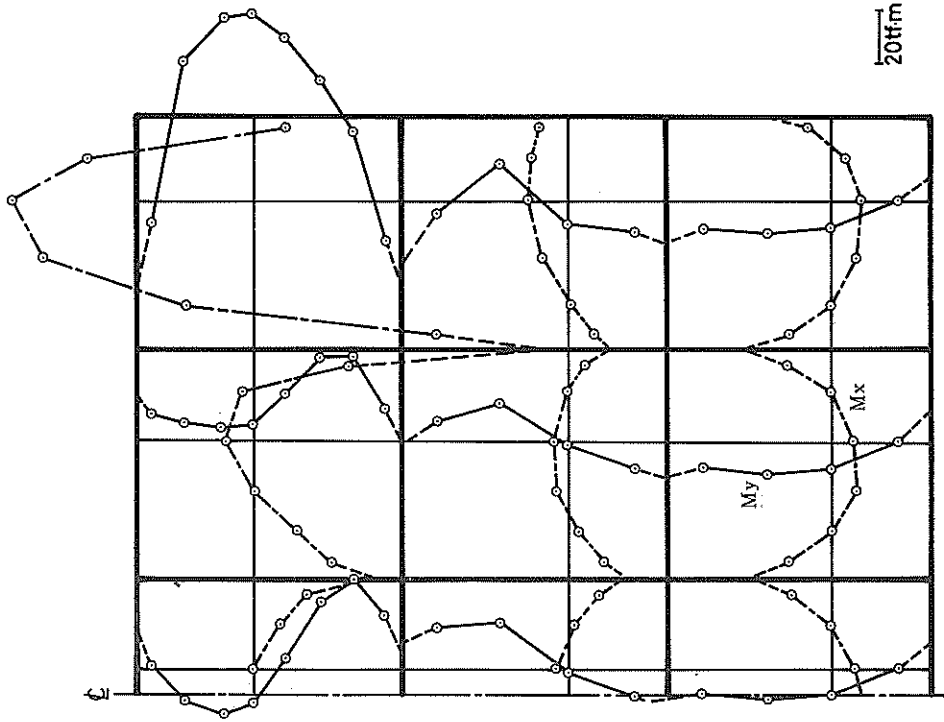


図-4.6 ケーソン底版の曲げモーメント分布(ケースⅣ)

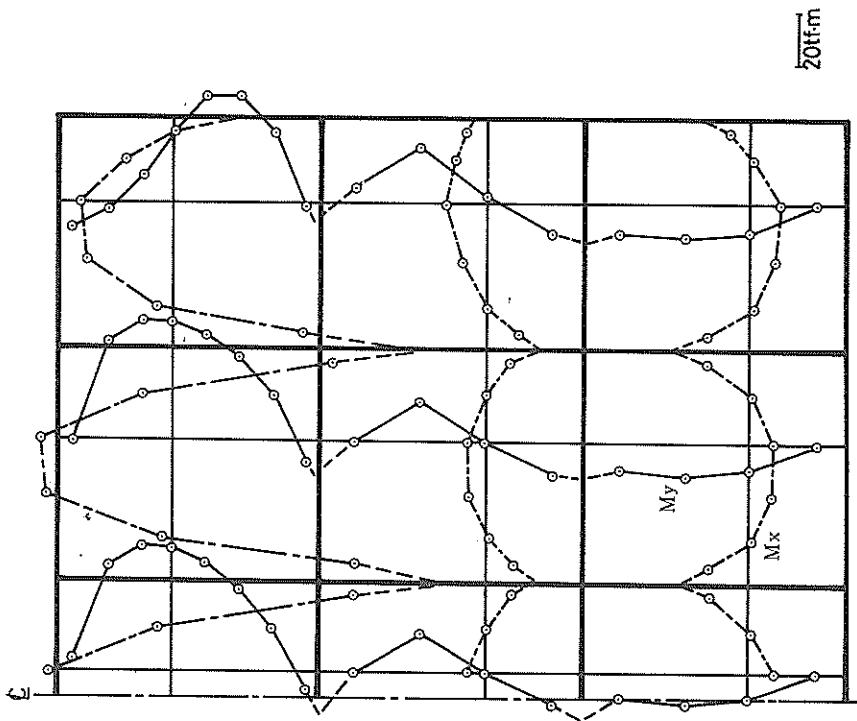


図-4.5 ケーソン底版の曲げモーメント分布(ケースⅢ)

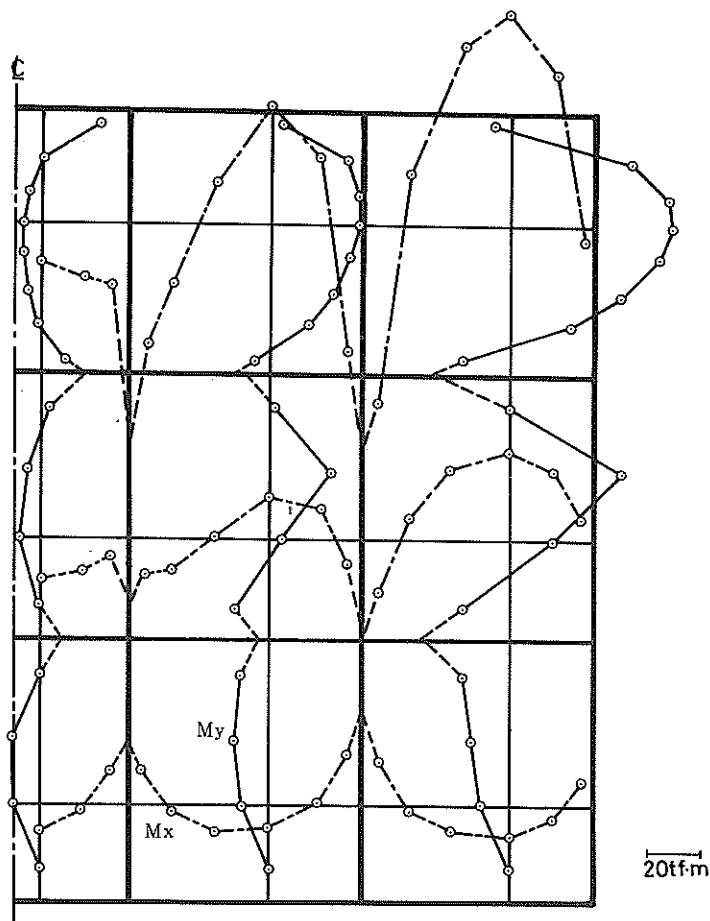


図-4.7 ケーソン底版の曲げモーメント分布(ケースV)

げモーメントが集中する傾向が見られる。

外壁の曲げモーメント分布は、どのケースでも大差はなく、集中荷重載荷位置付近で、 $5 \sim 6 \text{ tf} \cdot \text{m}$ の曲げモーメントが算定される。また、底版との接合部で、曲げモーメントの値が小さくなっている傾向がある。これらの曲げモーメントの分布例を図-4.10～図-4.13に示す。

以上のように、不陸のあるマウンド上にケーソンが置かれる場合、ケーソン全体にねじれが生じなくても、不陸の状態によっては、在来の設計法によって計算される値の約2倍程度の曲げモーメントが算定される。これまで、不陸が生じる場合に、板に生じる曲げモーメントの値を具体的に計算する方法はなかったが、有限要素法を用いる解析で、その値と分布を知ることができる。実際のマウンドでの不陸の状態がどのようなものかを把握することは困難であるが、ケーソンにとって危険と思われる不陸の状態を2、3検討して、設計に反映していく

必要があろう。

(2) ケーソンにねじれが生じる場合

(1)でケーソンにねじれが生じないような不陸の状態について検討した。図-4.14に示すように、ケースⅢ、Ⅳの場合は、ケーソンにねじれが生じる。このような不陸のあるマウンド上に置かれるケーソンを解析する。解析の対象とするケーソンは、北海道O港に建設された比較的小さなケーソンで、その標準断面図を図-4.15に、一般図を図-4.16に示す。作用する外力は、静水圧及び中詰土圧である。マウンドのパネ定数は、鉛直方向で $500 \text{ tf}/\text{m}^2$ 、水平方向で $250 \text{ tf}/\text{m}^2$ とする。また、比較計算を図-4.14に示すケースⅠ(不陸のない場合)及びケースⅡについて行う。

図-4.17にケースⅠのマウンド上に置かれるケーソンの底版の曲げモーメント分布を示す。このケースは、在来の設計法で得られる曲げモーメント分布とほとんど

同じであり、スパン中央部で $4 \text{ tf}\cdot\text{m}$ 程度、隔壁と底版の接合部で $10 \text{ tf}\cdot\text{m}$ 程度の最大曲げモーメントが算定される。また、隔壁頭部では、ねじれによる曲げモーメントは当然算定されない。図-4.18に、ケースIIの場合のケーソンの底版の曲げモーメント分布を示す。マウンドに接している部分では、不陸のない場合に比べて約 $10 \text{ tf}\cdot\text{m}$ と2倍程度の曲げモーメントが算定される。マウンドに接していない部分は、ケーソン本体や中詰砂の自重のために、接している部分に比べて符号が逆の曲げモ

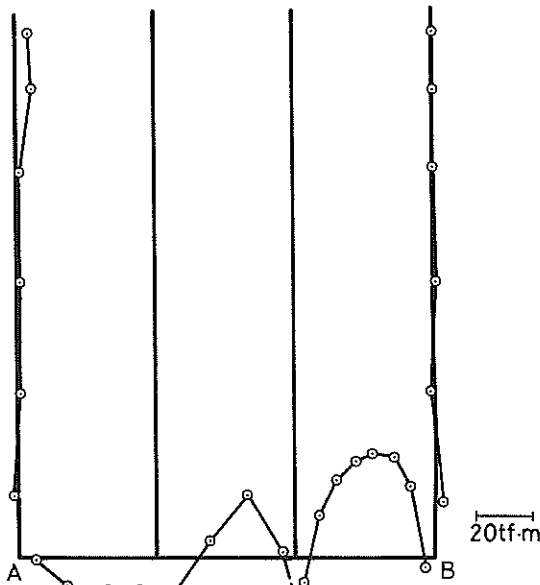


図-4.8 ケーソンのA-B断面上(図-4.3)での外壁と底版の曲げモーメント分布(ケースI)

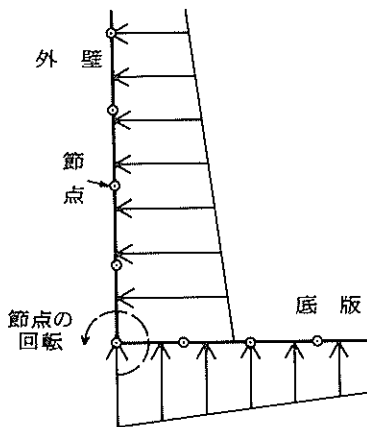


図-4.9 ケーソン底版と外壁に作用する外力

ーメントが算定される。その値は、マウンドに接している部分とほぼ同じである。また、隔壁頭部での曲げモーメントは、ケースIの場合と同様に、小さな値である。

図-4.19に、ケースIIIの場合の底版の曲げモーメント分布を示す。ケーソン中央部の2つの室での y 方向の曲げモーメント分布は、ケースIIの場合とほぼ同じである。しかし、それ以外の場所では、曲げモーメント分布は、これまでの2つのケースと比べて異なっている。このような曲げモーメント分布は、4辺固定板と仮定する方法では得られない。最大曲げモーメントは、スパン中央部で約 $22 \text{ tf}\cdot\text{m}$ 、端部で約 $25 \text{ tf}\cdot\text{m}$ であり、不陸のない場合と比べて、それぞれ約5.5倍、約2.5倍大きな値となっている。ケースIIIの場合は、ケースIと比べると、接地面積は $1/3$ であるが、スパン中央部では、接地面積の減少分よりさらに大きな曲げモーメントが算定される。また、図-4.20に外壁及び隔壁の頭部での曲げモーメント分布を示す。不陸のない場合では、隔壁に曲げモーメントはほとんど計算されない。しかし、ケースIIIのような不陸がある場合には、隔壁と外壁との接合部で、約 $1.2 \text{ tf}\cdot\text{m}$ 程度の曲げモーメントが計算される。また、外壁においても、約 $6 \text{ tf}\cdot\text{m}$ 程度の曲げモーメントが計算される。これらの曲げモーメントは、ケーソンがねじれ変形を起こすために与えられるものである。

図-4.21にケースIVの場合のケーソンの底版の曲げモーメント分布を示す。接地部分では、ケースIと同じような曲げモーメント分布であるが、接地していない部分では、異なった曲げモーメント分布が算定される。最大曲げモーメントは、スパン中央部で約 $12 \text{ tf}\cdot\text{m}$ 程度、端部で約 $22 \text{ tf}\cdot\text{m}$ 程度である。ケースIと比べて、ケースIVは接地面積が $1/2$ に減少しているが、その減少分よりもさらに大きな曲げモーメントの値であり、ケースIIIの場合と同様の傾向を示す。また、図-4.22に外壁、隔壁頭部での曲げモーメント分布を示す。この場合では、隔壁に曲げモーメントはほとんど計算されない。また、外壁の曲げモーメント分布はほぼ対称形となり、ねじれによる曲げモーメントはほとんど計算されない。ケースIVでは、ケーソンはほとんどねじれていない。

(1)及び(2)で検討するケースの中では、ケースIIIの不陸の状態が最も厳しい条件となり、在来の設計法で得られる値と比べて、約5倍の曲げモーメントが底版に計算される。また、隔壁と外壁との接合部でも、ねじれによる曲げモーメントが計算される。有限要素法で得られる曲げモーメント分布は、比較的妥当であると考えられる。在来の設計法でケーソンの設計を行う場合には、隔

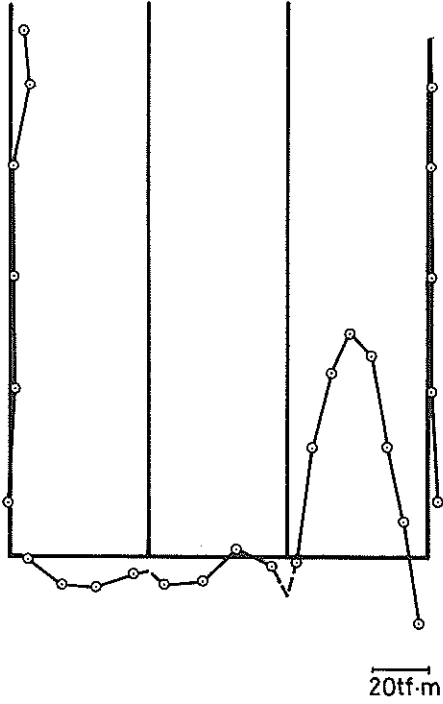


図-4.10 A-B断面上での外壁と底版の曲げモーメント分布(ケースII)

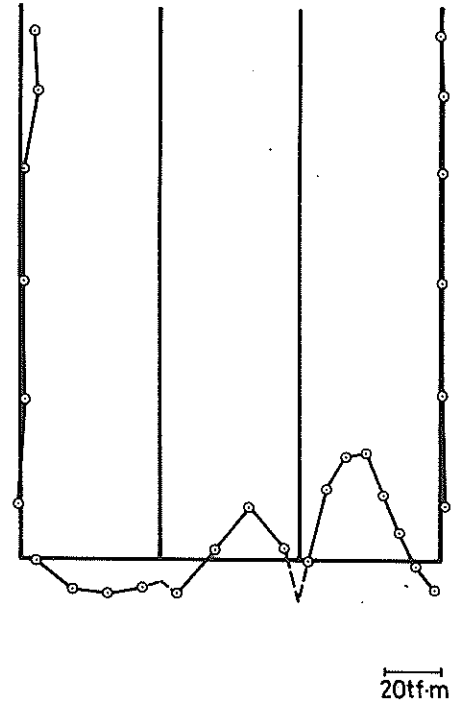


図-4.12 A-B断面上での外壁と底版の曲げモーメント分布(ケースIV)

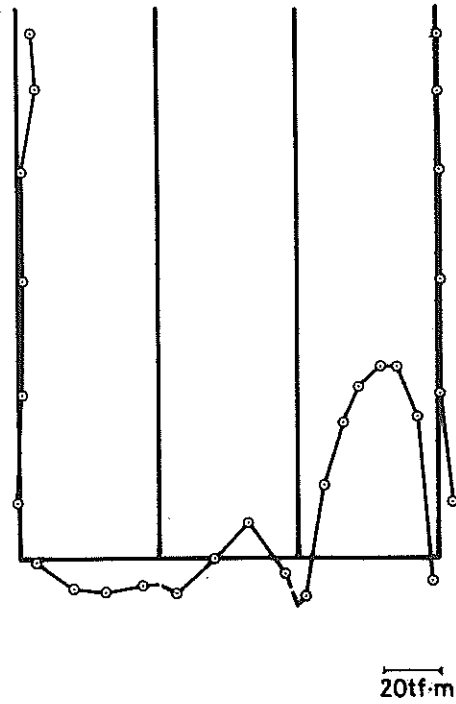


図-4.11 A-B断面上での外壁と底版の曲げモーメント分布(ケースIII)

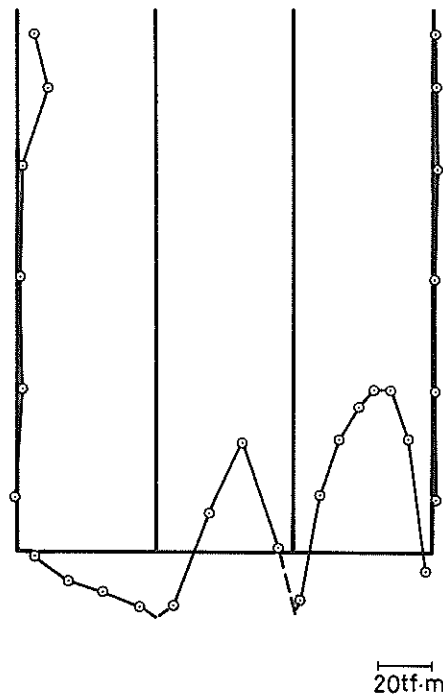


図-4.13 A-B断面上での外壁と底版の曲げモーメント分布(ケースV)

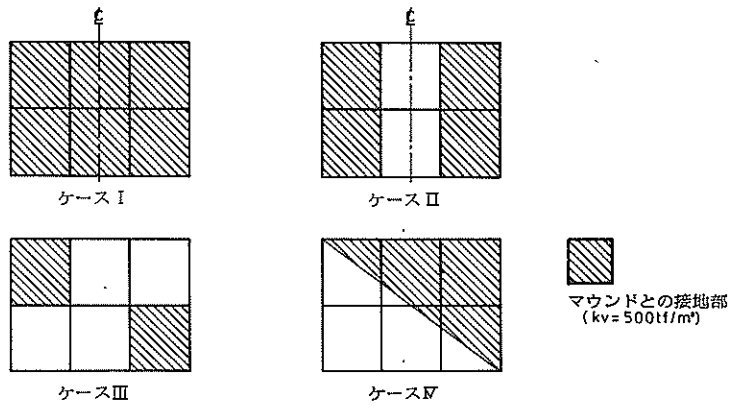


図-4.14 マウンドの不陸状態

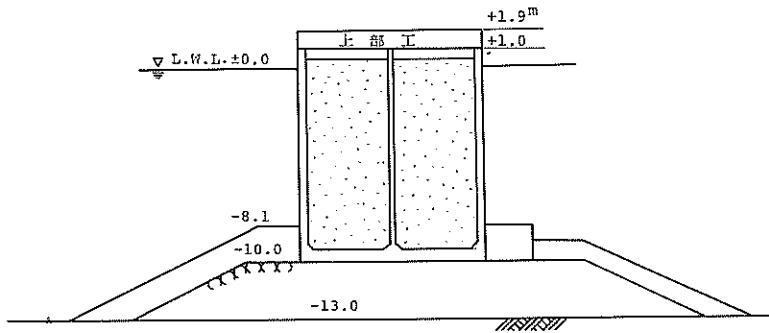


図-4.15 O港ケーソン標準断面図

断面図

側面図

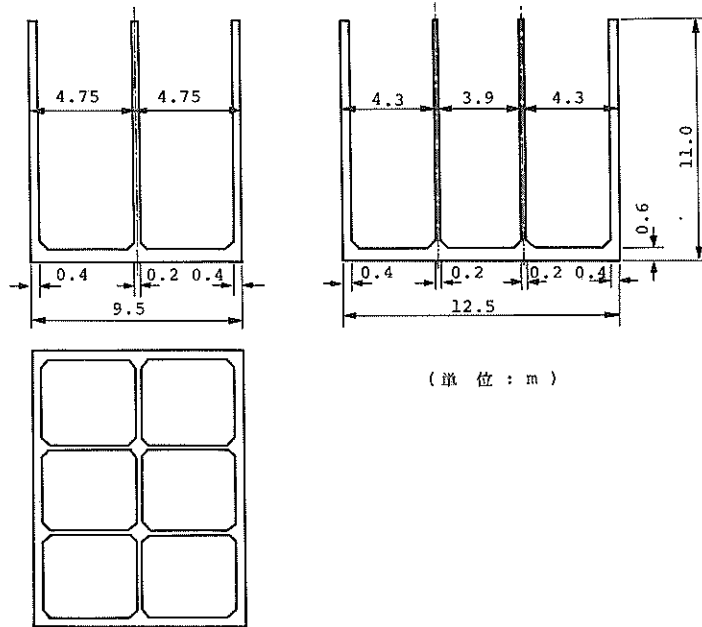


図-4.16 O港ケーソン一般図

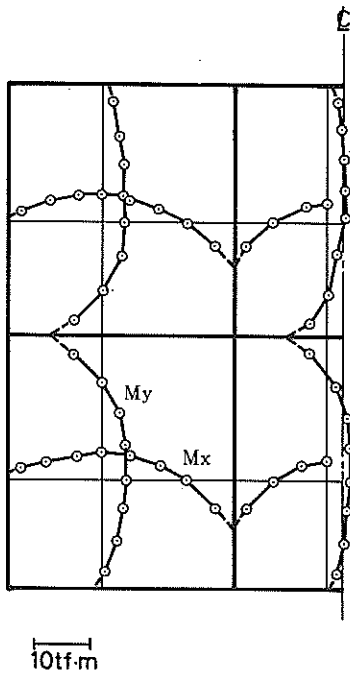


図-4.17 ケーソン底版の曲げモーメント分布
(ケースⅠ)

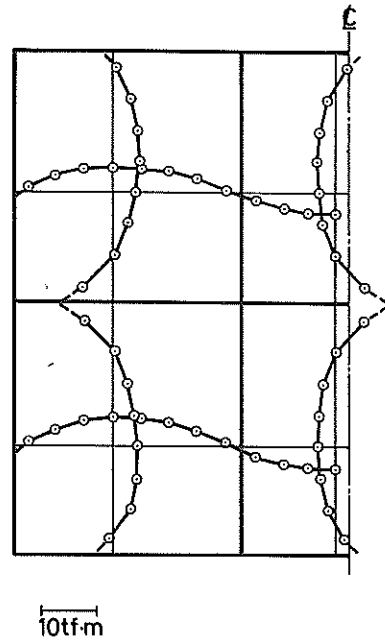


図-4.18 ケーソン底版の曲げモーメント分布
(ケースⅡ)

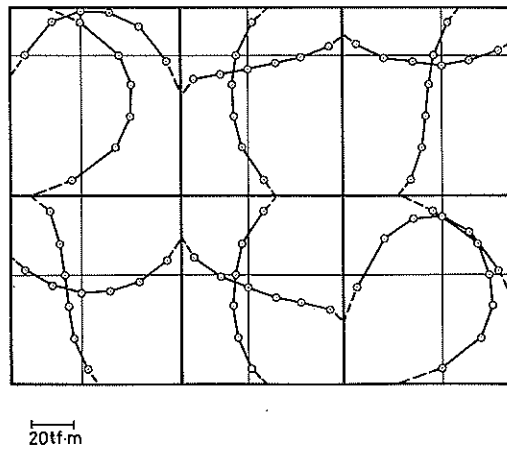


図-4.19 ケーソン底版の曲げモーメント分布(ケースⅢ)

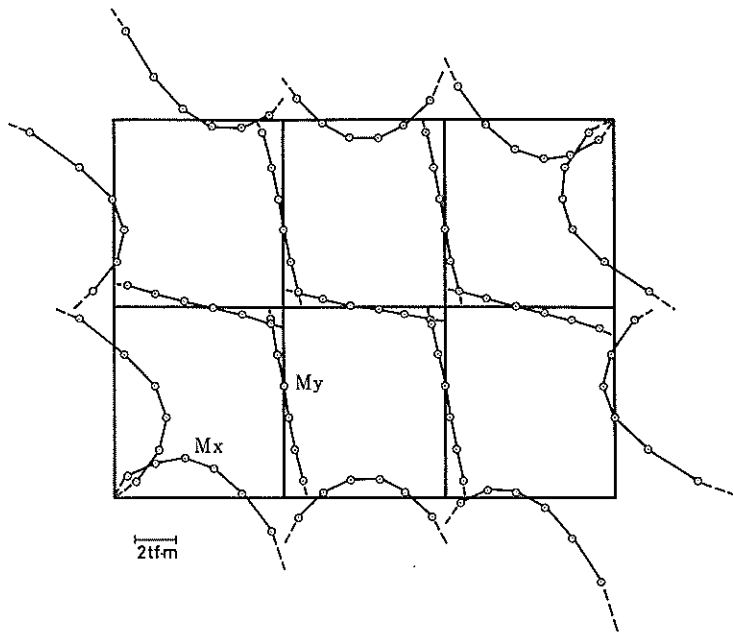


図-4.20 ケーソンの外壁及び隔壁頭部での曲げモーメント分布(ケースⅢ)

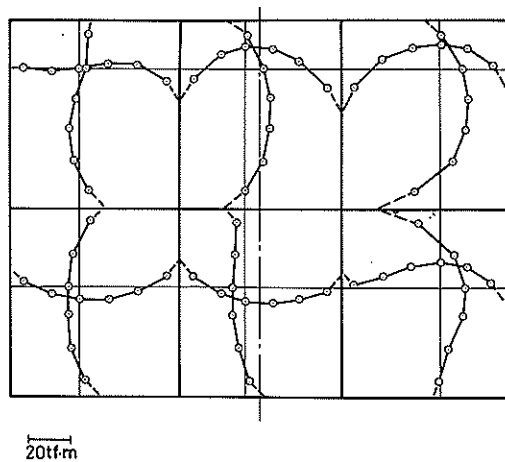


図-4.21 ケーソン底版の曲げモーメント分布(ケースⅣ)

壁や底版に生じるこのような曲げモーメントに対して詳しい検討がなされていない。そのうえ、波力、地震力などの外力により、ケーソンがさらにねじれを起こす場合もあり、曲げモーメントの値がさらに大きくなることも考えられる。したがって、不陸のあるマウンド、特に、ねじれ変形を起こさせるマウンドの状態では、底版、隔

壁に何らかの補強を施さなければならない場合も生じる。水深の深い所でのマウンドの不陸の状態を把握することは困難であるが、ケーソンがねじれる場合なども考慮し、在来の設計法で十分な検討ができない場合には、有限要素法による解析を行う必要がある。本資料で検討する不陸の状態が実際に存在するとは限らない。また、存在す

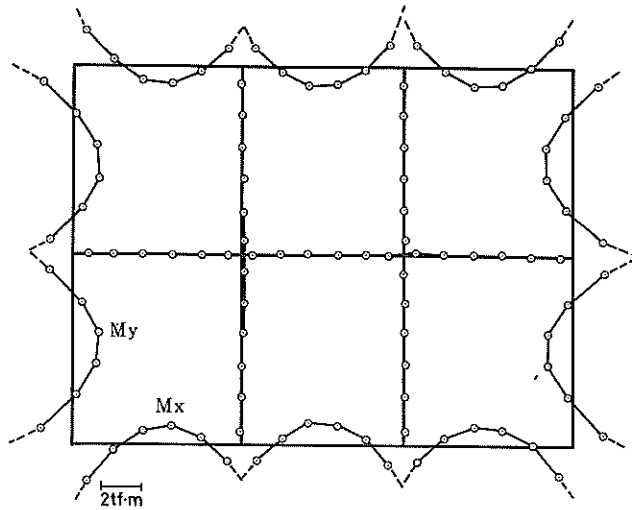


図-4.22 ケーソンの外壁及び隔壁頭部での曲げモーメント分布(ケースW)

るとしても、ケーソンの据え付け後にマウンド自体が変形して、不陸が消滅することも考えられる。このようなことから、現状では、本資料の検討結果を直ちに在来の設計法に反映するには、まだ検討すべきことが多く残されているといえる。

4.2 バットレスを有するケーソンのフーチング部の解析

(1) 解析対象ケーソンの概要

防波堤が将来大水深域に建設され、かつ大規模化することは、1.で述べたとおりである。この防波堤の1例として、バットレス付きケーソンが挙げられる。大水深での防波堤は、大きな波力や地震時に大きな動水圧を受けたりすることがあるが、設計の際には、このような大きな外力と自重によって生じる端し圧により堤体幅が決定されることが多い。この端し圧を減少させるために、堤体幅を広げることが、接地圧が思ったほどには減少しないことから、不経済となる。したがって、フーチング部を大きくすることが考えられる。このようなことから、フーチングを大きく伸ばし、三角形のバットレスを付けたケーソンの採用が考えられる。

このようなバットレスを有するケーソンの構造解析の1例を、図-4.23に示すようなケーソンを対象として行う。このケーソン式防波堤は、第三港湾建設局管内M港に建設されたものである。解析は、フーチング及びバットレス部だけを全体のケーソンから取り出し、図-4.24に示すような計算モデルによって行う。荷重(外力)

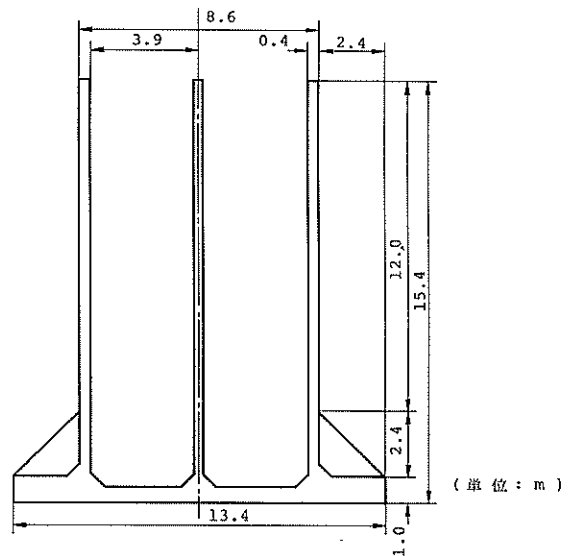


図-4.23 M港バットレス付ケーソン断面図

としては、自重、静水圧及び地盤反力により求められる設計荷重を用いる。

(2) 有限要素法による解析結果

バットレスの付いたフーチングの設計法は、港湾の施設の技術上の基準・同解説¹⁹⁾では言及されていないが、これまでに建設された数件の例では、次の方法で設計が行われている。

フーチング部 : 3辺固定1辺自由板、もしくは、片持ばり

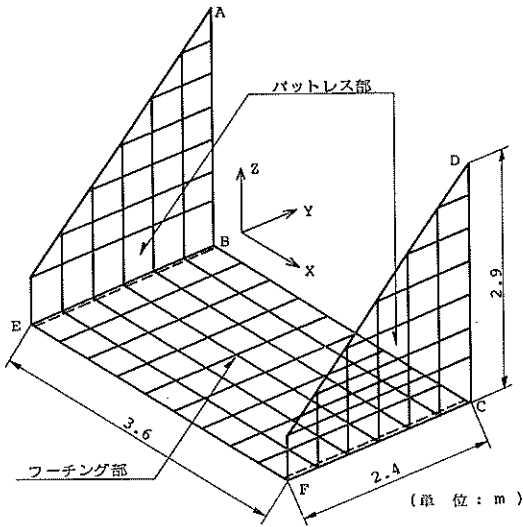


図-4.24 フーチング部、バットレス部の有限要素分割図

バットレス部：変断面の片持ばり

このように、従来の計算法では、フーチング部とバットレス部をそれぞれ独立に取扱っているために、種々の問題を含んでいる。すなわち、フーチングの断面力の算定にバットレスの剛性が考慮されていないこと、換言すれば、フーチング部は、厳密には、3辺固定板ではない。実際には、バットレスとフーチングとの境界部に変形が生じる。

有限要素法による解析で計算されるフーチングの応力分布を図-4.25及び図-4.26に、曲げモーメント分布を図-4.27～図-4.32に示す。解析を行うフーチングは、ケーソン本体の中央部にあるため、フーチング部のモーメントは、バットレス部に伝達しないものとする。そのため、バットレスには、面内応力のみが計算されることになる。

フーチングの面内応力分布について、有限要素法によるものと、従来の方法によるものとを比較してみる。3辺固定1辺自由板の計算では、フーチングには面内応力は計算されない。しかし、有限要素法によると、 x 方向で 10 tf/m^2 、 y 方向で 50 tf/m^2 程度の最大引張力が得られる。これは、フーチングが上側 (Z 軸の正方向) にそるような変形を起こすため、従来の計算法で固定辺と考えている境界辺に変位が生じるためである。

フーチング部の曲げモーメント分布についても同様の

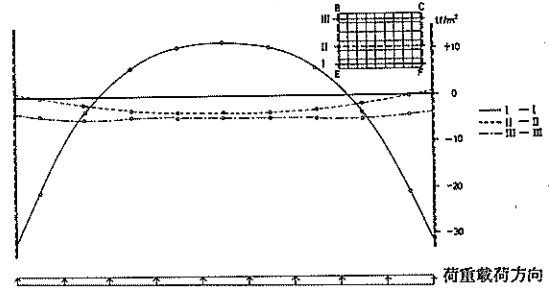


図-4.25 フーチングの x 方向の面内応力分布

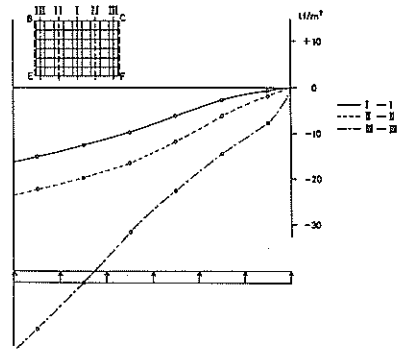


図-4.26 フーチングの y 方向の面内応力分布

比較を行う。 x 方向(バットレスに直角方向)の曲げモーメント分布では、従来の計算法による値が、フーチングの中央においても、境界部においても大きな値を算定している。その差は約30%程度であるが、従来の計算法は、この方向の曲げモーメントについては安全側の値を与えている。しかし、 y 方向(バットレスに平行方向)では、 x 方向の場合とは逆に、有限要素法により算定される値の方が、境界部(端部)で約2倍となっている。このことは、従来の計算法によって y 方向の配筋を行うと、十分な抵抗モーメントが得られないことを示している。その理由は、面内応力分布の場合と同様に、計算法の仮定である境界部の拘束条件によるものである。図-4.33にフーチングの端部及び中央部の変形状態を示す。従来の計算法の場合、端部は固定条件であるために、変位は生じない。しかし、有限要素法で計算する場合には、約0.2mm程度の変位が先端部に与えられる。また、フーチングの中央部では、従来の計算法によるものと比べて約5倍の変位が得られる。実際のケーソンでは、フーチング全体がマウンドから離れるような変形を示すと考えられる。したがって、バットレスとフーチングを一体

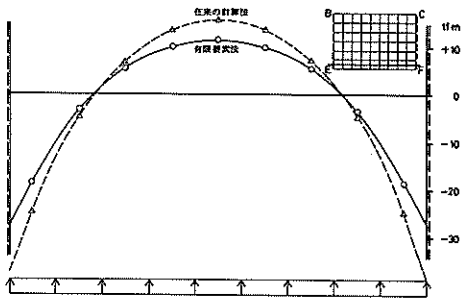


図-4.27 フーチングの x 方向の曲げモーメント分布①

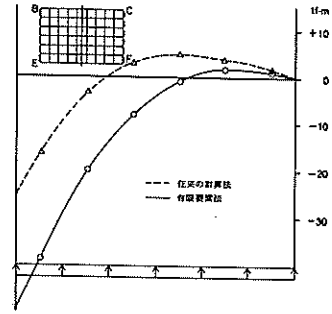


図-4.30 フーチングの y 方向の曲げモーメント分布①

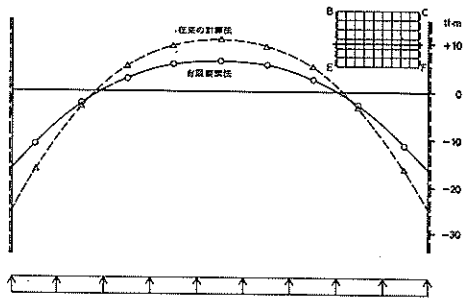


図-4.28 フーチングの x 方向の曲げモーメント分布②

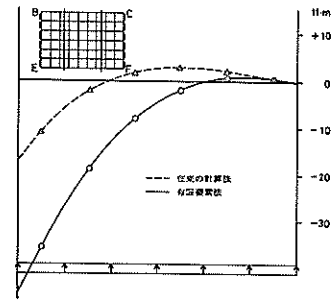


図-4.31 フーチングの y 方向の曲げモーメント分布②

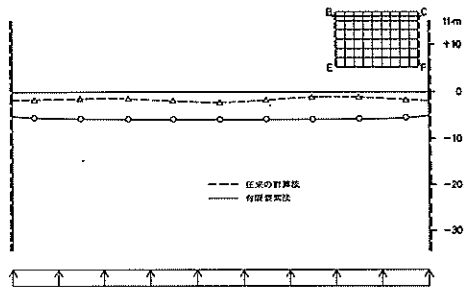


図-4.29 フーチングの x 方向の曲げモーメント分布③

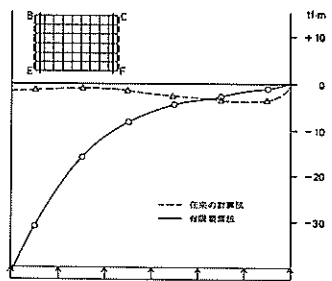


図-4.32 フーチングの y 方向の曲げモーメント分布③

化した有限要素法による解析が、より適確にこの現象を評価しているといえる。

図-4.34 にパットレスとケーソン本体との取り付け部分の y 方向の面内応力分布を示す。パットレスの上部では圧縮応力、下部及びフーチングとケーソン本体との取り付け部では引張応力が算定される。これも先程述べたように、地盤反力による上向き荷重による変形が発生すると考えてよい。

大水深域に設置されるケーソンのフーチングは、相当

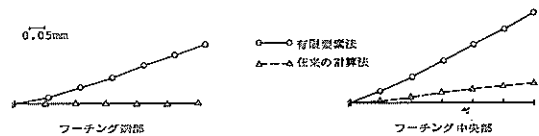


図-4.33 フーチング端部と中央部の変形状態

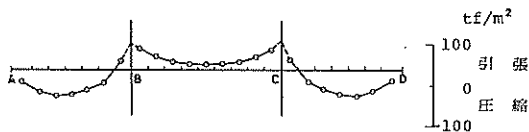


図-4.34 フーチング、バットレス取り付け部の面内力分布

厚くなる場合が考えられる。このケースでは、フーチングの厚さが1.0 mである。2.1で述べたように、厚い平板の場合は、せん断変形を考慮する要素を用いることが、精度を上げるためにも好ましい。図-4.35にせん断変形を考慮する平板要素を用いて解析を行った結果を示す。板の(板厚/辺長)比が0.05以上になると、せん断変形の影響はかなり顕著なることを2.1で述べたが、この例では(板厚/辺長)比が0.4程度であるにもかかわらず、要素の相違による結果の差はほとんどない。フーチングは、2.1で検討したような4辺固定の条件でないために、見かけ上スパンが長くなって、(板厚/辺長)比が減少するためと考えられる。

以上示したように、従来の計算法と有限要素法とを比較すると、曲げモーメントなどに対して、値及び分布形

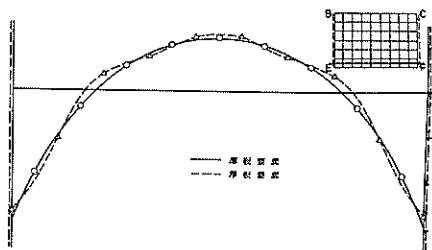


図-4.35 フーチングのx方向の曲げモーメント分布

状が、両者でかなり異なる。しかし、実際のケーソンのフーチングの変形を考えると、有限要素法による解析結果の方が、現象をより適確に表現している。このようなことから、このM港のケーソンでは、従来の計算方法と有限要素法の両者の計算結果を基に配筋が行われた。鉄筋の径や本数の選定は、曲げモーメントと面内応力の両者によって決定された。

4.3 曲面スリットケーソンの消波工の解析

(1) 解析対象ケーソンの概要

曲面スリットケーソンは、ケーソン前面に曲面部材で構成される消波工を設け、作用する波力の低減を目的とするものである。解析の対象とする曲面スリットケーソンの標準断面図を図-4.36に示す。このケーソンは第一港湾建設局管内のA港に試験的に設置されたものである。消波工部の曲面部材は、プレストレストコンクリートが採用されている。

しかし、曲面スリットケーソンなどのようにプレストレストコンクリートを用いる港湾構造物は、将来建設される機会が増すと思われる。このようなことから、有限要素法を用いて曲面スリットケーソンの全体構造解析を行い、消波工での曲げモーメントや面内応力分布について検討する。また、同ケーソンの試設計の段階では、曲面スリット部は、はり部材として設計された。その際的设计値と有限要素法による計算結果との比較も行う。

曲面スリットケーソンには、図-4.37に示すような2種類の波力が作用するものとし、自重、静水圧なども考慮して解析を行う。

(2) 有限要素法による解析結果

図-4.37に示す波力Aが作用するときの曲げモーメントの分布を図-4.38に全体解析の結果を、図-4.39

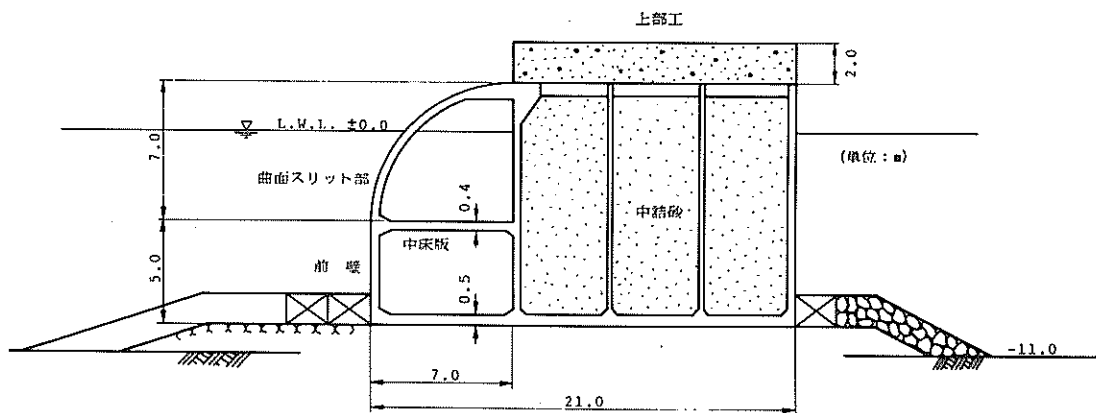


図-4.36 曲面スリットケーソンの標準断面図

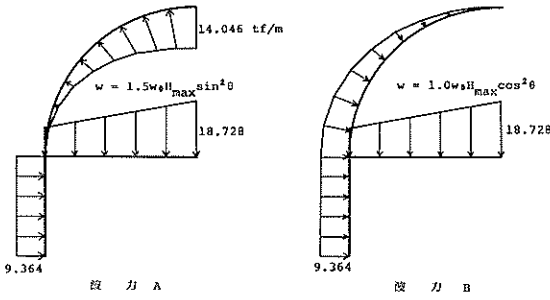


図-4.37 曲面スリット部材に作用する波力

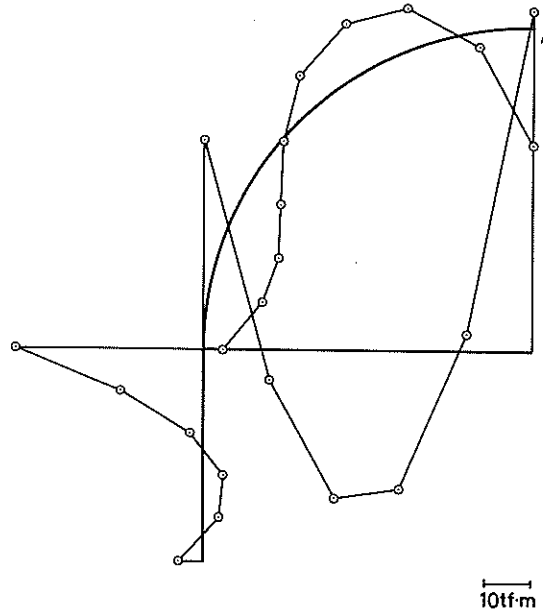


図-4.39 波力Aが作用するときの曲面スリット部の曲げモーメント分布(部材解析)

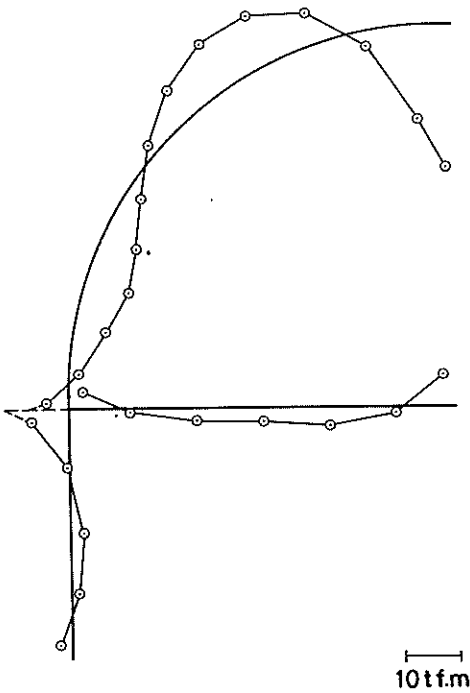


図-4.38 波力Aが作用するときの曲面スリット部の曲げモーメント分布(全体解析)

に部材解析の結果を示す。また、波力Bが作用するときの曲げモーメント分布を、波力Aが作用するときと同様に、図-4.40及び図-4.41に示す。ここで全体解析としているのは、有限要素法によりケーソン全体の構造解析を行い、消波工部分のみを示したものである。全体解析では、曲面スリット部は平板要素でモデル化が行われている。一方、部材解析では、曲面スリット部分をはりの連続体として取扱い、はりの端部は固定端となっている。

はり要素と平板要素との解析結果の差を、図-4.42に示す。同図は、一様分布荷重を受ける両端固定ばりの

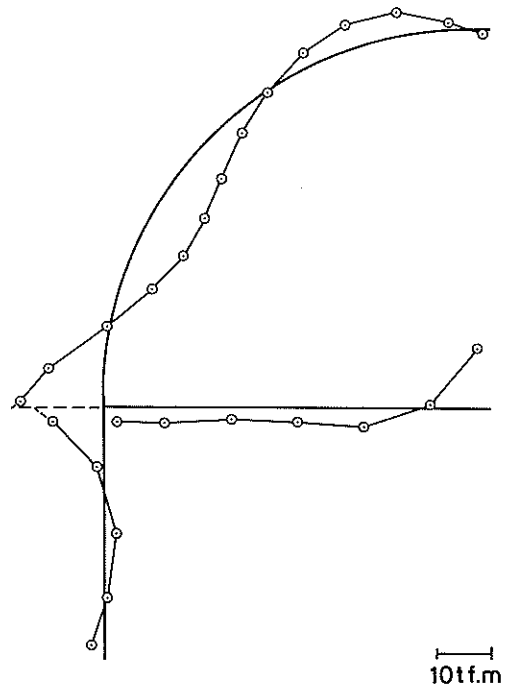


図-4.40 波力Bが作用するときの曲面スリット部の曲げモーメント分布(全体解析)

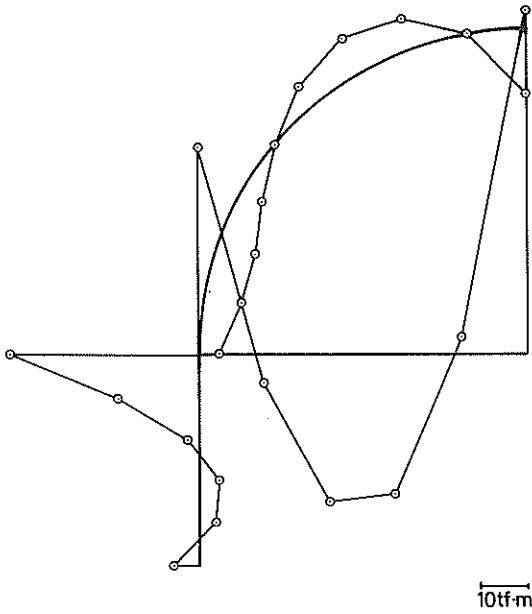


図-4.41 波力Bが作用するときの曲面スリット部の曲げモーメント分布(部材解析)

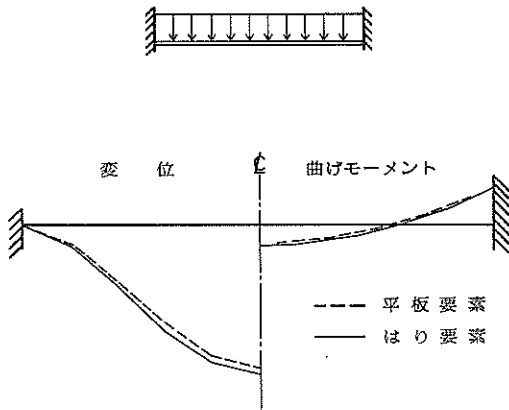


図-4.42 2種類の要素による両端固定ばりの解析

面外変位と曲げモーメント分布とを示す。変位は、平板要素を用いる方がわずかに小さな値となっているが、曲げモーメント分布は、どちらの要素を用いても、ほとんど同じ値と分布形状を示す。すなわち、この要素の相違により、計算結果に大きな差が生じていない。

波力Aが作用するとき、曲面スリット部材中央部の曲げモーメントは、全体解析と部材解析ではほぼ同じ値を算定しており、その値は約 $12 \text{ tf}\cdot\text{m}$ である。しかし、曲面スリット部材の端部、及び他の部材(ケーソンの前壁及び中床部)では、曲げモーメントの分布は、両解析

方法を比較すると全く異なっている。鉛直部材(ケーソンの前壁)と曲面スリット部材との接合部では、全体解析の場合、曲げモーメントは $5 \sim 10 \text{ tf}\cdot\text{m}$ であるが、部材解析の場合、約 $40 \text{ tf}\cdot\text{m}$ の曲げモーメントが計算される。これは、部材解析では、各部材がそれぞれはり要素でモデル化され、かつ端部が固定と仮定されているからである。しかし、実際のケーソンでは、全体解析でモデル化したように、曲面部材以外の部材は、それぞれ1枚の板である。したがって、曲げモーメント分布は、はり部材と異なり、 x, y 両方向に分配される。この分配の比率はスパンの比によって変化したが、この例では y 方向に多く分配される。また、実際のケーソンの底版は変位する。この際、前壁と底版の隅角部の曲げモーメントは、底版の変位が拘束される場合と比べて小さな値となる。このような現象は、全体解析の際には考慮されるが、部材解析では、底版と前壁との隅角部に相当する節点が拘束されているために、曲げモーメントの値が大きくなる。また、曲面スリット部材の上端部では、全体解析により計算される曲げモーメントが部材解析によるものと比べて大きくなっているが、これは、全体解析の場合、図-4.43に示す荷重(波力)が作用しているためである。

面内応力についても、曲げモーメントの場合とほぼ同様の傾向が得られる。図-4.44~図-4.47に面内応力の分布を示す。部材解析では、面内応力は、はりの軸力として計算される。一方、全体解析では、面内応力は、平板内の1方向の応力である。したがって、全体解析の場合、2方向の面内応力により外力に抵抗することにな

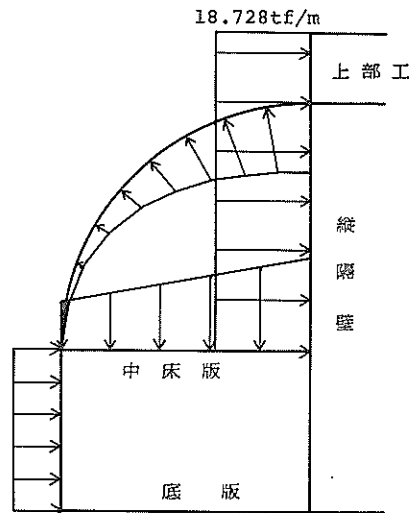


図-4.43 全体解析で考慮する波力(波力Aに相当)

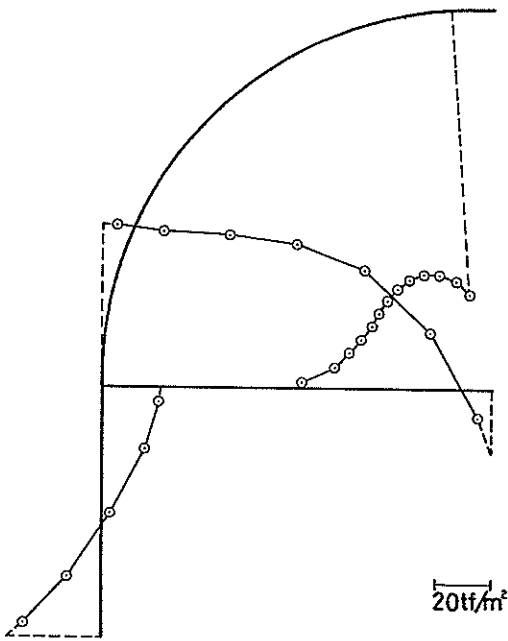


図-4.44 波力Aが作用するときの曲面スリット部の面内応力の分布(全体解析)

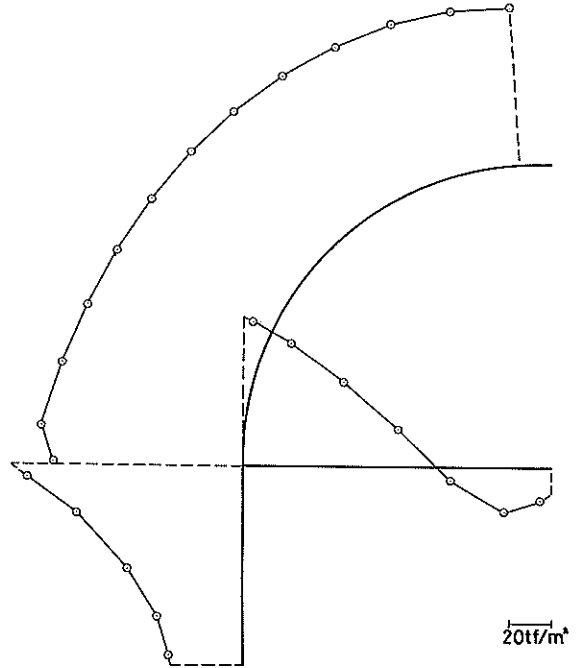


図-4.46 波力Bが作用するときの曲面スリット部の面内応力の分布(全体解析)

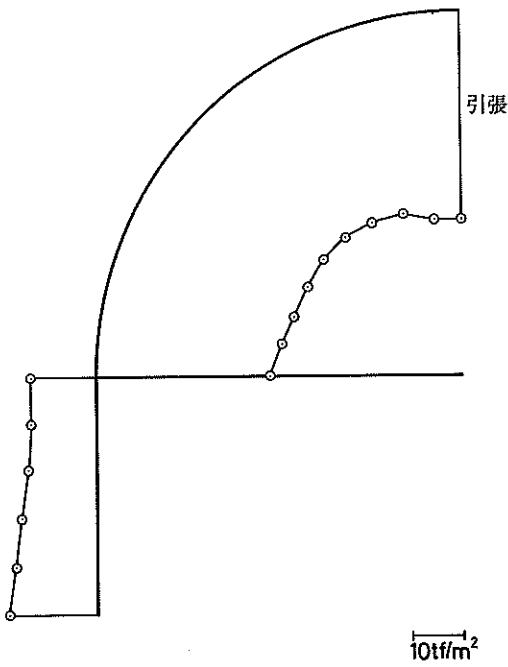


図-4.45 波力Aが作用するときの曲面スリット部の面内応力の分布(部材解析)

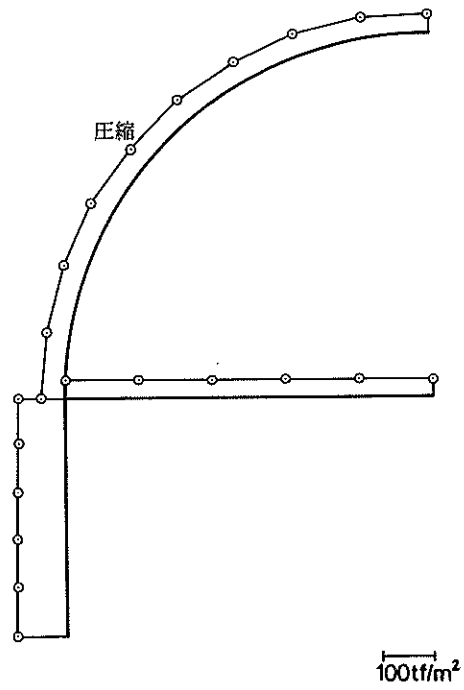


図-4.47 波力Bが作用するときの曲面スリット部の面内応力の分布(部材解析)

り、両者の計算結果に差が生じる。全体解析の場合、揚圧力などのため、底板の先端部は上方向に変位する。そのため前壁には圧縮応力が算定されるが、波力の方向によりその値が増減する。そのため部材解析によって算定された値とは異なったものになる。このことは中床版についてもあてはまる傾向である。したがって、ケーソン全体の変位の状態によって面内応力の値は変わってくるので全体解析の結果の方がより忠実に実際の現象を再現しているといえる。

以上の傾向は、波力 P が作用する場合にもほぼ当てはまる。曲面スリット部材の曲げモーメント分布は、全体解析と部材解析で若干異なっている。これは、荷重の作用方向に依存するものと考えられる。すなわち、各部材に作用する荷重相互の連成効果により、曲げモーメント分布が異なるものと考えられる。

曲面スリットケーソンの設計を行う際には、以上述べたように、有限要素法による全体解析の結果を用いる方がより合理的である。しかし、曲面スリットの中央部分は、部材解析の結果を用いて設計しても、ほとんど差はない。また、接合部では、部材解析は、曲げモーメント及び面内応力を大きな値に計算するため、安全側の結果を与える。曲面スリットケーソンは、消波効果などについて、模型実験などが行われており、今後、大水深構造物として建設される機会も多くあると考えられる。

5. 結 論

有限要素法によりケーソン式港湾構造物の構造解析を実施し、有限要素法を適用するにあたっての情報をとりまとめた。また、在来の設計法、計算法によって得られる値と、有限要素法により算定される値とを比較した。その結果、以下に示す結論を得た。

1) ケーソンを構成する板の要素分割は、1辺あたり8個以上とると、薄板理論の級数解との差は、2~3%以内となる。

2) ケーソンの解析に、通常の薄板要素を用いると、横せん断剛性を考慮する厚板要素を用いる場合に比べて安全側の値が算定される。隔壁のような壁厚の薄い部材に厚板要素を用いると、十分な精度が得られないことがある。

3) ケーソンを要素分割する際、モーメントや応力などの検討を行いたい部分を細かく分割(1辺あたり8分割程度)すれば、その部分については十分な精度が得られる。

4) ケーソンにねじれが生じない場合には、隔壁に用いる要素を面内要素(平面応力要素など)としてもよい。

5) ケーソンにねじれが生じない場合、上部工を立体要素でモデル化しても、外壁及び隔壁に作用する荷重として取扱っても結果はほとんど同じである。

6) 不陸のあるマウンド上に置かれるケーソンには、従来の設計法よりもかなり大きな曲げモーメントが底板に生じる場合がある。マウンドの不陸状態の把握は、今後の検討課題である。

7) バットレス付ケーソンのフーチング部の設計は、バットレスの剛性を考慮して行う必要がある。

8) 曲面スリットケーソンの曲面スリット部の設計は、はり要素を用いて行えば安全側である。より詳細な検討を行う場合には、曲面スリット部も平板要素で置換する全体解析を行う必要がある。

6. あとがき

形状が複雑な構造物の構造解析や、3次元のな全体解析を行う際に、有限要素法を用いて、変位、応力、モーメントなどを検討することが今や常識となりつつある。また、地震時などの動的外力を受けるときや、材料の非線形性を考慮するときにも有限要素法が用いられ始めてきた。

本資料では、これまで有限要素法を用いる解析があまり行われなかったケーソン式構造物を対象に、有限要素法を用いる際に注意しなければならない点や、解析結果の概略などの各種情報についてとりまとめたものである。しかし、通常の港湾構造物は、鉄筋コンクリートなどによって建設されることがほとんどであるため、ひびわれ、クリープなどの材料の特性による複雑な要因が多く、静的線形条件下で行う解析結果を盲目的に信じることには問題がある。したがって、有限要素法によって得られる値を、どのように構造物の設計に取り入れるべきかということは、今後解決しなければならない課題であろう。このような問題を解決してゆく第1歩として、現地観測や模型実験などを実施して、有限要素法によって得られる値との比較を行うことが望まれる。

最後に、今後港湾構造物を有限要素法を用いて構造解析を行う機会が増すと思われるが、その際に本資料が参考となれば幸いである。また、本資料についての御意見をいただければ、著者らの幸いとするところである。

なお、計算は、当所所有の電子計算機(ACOS-800 II)を用いて実施した。また、解析プログラムの作成は、日本電子計算機に委託して行った。

(1981年9月30日受付)

謝 辞

本資料取りまとめにあたって、貴重な資料を提供して

下さった運輸省港湾建設局の関係各位に感謝の意を表します。また、図面作成の作業には、沈埋構造研究室の西沢英雄技官と藤原貴史君の手を煩わせました。ここに感謝致します。

参 考 文 献

- 1) O. C. Zienkiewicz : 基礎工学におけるマトリックス有限要素法, 培風館, 1975年, 575 p.
- 2) R. D. Cook : 有限要素法の基礎, 科学技術出版社, 1981年, 424 p.
- 3) R. H. Gallagher : 有限要素解析の基礎, 丸善, 1976年, 379 p.
- 4) R. W. Clough and C. A. Fellippa : A REFINED QUADRILATERAL ELEMENT FOR ANALYSIS OF PLATE BENDING, Proceedings 2nd Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics, Wright Patterson AFB, 1968, pp. 399 ~ 420.
- 5) C. A. Fellippa : Solution of Linear Equations with Skyline Stored Symmetric Matrix, Computers and Structures, 1975, April, pp. 13 ~ 30.
- 6) Svoboda and Sahn : Some Comments on the Equation Block Solver, Numerical Methods in Engineering, Vol. 7, No. 2, 1973, pp. 227.
- 7) E. L. Wilson and Dovey : Solutions or Reduction of Equilibrium Equation for Large Complex Structural Systems, Advances in Engineering Software, Vol. 1, 1978, pp. 19 ~ 25.
- 8) Popov and Peterson : Substructuring and Equation System Solutions in Finite Element Analysis, Computers and Structures, 1977, April, pp. 197 ~ 206.
- 9) K. J. Bathe and E. L. Wilson : 有限要素法の数値計算, 科学技術出版社, 1979, pp. 387 ~ 587.
- 10) R. W. Clough and J. Penzien : 構造物の動的解析, 科学技術出版社, 1978, pp. 182 ~ 185.
- 11) 川本眺万, 林 正夫 : 地盤工学における有限要素解析, 培風館, 1978, pp. 80.
- 12) 関口信一郎 : 有限要素法による鉄筋コンクリートスラブの弾塑性解析, 港湾技術研究所報告 19 巻 2号, 1980年6月.
- 13) 山田嘉昭 : 塑性・粘弾性, 培風館, 1972年, pp. 62 ~ 68.
- 14) D. C. Drucker and W. Prager : Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design, Quart. appl. Math., 1952.
- 15) 土木学会編 : 構造力学公式集, 1974, pp. 341 ~ 342.
- 16) C. W. Pryor, Jr and R. M. Barker : FINITE ELEMENT BENDING ANALYSIS OF REISSNER PLATES, Jour. of Eng. Mech. Division, Proc. of ASCE, 1970, pp. 967 ~ 983.
- 17) Uri Tsach : LOCKING OF THIN PLATE / SHELL ELEMENTS, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 17, 1981, pp. 633 ~ 644.
- 18) 栖原二郎 : 平板の曲げ理論, 培風館, 1972年, pp. 134.
- 19) 日本港湾協会 : 港湾の施設の技術上の基準・同解説, 昭和54年3月, pp. 4-1 ~ 4-37.
- 20) 東海林秀幸 : 有限要素法と最適分割法について, 港湾技術研究所報告, 17 巻 2号, 1978年, pp. 193 ~ 206.

港湾技研資料 No. 403

1981・12

編集兼発行人 運輸省港湾技術研究所

発行所 運輸省港湾技術研究所
横浜市長瀬3丁目1番1号

印刷所 株式会社 東京プリント

Published by the Port and Harbour Research Institute
Nagase, Yokosuka, Japan.