

港 湾 技 研 資 料

TECHNICAL NOTE OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

No. 386 June 1981

流れの場における微細土砂粒子の分散特性について
——水理模型実験と数値計算による検討——

小 笹 博 昭
森 川 雅 行
村 上 和 男
入 尾 野 幸 雄
白 井 正 生

運輸省港湾技術研究所



目 次

| | |
|-----------------------------|----|
| 要 旨 | 1 |
| 1. ま え が き | 1 |
| 2. 微細土砂粒子の分散実験 | 2 |
| 2.1 実験方針 | 2 |
| 2.2 相似則 | 2 |
| 2.3 トレーサーの選定 | 3 |
| 2.4 実験手法 | 5 |
| 2.5 実験ケース | 9 |
| 3. SS濃度分布と堆積厚分布 | 9 |
| 3.1 SS濃度分布とその考察 | 9 |
| 3.2 堆積厚分布とその考察 | 15 |
| 4. シミュレーションモデルの構成 | 19 |
| 4.1 数値モデルの特徴 | 19 |
| 4.2 現象の定式化 | 19 |
| 4.3 数値モデルの構成 | 20 |
| 5. 水理模型実験結果の数値モデルへの適用 | 23 |
| 5.1 入力条件 | 23 |
| 5.2 計算結果とその考察 | 25 |
| 6. ま と め | 41 |
| 7. あ と が き | 41 |
| 参 考 文 献 | 41 |
| 記 号 一 覧 表 | 42 |
| 付 録 | 42 |

Dispersion Characteristics of Fine Particles in Flow Field

— Investigation by Model Experiment and Numerical Simulation —

Hiroaki OZASA*
Masayuki MORIKAWA**
Kazuo MURAKAMI***
Sachio IRIONO****
Masao SHIRAI**

Synopsis

This paper describes the dispersion characteristics of fine particles in the flow field by model experiment and treats the results which are obtained by inputting experimental values such as flow, injection, etc. to numerical model.

Model basin is of distorted type, which is 1/2000 in horizontal scale and 1/160 in vertical scale. Three kinds of flow patterns, which frequently occur in the prototype, are reproduced. From a series of experiments, it is recognized that fine particles are dispersed by advection in the flow field, and that they are apt to stay and deposit in the neighbourhood of the release point, as the flow becomes weak.

Numerical model is of two-dimensional type, which estimates the deposition of fine particles with the concept of the limiting shear stress for deposition. Concentration distribution obtained by numerical model is, finally, in good agreement with model experiment, but the deposition of the particles is underestimated comparing with the model experiment near release point.

* Ex-Chief of the Marine Diffusion Laboratory, Marine Hydrodynamics Division
** Member of the Marine Diffusion Laboratory, Marine Hydrodynamics Division
*** Chief of the Marine Diffusion Laboratory, Marine Hydrodynamics Division
**** Ex-member of the Marine Diffusion Laboratory, Marine Hydrodynamics Division

流れの場における微細土砂粒子の分散特性について ——水理模型実験と数値計算による検討——

小 笹 博 昭*
森 川 雅 行**
村 上 和 男***
入尾野 幸 雄****
白 井 正 生**

要 旨

本研究は、流れの場における微細土砂粒子の分散特性を水理模型実験により検討するとともに、流れや負荷量などの実験値を数値モデルに適用して、その結果に若干の考察を加えたものである。

実験には、水平縮尺1/2000、鉛直縮尺1/160のひずみ模型を用い、流れとして、現地で発生頻度が高い3種類の流況を再現した。この実験から、微細土砂粒子は海域の移流によって拡がり、土砂投入点付近での流れが遅いほど、濃度の高い領域が投入点付近に停滞し、底面への堆積が多くなることが確認できた。

数値モデルは二次元単層であり、土砂の沈降を、沈降限界におけるせん断応力の考え方をを用いて確率的に評価している。計算結果については、濃度分布は実験結果とよく一致したが、土砂の底面への堆積は投入点付近で実験結果より少なく、よい一致を示さなかった。

1. まえがき

近年、沿岸海域における埋立や浚渫工事の大規模化に伴い、発生する土砂による濁りの予測や防止工事が重要な課題となっている。海水中に浮遊している土砂は、海水の透明度や、植物プランクトンの光合成作用など海洋生物の活動と密接な関係にあると考えられる。特に、微細な土砂粒子は浮遊している期間が長いので、海域環境との関連が大きいと考えられる。

このような問題に対処するためには、実際の海域における現象を明確に把握しなければならない。そのためには、現地において、流れや水質に関する実測データを長期間取得する必要がある。しかし、現状では土砂による濁りの分散に関する実測データが利用できるものは、一部の領域に限られている。また、流れや水質のデータ以外に、土砂自身の沈降に関するデータが必要である。海水中の土砂は、化学反応によりフロックを形成したりして、その挙動を明確にすることは非常に難しい。このことが、土砂の分散機構を明らかにするうえで、1つの障害になっていると考えられる。

土砂の分散問題を検討する手法として、水理模型実験と数値シミュレーションが考えられる。両者は共に、実際の複雑な土砂による濁りの分散機構の中から、支配的

な要因を取り出してモデル化したものであり、その適用にあたっては、それぞれのモデルの限界に留意する必要がある。

水理模型実験では、地形を忠実に表現でき、現象が可視的で理解しやすいが、相似律、ひずみ模型を使用した場合のひずみの効果、トレーサーの選択、計測方法等、数多くの検討事項が残されている。特に、土砂のような沈降性の物質については、非沈降性の保存性の物質よりも、その取扱いは難しい。非沈降性の染料をトレーサーとしたものについては、これまで数多くの報告がなされている^{1),2)} また、土砂を対象とした実験については、土運船からの投棄土砂の分散³⁾のように、土砂の挙動を三次元的に比較的小さな領域で捉えようとしているものは多いが、流れの場における微細土砂粒子の広範囲にわたる分散を取り扱ったものは少ないようである。

一方、数値シミュレーションでは、現象の定式化や数値計算に伴う差分による誤差等の問題はあがるが、縮尺やひずみに起因する問題はない。土砂による濁りの分散の数値シミュレーションは数多く実施されている。一般に、これらの数値モデル⁴⁾は土砂の挙動が三次元的であるため、三次元モデルや多層モデルとなることが多い。三次元モデルは非常に多くの計算容量、計算時間を必要とす

* 前海洋水理部 海水汚染水理研究室長
** 海洋水理部 海水汚染水理研究室
*** 海洋水理部 海水汚染水理研究室長
**** 前海洋水理部 海水汚染水理研究室

るので、あまり大きな海域には適用できない。また、多層モデルも単層モデルと比較すると、より多くの計算容量、計算時間を必要とする。多層モデルや三次元モデルは現象を忠実にモデル化できるが、その際に多くのパラメータを必要とし、これらの値を適確に把握することは非常に難しい。

本研究では、海域の代表的な潮汐周期 (T) と土砂の海面から海底までの沈降時間 (t) との関係より、微細土砂粒子を沈降しない土砂 ($T/t \leq 0.1$) と沈降しにくい土砂 ($0.1 < T/t < 10.0$) とに区別して考え⁵⁾ それぞれに対して拡散実験を行い、沈降しにくい土砂の分散の基本的性質を沈降しない土砂との対比から調べることを試みた。また、模型実験での流れや負荷などの値を、土砂の底面への沈降を沈降限界におけるせん断応力の考え方⁶⁾ を用いて評価している二次元単層の数値モデルに適用し、このモデルの構造を明らかにするとともに、結果に若干の考察を加えることを試みた。

以下、本文 2. では水理模型実験における相似則と実験手法について説明し、3. で実験結果とそれに対する考察を述べる。次に、4. では数値モデルについて解説し、5. で実験時の流れや負荷をこのモデルに適用した結果とそれに対する考察を述べる。6. では、全体のまとめを述べる。

2. 微細土砂粒子の分散実験

2.1 実験方針

模型実験を行うにあたって重要なことは、模型と原型との間で相似則が成立していることである。土砂の分散という現象を考えると、土砂は沈降するという性質をもつことから、これは本来、三次元の問題として捉えるべきである。したがって、模型と原型との間において、水平方向のみならず鉛直方向にも相似性が保たなければならない。しかし、Fisher⁷⁾らによれば、ひずみ模型において、鉛直拡散係数と水平拡散係数を同時に相似させることは困難であるとされている。しかしながら、ひずまない模型を使用することは、広い領域を対象とする場合には現実には不可能に近い。

いま、実際の海域について考えてみると、鉛直拡散係数を測定した例は少なく、流れの鉛直構造が明らかにされているとはいいがたい。一方、模型実験においては、水平縮尺が 1/1000 より小さい小縮尺の模型では、現地に比べて乱れが十分でないので、人工粗度を付加している。ところが、人工粗度の設置効果は、理論的に明らかにされていないため、現地の流況が得られるように、調整して用いているのが現状である。また、模型実験にお

いて、鉛直拡散係数を測定した例はないようである。

このように、現地の海域での分散現象が明確に把握できておらず、また模型での粗度の効果も明らかにされていない現在では、現地と模型との分散現象から相似則を経験的に確かめなければならないと言えるであろう。

以上のことから、本研究では平面水理模型を用いて、沈降しにくい土砂の分散を沈降しない土砂との比較から調べることにした。すなわち、濃度は水深方向に平均化したものとして取扱い、相似則も、鉛直方向に積分し平均化した拡散方程式について考えた。実験に使用した模型は現地の海域のひずみ模型で流れは現地で観測される流況を再現した。以下に述べる実験に関する数値は原則として模型スケールでの値である。

2.2 相似則

いま、拡散方程式を鉛直方向に海底から海面まで積分し平均化すると以下ようになる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{1}{d} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ dK_x \frac{\partial c}{\partial x} \right\} + \frac{1}{d} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ dK_y \frac{\partial c}{\partial y} \right\} - \frac{1}{d} \beta w_0 c \quad (1)$$

ここで、 x 、 y は水平座標、 u 、 v はそれぞれ鉛直方向に平均した x 方向、 y 方向の流速、 d は水深、 K_x 、 K_y は x 方向、 y 方向のみかけの拡散係数、 w_0 は土砂の沈降速度、 β は海底面に土砂が堆積する割合を示す係数で、濃度の鉛直分布、鉛直拡散係数が関係している。 c は断面平均濃度である。

いま、式 (1) について相似則を検討してみる。模型および原型について生じる現象が相似であるためには、原型に関する式 (1) で模型についての式 (1) の対応する各項の比がそれぞれ等しくなければならない。そこで、原型と模型との関係を式 (2) のようにおく。

$$\begin{aligned} l_r &= \frac{x_m}{x_p} = \frac{y_m}{y_p}, \quad c_r = \frac{c_m}{c_p}, \quad d_r = \frac{d_m}{d_p}, \\ u_r &= \frac{u_m}{u_p}, \quad v_r = \frac{v_m}{v_p}, \\ K_r &= K_{x_r} = K_{y_r} = \frac{K_{x_m}}{K_{x_p}} = \frac{K_{y_m}}{K_{y_p}}, \\ w_{0r} &= \frac{w_{0m}}{w_{0p}}, \quad \beta_r = \frac{\beta_m}{\beta_p} \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、サフィックス p は原型量を、サフィックス m は模型量を、サフィックス r は、模型量の原型量に対する比を表わす。

式 (1) の関係が原型に対して成立するので

$$\frac{\partial c_p}{\partial t_p} + u_p \frac{\partial c_p}{\partial x_p} + v_p \frac{\partial c_p}{\partial y_p} = \frac{1}{d_p} \frac{\partial}{\partial x_p} \left\{ d_p K_{x_p} \frac{\partial c_p}{\partial x_p} \right\} + \frac{1}{d_p} \frac{\partial}{\partial y_p} \left\{ d_p K_{y_p} \frac{\partial c_p}{\partial y_p} \right\} - \beta_p \frac{w_{0_p} c_p}{d_p} \quad (3)$$

となる。式(2)を式(3)に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_m}{\partial t_m} + \left(\frac{l}{ut}\right)_r u_m \frac{\partial c_m}{\partial x_m} + \left(\frac{l}{vt}\right)_r v_m \frac{\partial c_m}{\partial y_m} \\ = \left(\frac{l^2}{K_x t}\right)_r \frac{1}{d_m} \frac{\partial}{\partial x_m} \left[d_m K_{x_m} \frac{\partial c_m}{\partial x_m} \right] \\ + \left(\frac{l^2}{K_y t}\right)_r \frac{1}{d_m} \frac{\partial}{\partial y_m} \left[d_m K_{y_m} \frac{\partial c_m}{\partial y_m} \right] \\ - \left(\frac{d}{\beta w_0 t}\right)_r \frac{1}{d_m} \beta_m w_{0_m} c_m \end{aligned} \quad (4)$$

となる。式(1)の関係が、模型に対して成り立つためには、式(4)のかっこの中の値がそれぞれ1になる必要がある。

$$\begin{aligned} \left(\frac{l}{ut}\right)_r = 1, \quad \left(\frac{l}{vt}\right)_r = 1, \quad \left(\frac{l^2}{K_x t}\right)_r = 1 \\ \left(\frac{l^2}{K_y t}\right)_r = 1, \quad \left(\frac{d}{\beta w_0 t}\right)_r = 1 \end{aligned} \quad (5)$$

したがって、

$$u_r = v_r = l_r t_r^{-1} \quad (6)$$

$$K_{x_r} = K_{y_r} = l_r^2 t_r^{-1} \quad (7)$$

$$\beta_r w_{0_r} = d_r t_r^{-1} \quad (8)$$

が成立しなければならない。

また、一般に潮汐現象などのように、重力が卓越する現象については、フルードの相似則が適用される。通常、模型実験において原型との重力比 g_r が、 $g_r = 1$ であることを考えると、フルードの相似則は、

$$u_r = d_r^{1/2} \quad (9)$$

となる。

ここで、土砂の分散に影響を及ぼす要因のひとつとして、乱流拡散現象を考える。乱流拡散現象を相似にするためには、拡散係数のスケールに関する4/3乗則 $K = \epsilon^{1/3} L^{4/3}$ が成り立つことと、次的には $K_r = l_r^2 t_r^{-1}$ が成り立つことより、両者を等しいとすると、

$$\epsilon_r^{1/3} L_r^{3/4} = l_r^2 t_r^{-1} \quad (10)$$

となる。ここで、 L は乱れスケール、 ϵ はエネルギー逸散率である。 $L_r = l_r$ とし、また原型と模型とでエネルギー

逸散率 ϵ が等しいとすれば、式(6)、式(9)、式(10)より、水平縮尺と鉛直縮尺との関係は次式で示される¹⁰⁾

$$l_r = d_r^{3/2} \quad (11)$$

いま、沈降速度の相似則を表わす式(8)に、式(6)、式(11)を代入し、 $\beta_r = 1$ すなわち鉛直方向の流れ構造が原型と模型とで同じであるとする、

$$w_{0_r} = u_r d_r l_r^{-1} = d_r^{3/2} l_r^{-1} = 1 \quad (12)$$

の関係が成立し、沈降速度の縮尺は1となる。

ここで考えた相似則は、土砂の分散が鉛直方向に平均した拡散方程式により表わせると仮定して求めたものである。したがって、その適用にあたっては、対象としている現象が相似則を導く際の仮定を満足しているかどうか注意する必要がある。

2.3 トレーサーの選定

拡散実験を行う際には、トレーサーの選定は非常に重要な問題である。

本研究では、微細土砂粒子を沈降しない土砂と沈降しにくい土砂に分けて考えている。沈降しない土砂に対しては、従来よく使われている染料が使用できる。本実験では、けい光染料であるフルオロセシウムナトリウム(以下ウラニオンと記す)を使用した。沈降しにくい土砂に対しては、沈降速度の相似則を考慮し、鉛直方向の流れ構造が類似であると考え、現地の土砂と同程度の沈降速度を有し、また沈降しにくいという条件から比重が1より大きく、その近傍のものを選ばなければならない。

そこで、本実験ではこれらの条件を満たす沈降しにくい土砂のトレーサーとして、信越化学K.K.の塩化ビニール粉末(以下塩ビ粉末と記す)TK 1400を使用した⁵⁾

以下に、使用した塩ビ粉末の特性について述べる。

塩ビ粉末の真比重は比重びんを用いた測定より、1.40であった。また、水中での空げき率は0.64(64%の空げき)であった。コールターカウンターで測定した粒径加積曲線を図-1に示す。2回の測定結果を実線と破線とで示してあり、平均中央粒径 $d_{50} = 0.124$ mm、ふるいわけ定数 $S_0 = \sqrt{d_{75}/d_{25}} = 1.10$ であった。

沈降速度については、単粒子の場合は内径300mmの筒中で1mおよび2mを沈降するのに要した時間から測定した。この結果から求めた沈降速度は、水温7.9℃で0.136mm/sであった。

次に、群粒子としての塩ビ粉末の沈降速度について述べる。沈降試験は、試験筒上部から塩ビ粉末を自然落下させて行った。試験筒下面に設置したはかりで、測定平

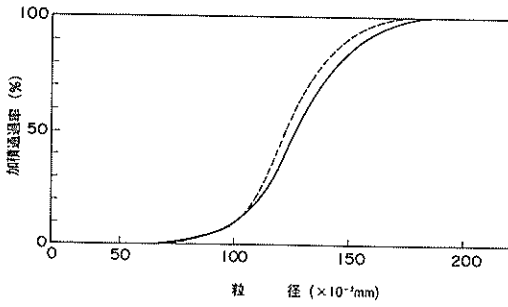


図-1 粒径加積曲線

面上に沈降してくる塩ビ粉末の重量の時間的増加を秤量し、沈降速度を求めた。図-2(a)~(d)に、沈降試験筒の内径および塩ビ粉末濃度を変化させた時の沈降速度の分布を示す。図中の $w_{0.50}$ は、それ以下の沈降速度を有するものが、塩ビ粉末の中で50%であることを示す沈降速度であり、その濃度での塩ビ粉末に対する平均的な沈降速度と考えられる。これらの図から、濃度1,000ppmで0.045 cm/s、濃度2,000ppmで0.093 cm/s（内径200mm）というように、濃度が高いほど塩ビ粉末の群粒子としての沈降速度は速くなるのがわかる。

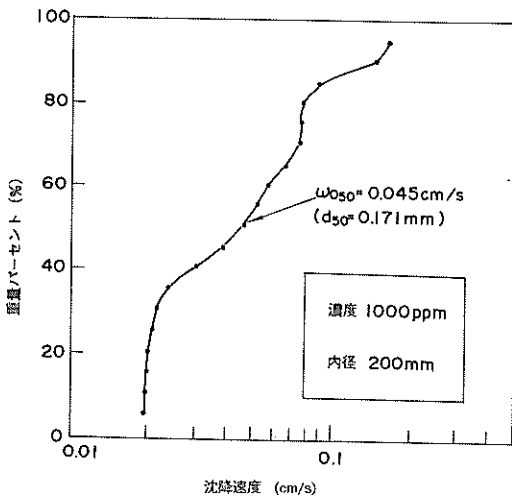


図-2(a) 重量百分率-沈降速度曲線

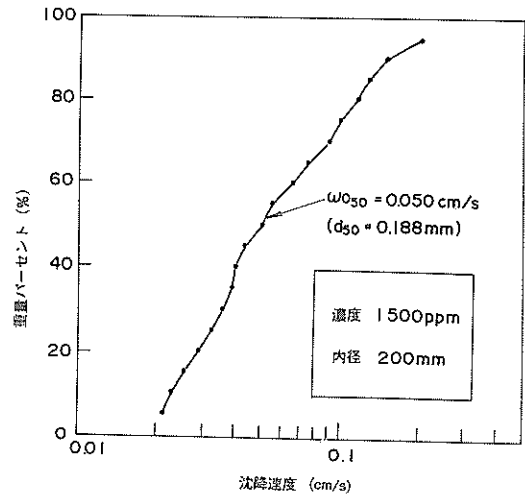


図-2(c) 重量百分率-沈降速度曲線

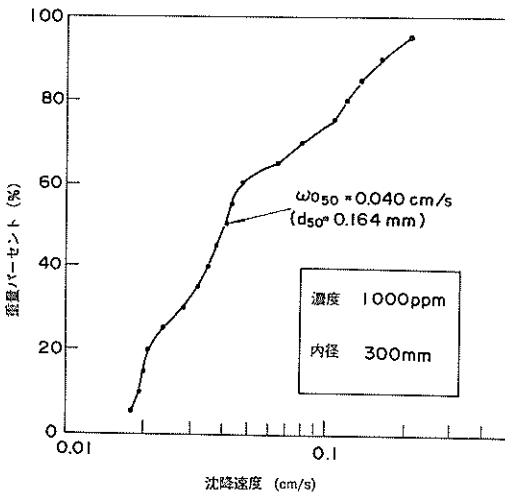


図-2(b) 重量百分率-沈降速度曲線

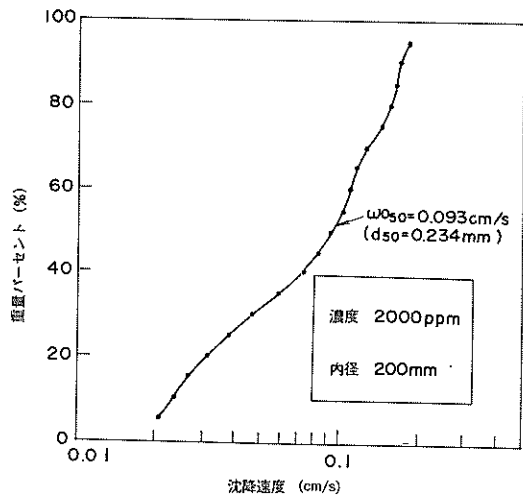


図-2(d) 重量百分率-沈降速度曲線

いま、この塩ビ粉末が海面から海底までを沈降する時間 t を考える。現地の代表水深を 20m、沈降速度として沈降試験中もっとも速い沈降速度 $w_{0.50} = 0.093 \text{ cm/s}$ とすると、沈降時間 t は約 5 時間 58 分となる。潮汐の代表周期 T として、 M_2 潮の 12 時間 25 分を考えると、 $T/t = 2.1$ となり、塩ビ粉末は沈降しにくい土砂のトレーサーとして使用できることがわかる。

現地の土砂の場合には、フロクキュレーション（綿毛化）が起こる可能性がある。フロクキュレーションが形成されると、沈降速度が非常に大きくなり、土砂のみかけの粒径が増大することが報告されている。⁶⁾ 図-2 での沈降速度 $w_{0.50}$ より、沈降速度が次のストークスの式

$$w_0 = \frac{1}{18} \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) \frac{g}{\nu} d^2 \quad (13)$$

(σ : 土砂粒子の密度, ρ : 水の密度)
(ν : 水の動粘性係数, d : 土砂の粒径)

に従うと仮定して求めた平均中央粒径 d_{50} をコールター

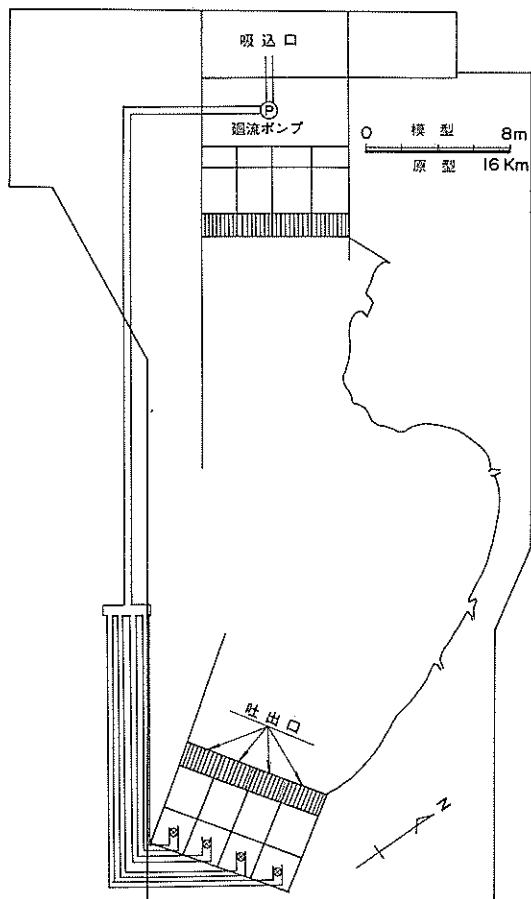


図-3 水理模型

カウンターを用いて測定した d_{50} と比較すると、どのケースにおいても、その大きさはオーダー的に一致しているので、塩ビ粉末の場合フロクキュレーションは顕著でないと考えられる。したがって、本研究ではフロクキュレーションは考慮する必要がないものと考えられる。

2.4 実験手法

図-3 に実験に使用した水理模型の全体図を示す。この模型は、実際の海域を水平縮尺 1/2,000、鉛直縮尺 1/160 で再現したものである。現地で水深 100m より深い海域は一律 100m として扱っている。2.2 で述べた相似則において、前述の模型縮尺にした場合の種々の縮尺を表-1 に示す。現地での等深線を図-4 に示す。模型床には、人工粗度として塩化ビニールのパイプを 35cm 間隔に、海底から水面下 3cm の高さまで設置している。

表-1 原型と模型の水理諸元

| 要素 | 縮率 | |
|----------------|------------------------|---------------------|
| 水平距離 (l) | l_r | 1/2,000 |
| 水深 (d) | $d_r = l_r^{2/3}$ | 1/160 |
| 時間 (t) | $t_r = l_r^{2/3}$ | 1/160 |
| 水平流速 (v) | $v_r = d_r^{1/2}$ | 1/12.5 |
| 流量 (q) | $q_r = l_r d_r v_r$ | $1/4 \times 10^6$ |
| 水平拡散係数 (K) | $K_r = l_r^2 t_r^{-1}$ | $1/2.5 \times 10^4$ |

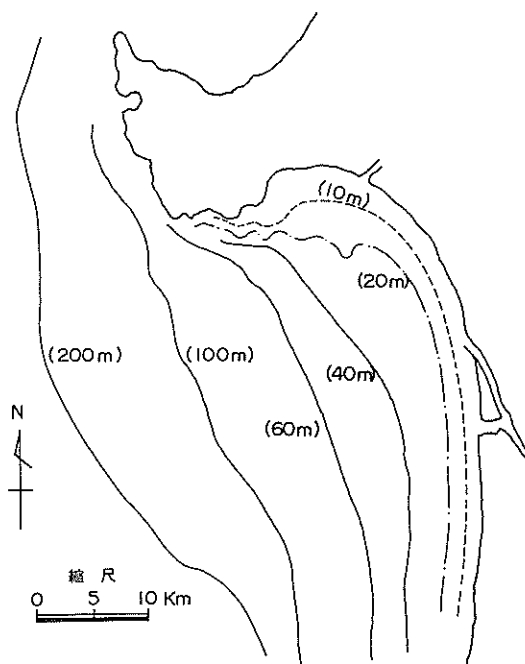


図-4 水深図

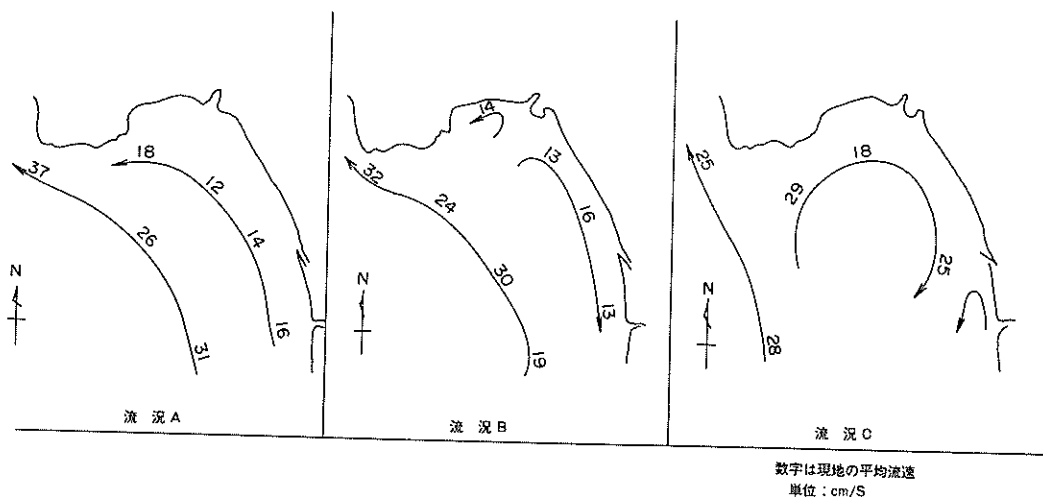


図-5 流況の模式図

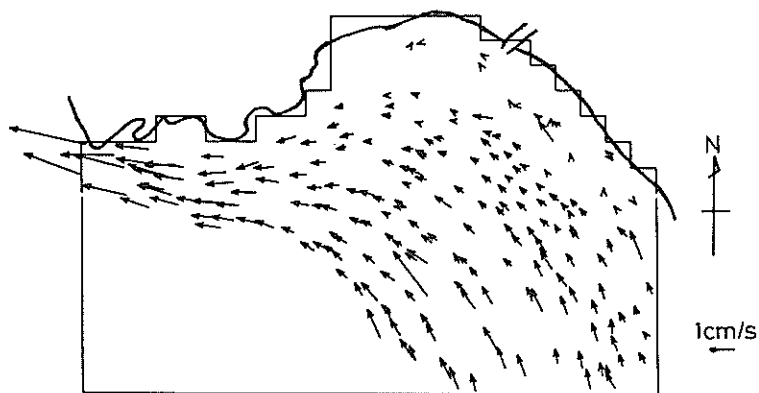


図-6 表面流速分布 (流況 A)

粗度パイプは塩ビ粉末がパイプ内にはいらないようにモルタルで目付めし、模型床および粗度パイプは、白色の塩ビ粉末の分散状況を観察しやすいように、濃緑色にペンキ塗りされている。また、模型底面には、東西、南北の方向に1m間隔に白ペンキで格子を描いている。

図-5は、現地の海域でよくあらわれる流況を示す模式図である。本実験は、これらの流況のパターンを再現させて実施した。これらそれぞれを順に、流況A、BおよびCと呼ぶことにする。

これらの流況は、図-3に示す模型の上端に設置した最大吸引能力 $12\text{ m}^3/\text{min}$ のポンプで所定の水を吸い上げ、他端から吐き出すことにより発生された。吐出側については、4つに仕切られており流況パターンにより吐出量を調節した。

このようにして発生させた各流況の表面流速分布をそれぞれ図-6、図-7、図-8に示す。これは、水面に浮かべたフロートを20秒ごとに写真撮影し、その軌跡から求めたものである。

海域内に流入する河川流量および排水量を、表-2に示す。河川流量については、表-2に示す値を定常的に

表-2 河川流量および排水量

| | 原型流量 (m^3/s) | 模型流量 (cm^3/s) |
|----------|-----------------------------------|------------------------------------|
| 1. 河川 A | 262.9 | 65.7 |
| 2. 河川 B | 51.7 | 12.9 |
| 3. 発電所 C | 34.2 | 8.5 |
| 4. 河川 D | 40.5 | 10.1 |

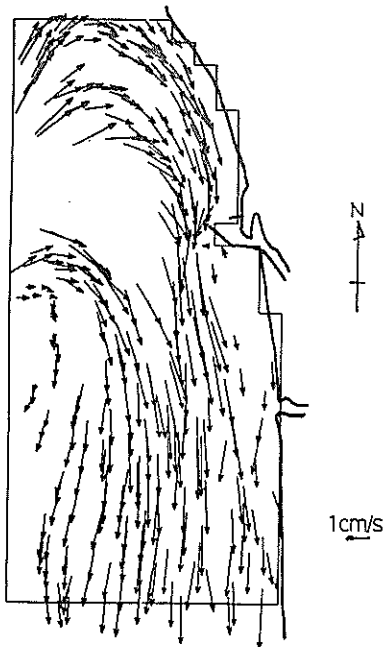


図-7 表面流速分布(流況B)

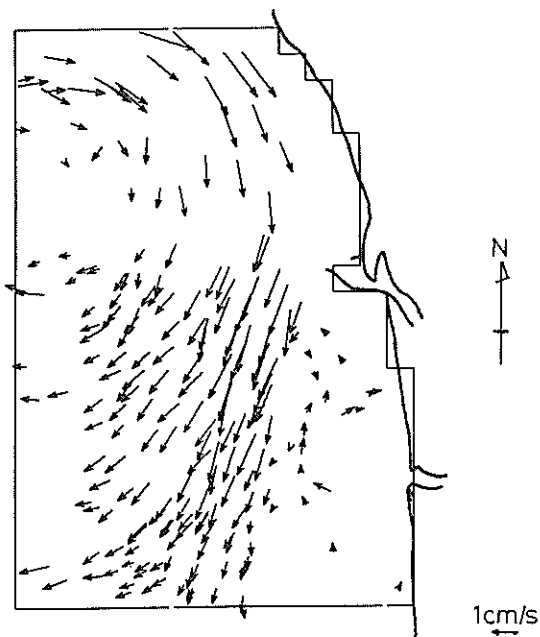


図-8 表面流速分布(流況C)

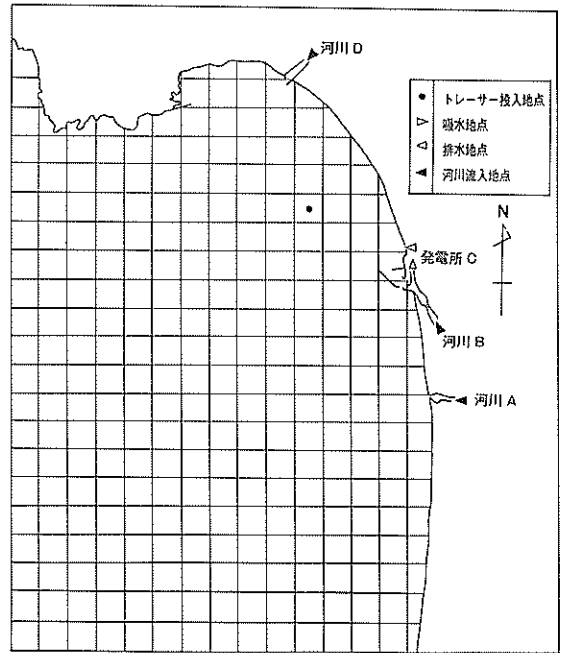


図-9 河川流入地点およびトレーサー投入地点

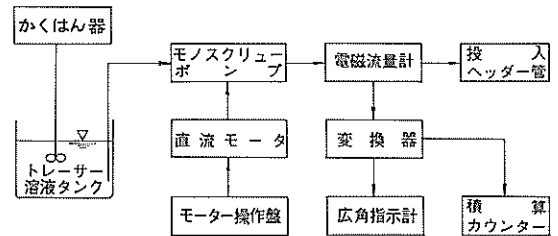


図-10 トレーサー投入機の構成

与えた。No. 3 の発電所の冷却水用の給排水は、模型内の水を吸い上げ、所定の位置に投入するという方法を採用した。これらの位置を図-9に示す。図中のメッシュは、東西、南北に1m間隔で描いたものである。

トレーサーの投入には、図-10に構成を示す、第三港湾建設局で開発されたトレーサー投入器⁵⁾を用いた。この器械は、スクリューで十分かくはんされたトレーサ溶液をモノスクリュープポンプにより、電磁流量計へ送りこみ、さらに図-11に詳細を示す投入ヘッダー管より、トレーサ溶液を水中へ放出する。電磁流量計で測定した毎秒の流量は広角指示計でアナログ表示され、積算した流量は積算カウンターでデジタル表示される。

トレーサ溶液の濃度は、塩ビ粉末の場合 50,000 ppm、ウランの場合 50 ppm とし、投入流量は両トレーサとも $11 \text{ cm}^3/\text{s}$ とした。このように、高濃度で低流量とした

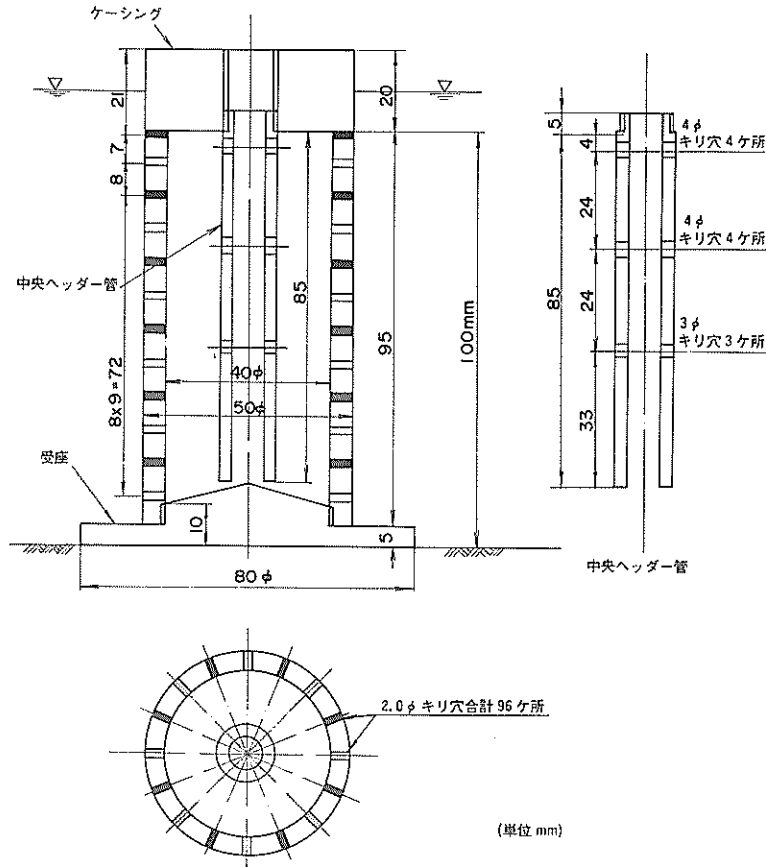


図-11 投入ヘッダー管

のは、投入の際に投入点周辺の流れを乱さないようにするためと、少量の採水で濃度分析ができるようにするためである。

トレーサーの投入は、すべての流況について図-9にトレーサー投入点として示す地点で、1時間連続して行った。投入を1時間としたのは、分散したトレーサーが模型端に達し、廻流ポンプを通して他の模型端から少量のトレーサーが出てくる現象が生じたからである。

採水は、投入開始から20分間は、2分間隔で行い、それ以後は投入終了まで8分間隔で行った。採水点は、トレーサーの分散状況に応じて増加させ、トレーサーが模型端に達してからは、約30地点とした。採水は、ガラス管を用いて手作業により行い、塩ビ粉末の場合は1回につき約10cm³、ウラニンの場合は約5cm³、円柱状に採水した。トレーサーが塩ビ粉末の場合は、底面に堆積した塩ビ粉末を乱さないように注意して採水した。採水量の多少は、分析方法の違いによる。

採水したサンプルの濃度分析は、塩ビ粉末の場合は

SS分析、ウラニンの場合はけい光分析により行った。

SS分析は以下のようにして行った。

- 1) 採水した溶液の容積をメスシリンダーで測定する。
- 2) 溶液を直径47mmのガラスフィルターを用いて、吸引ろ過する。
- 3) 塩ビ粉末が付着したフィルターを温度80℃に保った乾燥器内で30分間、乾燥させる。
- 4) 30分間、デンケータで放冷する。
- 5) 塩ビ粉末が付着したフィルター重量を化学天秤(測定精度0.1mg)で測定する。
- 6) ただちに、フィルターに付着していた塩ビ粉末をハケで払い落とし、フィルターの重量を化学てんびんで測定する。
- 7) 5)と6)で求めた重量の差から、塩ビ粉末の重量を求め、それを溶液の容積で除することにより、SS濃度を求める。

ウラニンのけい光分析には、ターナー社のけい光光度計を使用した。⁸⁾

塩ビ粉末をトレーサーとした場合は、投入終了後流れをそのままに保ち、浮遊している塩ビ粉末が流れ去るか堆積するかしてから、模型床に堆積した塩ビ粉末の厚さを27地点で測定した。測定は投入点付近では多く、離れるにしたがって少なくし、目視で堆積していると判断される領域を包含するようにした。

堆積厚の測定は、以下のように行った。

- 1) 底面にスポンジを取付けた内径10cmのアクリル製の円筒を、堆積した塩ビ粉末を乱さないように、模型底面上に静かにおろす。
- 2) ガラス棒で円筒内の水をかくはんし、堆積していた塩ビ粉末を浮遊させ、その水を採水してSSを測定する。
- 3) 測定したSSの値から、堆積していた塩ビ粉末の重量を求め、円筒内で塩ビ粉末が一定の厚さで堆積していると仮定して、堆積厚を算定する。

2.5 実験ケース

実験ケースの一覧を表-3に示す。ケース1～6が塩ビ粉末を、ケース7～12がウラニンをトレーサーとした時のものである。同一条件の実験を2回ずつ実施している。

表-3 実験ケース

| 実験ケース | トレーサー | 流況 |
|--------|-------|----|
| 1, 2 | 塩ビ粉末 | A |
| 3, 4 | 塩ビ粉末 | B |
| 5, 6 | 塩ビ粉末 | C |
| 7, 8 | ウラニン | A |
| 9, 10 | ウラニン | B |
| 11, 12 | ウラニン | C |

3. SS濃度分布と堆積厚分布

3.1 SS濃度分布とその考察

各実験ケースでの投入トレーサー溶液の濃度、投入流量の一覧を表-4に示す。表中で、平均濃度は、トレーサー投入開始前と終了後に、それぞれトレーサー溶液の濃度を5サンプルずつ計10サンプル測定し、それらを平均したものである。また、投入流量は、トレーサー投入器の電磁流量計の積算カウンターの値を投入時間で除して求めた。表中の換算係数 γ は、個々の実験ケースで得た濃度を正規化するためのもので、

$$\gamma = \frac{c_c}{c_m} * \frac{Q_c}{Q_m} \quad (14)$$

で与えられる。ここで、 c_c は基準濃度で塩ビ粉末の場合

表-4 トレーサー溶液濃度と投入流量

| 実験ケース | 平均濃度 (ppm) | 投入流量 (cm ³ /s) | 換算係数 γ | |
|-------|------------|---------------------------|---------------|------|
| 塩ビ粉末 | 1 | 51,000 | 11.0 | 0.89 |
| | 2 | 44,800 | 11.0 | 1.01 |
| | 3 | 46,900 | 11.1 | 0.96 |
| | 4 | 52,000 | 11.1 | 0.87 |
| | 5 | 42,300 | 11.1 | 1.07 |
| | 6 | 45,100 | 11.0 | 1.01 |
| ウラニン | 7 | 48.4 | 11.1 | 0.93 |
| | 8 | 31.7 | 11.0 | 1.43 |
| | 9 | 42.7 | 11.1 | 1.06 |
| | 10 | 33.2 | 11.1 | 1.36 |
| | 11 | 33.9 | 11.0 | 1.34 |
| | 12 | 52.8 | 11.0 | 0.86 |

は50,000 ppm、ウラニンの場合は50 ppm、 Q_c は基準投入流量で両トレーサーとも10 cm³/s、 c_m 、 Q_m は個々の実験ケースでのトレーサー溶液の平均濃度および投入流量である。

沈降しにくい土砂を対象とした、塩ビ粉末をトレーサーに使用した実験結果について述べる。

投入開始8分、60分後のSS濃度分布を流況A、B、Cについて、それぞれ図-12(a)、(b)、図-13(a)、(b)、図-14(a)、(b)に示す。図中の等濃度線は、2回の実験結果を平均したものについて描いている。

図-15、図-16、図-17に、等濃度線が囲む面積の経時変化を、それぞれ流況A、B、Cについて示す。

これら塩ビ粉末を使用した実験結果から、下記のことを指摘できる。

1) 10 ppmの等濃度線の囲む面積は、どの流況パターンにおいても、ほぼ線形に増加している。その増加率は流況Bが毎分約2.1 m²でもっとも速く、次に流況Cで毎分約1.1 m²、流況Aがもっとも遅く毎分約0.8 m²となっている(図-15、図-16、図-17)。

これは、各流況パターンにおいて、投入点付近を通過する流線上の流速の大きさに対応し、速いものほど増加率は大きい(図-6、図-7、図-8)。

2) トレーサー投入60分後で、SS濃度が50 ppmを超える領域は、流況Aが約5 m³でもっとも広く、次に流況Cで約4 m³、流況Bが約0.8 m³でもっとも狭くなっている(図-15、図-16、図-17)。

投入点付近を通過する流線上の流速が遅いものほど、50 ppmを超える領域の面積は狭くなっている。

3) SS濃度分布の中心線(トレーサーの流下方向に

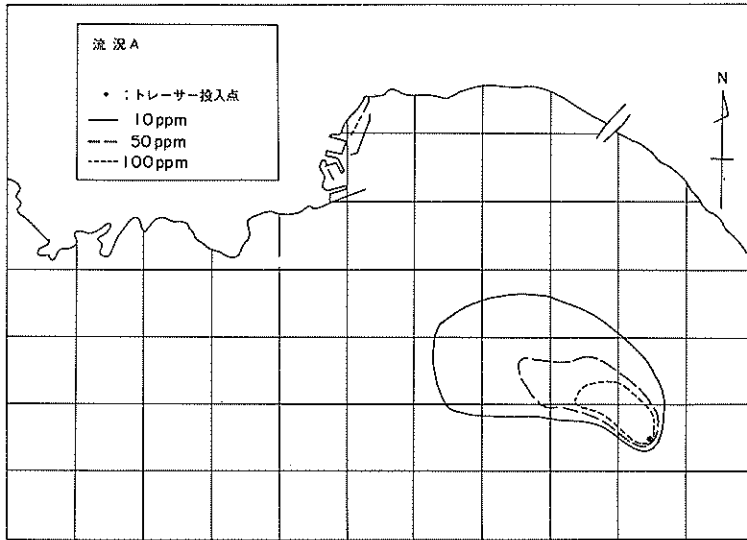


図-12(a) 濃度分布図(8分後)

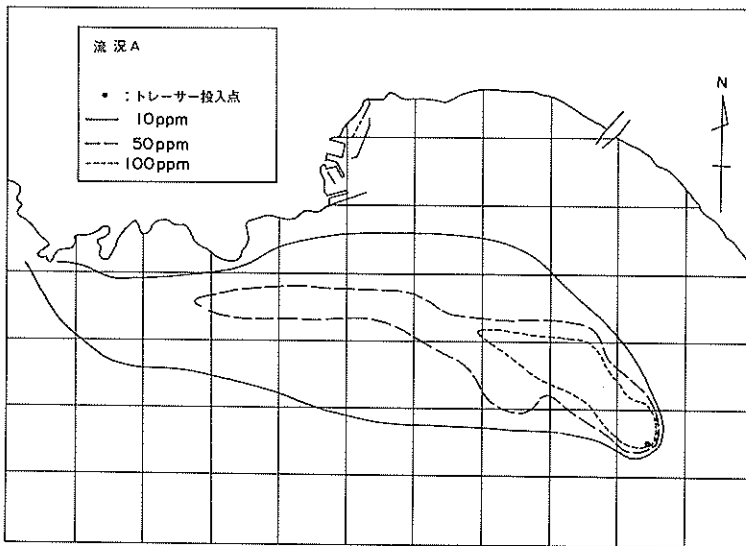


図-12(b) 濃度分布図(60分後)

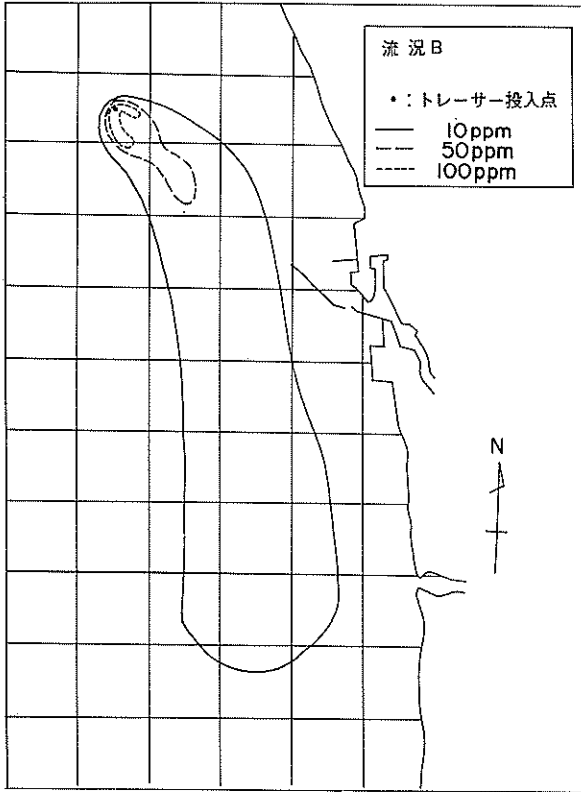


図-13(a) 濃度分布図(8分後)

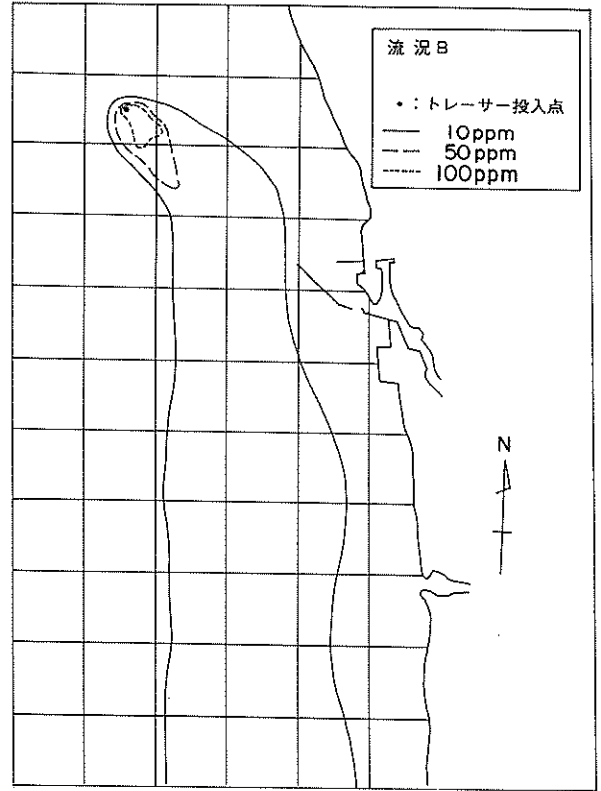


図-13(b) 濃度分布図(60分後)

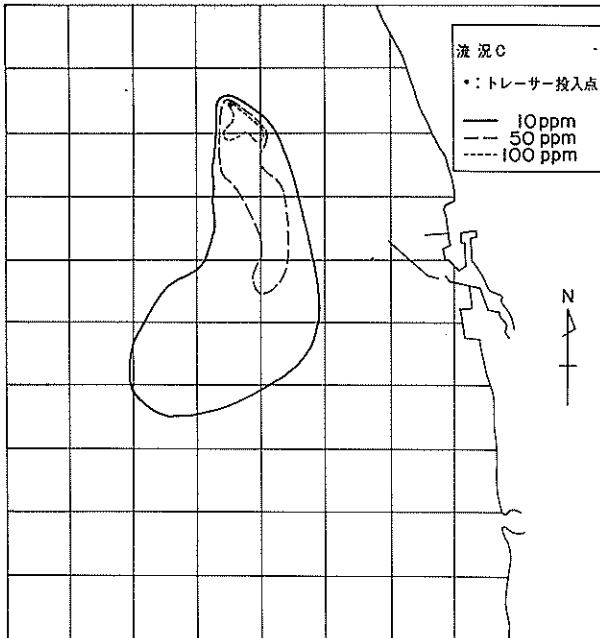


図-14(a) 濃度分布図(8分後)

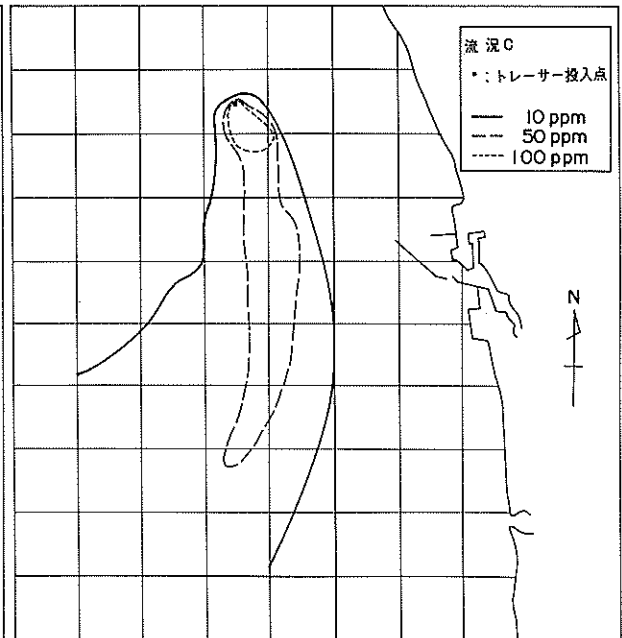


図-14(b) 濃度分布図(60分後)

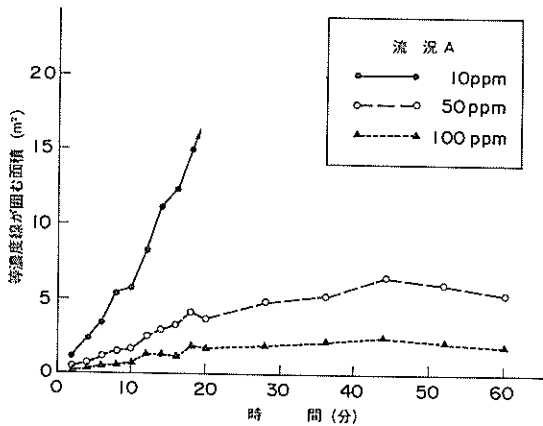


図-15 等濃度線が囲む面積の経時変化

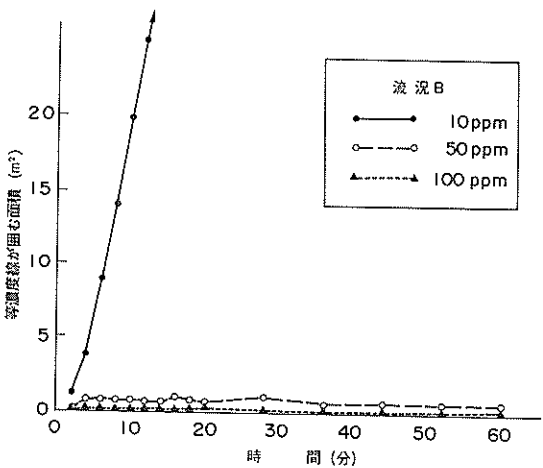


図-16 等濃度線が囲む面積の経時変化

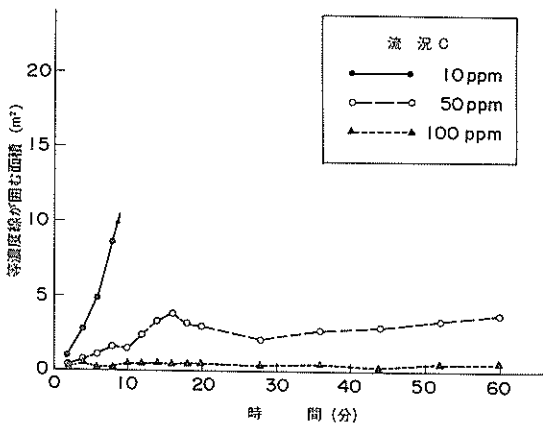


図-17 等濃度線が囲む面積の経時変化

濃度の高い測点を結んだ線)は、投入点を通る流線にほぼ一致している(図-12, 図-13, 図-14, 図-6, 図-7, 図-8)。

以上のことから、本実験では定常流による移流が沈降しにくい土砂の分散の主要因となっていると考えられる。本実験では、水平縮尺が1/2,000である小縮尺の模型を使用している。こうした模型では、人工粗度を設置しているが、現地の乱れを十分に再現しているとは限らない。

したがって、模型実験では移流に対する拡散の割合が原型に比べて小さくなっている可能性があり、原型では拡散の効果が強くあらわれ、模型実験ほど細長い分布とならない可能性がある。この点については、今後の検討課題である。

次に、沈降しない土砂を対象とし、トレーサーにウランを使用した実験結果を以下に述べる。

投入開始8分、60分後のウランの濃度分布を流況A, B, Cについて図-18(a), (b), 図-19(a), (b), 図-20(a), (b)に示す。

図-21, 図-22, 図-23に、等濃度線が囲む面積の経時変化を、流況A, B, Cについて示す。

ウランの投入負荷量は、塩ビ粉末の1/1,000に設定している。いま、拡散方程式が濃度に線形であることを考えると、塩ビ粉末のSS濃度分布図での10ppmなどの等濃度線とウランの濃度分布図での10ppbなどの等濃度線は相互比較が可能である。

ウランをトレーサーとした実験から、次のことが指摘できる。

1) 10ppbの等濃度線が囲む面積は、塩ビ粉末を使用した実験の場合と同様に、ほぼ線形に増加している。その増加率は、流況Bが毎分 2.1m^2 と最も速く、流況A, 流況Cは、ともに毎分約 0.8m^2 となっている。投入点付近を通過する流速が最も速い流況Bが最もはやく拡がっている。塩ビ粉末の場合に比べて、流況Cでのひろがる速さが遅くなっている。流況Cは他の流況よりも流れが複雑で、再現するのが難しく、塩ビ粉末の場合と比べて、流れの場に若干の違いがあったと考えられる(図-21, 図-22, 図-23)。

2) トレーサー投入60分後で、濃度が500ppbを超える領域は、投入点付近を通過する流線上の流速が遅い流況パターンほど広くなっている。流況Aが約 3m^2 と最もひろく、流況B, 流況Cはそれほどの差はなく、約 0.2m^2 である(図-21, 図-22, 図-23)。

沈降しない土砂の分散も、沈降しにくい土砂の分散と同様に、定常流による移流に支配されている。

塩ビ粉末を使用した実験結果とウランを使用した実

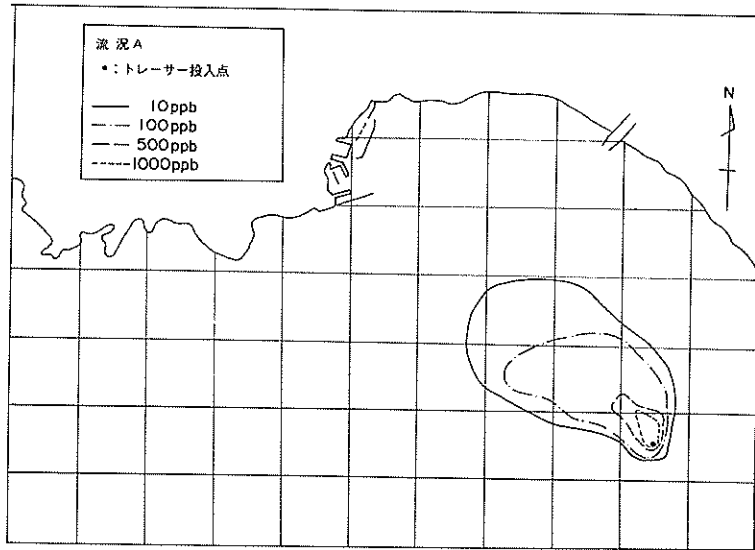


図 - 18(a) 濃度分布図 (8 分後)

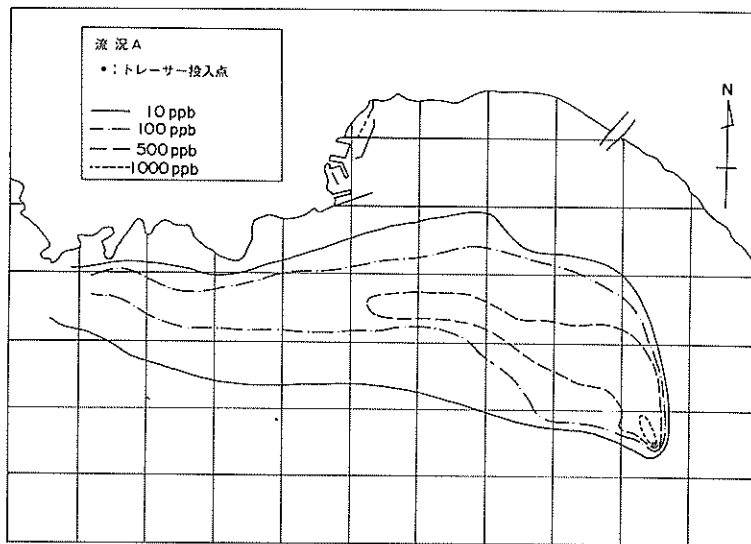


図 - 18(b) 濃度分布図 (60 分後)

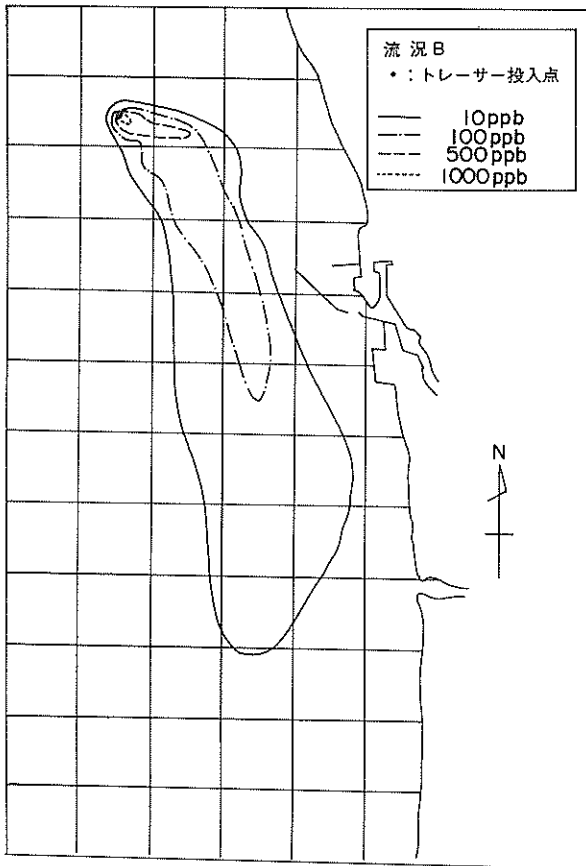


図-19(a) 濃度分布図(8分後)

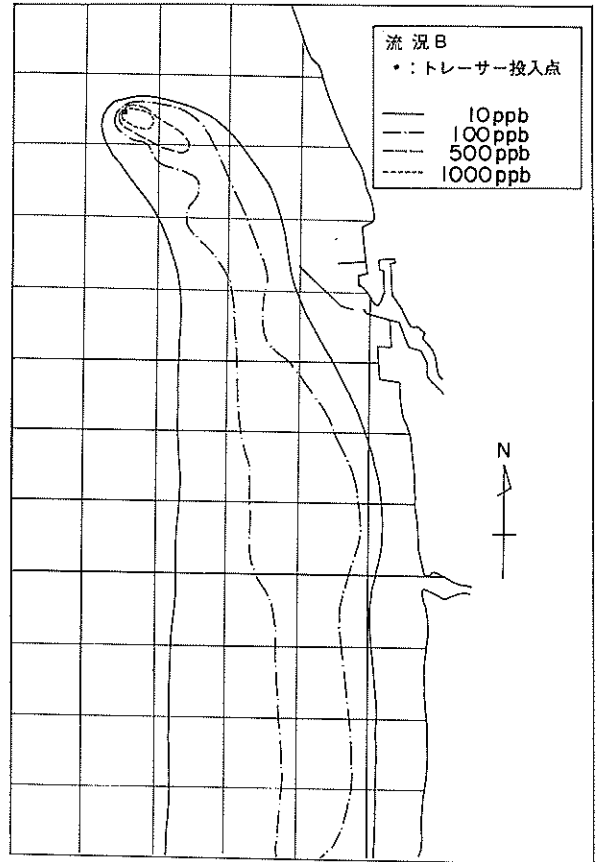


図-19(b) 濃度分布図(60分後)

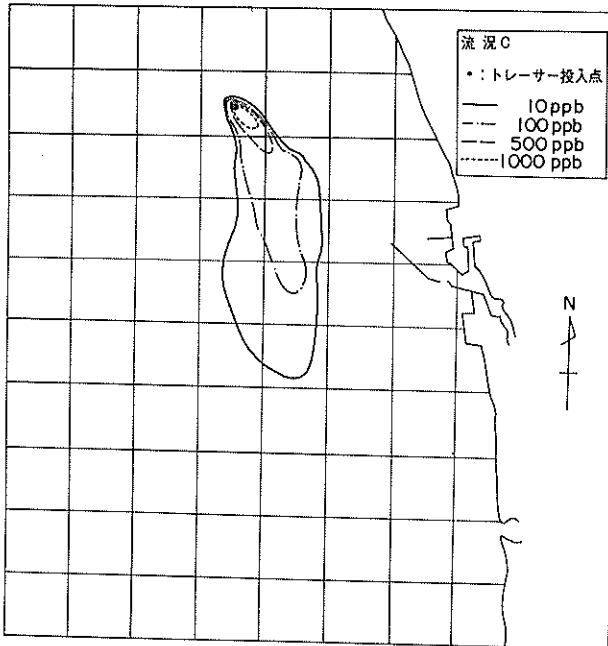


図-20(a) 濃度分布図(8分後)

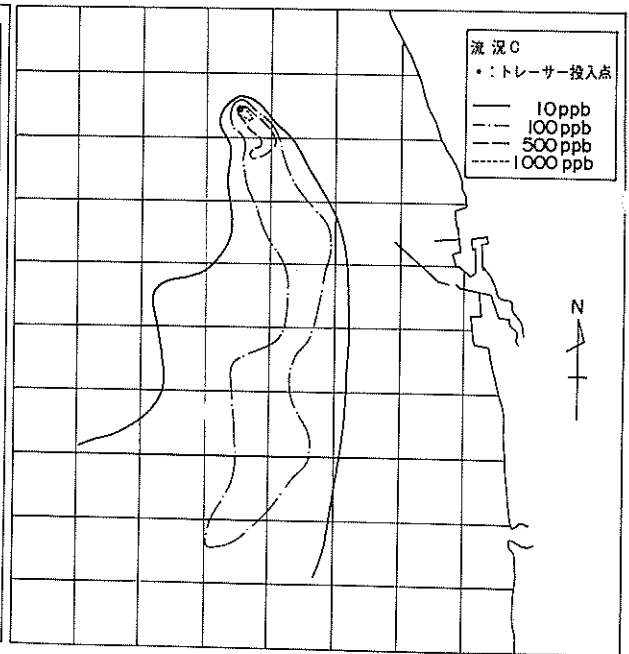


図-20(b) 濃度分布図(60分後)

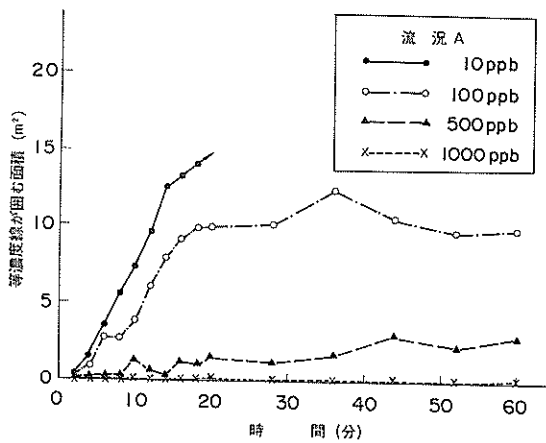


図-21 等濃度線が囲む面積の経時変化

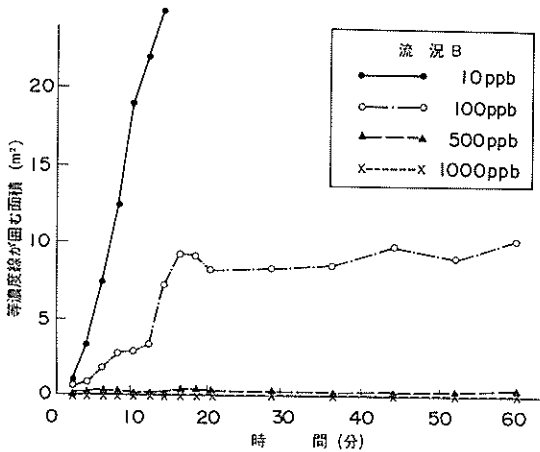


図-22 等濃度線が囲む面積の経時変化

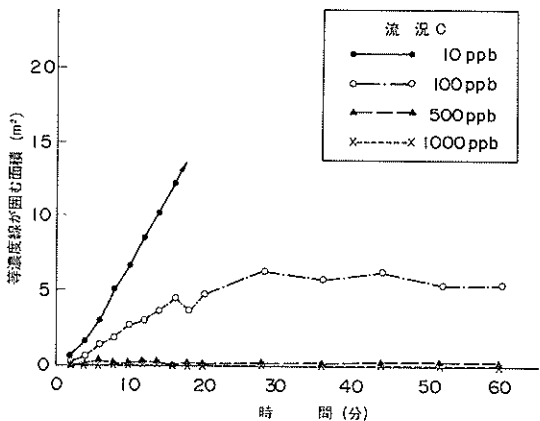


図-23 等濃度線が囲む面積の経時変化

験結果から以下のことが指摘できる。

1) トレーサーのひろがる範囲は、濃度の低い所までとった場合、ウラニンと塩ビ粉末とではほぼ一致していた。

2) ウラニンをトレーサーとした場合では、ウラニンが沈降堆積しないので、測定濃度を1,000倍した値は、濃度の低い所を除いて、塩ビ粉末の測定濃度より同一地点では高くなっている。

3.2 堆積厚分布とその考察

塩ビ粉末の堆積厚の分布を、流況Aについては図-24(a), (b)に、流況Bについては図-25(a), (b)に、流況Cについては図-26(a), (b)に、それぞれ実験ケース別に示す。測定点は・印であらわしている。図中の測定点を結んだ折線は、2回の実験を平均したものについて、堆積厚の大きい測点を連らねたものである。

図-24, 図-25, 図-26 に示した折線上の測点について、投入点から折線に沿って測った距離と堆積厚との関係を、流況パターン別に図-27 に示す。

以上の結果より、以下のことが指摘できる。

1) 各流況パターンで、塩ビ粉末はトレーサー投入点の周囲約20 cm以内に流れ方向に引き伸ばされた山状に30 mm以上と厚く堆積する。山状に堆積した領域の外では、堆積厚は塩ビ粉末のSS分布に対応して、SSの多いところほど厚くなっている。しかし、投入点付近の堆積厚に比べると、1 mm以下とかなり薄くなっている。

2) 図-27 で堆積厚の変化を示す折線を見ても、流況Bと流況Cとでその形態は類似しているが、流況Aは、流況B, Cとは少し異なっている。

流況Aでは、投入点付近を通る流線上の流速が3つのパターンの中でもっとも遅い。したがって、塩ビ粉末がすみやかに分散せず停滞している領域が多くなるので、投入点から約2 m離れた地点に、他の二つのパターンより塩ビ粉末が厚く堆積すると考えられる。実際に、投入点から約3 m離れた地点での堆積厚を調べてみると、流況Aが約0.09 mmで、もっとも厚く、流況Bが約0.05 mm、流況Cがもっとも薄く約0.02 mmとなっている。

以上の実験結果より、土砂投入点付近を通過する流線上の流速が遅いものほど、濃度の高い領域が投入点付近に停滞し、土砂の底面への堆積が多くなることが確認できた。堆積厚の定量的なものについては、トレーサー投入器の特性(水深方向にほぼ一様に負荷)に影響され、現地に直接適用するには、まだかなりの問題点を含んでいる。また、投入点付近を通過する流線上の流速が速いものほど、土砂雲の先端がはやくひろがっていくことが確認できた。

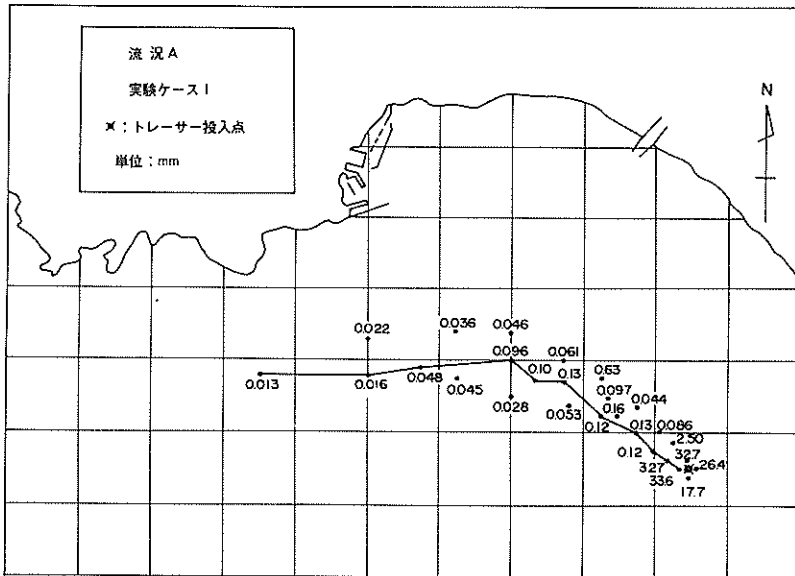


図-24(a) 堆積厚分布図

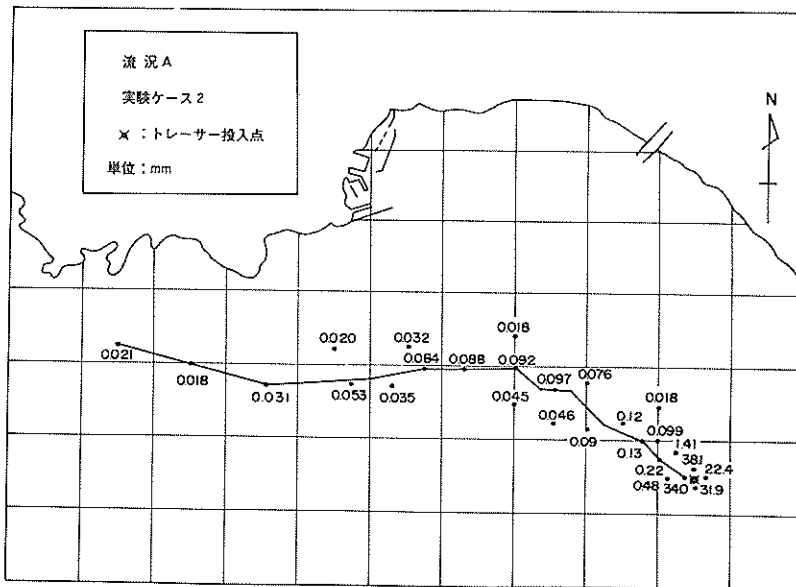


図-24(b) 堆積厚分布図

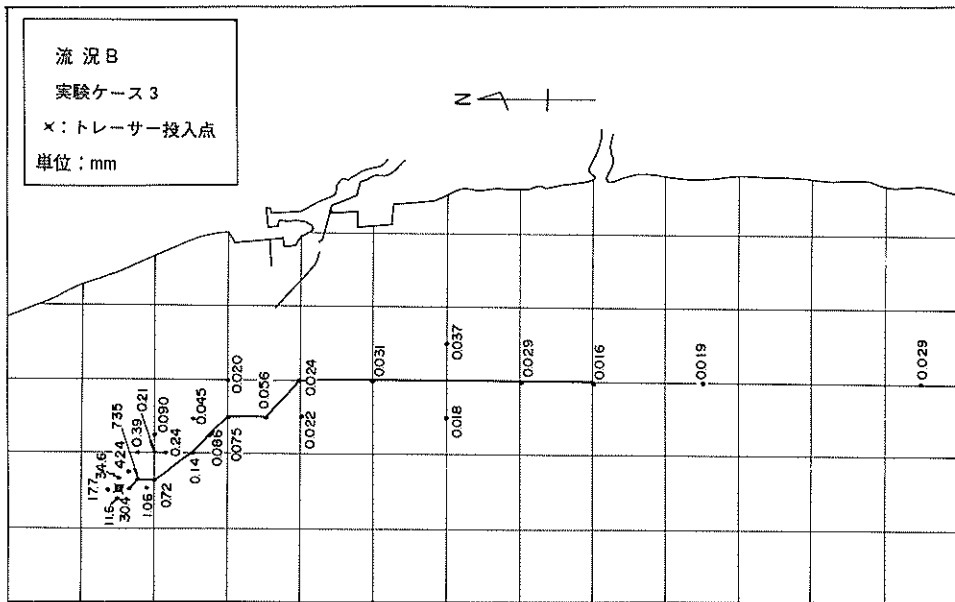


図 - 25(a) 堆積厚分布図

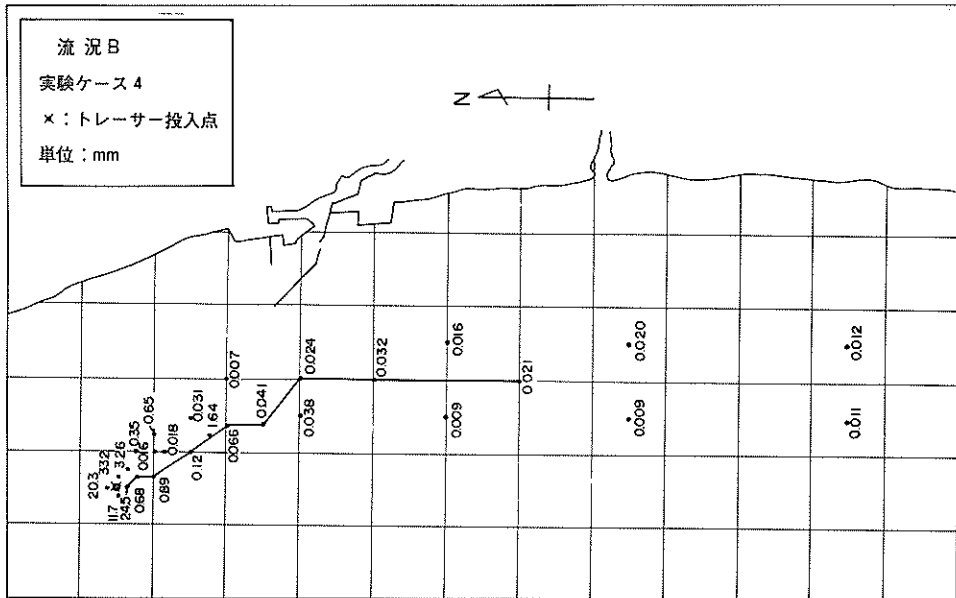


図 - 25(b) 堆積厚分布図

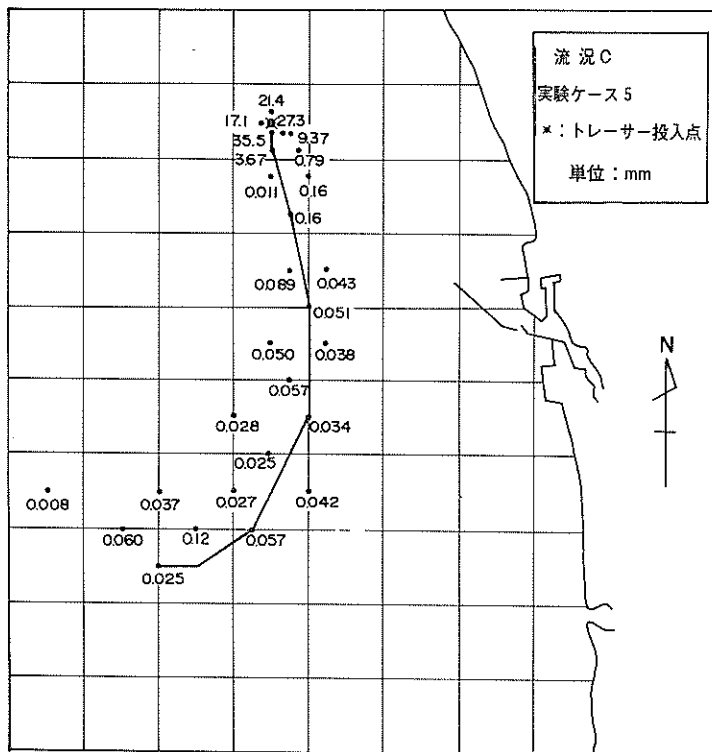


図-26(a) 堆積厚分布図

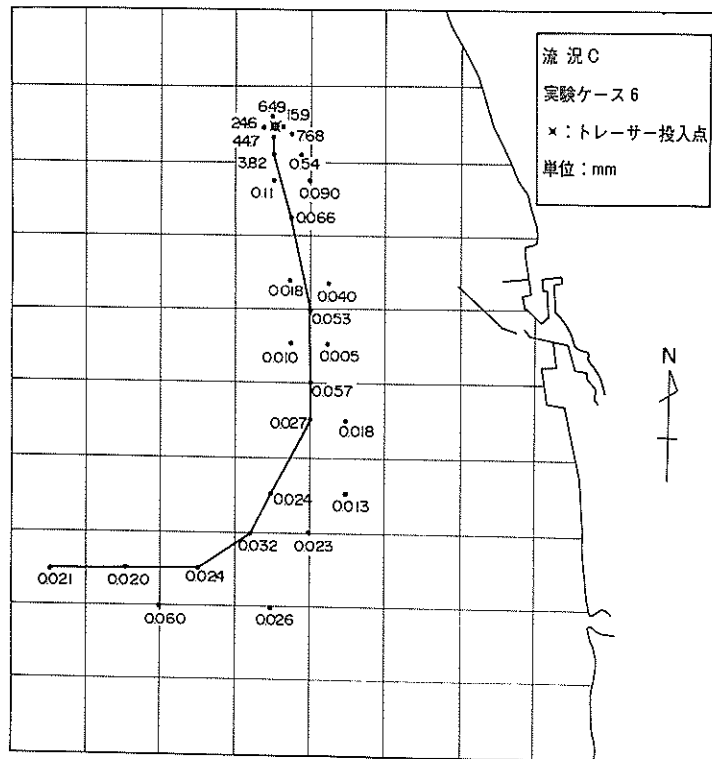


図-26(b) 堆積厚分布図

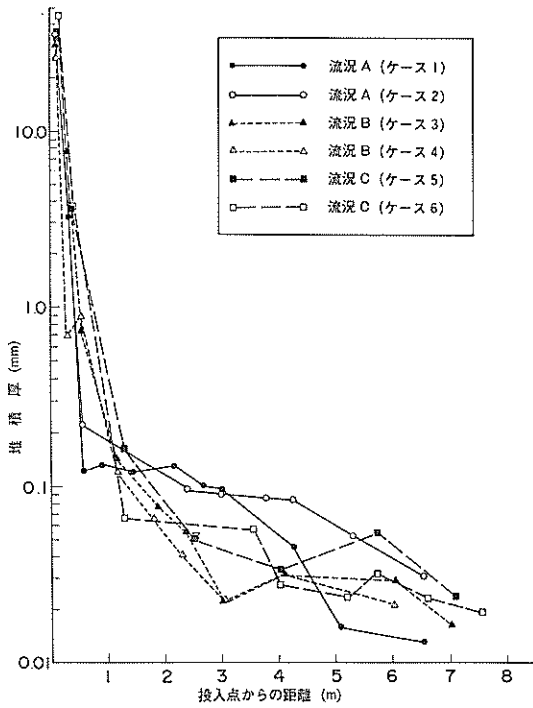


図-27 投入点からの距離による堆積厚の変化

4. シミュレーションモデルの構成

4.1 数値モデルの特徴

本研究で使用した数値モデルは、土砂の底面への堆積現象に対するOwenらによる定式化⁶⁾を、二次元単層の拡散モデル⁹⁾に取り入れたものである。

このモデルは、現象の定式化においては、土砂の底面への沈降を、沈降限界におけるせん断応力の考え方をを用いて式(16)のように確率的に評価していること、差分計算においては、スムージングの操作を導入していることが主な特徴として挙げられる。

沈降限界におけるせん断応力とは、底面におけるせん断応力がそれ以上になると流水中よりの土砂の沈降がないという限界を与えるものであり、底面におけるせん断応力がこの値以下では、土砂の沈降は、沈降限界におけるせん断応力と底面でのせん断応力とによって、確率的に評価されると考えている。

計算手法については、二段階にわかれており、まず基礎方程式の移流項を上流差分表示して濃度を求める。この濃度は非負であるが、その精度は空間に関しては1次のオーダーである。次に、求めた濃度から、移流項を上流差分表示したことにより生じた打ち切り誤差(truncation error)を、新たな極小値(負の濃度)もしくは新たな極

大値(負荷点以外での最大濃度)が発生しないように差し引き、解の修正をおこなう。この操作を、スムージングと呼んでいる。

以下4.2において、数値モデルの詳細を説明する。

4.2 現象の定式化

物質の分散を表す方程式は、物理的には物質の質量保存則を示している。すなわち、ある固定された単位セルでの物質量の増加が、その単位セルに出入りする物質による増加に等しいと考えることにより、導かれる。

いま、英国国立水理研究所(HRS)のモデル⁹⁾に従って、土砂の分散についての基礎方程式を示す。

図-28に示す単位セルについて、基礎方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial Vc}{\partial t} + \int_{AX_{KE}} ucdA - \int_{AX_{KW}} ucdA + \int_{AY_{KN}} vcdA \\ - \int_{AY_{KS}} vcdA = H - R + \nu_T \left[\left(AX \frac{\partial c}{\partial x} \right)_{KE} \right. \\ \left. - \left(AX \frac{\partial c}{\partial x} \right)_{KW} + \left(AY \frac{\partial c}{\partial y} \right)_{KN} - \left(AY \frac{\partial c}{\partial y} \right)_{KS} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 V は単位セルの体積、 c は濃度、 u 、 v はそれぞれ x 方向、 y 方向の流速、 H は単位時間当たりの土砂の投入量、 R は単位時間当たりの土砂の底面への堆積量、 ν_T は乱流拡散係数である。また、 AX 、 AY はそれぞれ x 軸、 y 軸に垂直な断面の面積を示す。単位セルの東、北、西、南側の4側面に関する諸量には、それぞれ KE 、 KN 、 KW 、 KS のサフィックスをつけて示す。座軸標については、 z 軸は鉛直方向に、 x 軸、 y 軸は水平方向にそれぞれ直角にとる。

左辺の第2項~第5項は移流による物質の輸送を表わし、右辺第3項は、乱流拡散による物質の輸送を表わす。

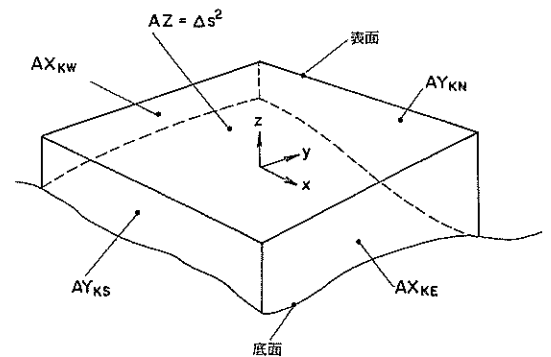


図-28 単位セル

右辺第2項の土砂の堆積量については、単位時間単位面積あたりの土砂の堆積量 $R/\Delta s^2$ として、Owen によるフロクスの沈降に関する研究⁶⁾より、

$$R/\Delta s^2 = p \cdot c_b \cdot w_b \quad (16)$$

で与えられる。ここで、 c_b は底面付近での土砂の濃度、 w_b は底面付近での土砂の沈降速度、 p は沈降していく土砂が再浮上せずに底面上にとどまる確率で、Krone らの実験⁶⁾から、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} p &= (1 - \tau_b/\tau_d) & \tau_b \leq \tau_d \\ p &= 0 & \tau_b > \tau_d \end{aligned} \quad (17)$$

ここに、 τ_b は底面におけるせん断応力、 τ_d は底面におけるせん断応力がそれ以上になると流水中からの沈降がないという限界を与えるせん断応力（沈降限界におけるせん断応力）である。

いま、濃度 c 、流速 u 、 v が水深方向に平均した量 \bar{c} 、 \bar{u} 、 \bar{v} とそれからの変動量 c' 、 u' 、 v' との和で表せるとすると、断面積 A_s に垂直な流速 q による、面 A_s を通過する物質の移流は、

$$\int_{A_s} q c dA = \int_{A_s} \bar{q} \bar{c} dA + \int_{A_s} q' c' dA \quad (18)$$

となる。右辺第2項は、分散係数 D_s を用いて

$$\int_{A_s} q' c' dA = -A_s D_s \frac{\partial \bar{c}}{\partial s} \quad (19)$$

と表わされる。ここで s は流下方向を表わす。式 (19) の右辺を、 x 、 y 方向に成分表示すると、

$$\begin{aligned} -\frac{D_s}{q^2} \left[AX \left(\bar{u}^2 \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{u} \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \right), \right. \\ \left. AY \left(\bar{u} \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{v}^2 \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \right) \right] \end{aligned}$$

となる。

いま、分散係数 D_s と乱流拡散係数 ν_T を組み合わせた係数を、

$$\begin{aligned} D_{XX} &= \nu_T + D_s \bar{u}^2 / \bar{q}^2 \\ D_{XY} &= D_s \bar{u} \bar{v} / \bar{q}^2 \\ D_{YX} &= D_s \bar{u} \bar{v} / \bar{q}^2 \\ D_{YY} &= \nu_T + D_s \bar{v}^2 / \bar{q}^2 \end{aligned} \quad (20)$$

と定義すると、水深方向に平均した濃度、流速に対して次式が成立する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial (dc)}{\partial t} + \frac{1}{\Delta s} \left[(Q_u c)_{KE} - (Q_u c)_{KW} + (Q_v c)_{KN} \right. \\ \left. - (Q_v c)_{KS} \right] = H/\Delta s^2 - \alpha \cdot p \cdot c \cdot w_b \\ + \left[d_{KE} \left(D_{XX} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{XY} \frac{\partial c}{\partial y} \right) \right]_{KE} \\ - d_{KW} \left(D_{XX} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{XY} \frac{\partial c}{\partial y} \right)_{KW} \frac{1}{\Delta s} \\ + \left[d_{KN} \left(D_{YX} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{YY} \frac{\partial c}{\partial y} \right) \right]_{KN} \\ - d_{KS} \left(D_{YX} \frac{\partial c}{\partial x} + D_{YY} \frac{\partial c}{\partial y} \right)_{KS} \frac{1}{\Delta s} \end{aligned} \quad (21)$$

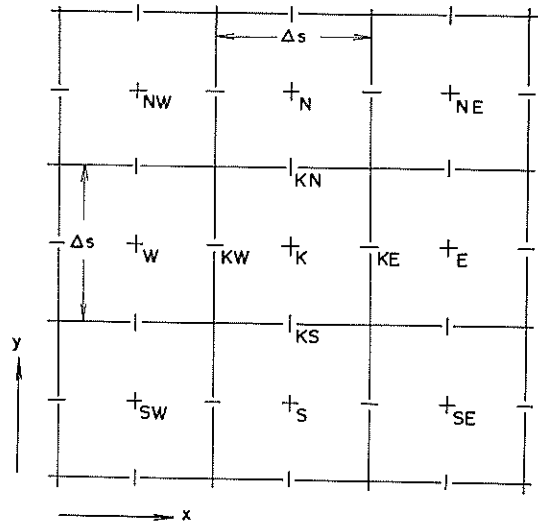
ここで、 d は水深、 α は底層濃度 c_b の断面平均濃度 c に対する比 c_b/c 、 Q_u 、 Q_v は x 方向、 y 方向の単位幅当たりの流量でそれぞれ $uAX/\Delta s$ 、 $vAY/\Delta s$ で与えられる。ここで、 $\bar{c} \rightarrow c$ 、 $\bar{u} \rightarrow u$ 、 $\bar{v} \rightarrow v$ としている。

式 (21) は、模型実験の際に考えた拡散方程式 (1) を単位セルについて書き表わしたものである。

4.3 数値モデルの構成

濃度、流速等の変数の位置は図-29のように定義される。濃度、せん断応力はセルの中心で定義し、流速、拡散係数はセルの交線上で定義する。

基礎式 (21) の差分化については、移流項を空間に関しては上流差分、時間に関してはインプリシットの形で、



+: 水深 (d)、濃度 (c)、せん断応力 (τ)
- : 流速 (u)、拡散係数 (D_{XX} 、 D_{XY})
| : 流速 (v)、拡散係数 (D_{YY} 、 D_{YX})

図-29 変数の位置

拡散項についてはそれぞれ中央差分，エクスプリシット
の形で差分化をおこなう。

いま，上流差分を取るための演算子を次のように定義
する。

$$\begin{aligned} A_X(Q_u c)_K &= \frac{1}{\Delta S} (Q_{u_{KE}} c_K - Q_{u_{KW}} c_W) \quad u_{KE}, u_{KW} > 0 \\ &= \frac{1}{\Delta S} (Q_{u_{KE}} c_E - Q_{u_{KW}} c_K) \quad u_{KW}, u_{KE} < 0 \\ &= \frac{1}{\Delta S} (Q_{u_{KE}} c_E - Q_{u_{KW}} c_W) \quad u_{KW} > 0, u_{KE} < 0 \\ &= \frac{1}{\Delta S} (Q_{u_{KE}} - Q_{u_{KW}}) c_K \quad u_{KW} < 0, u_{KE} > 0 \end{aligned} \quad (22)$$

また， $A_Y(Q_v c)_K$ も同様に y 方向の流速 v_{KN} ， v_{KS} の符
号に従って， c_K ， c_S ， c_N によって定義する。

ここで，サフィックス N ， S ， E ， W は単位セル K の北
側，南側，東側，西側のセルを表わす。

次に，単位セル K に関して中央差分を取る演算子を x
方向について次のように定義する。格子の中央で値を定
義するものに対しては，

$$\partial_X = F_{KE} - F_{KW} \quad (23)$$

で定義し，東側のセルとの交線上 KE で値を定義するも
のに対しては，

$$\partial_X = F_E - F_K \quad (24)$$

で定義し，南側のセルとの交線上 KS で値を定義するも
のに対しては，

$$\partial_X = (F_E + F_{SE} - F_W - F_{SW}) / 4.0 \quad (25)$$

で定義する。ここで，サフィックス SW ， SE はそれぞ
れ単位セル K の南西，南東のセルを示し， F は対象とす
る物理量である。 y 方向についても同様に定義される。

これらの演算子を用いて，式(21)を次式のように差
分化する。

$$\begin{aligned} &(d^+ + 1/2 \Delta t A_X Q_u^{\circ} + 1/2 \Delta t A_Y Q_v^{\circ}) c^+ \\ &= (d^- - 1/2 \Delta t A_X Q_u^{\circ} - 1/2 \Delta t A_Y Q_v^{\circ} + D \Delta t \\ &\quad - \alpha \cdot p \cdot w_b \cdot \Delta t) c^- + \Delta t \cdot E \end{aligned} \quad (26)$$

ここに， Δt はタイムステップ， E は $H/\Delta s^2$ ，サフィックス $-$ は1
タイムステップでの開始時の値， $+$ は終了時の値， \circ はタ
イムステップ間を平均した値を示す。また， D は拡散項
の差分演算子で，

$$D = [\partial_X \{d(D_{XX} \partial_X + D_{XY} \partial_Y)\} + \partial_Y \{d(D_{YX} \partial_X + D_{YY} \partial_Y)\}] / \Delta s^2 \quad (27)$$

で表わされる。土砂の沈降は，エクスプリシットに表示
され，1タイムステップでの底面への堆積量は
 $\alpha \cdot p \cdot w_b \cdot \Delta t \cdot c^-$ で計算される。

移流項がインプリシットに表示されているので，式
(26)は単位セル K について5個の未知量 c_K^+ ， c_W^+ ， c_E^+ ，
 c_N^+ ， c_S^+ を含んでおり，この問題はADI法¹⁰⁾(Alternating
Direction Implicit Method)によって解くことができ
る。

式(26)をADI法による定式化におこなうと，次のよ
うになる。

$$\begin{aligned} (d^* + 1/2 \Delta t A_X Q_u^{\circ}) c^* &= 1/2 E \Delta t + (d^- - 1/2 \Delta t A_Y Q_v^{\circ} \\ &\quad + D \Delta t - \alpha \cdot p \cdot w_b \cdot \Delta t) \bar{c} \end{aligned} \quad (28)$$

$$(d^+ + 1/2 \Delta t A_Y Q_v^{\circ}) c^+ = 1/2 E \Delta t + (d^* - 1/2 \Delta t A_X Q_u^{\circ}) c^* \quad (29)$$

ここで，サフィックス $*$ は $-$ と $+$ の中間のステップでの
値を表す。前半のタイムステップでは，式(28)に示す
ように x 軸方向の成分をインプリシットの表示， y 軸方
向の成分をエクスプリシットの表示を行っている。この
ようにして形成される方程式をある x 軸上で，単位セル
 K について整理すると，3点での濃度の未知量 c_W^* ， c_K^* ，
 c_E^* を1つの方程式とする多元連立方程式が形成される。
この方程式を解くことにより，未知量が求められる。後
半のタイムステップでは，インプリシット，エクスプリ
シットの表示を式(29)に示すように， x ， y 方向を逆
に変換し， y 軸上で多元連立方程式を形成し，未知量を
求める。ADI法に関しては，筆者らのひとりが他の文
献¹¹⁾で取り扱っており，連立方程式の解法，境界の取り
扱いは同じであるので，ここでは省略する。基礎方程式
(21)を差分式(28)，(29)を用いて解く方法を本研究で
は上流差分法と呼ぶ。

式(28)，式(29)で示される差分式のものとの微分方程
式に対する精度を解析すると(詳細は付録A.参照)，

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t} (dc) + \frac{\partial}{\partial x} (Q_u c) + \frac{\partial}{\partial y} (Q_v c) \\ &= Dc + H/\Delta s^2 - \alpha \cdot p \cdot w_b \cdot c + \Delta s/2 \left\{ \frac{\partial}{\partial x} |Q_u| \frac{\partial c}{\partial x} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial y} |Q_v| \frac{\partial c}{\partial y} \right\} + o(\Delta t) + o(\Delta s^2) \end{aligned} \quad (30)$$

となり，時間および空間に関して1次のオーダーの精度
しかない。

時間に関してその精度が1次なのは，拡散項および土

砂の沈降の項をエクスプリシットの形で表示しているためである。沈降の項をインプリシットの形で表示することは可能であるが、拡散項については、 D_{xy} , D_{yx} という斜め方向の拡散係数のため、インプリシットの表示を行うと、未知数が増加し、ADI法で取り扱えなくなる。マトリクス法などを用いれば解けるが、これらはADI法に比べて、計算時間を多く要し、不経済である。一般には、時間に関する精度は、タイムステップ Δt が $\Delta s / (2 \cdot u_{\max})$ より、短かければ問題とならないとされている。ここで、 u_{\max} は最大平均流速である。

空間に関する精度は、移流項を中央差分でなく上流差分表示しているため、1次のオーダーの精度しかない。

したがって、式(30)に示す移流項の差分表示によって生じる打ち切り誤差

$$\Delta s / 2 \left\{ \frac{\partial}{\partial x} |Q_x| \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} |Q_y| \frac{\partial c}{\partial y} \right\}$$

を上流差分法により得た解から差し引くことにより、精度は改善される。以下に示す修正によって得られる解 c^e は、空間について2次のオーダーの精度をもつ。

$$d^+ c^e = d^+ c^+ - 1/2 \Delta t [\partial_x |Q_x| \partial_x c^+ + \partial_y |Q_y| \partial_y c^+] / \Delta s \quad (31)$$

いま、移流項の差分表示による打ち切り誤差の構造につ

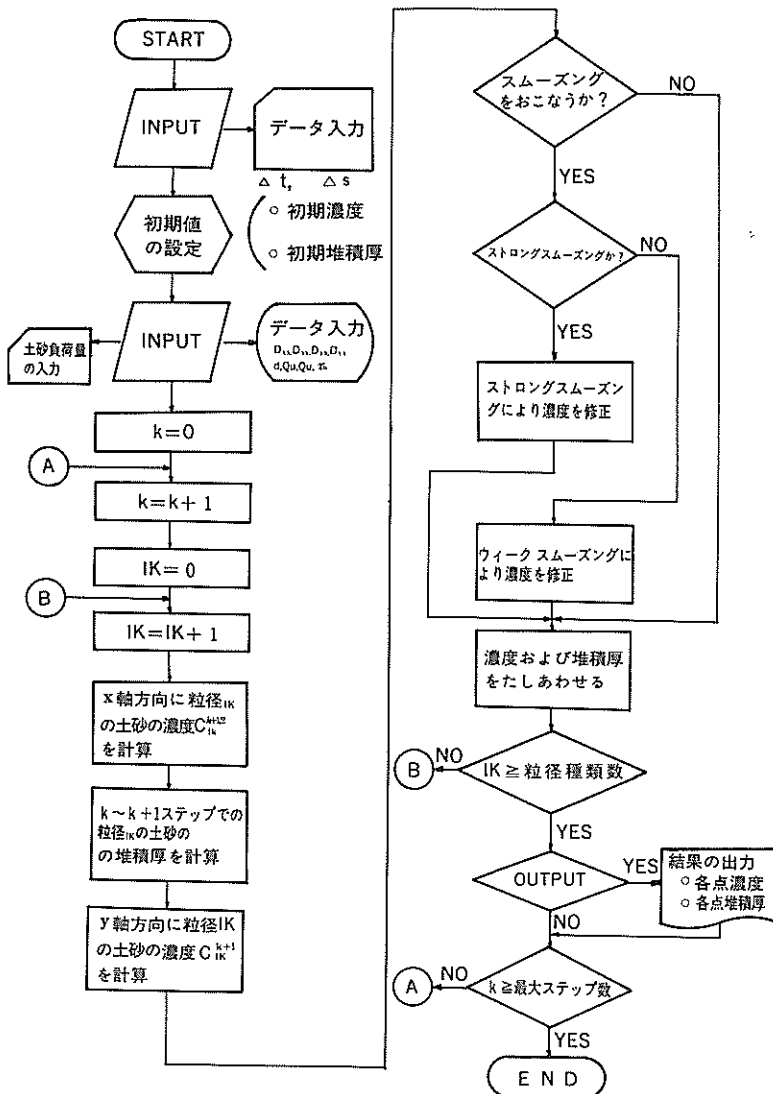


図-30 計算のフローチャート

いて考えてみると、これは係数 $1/2 \Delta s |u|$, $1/2 \Delta s |v|$ を持った拡散項の構造をしている。拡散項は、濃度の高いところから低いところへの物質の移動を示すので、式 (31) で示す修正をおこなうことにより、濃度の低いところから高いところへ物質のフラックスが移動するかのように作用する。したがって、濃度勾配は急なものになり、濃度の極値は高くなる。また、新たな極値、すなわち負の濃度や負荷投入点以外での最大濃度が形成される可能性がある。¹²⁾

そこで、新たな極値が形成されないように、修正するフラックスに制約をつけることを考える。この制約にふたつの段階を考える。ひとつは新たな極小値が形成されないようにするもので、これをウィークスモーニング (Weak Smoothing) と呼ぶことにし、他のひとつは新たな極小値および極大値が形成されないようにするもので、これをストロングスモーニング (Strong Smoothing) と呼ぶことにする (詳細は付録 B. 参照)。このようにして得られた解の精度は、濃度勾配がゆるやかな部分では、空間に関して 2 次のオーダーを示し、勾配が急なところでは修正するフラックスに制約が付くので、2 次のオーダーよりは若干悪くなるかもしれない。しかし、このようにして得られる濃度は、物質の質量保存則を満足しており、中央差分等 2 次の精度の差分スキームで計算し、発生した負の濃度を零に置換する方法等よりはすぐれていると思われる。

図-30 に、拡散計算のフローチャートを示す。

5. 水理模型実験結果の数値モデルへの適応

5.1 入力条件

計算領域は各流況別に設定し、実験で濃度を測定した領域を包含したものとす。図-31 に、各流況別の計算領域を示す。

座標系および格子間隔は、陸地を座標軸と平行な直交線分で表わすこと、また海域での流動の表現しやすさ等を考慮して、決めなければならない。本計算では、全流況に対して座標系については、 x 軸を東向きに正、 y 軸を北向きに正にとった。格子間隔 Δs は、0.5m とした。

水深は、模型製作図面 (海図から複製) から、セルの中心の値を与えた。

水位、流速のデータは、通常拡散計算では、あらかじめ海域の流れについて行った数値計算結果を利用する。しかし、本計算では、流れについての数値計算は実施せず、実験より得た結果を利用した。水位については、模型での流れを定常流と考えて、水位の変動はなく、常に模型の設置水深に等しいものとした。流速については、

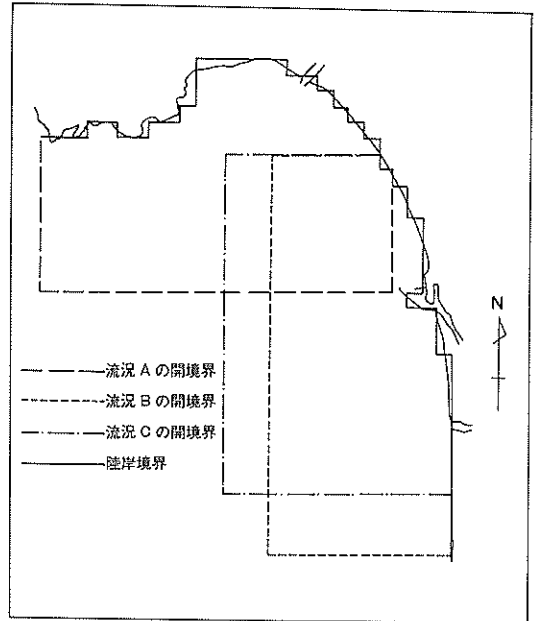


図-31 各流況別の計算領域

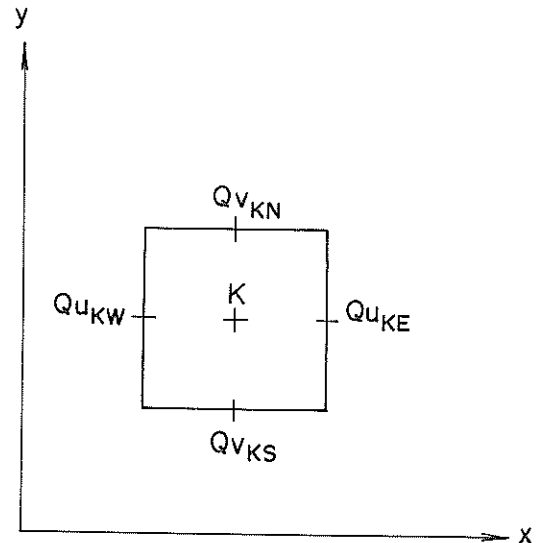


図-32 単位セルでの移動量

フロートの写真撮影から求めた表面流速分布 (図-6, 図-7, 図-8) より、各格子の流速データ地点に表面流速を与え、すべての単位セル K において連続の式 (図-32 参照)

$$Q_{u_{KW}} - Q_{u_{KE}} + Q_{v_{KS}} - Q_{v_{KN}} = 0 \quad (32)$$

を満足するように、付録 C に示す修正を行い、単位幅当

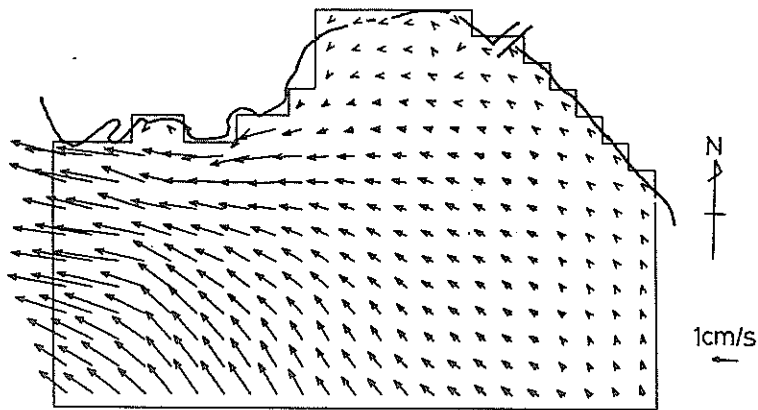


図-33 表面流速分布(流況A)

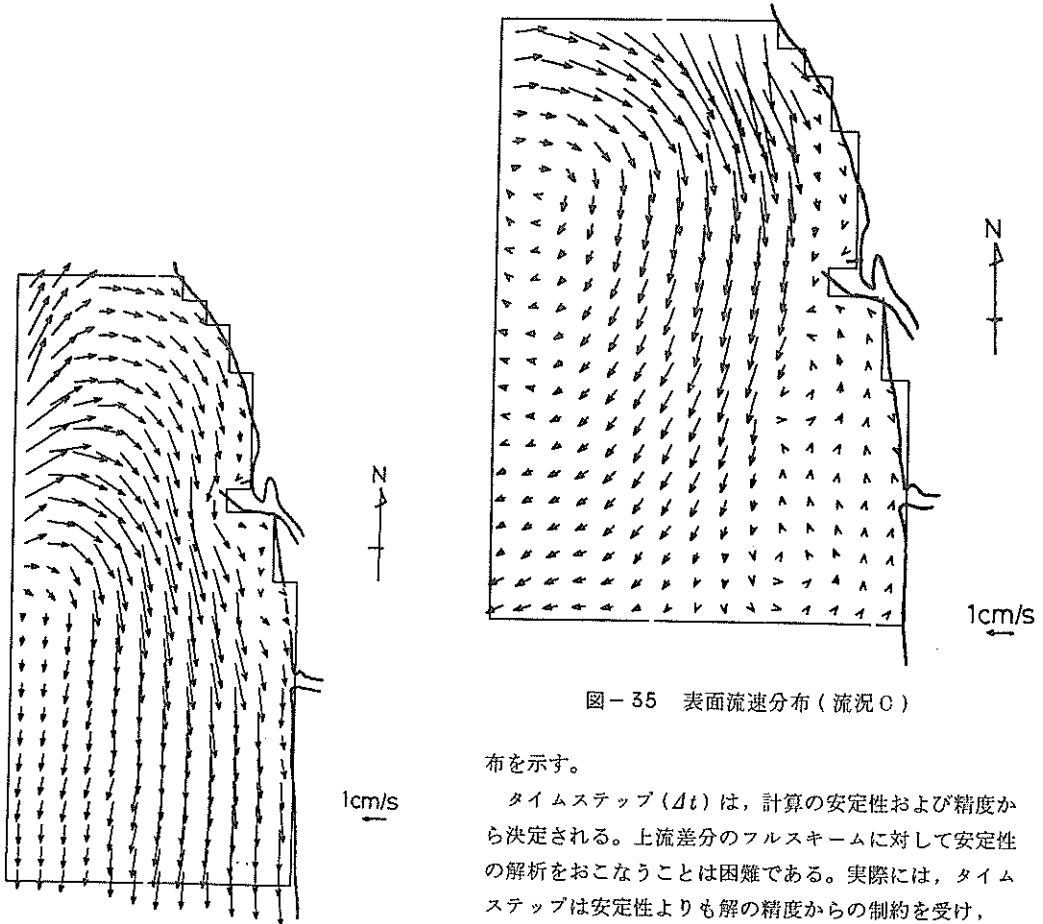


図-34 表面流速分布(流況B)

図-35 表面流速分布(流況C)

たりの移動量 Q_x , Q_y を求めた。図-33, 図-34, 図-35 に各流況パターンの拡散計算に使用した表面流速分

布を示す。

タイムステップ (Δt) は, 計算の安定性および精度から決定される。上流差分のフルスキームに対して安定性の解析をおこなうことは困難である。実際には, タイムステップは安定性よりも解の精度からの制約を受け, $\Delta s / (2 \cdot u_{\max})$; (u_{\max} : 最大流速) より大きくなければよいとされている。

本計算では, $\Delta s = 0.5 \text{ m}$, 全流況について $u_{\max} \approx 0.03 \text{ m/s}$ であるので, $\Delta s / (2 \cdot u_{\max}) \approx 8 \text{ s}$ となる。模型実験での採水時間間隔を考慮して, $\Delta t = 6 \text{ s}$ とした。

投入負荷は、投入する単位セル内に瞬時に均一に拡がるものとして取扱う。本計算では、模型実験で基準とした負荷に一致させて、沈降しない土砂の場合は 5.0×10^7 kg/s、沈降しにくい土砂の場合は、 5.0×10^4 kg/s を実験での投入点を含む単位セルに投入負荷として与えた。

拡散係数は、計算結果を支配する重要な要素である。本数値モデルでは、拡散係数を乱流拡散 ν_T と分散係数 D_b とを組合わせた形(式(20))で表示している。これらの値は、Elder, J. W.¹³⁾ が二次元開水路の一様定常流に対して行った解析より

$$D_b = 5.86 d u_* \quad (33)$$

$$\nu_T = 0.07 d u_* \quad (34)$$

として求めた。ここで、 u_* は摩擦速度で開水路における対数則とマニングの式との関係より、

$$u_* = \frac{1}{15} u_m \quad (35)$$

として計算した。¹⁴⁾ ここで、 u_m は平均流速を表わす。

境界濃度については、閉境界では計算領域外の濃度は零で境界を通じての物質収支はなしとして取り扱う。開境界の場合は、取り扱いが複雑になり、水が計算領域内へ流入するときは、開境界での濃度を予測しておくことが必要である。本計算では、零とした。水が領域外へ流出するときは、濃度は領域内部の濃度と流れによって決定される。

次に、土砂の沈降の項を評価するのに必要な入力条件について述べる。

土砂の沈降は、

$$\alpha \cdot c_b w_b \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_d} \right)$$

によって評価する。 α 、 τ_b 、 τ_d はそれぞれ対象とする土砂および流れによって決定される。しかし、本計算では拡散実験時にこれらの値を決定できるような測定を実施していないので、これらの値は不明である。そこで、本計算では以下のように考えた。

底層濃度 c_b と断面平均濃度 c との関係を表す定数 α については、England の Cown Estuary での測定¹⁵⁾ では $\alpha = 5.0$ と報告されている。本計算では、この報告より α を 5.0 とした。

底層付近の沈降速度 w_b は、塩ビ粉末の静水中での沈降試験から値を用いた。塩ビ粉末濃度 0.1%、試験筒の内径 300 mm の沈降試験(図-2(a))より、沈降速度の分布を考え、20%のものが 0.16 mm/s、60%のものが

0.4 mm/s、20%のものが 1.9 mm/s の沈降速度を持つとした。

底面でのせん断応力 τ_b は、

$$\tau_b = \rho u_*^2 \quad (36)$$

より計算した。 ρ は水の密度で $1,000 \text{ kg/m}^3$ 、 $u_* = u_m / 15.0$ で与えた。

沈降限界におけるせん断応力 τ_d は、Thames Estuary の泥に対しては、 0.06 N/m^2 と報告されている⁶⁾。本計算では、平均的と考えられる塩ビ粉末(全体の 60%で、沈降速度 0.4 mm/s)に対しては、せん断応力について相似則を適用して、 0.06 N/m^2 より $\tau_d = 0.0047 \text{ N/m}^2$ とした。残りの 40%の塩ビ粉末について、沈降速度の速いものは底面に堆積する確率が平均的なものより高いと考えて、 $\tau_d = 0.01 \text{ N/m}^2$ とし、沈降速度の遅いものに対しては、底面に堆積しないと考えると、 $\tau_d = 0.0 \text{ N/m}^2$ とした。本質的には、これらの値は数値計算の実施以前に、実験等により物理的に明らかにしておくべきである。

5.2 計算結果とその考察

沈まない土砂を対象として行った計算結果について述べる。この計算では、土砂の沈降・堆積の項が含まれていないので、非沈降性物質の拡散方程式を解くことについて数値モデルの特徴を知ることができる。

投入開始 8 分、60 分後の濃度分布を流況 A, B, C に対して、それぞれ図-36(a)~(f)、図-37(a)~(f)、図-38(a)~(f)に示す。各図において、(a), (d)は上流差分、(b), (e)はストロングスムージング、(c), (f)はウィークスムージングにより得られた結果である。・印は単位セルの中心を示す。値を示していないセルは、濃度が 1 ppm 未満である。

これらの図より、上流差分法による計算結果は、実験結果に比べて、土砂の拡がりが大きく、スムージングの操作を行うことにより、計算結果が実験結果に似てくることがわかる。ストロングスムージングとウィークスムージングによる計算結果については、あまり差がみられないが、ウィーク・スムージングによる計算結果の方が、修正するフラックスに対する制限が緩やかなので、濃度勾配がより急になっている。また、ウィークスムージングでは新たな極大値の形成を許容しているので、流況 C では投入点セルの東側のセルに新たな濃度の極大値が形成されている。これらのことより、本文 2., 3. で述べた水理模型実験に対しては、ストロングスムージングを用いた計算方法がよいと考えられる。

次にストロングスムージングによる計算結果を、各流況別に検討してみる。流況 A では、計算結果と実験結果

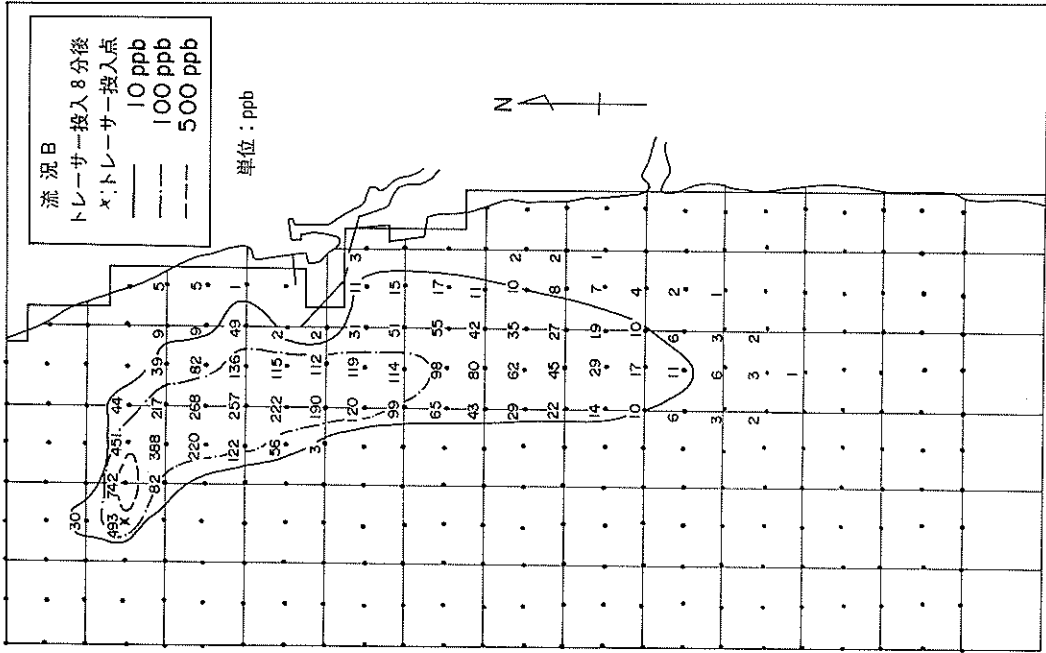


図-37(c) 濃度分布図(ウィークスモーキング)

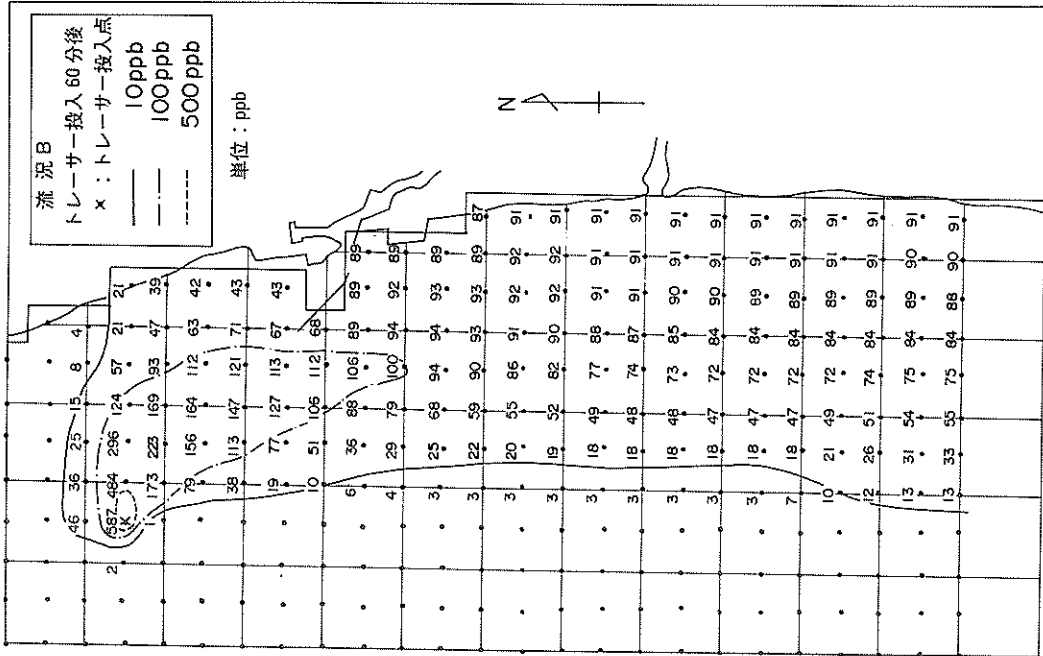


図-37(d) 濃度分布図(上流差分法)

とはよい一致を示している。流況Bでは、土砂雲の先端が拡がる速さはほぼ一致しているが、計算結果の方が土砂がより岸側に拡がっている。流況Cでは計算結果の方が、土砂がよりはやく拡がっている。

この原因としては、拡散計算で用いた流速データが、実験時の流況を正確に再現していないためと考えられる。本計算では、実験時の流れを定常流と考えたが、実際には廻流ポンプによる流れに模型自身の固有の振動が加わっており、厳密には定常流とは言えない。したがって、流速を測定した時と拡散実験を行った時とで、流況はかならずしも一致していない。また、与えた流速データについて、連続の式を満足するように修正を行っているが、この過程で流速データが実験で測定したものと異なる可能性がある。流況Aについては、拡散計算で用いた流速データはほぼ妥当であると思われる。流況Bについては、連続の式を満足させるための修正による、流速データの変化が小さいので、フロート撮影時の流況と拡散実験時の流況とが異なっていたため、計算結果と実験結果はよい一致を示さなかったと思われる。流況Cについては、連続の式を満足するように修正を行った際に、投入点セル付近の流速の南方向成分が大きくなったために、計算結果の方が、土砂がよりはやく分散したと考えられる。

以上のように、模型実験結果の数値モデルへの適用は、流速データの問題等があったけれども、初めに上流差分法で濃度を求め、さらにスムージングを行うという操作は、拡散計算において有効であることがわかった。特に、本計算のように、投入点付近の濃度勾配が急な場合は有効である。なお、修正するフラックスに制約をつけずに修正を行うと、負の濃度があらわれ滑らかな濃度分布が得られなかった。また、移流項を空間に関して2次の精度を持つ中央差分で表示して計算すると、フラックスに制約をつけなかった場合と同様、負の濃度が発生し滑らかな分布が得られなかった。

投入点付近の濃度勾配が緩やかな場合には、模型実験の適用結果ほど顕著に、上流差分法、ストロングスムージング、ウィークスムージングによる結果に差がみられないかもしれない。また、どちらのスムージングの手法を採用するかについては、取扱う対象により十分な検討を要する。

拡散係数については、式(20)で与えたもの以外に、式(20)の D_{XY} 、 D_{YX} の項を0としたケースおよび $D_{XY}=0$ 、 $D_{YX}=0$ 、 $D_{XX}=4.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ (現地換算で $1.0 \text{ m}^2/\text{s}$)、 $D_{YY}=4.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ と係数を一定値としたケースについても計算を行った。すべての流況について、得られた濃度分布にほとんど変化はなかった。これは、

この水理模型実験においては、土砂の分散が移流に支配されていることを示している。本計算では、流れは定常流であったが、潮流流のような往復流では拡散項が土砂の分散を支配するかもしれない、拡散係数について十分考慮する必要がある。

次に、沈降しにくい土砂を対象とした計算結果について述べる。計算手法は、沈降しない土砂を対象とした計算結果の検討より、ストロングスムージングとした。この計算により、土砂の沈降・堆積を表わす定数の値を検討した。

土砂投入開始8分、60分後のSS濃度分布を流況A、B、Cについて、それぞれ図-39(a)、(b)、図-40(a)、(b)、図-41(a)、(b)に示す。値を示していないセルは濃度が1ppm未満である。また、60分後の土砂の堆積厚の分布を、図-42、43、44に示す。値を示していないセルは、堆積厚が0.001mm未満である。

これらの図より、SS濃度分布については、流況Aでは、計算結果は実験結果とよい一致を示している。流況Bでは、土砂が実験結果より岸側に拡がり、流況Cでは、土砂が実験結果よりものはやく拡がっている。この傾向は、沈降しない土砂を対象とした計算と同様である。これは、SS濃度の分布が20%の沈降しない土砂によって決定されることを示している。残りの80%の土砂は投入点付近に沈降して堆積していると考えられる。

堆積厚については、投入点を含むセルで流況Aで約7.0mm、流況Bで約5.0mm、流況Cで約3.5mmであり、投入点から離れるに従って急激に減少している。堆積厚が0.001mm以上の領域は、流況B、Cが流況Aに比べて非常にひろくなっている。これは投入点を含むセルから流出する流速が遅いものほど、土砂が投入点付近に厚く堆積し、遠くまで堆積しないことを示している。投入点セルから流出する流速については、実験より求めた値は流況Bがもっとも大きく、C、Aの順であったが、連続の条件を満足するように修正を行った際に、流況Cでの流速がもっとも速くなり、B、Aに順になっている。

堆積厚を実験結果と比較してみると、投入点付近では数cm堆積し、計算では数mm堆積している。投入条件の取り扱いの相違、面と点での評価の相違等があるにせよ、これは実験の方が投入点付近に土砂が厚く堆積することを示している。また、実験の方が投入点からかなり離れた地点では、計算より堆積が多い。

いま、計算領域内の土砂の総堆積量を考えてみる。数値モデルでは、どの流況に対しても総土砂負荷量1.8kgのうち、約80%にあたる1.4kgが堆積している。模型実験では、土砂の総堆積量を見積ることは非常に難しいが、

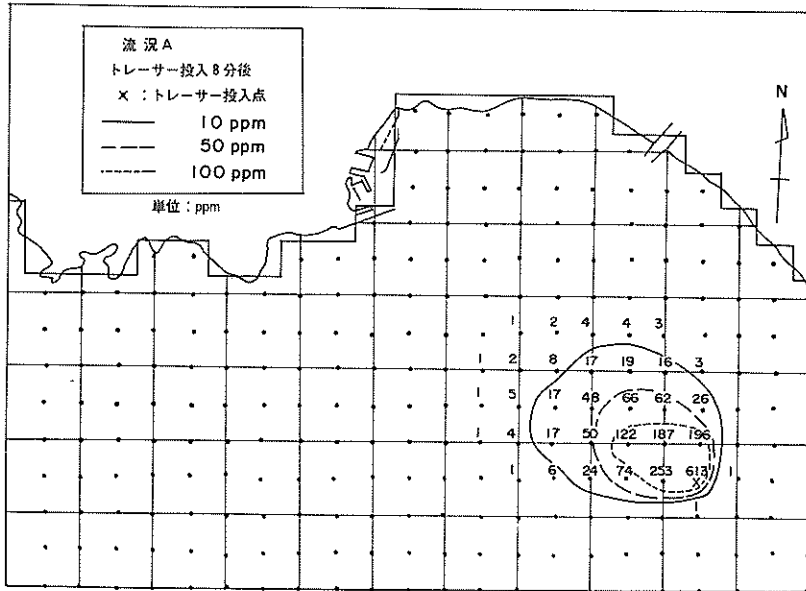


図-39(a) S S 濃度分布図

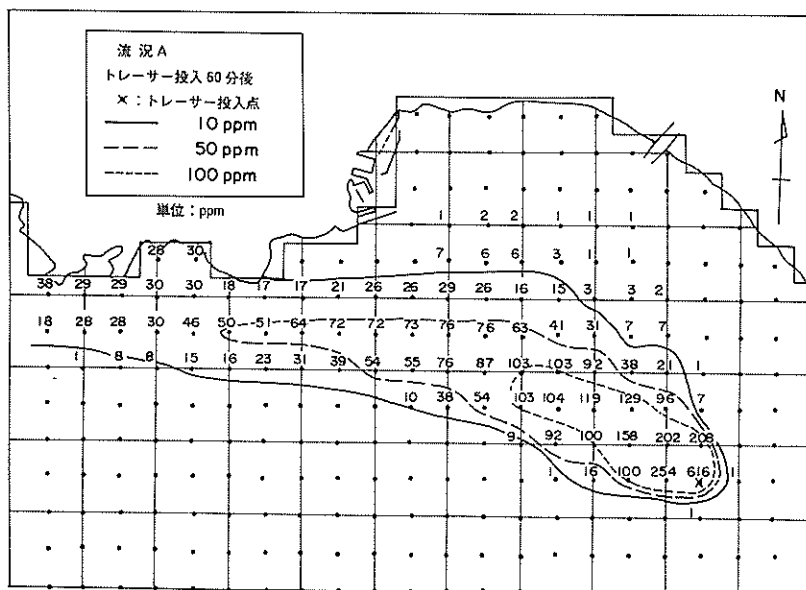


図-39(b) S S 濃度分布図

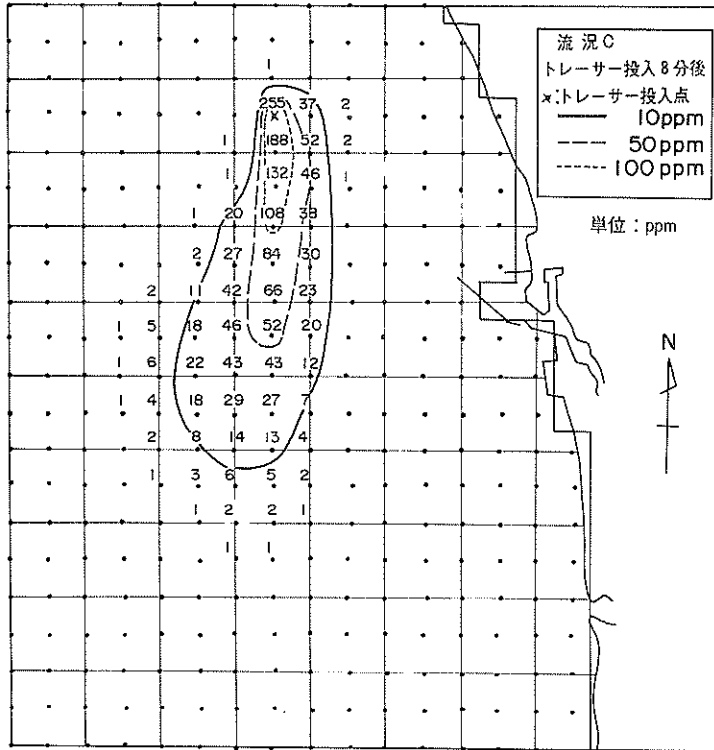


図-41(a) S S 濃度分布図

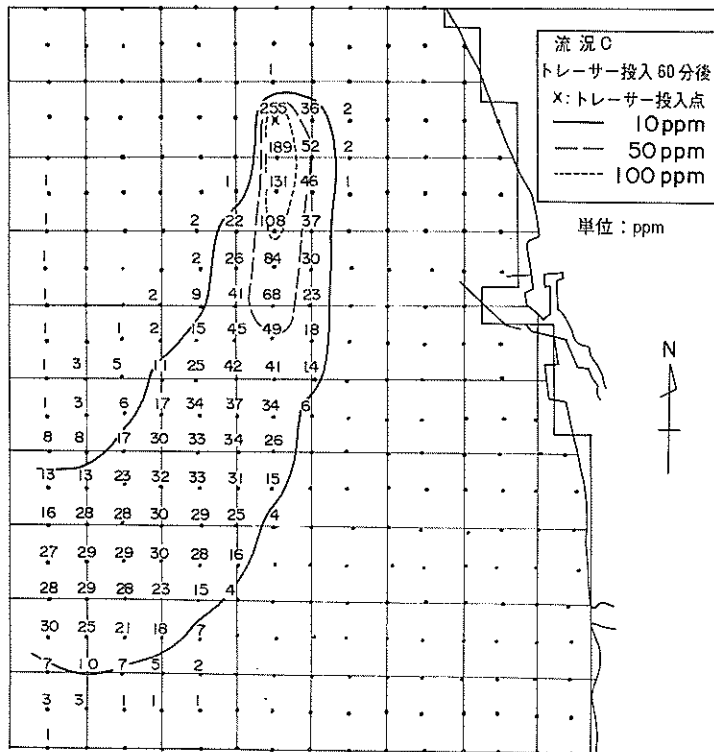


図-41(b) S S 濃度分布図

土砂の沈降を評価する定数を上記以外にいろいろと変化させて計算をおこなったが、上記のものが実験結果ともっともよい一致を示したケースである。

本来、底層濃度と断面平均濃度との関係は、海域や対象粒径の土砂によって一定でなく、その関係は現地での測定によって決定されるべきである。沈降速度については、本計算のように静水中の沈降速度でなく、現地での流水中の沈降速度を使用すべきである。また、沈降限界におけるせん断応力は、個々の粒径の土砂について、実験で求める必要がある。底面でのせん断応力は、本計算では流速の関数としたが、本来は流速と底面での粗度の関数であると考えられる。

したがって、この数値モデルを実際の海域での土砂の分散の問題に適用する際には、海域の流れを正確に表現することに加え、現地での土砂の性質を把握することが必要である。なお、土砂の分散・沈降現象が水深方向に平均した濃度、流速で表現しきれない場合や土砂の三次元的な挙動を知りたい場合には、多層モデル、三次元モデルを採用すべきである。適用にあたっては、このモデルの単層モデルとしての限界に留意しなければならない。

6. まとめ

沈降しにくい土砂の分散の基本的性質を調べるために、水理模型実験を実施した。また、水理模型実験結果を、二次元単層の数値モデルに適用し、このモデルの土砂の分散の問題への適用性を検討した。これらから、次の諸点が明らかになった。

水理模型実験については、

(1) 沈降しにくい土砂および沈降しない土砂の拡がり、海域での移流効果に支配されている。

(2) 負荷投入点付近の流れが遅いものほど濃度の高い領域が投入点付近に停滞する傾向があり、土砂が投入点付近に多く堆積することが確認できた。

(3) 沈降しにくい土砂は、底面に堆積するので同一負条件では、沈降しない土砂よりもSS濃度は低くなる。

(4) 底面への土砂の堆積は、投入点周囲20mm以内では山状に約30mm以上と多く、山状に堆積した領域の外では1mm以下とかなり少い。堆積厚の定量的なものについては、投入器の特性に影響されるなど、現地に直接適用するには、まだかなりの問題点を含んでいる。

数値計算については、

(1) 沈降しない土砂については、計算結果は実験結果とよい一致を示した。

(2) 沈降しにくい土砂については、底層濃度が断面平均濃度の5倍であり、20%の土砂が堆積しないという

仮定で計算したところ、SS濃度分布については、実験結果とかなりよく一致したが、堆積厚は投入点を含む格子の面平均で3~7mmであり、実験結果より少なかった。

(3) このモデルの実際の海域への適用に際しては、海域の流れに関するデータ以外に、現地での土砂の性質を把握することが必要であるとともに、単層モデルの限界に留意する必要がある。

(4) 本数値モデルでのスムージングの手法は、移流項を上流差分表示している、他の拡散計算モデルに適用でき、空間に関する精度を1次のオーダーから、1次以上のオーダーにあげることができる。

7. あとがき

以上、沈降しにくい土砂の分散を水理模型実験と数値計算により検討してきたが、その基本的性格がわかったにすぎず、数多くの検討すべき事項が残されている。水理模型実験については、土砂の問題に限らず、一般に相似律や模型のひずみによる影響などが挙げられる。土砂の問題を取扱う場合については特に、トレーサーの選択および投入方法が重要となってくる。数値計算では、土砂の沈降に関する諸係数や拡散係数の評価等があげられる。また、この数値モデルを多層モデルに発展させて、いろいろな条件の問題に対応できるようにして実海域への適用を考えてゆく必要がある。これらについては、今後土砂の沈降堆積に関する物理的諸量の明確化、現地における沈降現象の把握、実験室における土砂自身の沈降特性の把握などに関する研究を積重ねることにより、鋭意解決をはかっていく予定である。

最後に、実験実施にあたり、第一港湾建設局、第三港湾建設局の関係者の方々から多大な協力を得た。また、本研究を進めるにあたり、当研究所堀江毅海水浄化研究室長から、種々の貴重な御助言、御指導を戴いた。これらの諸氏に厚く感謝する次第である。

(1981年3月31日受付)

参考文献

- 1) 樋口明生、杉本隆成：潮流による拡散の水理模型実験について(Ⅲ)、京大防災研究所年報第12号B、昭和44年3月。
- 2) 金子安雄、堀江毅、村上和男、上野信行、久保正則：大阪湾の潮流と物質拡散に関する模型実験、港研報告、Vol.12, No.3, 1973。
- 3) 小川 元他：土運船による投棄土砂の分散、土木学会論文集No.161, 1969年1月。
- 4) たとえば、堀口孝男、富田 勇、堀江 毅：三次元モデルによる流れと拡散の数値解法について、第24

回海岸工学論文集, pp.447~451, 1977.

- 5) 運輸省第三港湾建設局:土砂による海水汚濁の予測方法, 昭和54年3月。
- 6) 小笹博昭:英国国立水理研究所におけるエスチュアリーでのシルテーションに関する研究について, 港研資料, No.354, Sept, 1980.
- 7) Fisher, H. B. and E. R. Holley: Analysis of the use of distorted hydraulic models for dispersion studies, Water Resources Research, Vol. 7, No. 1, 1971, pp.46~51.
- 8) たとえば, 渡辺光夫:けい光分析, 広川書店, 1970.
- 9) A numerical model for background temperature fields: HRS Report EX 806, February 1978.
- 10) Leenderste, J. J.: Aspects of a computational model for long-period water wave propagation, RM-5295-PR, The Rand Corporation, May 1967.
- 11) 金子安雄, 堀江毅, 村上和男: ADI法による潮流拡散の数値計算, 港研報告, vol. 14, No. 1, 1975.
- 12) Boris, J. P. and D. L. Book: Flux-corrected transport, I. SHASTA, A fluid transport algorithm that works, Journal of Computational Physics, vol. 11, 1973, pp. 38~69.
- 13) Elder, J. W.: The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow, Jour. Fluid Mech. Vol. 5, 1959.
- 14) 土木学会編: 水理公式集, P. 155, 昭和46年。
- 15) Miles, G. V., H. Ozasa, D. G. Webb: Sediment transport relations for estuary models, HRS

- Q_c : トレーサー溶液の基準投入流量
 Q_m : トレーサー溶液の平均投入流量
 Q_u, Q_v : x 軸方向, y 軸方向の単位幅あたりの流量
 R : 単位時間あたりの土砂の底面への堆積量
 S_0 : ふるい分け定数
 Δs : 格子長
 Δt : タイムステップ
 u : x 軸方向流速または x 軸方向断面平均流速
 u_{max} : 最大流速
 u_* : 摩擦速度
 v : y 軸方向流速または y 軸方向断面平均流速
 V : 単位セルの体積
 w_0 : 土砂の沈降速度
 w_{050} : 土砂の群粒子としての平均沈降速度
 w_b : 底面付近での土砂の沈降速度
 α : 底層濃度の断面平均濃度に対する比
 β : 底面に土砂が堆積する割合を示す係数
 γ : 実験での濃度を正規化するための換算係数
 δ_x, δ_y : x 軸方向, y 軸方向の中央差分を表す演算子
 ϵ : エネルギー逸散率
 ρ : 水の密度
 ν : 水の動粘性係数
 ν_T : 乱流拡散係数
 τ_b : 底面におけるせん断応力
 τ_d : 沈降限界におけるせん断応力
 A_x, A_y : x 軸方向, y 軸方向に移流項を上流差分表示するための演算子

記号一覧表

- A_x, A_y : 単位セルで x 軸, y 軸に垂直な平面
 c : 土砂の断面平均濃度
 c_b : 底層付近での土砂の濃度
 c_c : トレーサー溶液の基準濃度
 c_m : 投入トレーサー溶液の基準濃度
 d : 水深
 d_{50} : 平均中央粒径
 D : 拡散項の差分演算子
 D_s : 分散係数
 D_{xx}, D_{xy} : 分散係数と乱流拡散係数を組合わせた係数
 D_{yx}, D_{yy}
 g : 重力加速度
 H : 単位時間あたりの土砂の投入量
 L : 乱れスケール
 K_x, K_y : x 軸方向, y 軸方向のみかけの拡散係数
 p : 沈降する土砂が再浮上せず底面上にとどまる確率

付録 A. 上流差分法の精度 (HRS のモデル⁹⁾ より)
基礎方程式の ADI 法による差分化は次のようになる。

$$(d^{*+1/2} \Delta t A_x Q_u^c) c^* = 1/2 E \Delta t + (d^{-1/2} \Delta t A_y Q_v^c + D \Delta t - \alpha p w_b \Delta t) c^- \quad (A-1)$$

$$(d^{*+1/2} \Delta t A_y Q_v^c) c^+ = 1/2 E \Delta t + (d^* - 1/2 \Delta t A_x Q_u^c) c^* \quad (A-2)$$

以下の Heaviside タイプの関数を用いて, 式 (A-1), 式 (A-2) を書き直す。

$$H_x(u) = 1/2 \Delta t Q_u / \Delta s \quad u > 0 \quad (A-3)$$

$$= 0 \quad u \leq 0$$

$$H_y(v) = 1/2 \Delta t Q_v / \Delta s \quad v > 0 \quad (A-4)$$

$$= 0 \quad v \leq 0$$

式 (A-1) は,

$$\begin{aligned}
& H_X(-u_{KE}) c_E^* + \{d_K^* + H_X(u_{KE}) - H_X(-u_{KW})\} c_K^* \\
& - H_X(u_{KW}) c_W^* = -H_Y(-v_{KN}) c_N^- + \{d_K^- - H_Y(v_{KN}) \\
& - H_Y(-v_{KS}) - \alpha p w_y \Delta t\} c_K^- + H_Y(v_{KS}) c_S^- \\
& + \Delta t (Dc^- + 1/2 E) \quad (A-5)
\end{aligned}$$

となり，式 (A-2) は，

$$\begin{aligned}
& H_Y(-v_{KN}) c_N^+ + \{d_K^* + H_Y(v_{KN}) - H_Y(-v_{KS})\} c_K^+ \\
& - H_Y(v_{KS}) c_S^+ = -H_X(-u_{KE}) c_E^* + \{d_K^* - H_X(u_{KE}) \\
& - H_X(-u_{KW})\} c_K^* + H_X(u_{KW}) c_W^* + 1/2 E \Delta t \quad (A-6)
\end{aligned}$$

となる。

ここで，Heaviside タイプの関数について，次式が成立する。

$$H_X(u) + H_X(-u) = 1/2 \Delta t Q_u / \Delta s \quad (A-7)$$

$$H_X(u) - H_X(-u) = 1/2 \Delta t |Q_u| / \Delta s \quad (A-8)$$

この関係を用いると式 (A-5) は次のように表わせる。

$$\begin{aligned}
& d_K^* c_K^* + 1/2 \Delta t Q_{u_{KE}} / \Delta s \cdot \frac{c_E^* + c_K^*}{2} \\
& - 1/2 \Delta t |Q_{u_{KE}}| / \Delta s \cdot \frac{c_E^* - c_K^*}{2} \\
& - 1/2 \Delta t Q_{u_{KW}} / \Delta s \cdot \frac{c_W^* + c_K^*}{2} \\
& + 1/2 \Delta t |Q_{u_{KW}}| / \Delta s \cdot \frac{c_K^* - c_W^*}{2} \\
& = d_K^- c_K^- - 1/2 \Delta t Q_{v_{KN}} / \Delta s \cdot \frac{c_N^- + c_K^-}{2} \\
& + 1/2 \Delta t |Q_{v_{KN}}| / \Delta s \cdot \frac{c_N^- - c_K^-}{2} \\
& + 1/2 \Delta t Q_{v_{KS}} / \Delta s \cdot \frac{c_K^- + c_S^-}{2} \\
& - 1/2 \Delta t |Q_{v_{KS}}| / \Delta s \cdot \frac{c_K^- - c_S^-}{2} \\
& + \Delta t (Dc^- - \alpha p w_y c_K^- + 1/2 E) \quad (A-9)
\end{aligned}$$

式 (A-9) は，空間について微分形式にもどすと，

$$\begin{aligned}
& \frac{d_K^* c_K^* - d_K^- c_K^-}{\Delta t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (Q_u c^*) - \frac{\Delta s}{4} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ |Q_u| \frac{\partial c^*}{\partial x} \right\} \\
& + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} (Q_v c^-) - \frac{\Delta s}{4} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ |Q_v| \frac{\partial c^-}{\partial y} \right\} \\
& - Dc^- + \alpha p w_y c_K^- - \frac{1}{2} E + o(\Delta s^2) \quad (A-10)
\end{aligned}$$

となる。

同様にして，式 (A-6) は，

$$\begin{aligned}
& \frac{d_K^+ c_K^+ - d_K^- c_K^-}{\Delta t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} (Q_v c^+) - \frac{\Delta s}{4} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ |Q_v| \frac{\partial c^*}{\partial y} \right\} \\
& + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (Q_u c^*) - \frac{\Delta s}{4} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ |Q_u| \frac{\partial c^*}{\partial x} \right\} \\
& - 1/2 E + o(\Delta s^2) \quad (A-11)
\end{aligned}$$

となる。式 (A-10) と式 (A-11) より，時間について微分形式にすると，

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} (dc) + \frac{\partial}{\partial x} (Q_u c) + \frac{\partial}{\partial y} (Q_v c) \\
& = Dc + E - \alpha p w_y c + \frac{\Delta s}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} |Q_u| \frac{\partial c}{\partial x} \right. \\
& \left. + \frac{\partial}{\partial y} |Q_v| \frac{\partial c}{\partial y} \right\} + o(\Delta t) + o(\Delta s^2) \quad (A-12)
\end{aligned}$$

が導かれる。

付録 B. スムージング手法

1次元 (x 方向) の問題を例にとり，説明を加える。いま，面 KE におけるフラックスの修正量は，

$$f_{KE} = |Q_{u_{KE}}| \cdot (c_E - c_K) \cdot \Delta t / (2 \cdot \Delta s) \quad (B-1)$$

である。 $c_E > c_K$ のときは $K \rightarrow E$ ， $c_E < c_K$ のときは $E \rightarrow K$ に物質が移動したかのように修正が働く。いま， $c_E > c_K$ の場合を考える。 $c_W > c_K$ のときは， $c_W > c_K < c_E$ となり， c_K は濃度の極小値となるため，スムージングはおこなわない。 $c_W < c_K$ のときは，修正量 f_{KE} が，

$$\Delta_{KW} = d_K \cdot (c_K - c_W) \quad (B-2)$$

より大きければ， $c_W > c_K < c_E$ となり，新たに極小値が生じる。したがって，新たに極小値を生じさせないフラックスの修正量 f_{KE}^c は

$$f_{KE}^c = \min(\Delta_{KW}, f_{KE}) \quad (B-3)$$

となる (ウィークスムージング)。

$c_W < c_K < c_E > c_{EE}$ の場合は， c_E は濃度の極大値となっており，ストロングスムージングでは f_{KE} による修正はおこなわない。 $c_W < c_K < c_E < c_{EE}$ の場合，修正量 f_{KE} が

$$\Delta_{KEE} = d_E \cdot (c_{EE} - c_E) \quad (B-4)$$

より大きければ， $c_E > c_{EE}$ となり新たな極大値が生じる。したがって，極小値および極大値を生じさせないフラッ

クスの修正量 f_{KE}^c は

$$f_{KE}^c = \min(\Delta_{KW}, \Delta_{KEE}, f_{KE}) \quad (B-5)$$

となる(ストロングスムーゼング)。

f_{KW}^c も同様に定義され、修正した濃度 c^c は

$$c_K^c = c_K + (f_{KW}^c - f_{KE}^c) / d_K \quad (B-6)$$

で与えられる。

$c_E < c_K$ の場合も同様に考えられる。二次元の場合には、 y 軸方向にも同様な操作をおこなえばよい。

この操作より、ストロングスムーゼングでは、極小値および極大値の変化はない。ウィークスムーゼングでは、極大値は増加するが、極小値はかわらない。

付録 C. 拡散計算に必要な流動データの作成

フロートの写真撮影より、表面流速データは得られている。

いま、一般の二次元の粗面水路における、流速の対数分布則

$$\frac{u}{u_*} = 2.5 \ln \left[30.1 \frac{y}{k_s} \right] \quad (C-1)$$

を考える。ここに、 y は水路底からの距離、 k_s は相当粗度である。水表面で流速が最大値をとると考える。

$$\frac{u_{\max}}{u_*} = 2.5 \ln \left[30.1 \frac{d}{k_s} \right] \quad (C-2)$$

d は水深。また、平均流速 u_m は、

$$\frac{u_m}{u_*} = 2.5 \ln \left[11.0 \frac{d}{k_s} \right] \quad (C-3)$$

で与えられる。式(C-2)と式(C-3)に $u_m/u_* = 15.0^{14)}$ の関係代入すると、

$$u_m = 0.86 u_{\max} \quad (C-4)$$

となる。

この関係を用いて、表面流速より、移動量を計算する。

いま、セル K について図-32のように、単位幅あたりの移動量がそれぞれ表面流速より求められているとする。

セル K での移動量の収支を

$$BAL_K = Q_{u_{KW}} + Q_{v_{KS}} - Q_{v_{KE}} - Q_{v_{KN}} \quad (C-5)$$

で計算する。 BAL_K はセル K での移動量の収支をあらわし、流れが連続の式を満足していれば、零となる。しか

し、用いた流速は実験から求めたものであり、連続の式を基礎方程式に含む数値計算より求めたものでないの、通常、式(C-5)の右辺は零になるとは限らない。

そこで、移動量が連続の式を満足するように、以下のように、反復を行うことを考える。

格子 K について、 i ステップでの移動量が求められていて($i+1$)ステップの移動量を

$$\begin{aligned} Q_{v_{KW}}^{i+1} &= Q_{v_{KW}}^i + BAL_K^i \cdot |Q_{v_{KW}}^i| / QSUM_K^i \\ Q_{v_{KS}}^{i+1} &= Q_{v_{KS}}^i - BAL_K^i \cdot |Q_{v_{KS}}^i| / QSUM_K^i \\ Q_{u_{KW}}^{i+1} &= Q_{u_{KW}}^i - BAL_K^i \cdot |Q_{u_{KW}}^i| / QSUM_K^i \\ Q_{u_{KE}}^{i+1} &= Q_{u_{KE}}^i + BAL_K^i \cdot |Q_{u_{KE}}^i| / QSUM_K^i \end{aligned} \quad (C-6)$$

で求める。ここで肩文字 i は反復回数、 $QSUM_K^i$ は

$$QSUM_K^i = |Q_{u_{KW}}^i| + |Q_{v_{KS}}^i| + |Q_{v_{KW}}^i| + |Q_{u_{KE}}^i| \quad (C-7)$$

で定義される。式(C-6)で求めた $i+1$ ステップでの移動量は式(C-5)の右辺を零とする。

この操作を各セルごとに行い、すべてのセルで、移動量が以下の収束条件を満足するまで、反復を行う。

$$\frac{BAL_K^i \cdot \Delta s}{VOL_K} \leq EPS \quad (C-8)$$

ここで、 VOL_K はセル K の容積で $d_K \cdot \Delta s^2$ で与えられる。 d_K はセルの平均水深。収束判定値 EPS としては、全計算対象時間(本計算では1時間)を通じて、移動量による容積変化が、格子 K の容積の1%以内におさまるように、

$$EPS = \frac{0.01}{3,600s} = 2.77 * 10^{-6} (1/s) \quad (C-9)$$

とする。

反復開始時のデータの与え方によっては、多数回反復をおこなっても、収束条件を満足できないか、あるいは満足できても、最終的に得た移動量が、実際の流況と大きく異なってしまう可能性がある。そこで、反復開始時のデータの精度をあげる必要があることはいうまでもないが、式(C-6)で得る($i+1$)ステップでの移動量に以下の制限を設けることを考え、移動量が大きく変化することを防ぐことにする。

$$Q_{u_{LK}} \leq Q_{v_K}^{i+1} \leq Q_{u_{HK}} \quad (C-10)$$

$$Q_{v_{LK}} \leq Q_{v_K}^{i+1} \leq Q_{v_{HK}} \quad (C-11)$$

ここに

$$Q_{uLK} = Q_{uK}^0 - |Q_{uK}^0| \cdot RANGE \quad (C-12)$$

$$Q_{uHK} = Q_{uK}^0 + |Q_{uK}^0| \cdot RANGE \quad (C-13)$$

$$Q_{vLK} = Q_{vK}^0 - |Q_{vK}^0| \cdot RANGE \quad (C-14)$$

$$Q_{vHK} = Q_{vK}^0 + |Q_{vK}^0| \cdot RANGE \quad (C-15)$$

である。 Q_{uLK} , Q_{vLK} は x 方向, y 方向の移動量の下限值, Q_{uHK} , Q_{vHK} はそれぞれの上限值で, 最初のステップで与えた移動量および $RANGE$ の値によって決定される。

$RANGE$ の値が小さいほど, 最終的に得られる移動量は, 最初に与えたものに似かよってくる。本計算では, $RANGE = 1.0$ とした。

以上の移動量修正の手順を図-C-1に示す。

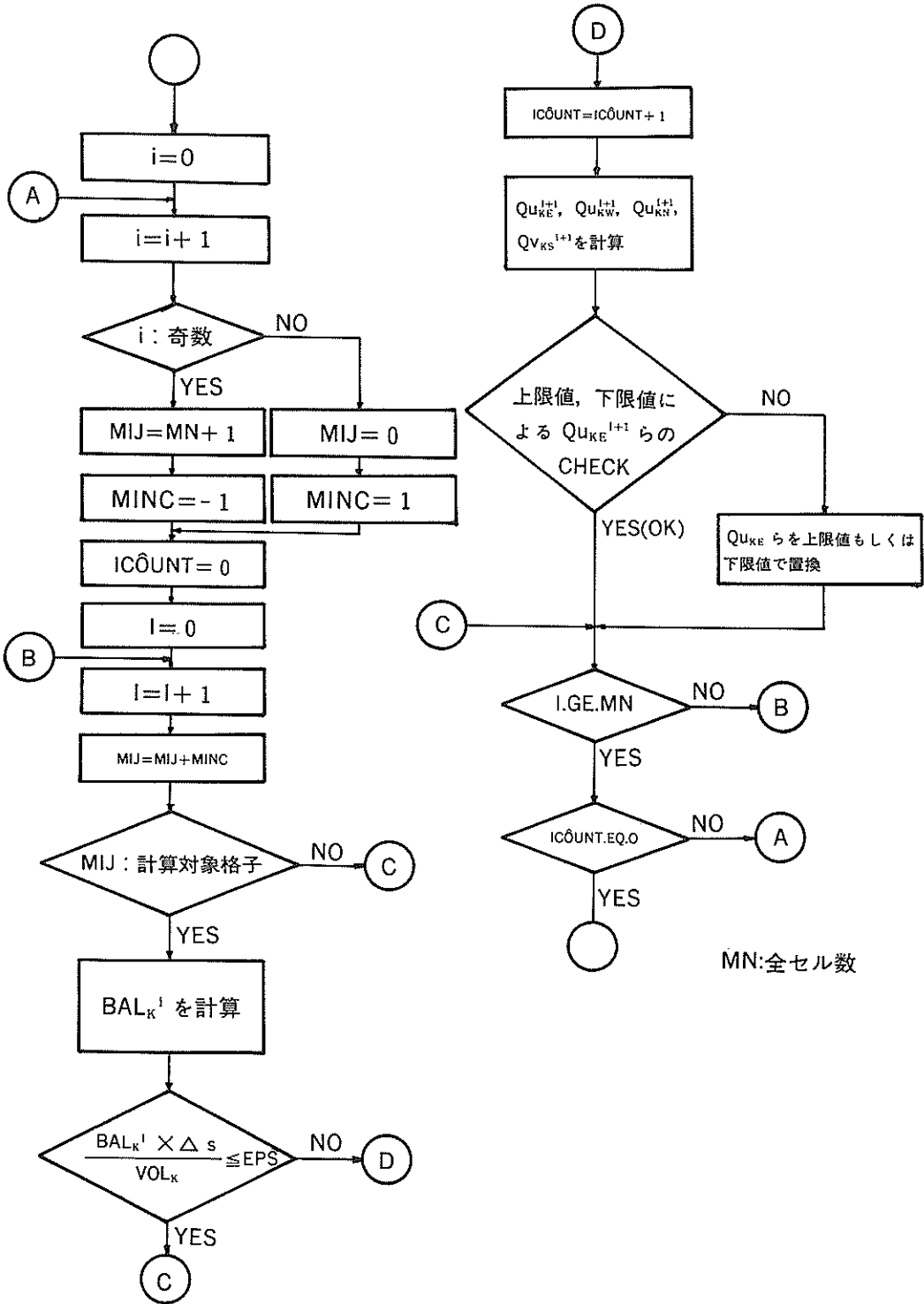


図-C・1 移動量修正のフローチャート

港湾技研資料 No.386

1981・6

編集兼発行人 運輸省港湾技術研究所

発行所 運輸省港湾技術研究所
横須賀市長瀬3丁目1番1号

印刷所 株式会社 東京プリント

Published by the Port and Harbour Research Institute
Nagase, Yokosuka, Japan.