

# 港湾技研資料

TECHNICAL NOTE OF  
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE  
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

No. 360 Dec. 1980

沿岸海域の水の流れと物質の拡散に関する水理学的研究

堀 江 毅

運輸省港湾技術研究所



# 目 次

緒 論	5
1. 沿岸海域における水の流れと水質	7
1.1 日本近海の海水の流れ	7
1.2 成因からみた種々の流れ	8
1.3 沿岸海域の潮汐と潮汐流	11
1.4 代表的な海域の気象と海象	11
1.4.1 東京湾	12
1.4.2 伊勢湾・三河湾	14
1.4.3 大阪湾	16
1.4.4 瀬戸内海	17
1.4.5 志布志湾	19
1.5 結 言	19
参考文献	19
2. 流れと物質拡散の数値モデル	21
2.1 数値モデルの特徴と位置づけ	21
2.2 流れを表わす基本式	22
2.3 物質拡散を表わす基本式	23
2.4 流れの数値モデルの分類	24
2.4.1 空間的な取扱いの相異による分類	24
2.4.2 基本式の離散化手法の相異による分類	26
2.4.3 スキームの相異による分類	27
2.4.4 対象となる流れからみたモデル	28
2.5 物質拡散の数値モデルの分類	29
2.5.1 空間的な取扱いの相異による分類	29
2.5.2 非定常解モデルと定常解モデル	29
2.5.3 保存系物質拡散モデルと非保存系物質拡散モデル	30
2.5.4 対象となる拡散物質からみたモデル	31
2.6 結 言	31
参考文献	32
3. 微分方程式の離散化に伴う問題	33
3.1 微分方程式の離散化	33
3.2 近似の条件	33
3.3 精度	34

3.4	安定の条件	34
3.4.1	概説	34
3.4.2	安定性からみた基本式の各項の特性	34
3.4.3	各スキームの安定性	37
3.5	スキームの選択	43
3.6	結言	44
	参考文献	44
4.	二次元流れと物質拡散シミュレーションの実際	45
4.1	二次元単層流れと保存性物質拡散の非定常解法	45
4.1.1	概説	45
4.1.2	基礎方程式の二次元化	45
4.1.3	流れの数値モデル	46
4.1.4	拡散の数値モデル	59
4.1.5	大阪湾の潮流・汚染拡散計算への適用	68
4.2	保存性物質の拡散定常解法	89
4.2.1	概説	89
4.2.2	定常拡散の基本式	90
4.2.3	定常拡散基本式の差分化と計算法	92
4.2.4	大阪湾の塩分拡散への適用例	93
4.3	非保存性物質の拡散解法	94
4.3.1	概説	94
4.3.2	物質循環モデルの実例	94
4.4	結言	99
	参考文献	100
5.	三次元流れと土砂拡散シミュレーションの実際	102
5.1	差分法による解法	102
5.1.1	概説	102
5.1.2	数値モデル	102
5.1.3	数値モデルの再現性と適用性	116
5.1.4	不等長格子間隔の採用によるシミュレーションの合理化	153
5.2	MAC法による解法	162
5.2.1	概説	162
5.2.2	数値モデル	162
5.2.3	適用例	169

5.3	モンテカルロ法による解法	169
5.3.1	概説	169
5.3.2	乱数発生による拡散モデル	170
5.3.3	モンテカルロ法による拡散	171
5.3.4	モンテカルロ法による舞い上りのモデル化	172
5.4	各モデルの特徴と適用範囲	178
5.5	結言	180
	参考文献	181
6.	数値シミュレーションにおける諸条件の取扱いと今後の課題	182
6.1	流れの計算における境界と諸係数の取扱い	182
6.1.1	計算領域と座標軸	182
6.1.2	格子間隔	183
6.1.3	縮小断面	185
6.1.4	水位制御と流速制御	187
6.1.5	海底摩擦と水平混合	196
6.2	物質拡散の計算における境界と諸係数の取扱い	209
6.2.1	拡散係数	209
6.2.2	境界濃度と初期濃度	213
6.2.3	濁りの発生量	215
6.2.4	その他の諸係数	217
6.3	数値シミュレーションの効用と課題	217
6.3.1	数値シミュレーションの効用	217
6.3.2	数値シミュレーションの問題点と課題	217
6.3.3	今後の展望	218
6.4	結言	219
	参考文献	219
	結論	221
	謝辞	222



# 沿岸海域の水の流れと物質の拡散に関する水理学的研究

堀江 毅\*

## 要 旨

本論文は、港湾、海岸、内湾を中心とした既往の調査研究から、沿岸海域における水の流れと物質の拡散についての特徴を記述すると共に、二次元および三次元の数値モデルによる予測手法についてとりまとめたものである。数値モデルは今日最も利用度の高い差分方式を主体としたが、土砂拡散予測の一手法としてMAC法（Marker and Cell法）による解析およびモンテカルロ法による解析についてもそれらの解法と1,2の適用例を示すことにより、合わせてこれらの特徴と適用性について考察を加えた。

これらの考察から、沿岸海域における水の流れと物質拡散に関する特性、ならびに数値モデルによる予測手法の現状と問題点を明らかにした。

## 緒 論

港湾、海岸、内海内湾などの沿岸海域における浚渫・埋立工事等に関連して、流れ・水質の現況把握、工事に伴う人為的な諸条件の変化による流れ・水質に及ぼす影響を事前に評価することは極めて重要である。

このような事前の影響評価には、地形変化に伴う流れの速度変化、流路変化といったような流れ自体の変化の把握と、流れの変化に付随して生ずる水質への変化影響予測が中心となっている。

流れについては、船舶航行の影響や操業漁船に対する障害被害の可能性の検討、滞留域や渦流の発生消滅、恒流などの変化による海水循環や海水交換機構の変化などの検討である。

一方、水質については、流れの変化に伴う有機汚染、塩分、温排水などの拡散の変化予測、工事中または工事後の周辺の土砂投入、海底土の攪乱によるにごりの発生予測などである。このほか、水質予測は水域の排出総量規制や水質類型の設定の資料としても利用されている。

このように流れや水質に関する現状把握ならびにこれに基づく予測は、沿岸海域の環境評価や環境影響を論ずる上で欠くことのできないものとなっている。

なかでも流れはこれらの現象を支配する重要な因子と考えられ、海域の流れの特性を事前に調査し把握してお

くことが先決問題となる。

通常、海域の流れは時間的にも空間的にも複雑に変化するためその一般的特性を述べることは容易でない。このため適当な統計処理による平均化やモデルに依存することが多い。さらに流れを表わす方程式が非線型である上に、取扱う領域は一般に有限であって複雑な境界をもつため、これを解析的に求めることはできない。

物質拡散についても、これを支配する因子は流れのほかに、有機物、塩分、浮遊物、油、熱などの拡散物質自身の特性等がある。これらの現象支配因子が相互に作用しあって複雑な現象を呈している。

このため、流れや物質拡散の予測に対しては、地形、気象、海象などの自然条件が類似の他地域での事例から類推するか、または現象を単純化したモデルによらなければならない。前者の場合は過去の追跡調査をもとに変化予測をするもので、第三者に対する説得性は高いが、このような適当な類似例を見つけることは一般に困難である。このような理由から、流れや水質に関する現地観測資料をもとにして水理模型実験や数値モデルによるシミュレーションが頻繁に利用されるようになってきている。

このような背景のもとに、本論文は、沿岸海域の水の流れと物質拡散に関し、わが国の港湾、内湾を対象とした既往の現地観測調査の成果から代表的なものを取りまとめると共に、二次元および三次元の数値モデルによる流れと物質拡散の予測手法の現状と問題点についてとり

\* 海洋水理部 海水浄化研究室長

まとめたものである。数値モデルは今日最も利用度の高い差分法を主体としたが、水理模型実験や解析解との対比もできるだけ心がけた。最近流体力学にもとり入れられるようになった有限要素法による解法についてはモデル取扱い上の特徴を差分法による解法との対比によって示すに留めた。

拡散の解析において拡散物質は保存性溶解物質と土砂を主体とし、非保存性物質は補足的に述べた。

また浮遊砂の拡散に対しては差分法による解法のほかに、モンテカルロ法による解法、さらには、標識（マーカー）を配置して流れや水質に対する過渡的な現象を解析するMAC法（Marker and Cell法）による解法と1, 2の適用例をあげこれらの特徴と今後の発展性について

記述した。

本文では、目次に示すように、1.においてはわが国の沿岸海域における流れと水質に関する一般的な特徴について述べ、2.においてはこれらを予測するための数値モデルの位置づけと各種の数値モデルの特徴について記述した。3.においては差分法の概説と近似度、精度、安定度について記述した。4.においては二次元モデルを中心とした流れと拡散の解析手法について、さらに5.においては三次元モデルによる流れと土砂拡散モデルについて述べた。6.においては数値計算において特に問題となる境界と諸係数の取扱いについて主なものを記述した。最後に、数値予測に関する問題点と課題についてとりまとめた。

# 1. 沿岸における水の流れと水質

## 1.1 日本近海の海水の流れ

海域の水の流れは一定方向の比較的定常的なものと流向と大きさが一定の周期でもって変化する周期性のものがある。前者は海流（恒流）といわれ、後者は潮流（又は潮汐流）といわれるのがそれらの代表的なものである。

北半球の海洋では中緯度の偏西風と低緯度の貿易風とが東西両海岸で連絡して時計まわりの、また南半球では反時計まわりの循環流が形成される。Krümel, O.<sup>1)</sup>は図-1.1に示すような仮想海洋を設定し現実の表面海洋流れの概略を示した。赤道以北に対しては、貿易風帯に起る北赤道海流と、中緯度にこれと反対方向に流れる西風皮流とがつながり、大太平洋海岸では黒潮、大西洋では湾流と呼ばれる時計まわりに流れる強い海流がみられる。

日本近海を流れる海流には、この黒潮（又は日本海流、暖流）と、親潮（又は千島海流、寒流）、それに対島海流（黒潮の分岐流、暖流）が顕著なものである。

宇田<sup>2)</sup>は日本列島周辺の海流を模式的に図-1.2のように表わしている。

黒潮は、厚さ約200m、流速1ノット（約0.5m/s）以下で西向きに流れる北赤道海流が台湾の南に至る間に厚さと流速が次第に増大され、中国東海を北上して沖縄西を通過する頃には厚さ600m、幅150km、流速2~2.5ノット（1m/s~1.25m/s）になり、さらに琉球半島の水深1000mの海溝部を通過して九州南西部に達する。一部は九州西岸部を経由して朝鮮海峡から日本海に抜ける対馬海流となるが、大部分は九州南部から四国沖、潮岬沖へ流れる。潮岬沖では約50km沖合を厚さ700m、幅200km、流速3~4ノット（1.5~2m/s）（ただし-300m層の海面付近では1ノット（0.5m/s））で、約6500万吨/秒が流れているといわれている。<sup>3)</sup>潮岬を通過した黒潮はさらに房総沖を通り流向を東方に変える。

一方親潮は、オホーツク海、千島近海、カムチャッカ半島近海等の海水が融けて生じた塩分の低い海水が厚さ200~400m、流速0.3~1.0ノット（0.15~0.5m/s）程度で南下するものである。この親潮は三陸沖で黒潮と会合する。

日本海で最も顕著な海流である対島海流は黒潮の分岐流に朝鮮西岸の沿岸水を混じり日本海において発達し津軽海峡および宗谷海峡から流出する。

このように海流はほぼ一定の大きさと方向をもつ海水の流れであるが、厳密には定常的とはいえず、季節的に

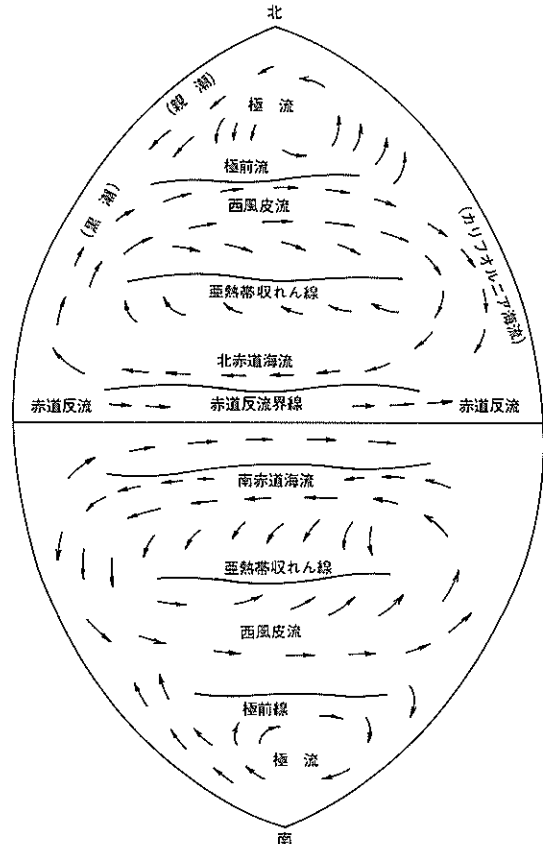
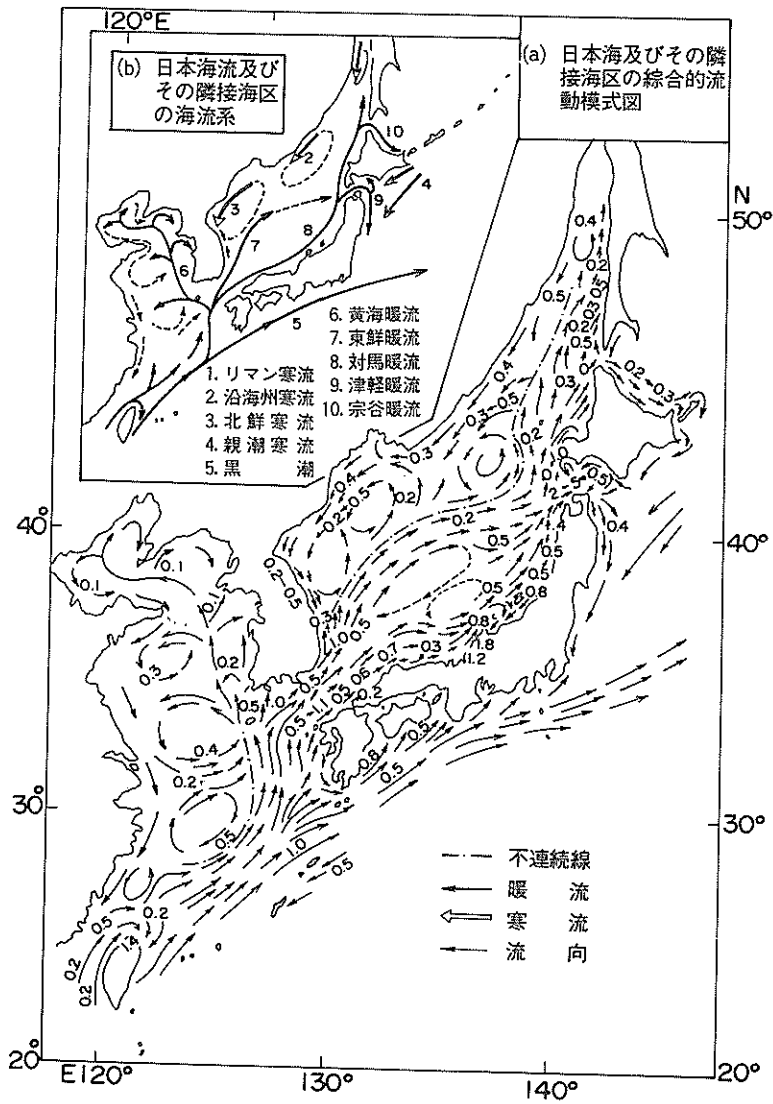


図-1.1 海洋表面水平海流模式図<sup>1)</sup>

あるいは長い期間にその流軸は少しずつ変化している。

図-1.3は九州、四国から潮岬沖を流れる黒潮の季節変化の一例を示したものである。<sup>4)</sup>都井岬における黒潮流軸の昭和35年から昭和48年の14年間の平均位置は沖合約70kmである。季節的にみると1~3月は平均距離約110kmで離岸傾向、4~6月は約90kmでやや離岸傾向、7~8月は約55kmで接岸傾向、4~6月は約70kmで平均的な傾向を示し一見周期性があるように思われる。しかし経年的には図-1.4に示されるように年によって流軸は大きく変動し不安定である。多くの海域では流軸の季節変動は年変動よりも小さいが、本例の都井岬では季節変動も大きく、冬から春にかけて著しく離岸する傾向がある。また黒潮の流軸は1日に20km以上移動することもあるといわれており、この移動が内湾での流れに影響を及ぼしている。

このような海流の成因としては、風、海面における水平方向の圧力差、海水温度の緯度による差異、海水の融解、海水の蒸発、降水、河川水、太陽や月などの天体による



図一 1.2 日本列島周辺の海流<sup>2)</sup>(海面数字はノット)

よる引力、地球の自転力、海陸の分布や海底地形などが考えられる。

### 1.2 成因からみた種々の流れ

海流の成因で最も重要なものは風による吹送流（又は風成海流ともいわれる）であるが、沿岸近くでの海水の集積による海面の傾斜およびこれに基づく海中の圧力不均衡による傾斜流、種々の原因によってある場所の海水が他に移動したためこれを補うために流れる補流、さらには、この補流の一種とみなすべき湧昇流と沈降流

などがある。この他、地球自転、海底摩擦、陸海の地形、海底形状などの要因も流れの特性に影響を与える。

実際に海岸近くで見られる海水の流れは沖を流れる海流の補流である場合が多く、したがって沖合海流の逆方向の流れがしばしば見られる。1.1で述べたように、沖合の海流は定常ではなく絶えずその流軸、流向流速を変えるため、沿岸では補流の流向流速、水位の昇降、水温等に影響を与える。

海面に風が吹くと大気と海水との境界面でせん断力が働きこれが吹送流を起す力となる。乱流混合に

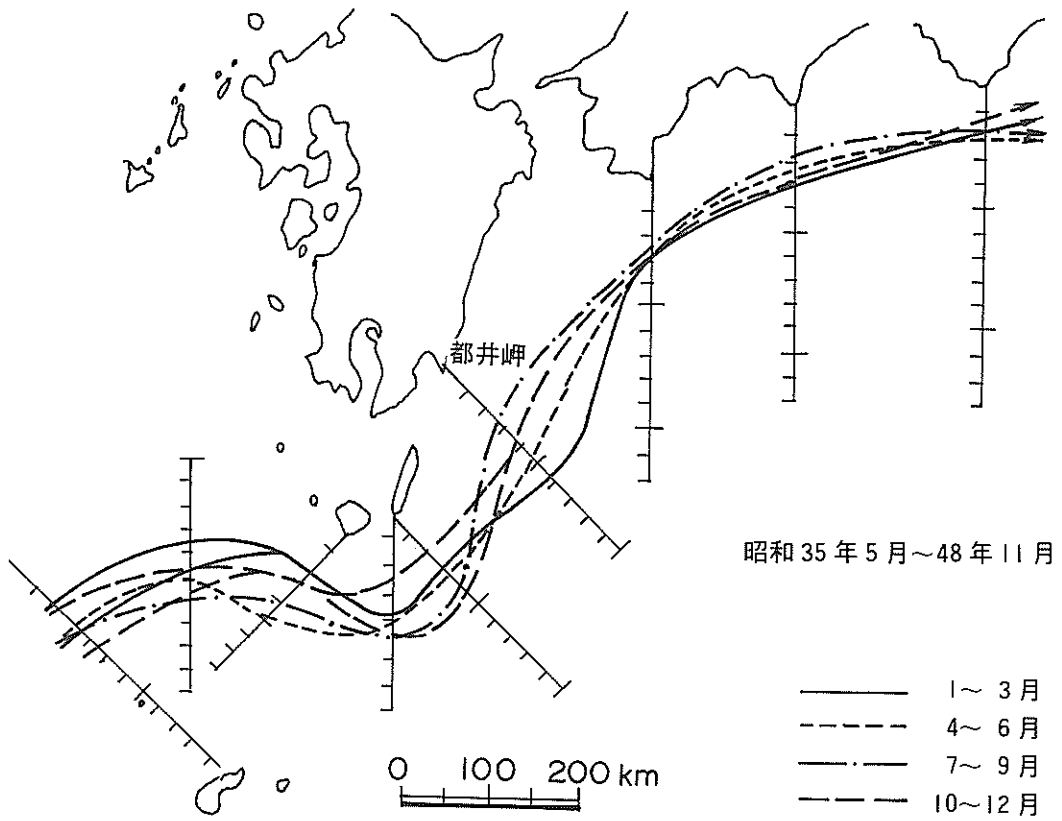


図-1.3 黒潮の平均流軸月別変化<sup>4)</sup>

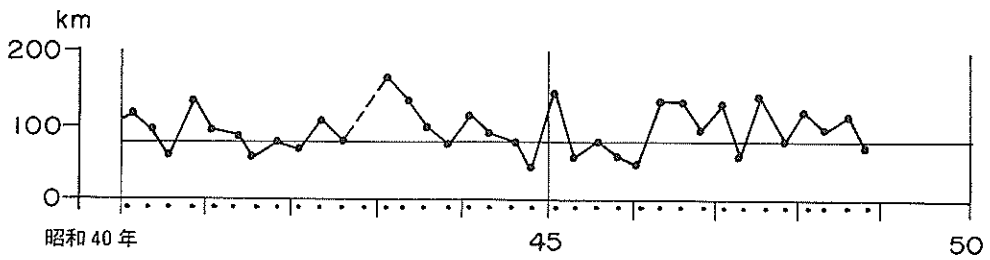
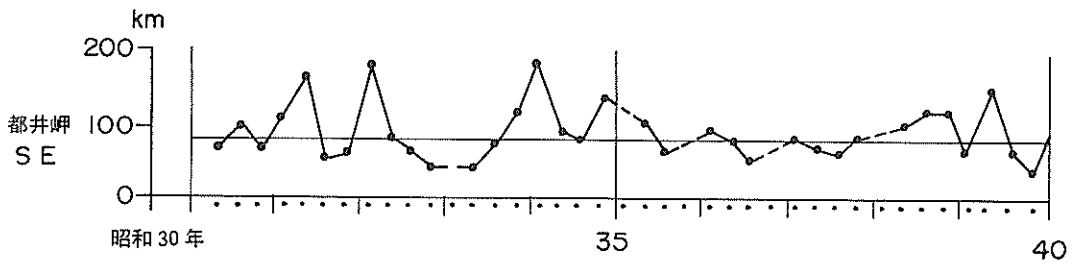


図-1.4 黒潮の平均流軸位置の変化<sup>4)</sup>

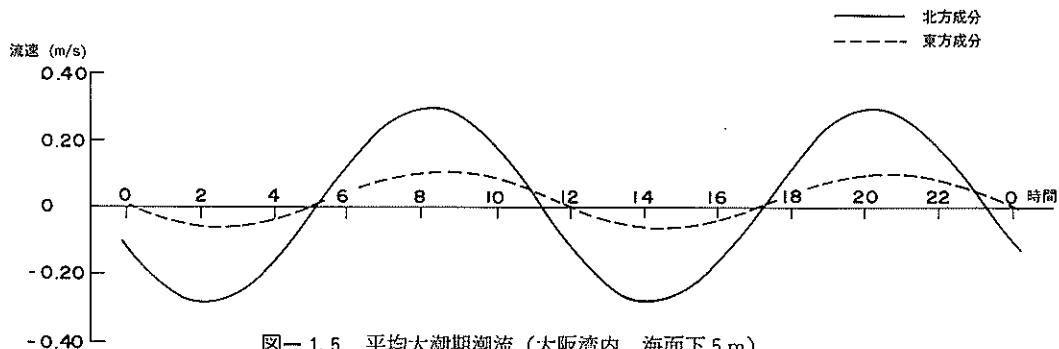


図-1.5 平均大潮期潮流（大阪湾内，海面下5m）

表-1.1 潮汐の分潮<sup>13)</sup>

記号	名称	1平均太陽時の角速度(単位:度/時)
S <sub>a</sub>	太陽年周潮	0.041067
SS <sub>a</sub>	太陽半年周潮	0.082137
M <sub>m</sub>	太陰月周潮	0.544375
MS <sub>f</sub>	日月合成半月周潮	1.015896
M <sub>f</sub>	太陰半月周潮	1.098033
Q <sub>1</sub>	主太陰楕率潮	1.3398661
O <sub>1</sub>	* 主太陰日周潮	1.3943036
M <sub>1</sub>	副太陰楕率潮	1.4496694
π <sub>1</sub>		1.4917865
P <sub>1</sub>	主太陽日周潮	1.4958931
K <sub>1</sub>	* 日月合成日周潮	1.5041069
J <sub>1</sub>	小太陰楕率潮	1.5585443
2N <sub>2</sub>	二次太陰楕率潮	2.7895355
μ <sub>2</sub>	太陰二均差潮	2.7968208
N <sub>2</sub>	主太陰楕率潮	2.8439730
ν <sub>2</sub>	主太陰出差潮	2.8512583
M <sub>2</sub>	* 主太陰半日周潮	2.8984104
L <sub>2</sub>	副太陰楕率潮	2.9528479
T <sub>2</sub>	主太陽楕率潮	2.9958933
S <sub>2</sub>	* 主太陽半日周潮	3.0000000
K <sub>2</sub>	日月合成半日周潮	3.0082137
M <sub>3</sub>	太陰1/3日周潮	4.3476156
M <sub>4</sub>	太陰1/4日周潮	5.7968208
MS <sub>4</sub>	複合潮 (M <sub>2</sub> +S <sub>2</sub> )	5.8984104
M <sub>6</sub>	太陰1/6日周潮	8.6952313
2MS <sub>6</sub>	複合潮	8.7968208
2SM <sub>6</sub>	複合潮	8.8984104
M <sub>8</sub>	太陰1/8日周潮	11.5936417

\* 主要四分潮

より流れは次第に深層に及ぶ。貿易風のように風域の規模が大きくて長時間継続する場合には大洋循環の一成因となる。Ekman<sup>5)</sup>は、一様深海での吹送流に対し摩擦力とコリオリ力のみを考慮し海水の渦動粘性係数は一定、流れは無限平面で起り風は一定であるとして解析解を導いている。Ekmanによると北半球においては、吹送流による質量輸送は風下に向かって右直角方向に向いている。この質量輸送は風応力と緯度のみ依存し、広い領域にわたって一定の風向風速で吹く外海で発達する。海岸付近では流向流速に変化が生じ風の2次効果が現われる。

Sverdrup *et al.*<sup>6)</sup>は北半球において海岸とほぼ平行に吹く風により生ずる吹送流を傾斜流、湧昇流、沈降流、慣性流等と関連づけて定性的に説明している。

### 1.3 沿岸海域の潮汐と潮流

潮流（潮流流）は潮汐の干満に伴う水平方向の海水の運動であり、潮汐に対応して周期的に変化している。潮流は多くの場合図1.5に示されるような約半日の周期で流れているが、場所により約1日の周期の場合もある。沿岸海域では地形や海底摩擦の影響をうけて1/4日、1/6日などの倍振動流も発達する。

月、太陽等の引力により地球上の海面は周期的な上下運動を生ずる。観測により得られた潮位記録に対し、表1.1に示されるような仮想天体による潮位分潮成分に調和分解するとその地点の潮位の大略の特性を知ることができる。表1.1に示される分潮成分のうち、 $M_2$ 分潮（大陰半日周潮）、 $S_2$ 分潮（太陽半日周潮）、 $K_1$ 分潮（日月合成分潮、および $O_1$ 分潮（太陰日周潮）の分潮はそれ以外の分潮流よりも一般には大きい。この4分潮はさらに、潮型指数といわれる比：

$$\frac{K_1 + O_1}{M_2 + S_2} \quad (1.1)$$

（ここに、 $K_1$ 、 $O_1$ 、 $M_2$ 、 $S_2$ は、それぞれ対応する分潮成分の振幅を表わす）に応じて次のように分類されている。

$$\left. \begin{aligned} \frac{K_1 + O_1}{M_2 + S_2} > \frac{5}{4} & \dots\dots \text{日周潮型} \\ \frac{1}{4} < \frac{K_1 + O_1}{M_2 + S_2} < \frac{5}{4} & \dots\dots \text{中間型} \\ & \text{(混合型)} \\ \frac{K_1 + O_1}{M_2 + S_2} < \frac{1}{4} & \dots\dots \text{半日周潮型} \end{aligned} \right\} (1.2)$$

潮流を潮汐の分潮と対応させた $M_2$ 分潮（主太陰半日周潮、周期12.42時間）、 $S_2$ 分潮（主太陽半日周潮、周期12時間）、 $K_1$ 分潮（日月合成分日周潮、周期23.934時間）、 $O_1$ 分潮（主太陰日周潮、周期25.819時間）の4分潮が沿岸海域では卓越している。半日周潮が卓越する海域では、 $M_2$ 分潮と $S_2$ 分潮との周期の相異から約半月毎に両分潮が相乗する大潮期と、相殺する小潮期が現われる。

潮汐と潮流とは、海水の鉛直および水平の周期運動をそれぞれ表わすもので互いに密接な関係にある。潮流は一般に大潮期に大きく小潮期に小さいが、場所によって潮汐と潮流の振幅や位相の関係は異なる。

東京湾内では、潮流は低潮時から高潮時に向けて湾内に流入し、低潮後約3時間で最強流になりその後流速は徐々に減小して高潮時付近で流向を転じ、高潮後約3時間で反対方向の最強になり、その後低潮時まで徐々に流速を減じやがて転流する。すなわち潮流の位相は潮汐の位相より1/4周期だけ遅れる。

これに対し明石海峡や紀淡海峡では高潮時及び低潮時に潮流は最大となり、高潮及び低潮3時間後に転流する。すなわち潮汐と潮流とはほぼ同位相の関係にある。

潮汐の大きさと潮流の大きさは必ずしも対応しない。たとえば、東京湾湾口部の潮流に較べ、潮汐振幅が増幅する東京湾湾奥の潮流は弱く、逆に、明石海峡や紀淡海峡のように6~10ノット（3~5m/s）といった強流発生領域の潮汐は付近の潮汐に較べて小さい。このように場所によって潮汐の大きさと潮流の大きさとの関係は異なるが、特定の場所についていえば潮汐が大きくなれば潮流も大きくなる。

海峡や海岸付近の潮流は半日周潮又は日周潮が卓越して往復流となるが、海岸から遠く隔った沖合の潮流は流向流速が絶えず変化し憩流を生じない。

潮流の水深方向の変化は、一般に表層では流速が大きく底層では小さくなる傾向をもつが、海峡・湾口部の最強流時近傍では表層から底層まで一様分布又は放物線等の曲線分布で近似できることもある。また地形・水深変化が小さく河川流、海浜流などが混在しない沿岸海域での最強流時近傍では対数分布で近似できることもある。しかし転流時付近や夏場の成層期などには流向は不安定となり、潮流の鉛直分布の一般的特性を述べることは難しい。

### 1.4 代表的な海域の気象と海象

沿岸海域の流れと物質拡散を取扱うに当り、これらの現象が地域的にどのような特性を示しているかを代表的な海域について既往の調査研究の内からとりまとめた。



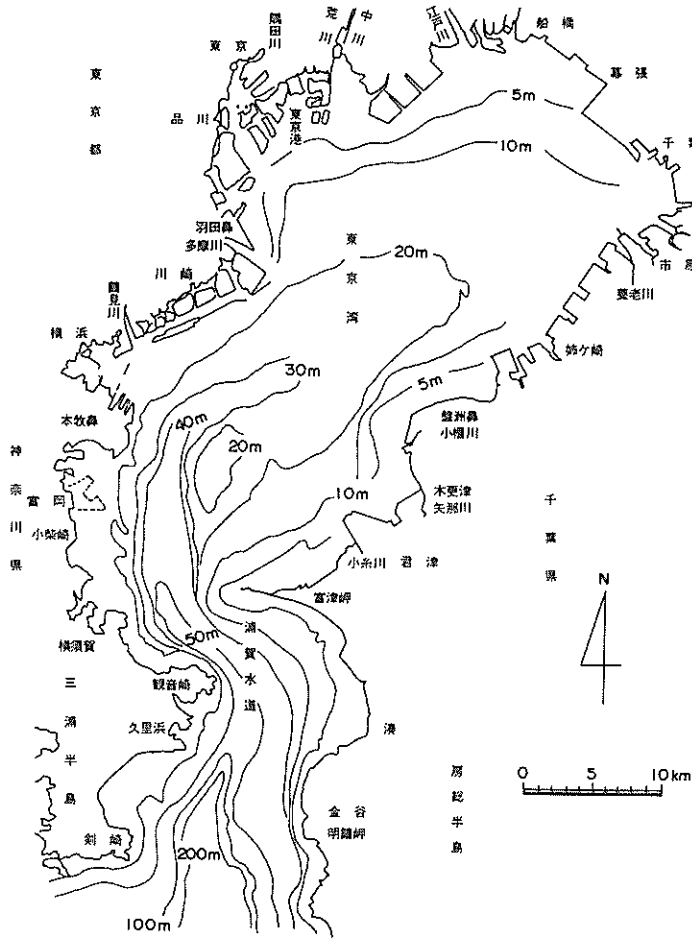


図-1.6 東京湾の海底地形 (数字はm)

対象海域としては、東京湾、伊勢・三河湾、大阪湾、瀬戸内海、および志布志湾の5海域を選んだ。とりまとめに際しては、海域の形状と規模、淡水流入量、降雨、気温、風、日照、潮位、潮流、恒流、海水交換量、各種水質（水温、塩分又は塩素量、透明度、溶存酸素量、T-N、T-P、およびCOD）の項目を対象としたが、海域により十分把握できない項目については除外した。

#### 1.4.1 東京湾<sup>2)</sup>

東京湾は図-1.6に示されるように奥行50km、幅20km、面積約1000km<sup>2</sup>（富津—観音崎間6kmの浦賀水道を経て外海に接する）の閉塞性内湾の典型である。湾内平均水深は約18mで、約180億トンの海水が満たされている。

東京湾に流入する主な河川は鶴見川、多摩川、隅田川、荒川、江戸川、小びつ川、養老川、矢那川、小糸川などであるが、上述の上位5河川で東京湾に流入する淡水総流

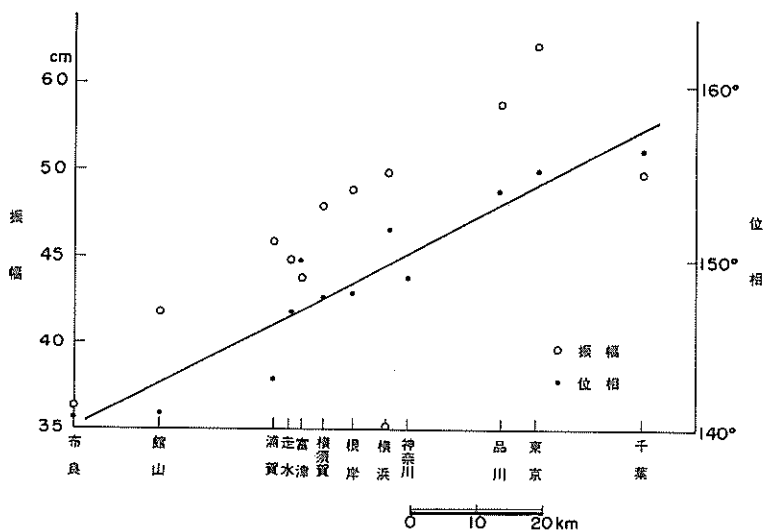
量約300m<sup>3</sup>/sの約60%を占める。

降水量は約1600mm/年で、9～10月の台風期（200mm/月）と6～7月（180～250mm/月）の梅雨期に大となる。気温は東京湾流域で4℃（1月）～29℃（8月）で年平均は18～19℃である。

関東地方の風は、冬にはNまたはNWの季節風が卓越するが夏には小笠原高気圧が優勢になりS～SSWの季節風が卓越する。また夏・冬とも6～10m/sの風の出現頻度が高い。

東京都の年間日射時間は約2000時間で、8月、12月1月に約200時間/月と大きく、梅雨期および台風期に130～140時間/月と小さくなる。また日射量は年平均で240～280cal/cm<sup>2</sup>/日となっている。

湾内の潮位は浦賀水道付近も含めて十数カ所で観測されている。これらの潮位観測値の主要4分潮の調和定数



図一 1.7 東京湾のM<sub>2</sub>分潮（振幅と位相）

の振幅および位相に注目すると、外海から東京湾に侵入する潮汐は進行距離に比例して振幅は増幅し、位相は遅れる傾向が明確に把握できる。図一 1.7 は、横軸に湾口からの距離に比例して主な験潮所を、縦軸にはM<sub>2</sub>分潮の振幅又は位相をそれぞれとってプロットしたものである。湾奥と湾口のM<sub>2</sub>分潮を比較すると振幅で約1.5倍の増幅、位相で時間にして約20分の遅れのあることが判る。潮型指数は0.6～0.7で日周潮と半日周潮の混合型といえる。

浦賀水道を通過して湾内を流出入する潮流は潮汐変化に応じて起る。潮流の調和定数を式(1.2)にあてはめると湾口部では0.39、湾奥の東京湾では0.47となり、潮流は半日周潮型に近い混合型であることがわかる。湾内潮流は第2海堡付近が最も速く1m/sを越えることがあるが、湾奥から湾奥にわたっての流速は徐々に減小する。また退潮時の潮流は総体的に漲潮時の潮流よりもやや大きい。潮汐と潮流との間の位相は約90度ずれており、低潮時および高潮時付近において憩流し、高・低潮時の中間すなわち平均水位付近において最大流速となる。

湾内恒流は底層より流入、上・中層より流出の傾向を示す。山田<sup>9)</sup>によると盤州鼻—川崎を結ぶ線以北の湾奥では時計まわりの環流があり、川崎・本牧・三浦半島沿いには南下流が存在する。また富津—観音崎を結ぶ湾口断面においては、房総半島側下層部より流入、三浦半島側上層部より流出の傾向が観測されている。この断面において潮流および塩分の一昼夜観測から求められた潮流の干満による海水交換率は約10%<sup>9)</sup>であり、模型実験にお

いても同程度の値が得られている。<sup>10)</sup>

湾内海水交換日数は東京湾の水容積(約 $1.8 \times 10^{10}$ t)および湾内に流入する淡水総量(約300t/s)から単純に60日と計算できるが、実際には潮汐、降雨・蒸発などの作用を受けて30～40日程度と見積られている。

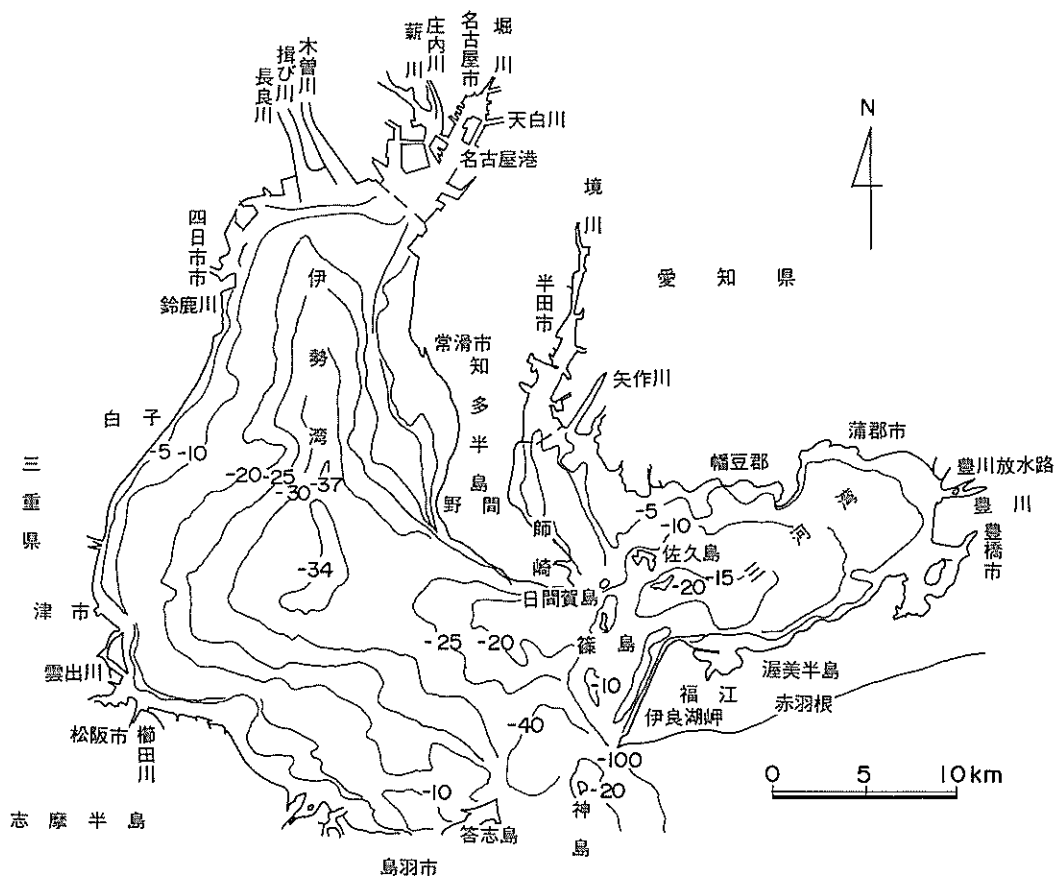
湾内表層の水温は、冬季、湾奥の水深が小で河川水の影響を受けやすい領域では8℃前後まで下るが、水深の深い湾奥部では12～13℃程度である。夏季にはこれとは逆に、湾奥で27～28℃と高く、湾口で低温となる。海面の水温が15℃を越えると成層が発達する。

湾内の塩素量は水温の場合程著しい季節変化はなく、湾内の大部分は13～19‰となっており、湾奥の東京・神奈川寄りでも低く、湾口および千葉寄りで高くなっている。これは湾奥の淡水流入による希釈と、神奈川県寄りの南下流によるものと考えられる。

湾内の透明度は外海に較べて著しく低い。冬季の相模灘の透明度は15～20mであるが、浦賀水道に入ると10mまたはそれ以下となり、東京湾では2～5mになる。夏季の湾内透明度は湾奥から湾口部においては2～3mであるが湾奥では2m以下となる。

湾内の溶存酸素量は、表層においては四季を通じ飽和に近いか又は過飽和であるが、夏季の下層では、2～4ppmで飽和度は50%以下、夏季の底層(海底上0.5m付近)では1ppm以下になる。

湾内のT-Nは表層5mで0.5～1.6ppmであり、湾奥の京浜地区寄りでも特に高く1ppm以上となっている。湾内には10000t以上のT-Nが存在すると見積られ、T-N



図一 1.8 伊勢湾・三河湾の海底地形（数字はm）

Pとともに、外洋の10倍以上の存在比となっている。

湾内のCOD分布は季節的变化が大きい。表層のCOD分布において、いずれの時期にも東京港前面付近に高濃度領域が現われ、夏季には10ppmを越えることがある。これに対して冬季にはこの東京港前面領域を除いてはほぼ1ppmの一樣分布に近い状態となる。下層のCOD値は表層よりも低く冬季には鉛直的にもほぼ一樣の分布となる。

#### 1.4.2 伊勢湾・三河湾

伊勢湾は、図一 1.8 に示されるように愛知・三重両県に囲まれている。東側は渥美半島、西側は志摩半島によって湾口が形成され、伊良湖水道において外海と接する。同湾は東西 60 km、南北 60 km の範囲に拡がり、湾の面積は約 2060 km<sup>2</sup> である。湾の平均水深は約 19 m であり、湾内には約 390 億トンの海水が満されている。

伊勢湾に流入する主な河川は、豊川（年平均流量 16.3 m<sup>3</sup>/s）、矢作川（同 51.3 m<sup>3</sup>/s）、庄内川（同 23.8 m<sup>3</sup>/s）、木曾川（同 293.3 m<sup>3</sup>/s）、長良川（同 135.9

m<sup>3</sup>/s）、揖斐川（同 91.0 m<sup>3</sup>/s）、鈴鹿川（同 13.1 m<sup>3</sup>/s）、雲出川（同 15.7 m<sup>3</sup>/s）、櫛田川（同 23.5 m<sup>3</sup>/s）、いずれも湾奥及び湾西部に集中している<sup>11)</sup>。

名古屋港における年平均風速は 4.9 m/s<sup>12)</sup> である。1月、2月は西北西～北北西の季節風が卓越し月平均風速は 5.8 m/s である。3月から4月、5月に向うに従って風は弱くなり、6月下旬から7月上旬には特に弱くなる。この時期の風向は南～東南東が卓越する。9月は依然として南東風が吹くが徐々に衰え、10、11月には北西風が卓越するようになる。

湾内の潮汐の調和定数は名古屋で、M<sub>2</sub>(66cm)、S<sub>2</sub>(29cm)、K<sub>1</sub>(23cm)、O<sub>1</sub>(18cm)が得られている<sup>13)</sup>。四日市、津、鳥羽、蒲郡、篠島でも名古屋での調和定数とほぼ同一の値が得られており、M<sub>2</sub>、S<sub>2</sub>(又はK<sub>1</sub>)、K<sub>1</sub>(又はS<sub>2</sub>)、O<sub>1</sub>の順に小さくなる。潮型指数は 0.4 付近で半日周潮型に近い混合型であることがわかる。

伊良湖水道を経由した海水は、地形に沿って四日市・



湾内のCOD値は冬季に低く、夏季に高い。また底層よりも表層が高くまた変動幅も大きい。年平均・層平均的には伊勢湾全体が若干2 ppmを越え、三河湾においても中山水道より内湾部では2 ppm以上である。<sup>14)</sup>

#### 1.4.3 大阪湾<sup>17)</sup>

大阪湾は、図-1.9に示されるように、長軸約60km、短軸約30km、面積約1400 km<sup>2</sup>の楕円形をなし、南は紀淡海峡を通じて紀伊水道から太平洋に、西は明石海峡を通じて播磨灘にそれぞれ面している。湾内平均水深は約28mで、約400億トンの海水が満されている。

大阪湾に流入する主な河川は、武庫川(年平均流量11.26 m<sup>3</sup>/s)、神崎川(同66.87 m<sup>3</sup>/s)、淀川(同166.04 m<sup>3</sup>/s)、安治川(同55.34 m<sup>3</sup>/s)、木津川(同62.27 m<sup>3</sup>/s)、大和川(同25.02 m<sup>3</sup>/s)でこれらの河川はほぼ湾奥部に集中している。

降水量は1400~1600 mm/年で、月別では7月~8月に250~350 mm/月、次いで4月、10月に多い。気温は12、1、2月に5℃前後(月平均)となり、7、8月には27~29℃(月平均)となる。

風は年間を通じてN~W方向が卓越し、S~E方向は少い。風速は7、8月に5 m/s強(月平均)、1、2月に6.5 m/s程度(月平均)である。大阪湾は8~10月の台風時期にその経路となることが多く、過去50年の間にも大型台風が10回以上来襲しており、湾奥では3 m以上の最大偏差(潮位)が記録されている。

紀伊水道を北上する潮汐のM<sub>2</sub>潮成分は、一部鳴門海峡を通過して播磨灘に入るが、大部分は紀淡海峡を通過して大阪湾に入り約2時間を要して明石海峡に達し、さらに約2時間を要して同海峡を通過し播磨灘に入る。M<sub>2</sub>分潮はこれらの両海峡を通過する間に振幅を減じ、播磨灘に入る時点で紀伊水道における振幅の約1/3に減少する。S<sub>2</sub>分潮も同様の傾向を示し振幅は1/2以下となる。潮汐調和定数の振幅はM<sub>2</sub>分潮が最も卓越し、次いでK<sub>1</sub>、O<sub>1</sub>、S<sub>2</sub>の順である(大阪港でM<sub>2</sub>: 31.5 cm, S<sub>2</sub>: 17 cm, O<sub>1</sub>: 19.2 cm, K<sub>1</sub>: 26.8 cm)。潮型指数は0.75~1.0(明石海峡では2.0)の範囲にあり、日周潮成分が半日周潮成分とほぼ同じ大きさかまたはやや大きい混合型であるといえる。

漲潮時に紀伊水道から紀淡海峡を経由して大阪湾に流入するM<sub>2</sub>分潮流は70 cm/s程度の振幅をもち、淡路島寄りのみょう筋を振幅50 cm/s程度の流速で北上し、明石海峡から播磨灘に流出する。明石海峡における流速の振幅は300 cm/s以上に達する。大阪湾湾奥へはこの主流から派生した流れが地形に沿って迴流する形態をとっており、湾中央から東側では振幅30 cm/s以下、西宮・淀

川河口・大阪湾前面などの海域では振幅10 cm/s以下の微弱流となる。

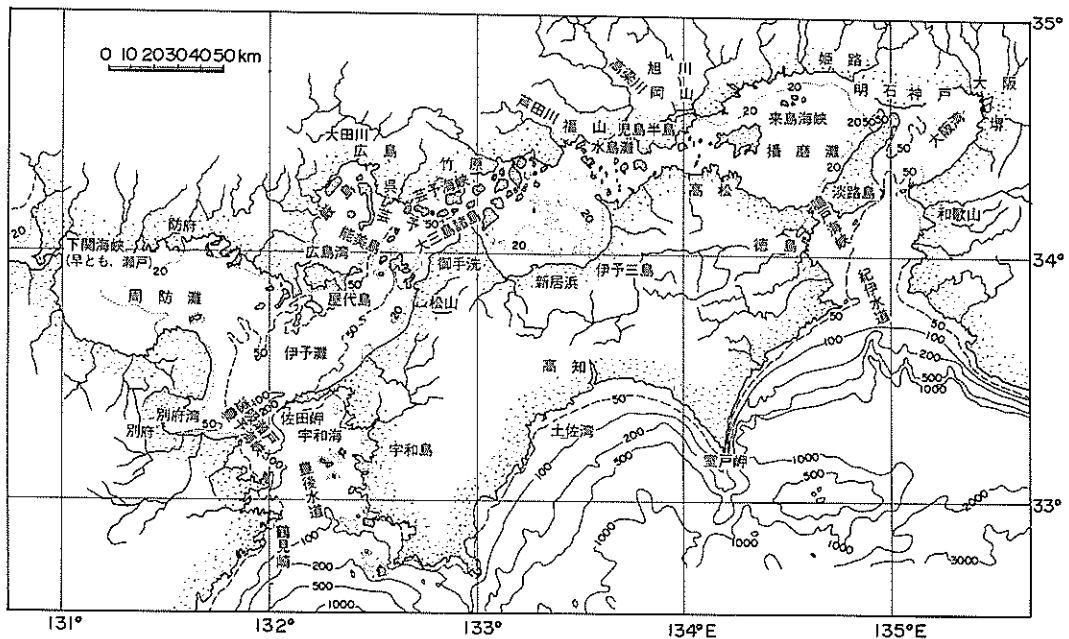
退潮時の潮流は漲潮時と逆の流向をもつ流れとなる。M<sub>2</sub>分潮の潮汐よりも約1時間の位相遅れがあり、紀淡海峡高潮後約1時間で北流最強となる。紀淡海峡と明石海峡との間には潮汐、潮流共約2時間の位相遅れがあるため、紀淡海峡の高潮前2時間(明石海峡でいえば漲潮時平均潮時前後1時間)付近では両海峡から大阪湾内に流入し、紀淡海峡の流入前2時間(明石海峡でいえば退潮時平均潮位前後1時間)付近では両海峡より流出する時間帯が出現する。S<sub>2</sub>分潮の潮位の振幅は約1/2、湾内では20~15 cm、明石海峡では10 cm程度になる。これに対しS<sub>2</sub>分潮の潮流の振幅は水深の比較的大きい淡路島寄りでは5 cm/s程度又はそれ以上となるが湾中央から湾奥東部にかけては5 cm/s以下と弱くなる。明石海峡では50 cm/s又はそれ以上になる。また潮流の潮型指数は湾奥の一部で1.0程度になる他は湾全体ではほぼ0.5、明石海峡では0.25程度となり、湾内の潮流は半日周潮型又はこれに近い混合型を示し、日周潮型に近い潮位の潮型指数とは対照的である。

大阪湾の恒流は、湾中央やや西寄りの沖の瀬を中心とする直径約10 kmの右回りの水平環流が見られ、その流速は表層で10~30 cm/sに達するかなり顕著な流れである。湾東南部では陸岸に沿った流速5~10 cm/sの南西流がある。湾奥神戸沖には上の環流に対する左回りの2次渦が見られる。淀川河口から大阪港、泉佐野にかけては河川流による南下流がみられるが流速は中・下層で3 cm/s程度以下である。明石海峡では東流、紀淡海峡では南流すなわち、海水は播磨灘から流入して紀伊水道に流出している傾向もみうけられるが両海峡部における恒流の流向はそれほど明確ではない。

大阪湾の水温は、夏季表層が約27℃で、下層はそれより約2℃低い。場所的には淡水流入の多い湾奥河口付近の水温が高く表層では28℃程度になるが、紀淡海峡の表層ではそれより2~3℃低くなる。中・下層では場所的变化が表層よりは小さく25~26℃でほぼ一様分布に近くなる。これに対し冬季は湾全体平均で10℃前後まで降下する。平面的分布は夏季の場合とは逆に湾奥沿岸部で低く、紀淡海峡で1~3℃高くなる。また鉛直的には上・下層ではほとんど変化がなくよく混合されている。

湾内の塩分分布は年間平均で表層が30~33‰、下層が32.5~33‰となっている。平面的には淡水流入が集中する湾中央で低く紀淡海峡で高くなる。季節的变化はそれほど顕著ではない。

湾内の透明度は2~10 m程度で、紀淡海峡の10 m前後



図一 1.10 瀬戸内海の地形 (数字はm)

から湾中央の西宮・淀川・大阪港・堺付近にゆくに從って2 mまたはそれ以下まで下る。湾中央から南西の海域ではほぼ5 m以上の透明度となっている。

湾内の酸素飽和度は年間平均で表層は飽和又は過飽和であるが、下層では70～90%になる。冬季は下層でも90%以上であるが、夏季には表層は過飽和、下層は60%又はそれ以下の領域が大部分を占め、20%以下の貧酸素域が出現する。

T-Nは夏季表層で紀淡海峡の $20 \mu\text{g-at/l}$  (0.3 ppm)程度から湾中央の $150 \mu\text{g-at/l}$  (2.0 ppm)程度まで急激な濃度勾配となる。冬季は表層で紀淡海峡から湾奥にかけて $20 \sim 70 \mu\text{g-at/l}$  (0.3～1.0 ppm)となっている。底層では夏季は $20 \sim 40 \mu\text{g-at/l}$  (0.3～0.5 ppm)、冬季は表層よりやや高い値が観測されている。

湾内のCODは、表層は夏季に高く、和田岬から泉佐野を結ぶ線以北では2 ppm以上になり、さらに湾奥部では4～5 ppmとなっている。冬季表層では湾奥の一部を除き1.2 ppm前後で平面的に大きな変化はない。一方下層においては、1年を通じて変化は小さく、各季節、年平均とも2 ppm以下である。

#### 1.4.4 瀬戸内海

瀬戸内海は、図一 1.10に示すように、本州、九州、四国、淡路島に囲まれ、関門、豊予、鳴門、および紀淡海峡において外海と接する東西約450 km、南北数kmから

数十kmの海域で、面積は約17000 km<sup>2</sup> (紀伊水道、豊後水道は除く)あり、内部に大小700余の島がある。平均水深は約30mで、内部には約5300億トンの海水が満たされている。

瀬戸内海は東端の大阪湾から、播磨灘、備讃瀬戸、備後灘、燧灘、安芸灘、伊予灘、周防灘の海区に分けることができる。環境庁の調査<sup>18)</sup>によると、瀬戸内海に流入する淡水は約60億トン/秒(5月)～約300億トン/秒(8月)である。

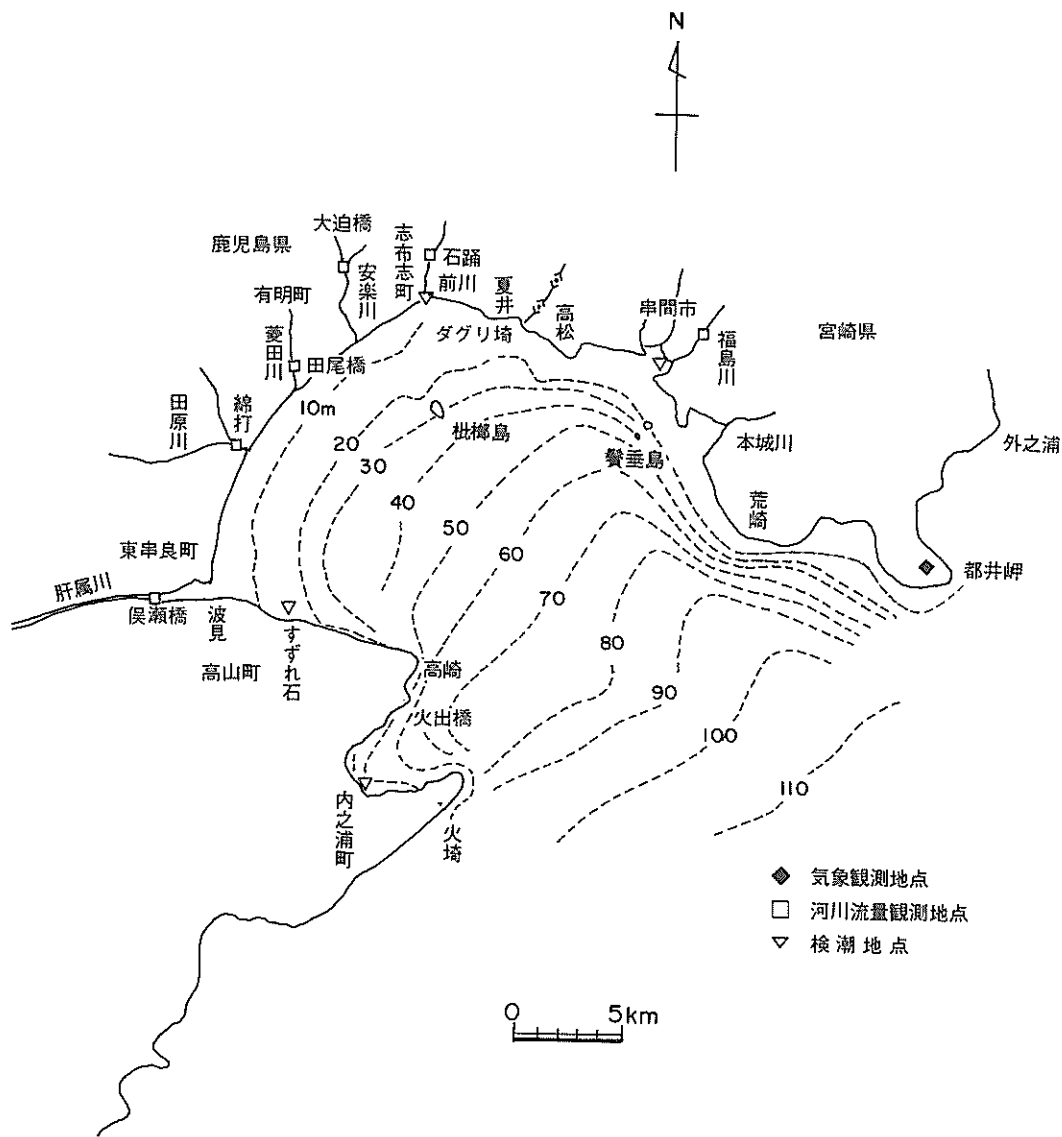
上述海区の降水量<sup>19)</sup>は、大阪湾1300 mm/年、播磨灘1200 mm/年、備後灘1200 mm/年、伊予灘1400 mm/年、周防灘1600 mm/年で、外海側の紀伊水道(1600 mm/年)や豊後水道(1700 mm/年)と同程度か又は少くなっている。

年平均気温は全海区ほぼ15～16℃で一様である。これに対し海面での年平均水温はその場の気温より2～3℃程度高い。

瀬戸内海の風は5～6 m/秒が卓越している。

岡山での日照時数は8月で261.5時間、1月で164.8時間で、夏の日照時数は、先に述べた東京湾の例よりも大きくなっている。

瀬戸内海の潮汐<sup>20)</sup>は、東からは紀淡海峡、西からは豊後水道より侵入し、備讃瀬戸付近において合会する。紀伊水道を北上したM<sub>2</sub>分潮は大阪湾に達してから明石海



図一.11 志布志湾の海底地形<sup>4)</sup>(数字はm)

峡に至って最小振幅となるがそれ以西では再び増幅して備讃瀬戸へと伝播する。潮型指数は、大阪湾、播磨灘で1.0以上を示すが、その他の海区ではほぼ0.4～0.7であり、半日周潮に近い混合型の潮汐である。

瀬戸内海に存在する島の影響で流れは阻害される。また上述海区を結ぶ海峡部の潮流は紀淡海峡：1.8 m/s、鳴門海峡：5.2 m/s、明石海峡：3.5 m/s、備讃瀬戸：1.7 m/s、来島海峡：5.1 m/s、下関海峡：4.2

m/s、豊予海域：3.0 m/s、程度であるといわれている。

瀬戸内海の恒流については西から東へ向う流れがあるといわれているが確定的な観測事実は見当たらない。

塩素量は、夏季に大阪湾湾奥で15‰領域が一部現れる以外は紀伊水道と豊後水道で外洋水の19‰近くまで連続的に変化している。冬季は鉛直混合が促進され、上・下層とも17～19‰まで変化はそれほど著しくない。



透明度は大坂湾で5m以下、備讃瀬戸で5m程度であるが伊予灘では10m程度である。

CODは内海全域ほぼ1ppmから2ppmの範囲にあり、夏季にはやや高くなって一部海域で2ppm以上となる。

NH<sub>4</sub>-Nは0.03ppmを平均として±0.02ppm程度で変動している。

PO<sub>4</sub>-Pは0.01ppm～0.02ppmの間を変動するが一時的には0.1ppmまで上昇するものも記録されている。

#### 1.4.5 志布志湾<sup>4) 21)</sup>

志布志湾は九州南東部海岸に位置し、図-1.11に示されるように、奥行約20km、平均幅約15km、湾口幅約20kmで南東部で外海に面している。水深10m以深の等深線は比較的滑らかで、火埼一都井岬を結ぶ線より内側には約200億トンの海水が満されている。

志布志湾に流入する河川は肝属川、田原川、菱田川、安楽川、前川、福島川が主なものであるが、年平均流量は肝属川の36m<sup>3</sup>/s、菱田川の18m<sup>3</sup>/s以外は極めて小さい。

降雨量は2100mm/年程度で、4～9月には200mm/月12～2月には70mm/月である。気温は夏21～26°C、冬7～10°Cで年平均は16～17°Cである。風向は冬季においてNW～Wが卓越する。

志布志湾の潮位観測結果によると、潮位調和定数の振幅はM<sub>2</sub>:56cm、S<sub>2</sub>:25cm、K<sub>1</sub>:20cm、O<sub>1</sub>:18cmで、式(1.1)の潮型指数は0.47となり日周潮と半日周潮の混合型潮汐であるといえる。

湾内の潮汐流は、上げ潮時には湾の中央から進入して後左右に分れて志布志、肝属に向い、下げ潮時には同じ経路を通過して湾中央から流出する。潮流の大きさは小さく、主要四分潮の各分潮は1～5cm/s程度である。

湾内水の主体は黒潮系の高塩分水で、春から夏にかけての加熱期には河川流入水量の増加も作用して顕著な成層が発達し中・下層で内部波の発達がみられるが、秋から冬にかけての冷却期には河川流入水量の減少と季節風のために、表層の高塩分水は消滅する。

志布志湾の海水の流れは上述のような潮汐や河川水、日照による流れの他に、外海の黒潮(流速最大1.5ノット(0.75m/s))を強く受けている。鹿児島県が50年、51年に実施した四季にわたる湾内外31測点15昼夜観測の結果によると日平均流はほぼ6つのパターンに分類され、年間通じてこれらの各パターンが確認されている。

海面下、5、20、50m層におけるベルゲン型流速計による定点流速観測値からオイラー相関を用いて求めた水

平拡散係数は湾内で10<sup>5</sup>～10<sup>6</sup>cm<sup>2</sup>/sとなっている。

湾内水温は28°C(8月)～17°C(3月)、塩分は33.5%

(表層、7、8、9月)～34.8%(2、3月)である。

河川水の水質に対する影響は常時は海岸から1～2kmまでの領域に限られる。透明度は4m(夏)～26m(冬)である。T-Nは0.01～0.34ppm、T-Pは0.002～0.07ppm、COD(化学的酸素要求量)は一部地域の夏季を除いて2ppm以下である。DO(溶存酸素量)は全域ほぼ飽和または過飽和であり、貧酸素領域や特に有機汚染の著しい領域はみられない。

#### 1.5 結 言

以上、1.において、日本近海を流れる海流の特性、成因からみた種々の流れ、および我国の代表的な海域の気象と海象について述べた。これらの内容を要約すると次のとおりである。

- i) 海水の流れには、一定方向に流れる比較的定常的な海流(恒流)と、一定の周期でもって周期的に変化する潮汐流とがある。
- ii) 日本近海を流れる海流は、黒潮、親潮、および対島海流が顕著である。
- iii) 海流は一定の方向と大きさをもつ海水の流れであるが厳密には定常的でなく、季節的又は長い年月の間に少しづつ流軸が変化し、この変化が内湾の流れに影響を及ぼしている。
- iv) 海流の成因で最も重要なものは風による吹送流である。沿岸近くでは傾斜流、補流、湧昇流、沈降流などがある。
- v) 沿岸海域の潮汐及び潮流は約半日又は約1日の周期をもつものが卓越する。潮型指数によって日周潮成分が半日周潮成分に比べてどの程度日周潮成分が卓越するかを表わすことができる。
- vi) 潮流は一般に大潮期に大きく小潮期に小さいが、場所的には、潮流の大きさと潮汐の大きさは必ずしも対応しない。
- vii) わが国の主な内湾、内海(東京湾、伊勢、三河湾、大阪湾、瀬戸内海、志布志湾)では固有の気象・海象の特性がみとめられる。

#### 参考文献

- 1) 日高孝次: 海流, 岩波全書 182, 1955, p.42
- 2) 同 上, p.48
- 3) 同 上, p.49
- 4) 志布志湾海域環境調査報告書—昭和50・51年度—, 三洋水路測量株式会社, 昭和52年3月
- 5) Ekman, V.W., On the influence of the earth's rotation on ocean currents, Arkiv. f. Matem.,

- Astr. O. Fysik (Stockholm), 2, 11, 1905
- 6) Sverdrup, H.U., Martin W. Johnson, and Richard H. Fleming, The oceans, their physics, chemistry and general biology, Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, Inc., 1942.
  - 7) 第二港湾建設局横浜調査設計事務所：東京湾の水域環境，昭和49年3月
  - 8) 山田紀男：東京湾の潮流，水路要報91号，1971年
  - 9) 松本輝寿・金子安雄・寺尾健・川島毅：海水交流に関する現地観測，第21回海岸工学講演会論文集〔1974〕，昭和49年11月，pp 291-296
  - 10) 堀江毅・村上和男・亀山豊・入尾野幸雄：東京湾の海水交換に関する水理模型実験，港湾技術研究所報告，第16巻，第3号，1977. 3.
  - 11) 運輸省第五港湾建設局設計室：伊勢湾水理模型実験場報告，No. 5. May 1975.
  - 12) 運輸省第五港湾建設局：風と潮汐の調査報告書，名古屋港ロボット気象観測塔，昭和37年4月～昭和43年12月，昭和44年3月
  - 13) 中野猿人：潮汐学，複刻版，生産技術センター，1975
  - 14) 運輸省第五港湾建設局：伊勢湾海域部総合利用計画策定のための基礎調査報告書(I)，昭和53年3月
  - 15) 運輸省第五港湾建設局設計室：伊勢湾水理模型実験場報告，No. 6, Nov. 1975.
  - 16) 芙蓉情報センター：水質に係る環境影響評価手法向上化に関する調査研究報告書，昭和51年3月
  - 17) 運輸省第三港湾建設局関西国際空港調査室：大阪湾南部海岸性状調査報告書（昭和53年度報告書），昭和54年8月
  - 18) 環境庁水質保全局：瀬戸内海水質汚濁シミュレーション報告書，昭和49年3月.
  - 19) 速水頌一郎・宇野木早苗：瀬戸内海における海水の交流と物質の拡散，第17回海岸工学講演会論文集〔1970〕，昭和45年11月，pp 385-393.
  - 20) 宇野木早苗：瀬戸内海の海洋物理，海洋科学，SYMPOSIUM-30, VOL. 4, No. 4, 1972, pp15-22
  - 21) 志布志湾海況調査委員会：志布志湾海況調査報告書，鹿児島県，昭和45年3月.
  - 22) 4) と同じ。

## 2. 流れと物質拡散の数値モデル

### 2.1 数値モデルの特徴と位置づけ

潮汐、地衡力、重力、温度、海水密度、河川水流入、風、地形、その他の要因によって生ずる海水の流れ及びその流れによる物質の拡散は一般に極めて複雑であり、これらを解析的に求めることは困難である。これは流体の運動を記述する方程式が非線型である上に、境界条件、初期条件が複雑であることに起因している。二三の特定の問題については、非線型項の省略、近似化等を行って線型化し現実の流れや拡散が解かれているが、一般の複雑な条件の下で、解を得ることはできない。このような状況の下で、一方では、実際の現象を縮小した水理模型実験による解析方法が、また他方では、適当な数値モデルを組み立てて解析する方法がとられる。水理模型実験では、現象の制御や単純化により解析を容易にすることができ、野外調査よりも容易安価で有効な手段であるが、縮小による相似律の問題や、実験施設、設備、実験材料、時間、労力、計測などから制約を受ける。特に、沿岸海域の流れや物質拡散のように比較的広領域を対象とする場合はこの制約が強い。

一方、数値モデルによる計算は、近年の高速度電子計算機の発達によって驚くべき速度で行えるようになり、数値解法の技術も飛躍的な進歩を遂げた。しかし、数値計算を行うためには、取扱う現象を記述する方程式が前もって決定されている必要がある。すなわち、数値モデルによる計算はあらかじめ与えられた方程式に対する解を得ることに威力を発揮するものである。得られた解が実現象をどの程度忠実に再現しているかは、これらの式や条件いかに依存している。現実には、数値モデルの不備や計算機の性能からの制約があり、今後の課題として残されている問題点は少くないが、数値計算に際して対象領域の水理特性、数値モデルの特徴、境界条件の妥当性などを十分検討した上で行えば、現象予測に対する有力な手段となる。

港湾の水理に関連した予測としては、波浪推算、港内静穏度、潮流、物質拡散、高潮、津波、漂砂、および地形変形に関するものが多く、これらの項目をまとめると表-2.1 のようになる。この中には、波浪推算や高潮のように、水理模型実験が事実上不可能で数値モデルや図式解法によらねばならないものがある。また、漂砂や地形変形のように、現状では明らかに水理模型実験の方が有利な場合もある。港内静穏度、津波、潮流及び物質拡散

表-2.1 港湾水理に関するシミュレーションモデル

	水理モデル	数値モデル	図式(数式)解法
波浪推算		有義波法 スペクトル法	ウィルソンの図式解法 坂本・井島の図式解法 Walden の図式解法 その他
港内 静穏度	遮蔽実験 {規則波実験 不規則波実験	数値波動解析法 グリーン関数法 回折応用計算法	回折図法 折返し回折法
流れと 物質拡散	潮流拡散平面 模型実験	流れのモデル(単層,多層,三次元) 拡散モデル(有機物,塩分,浮遊物,熱,油,ほか)	
高潮		力学モデル(流れのモデルに類似)	経験式
津波	断面模型実験 平面模型実験	力学モデル	
漂砂及び 地形変形	移動床模型実験	海浜断面変化モデル 汀線変化モデル 海空地形変化モデル 海浜流モデル	

表一 2.2 水理模型と数値モデルの特徴

	水 理 模 型	数 値 モ デ ル
縮 尺	模型縮尺および歪(一般には)を有し, 相似律の問題が生ずる。	原型, 歪なし
モ デ ル	三次元的であるが歪効果を考慮する必要がある。	二次元単層としての扱いが多く, 二次元多層または三次元的な取扱いもできる。
地 形 表 現	比較的忠実にできる。	差分法… 格子分割のため細部の表現は無理 有限要素法… 比較的自由的な地形表現可能
潮 汐	境界で位相差をつけたり, 複雑な任意波を与えることは困難であり, また設備を要する。	関数または観測データから比較的容易に与えられる。
河 川 流	容易	それ程困難でない。
コ リ オ リ カ	再現は特殊な設備を要し容易でない。多くの場合無視される。	容易
底 面 摩 擦 係 数	パイプ, ブロック, 銅板その他等によって調整するが時間, 労力を要する。	数値的に変更することは容易であるが実態が不明確
境界での水及び物質の交換	有限領域のため特殊な装置・工夫を要する。	任意に操作できる。
計測および再帰性	計測器の性能, 測定技術, 外的条件(温度, 風, 他)等の変化による影響を受けやすい。	ライプリンター, 図化機の活用によりデータの整理が容易になる。同一入力に対しては同一結果が出る。
ト レ ー サ ー	非保存系物質の取扱いは困難である。	非保存系物質についても取扱い可能であるが諸係数が不明確。

等の問題に関しては水理模型実験と数値モデルの双方が用いられるが, 何れによるかは取扱いの対象, 施設, 時間, 労力, 経費など種々の角度から検討の上決定される。流れや物質拡散に関する解析を念頭において水理模型実験と数値モデルとを対比すると表一 2.2 のようになる。

## 2.2 流れを表わす基本式

流体の運動を表わす基本式は, ラグランジュ的に流体粒子の運動で記述する方法と, オイラー的に空間の固定点における流体の条件およびこの点における流体の時間変化量で記述する方法とがある。本節以下では主として後者のオイラー的な記述方式に従って議論を進める。

いま, ある海域中で平均海面上の一点を原点とし,  $x, y$  両軸を平均海面上に,  $z$  軸を鉛直上方にとった直交直線座標系を図一 2.1 のように定義する。水中の任意の一点  $(x, y, z)$  における微小六面体  $(\Delta x \times \Delta y \times \Delta z)$ , 六面体である必然性はないが) の質量収支から流体の連続性を表わす関係式が得られる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

ここに,  $\rho$ : 海水密度  $u, v, w$ :  $x, y, z$  方向の流速,  $t$ : 時間である。

式 (2.1) において

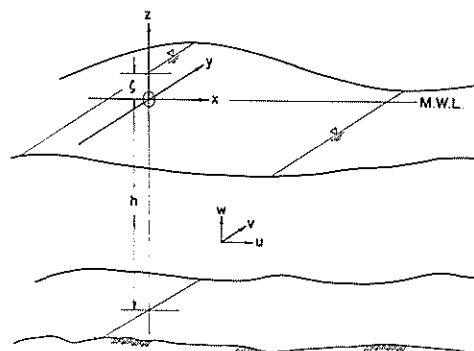
$$\rho(t, x, y, z) = \text{一定} \quad (2.2)$$

とすると,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.3)$$

となる。

一方, 上述の微小六面体に対して物体の運動に関するニュートンの第二法則を適用することにより,  $x, y, z$  方向の運動はそれぞれ次のように表わされる。



図一 2.1 座標系

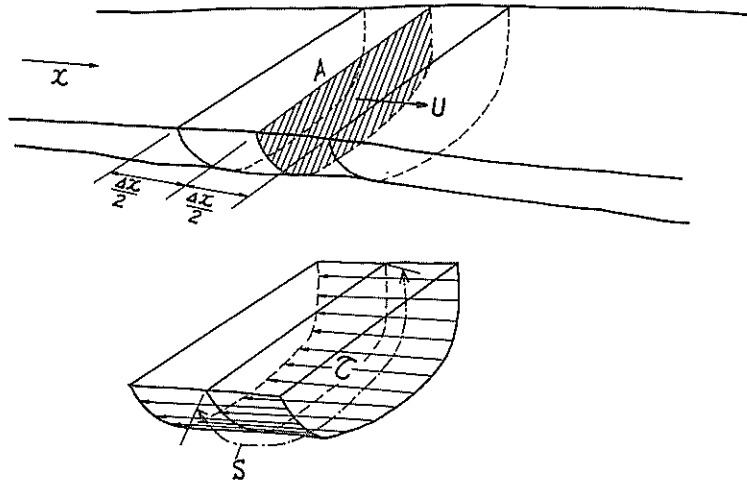


図-2.2 一次元モデルの座標系

x 方向:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ = f v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (2.4)$$

y 方向:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \\ = -f u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (2.5)$$

z 方向:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \\ = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

ここに、 $f$ : コリオリ係数 ( $= 2\omega \sin \varphi$ ,  $\omega$ : 地球自転の角速度,  $\varphi$ : 緯度),  $p$ : 静水圧,  $\nu$ : 海水の動粘性係数,  $g$ : 重力加速度, である。

潮汐流などの長周期波の流れを対象にする場合には, 式 (2.6) における  $\partial w / \partial t$ ,  $\partial^2 w / \partial x^2$ ,  $\partial^2 w / \partial y^2$ , など鉛直流  $w$  に関する項は重力加速度  $g$  および圧力項  $\partial p / \partial z$  に対して無視し, また動粘性係数  $\nu$  を水平成分  $\nu_h$  と鉛直成分  $\nu_v$  とに別けると次のように表わすことができる。すなわち,

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ = f v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_h \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \nu_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \\ = -f u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_h \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \nu_v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$0 = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.9)$$

となる。

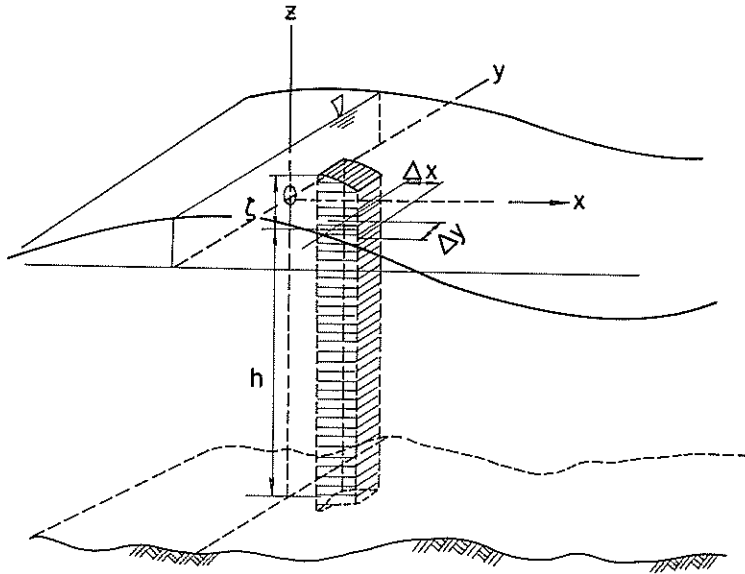
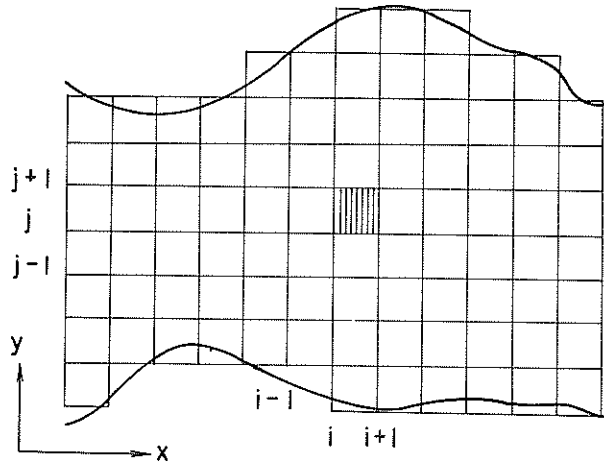
以上, 連続方程式 (2.3), 運動方程式 (2.7), (2.8), および (2.9) が流体の運動を表わす基本方程式となる。

### 2.3 物質拡散を表わす基本式

拡散物質の単位体積当りの質量を  $c$  とすれば, 速度成分  $u, v, w$  の流れ場における微小六面体 ( $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$ ) 内に出入する量の単位時間当りの収支は, その中の拡散物質の増加に等しいことから, 流体の連続性を表わす基本方程式の誘導と同様にしてつぎの関係式が得られる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial (uc)}{\partial x} + \frac{\partial (vc)}{\partial y} + \frac{\partial (wc)}{\partial z} = 0 \quad (2.10)$$

式 (2.10) に対し, 連続運動による乱流拡散過程で, 乱流場における平均量と変動量とを用いて表わし, さらに, Fick の法則に準じて乱流拡散係数  $D_x, D_y, D_z$  を導入



図一2.3 二次元モデルの座標系

すると、つぎの拡散基本式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial(uc)}{\partial x} + \frac{\partial(vc)}{\partial y} + \frac{\partial(wc)}{\partial z} \\ = \frac{\partial}{\partial x} (D_x \frac{\partial c}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (D_y \frac{\partial c}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (D_z \frac{\partial c}{\partial z}) \end{aligned} \quad (2.11)$$

ここに、 $D_x, D_y, D_z$ :  $x, y, z$  方向の乱流拡散係数である。

## 2.4 流れの数値モデルの分類<sup>7)</sup>

流れを表わす基本式(2.7)～(2.9)をもとにして種々の数値モデルが組立てられる。これらのモデルは、空間的な取扱いの相異、微分方程式の離散化手法の相異、スキームの取り方の相異などにより分類することができる。

### 2.4.1 空間的な取扱いの相異による分類

流れの数値モデルは空間的な取扱いの相異から、一次元モデル、二次元モデル、および三次元モデルに大別

できる。

(1) 一次元モデル

最も簡単なモデルであり、河川、狭水道、運河、または内湾などで流れや水質が一次元的分布とみなせる領域に対して適用できる(図-2.2)。流れを表わす運動方程式および連続式はたとえば次の形で示される。

$$\frac{\partial(AU)}{\partial t} + \frac{\partial(AU^2)}{\partial x} = -gA \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\tau S}{\rho} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial(AU)}{\partial x} = 0 \quad (2.13)$$

ここに、 $A$ ：断面積、 $U$ ：断面平均流速、 $\zeta$ ：平均水面よりの水位、 $g$ ：重力加速度、 $\tau$ ：底面および側面の応力、 $S$ ：潤辺長、 $\rho$ ：海水密度、 $t$ 、 $x$ ：時間、空間を表わすパラメーターである。

このモデルにおいては、水深方向にも幅方向にも平均化された断面平均流速 $U(x, t)$ と、水位 $\zeta(x, t)$ のみが求められる。

(2) 二次元モデル

海域の流れや水質予測に対して最も一般的に用いられているのは二次元単層モデルである(図-2.3)。このモデルは流れを表わす運動方程式および連続式はたとえば次の形で示される。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = F_x \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = F_y \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(\zeta+h)U] + \frac{\partial}{\partial y} [(\zeta+h)V] = 0 \quad (2.16)$$

ここに、 $\langle U, V \rangle$ ：海底から海面まで深さ方向に平均して求められた水平流速成分、 $\zeta$ ：平均水面からの水位、 $F_x, F_y$ ：コリオリ力、圧力、海底摩擦、水平渦動粘性に基づく $x, y$ 方向の外力等である。

このように二次元単層モデルでは水深方向に平均化された水平流速成分 $U(x, y, t), V(x, y, t)$ 、および水位 $\zeta(x, y, t)$ を求めることができ、海洋、内湾、湖沼などあらゆる領域の水平二次元流れの計算に適用できる。

本モデルは後述のモデルに較べて未知変数が少く取扱いが容易である。高潮の推算のように流れよりも水位の再現に重点をおく場合や、流れの平面的なパターンを調べる場合に都合がよい。多くの数値モデルはこの二次元単層モデルを基礎にして開発されている。

このように二次元単層モデルでは深さ方向に平均した断面流速を取扱うのに対し、温度密度流、夏場の成層形

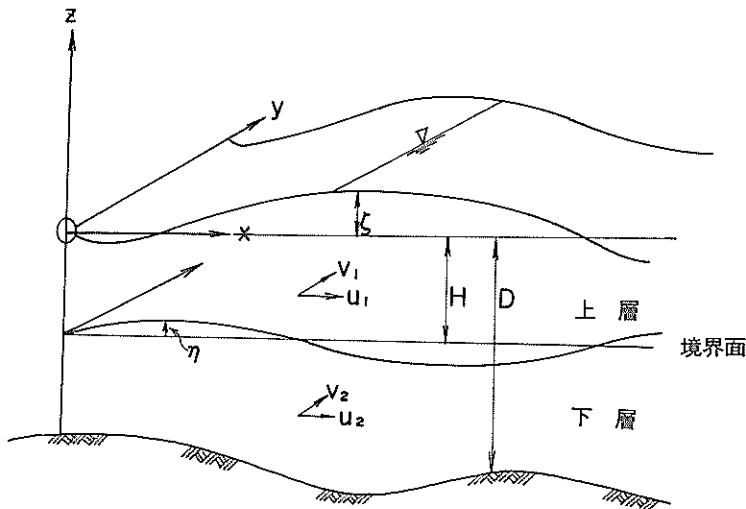


図-2.4 二次元二層モデルの座標系



成時の流れ、吹送流などのように海底から海面まで一様流速としての取扱いは表現し得ないものには水平流の鉛直分布が計算できる多層モデルを組立てる。このモデルでは、深さ方向にいくつかの層を考え、この層間毎に水深方向に積分して得られる層毎の水平流  $u, v$  を求める。このうち最も簡単なモデルは、上下2層に分けた二次元二層モデルで、上層と下層に対しつぎの運動方程式および連続式を組立てる (図-2.4)。

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} = F_{x1} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} = F_{y1} \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} = F_{x2} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} = F_{y2} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [u_1 D_1 + u_2 D_2] + \frac{\partial}{\partial y} [v_1 D_1 + v_2 D_2] = 0 \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [u_2 D_2] + \frac{\partial}{\partial y} [v_2 D_2] = 0 \quad (2.22)$$

ここに、 $u, v$ : 水平流速成分、 $F_x, F_y$ : コリオリ力、圧力、上下層間の摩擦、水平渦動粘性等による外力、 $D$ : 平均水深、 $H$ : 上層の平均厚さ、 $\zeta$ : 平均海面よりの海面の高さ、 $\eta$ : 上下層間の境界面の平均位置よりの高さ、 $D_1, D_2$ : 上層および下層の厚さである (図-2.4 参照)。

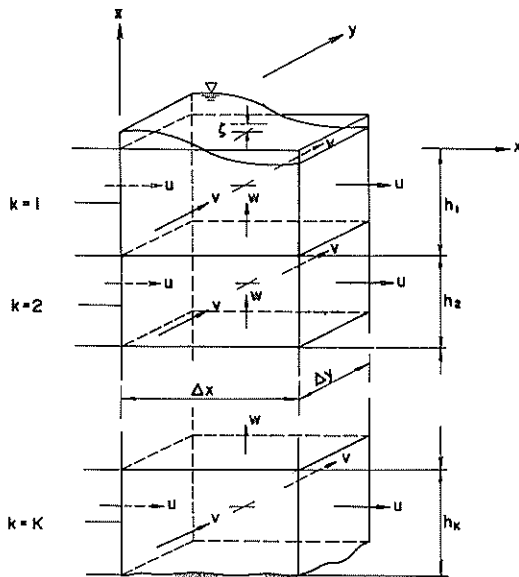


図-2.5 三次元モデルの座標系

また添字 1 および 2 はそれぞれ上層および下層の値であることを示す。

このように二次元二層モデルでは、各層での水平流速と海面および内部境界面の高さを計算する。二層モデルの適用に際しては上下層の密度差  $\Delta\rho$  や内部境界面摩擦係数  $r_i^2$  などを決定しなければならないがそれらの値は明確でない。また水深が浅いところや急変するところでは内部波の振幅が上層厚を越えて大きくなるといった不合理を生ずることがある。

### (3) 三次元モデル

単層モデル、多層モデルはいずれも水平流速のみに着目して鉛直流速は計算しないが、構造物や複雑な地形・海底地形などの周辺の流れ、水温、塩分、風などによる鉛直循環流、上下層間の物質移動などを問題にする場合には鉛直流の計算ができるモデルを考える必要がある。三次元モデルは、水平方向と同様に鉛直的にも幾層かに空間分割 (差分法の場合は格子分割) し、鉛直流速  $w$  についても計算できるようにしたものである。各点各層の水平流速  $u_k, v_k$ , 鉛直流速  $w_{k-\frac{1}{2}}$ , および各点の水位  $\zeta$  はつぎのような式をもとにして計算される (図-2.5 参照)。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\sum_k h_k u_k) + \frac{\partial}{\partial y} (\sum_k h_k v_k) = 0 \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial u_k}{\partial t} + \frac{\partial (u_k^2)}{\partial x} + \frac{\partial (u_k v_k)}{\partial y} + \frac{1}{h_k} [u w]_{k+\frac{1}{2}}^{k-\frac{1}{2}} = F_{xk} \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial v_k}{\partial t} + \frac{\partial (u_k v_k)}{\partial x} + \frac{\partial (v_k^2)}{\partial y} + \frac{1}{h_k} [v w]_{k+\frac{1}{2}}^{k-\frac{1}{2}} = F_{yk} \quad (2.25)$$

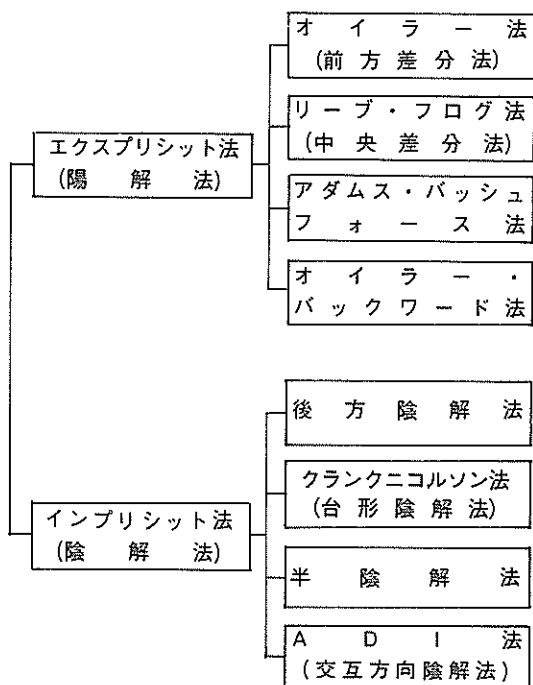
$$w_{k-\frac{1}{2}} = w_{k+\frac{1}{2}} - h_k \frac{\partial u_k}{\partial x} - h_k \frac{\partial v_k}{\partial y} \quad (2.26)$$

ここに、 $u_k, v_k$ : 第  $k$  層の水平流速成分、 $w_{k-\frac{1}{2}}$ : 第  $k$  層から第  $(k-1)$  層への鉛直流速、 $h_k$ : 第  $k$  層の層厚、 $F_{xk}, F_{yk}$ : 第  $k$  層における  $x$  および  $y$  方向の外力である。

このように、三次元モデルでは各点各層において水平流速および鉛直流速  $w$  を計算するもので現実の流れに近いものが再現できると期待されるが、計算しなければならない未知数の個数が他のモデルに比して多く、それだけ演算時間も増大する。また境界の取扱いや層間の摩擦応力の見積りも複雑になってくる。式 (2.23) ~ (2.26) を用いて計算するに当たり、海水密度  $\rho$  を一定とする場合<sup>2)</sup>と、水温、塩分などによる密度変化を導入する場合<sup>3), 4)</sup>がある。

#### 2.4.2 基本式の離散化手法の相異による分類

式 (2.3), (2.7), (2.8), および (2.9) の偏微分方程式で表わされる連続量を計算式に変換するため種



図一2.6 差分スキームの種類

々の離散化が行われている。

### (1) 差分法

差分法は、これらの中でも最も一般的なものである。この方法は、基本式(2.3), (2.7), (2.8)および(2.9)で表わされる偏微分をテイラー展開の一次近似(稀に一次以上をとる)をとって表わし、格子(正方形が大部分で、長方形は稀)の特定点で定義された変数により微分商を差分商に置換して格子単位に計算を進めてゆく。

### (2) 有限要素法

最近構造解析の分野から発展した有限要素法による解法が流れや拡散の解析にも応用されるようになっている<sup>5)</sup>。

有限要素法は、もとの基本式を境界条件式も含めて積分方程式の形で表わしその停留条件を満足する関数を解析する手法で、物理的エネルギー最小原理の数学的変換によって解くものである。領域を任意形状の三角形(又は四辺形)に分割して計算できるため、差分法の場合に較べて地形の表現や境界条件の表現は容易であるが、計算機の大容量記憶と多くの計算時間を要する。

### (3) MAC法 (Marker and Cell)

この解法は、上述の差分法に依存しながらも、流体粒子の移動、自由表面の位置、境界層(面)の位置などを示す標識又は追跡子(マーカー)を用いて計算するもの

である。マーカーには、密度変化や圧力変化をもたらす「物性マーカー」と、これらの変化とは関係なく単なるトレーサーとして用いる「位置マーカー」とがある。MAC法によって、逆転密度層の破壊混合過程、波の伝播過程、開水路流れの角柱のまわりの自由表面の問題などが解かれている(後述5.2参照)。

### (4) モンテカルロ法

上述(1)~(3)が偏微分方程式に基づいて解法を展開しているのに対し、モンテカルロ法は、現象の相関あるいは統計的規則性の仮定を取入れることにより偏微分方程式を介することなく解く方法である。この方法は、現象が複雑であって微分方程式の表示が困難である場合か、確率性が強く微分方程式表示による決定論的な解法が適切でない場合に適用される。不規則波の解析や、流れによる土砂粒子の拡散、乱流拡散に対してはモンテカルロ法による解析が好都合の場合もある(後述5.3参照)。

### 2.4.3 スキームの相異による分類

基本式の偏微分方程式中の各変数を時間および空間に対して離散化するに当り各種の手法が開発されている。その主なものをあげると図一2.6のようである。いま流れの基本式が一般形で次のように表わされるとする。

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \phi(F) \quad (2.27)$$

ここに、 $F$ は $u, v, \zeta$ などを表わす代表変数、 $\phi$ は $\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial^2/\partial x^2, \partial^2/\partial y^2, u, v, w$ などにより決る関数である。

陽解法(エクスプリシット法)では、未知の変数が既知の変数で表わされるのに対し、陰解法(インプリシット法)では未知の変数を求める式中に未知の変数を含めて表わされる点異なる。式(2.27)においてこの関係を差分法について示すとつぎのようになる。

$$\text{陽解法 (エクスプリシット法)} : \frac{F^{(n+1)} - F^{(n)}}{\Delta t} = \phi^{(n)} \quad (2.28)$$

$$\text{陰解法 (インプリシット法)} : \frac{F^{(n+1)} - F^{(n)}}{\Delta t} = \phi^{(n+1)} \quad (2.29)$$

ここに、添字 $n, n+1$ は時間レベルを、 $\phi^{(n)}$ および $\phi^{(n+1)}$ は $\phi(F^{(n)})$ および $\phi(F^{(n+1)})$ をそれぞれ表わす。

前者は1ステップの計算で未知の変数が求められるのに対し、後者は一般には行列式を繰返し計算等で解く必要がある。陽解法に対しては計算を安定に導くための条件(フォン・ノイマンの安定条件<sup>6)</sup>)から時間ステップ $\Delta t$ はある値以下にとらなければならないが、陰解法には安

定性の条件から導かれる  $\Delta t$  の制約はない。

以下図—2.6 に示した各法について、式 (2.27) により簡単に記述する。

(1) 陽解法 (エクспリット法)

a) オイラー法 (前方差分法)

$$F^{(n+1)} - F^{(n)} = \Delta t \cdot \phi^{(n)} \quad (2.30)$$

すなわち右辺は全てエクспリットで表わされる。誤差は  $\Delta t$  のオーダーである。この方法は拡散計算に用いられるが、流れの計算では摩擦項や水平混合項に適用される。

b) リープ・フロッグ法 (中央差分法)

$$F^{(n+1)} - F^{(n-1)} = 2\Delta t \phi^{(n)} \quad (2.31)$$

流れの計算では最も多用されている方法の一つであり、誤差は  $(\Delta t)^2$  のオーダーで精度はよい。この方法は、 $(n+1)$ 、 $(n)$ 、 $(n-1)$  の3つのタイムレベルの値を用いる。従来行われてきた潮流計算の大多数はこの方法に依っている。

c) アダムス・バッシュフォース法

$$F^{(n+1)} - F^{(n)} = \Delta t \left( \frac{3}{2} \phi^{(n)} - \frac{1}{2} \phi^{(n-1)} \right) \quad (2.32)$$

右辺は  $\phi^{(n)}$  と  $\phi^{(n-1)}$  を使って  $\phi^{(n+1/2)}$  を外挿したことと相当する。誤差は  $(\Delta t)^2$  のオーダーである。

d) オイラー・バックワード法

$$F^{(n+1)*} - F^{(n)} = \Delta t \cdot \phi^{(n)} \quad (2.33)$$

$$F^{(n+1)} - F^{(n)*} = \Delta t \cdot \phi^{(n)*} \quad (2.34)$$

式 (2.33) の  $F^{(n+1)*}$  は a) のオイラー法で得られる。 $F^{(n+1)}$  は後述の後方陰解法によって得られるが、ここではインプリットになっていないことがわかる。この方法はさらに繰返して計算することもできる。誤差は  $\Delta t$  のオーダーである。

計算上の振動を除去するため、一定ステップ毎に本法を適用することがある。

(2) 陰解法 (インプリット法)

a) 後方陰解法

$$F^{(n+1)} - F^{(n)} = \Delta t \cdot \phi^{(n+1)} \quad (2.35)$$

右辺の  $\phi^{(n+1)}$  を計算するためには  $F^{(n+1)}$  を必要とする。誤差は  $\Delta t$  のオーダーである。

b) クランク・ニコルソン法 (台形陰解法)

$$F^{(n+1)} - F^{(n)} = \Delta t \cdot \frac{\phi^{(n+1)} + \phi^{(n)}}{2} \quad (2.36)$$

上述のオイラー法と後方陰解法とを組合わせて  $\phi^{(n+1)}$  と  $\phi^{(n)}$  とを均等に使う。誤差は  $(\Delta t)^2$  のオーダーである。

c) 半陰解法

$$F^{(n+1)} - F^{(n)} = \Delta t \{ \alpha \phi^{(n)} + \beta \phi^{(n+1)} \} \quad (2.37)$$

ただし、 $\alpha + \beta = 1$

すなわち、右辺の一部の項をインプリット、他の項をエクспリットで表わす。

d) ADI法 (交互方向陰解法)

$$F^{(n+1)} - F^{(n)} = \Delta t \{ \phi_1^{(n+1)} + \phi_2^{(n)} \} \quad (2.38)$$

$$F^{(n+2)} - F^{(n+1)} = \Delta t \{ \phi_1^{(n+1)} + \phi_2^{(n+2)} \} \quad (2.39)$$

c) をさらに改良して右辺の  $\phi_1$  と  $\phi_2$  のインプリットとエクспリットとの表現をステップ毎に交互に変換して行うものである。Leendertse, J.J. により潮流計算にも応用されるようになった。計算の安定性や演算速度の点で優れている。

以上 (1)、(2) で述べた各スキームは流れや物質拡散のモデルにおいて単独で用いられることは少く実際はこれらのスキームのいくつかが組合せて用いられる。これら各スキームの特徴、精度、および安定性の詳細は3において取扱う。

#### 2.4.4 対象となる流れからみたモデル

対象とする流れおよび計算の目的の相異から流れのモデルを表—2.3のように分類することができる。

海洋循環流の計算は、海流又は気象の長期予報の目的で行われる。計算対象領域は地球規模的になることはいうまでもない。海流の主因は、地球自転によるコリオリ力、風、温度、塩分等による海流の密度変化、等である。大低のモデルは二次元であるが、対象範囲が広くなれば流れの場を球面として扱う場合もある。

吹送流の主因は風である。水平流分布だけでなく鉛直面内での流速分布もしばしば重要になる。この場合にはモデルは三次元となる。

密度流は、水温や塩分の変化による海水密度の不均一な分布から生ずるもので、海水の水平および鉛直循環、河口付近での塩水くさび、温水拡散などと関係が深い。密度流は水深が浅くて淡水流入のある内湾で発達しやすい。鉛直流や塩水くさびを取扱う場合には三次元モデルでなければ再現できない。

漂砂や海岸侵食・堆積に関係する沿岸流や離岸流は波の過剰エネルギーによる海浜流として解析される。海浜流は大低の場合二次元モデルにより計算することができる。

表—2.3 流れのモデルの種類と特徴

流れのモデル	適用	領域	要因と必要データ	数値モデルの種類	特徴・問題点
海洋循環流	海洋の計算 気象の長期予報	外洋	コリオリ力, 水温, 塩分, 風	二次元単層モデル レイヤーモデル レベルモデル	領域が大きくなれば 球面座標となる。
吹送流	吹送流, 油拡散 の計算・予測	外洋 内湾部 沿岸部 (上昇流 下降流)	風	同上	風向, 風速, 継続時間 の与え方, 抵抗係数の 評価等が難しい。
潮汐流	潮流, 高潮, 物質 拡散の予測	外洋 内湾	潮汐	同上	4.にて詳述
密度流	内湾循環流, 塩水楔 の計算	河口部 内湾	水温, 塩分 河川水	レイヤーモデル レベルモデル	組込むべきパラメー ターが多い。
海浜流	沿岸流・離岸流, 露砂, 海岸変形 の計算	沿岸 (砕波帯近傍)	波 ラジエーション応力	二次元単層モデル	波高分布を別途計算 又は与える必要があ る。
(高潮)	高潮の予測	台風経路 沿岸部	台風(風, 気圧降下) 境界偏差値, 潮汐	同上	風, 気圧, 境界偏差値 などの精度が落ちる。
(津波)	津波の予測	沿岸部	地震, 境界水位	同上	海底露出, 其上, 津波 発生波の取扱いが難 しい。

潮流(潮汐流), 高潮, および津波はそれぞれ潮汐, 台風, および地震を主因とする長周期の波動である。

潮汐流の予測についてはこれまで二次元モデルによるものが多かったが近年では種々の要請から多層モデルまたは三次元モデルにより計算する必要性も生じてきている。

高潮計算では, 最大潮位とその発生時刻を予測することが主目的であることから二次元単層モデルで十分である。気象条件(台風の径路・規模, 気圧傾度, 境界偏差値など)の不明確さあるいは観測値の信頼性の問題が計算結果に及ぼす影響は大きい。

津波計算ではこれまで二次元単層モデルにより行われてきたが, 海岸域での海底露出や遡上を再現するためには三次元モデルも考えなければならぬ。海底露出や遡上に対するモデル開発も進められているがまだ実用には至っていない。さらに地震発生点の波形や発達段階での波形の取扱い方についても未解明な点が多い。

## 2.5 物質拡散の数値モデルの分類

物質拡散の数値計算は多くの場合流れの計算と併行して行われるため, 2.4.1~2.4.3 で述べた流れのモデルに対応する物質拡散のモデルがあると考えるとよい。そこ

でこれらの分類に加えて(一部重複するが), 物質拡散モデルを次のように分類することができる。

### 2.5.1. 空間的な取扱いの相異による分類

流れの場合と同様, 一次元モデル, 二次元単層モデル, 同多層モデル, および三次元モデル等がある。これまでは二次元単層モデルにより計算した例が多い。しかし, 夏場の成層時の拡散や, 有光層・無光層を考慮したプランクトンによる内部生産, 有機物・無機物の溶出・分解などを考慮した水質予測等を考える場合には二層もしくは多層モデルを, また, 湧昇流・下降流・吹送流など鉛直循環を考慮した水質予測等を考える場合には三次元モデルとなる。必要以上に多層化しても境界条件や未知パラメータの個数が増加して必ずしも精度の高い結果が得られるとは限らない。通常の現地観測から得られるデータの精度・水準からすれば2層程度が適当である。

### 2.5.2. 非定常解モデルと定常解モデル

非定常解モデルは拡散物質の分散過程を時間的に追跡するもので, 拡散物質負荷開始後から拡散雲の形状, 面積, 速度等の変化が把握できる。このモデルによれば, 地形変化などによる拡散は特に初期拡散においてその差が顕著である。一方現地海域では, 負荷量の変化, 流況

表一 2.4 拡散のモデルの種類と特徴

拡散のモデル	適 用	領 域	要因又は必要データ	数値モデルの種類	特徴・問題点
塩 分	感潮区域の塩分分布 塩水楔 拡散係数の決定	感 潮 域 内 湾	流れ, 拡散係数, 淡水 流入量, 外洋塩分濃度	二次元単層モデル レイヤーモデル, レベ ルモデル, 定常モデ ル, 非定常モデル	保存性物質としての取 扱いができる。
	計算				
有 機 物 栄 養 塩	有機物, 栄養塩などの 水質予測 富栄養化予測	外 洋 内 湾 湖 沼	(保存性物質として の取扱い) 流れ, 拡 散係数, 流入負荷 ----- (非保存性物質として の取扱い) 上述の他, 分解量, 生産量, 溶出 量, 沈殿量, 溶存酸素 量, プラントン量等	同 上 保存性物質とし て扱う場合と非 保存性物質とし て扱う場合がある。	パラメーターが少く計 算は容易であるが適用 範囲が限定される。 現象的にはより論理的 であるが, パラメーター や初期値が結果に及ぼ す影響は大である。
土 砂 (SS)	土砂の拡散範囲の予測 拡散防止対策の資料取 得	埋立・浚渫工事 現場	流れ, 拡散係数, 沈降 速度, 土砂の粒度分布 土砂発生量	二次元単層モデル レベルモデル MAC法やモンテ カルロ法などによ る解法もある。	沈降速度の評価や舞い 上り現象のモデル化が 難しい。
熱	温排水の拡散予測	発電所冷却水 工事排水排水口 付近	流れ, 拡散, 放水量, 放 水温度, 水温, 放熱等	二次元単層モデル, レイヤーモデル, レベルモデル	
油	流出油の拡散予測 拡散防止対策 の資料取得	油流出事故現場	流れ, 風向風速, 油量, 油の粘性, 表面張力等	二次元単層モデル	風のデータの与え方 やフロクキュレショ ンのモデル化などが難 しい。

変化, 天候の変化, 生物の活動などによって水質は常時変化するが, モデル内では, 一定の負荷量, 拡散領域内での生産と分解, 外境界との物質交換量とが収支均衡を保ち, 長時間の後には領域全体が時間的に変化しなくなる濃度分布状態, すなわち定常状態を想定することができる。このような状態の濃度分布を非定常解モデルで求めるためには理論的には無限時間を要することになる。このように時間的に安定した濃度分布, すなわち定常解を境界値問題として求める定常解モデルが開発されている(4.2参照)。これは, 拡散基礎式(2.11)を時間(例えば潮汐の一周期間)積分することにより時間に関する項を消去し, 拡散の流れの場としては潮汐の一周期間の平均流が用いられる。この場合拡散係数には, 非定常解モデルの場合に加えて, 潮汐流の一朝時の平均流からの変動による分散効果を考慮して1~2桁大きい値が用いられる。

定常解モデルでは, 非定常解モデルに比べ, 短時間のうちに平衡濃度を求めることができるが, 式の変形過程や

拡散係数の与え方に未解明の点がある。またこのモデルにより得られる濃度分布は, 多少の地形変化があってもそれほど大きな影響を受けないのが特徴的である。

### 2.5.3 保存系物質拡散モデルと非保存系物質拡散モデル

物質自身が系内で分解したり生産することのない塩分のような保存性物質, あるいは保存性ではなくても保存性物質とみなす場合には保存性物質拡散モデルが用いられる。分解や生産等に係る項がないため取扱いも比較的簡単で, このモデルによって流れによる移流量と拡散量を知ることができる。しかし海域での大部分の拡散物質は非保存性であり, それ自身が生物化学的作用を受けて変化するので, このような物質の拡散に対しては非保存系物質拡散モデルが用いられる。このモデルに含まれる分解, 生産, 沈降, 溶出等の定式化やこれらに係る諸係数については現場試験や室内実験から決定されるが, これらの取扱いが結果に及ぼす影響は大きい。土砂(濁り)の拡散の場合も後者のモデルに属するが, 土砂の海水や流水中での沈降特性, 濁りの発生形態の把握が重要となる。

#### 2.5.4 対象となる拡散物質からみたモデル

対象となる拡散物質から物質拡散モデルを表—2.4に示すように分類することができる。

塩分拡散を取扱う場合には、感潮区域の塩分分布、塩水くさび、拡散係数の選定又は確認等の目的で行われる。流れ、拡散係数、淡水流入、降雨量、外洋塩分などが塩分濃度の主な決定因子となる。保存性物質としての扱いはできる。

拡散物質としてCOD（化学的酸素要求量）などの有機物指標、窒素・リンなどの栄養塩類を取り上げる場合は、水質予測や富栄養化予測の目的で行われる。流れ、拡散係数、流入負荷の他、有機・無機物の分解・溶出、内部生産、プランクトン活動、光、水温、溶存酸素などが複雑に作用して水質が決定される。数値モデルでは、流れと拡散の力学的な基本量のみ注目して保存性物質として扱う場合と、生物・化学的作用まで組込んで非保存性物質として扱う場合とがある。保存性物質としての取扱いはパラメーターが少なく計算は容易であるが適用できる範囲は限定される。これに対し非保存性物質としての取扱いは、関連する諸現象をモデルに組込んだという点ではより論理的であるが、パラメーターや初期値の設定が難しくまたこれらの値が結果に及ぼす影響は大きい。

拡散物質として土砂をとりあげる場合は、海域での浚渫や埋立工事の濁りの予測、あるいは濁り拡散防止対策の資料を得ることが目的として行われる。土砂の拡散は、流れと拡散係数の他、濁りに寄与する土砂の発生量と発生形態、土砂の沈降特性などが重要な因子となる。海水の流水中での土砂の沈降速度を適格に把握すること、およびフロクキュレーション（粒子結合）や海底からの舞い上りなどの現象をどのように定式化するか、などが今後の研究課題である。数値モデルでは、フィック型の拡散基礎式(2.11)に基づいて差分法で決定論的に解くものと、土砂（濁り）を粒子としてとらえ確率論的に解くモンテカルロ法、あるいは適当な標識子（マーカー）を用いて解くMAC法（Marker and Cell法）などがある。これらのモデルの特徴ならびに適用例については5.で詳述する。

熱を対象としたものに発電所冷却水のような温排水の拡散予測モデルがある。温排水の拡散には、流れと拡散係数はいうまでもなく、放出熱量、海面での放熱、日照などが重要な因子となる。差分法でも有限要素法でも開発されており、二層モデルもしばしば適用される。

油を対象としたものに流出油の拡散予測モデルがある。流出油事故などにより大量の油が一時的に、又は継続的

に漏出した場合の油の拡散予測を行うものである<sup>8)</sup>。油の拡散は、油自身のもつ物理特性（粘性、表面張力、密度など）、流れ、風などに支配される。油の拡散は他の物質と異なり海面表層付近で起るため特に風による影響は大きく、流れに逆って移送されることもしばしばである。油拡散の予測モデルにおいては、油の変質特性（フロクキュレーション、付着、沈降、低沸点成分の蒸発など）が十分に把握されていないことや風の条件の与え方についての問題が今後の研究課題である。

#### 2.6 結 言

以上、2.においては、流れと物質拡散の数値モデルに関し、数値モデルの特徴と位置づけ、モデルの基本式の紹介、およびモデルの分類について述べた。これらの内容を要約するとつぎのようになる。

- i) 流れや物質拡散の数値モデルは、その適用に当って対象領域の水理特性、数値モデルの特徴、境界条件の妥当性などを十分検討した上で行えば、現象予測に対する有力な手段となる。
- ii) 数値モデルの基本式には、流れについては非圧縮粘性流体のナビア・ストークスの運動方程式と連続式、物質拡散についてはフィック型の拡散方程式を用いる。
- iii) 流れの数値モデルは、空間的な取扱いの相異、基本式の離散化手法の相異、スキームの相異、および対象となる流れの相異によって分類することができる。
- iv) 空間的な取扱いから、流れの数値モデルは、一次元モデル、二次元モデル、三次元モデルに分類できる。三次元モデルでは水平流の鉛直分布、鉛直流などが求められるが、パラメーターの個数や計算時間が増大する。
- v) 基本式の離散化手法の相異から流れの数値モデルは差分法、有限要素法、MAC法、モンテカルロ法に分類できる。有限要素法は最近流れや物質拡散の分解にも応用されるようになってきたが差分法がより広く一般的に利用されている。MAC法は密度層の破壊、波の伝播その他の過渡的な現象の解析に適し、モンテカルロ法は粒子の拡散を考える上で有効である。
- vi) 差分スキームの相異から、インプリシット法、エクスピリシット法に分類することができる。
- vii) 対象とする流れによって、海洋循環流モデル、吹送流モデル、潮汐流モデル、密度流モデル、海浜流モデル、高潮モデル、津波モデル等がある。
- viii) 物質拡散の数値モデルも流れのモデルに対応した一

次元モデル，二次元モデル，三次元モデルがある。必要以上に多層化しても境界条件や未知パラメータの個数が増加して必ずしも精度の高い結果が得られるとは限らない。

- ix) 物質拡散の定常解モデルは定常濃度分布を簡単に求めることができるが，地形変化による濃度分布の影響は非定常モデルの場合より小さい。
- x) 拡散物質を保存性とするモデルと非保存性とするモデルとがある。後者のモデルの方が現象的にはより現実的であるが，現象の数式化やパラメータの取扱についてはまだ確立されたものがない。
- xi) 拡散となる拡散物質から，塩分のような保存系モデル，一般の有機物を対象にした物質循環モデル，土砂沈降拡散モデル，熱拡散モデル，油拡散モデルなどに分類することができる。

#### 参考文献

- 1) Maskell, J. M. : A one-dimensional implicit tidal model incorporating species analysis, Report No. INT 145, Hydraulic Research Station, Wallingford, Oxfordshire, England, June 1976.
- 2) たとえば，堀口孝男・富田勇・堀江毅：三次元モデルによる流れと拡散の数値解法について，第24回海岸工学講演会論文集，土木学会，1977年11月，pp 443—447.
- 3) Leendertse, J.J. : A three-dimensional model for estuaries and coastal seas :Vol. I, Principles of computation, The Rand Corporation, R-1417—OWRR, Dec. 1973.
- 4) 大西行雄：大阪湾の恒流に関する数値実験，第26回海岸工学講演会論文集，土木学会，1979年11月，pp 514—518.
- 5) たとえば，川原睦人：水理解析と有限要素法，1977年度（第13回）水工学に関する夏期研修会講義集，Aコース，土木学会水理委員会，1977年7月，ppA-2-1～A-2-12
- 6) Richtmyer and Morton : Difference Methods for Initial-value Problems, Second edition, Interscience, 1967.
- 7) 堀江毅：沿岸海域の流れと物質拡散の予測手法，1980年度（第16回）水工学に関する夏期研修会講義集，Bコース，土木学会水理委員会，1980年7月，ppB-8-1～B-8-17
- 8) Wang, S. and L. Hwang : A numerical model for simulation of oil spreading and transport and its application for predicting oil slick movement in bays, Tetra Tech Report , TT-P- 345-74-1 , 1974. 2.



### 3. 微分方程式の離散化に伴う問題

#### 3.1 微分方程式の離散化

流れおよび物質拡散の基本式は、2.2 および 2.3 で述べたように、微分方程式で表わされ、水位  $\zeta$ 、流速  $u$ 、 $v$ 、 $w$ 、濃度  $c$  等は本来時間的にも空間的にも連続した量である。ところがこれらの方程式は複雑な境界条件や初期条件のもとで解析的に解くことができないため、差分法や有限要素法などによる方程式の離散化を行って数値解析する手法がとられる。方程式の離散化に当っては、式の中に現われる水位、流速、濃度、その他の諸係数は一定時間毎（必ずしも等時間間隔である必要はない）に、一定空間位置（差分法においては格子単位、また有限要素法においては要素単位）に定義して、これらの諸量を時間・空間に対する第1次近似または線型補間された量に置換し、これを用いてもとの微分方程式による連続量の関係式を離散化量の関係式に変換する。したがって、時間的・空間的な隔りが小さければ小さい程、離散化量で表わされた関係式はもとの微分方程式に近づくが、変数の個数や計算量が莫大となり、事実上解が得られぬ。このため、時間的な隔り（以後時間刻みという）と空間的な隔り（以後空間刻みという）とは一定の有限の大きさを与えざるを得なくなり、これに伴って種々の数値上の問題が生じてくる。これらのうち、近似、精度、および安定の3条件は基本式の離散化過程や数値解を得る過程において検討を要する重要な項目である。4以降では差分法によるモデルを主として扱うことから、2.4.3で述べた時間に対する離散化手法として開発されている主な差分スキームについて上述の3条件を検討する。空間差分については通常中央差分をとるため空間に対しての離散化は中央差分に限定する。

#### 3.2 近似の条件

近似の条件とは、離散化された差分方程式が時間刻みおよび空間刻みを0に近づけたとき元の微分方程式に収束することである。

2.の式(2.27)で取扱ったように、流れおよび物質拡散を表わす微分方程式の一般形を次式で表現する。

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \Phi(F) \quad (3.1)$$

ここに、 $F$ : 流速  $u$ 、 $v$ 、 $w$ 、および濃度  $c$  を表わす代表変数で、時間  $t$  および空間座標  $x$ 、 $y$ 、 $z$  の関数、 $\Phi$ :  $\partial/\partial x$ 、 $\partial/\partial y$ 、 $\partial^2/\partial x^2$ 、 $\partial^2/\partial y^2$ 、および  $F$  で

決まる項である。

一方、時間刻みを  $\Delta t$ 、空間刻みを  $\Delta S$  とすると、時間・空間に対して微分可能な関数  $F$  の Taylor 展開は次のように表わされる。

$$F(n\Delta t \pm \Delta t) = F(n\Delta t) \pm \Delta t \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{(\Delta t)^2}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \pm \frac{(\Delta t)^3}{6} \cdot \frac{\partial^3 F}{\partial t^3} + \dots \quad (3.2)$$

$$F(l\Delta S \pm \Delta S) = F(l\Delta S) \pm \Delta S \frac{\partial F}{\partial S} + \frac{(\Delta S)^2}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} \pm \frac{(\Delta S)^3}{6} \cdot \frac{\partial^3 F}{\partial S^3} + \dots \quad (3.3)$$

ここに、 $S$  は  $x$ 、 $y$ 、 $z$  の代表変数、 $n$  は0又は正の整数、 $l$  は任意の整数である。

式(2.3)、(2.7)、(2.8)、(2.11)又はこれらを変形してできる微分方程式において空間微分項には  $\partial F/\partial S$  と  $\partial^2 F/\partial S^2$  とがある。

まず式(3.3)から次のような関係が得られる。

$$\frac{F(l\Delta S + \Delta S) - F(l\Delta S - \Delta S)}{2\Delta S} = \frac{\partial F}{\partial S} + \frac{(\Delta S)^2}{6} \frac{\partial^3 F}{\partial S^3} + \dots \quad (3.4)$$

$$\frac{1}{(\Delta S)^2} \left( F(l\Delta S + \Delta S) - 2F(l\Delta S) + F(l\Delta S - \Delta S) \right) = \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} + \frac{(\Delta S)^2}{12} \cdot \frac{\partial^4 F}{\partial S^4} + \dots \quad (3.5)$$

式(3.4)および(3.5)から、それぞれの左辺は  $\Delta S \rightarrow 0$  に対していずれも  $\partial F/\partial S$  又は  $\partial^2 F/\partial S^2$  に収束することがわかる。

つぎに基本式中の時間微分項は  $\partial F/\partial t$  のみであり、式(3.2)から時間差分に対しても式(3.4)と同様の関係が2.4.3で述べた各スキームについて得られる。

たとえば式(2.30)で表わされるオイラー法（前方差分法）の場合、式(2.30)の左辺は式(3.2)を用いると

$$\frac{F(n\Delta t + \Delta t) - F(n\Delta t)}{\Delta t} = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\Delta t}{2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + \frac{(\Delta t)^2}{6} \cdot \frac{\partial^3 F}{\partial t^3} + \dots \quad (3.6)$$

が得られる。したがって式(3.6)の左辺は  $\Delta t \rightarrow 0$  に対して  $\partial F/\partial t$  に収束することがわかる。

このようにして、2.4.3で述べた各差分スキームの近

似の条件を確認することができる。

近似の条件は、差分法により離散化された方程式が、無限小の時間・空間刻みに対して元の微分方程式に収束することであり、微分方程式に対する各スキームの差分近似を比較する上では有用であるが、これらの各スキームにより得られる数値解の精度や安定性を議論するには次の精度や安定性の条件を考える必要がある。

### 3.3 精度

精度とは、差分近似による誤差のオーダーである。この誤差を抑制することにより解の正確さを高めることができる。3.2の近似の条件の場合と同様、式(3.2)および(3.3)の時間・空間に対して微分可能な関数 $F$ のTaylor展開を利用する。

流れおよび物質拡散の基礎式において現われる空間に関する微分項は $\partial F / \partial S$ および $\partial^2 F / \partial S^2$ に限られることから、これらの空間差分を中央差分とした場合、式(3.4)、(3.5)に示されるように、差分の精度はいずれも $(\Delta S)^2$ のオーダーとなることがわかる。

次に流れおよび物質拡散の基礎式に現われる時間に関する微分商は $\partial F / \partial t$ であるが、2.4.3で述べた各スキームによって差分商のとり方が異なるためそれらの精度も異なる。

前述のオイラー法に対しては式(3.6)に示されるように精度は $\Delta t$ のオーダーである。同様に、後方陰解法、台形陰解法、オイラー・バックワード法も精度は $\Delta t$ のオーダーであることがわかる。

一方、リーブ・フロッグ法に対しては、式(3.2)より、

$$\begin{aligned} & \frac{F(n\Delta t + \Delta t) - F(n\Delta t - \Delta t)}{2\Delta t} \\ &= \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{(\Delta t)^2}{6} \cdot \frac{\partial^3 F}{\partial t^3} + \dots \end{aligned} \quad (3.7)$$

となり精度は $(\Delta t)^2$ のオーダーである。同様に、アダムス・バッシュフォース法、ADI法も精度は $(\Delta t)^2$ のオーダーであることがわかる。

### 3.4 安定の条件

#### 3.4.1 概説

上述のように、数値解析においては流れや物質拡散を連続量で表わした微分方程式を時間・空間で離散化し格子又は時間刻み単位でのみ各変数を定義する。このため格子間隔や時間刻みが小さい程精度の高い解が得られ

るはずであるが、現実には計算機の容量や計算時間からの制約がある。離散化の手法は2.4.3にもその一例を示したように各種あり、格子間隔と時間刻みが一定の関係を満たさなければ差分誤差が計算を進めるに従って累積し、遂には解の絶対値が無限大となって以後の計算が不能となる。

安定性の検討には変数をフーリエ展開して行うことができる<sup>1)</sup>。

いま代表変数を $F(x, y, t)$ とするとこれをフーリエ展開して

$$F(x, y, t) = \sum_m F_m^* e^{i(\rho_m t + \sigma_m x + \gamma_m y)} \quad (3.8)$$

と表わすことができる。ここに、 $F_m^*$ 、 $t\sigma_m$ 、 $x\sigma_m$ 、 $y\sigma_m$ は定数である。

通常安定性の検討においては、対象となる方程式は簡単のため線型化した系で考える。したがって式(3.8)の無限級数のうち次の1項だけに注目すればよい。

$$\tilde{F} \sim F^* e^{i(\rho t + \sigma x + \gamma y)} \quad (3.9)$$

式(3.9)において $t=n\Delta t$ 、 $x=k\Delta x$ 、 $y=l\Delta y$ とし、各スキームに代入すると $F^{(n+1)}$ の $F^{(n)}$ に対する比:

$$\begin{aligned} \frac{F^{(n+1)}}{F^{(n)}} &= \lambda (= A + iB) \\ A, B: \text{実数}, i &= \sqrt{-1} \end{aligned} \quad (3.10)$$

が $\Delta t$ 、 $\Delta x$ 、 $\Delta y$ などの関数で得られる。この $\lambda$ は増幅行列と呼ばれ、 $\lambda$ の絶対値 $|\lambda| (= \sqrt{A^2 + B^2})$ が1時間ステップ当りの増幅率、 $\tan^{-1}(B/A)$ が1タイムステップ当りの位相遅れとなる。1時間ステップ毎に解が $|\lambda|$ 倍されるため、 $|\lambda|$ が1より大きいと時間ステップが進むに従って解は無限に大きくなり計算不安定となって遂には発散してしまう。逆に $|\lambda|$ が1に較べて小さ過ぎると同様の理由から解は時間ステップが進むに従って減衰する。

差分スキームの安定性の検討には次のような評価基準が用いられる。

$$\begin{cases} |\lambda| > 1 & \text{不安定 (発散)} \\ |\lambda| = 1 & \text{安定 (中立的)} \\ |\lambda| < 1 & \text{安定 (減衰)} \end{cases} \quad (3.11)$$

したがって差分スキームの安定性を式(3.11)によって評価すると同時に、絶対値の減衰や位相遅れによる波の変形の程度についても検討する必要がある。

#### 3.4.2 安定性からみた基本式の各項の特性

(1) 線型化された基本式

差分スキームの安定性を検討する場合、式(2.7)～(2.9)および(2.11)の基本式の全ての項について同時に扱うのが理想的であるがこのようにすると安定性の解析は極めて複雑になる。一方、基本式の差分化において全ての項を同一の差分スキームで統一することは稀で高低の場合は各項の特性に合わせて異なるスキームを用いている。このような理由から、上述基本式に対して若干の変換(4.1.2参照)と適当な線型化をほどこした次のような二次元の微分方程式の個々の項について代表的な差分スキームに対する安定性およびこれに関連する問題を述べる。

$$\underbrace{\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} + V \frac{\partial u}{\partial y}}_{\text{移流項}} = \underbrace{fv - g \frac{\partial \zeta}{\partial x}}_{\text{コリオリ項 圧力項}} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \underbrace{\frac{\tau b^2}{H} \sqrt{U^2 + V^2}}_{\text{海底摩擦項}} \cdot u \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial x} + V \frac{\partial v}{\partial y} = -fu - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\tau b^2}{H} \sqrt{U^2 + V^2} \cdot v \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + H \frac{\partial u}{\partial x} + H \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U \frac{\partial c}{\partial x} + V \frac{\partial c}{\partial y} = D \left( \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) \quad (3.15)$$

移流項                      拡散項

ここに、(U, V): 流速成分(一定とする), H: 水深(一定とする), である。

式(3.12)から(3.15)に現われる各項は安定性の解析の上で次の2つの類型, すなわち中立型と減衰型に大別できることがわかる。

(2) 中立型の項

まず、式(3.12), (3.13)および(3.15)における時間微分項と移流項との関連について検討する。代表変数Fを用いるとこれらの関係は次のように表わすことができる。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + U \frac{\partial F}{\partial x} + V \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (3.16)$$

ここにFは流速u, v, または濃度cを表わす。

いま、 $\Delta S = \Delta x = \Delta y$ である正方形格子網の点  $x = k\Delta S$ ,  $y = l\Delta S$ におけるFの値を $F_{k,l}$ として式(3.3)の空間差分に適用すれば、

$$\frac{\partial F_{k,l}}{\partial t} + \frac{U}{2\Delta S} (F_{k+1,l} - F_{k-1,l}) + \frac{V}{2\Delta S} (F_{k,l+1} - F_{k,l-1}) = 0 \quad (3.17)$$

と表わされる。

一方、式(3.17)の解の一つとして式(3.9)に示した解を仮定する。式(3.9)を式(3.17)に代入するに当っては次のような若干の変換を行う。

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{k,l} &\sim F^* e^{i(\omega t + \alpha x + \beta y)} \\ &= F^* e^{i\omega t} \cdot \exp \left[ i \left( \frac{2\pi}{L_x} x + \frac{2\pi}{L_y} y \right) \right] \\ &= F^* e^{i\omega t} \exp \left[ i \left( \frac{2\pi}{2\Delta S \cdot p} k \Delta S + \frac{2\pi}{2\Delta S \cdot q} l \Delta S \right) \right] \end{aligned}$$

すなわち、

$$\tilde{F}_{k,l} \sim F(t) \exp \left[ i\pi \left( \frac{k}{p} + \frac{l}{q} \right) \right] \quad (3.18)$$

である。ここに  $(L_x, L_y)$ : x, y方向の波長,  $(p, q)$ :  $L_x, L_y$ を2格子間隔を単位として測ったx, y方向の波長, である。差分近似において2格子間隔( $2\Delta S$ )よりも小さな波長 $L_x, L_y$ は表現できない<sup>1)</sup>ことから、

$$\begin{cases} |L_x| = |2\Delta S \cdot p| \geq 2\Delta S \\ |L_y| = |2\Delta S \cdot q| \geq 2\Delta S \end{cases}$$

すなわち、

$$|p|, |q| \geq 1 \quad (3.19)$$

である。

式(3.18)は式(3.17)の解に対する1つのフーリエ成分でありこれらの一次結合が実際の解となる。

次に、式(3.18)を式(3.17)に代入して整理すると次式ようになる。

$$\frac{\partial \tilde{F}}{\partial t} = -i\omega_N \tilde{F} \quad (3.20)$$

$$\text{ここに、} \omega_N = \frac{1}{\Delta S} (U \sin \frac{\pi}{p} + V \sin \frac{\pi}{q})$$

式(3.20)の解は

$$\begin{aligned} \tilde{F}(t) &= \tilde{F}(0) e^{-i\omega_N t} \\ \tilde{F}(0) &: t=0 \text{のときの} \tilde{F}(t) \end{aligned} \quad (3.21)$$

と表わすことができる。

したがって式 (3.10) の関係から  $\tilde{F}$  の時間ステップ ( $\Delta t$ ) の増幅率  $\lambda$  は、

$$\lambda = \frac{\tilde{F}(t + \Delta t)}{\tilde{F}(t)} = \exp(-i\omega_N \Delta t) \quad (3.22)$$

となり、その絶対値は

$$|\lambda| = \cos^2(\omega_N \Delta t) + \sin^2(\omega_N \Delta t) = 1$$

となって、 $\tilde{F}$  は振幅が一定の中立振動をすることがわかる。

したがって、式 (3.16) に代表される移流型の項、すなわち、式 (3.12)、(3.13) および (3.15) の移流項、は中立振動をするといえる。

次に基本式の時間微分項とコリオリ項についての関係は、式 (3.12) および式 (3.13) から

$$\frac{\partial u}{\partial t} = fv \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -fu \quad (3.24)$$

の 2 式の間を連立させて考える。

式 (3.23) および (3.24) に対しては、

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= u + iv \\ F_2 &= u - iv \end{aligned} \right\} \quad (3.25)$$

なる変数変換を行うことにより、 $F_1$ 、 $F_2$  がそれぞれ独立した形で表わされ式 (3.20) と同形になる。このことからコリオリ項も中立型であることがわかる。

さらに、圧力項に対しては式 (3.12)、(3.13)、および (3.14) から次の 3 式の間を連立して解析される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} &= -H \frac{\partial u}{\partial x} - H \frac{\partial v}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

式 (3.26) の  $u$ 、 $v$ 、 $\zeta$  に対して格子点 ( $(k - (1/2)) \Delta S$ ,  $l \Delta S$ ), ( $k \Delta S$ ,  $(l - (1/2)) \Delta S$ ), および ( $k \Delta S$ ,  $l \Delta S$ ) でそれぞれ  $u_{k-(1/2), l}$ ,  $v_{k, l-(1/2)}$ ,  $\zeta_{k, l}$  を定義し、式 (3.26) の右辺を差分化し、式 (3.18) に相当するフーリエ成分の解を  $u_{k-(1/2), l}$ ,  $v_{k, l-(1/2)}$ ,  $\zeta_{k, l}$  に対して仮定し適当な変換を行うことにより、これらの変数は式 (3.20) と同形となる。このことから圧力項も中立振動をすることが示される。

(3) 減衰型の項

式 (3.12)、(3.13) の水平渦動粘性項および式 (3.15) の拡散項と時間微分項との関係は代表変数  $F$  を用いて次の形で表わされる。

$$\frac{\partial F}{\partial t} = K \left( \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right) \quad (3.27)$$

$K$ : 定数

式 (3.27) の右辺は中央差分により

$$\frac{\partial F_{k,l}}{\partial t} = \frac{K}{(\Delta S)^2} (F_{k+1,l} + F_{k-1,l} + F_{k,l+1} + F_{k,l-1} - 4F_{k,l}) \quad (3.28)$$

となる。式 (3.28) の解のフーリエ成分として式 (3.18) と同一の式を考えこれを式 (3.27) に代入すると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tilde{F}}{\partial t} &= -\omega' \tilde{F} \\ \omega' &= \frac{2K}{(\Delta S)^2} \left( 2 - \cos \frac{\pi}{p} - \cos \frac{\pi}{q} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

となる。式 (3.29) の解は

$$\left. \begin{aligned} \tilde{F}(t) &= \tilde{F}(0) e^{-\omega' t} \\ \tilde{F}(0) &: t = 0 \text{ のときの } \tilde{F}(t) \end{aligned} \right\} \quad (3.30)$$

であり、時間ステップ  $\Delta t$  による増幅率  $\lambda$  は、

$$\lambda = \frac{\tilde{F}(t + \Delta t)}{\tilde{F}(t)} = e^{-\omega' \Delta t} \quad (3.31)$$

となる。式 (3.31) から式 (3.27) は減衰形の項であることがわかる。

最後に、式 (3.12) および (3.13) の海底摩擦項と時間微分に対する関係は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tilde{F}}{\partial t} &= -D \tilde{F} \\ D &= \frac{r_b^2}{H} \sqrt{U^2 + V^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.32)$$

によって表わされる。(3.32) は (3.29) と同形であり、したがって減衰型であることが示される。

以上、(2)、(3) の解析から流れおよび物質拡散を表わす基本微分方程式の各項を安定性解析から類型化すると表 3.1 のようになる。

表一 3.1 安定性からみた基本式の各項の類型

安定性からみた項の型	一般形	基本式の微分方程式の項
中立型	$\frac{\partial \tilde{F}}{\partial t} = -i\omega_N \tilde{F}$	移流項 (流れ) コリオリ項 圧力項 移流項 (拡散)
減衰型	$\frac{\partial \tilde{F}}{\partial t} = -\omega_A \tilde{F}$	水平混合項 海底摩擦項 拡散項

### 3.4.3 各スキームの安定性

#### (1) 中立型の項に対する安定性

##### a) 2つの時間レベルを使ったスキーム

オイラー法, 後方陰解法, および台形陰解法などは  $\tilde{F}^{(n+1)}$  および  $\tilde{F}^{(n)}$  のように2つの時間レベルを使ったスキームであり, 表一 3.1 に示される中立型の微分方程式:

$$\frac{\partial \tilde{F}}{\partial t} = -i\omega_N \tilde{F} \quad (3.33)$$

に対して次のような差分式の一般形で示される。

$$\tilde{F}^{(n+1)} - \tilde{F}^{(n)} = -i\omega_N \Delta t (\alpha \tilde{F}^{(n)} + \beta \tilde{F}^{(n+1)}) \quad (3.34)$$

ここに,  $\alpha + \beta = 1$

$$\begin{aligned} \alpha = 1, \beta = 0 \text{ の場合} & \quad \text{オイラー法} \\ \alpha = 0, \beta = 1 \text{ の場合} & \quad \text{後方陰解法} \\ \alpha = \beta = \frac{1}{2} \text{ の場合} & \quad \text{台形陰解法} \end{aligned}$$

となる。

式 (3.34) を  $\tilde{F}^{(n+1)}$  に関して解くと,

$$\tilde{F}^{(n+1)} = \frac{1 - i\omega_N \alpha \Delta t}{1 + i\omega_N \beta \Delta t} \tilde{F}^{(n)} = \lambda \tilde{F}^{(n)} \quad (3.35)$$

となり,

$$|\lambda| = \left| \frac{1 - i\omega_N \alpha \Delta t}{1 + i\omega_N \beta \Delta t} \right| = \frac{1 + (\omega_N \alpha \Delta t)^2}{1 + (\omega_N \beta \Delta t)^2} \quad (3.36)$$

であるから,

$$\alpha \geq \beta \text{ によって } |\lambda| \geq 1 \quad (3.37)$$

となる。すなわち,

$$\text{オイラー法} \quad (\alpha = 1, \beta = 0) \text{ の場合}$$

$|\lambda| > 1$  不安定 (発散)

後方陰解法  $(\alpha = 0, \beta = 1)$  の場合

$|\lambda| < 1$  安定 (減衰)

台形陰解法  $(\alpha = \beta = \frac{1}{2})$  の場合

$|\lambda| = 1$  安定 (中立)

である。

##### b) オイラー・バックワードスキーム

このスキームに対しては次のような差分式の一般形で示される。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{F}^{(n+1)*} - \tilde{F}^{(n)} &= -i\omega_N \Delta t \tilde{F}^{(n)} \\ \tilde{F}^{(n+1)} - \tilde{F}^{(n)} &= -i\omega_N \Delta t \tilde{F}^{(n+1)*} \end{aligned} \right\} \quad (3.38)$$

式 (3.38) から  $\tilde{F}^{(n+1)*}$  を消去すれば

$$\left. \begin{aligned} \tilde{F}^{(n+1)} &= \lambda \tilde{F}^{(n)} \\ \lambda &= 1 - i\omega_N \Delta t - \omega_N^2 \Delta t^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.39)$$

が得られる。したがって

$$\left. \begin{aligned} |\lambda| &= \sqrt{1 - \omega_N^2 \Delta t^2 + \omega_N^4 \Delta t^4} && \text{より} \\ |\lambda| &> 1 \quad (\omega_N \Delta t > 1 \text{ の場合}) \\ |\lambda| &= 1 \quad (\omega_N \Delta t = 1 \text{ の場合}) \\ |\lambda| &< 1 \quad (\omega_N \Delta t < 1 \text{ の場合}) \end{aligned} \right\} \quad (3.40)$$

であるから,  $\omega_N \Delta t \leq 1$  の条件付きで安定である。

##### c) 3つの時間レベルを使ったスキーム

リーブ・フロッグ法, アダムス・バッシュフォース法は  $(n+1)\Delta t, n\Delta t$ , および  $(n-1)\Delta t$  の3つの時間レベルによって表わされる。

まずリーブ・フロッグ法においては

$$\tilde{F}^{(n+1)} - \tilde{F}^{(n-1)} = -2i\omega_N \Delta t \tilde{F} \quad (3.41)$$

と表わされる。式 (3.41) に対する増幅率は  $\tilde{F}^{(n)} = \tilde{F}^{(n)}$  を組みせると

$$\begin{pmatrix} \tilde{F}^{(n+1)} \\ \tilde{F}^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2i\omega_N \Delta t & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{F}^{(n)} \\ \tilde{F}^{(n-1)} \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

となり, 右辺の行列は増幅行列といわれ, もしこの行列の固有値  $\lambda_1, \lambda_2$  の絶対値が1より小さければ安定である。この増幅行列の固有値  $\lambda_1, \lambda_2$  は簡単に次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= -i\omega_N \Delta t + \sqrt{1 - \omega_N^2 \Delta t^2} \\ \lambda_2 &= -i\omega_N \Delta t - \sqrt{1 - \omega_N^2 \Delta t^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.43)$$

式 (3.43) の固有値  $\lambda_1, \lambda_2$  に対応する固有ベクトルを  $\tilde{F}_1^{(n)}, \tilde{F}_2^{(n)}$  とすると2つの解:

表一3.2 中立型項に対する各スキームの増幅率, 位相および安定条件

スキーム	増幅率 <sup>*</sup> ( $ \lambda  = \sqrt{A^2+B^2}$ )	位相 <sup>*</sup> ( $\theta = \tan^{-1}(B/A)$ )	安定性又は安定条件
オイラー法	$\sqrt{1+\omega_N^2 dt^2}$	$\tan^{-1}(-\omega_N dt)$	不安定
後方陰解法	$\frac{1}{\sqrt{1+\omega_N^2 dt^2}}$	$\tan^{-1}(-\omega_N dt)$	安定 (減衰)
台形陰解法	1	$\tan^{-1}\left(\frac{-\omega_N dt}{1-\frac{1}{4}\omega_N^2 dt^2}\right)$	安定 (中立) $\omega_N dt < 1$
オイラー・バツクワード法	$\sqrt{1-\omega_N^2 dt^2 + \omega_N^4 dt^4}$	$\tan^{-1}\left(-\frac{\omega_N dt}{1-\omega_N^2 dt^2}\right)$	安定 (減衰) $\omega_N dt < 1$
リーブ・フロッグ法	物理上の解 $\begin{cases} 1.0 & (\omega_N dt < 1) \\ \omega_N dt - \sqrt{\omega_N^2 dt^2 - 1} & (\omega_N dt > 1) \end{cases}$ 計算上の解 $\begin{cases} 1.0 & (\omega_N dt < 1) \\ \omega_N dt + \sqrt{\omega_N^2 dt^2 - 1} & (\omega_N dt > 1) \end{cases}$	物理上の解 $\frac{\tan^{-1}(-\omega_N dt)}{\sqrt{1-\omega_N^2 dt^2}}$ (4象限) 計算上の解 $\frac{\tan^{-1}(\omega_N dt)}{\sqrt{1-\omega_N^2 dt^2}}$ (3象限)	安定 (中立) $\omega_N dt < 1$
アダムス・バツシュフォース法	式 (3.51) より計算	同 左	不安定

\*  $\lambda = A + iB = |\lambda| e^{i\theta}$ ,  $|\lambda| = \sqrt{A^2+B^2}$ ,  $\theta = \tan^{-1}(B/A)$   
真の解の  $|\lambda| = 1$ , 位相:  $-\omega dt$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{F}_1^{(n+1)} &= \lambda_1 \tilde{F}_1^{(n)} \\ \tilde{F}_2^{(n+1)} &= \lambda_2 \tilde{F}_2^{(n)} \end{aligned} \right\} \quad (3.44)$$

が生ずる。一方, 式(3.33)の真の解に対する  $\lambda$  は式(3.22)より

$$\lambda = \exp(-i\omega_N dt) \quad (3.45)$$

であるから  $\omega_N dt \rightarrow 0$  において  $\lambda \rightarrow 1$  である。また, 式(3.43)より  $\omega_N dt \rightarrow 0$  において  $\lambda_1 \rightarrow 1$ ,  $\lambda_2 \rightarrow -1$  であるから,  $\tilde{F}_1^{(n)}$  を物理上の解,  $\tilde{F}_2^{(n)}$  を計算上の解という。3つの時間レベルを用いると必ずこの計算上の解が存在する。

式(3.44)より式(3.33)に対する解は

$$\begin{aligned} \tilde{F}^{(n)} &= a\lambda_1 \tilde{F}_1^{(n-1)} + b\lambda_2 \tilde{F}_2^{(n-1)} \\ &= a\lambda_1^2 \tilde{F}_1^{(n-2)} + b\lambda_2^2 \tilde{F}_2^{(n-2)} \\ &\dots\dots\dots \\ &= a\lambda_1^n \tilde{F}_1^{(0)} + b\lambda_2^n \tilde{F}_2^{(0)} \end{aligned} \quad (3.46)$$

$a, b$ : 定数

と表わされることから, このスキームが安定であるためには,  $|\lambda_1|, |\lambda_2|$  共に1より小さい必要がある。式(3.43)から

$$|\omega_N dt| < 1 \quad (3.47)$$

の条件が満される時に限り  $|\lambda_1|, |\lambda_2|$  は共に1でこのスキ-

ームは安定 (中立) となることがわかる。すなわちリーブ・フロッグスキームは条件付きで安定 (中立) といえる。次に, アダムス・バツシュフォース法においては式(3.33)は次のように差分化される。

$$\tilde{F}^{(n+1)} - \tilde{F}^{(n)} = -\frac{3}{2}i\omega_N dt \tilde{F}^{(n)} + \frac{1}{2}i\omega_N dt \tilde{F}^{(n-1)} \quad (3.48)$$

式(3.42)の場合と同様にして

$$\begin{pmatrix} \tilde{F}^{(n+1)} \\ \tilde{F}^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{3}{2}i\omega_N dt & \frac{1}{2}i\omega_N dt \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{F}^{(n)} \\ \tilde{F}^{(n-1)} \end{pmatrix} \quad (3.49)$$

が導かれ, 式(3.49)の増幅行列の固有値は

$$\lambda^2 - \left(1 - \frac{3}{2}i\omega_N dt\right)\lambda - \frac{1}{2}i\omega_N dt = 0 \quad (3.50)$$

より求められる。式(3.50)の型の一般解は Kurihara, Y.<sup>2)</sup> によって与えられており, これを適用すると固有値  $\lambda_1, \lambda_2$  がつぎのように得られる。

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} &= \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(1 - \frac{9}{4}\omega_N^2 dt^2 \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{1 - \frac{7}{2}\omega_N^2 dt^2 + \frac{81}{16}\omega_N^4 dt^4}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &\quad + \left(-\frac{3}{4}\omega_N dt \mp \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \times \end{aligned}$$

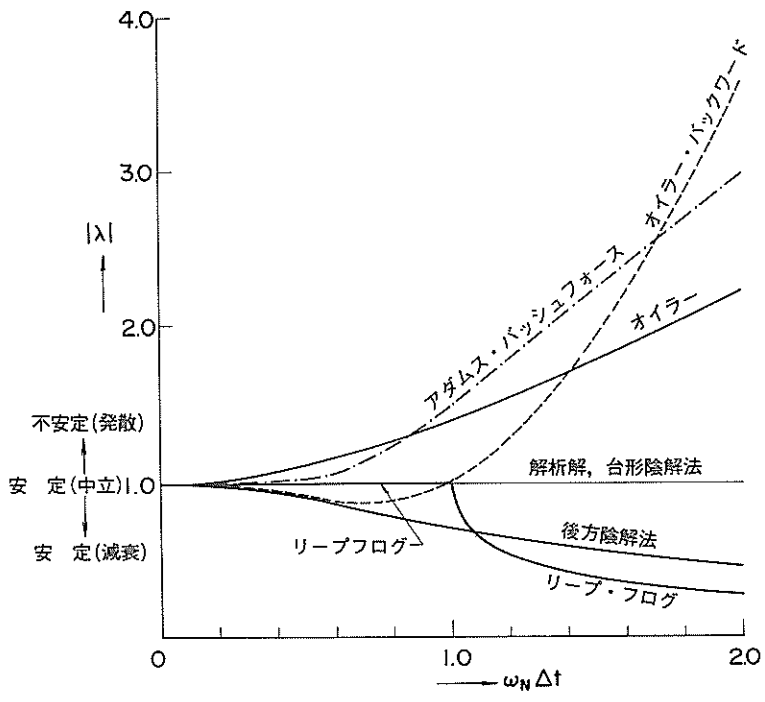


図-3.1(1) 中立型項に対する各スキームの増幅率

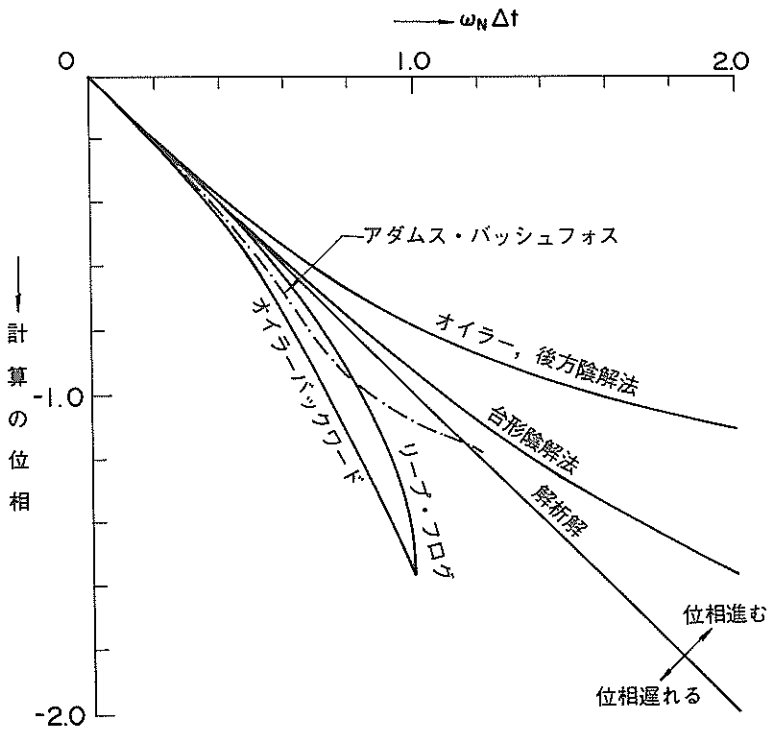


図-3.1(2) 中立型項に対する各スキームの位相

$$\times \frac{\omega \Delta t}{\left(1 - \frac{9}{4} \omega_N^2 \Delta t^2 + \sqrt{1 - \frac{7}{2} \omega_N^2 \Delta t^2 + \frac{81}{16} \omega_N^4 \Delta t^4}\right)^{\frac{1}{2}}} \Bigg] i \quad (3.51)$$

式 (3.51) において  $\omega_N \rightarrow 0$  とすると  $\lambda_1 \rightarrow 1$ ,  $\lambda_2 \rightarrow 0$  となるから, 式 (3.48) も物理上の解  $F_1$  と計算上の解  $F_2$  をもつことがわかる。計算上の解は  $\omega_N \rightarrow 0$  にしたがって安定 (減衰) である。物理上の解は不安定 ( $|\lambda| > 1$ ) であるが, 1 からのずれは小さくほぼ安定である (図-3.1(1)参照)。

以上, a) ~ c) で述べたオイラー法, 後方陰解法, 台形陰解法, オイラー・バックワード法, リープ・フロッグ法, アダムス・バッシュフォース法の各スキームの中立型の項の時間差分の増幅率, 位相遅れ, および安定度をまとめると表-3.2 のようになる。また, 表-3.2 の各スキームの増幅率  $|\lambda|$  および位相遅れを  $\omega_N \Delta t$  をパラメーターにして図示すると図-3.1 のようになる。

表-3.2 および図-3.1 において,

- i) スキームの安定性, すなわち増幅率が 1 より小さいこと,
- ii) 解の減衰が著しくないこと, すなわち増幅率が 1 に比べて極度に小さくないこと,
- iii) 位相遅れが正しく表現されること, および
- iv) 計算時間が適当であること

の点から中立型の時間差分に対する各スキームの特徴をまとめると次のようになる。

- i) オイラー法およびアダムス・バッシュフォース法は  $|\lambda| > 1$  で不安定である。ただしアダムス・バッシュフォース法は  $\omega_N \Delta t \leq 0.5$  の範囲では増幅率は極めて 1 に近いので, 中立型項と減衰型項とが共存する微分方程式の差分に対しては中立型項にアダムス・バッシュフォース法が適用できる。
- ii) 台形陰解法は  $|\lambda| = 1$  で, 位相も解析の場合よりやや進む程度で優れた方法であるが計算時間が大となる。圧力項に対してこのスキームを使うことが多い。
- iii) オイラー・バックワード法は  $\omega_N \Delta t \leq 1$  において安定であるが, 位相遅れは他のスキームに比し最大である。
- iv) 後方陰解法は  $|\lambda| < 1$  で安定なスキームであるが減衰率は他のスキームに比して大きいため, 潮流計算では普通用いられない。
- v) リープ・フロッグ法は  $\omega_N \Delta t < 1$  で,  $|\lambda| = 1$  となり安定なスキームであるが,  $\omega_N \Delta t > 0.5$  に対しては位相遅れがやや大きくなる。したがって  $\Delta t$  は

できるだけ小さくとった方がよい。また計算上の解の増幅率も  $|\lambda| = 1$  であるため, 一旦誤差がもちこまれると減衰せずに蓄積し遂には計算の続行が不能になる。このためオイラー・バックワード法などと併用して用いられることが多い。

## (2) 減衰型の項に対する安定性

### a) 2つの時間レベルを使ったスキーム

オイラー法, 後方陰解法, 台形陰解法などの 2つの時間レベルを使うスキームの減衰型の方程式 (すなわち水平渦動粘性項, 海底摩擦項, および拡散項):

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial t} = -\omega_A \bar{F} \quad (3.52)$$

に対する差分式は次のような一般形で示される。

$$\bar{F}^{(n+1)} - \bar{F}^{(n)} = -\omega_A \alpha \Delta t \bar{F}^{(n)} - \omega_A \beta \Delta t \bar{F}^{(n+1)} \quad (3.53)$$

ここに,  $\alpha + \beta = 1$

$\alpha = 1, \beta = 0$ の場合	オイラー法
$\alpha = 0, \beta = 1$ の場合	後方陰解法
$\alpha = \beta = \frac{1}{2}$ の場合	台形陰解法

である。

式 (3.53) より

$$\bar{F}^{(n+1)} = \frac{1 - \omega_A \alpha \Delta t}{1 + \omega_A \beta \Delta t} \bar{F}^{(n)} \quad (3.54)$$

であるから, 増幅率  $\lambda$  は,

$$\lambda = \frac{1 - \omega_A \alpha \Delta t}{1 + \omega_A \beta \Delta t} \quad (3.55)$$

となる。

式 (3.55) より

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= 1 - \omega_A \Delta t && \text{(オイラー法)} \\ \lambda &= \frac{1}{1 + \omega_A \Delta t} && \text{(後方陰解法)} \\ \lambda &= \frac{1 - \frac{1}{2} \omega_A \Delta t}{1 + \frac{1}{2} \omega_A \Delta t} && \text{(台形陰解法)} \end{aligned} \right\} (3.56)$$

であるから, 後方陰解法, 台形陰解法は全ての  $\omega_A \Delta t \geq 0$  に対して  $|\lambda| \leq 1$  で安定 (中立又は減衰) であり, オイラー法は

$$0 \leq \omega_A \Delta t \leq 2 \quad (3.57)$$

という条件付きで安定である。



表一 3.3 減衰型項に対する各スキームの増幅率と安定条件

スキーム	増幅率 $\lambda$	安定条件
オイラー法	$1 - \omega_A dt$	$\omega_A dt \leq 2$
後方陰解法	$\frac{1}{1 + \omega_A dt}$	安定 (減衰)
台形陰解法	$\frac{1 - \frac{1}{2} \omega_A dt}{1 + \frac{1}{2} \omega_A dt}$	安定 (減衰)
オイラー・バックワード法	$1 - \omega_A dt + \omega_A^2 dt^2$	$\omega_A dt \leq 1$
リーブ・フロッグ法	$-\omega_A dt + \sqrt{1 + \omega_A^2 dt}$ (物理上の解)	安定
	$-\omega_A dt - \sqrt{1 + \omega_A^2 dt^2}$ (計算上の解)	不安定
アダムス・バッシュフォース法	$\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \omega_A^2 dt + \frac{1}{2} \sqrt{(1 - \frac{3}{2} \omega_A dt)^2 + 2\omega_A dt}$ (物理上の解)	安定 (減衰)
	$\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \omega_A dt - \frac{1}{2} \sqrt{(1 - \frac{3}{2} \omega_A dt)^2 + 2\omega_A dt}$ (計算上の解)	$\omega_A dt < 1$

b) オイラー・バックワード法

減衰型の微分方程式に対しこの手法は

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}^* - \bar{F}^{(n)} &= -\omega_A dt \bar{F}^{(n)} \\ \bar{F}^{(n+1)} - \bar{F}^{(n)} &= -\omega_A dt \bar{F}^* \end{aligned} \right\} \quad (3.58)$$

と表わされる。式 (3.58) より、

$$\bar{F}^{(n+1)} = (1 - \omega_A dt + \omega_A^2 dt^2) \bar{F}^{(n)} \quad (3.59)$$

式 (3.59) より増幅率  $\lambda$  は

$$\lambda = 1 - \omega_A dt + \omega_A^2 dt^2 \quad (3.60)$$

となるから

$$\omega_A dt \leq 1 \quad (3.61)$$

のとき  $|\lambda| \leq 1$  となり安定である。

c) 3つの時間レベルを使ったスキーム

まずリーブ・フロッグ法では減衰型の微分方程式は次のように差分化される。

$$\bar{F}^{(n+1)} - \bar{F}^{(n-1)} = -2\omega_A dt \bar{F}^{(n)} \quad (3.62)$$

式 (3.62) に  $\bar{F}^{(n)} = \bar{F}^{(n)}$  を組合せると

$$\begin{pmatrix} \bar{F}^{(n+1)} \\ \bar{F}^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\omega_A dt & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{F}^{(n)} \\ \bar{F}^{(n-1)} \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

となり、右辺の増幅行列の固有値：

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= -\omega_A dt + \sqrt{1 + \omega_A^2 dt} \quad (\text{物理上の解}) \\ \lambda_2 &= -\omega_A dt - \sqrt{1 + \omega_A^2 dt^2} \quad (\text{計算上の解}) \end{aligned} \right\} \quad (3.64)$$

が得られる。式 (3.64) より

物理上の解の絶対値は  $|\lambda_1| < 1$  で安定であるが、計算上の解は絶対値  $|\lambda_2| < -1$  で不安定となる。

次にアダムス・バッシュフォース法では減衰型の微分方程式は次のように差分化される。

$$\bar{F}^{(n+1)} - \bar{F}^{(n)} = -\frac{3}{2} \omega_A dt \bar{F}^{(n)} + \frac{1}{2} \omega_A dt \bar{F}^{(n-1)} \quad (3.65)$$

式 (3.65) に  $\bar{F}^{(n)} = \bar{F}^{(n)}$  を組合せてできる増幅行列の固有値として、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \omega_A dt + \frac{1}{2} \sqrt{(1 - \frac{3}{2} \omega_A dt)^2 + 2\omega_A dt} \quad (\text{物理上の解}) \\ \lambda_2 &= \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \omega_A dt - \frac{1}{2} \sqrt{(1 - \frac{3}{2} \omega_A dt)^2 + 2\omega_A dt} \quad (\text{計算上の解}) \end{aligned} \right\} \quad (3.66)$$

が得られる。式 (3.66) より物理上の解  $\lambda_1$  は  $\frac{2}{3} < \lambda_1 < 1$  で安定であるが、計算上の解  $\lambda_2$  は  $\omega_A dt < 1$  の条件のとき  $-1 < \lambda_2 < 0$  で安定となる。

以上、a)~c) で述べた各スキームの減衰型の項に対する増幅率および安定条件を示すと表一 3.3 のようになる。またこれらの増幅率を  $\omega_A dt$  をパラメーターにして図示すると図一 3.2 のようになる。なお、減衰型の項の

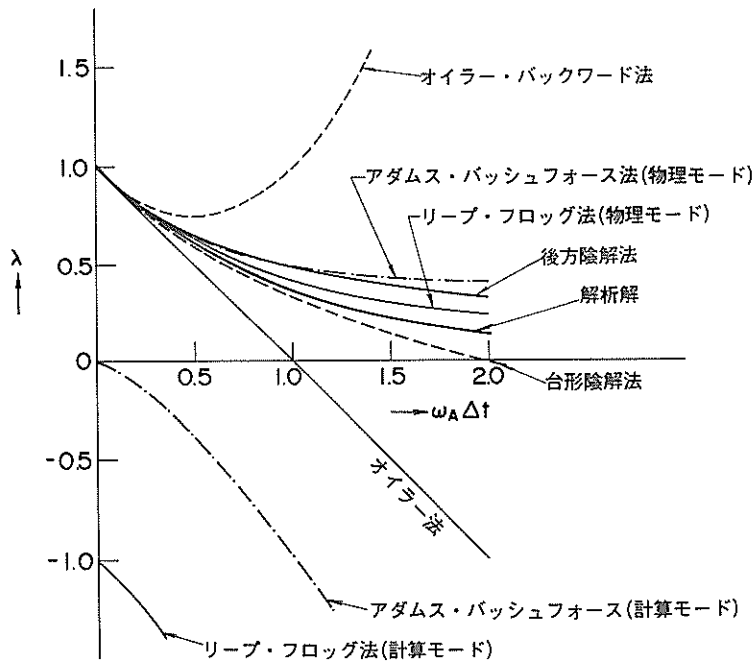


図-3.2 減衰型項に対する各スキームの増幅率

差分化においては中立型の場合のような位相変化は生じない。

表-3.3および図-3.2から減衰型の項に対する各スキームの特徴をまとめると次のようである。

- i) リープ・フロッグ法は不安定な計算上の解が発生するためこのスキームは不適当である。
- ii) アダムス・バッシュフォース法も計算上の解が条件付き安定であるため使用には注意を要する。
- iii) 後方陰解法は安定であるが  $\omega_A \Delta t$  が大きくなると減衰が過小評価され真の解から離れる。
- iv) 台形陰解法も安定であるが  $\omega_A \Delta t$  が大きくなると減衰が過大評価され真の解から離れる。 $\omega_A \Delta t > 2$  では増幅率が負になり、 $\Delta t$  時間毎に正負符号を変えながら減衰する。
- v) オイラー法は条件付き安定であるが、スキームが簡単であるため頻繁に用いられる。減衰を正しく評価するためには  $\omega_A \Delta t$  を 0.5 程度に留めた方がよい。

### (3) ADI法の安定性

ADI法はこれまでの各スキームとはやや特殊であるため、(1)、(2)で取扱ったような簡単な解析では安定性を検討することができない。ADI法は、4.において取扱うように、流れや拡散の微分方程式の各項に対してADI法のスキームを使用するが、これらの項の全てを同時に安定性の解

析を行うことは極めて困難である。そこで流れの計算の安定性に重要な意味をもつ圧力項にのみADIスキームを適用した場合について次のような解析を行うことができる。

ADI法では、時間ステップ  $\Delta t$  を 2 分し、まず前半の時間ステップ  $n \Delta t \rightarrow (n + \frac{1}{2}) \Delta t$  においては、式(3.12)、(3.13)、(3.14)を次のように差分化する。

$$\frac{u^{(n+\frac{1}{2})} - u^{(n)}}{\frac{1}{2} \Delta t} = -g \frac{\partial \zeta^{(n+\frac{1}{2})}}{\partial x} \quad (3.67)$$

$$\frac{\zeta^{(n+\frac{1}{2})} - \zeta^{(n)}}{\frac{1}{2} \Delta t} = -H \frac{\partial u^{(n+\frac{1}{2})}}{\partial x} - H \frac{\partial v^{(n)}}{\partial y} \quad (3.68)$$

$$\frac{v^{(n+\frac{1}{2})} - v^{(n)}}{\frac{1}{2} \Delta t} = -g \frac{\partial \zeta^{(n+\frac{1}{2})}}{\partial y} \quad (3.69)$$

式(3.67)、(3.68)、(3.69)に対して、式(3.18)の形で表わされるフーリエ成分：

$$\left. \begin{aligned} u_{k+\frac{1}{2}, l}^{(n+\frac{1}{2})} &\sim \bar{u}^{(n+\frac{1}{2})} \exp \left[ i\pi \left( \frac{k+\frac{1}{2}}{p} + \frac{l}{q} \right) \right] \\ v_{k, l+\frac{1}{2}}^{(n+\frac{1}{2})} &\sim \bar{v}^{(n+\frac{1}{2})} \exp \left[ i\pi \left( \frac{k}{p} + \frac{l+\frac{1}{2}}{q} \right) \right] \end{aligned} \right\} (3.70)$$

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{k,l}^{(n+\frac{1}{2})} &\sim \bar{\zeta}^{(n+\frac{1}{2})} \exp \left[ i\pi \left( \frac{k}{p} + \frac{l}{q} \right) \right] \end{aligned} \right\} [D] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -ig\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -ih\alpha & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.81)$$

などを代入して整理すると式 (3.71) のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}^{(n+\frac{1}{2})} &= \bar{u}^{(n)} - ig\alpha \bar{\zeta}^{(n+\frac{1}{2})} \\ \bar{v}^{(n+\frac{1}{2})} &= \bar{v}^{(n)} - ig\psi \bar{\zeta}^{(n)} \\ \bar{\zeta}^{(n+\frac{1}{2})} &= \bar{\zeta}^{(n)} - iHa\bar{u}^{(n+\frac{1}{2})} - iH\psi\bar{v}^{(n)} \end{aligned} \right\} \quad (3.71)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{\Delta t}{\Delta S} \sin \frac{\pi}{2p} \\ \psi &= \frac{\Delta t}{\Delta S} \sin \frac{\pi}{2q} \end{aligned} \right\} \quad (3.72)$$

である。式 (3.71) はさらにつぎの形で表わすことができる。

$$[A] \bar{F}^{(n+\frac{1}{2})} = [B] \bar{F}^{(n)} \quad (3.73)$$

ここに、

$$[A] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & ig\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ ih\alpha & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.74)$$

$$[B] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -ig\psi \\ 0 & -iH\psi & 1 \end{pmatrix} \quad (3.75)$$

$$\bar{F}^{(n+\frac{1}{2})} = \begin{pmatrix} \bar{u}^{(n+\frac{1}{2})} \\ \bar{v}^{(n+\frac{1}{2})} \\ \bar{\zeta}^{(n+\frac{1}{2})} \end{pmatrix} \quad (3.76)$$

$$\bar{F}^{(n)} = \begin{pmatrix} \bar{u}^{(n)} \\ \bar{v}^{(n)} \\ \bar{\zeta}^{(n)} \end{pmatrix} \quad (3.77)$$

したがって式 (3.73) より

$$\bar{F}^{(n+\frac{1}{2})} = [A]^{-1} [B] \bar{F}^{(n)} \quad (3.78)$$

である。

同様に後半の時間ステップ  $(n + \frac{1}{2}) \Delta t \rightarrow (n+1) \Delta t$  においても、式 (3.12), (3.13), (3.14) より

$$[C] \bar{F}^{(n+1)} = [D] \bar{F}^{(n+\frac{1}{2})} \quad (3.79)$$

を得る。ここに

$$[C] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ig\psi \\ 0 & ih\psi & 1 \end{pmatrix} \quad (3.80)$$

である。

したがって式 (3.79) より

$$\bar{F}^{(n+\frac{1}{2})} = [D]^{-1} [C] \bar{F}^{(n+1)} \quad (3.82)$$

となる。式 (3.78) と式 (3.82) より

$$[D]^{-1} [C] \bar{F}^{(n+1)} = [A]^{-1} [B] \bar{F}^{(n)} \quad (3.83)$$

が得られる。

式 (3.83) の増幅率  $\lambda$  は

$$[[D]^{-1} [C] - [A]^{-1} [B]] \lambda = 0 \quad (3.84)$$

として計算される。

式 (3.84) に式 (3.74), (3.75), (3.80), (3.81) を代入すると次の  $\lambda$  に関する三次方程式が得られる。

$$(\lambda - 1) (\lambda^2 + 2 \cdot \frac{K-2}{K} \lambda + 1) = 0 \quad (3.85)$$

$$K = (1 + gHa^2)(1 + gH\psi^2) \quad (3.86)$$

式 (3.86) より  $K > 1$  であるから式 (3.85) の解は

$$\lambda = 1, -\frac{K-2}{K} \pm i \sqrt{1 - \left( \frac{K-2}{K} \right)^2} \quad (3.87)$$

で与えられる。

式 (3.87) より

$$|\lambda| = 1 \quad (3.88)$$

であるから、ADI スキームを圧力項 (中立型の項) に適用した場合は中立の安定条件が満たされる。

上述の圧力項の他、海底摩擦項 (減衰項) と圧力項とに ADI 法を適用した場合の安定性の検討は Leendertse, J.J.<sup>31)</sup> によりなされており、安定条件を満足することが確認されている。

安定性の検討をより正確な方法で行うためには、移流項、コリオリ項、水平粘性項なども同時に組込んだ場合に対して上述のような解析を行わなければならないが、現実問題としてこのような解析は極めて困難である。このため、具体的な数値計算を通じて個々の項に対する安定性を確認してゆく必要がある。

### 3.5 スキームの選択

以上、基本式の微分方程式を離散化するに際して生ず

る近似度、精度、および安定性の問題を、主な差分スキームについて検討してきた。これまでに明らかにされたように、個々のスキームには基本式の各項に対して異なる特性を示すため、増幅率、位相差、安定性などの点から有利なスキームを選ぶ必要がある。またこれらの点に加えて計算時間が短かくてすむことも重要な条件である。このような理由から従来の流れや拡散の数値モデルを見ると、1つのモデルを1つのスキームで統一することは稀で、実際には2つ又はそれ以上のスキームを併用するのが通常の用法である。

### 3.6 結 言

以上、3.において、微分方程式の離散化に伴う問題として、差分化による近似の条件、精度、および安定の条件に関し各スキームについて検討した。安定の条件については、流れや物質拡散の計算式の各項が中立型又は減衰型のいずれかに分類されることを示しこれらの型の項の各スキームに対する安定性を検討した。主な内容を要約するとつぎのようになる。

- i) 流れおよび物質拡散を表す微分方程式を差分式に離散化する過程において、近似度、精度、安定性などの問題が生ずる。
- ii) 微分方程式に対する差分式の近似の条件は、変数を時間、および空間に関してテイラー展開し、時間又は空間刻みを0に近づけたとき元の方程式に収束することである。
- iii) 微分方程式に対する差分式の精度とは、ii)と同様、変数の時間・空間に関するテイラー展開を利用し、元の微分方程式に対する近似の程度を時間刻み( $\Delta t$ )又は空間刻み( $\Delta S$ )の次数で表わしたものである。時間に関しては、オイラー法、後方陰解法、台形陰解法、オイラー・バックワード法の精度は $\Delta t$ のオーダーであり、リーブ・フロッグ法、アダムス・バッシュフォース法、ADI法は $(\Delta t)^2$ のオーダーである。一方空間に関しては中央差分をとる限り $(\Delta S)^2$ のオーダーである。
- iv) 差分式のような離散化量で計算を行う場合には、差分近似や打ち切り誤差による安定性が問題になる。安定性の解析には変数をフーリエ級数に分解してそ

- の1項のみをとりあげ、増幅率や位相を検討する。
- v) 流れおよび物質拡散の微分方程式に対する安定性の解析では、これらの式に含まれる各項を中立型の項と減衰型の項とに分けて考えればよい。
- vi) 中立型の項に対して、オイラー法、アダムス・バッシュフォース法は不安定、オイラー・バックワード法、リーブ・フロッグ法は無条件安定である。
- vii) 減衰型の項に対して、リーブ・フロッグ法は不安定、オイラー法、アダムス・バッシュフォース法は条件付安定、後方陰解法、台形陰解法は無条件安定である。
- viii) 不安定なスキームでも安定な減衰性のスキームと併用すること又は時間ステップに制約をつけることにより安定な計算を行えることがある。
- ix) 安定なスキームでも増幅率が1に較べて過小なものや位相遅れが著しいものはスキームとして不適当である。
- x) 各々のスキームは基本となる微分方程式の各項に対して異なる特性を示すため、スキームの選択に当っては増幅率、位相差、安定性、計算時間などの点から有利なものを選ぶ必要がある。
- xi) 安定性の検討を純解析的に行うことは極めて困難であり、具体的な数値計算を行う過程において個々にこれらの問題の確認をしてゆく必要がある。

### 参考文献

- 1) 新田尚・大林智徳・近藤洋輝・遠藤昌宏・菊地幸雄・岩嶋樹也：気象研究ノート，第110号（1972），気象力学に用いられる数値計算法，日本気象学会，1972年2月
- 2) Kurihara, Y.: On the use of implicit and iterative methods for the time integration of the wave equation, Monthly Weather Review, Vol. 93, No.1, Jan. 1965
- 3) Leendertse, J.J.: Aspects of computational model for long - period water wave propagation, RM-5295-PR, The Rand Corporation, May 1967, p 165

## 4. 二次元流れと物質拡散の

### シミュレーションの実際

#### 4.1 二次元単層流れと保存性物質拡散の非定常解法

##### 4.1.1 概説

海水中に溶存または混在する物質の移流・拡散を考えると、流れの流向流速、残差流（平均流）や拡散係数が重要な因子になる。流れは通常多少とも溶存または混合している物質の影響を受けている。特に海水の流れが密度変化や成層化につながる場合には流れに対する影響を無視することはできないが、物質の濃度が十分小さければ、物質濃度とは独立に流れの計算を先行し、求められた流れの場で物質拡散の計算を行うことができるようになる。

沿岸域の流れは三次元的であり、取扱う対象によっては水平流れの鉛直分布や鉛直流れ、鉛直方向の濃度分布が重要になる。ところが、一般の海域においては水平流が鉛直流に対して卓越しているため、平面的な二次元流れによっても流れや物質拡散の大勢を知ることが多くの場合十分可能である。二次元単層モデルは他の多層モデル、多層位モデルに較べてモデルが簡単であることやパラメータが少いことから取扱いが容易で実用的なモデルとしてこれまで沿岸海域の流れや物質の拡散予測に広く利用されている。

拡散物質は塩分のようにほとんど混合希釈によるものだけを考えればよい保存性の物質もあれば、ほとんどの有機物・無機物にみられるように移流・拡散の過程でそれ自身が分解・合成して増減する非保存性のものがある。拡散物質の保存体としての取扱いは、塩分のようなものを除き海水ではほとんどが非保存性物質を対象としていることから実態にはそぐわないように思われる。しかし、視点を変えれば、分解・合成等の複雑な機構を取除いた保存性物質としての移流拡散は物質拡散の基本量であり重要な部分であるといえる。このような理由から海域の水質予測として保存性物質の拡散が頻繁に利用されている。

したがって本章では、沿岸域から排出される保存性の拡散物質が流れにより移流拡散される過程を時間的に追跡する手法のうち、最も頻繁に用いられている二次元単層流れのモデルと、このモデルにより求められた流れ場での保存性物質の移流拡散の非定常解法についてその特徴と計算例を述べる。

数値モデルは流れ・拡散とも現在広く使われるようになったADI法に限定し、差分式の前処理となる基本微分

方程式の二次化、ADI法の特徴、差分式の形成と計算方式、および本モデルの大阪湾への適用例について述べる。

##### 4.1.2 基礎方程式の二次化

###### (1) 流れの方程式

2.2で述べたように、粘性非圧縮流体の流れは $x$ 、 $y$ 、 $z$ 方向の運動方程式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ = f v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_h \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \nu_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \\ = -f u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_h \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \nu_v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (4.3)$$

および連続式:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4.4)$$

で表わされる。

式(4.3)において、水面 $z = \zeta$ で圧力 $p = p_0$ (大気圧)とすると、

$$p = \rho g(\zeta - z) + p_0 \quad (4.5)$$

が得られる。

式(4.1)および(4.2)に対し、式(4.4)および(4.5)の関係をを用いると次の式(4.6)および(4.7)のように書改めることができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} \\ - f v + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \nu_h \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \nu_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2)}{\partial y} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} \\ + f u + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \nu_h \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \nu_v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

なお式(4.5)において $\partial p_0 / \partial x$ 、 $\partial p_0 / \partial y$ 、すなわち大気圧 $p_0$ の圧力勾配は、高潮計算のように大気圧の平面分布勾配が著しい場合はこれを算入するが、通常の海水の流れの計算においては無視している。

つぎに、式(4.4)、(4.6)、および(4.7)を水深方向に平均化することにより二次元化を行う。

この二次元化操作に先立って海底および海面の条件を導入する。いま海面を表わす式が空間座標  $(x, y, z)$  および時刻  $t$  において

$$F(x, y, z, t) = 0 \quad (4.8)$$

で表わされるとすると、流体粒子が海面から飛び出さないための条件は、微小時間  $\Delta t$  後において

$$F(x+u\Delta t, y+v\Delta t, z+w\Delta t, t+\Delta t) = 0 \quad (4.9)$$

を満足することである。式(4.8)、(4.9)の条件は次の関係式と同値である。

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} + w \frac{\partial F}{\partial z} = 0 \quad (4.10)$$

式(4.10)の関係は海底に対しても成立する。

海面は  $z = \zeta(x, y, t)$  であるから

$$F = z - \zeta(x, y, t) \quad (4.11)$$

となる。したがって式(4.10)を適用することにより、

$$-\frac{\partial \zeta}{\partial t} - u \frac{\partial \zeta}{\partial x} - v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + w = 0 \quad (4.12)$$

at  $z = \zeta$

が得られる。

同様に海底に対しても  $z = -h(x, y)$  より

$$F = z + h(x, y) \quad (4.13)$$

であるから式(4.10)より

$$u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} + w = 0 \quad (4.14)$$

at  $z = -h$

が得られる<sup>1)</sup>

一方、積分記号下の微分に関する公式<sup>2)</sup>より

$$\int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial [f(x, y, z, t)]}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} f(x, y, z, t) dz - f(x, y, \zeta, t) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + f(x, y, (-h), t) \frac{\partial (-h)}{\partial x} \quad (4.15)$$

の関係がある ( $y$  についても同様である)。

したがって、式(4.4)、(4.6)、および(4.7)に対して海底 ( $z = -h$ ) から海面 ( $z = \zeta$ ) まで鉛直 ( $z$ ) 方向に積分し、式(4.15)、および境界を表わす

式(4.12)、(4.14)を用いれば、水深方向に平均化された二次元流れは次のような方程式で表わされる。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(\zeta+h)u] + \frac{\partial}{\partial y} [(\zeta+h)v] = 0 \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - A_h \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{gu\sqrt{u^2+v^2}}{(\zeta+h)C^2} = 0 \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fv + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - A_h \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{gv\sqrt{u^2+v^2}}{(\zeta+h)C^2} = 0 \quad (4.18)$$

ここに、 $u, v$ , および  $A_h$  は、それぞれ  $-h \leq z \leq \zeta$  の間で平均化された水平流速成分と水平渦動粘性係数であり、 $C$  は海底粗度に関するシュジ-係数である。

(2) 物質拡散方程式

2.2 で述べたように、物質拡散は次式で表わされる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial (uc)}{\partial x} + \frac{\partial (vc)}{\partial y} + \frac{\partial (wc)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad (4.19)$$

式(4.19)に対して、海面、海底を通じて物質(流れ)が移流しない条件式(4.12)、(4.14)および物質が拡散しない条件式：

$$\left. \begin{aligned} \left[ D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right]_{z=\zeta} &= \left[ D_x \frac{\partial c}{\partial x} \right]_{z=\zeta} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \left[ D_y \frac{\partial c}{\partial y} \right]_{z=\zeta} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \left[ D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right]_{z=-h} &= \left[ D_x \frac{\partial c}{\partial x} \right]_{z=-h} \cdot \frac{\partial (-h)}{\partial x} + \left[ D_y \frac{\partial c}{\partial y} \right]_{z=-h} \cdot \frac{\partial (-h)}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

を用いて  $-h \leq z \leq \zeta$  の間で  $z$  に関して積分すると次に示すような二次元化された拡散方程式が得られる。

$$\frac{\partial [(\zeta+h)c]}{\partial t} + \frac{\partial [(\zeta+h)uc]}{\partial x} + \frac{\partial [(\zeta+h)vc]}{\partial y} = \frac{\partial [(\zeta+h)K_x \frac{\partial c}{\partial x}]}{\partial x} + \frac{\partial [(\zeta+h)K_y \frac{\partial c}{\partial y}]}{\partial y} \quad (4.21)$$

ここに、 $u, v, c$  :  $-h \leq z \leq \zeta$  の間で平均化された水平流速成分と物質濃度、 $K_x, K_y$  : 水平流の鉛直分布による移流分散を含んだ見掛けの拡散係数である。

#### 4.1.3 流れの数値モデル

(1) ADI法とその特徴

差分近似解法の一つとしてPeaceman, Rachfordらにより考案されたADI法(Alternating Direction Implicit Method)を採用した。この方法はLeendertse, J.J.<sup>3),4)</sup>によって潮流および拡散方程式の差分化に利用されたものである。ADI法は、偏微分方程式の差分近似解法にあたって現われる大型の連立一次方程式を解く方法として、緩和法(relaxation method), 逐次加速緩和法(successive over-relaxation method)等と併行して最近注目されている。流れと拡散のモデルに対するADI法の適用例を簡単に示すと次のとおりである。すなわち、まず計算を進める時間間隔  $\Delta t$  を2分する。前半の時間ステップ  $n\Delta t \rightarrow (n + \frac{1}{2})\Delta t$  において、運動方程式、連続方程式、又は拡散方程式に対し、原則的には  $x$  方向の成分を陰形式(インプリシット)の表示、 $y$  方向の成分については陽形式(エクスプリシット)の表示を行う。つぎに、このようにして形成される方程式をある  $x$  方向の格子点列について整理すると、一般には、隣り合う3点の未知量(流れと水位、又は濃度に関しての)を一つの方程式とする多元連立方程式群ができる。この多元連立方程式は流れと水位、又は濃度に関する漸化式に変換される。したがって、行列式をそのまま解くことなく、境界条件としての流れ又は水位、あるいは濃度を与えることにより内部領域の値を次々と決定することができる。後半の時間ステップ  $(n + \frac{1}{2})\Delta t \rightarrow (n + 1)\Delta t$  においては、陰形式、陽形式の表示を  $x, y$  方向について転換し、 $y$  方向の漸化式を導いて  $y$  方向に計算を進める。このようにADI法では計算領域内の格子点で  $x$  方向と  $y$  方向とを交互に巡回して計算を行うところにこの名称(Alternating Direction Implicit Method)の由来がある。ADI法の主な利点として次の3点を挙げる事ができる。

i)  $x, y$  方向の変数がそれぞれ交互に一方のみ陰形式の差分で表現するため、計算式が簡単になる。

ii)  $x, y$  方向で陰形式と陽形式の差分を交互に繰返し計算するので誤差が相殺され計算が安定になる。

iii) 計算に要する時間が比較的小さくてすむ。

(2) 格子網および変数の定義

流れ、拡散の微分方程式を差分化するにあたり、諸変数を図-4.1に示す位置で定義する。さらに以下の差分表示を簡単にするため、Leendertse, J.J.<sup>3)</sup>に従いつぎの表示記号を用いる。

$$F_{ij}^{(n)} \equiv F(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t)$$

$$i = 0, \pm \frac{1}{2}, \pm 1, \pm \frac{3}{2}, \dots$$

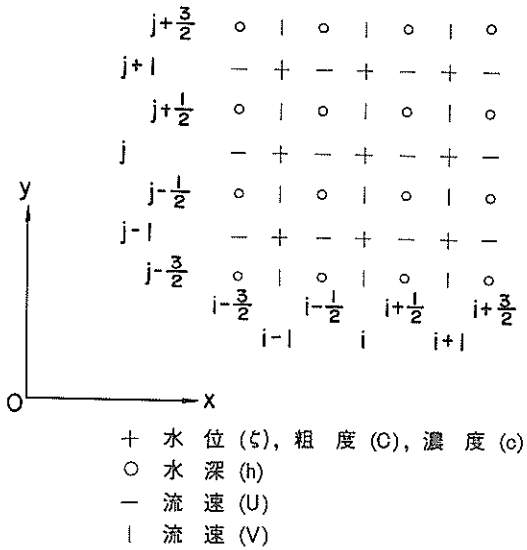


図-4.1 変数の定義位置

$$\begin{aligned}
 j &= 0, \pm \frac{1}{2}, \pm 1, \pm \frac{3}{2}, \dots \\
 n &= 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots \\
 \bar{F}_{i+(1/2),j}^x &\equiv \frac{1}{2}(F_{i+1,j} + F_{i,j}) \\
 \bar{F}_{i,j+(1/2)}^y &\equiv \frac{1}{2}(F_{i,j+1} + F_{i,j}) \\
 F_x &= F_{i+1,j} - F_{i,j} \quad \text{at}(i+(1/2),j) \\
 F_y &= F_{i,j+1} - F_{i,j} \quad \text{at}(i,j+(1/2)) \\
 \bar{\bar{F}}_{i+(1/2),j+(1/2)} &= \frac{1}{4}(F_{i+1,j+1} + F_{i+1,j} + F_{i,j+1} + F_{i,j})
 \end{aligned}
 \tag{4.22}$$

ここに  $F$  は  $u, v, \zeta, C, c, h$  のいずれかを表わす代表記号とする。

(3) 流れの基本式の差分化と計算式

流れの運動方程式(4.17), (4.18)および連続方程式(4.16)に対し、図-4.2に示す格子点上で差分化する。

まず前半のタイムステップ  $n\Delta t \rightarrow (n + \frac{1}{2})\Delta t$  において式(4.17), (4.16), および(4.18)を、それぞれ  $(i + \frac{1}{2}, j), (i, j)$ , および  $(i, j + \frac{1}{2})$  で次のように差分化する。

式(4.17)より、

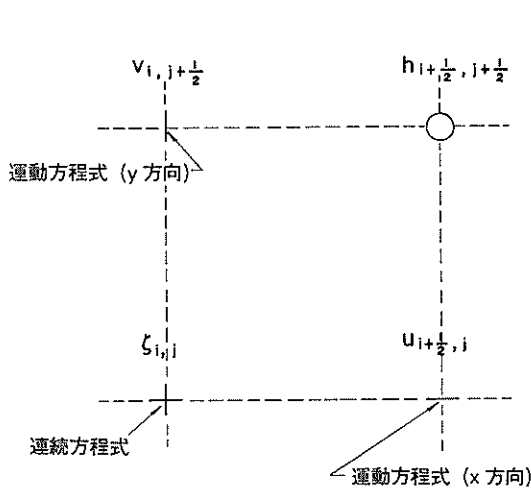


図-4.2 水位と流速の計算位置

$$\begin{aligned}
 u^{(n+(1/2))} &= u^{(n)} + \frac{1}{2} \Delta t f \bar{v}^{(n)} - \frac{1}{2} \Delta t u^{(n+(1/2))} \left\langle \frac{\partial u^{(n)}}{\partial x} \right\rangle \\
 &\quad - \frac{1}{2} \Delta t \cdot \bar{v}^{(n)} \left\langle \frac{\partial u^{(n)}}{\partial y} \right\rangle - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} g \zeta_x^{(n+(1/2))} \\
 &\quad + \frac{1}{2} \Delta t \cdot A_h \left\langle \frac{\partial^2 u^{(n)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^{(n)}}{\partial y^2} \right\rangle \\
 &\quad - \frac{1}{2} \Delta t g u^{(n)} \frac{\sqrt{(u^{(n)})^2 + (\bar{v}^{(n)})^2}}{(\bar{h}^x + \bar{\zeta}^x(n))(C^x)^2} \\
 &\quad \text{at } (i + (1/2), j) \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

式(4.16)より,

$$\begin{aligned}
 \zeta^{(n+(1/2))} &= \zeta^{(n)} - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ (\bar{h}^y + \bar{\zeta}^x(n)) u^{(n+(1/2))} \right]_x \\
 &\quad - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[ (\bar{h}^x + \bar{\zeta}^y(n)) v^{(n)} \right]_y \\
 &\quad \text{at } (i, j) \quad (4.24)
 \end{aligned}$$

式(4.18)より,

$$\begin{aligned}
 v^{(n+(1/2))} &= v^{(n)} - \frac{1}{2} \Delta t f \bar{u}^{(n+(1/2))} - \frac{1}{2} \Delta t u^{(n+(1/2))} \\
 &\quad \times \left\langle \frac{\partial v^{(n)}}{\partial x} \right\rangle - \frac{1}{2} \Delta t v^{(n+(1/2))} \left\langle \frac{\partial v^{(n)}}{\partial y} \right\rangle \\
 &\quad - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta y} g \zeta_y^{(n)} + \frac{1}{2} \Delta t \cdot A_h \left\langle \frac{\partial^2 v^{(n)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v^{(n)}}{\partial y^2} \right\rangle
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &- \frac{1}{2} \Delta t g v^{(n+(1/2))} \frac{\sqrt{(u^{(n+(1/2))})^2 + (v^{(n)})^2}}{(\bar{h}^x + \bar{\zeta}^x(n+(1/2)))(C^y)^2} \\
 &\quad \text{at } (i, j + (1/2)) \quad (4.25)
 \end{aligned}$$

が得られる。

全く同様に後半のタイムステップ<sup>o</sup>  $(n + (1/2)) \Delta t \rightarrow (n + 1) \Delta t$ において

式(4.18)より

$$\begin{aligned}
 v^{(n+1)} &= v^{(n+(1/2))} - \frac{1}{2} \Delta t f \bar{u}^{(n+(1/2))} - \frac{1}{2} \Delta t \bar{u}^{(n+(1/2))} \\
 &\quad \times \left\langle \frac{\partial v^{(n+(1/2))}}{\partial x} \right\rangle - \frac{1}{2} \Delta t v^{(n+1)} \left\langle \frac{\partial v^{(n+(1/2))}}{\partial y} \right\rangle \\
 &\quad - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta y} g \zeta_y^{(n+1)} + \frac{1}{2} \Delta t A_h \left\langle \frac{\partial^2 v^{(n+(1/2))}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v^{(n+(1/2))}}{\partial y^2} \right\rangle \\
 &\quad - \frac{1}{2} \Delta t g v^{(n+(1/2))} \frac{\sqrt{(u^{(n+(1/2))})^2 + (v^{(n+(1/2))})^2}}{(\bar{h}^x + \bar{\zeta}^x(n+(1/2)))(C^y)^2} \\
 &\quad \text{at } (i, j + (1/2)) \quad (4.26)
 \end{aligned}$$

式(4.16)より

$$\begin{aligned}
 \zeta^{(n+1)} &= \zeta^{(n+(1/2))} - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ (\bar{h}^y + \bar{\zeta}^x(n+(1/2))) u^{(n+(1/2))} \right]_x \\
 &\quad - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[ (\bar{h}^x + \bar{\zeta}^y(n+(1/2))) v^{(n+1)} \right]_y \\
 &\quad \text{at } (i, j) \quad (4.27)
 \end{aligned}$$

式(4.17)より

$$\begin{aligned}
 u^{(n+1)} &= u^{(n+(1/2))} + \frac{1}{2} \Delta t f \bar{v}^{(n+1)} - \frac{1}{2} \Delta t u^{(n+1)} \\
 &\quad \times \left\langle \frac{\partial u^{(n+(1/2))}}{\partial x} \right\rangle - \frac{1}{2} \Delta t \bar{v}^{(n+1)} \\
 &\quad \times \left\langle \frac{\partial u^{(n+(1/2))}}{\partial y} \right\rangle - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} g \zeta_x^{(n+(1/2))} \\
 &\quad + \frac{1}{2} \Delta t \cdot A_h \left\langle \frac{\partial^2 u^{(n+(1/2))}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^{(n+(1/2))}}{\partial y^2} \right\rangle \\
 &\quad - \frac{1}{2} \Delta t g u^{(n+1)} \frac{\sqrt{(u^{(n+(1/2))})^2 + (\bar{v}^{(n+1)})^2}}{(\bar{h}^y + \bar{\zeta}^y(n+1))(C^x)^2} \\
 &\quad \text{at } (i + (1/2), j) \quad (4.28)
 \end{aligned}$$

が得られる。

ここに,

$$\left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle_{i+(1/2), j} = \frac{1}{2 \Delta x} (u_{i+(3/2), j} - u_{i-(1/2), j})$$

$$\left\langle \frac{\partial u}{\partial y} \right\rangle_{i+(1/2), j} = \frac{1}{2 \Delta y} (u_{i+(1/2), j+1} - u_{i+(1/2), j-1})$$



$$\begin{aligned}
\left\langle \frac{\partial v}{\partial x} \right\rangle_{i,j+(1/2)} &= \frac{1}{2dx} (v_{i+1,j+(1/2)} - v_{i-j+(1/2)}) \\
\left\langle \frac{\partial v}{\partial y} \right\rangle_{i,j+(1/2)} &= \frac{1}{2dy} (v_{i,j+(3/2)} - v_{i,j-(1/2)}) \\
\left\langle \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right\rangle_{i+(1/2),j} &= \frac{1}{(dx)^2} (u_{i+(3/2),j} - 2u_{i+(1/2),j} + u_{i-(1/2),j}) \\
&\quad + \frac{1}{(dy)^2} (u_{i+(1/2),j+1} - 2u_{i+(1/2),j} + u_{i+(1/2),j-1}) \\
\left\langle \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right\rangle_{i,j+(1/2)} &= \frac{1}{(dx)^2} (v_{i+1,j+(1/2)} - 2v_{i,j+(1/2)} + v_{i-1,j+(1/2)}) \\
&\quad + \frac{1}{(dy)^2} (v_{i,j+(3/2)} - 2v_{i,j+(1/2)} + v_{i,j-(1/2)}) \quad (4.29)
\end{aligned}$$

である。なお、式(4.23)、(4.24)においては  $u$  と  $\zeta$  を陰形式に、式(4.26)、(4.27)においては  $v$  と  $\zeta$  を陰形式に表現することを原則としているが、式の線型化、計算の安定化をはかるため(以下に示すように)適宜陽形式の表現をとっている。式(4.25)、(4.28)においても同様の処置が施されている。

まず、時刻  $(n + (\frac{1}{2}))\Delta t$  において  $j = \text{一定}$  すなわち  $x$  軸と平行な横方向の格子群に注目する。式(4.24)を未知数  $u^{(n+(\frac{1}{2}))}$ 、 $\zeta^{(n+(\frac{1}{2}))}$  について書き変えると、

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{2} \frac{dt}{dx} \left[ (\bar{h}^y + \bar{\zeta}^x)^n \right] u_{i-(1/2),j}^{(n+(1/2))} + \zeta_{i,j}^{(n+(1/2))} \\
+ \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} \left[ (\bar{h}^y + \bar{\zeta}^x)^n \right] u_{i+(1/2),j}^{(n+(1/2))} = A_{i,j}^{(n)} \quad (4.30)
\end{aligned}$$

ここに、

$$A_{i,j}^{(n)} = \zeta_{i,j}^{(n)} - \frac{1}{2} \frac{dt}{dy} \left[ \left\{ (\bar{h}^x + \bar{\zeta}^y)^n \right\}_y v_y^{(n)} \right]_{i,j} \quad (4.31)$$

さらに、式(4.23)についても同様に、

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{2} \frac{dt}{dx} g \zeta_{i,j}^{(n+(1/2))} + \left\{ 1 + \frac{1}{2} dt \left\langle \frac{\partial u^{(m)}}{\partial x} \right\rangle_{i+(1/2),j} \right\} u_{i+(1/2),j}^{(n+(1/2))} \\
+ \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} g \zeta_{i,j}^{(n+(1/2))} = B_{i,j}^{(n)} \quad (4.32)
\end{aligned}$$

ここに、

$$B_{i+(1/2),j} = \left[ u^{(m)} + \frac{1}{2} dt \left\{ \bar{v}^{(m)} - \bar{v}^{(m)} \left\langle \frac{\partial u^{(m)}}{\partial y} \right\rangle \right\} \right]_{i,j}$$

$$\begin{aligned}
+ A_h \left\langle \frac{\partial^2 u^{(m)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^{(m)}}{\partial y^2} \right\rangle \\
- g u^{(m)} \left[ \frac{\sqrt{(u^{(m)})^2 + (\bar{v}^{(m)})^2}}{(\bar{h}^y + \bar{\zeta}^x)^n (\bar{C}^x)^2} \right]_{i+(1/2),j} \quad (4.33)
\end{aligned}$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned}
r_{i-(1/2),j} &= \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} \left[ \bar{h}^y + \bar{\zeta}^x \right]_{i-(1/2),j} \\
r_{i+(1/2),j} &= \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} \left[ \bar{h}^y + \bar{\zeta}^x \right]_{i+(1/2),j} \quad (4.34)
\end{aligned}$$

とおけば式(4.30)は、

$$\begin{aligned}
- r_{i-(1/2),j} u_{i-(1/2),j}^{(n+(1/2))} + \zeta_{i,j}^{(n+(1/2))} + r_{i+(1/2),j} u_{i+(1/2),j}^{(n+(1/2))} \\
= A_{i,j}^{(n)} \quad (4.35)
\end{aligned}$$

となる。さらに、

$$\begin{aligned}
r_{i,j} &= r_{i+1,j} = \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} g \\
r'_{i+(1/2),j} &= 1 + \frac{1}{2} dt \left\langle \frac{\partial u^{(m)}}{\partial x} \right\rangle_{i+(1/2),j} \quad (4.36)
\end{aligned}$$

とおけば式(4.32)は、

$$\begin{aligned}
- r_{i,j} \zeta_{i,j}^{(n+(1/2))} + r'_{i+(1/2),j} u_{i+(1/2),j}^{(n+(1/2))} \\
+ r_{i+1,j} \zeta_{i+1,j}^{(n+(1/2))} = B_{i,j}^{(n)} \quad (4.37)
\end{aligned}$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned}
P_{i,j} &= r_{i+(1/2),j} \\
Q_{i,j} &= A_{i,j}^{(n)} + r_{i-(1/2),j} u_{i-(1/2),j}^{(n+(1/2))} \quad (4.38)
\end{aligned}$$

とおけば式(4.35)は、

$$\zeta_{i,j}^{(n+(1/2))} = -P_{i,j} \cdot u_{i+(1/2),j}^{(n+(1/2))} + Q_{i,j} \quad (4.39)$$

となる。式(4.39)を式(4.37)に代入すれば、

$$u_{i+(1/2),j}^{(n+(1/2))} = -R_{i,j} \zeta_{i+1,j}^{(n+(1/2))} + S_{i,j} \quad (4.40)$$

ここに、

$$\begin{aligned}
R_{i,j} &= \frac{r_{i+1,j}}{r'_{i+(1/2),j} + r_{i,j} P_{i,j}} \\
S_{i,j} &= \frac{B_{i+1/2,j}^{(n)} + r_{i,j} Q_{i,j}}{r'_{i+(1/2),j} + r_{i,j} P_{i,j}} \quad (4.41)
\end{aligned}$$

を得る。つきに式(4.35)において  $i \rightarrow i+1$  とし、式(4.40)を代入すると、

$$\zeta_{i+1,j}^{(n+(3/2))} = -P_{i+1,j} u_{i+1,j}^{(n+(1/2))} + Q_{i+1,j} \quad (4.42)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} P_{i+1,j} &= \frac{r_{i+(3/2),j}}{1+r_{i+(1/2),j} R_{i,j}} \\ Q_{i+1,j} &= \frac{A_{i+1,j}^{(n)} + r_{i+(1/2),j} S_{i,j}}{1+r_{i+(1/2),j} R_{i,j}} \end{aligned} \right\} \quad (4.43)$$

を得る。さらに式(4.37)において  $i \rightarrow i+1$  とし、式(4.42)を代入すると、

$$u_{i+1,j}^{(n+(1/2))} = -R_{i+1,j} \zeta_{i+1,j}^{(n+(1/2))} + S_{i+1,j} \quad (4.44)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} R_{i+1,j} &= \frac{r_{i+2,j}}{r_{i+(3/2),j} + r_{i+1,j} P_{i+1,j}} \\ S_{i+1,j} &= \frac{B_{i+1,j}^{(n)} + r_{i+1,j} Q_{i+1,j}}{r_{i+(3/2),j} + r_{i+1,j} P_{i+1,j}} \end{aligned} \right\} \quad (4.45)$$

となる。式(4.44)、(4.45)は先に得た式(4.40)、(4.41)において  $i \rightarrow i+1$  とおいたものと全く同一の形をしていることが判る。

したがって、 $\zeta_{i+1,j}^{(n+(1/2))}$ 、 $u_{i+1,j}^{(n+(1/2))}$  はつぎのような循環式を用いることにより次々と解を求めることができる。

$$\zeta_{i,j}^{(n+(1/2))} = -P_{i,j} u_{i,j}^{(n+(1/2))} + Q_{i,j} \quad (4.46)$$

$$u_{i,j}^{(n+(1/2))} = -R_{i-1,j} \zeta_{i-1,j}^{(n+(1/2))} + S_{i-1,j} \quad (4.47)$$

ここに,

$$P_{i,j} = \frac{r_{i+(1/2),j}}{1+r_{i-(1/2),j} \cdot R_{i-1,j}} \quad (4.48)$$

$$Q_{i,j} = \frac{A_{i,j}^{(n)} + r_{i-(1/2),j} \cdot S_{i-1,j}}{1+r_{i-(1/2),j} R_{i-1,j}} \quad (4.49)$$

$$R_{i,j} = \frac{r_{i+1,j}}{r_{i+(1/2),j} + r_{i,j} P_{i,j}} \quad (4.50)$$

$$S_{i,j} = \frac{B_{i,j}^{(n)} + r_{i,j} Q_{i,j}}{r_{i+(1/2),j} + r_{i,j} P_{i,j}} \quad (4.51)$$

$$A_{i,j}^{(n)} = \zeta_{i,j}^{(n)} - \frac{dt}{2dy} \left\{ (\bar{h}^x + \bar{\zeta}^x(m)) v_{i,j}^{(n)} \right\}_{i,j} \quad (4.52)$$

$$\begin{aligned} B_{i+(1/2),j}^{(n)} &= u_{i+(1/2),j}^{(n)} + \frac{1}{2} dt \left[ f \bar{v}^{(n)} - \bar{v}^{(n)} \right. \\ &\quad \times \left\langle \frac{\partial u^{(n)}}{\partial y} \right\rangle + A_h \left\langle \frac{\partial^2 u^{(n)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^{(n)}}{\partial y^2} \right\rangle \\ &\quad \left. - g u^{(n)} \frac{\sqrt{(u^{(n)})^2 + (\bar{v}^{(n)})^2}}{(\bar{h}^x + \bar{\zeta}^x(m)) (C^x)^2} \right]_{i+(1/2),j} \end{aligned} \quad (4.53)$$

$$r_{i,j} = \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} g \quad (4.54)$$

$$r_{i+(1/2),j} = \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} \left[ \bar{h}^x + \bar{\zeta}^x(m) \right]_{i+(1/2),j} \quad (4.55)$$

$$r_{i+(1/2),j} = 1 + \frac{dt}{2} \left\langle \frac{\partial u^{(n)}}{\partial x} \right\rangle_{i+(1/2),j} \quad (4.56)$$

である。したがって、まず  $P_{i,j}$ 、 $Q_{i,j}$ 、 $R_{i,j}$ 、 $S_{i,j}$  を  $x$  方向に  $i$  が増加する方向に求めておき、つぎに式(4.46)、(4.47)を交互に使用することにより  $i$  の減少する方向に  $u$  を求める。このようにしてすべての  $j$  について求めた  $u$  を式(4.25)に代入することにより領域全域の  $v$  を計算する。

つぎに、時刻  $(n+1)dt$  において  $i$  = 一定、すなわち  $y$  軸と平行な縦方向の格子群に注目すると、未知数  $v^{(n+1)}$ 、 $\zeta^{(n+1)}$  が交互に一列に配列されている。したがって式(4.26)、(4.27)を用いれば全く同様の手順により  $\zeta_{i,j}^{(n+1)}$ 、 $v_{i,j}^{(n+1)}$  に関して次のような循環式を得ることができる。

$$\zeta_{i,j}^{(n+1)} = -k_{i,j} v_{i,j+(1/2)}^{(n+1)} + q_{i,j} \quad (4.57)$$

$$v_{i,j-(1/2)}^{(n+1)} = -l_{i,j-1} \zeta_{i,j-1}^{(n+1)} + m_{i,j-1} \quad (4.58)$$

ここに,

$$p_{i,j} = \frac{k_{i,j+(1/2)}}{1+k_{i,j-(1/2)} \cdot l_{i,j-1}} \quad (4.59)$$

$$q_{i,j} = \frac{a_{i,j}^{(n+(1/2))} + k_{i,j-(1/2)} m_{i,j-1}}{1+k_{i,j-(1/2)} \cdot l_{i,j-1}} \quad (4.60)$$

$$l_{i,j} = \frac{k_{i,j+1}}{k'_{i,j+(1/2)} + k_{i,j} p_{i,j}} \quad (4.61)$$

$$m_{i,j} = \frac{b_{i,j+(1/2)} + k_{i,j} q_{i,j}}{k'_{i,j+(1/2)} + k_{i,j} p_{i,j}} \quad (4.62)$$

$$a_{i,j}^{(n+(1/2))} = \zeta_{i,j}^{(n+(1/2))} - \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} \left[ (\bar{h}^x + \bar{\zeta}^x(n+(1/2))) u^{(n+(1/2))} \right]_x \quad (4.63)$$

$$\begin{aligned} b_{i,j+(1/2)}^{(n+(1/2))} &= v_{i,j+(1/2)}^{(n+(1/2))} + \frac{1}{2} dt \left[ f \bar{u}^{(n+(1/2))} - \bar{u}^{(n+(1/2))} \right. \\ &\quad \times \left\langle \frac{\partial v^{(n+(1/2))}}{\partial x} \right\rangle + A_h \left\langle \frac{\partial^2 v^{(n+(1/2))}}{\partial x^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^2 v^{(n+(1/2))}}{\partial y^2} \right\rangle - g v^{(n+(1/2))} \\ &\quad \left. \times \frac{\sqrt{(v^{(n+(1/2))})^2 + (\bar{u}^{(n+(1/2))})^2}}{(\bar{h}^x + \bar{\zeta}^x(n+(1/2))) (C^x)^2} \right]_{i,j+(1/2)} \end{aligned} \quad (4.64)$$

$$k_{i,j} = \frac{1}{2} \frac{dt}{dy} g \quad (4.65)$$

$$k_{i,j+(V2)} = \frac{1}{2} \frac{dt}{dy} \left[ \bar{h}^x + \bar{\zeta}^{(n+(V2))} \right]_{i,j+(V2)} \quad (4.66)$$

$$k'_{i,j+(V2)} = 1 + \frac{dt}{2} \left\langle \frac{\partial v^{(n+(V2))}}{\partial y} \right\rangle_{i,j+(V2)} \quad (4.67)$$

である。したがって、 $p_{i,j}$ ,  $q_{i,j}$ ,  $l_{i,j}$ ,  $m_{i,j}$  を  $y$  方向に  $j$  が増加する方向に求めておき、つぎに式 (4.57), (4.58) を交互に用いることによって  $j$  の減少する方向に  $v$  と  $\zeta$  を求める。このようにしてすべての  $i$  について求めた  $v$ ,  $\zeta$  を式 (4.28) に代入することにより全領域の  $u$  を計算する。以後はこの手順を繰返す。

#### (4) 流れの計算における境界の取扱い

境界と接しない中央計算領域の格子点での計算は(3)の一般式 (4.46)~(4.56) および (4.57)~(4.67) 等によって行うが、この種の数値計算は有限領域を取扱わざるを得ないため、外境界は必ず陸地又は外海と接している。さらに領域内においても、防波堤、河川流入その他の境界での複雑な条件が加わる。数値計算が難しいのはこのような境界の取扱いの煩雑さによるところが大きい。

##### a) 閉境界と開境界

前半の時間ステップにおいて一般式 (4.46)~(4.56) により  $x$  方向に  $u$ ,  $\zeta$  を計算する場合、左端または右端が開境界 (外側が外海と接している) か、閉境界 (外側が陸地と接している) かにより次の4つの場合が考えられる。

左端が開境界の場合 計算の始点の水位点を  $(IS, j)$  とすると (図-4.3),

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{IS-1,j}^{(n+(1/2))} &= 0 \\ u_{IS-1/2,j}^{(n+(1/2))} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.68)$$

である。従って、 $(IS, j)$  における水位  $\zeta_{IS,j}^{(n+(V2))}$  は式

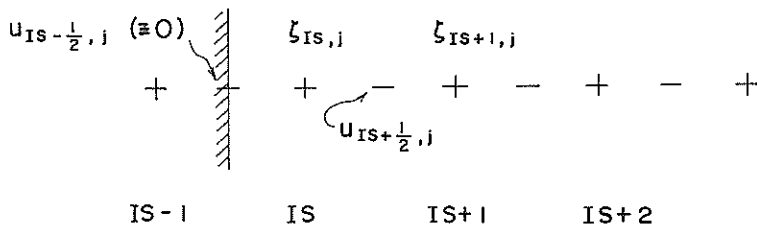


図-4.3 左端が開境界の場合

(4.39) より,

$$\zeta_{IS,j}^{(n+(V2))} = -P_{IS,j} \cdot u_{IS+(V2),j}^{(n+(V2))} + Q_{IS,j} \quad (4.69)$$

ここに,

$$P_{IS,j} = r_{IS+(V2),j} \quad (4.70)$$

$$Q_{IS,j} = A_{IS,j}^{(n)} + r_{IS-(1/2),j} \cdot \underbrace{u_{IS-(1/2),j}^{(n+(V2))}}_0 = A_{IS,j}^{(n)} \quad (4.71)$$

したがって,

$$\left. \begin{aligned} S_{IS-1,j} &= 0 \\ R_{IS-1,j} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.72)$$

とおけば式 (4.70), (4.71) は一般式 (4.48), (4.49) と全く同形となり、一般式 (4.46)~(4.56) がそのまま利用できる。

左端が開境界の場合 図-4.4に示すように、 $x$  方向左端が外海と接している場合には、

・開境界における水位  $\zeta_{IS-1/2,j}^{(n+(1/2))}$  は強制的に外部より与えられる。

・開境界における流速  $v_{IS-1/2,j \pm (1/2)}^{(n+(1/2))} = 0$   
 ・開境界においては、 $u_{IS-(1/2),j}^{(n+(1/2))}$  は不明であるため、運動方程式 (5.23) 中の移流項  $u_{IS-(1/2),j}^{(n+(1/2))} < \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{IS-0.5}, j$   $= 0$ , すなわち、 $u_{IS-(1/2),j} = u_{IS+(1/2),j}$  である。として取扱う。

このように仮定すると開境界  $(IS-(1/2), j)$  での運動方程式は式 (4.23) より次のようになる。

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \frac{dt}{dx} g \zeta_{IS-1,j}^{(n+(1/2))} + u_{IS-(1/2),j}^{(n+(1/2))} \\ + \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} g \zeta_{IS,j}^{(n+(1/2))} = B_{IS-(1/2),j}^{(n)} \end{aligned} \quad (4.73)$$

ここに,

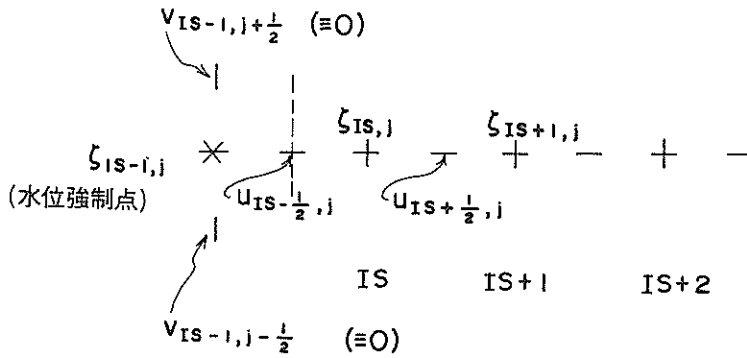


図-4.4 左端が開境界の場合

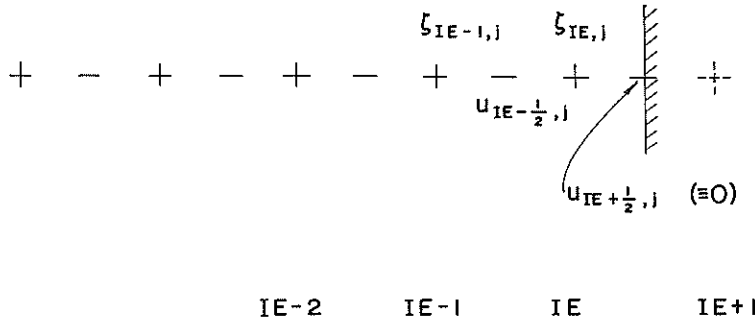


図-4.5 右端が閉境界の場合

$$\begin{aligned}
 B_{IS-(1/2), j}^{(n)} &= u_{IS-(1/2), j}^{(n)} + \frac{1}{2} dt \left[ f \bar{v}^{(n)} - \bar{v}^{(n)} \left\langle \frac{\partial u^{(n)}}{\partial y} \right\rangle \right. \\
 &+ A_h \left\langle \frac{\partial^2 u^{(n)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^{(n)}}{\partial y^2} \right\rangle \\
 &\left. - g u^{(n)} \frac{\sqrt{(u^{(n)})^2 + (v^{(n)})^2}}{(h + \zeta^{(n)}) (C^2)^2} \right]_{IS-(1/2), j} \quad (4.74)
 \end{aligned}$$

式(4.73), (4.74)を一般式(4.46)~(4.56)に従って書き直せば,

$$u_{IS-(1/2), j}^{(n+(1/2))} = -R_{IS-1, j} \zeta_{IS, j}^{(n+(1/2))} + S_{IS-1, j} \quad (4.75)$$

$$\left. \begin{aligned}
 R_{IS-1, j} &= \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} g \\
 S_{IS-1, j} &= B_{IS-(1/2), j}^{(n)} + \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} g \zeta_{IS-1, j}^{(n+(1/2))}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.76)$$

強制水位

したがって式(4.76)を別途計算すれば一般式(4.46)~(4.56)が適用できる。

右端が閉境界の場合 図-4.5に示すように右端が閉境界になっている場合、海域水位の最右端位置の座標を(IE, j)とすれば,

$$\left. \begin{aligned}
 u_{IE+(1/2), j} &= 0 \\
 \zeta_{IE+(1/2), j} &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (4.77)$$

である。水位点(IE, j)に一般式(4.46)を適用すると,

$$\begin{aligned}
 \zeta_{IE, j}^{(n+(1/2))} &= -P_{IE, j} \cdot \underbrace{u_{IE+(1/2), j}^{(n+(1/2))}}_0 + Q_{IE, j} \\
 &= Q_{IE, j} \quad (4.78)
 \end{aligned}$$

となり何ら不合理を生じない。したがってこの場合、P, Q, R, Sに対しては特別な処置を施す必要はない。

右端が開境界の場合 図-4.6に示されるように右端が開境界の場合も、先の左端開境界と同様、

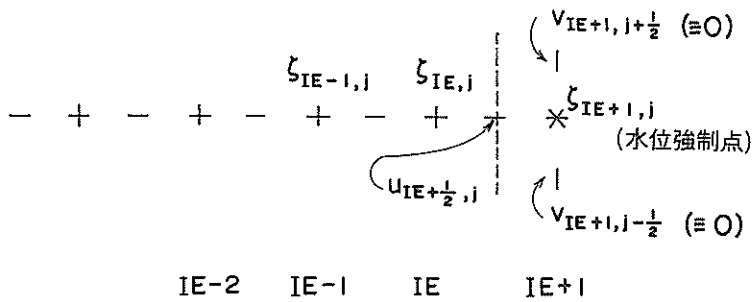


図-4.6 右端が開境界の場合

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{IE+1/2, j}^{(n+(1/2))} &= 0 \\ v_{IE+1/2, j} &= 0 \\ u_{IE+1/2, j}^{(n+(1/2))} < \frac{\partial u^{(n)}}{\partial x} >_{IE+1/2, j} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.79)$$

となる。点  $(IE+1/2, j)$  に対し一般式(4.47)~(4.56)を適用すると、

$$u_{IE+1/2, j}^{(n+(1/2))} = -R_{IE, j} \cdot \underbrace{\zeta_{IE+1, j}^{(n+(1/2))}}_{\text{強制水位}} + S_{IE, j} \quad (4.80)$$

$$R_{IE, j} = \frac{r_{IE+1}}{r_{IE+1/2, j} + r_{IE, j} P_{IE, j}} \quad (4.81)$$

$$S_{IE, j} = \frac{B_{IE+1/2, j}^{(n)} + r_{IE, j} Q_{IE, j}}{r_{IE+1/2, j} + r_{IE, j} P_{IE, j}} \quad (4.82)$$

となり、式(4.80)によって境界流速  $u_{IE+1/2, j}^{(n+(1/2))}$  を計算すれば以下順次一般式(4.46)~(4.56)により次々に  $\zeta^{(n+(1/2))}$ ,  $u^{(n+(1/2))}$  が求められる。

以上4つの場合の境界の取扱い手順を示すと図-4.7のようになる。

なお、 $y$ 方向における開境界・閉境界の取扱いも上述  $x$ 方向と全く同様である。

b) 上側または下側が開境界又は閉境界の場合 ( $x$ 方向の計算に際して)

$x$ 方向に、 $\zeta$ ,  $u$ を陰形式で計算する前半のステップ、および  $u$ を陽形式で計算する後半のステップにおいて、計算を進める行 ( $j$ 一定)の上側( $j=j+1$ , 図-4.8)または下側が開境界または閉境界となる場合がある。図-4.8に示すように  $j=j+1$ が陸地となっている場合、例えば点  $(i+1/2, j)$ における運動方程式(4.23)において、右辺第4項の  $\langle \partial u^{(n)} / \partial y \rangle_{i+1/2, j}$  および同第6項  $\langle \partial^2 u^{(n)} / \partial x^2 + \partial^2 u^{(n)} / \partial y^2 \rangle_{i+1/2, j}$  で

$u_{i+1/2, j+1}^{(n)}$ が必要である。ところが  $u_{i+1/2, j+1}^{(n)}$ は計算領域外で常に0になっている。このような場合、計算領域外の  $u_{i+1/2, j+1}^{(n)}$ の取扱いが2,3考えられる。例えば、 $u_{i+1/2, j+1}^{(n)} = u_{i+1/2, j}^{(n)}$ とすれば境界面は完全な滑面として取扱ったことになり、 $u_{i+1/2, j+1}^{(n)} = -u_{i+1/2, j}^{(n)}$ とすれば境界面に沿う流速  $u$ は0、すなわち境界面は完全な粗面として取扱ったことになる。ここでは両者の中間的な取扱いとして、 $u_{i+1/2, j+1}^{(n)}$ に代って点  $(i+1/2, j)$ の点  $(i+1/2, j)$ に関する点対称の  $u_{i+1/2, j-1}^{(n)}$ を一時的に用いる。このような取扱いでは  $y$ 方向の移流項  $\langle \partial u^{(n)} / \partial y \rangle_{i+1/2, j}$ を0とおいたことと同じである。図-4.8とは逆、すなわち、 $i=j-1$ が陸地になっている場合も同様で、この場合には流速  $u_{i+1/2, j-1}^{(n)}$ に代って一時的に  $u_{i+1/2, j+1}^{(n)}$ を用いる。

なお水位については、たとえば点  $(i, j)$ における連続方程式(4.24)の右辺第3項において  $\zeta_{i, j+1}^{(n)}$ が必要になり図-4.8のような場合これは計算領域外の水位となるが、同項において  $v_{i, j+1/2}^{(n)} (=0)$ が掛っているためこの項は自動的に0となり強いて  $\zeta_{i, j+1}^{(n)}$ の取扱いについて配慮する必要はない。

また  $y$ 方向の計算で左又は右側に閉境界又は開境界がある場合も上と全く同様の取扱いとなる。

c) 線境界<sup>5), 6)</sup>

以上述べた境界の取扱いのみでは地形や島は1格子を最小単位とする格子群で表わされるので、防波堤のように位置、形状、長さをもつが幅は無視し得るような境界・障害物の表現はできない。このため線分による境界(以後これを線境界と呼ぶ)の取扱いを取入れる。

線境界の表現 線境界は陸地の場合と同様、隣接する左右または上下の水深点を結ぶ位置で定義する。線境界の存在は、それを横切る流束(流れのフラックス)の有無、すなわち流速が値をもつか否かによって判定する。陸海の境界においても流速はないが、線境界の場合とは

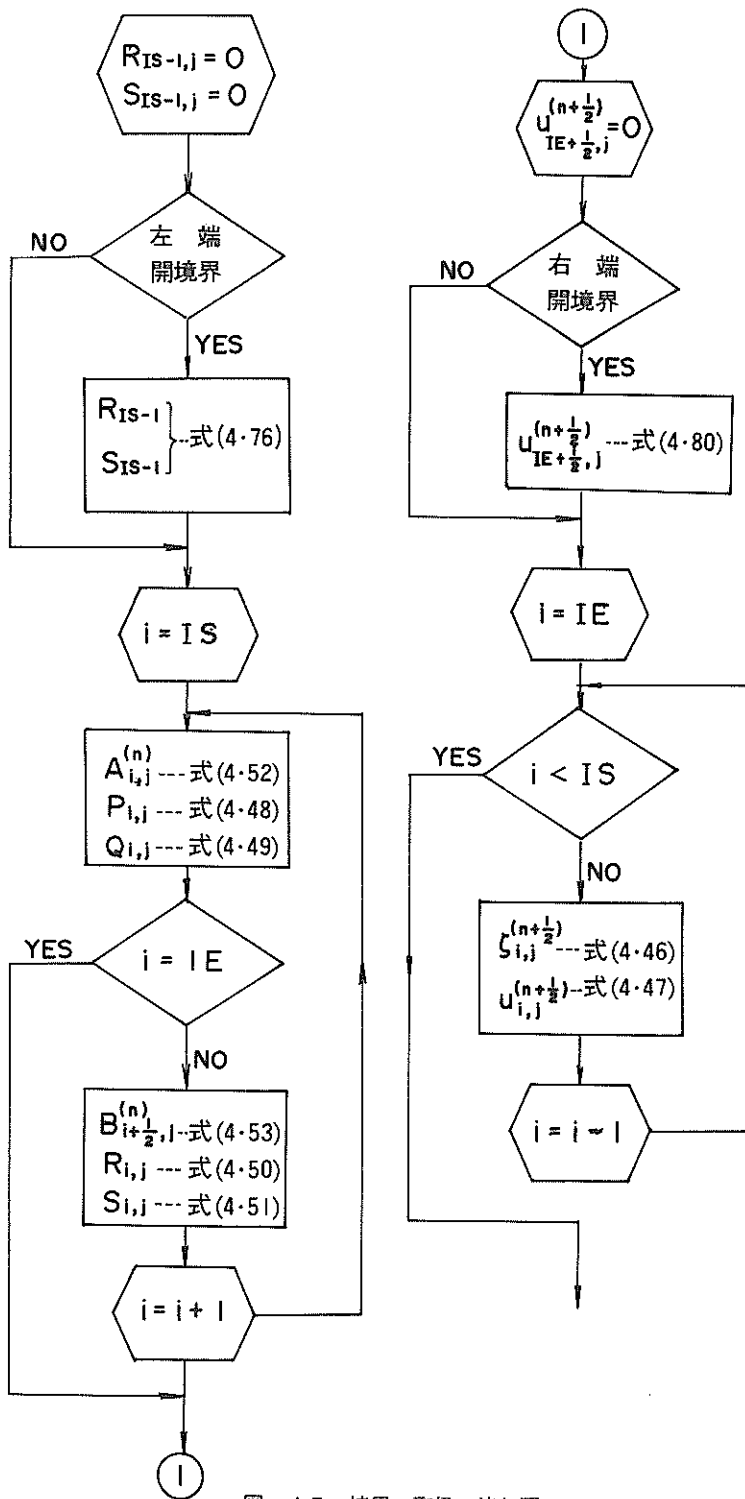


図-4.7 境界の取扱い流れ図

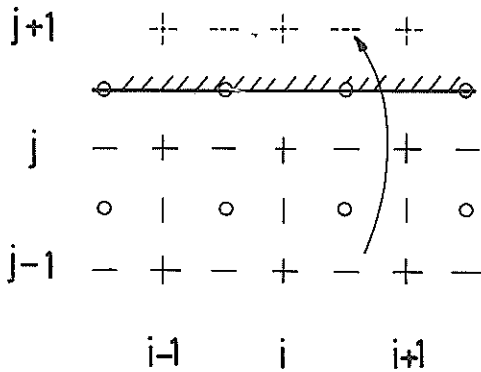
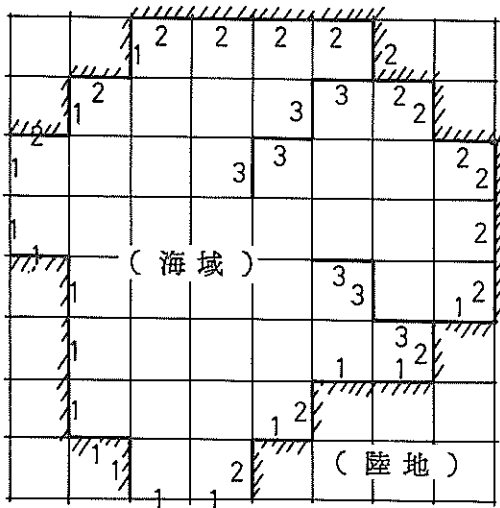


図-4.8 上側閉境界の場合(  $x$  軸方向の計算において)



- 1 — 始点 (陸 (開境界) — 海)
- 2 — 終点 (海 — 陸 (開境界))
- 3 — 線境界

図-4.9 境界の表現

異なるので両者を区別できるようにしておく(図-4.9)。

線境界の取扱い 前半の時間ステップにおいて1個の格子について組立てられる3組の方程式(4.23),(4.24)および(4.25)には6個の $u$ 値,6個の $v$ 値,および5個の $\zeta$ 値から成る計17個の変数が含まれている。線境界が関係すると,線境界を通過する流束がないこと,および線境界の内側と外側とは水位は不連続となるため,これら17個の変数が必ずしもそのままの値を使用できるとは限らない。この問題に関連する変数は,式(4.24)

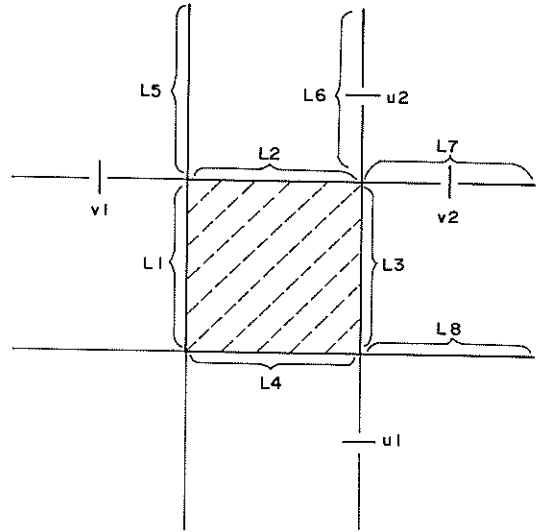


図-4.10 線境界とこれに関連する流速

の $\zeta_x^{(n)}$ と $\zeta_y^{(n)}$ ,式(4.23)の移流項 $\langle \partial u^{(n)} / \partial x \rangle$ , $\langle \partial v^{(n)} / \partial y \rangle$ と水平混合項 $\langle \partial^2 u^{(n)} / \partial x^2 + \partial^2 u^{(n)} / \partial y^2 \rangle$ ,式(4.25)の移流項 $\langle \partial v^{(n)} / \partial x \rangle$ と $\langle \partial u^{(n)} / \partial y \rangle$ と水平混合項 $\langle \partial^2 v^{(n)} / \partial x^2 + \partial^2 v^{(n)} / \partial y^2 \rangle$ である。ところが,式(4.24)の $\zeta_x^{(n)}$ 又は $\zeta_y^{(n)}$ には常に流速 $u^{(n+1/2)}$ 又は $v^{(n)}$ が積の形で入っており線境界の場合にはこれらの流速が0となるため,線境界に関する処置を $\zeta_x^{(n)}$ , $\zeta_y^{(n)}$ について行う必要はない。また式(4.23)や式(4.25)における圧力項の $g\zeta_x^{(n+1/2)}$ や $g\zeta_y^{(n+1/2)}$ に対しては, $u^{(n+1/2)}$ 又は $v^{(n+1/2)}$ の計算が,閉境界の場合と同様,線境界直前の計算領域で終結するため,線境界としての特別の処置を必要としない。

終局的には,線境界のために処置を必要とする変数は,式(4.23)の移流項 $\langle \partial u^{(n)} / \partial y \rangle$ と水平混合項 $\langle \partial^2 u^{(n)} / \partial x^2 + \partial^2 u^{(n)} / \partial y^2 \rangle$ ,および式(4.25)の移流項 $\langle \partial v^{(n)} / \partial x \rangle$ と水平混合項 $\langle \partial^2 v^{(n)} / \partial x^2 + \partial^2 v^{(n)} / \partial y^2 \rangle$ となる。この処置に関係するのは任意の格子に着目すると,図-4.10に示されるように,2個の $u$ 値( $U1$ と $U2$ ),2個の $v$ 値( $V1$ と $V2$ ),および8本の線境界( $L1, L2, \dots, L8$ )である。この計4個の変数の処置は上述8本の線境界の配置により異なる。図-4.10に示す $L1, L2, \dots, L8$ の位置に線境界が存在するかしないかで構成される線境界の配列の組合せは $2^8 (= 256)$ となる。これらのすべての配列は,図-4.10に示す線境界の配列位置 $L1, L2, \dots, L8$ に対しそれぞれ第 $10^0$ 位,  $10^1$ 位,  $\dots, 10^7$ 位を割り付け,線境界があれば1,なければ0とする2進法8桁の数字により容易に表わすことができる。このよう

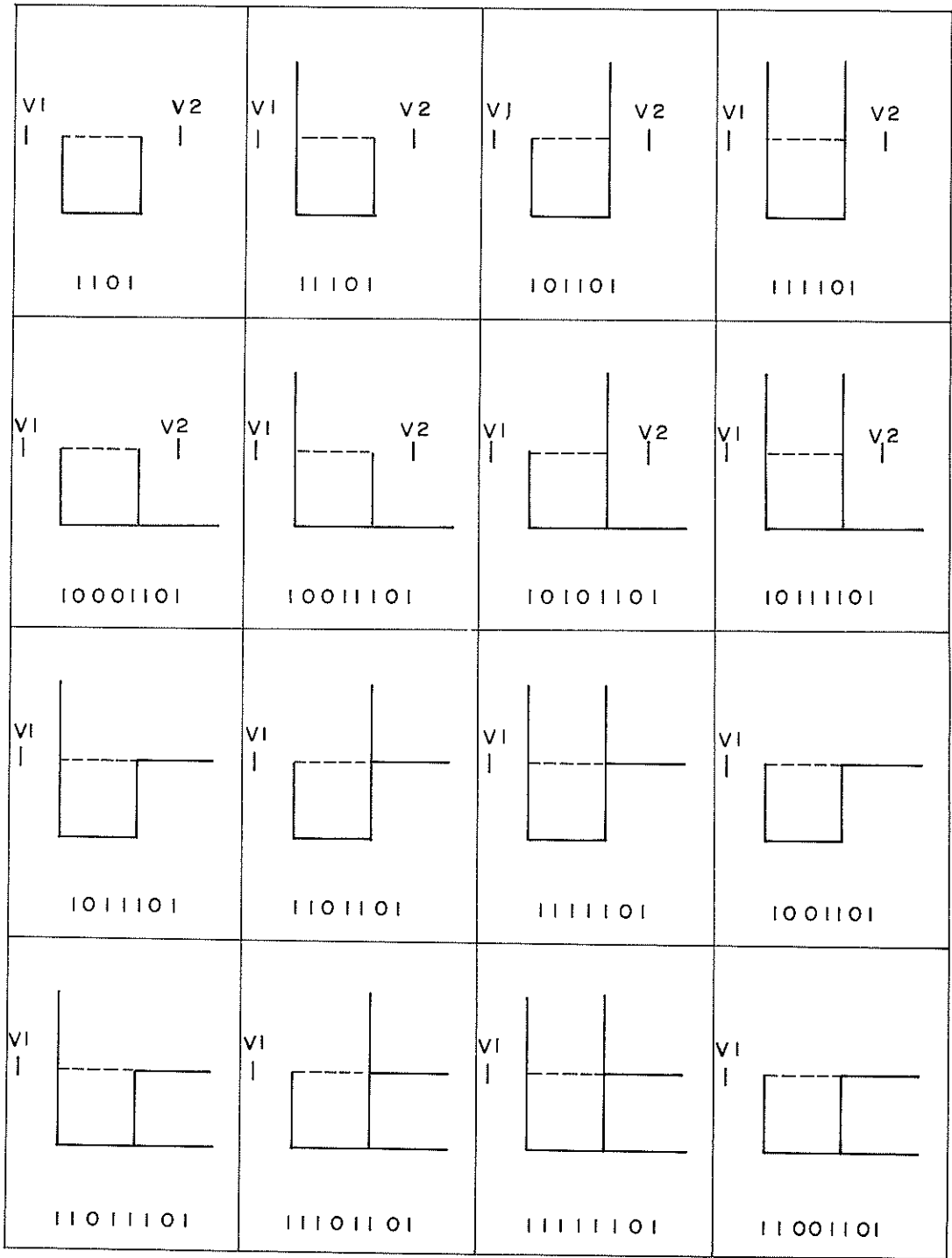


図-4.11 同一の線境界処置を必要とするグループの一例



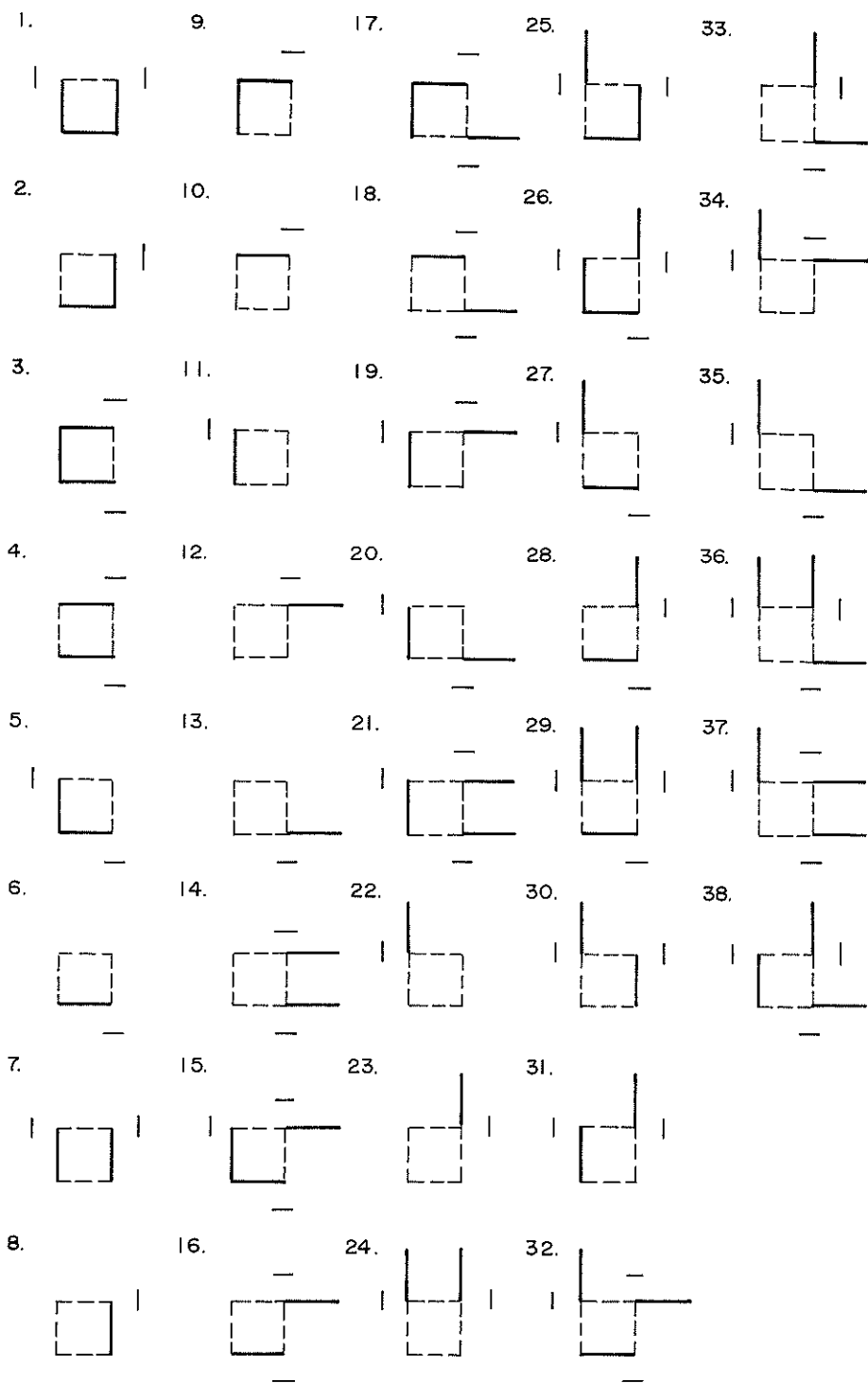


図-4.12 線境界のパターン

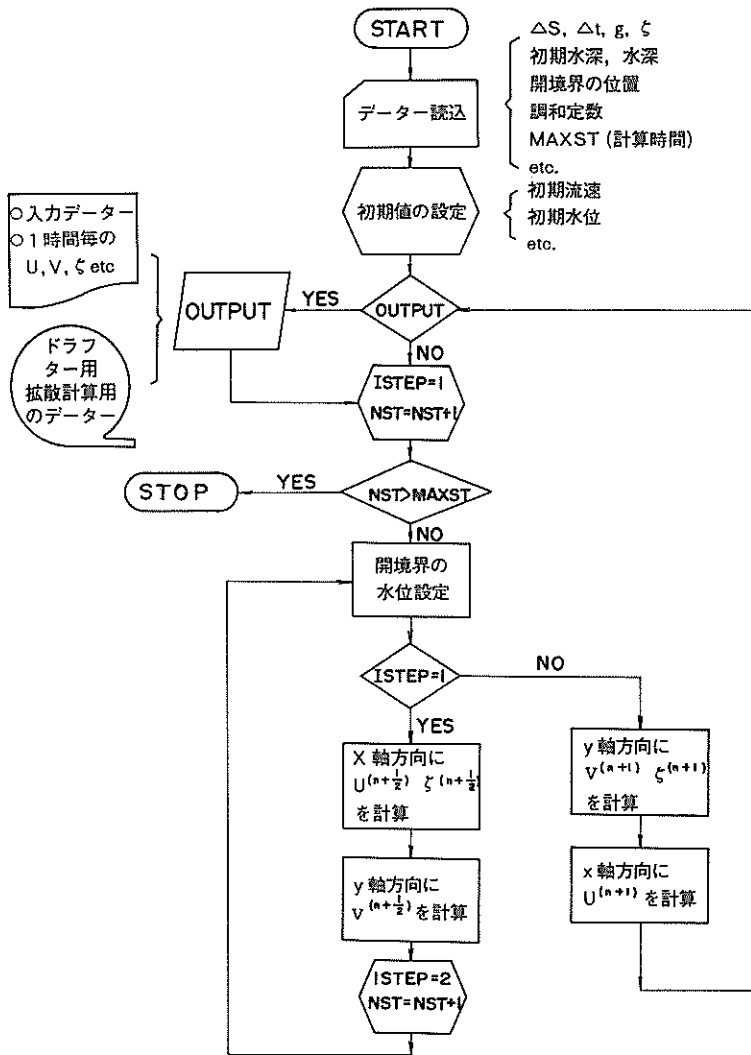


図-4.13 流れの計算の流れ図

にして考えられる全ての線境界の配置に対応してU1, U2, V1, V2の処置を施す訳であるが、これらの処置は個々の組合せにより全て異なるということではなく、同じ処置で済むいくつかの群にまとめることができる。図-4.11はV1とV2に対し線境界の処置を必要とする線境界の配列パターン群を示したものである。同図において太線は線境界を、2進法で示される数字は、例えば左上の1101は、図-4.10に示されるL1, L3, L4の位置に線境界のあるパターンであることを意味している。以下図-4.11に示されるような同じ処置で済む線境界の配置群が全部で38群できることが判る。これらの全ての

配置を示したものが図-4.12である。図-4.12において、破線(一部は実線)で囲まれる格子に注目したとき、太い実線で囲まれた線境界の配置の場合に処置を要する流速(一は $u$ 値、|は $v$ 値)の位置を示している。したがって計算が線境界に関係する格子、例えば、図-4.12のパターン1.に到達すると、 $V1(=v_{i-1, j+(1/2)})$ および $V2(=v_{i+1, j+(1/2)})$ はいずれも一時的に $v_{i, j+(1/2)}$ に置換え $\langle \partial v / \partial x \rangle$ ,  $\langle \partial^2 v / \partial x^2 \rangle$ 等を計算し、次の格子に移行する時点でV1, V2を元の値に戻す。

実際の計算に際しては、図-4.9に示されるような線境界の位置を入力データとして与え、計算機により図-

4.12に示す各パターンに分類・認識させておけば、任意の線境界をもつ領域の計算に対応できる。

(5) 流入河川の取扱

計算領域内に流入する河川がある場合これを取り入れる必要がある。流量が小さい中小河川では無視できても、流量が数十トン/秒以上の大きな河川になれば流れに少なからず影響を及ぼすはずである。さらに多くの内湾では、流れの停滞しがちな湾奥部に比較的流量の大きい河川が集中しているため、汚染拡散を考える場合にも河川流の影響を考える必要がある。しかし厳密な意味で河川流を取り入れた計算を行おうとするといくつかの困難がある。たとえば、各河川について、感潮区域、河川断面、流量記録その他等の詳しいデータが要ることや、計算時間が急増することなどである。本節計算例では、河川流入を取り入れる最も簡単な方法として、河川流入点から流量のみを連続方程式(4.24)、(4.27)に加えるという手法をとった。

すなわち、単位時間当り流量 $Q_R$ の河川が格子点 $(i, j)$ において計算領域内に流入している場合、式(4.24)に対して、

$$\begin{aligned} \zeta^{(n+1/2)} &= \zeta^{(n)} - \frac{1}{2} \frac{dt}{dx} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^{(n)}) u^{(n+1/2)} \right]_x \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{dt}{dy} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^{(n)}) v^{(n)} \right]_y + \frac{1}{2} \frac{dt}{dx \cdot dy} Q_R \end{aligned} \quad (4.83)$$

となり、式(4.83)に関して、式(4.52)は、

$$A_{ij}^{(n)} = \zeta_{ij}^{(n)} - \frac{1}{2} \frac{dt}{dy} \left[ \left\{ (\bar{h} + \bar{\zeta}^{(n)}) v^{(n)} \right\} \right]_{ij} + \frac{1}{2} \frac{dt}{dx \cdot dy} Q_R \quad (4.84)$$

となる。したがって河川流入点がある場合には式(4.52)の代りに式(4.84)を用いればよいことになる。なお、式(4.27)および(4.63)についても右辺に $(1/2) dt \cdot Q_R / (dx \cdot dy)$ が付加されることはいうまでもない。

(6) 流れの計算のフローチャート

以上4.1.3で述べた流れの計算の手順を簡単に示すと図-4.13のようになる。

4.1.4 拡散の数値モデル

(1) 拡散基本式の差分化と計算式

二次元化された拡散基本式(4.21)の数値積分は、前節に述べた流れの計算より得られる水理諸量 $(u, v, \zeta)$ を用いて行うものである。したがって、 $u, v, \zeta$ の位置は格子網上で図-4.1に示すように流れの計算の場合と同一の点で定義する。拡散計算においては、濃度 $c$ を

水位、粗度係数 $C$ と同一の点に、また拡散係数 $K_x, K_y$ はそれぞれ流速 $u, v$ と同一の点で定義する。

Leendertse, J. J. によるADI法の差分化では、流れの計算の場合と同様に時間ステップを2分して陰形式で解かれる。まず前半のタイムステップ $n \Delta t \rightarrow (n + 1/2) \Delta t$ においては式(4.21)を $x$ 方向に積分する。この際 $x$ に関する項を陰形式に表わして計算する。つぎに、タイムステップ $(n + 1/2) \Delta t \rightarrow (n + 1) \Delta t$ においては式(4.21)を $y$ 方向に積分する。この際 $y$ に関する項を陰形式に表わして計算する。このようにして、濃度 $c$ を $(1/2) \Delta t$ 時間毎に $x, y$ 方向に繰返し計算する。

すなわち、 $n \Delta t \rightarrow (n + 1/2) \Delta t$ において点 $(i, j)$ の濃度 $c_{i,j}^{(n+1/2)}$ は式(4.21)より、

$$\begin{aligned} &c^{(n+1/2)}(\bar{h} + \bar{\zeta}^{(n)}) - c^{(n)}(\bar{h} + \bar{\zeta}^{(n)}) \\ &+ \frac{dt}{2dx} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^{(n)}) u^{(n+1/2)} c_{i,j}^{(n+1/2)} \right]_x \\ &+ \frac{dt}{2dy} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^{(n)}) v^{(n)} c_{i,j}^{(n)} \right]_y \\ &- \frac{dt}{2(dx)^2} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^{(n+1/2)}) (xK)^{(n+1/2)} c_{i,j}^{(n+1/2)} \right]_x \\ &- \frac{dt}{2(dy)^2} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^{(n)}) (yK)^{(n)} c_{i,j}^{(n)} \right]_y - \frac{dt}{2\rho_m dx \cdot dy} \cdot S_m \\ &= 0 \quad \text{at } (i, j) \end{aligned} \quad (4.85)$$

となる。ここに、 $S_m$ は点 $(i, j)$ における拡散物質の単位時間当りの負荷量、 $\rho_m$ は物質の密度である。なお、式(4.21)における $x, y$ 方向の拡散係数 $K_x, K_y$ は、式(4.22)に示された差分表示の記号との混乱を避けるため、差分式においては式(4.85)に示されるように、 $xK, yK$ で表わされている。

式(4.85)より明らかのように、 $\zeta, u, v$ 等の値は、物質収支を合わせる意味で、これらの値を求めた流れの連続方程式(4.24)の時間レベルに一致させている。

同様に後半の時間ステップ $(n + 1/2) \Delta t \rightarrow (n + 1) \Delta t$ において点 $(i, j)$ の濃度 $c_{i,j}^{(n+1)}$ は、

$$\begin{aligned} &c^{(n+1)}(\bar{h} + \bar{\zeta}^{(n+1/2)}) - c^{(n+1/2)}(\bar{h} + \bar{\zeta}^{(n+1/2)}) \\ &+ \frac{dt}{2dx} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^{(n+1/2)}) u^{(n+1/2)} c_{i,j}^{(n+1/2)} \right]_x \\ &+ \frac{dt}{2dy} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^{(n+1/2)}) v^{(n+1/2)} c_{i,j}^{(n+1/2)} \right]_y \\ &- \frac{dt}{2(dx)^2} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^{(n+1/2)}) (xK)^{(n+1/2)} c_{i,j}^{(n+1/2)} \right]_x \end{aligned}$$

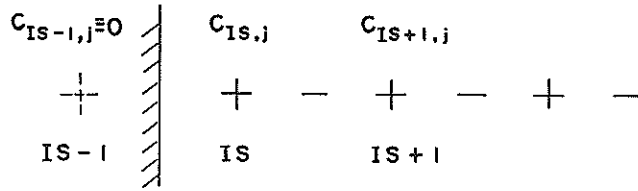


図-4.14 左端閉境界の場合

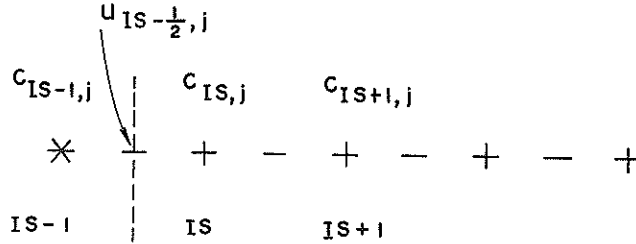


図-4.15 左端開境界の場合

$$\begin{aligned}
 & -\frac{Dt}{2(Dy)^2} \left[ (h + c_{i,j}^{(n+1)}) (yK)^{(n+1)} c_{i,j}^{(n+1)} \right]_y \\
 & -\frac{Dt}{2\rho_m Dx \cdot Dy} \cdot S_m \\
 & = 0 \quad \text{at } (i, j) \quad (4.86)
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{c}_{i+1/2,j}^{(n+1/2)} &= \alpha c_{i,j}^{(n+1/2)} + (1-\alpha) c_{i+1,j}^{(n+1/2)} \\
 \alpha &= 1 \quad (u_{i+1/2,j}^{(n+1/2)} \geq 0 \text{ の場合}) \\
 \alpha &= 0 \quad (u_{i+1/2,j}^{(n+1/2)} < 0 \text{ の場合})
 \end{aligned} \right\} (4.88)$$

で与えられる。

式(4.85)に含まれる  $\bar{c}_{i+(1/2),j}$ ,  $\bar{c}_{i-(1/2),j}$ ,  $\bar{c}_{i,j+(1/2)}$  および  $\bar{c}_{i,j-(1/2)}$  は相接する左右又は上下の格子間の空間平均濃度である。たとえば式(4.85)の左辺第3項の  $\bar{c}_{i+(1/2),j}$  は、

$$\bar{c}_{i+(1/2),j}^{(n+1/2)} = \frac{1}{2} (c_{i,j}^{(n+1/2)} + c_{i+1,j}^{(n+1/2)}) \quad (4.87)$$

により求められる。この場合仮りに濃度  $c_{i,j}$  と  $c_{i+1,j}$  との間で、物質負荷点近傍などのため極端な濃度差がある(たとえば  $c_{i,j} > c_{i+1,j}$  の)場合、流速  $u_{i+(1/2),j} < 0$  であれば、 $(i+1, j)$  の格子に含まれる物質質量以上の物質が  $(i, j)$  の格子へ移流し、 $(i+1, j)$  の格子の濃度  $c_{i+1,j}$  が負になるという現象が生ずる。これは格子  $(i, j)$  と格子  $(i+1, j)$  が接する面での濃度  $c_{i+(1/2),j}$  を式(4.87)に示されるような空間平均値で代用したことに起因する。このような不合理を除去するため、接触する面を通過する流速  $u_{i+(1/2),j}$  の正負により流れの上流側の濃度に重みを付けた濃度  $\bar{c}_{i+(1/2),j}^{(n+1/2)}$  をとり入れる。

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{c}_{i-(1/2),j}^{(n+1/2)} &= \beta c_{i-1,j}^{(n+1/2)} + (1-\beta) c_{i,j}^{(n+1/2)} \\
 \beta &= 1 \quad (u_{i-(1/2),j}^{(n+1/2)} \geq 0 \text{ の場合}) \\
 \beta &= 0 \quad (u_{i-(1/2),j}^{(n+1/2)} < 0 \text{ の場合})
 \end{aligned} \right\} (4.89)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{c}_{i,j+(1/2)}^{(n)} &= \gamma c_{i,j}^{(n)} + (1-\gamma) c_{i,j+1}^{(n)} \\
 \gamma &= 1 \quad (v_{i,j+(1/2)}^{(n)} \geq 0 \text{ の場合}) \\
 \gamma &= 0 \quad (v_{i,j+(1/2)}^{(n)} < 0 \text{ の場合})
 \end{aligned} \right\} (4.90)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{c}_{i,j-(1/2)}^{(n)} &= \delta c_{i,j-1}^{(n)} + (1-\delta) c_{i,j}^{(n)} \\
 \delta &= 1 \quad (v_{i,j-(1/2)}^{(n)} \geq 0 \text{ の場合}) \\
 \delta &= 0 \quad (v_{i,j-(1/2)}^{(n)} < 0 \text{ の場合})
 \end{aligned} \right\} (4.91)$$

式(4.88)~(4.91)で明らかのように、これらはいずれも完全な上流差分で上流側の濃度を代用させた例で

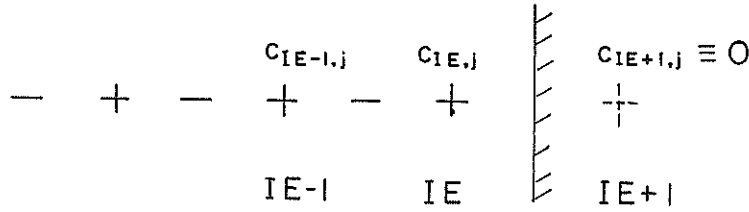


図-4.16 右端閉境界の場合

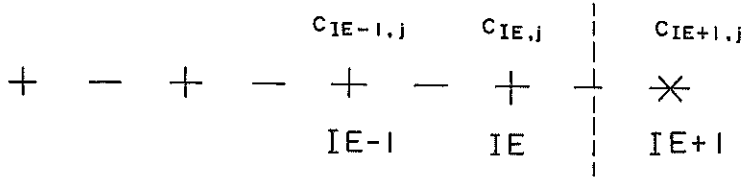


図-4.17 右端開境界の場合

ある。

式(4.88)~(4.91)を前半の時間ステップに対する式(4.85)に代入し、 $c_{i-1,j}^{(n+(1/2))}$ 、 $c_{i,j}^{(n+(1/2))}$ 、および $c_{i+1,j}^{(n+(1/2))}$ で整理すると、

$$d_{ij}c_{i-1,j}^{(n+(1/2))} + e_{ij}c_{i,j}^{(n+(1/2))} + f_{ij}c_{i+1,j}^{(n+(1/2))} = g_{ij} \quad (4.92)$$

となる。ここに、

$$d_{ij} = -\beta \frac{Dt}{2\Delta x} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^x) u^{(n+(1/2))} \right]_{i-(1/2),j} - \frac{Dt}{2(\Delta x)^2} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^{x+(1/2)}) (\bar{x}K)^{(n+(1/2))} \right]_{i-(1/2),j} \quad (4.93)$$

$$e_{ij} = (\bar{h} + \bar{\zeta}^x)_{ij} + \alpha \frac{Dt}{2\Delta x} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^x) u^{(n+(1/2))} \right]_{i+(1/2),j} - (1-\beta) \frac{Dt}{2\Delta x} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^x) u^{(n+(1/2))} \right]_{i-(1/2),j} + \frac{Dt}{2(\Delta x)^2} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^{x+(1/2)}) (\bar{x}K)^{(n+(1/2))} \right]_{i+(1/2),j} + \frac{Dt}{2(\Delta x)^2} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^{x+(1/2)}) (\bar{x}K)^{(n+(1/2))} \right]_{i-(1/2),j} \quad (4.94)$$

$$f_{ij} = (1-\alpha) \frac{Dt}{2\Delta x} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^x) u^{(n+(1/2))} \right]_{i+(1/2),j} - \frac{Dt}{2(\Delta x)^2} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^{x+(1/2)}) (\bar{x}K)^{(n+(1/2))} \right]_{i+(1/2),j} \quad (4.95)$$

$$g_{ij} = c_{ij}^{(n)} (\bar{h} + \bar{\zeta}^x)_{ij} - \frac{Dt}{2\Delta y} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^y) v^{(n)} \right]_{i,j+(1/2)}$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \tau c_{ij}^{(n)} + (1-\tau) c_{i,j+1}^{(n)} \right\} \\ & + \frac{Dt}{2\Delta y} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^y) v^{(n)} \right]_{i,j-(1/2)} \\ & \times \left[ \delta c_{i,j-1}^{(n)} + (1-\delta) c_{ij}^{(n)} \right] \\ & + \frac{Dt}{2(\Delta y)^2} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^y) (\bar{y}K)^{(n)} \right]_{i,j+(1/2)} \\ & \times (c_{i,j+1}^{(n)} - c_{ij}^{(n)}) \\ & - \frac{Dt}{2(\Delta y)^2} \left[ (\bar{h} + \bar{\zeta}^y) (\bar{y}K)^{(n)} \right]_{i,j-(1/2)} \\ & \times (c_{ij}^{(n)} - c_{i,j-1}^{(n)}) + \frac{Dt}{2\rho_m \Delta x \cdot \Delta y} S_m \quad (4.96) \end{aligned}$$

である。

式(4.92)において $c_{i-1,j}^{(n+(1/2))}$ が既知であるとする、

$$c_{i,j}^{(n+(1/2))} = -E_{i+1,j} c_{i+1,j}^{(n+(1/2))} + F_{i+1,j} \quad (4.97)$$

ここに、

$$E_{i+1,j} = \frac{f_{i,j}}{e_{i,j}} \quad (4.98)$$

$$F_{i+1,j} = \frac{g_{i,j} - d_{i,j} c_{i-1,j}^{(n+(1/2))}}{e_{i,j}} \quad (4.99)$$

である。さらに式(4.92)において $i \rightarrow i+1$ とすれば

$$d_{i+1,j} c_{i,j}^{(n+(1/2))} + e_{i+1,j} c_{i+1,j}^{(n+(1/2))} + f_{i+1,j} c_{i+2,j}^{(n+(1/2))} = g_{i+1,j} \quad (4.100)$$

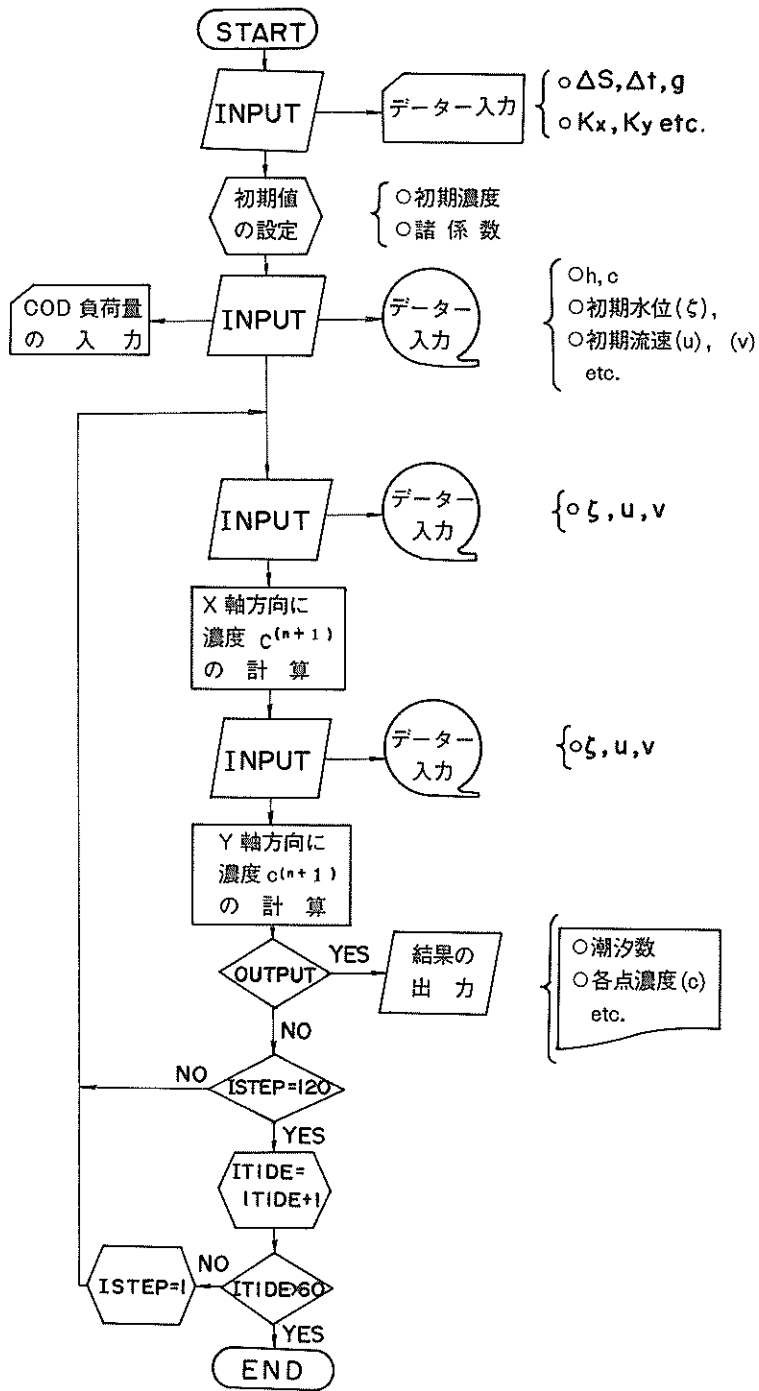


図- 4.18 拡散計算の流れ図

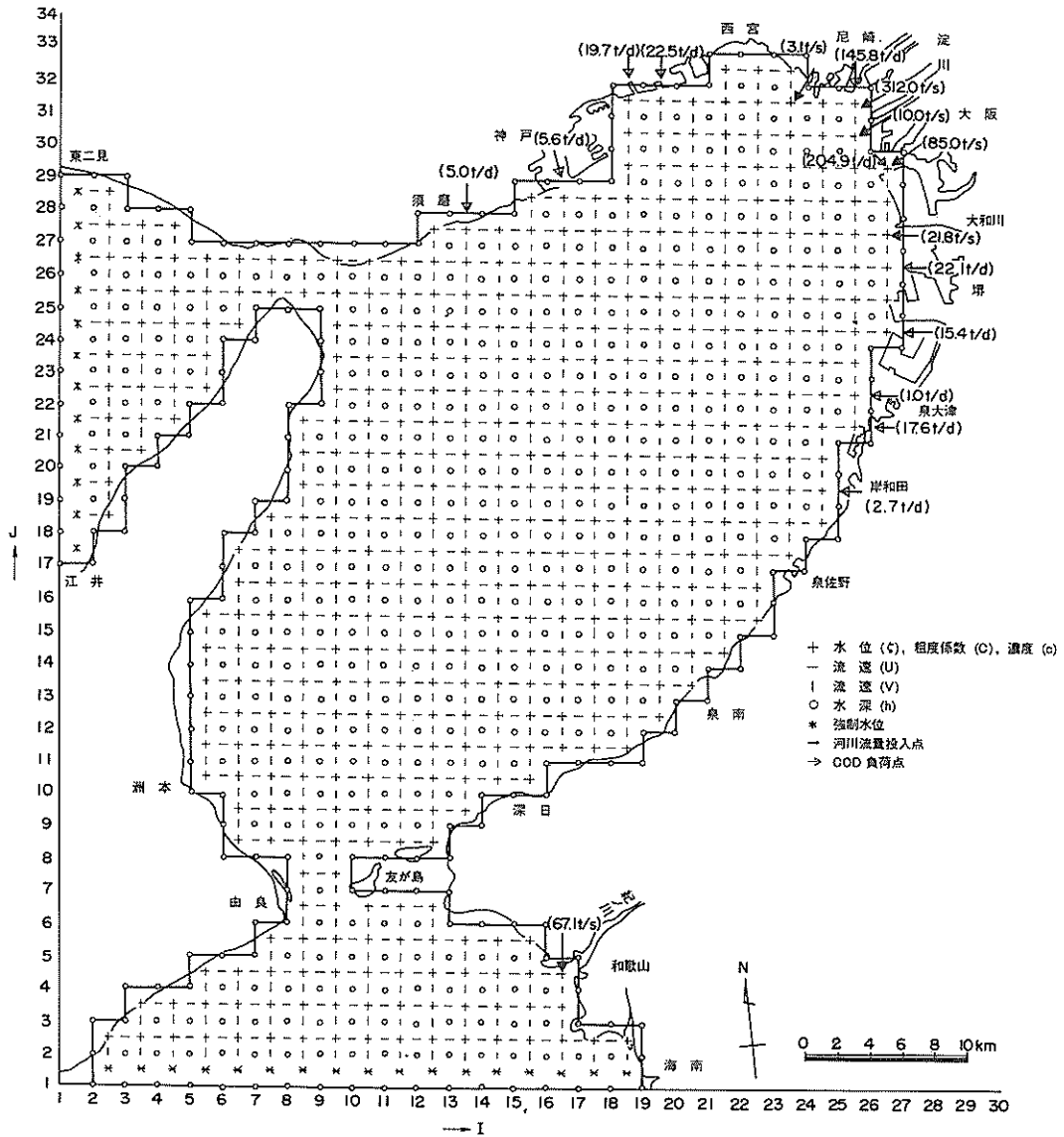


図-4.19 計算範囲と格子網

となる。したがって式(4.100)に(4.97)を代入すると、

$$c_{i+1,j}^{(n+(1/2))} = -E_{i+2,j} c_{i+2,j}^{(n+(1/2))} + F_{i+2,j} \quad (4.101)$$

ここに、

$$E_{i+2,j} = \frac{f_{i+1,j}}{e_{i+1,j} - d_{i+1,j} E_{i+1,j}} \quad (4.102)$$

$$F_{i+2,j} = \frac{g_{i+1,j} - d_{i+1,j} F_{i+1,j}}{e_{i+1,j} - d_{i+1,j} E_{i+1,j}} \quad (4.103)$$

となる。以下同様にして次の一般式が導かれる。

$$c_{i,j}^{(n+(1/2))} = -E_{i+1,j} c_{i+1,j}^{(n+(1/2))} + F_{i+1,j} \quad (4.104)$$

$$E_{i+1,j} = \frac{f_{i,j}}{e_{i,j} - d_{i,j} E_{i,j}} \quad (4.105)$$

$$F_{i+1,j} = \frac{g_{i,j} - d_{i,j} F_{i,j}}{e_{i,j} - d_{i,j} E_{i,j}} \quad (4.106)$$

ここに、 $d_{i,j}$ 、 $e_{i,j}$ 、 $f_{i,j}$ 、 $g_{i,j}$  はそれぞれ式(4.93)、(4.94)、(4.95)、および(4.96)で表われる値である。

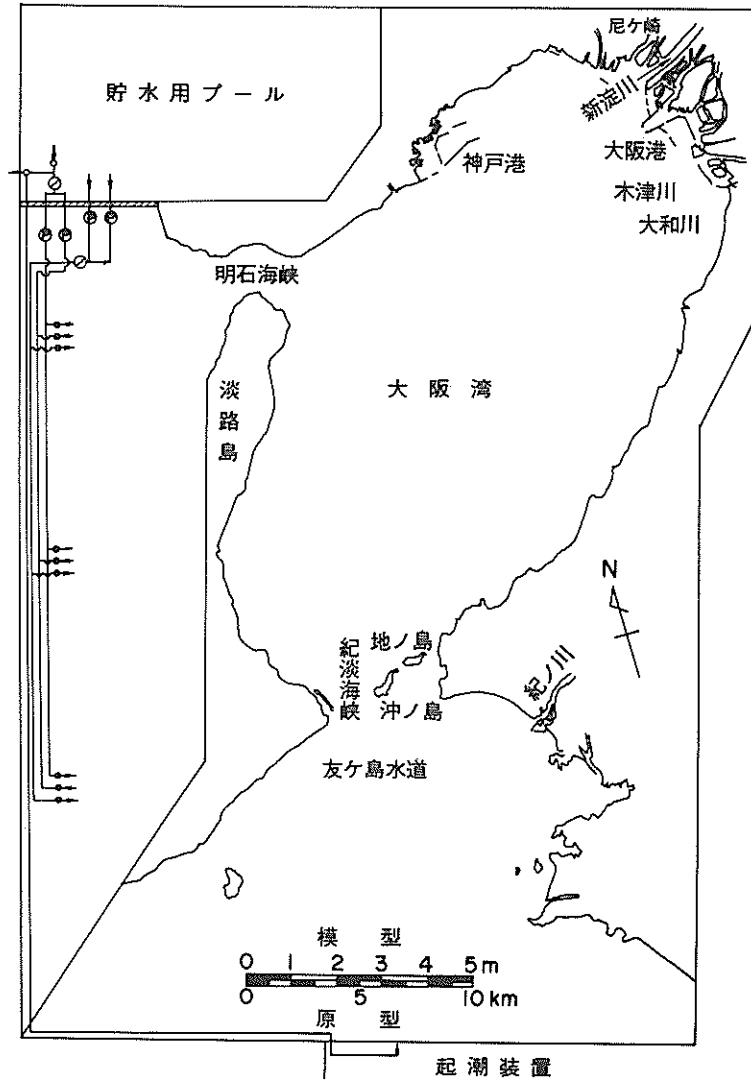


図-4.20 水理模型

後半の時間ステップに対しても式(4.86)から同様の一般式が導かれる。

(2) 拡散計算における境界の取扱い

a) 閉境界と開境界

一般式(4.104)~(4.106)等を適用するに際し、流れの計算の場合と同様、閉境界と開境界の取扱いを検討しておく必要がある。

左端が閉境界の場合 図-4.14に示すように、 $i = IS - (1/2)$ が閉境界の場合、 $u_{IS - (1/2), j}^{(n+(1/2))} = 0$ 、 $(xK)_{IS - (1/2), j}^{(n+(1/2))} = 0$ であるから式(4.93)より $d_{IS, j} = 0$ となる。した

がって式(4.92)より

$$e_{IS, j}^{(n+(1/2))} + f_{IS, j} c_{IS+1, j}^{(n+(1/2))} = g_{IS, j} \quad (4.107)$$

すなわち、

$$c_{IS, j}^{(n+(1/2))} = -E_{IS+1, j} c_{IS+1, j}^{(n+(1/2))} + F_{IS+1, j} \quad (4.108)$$

$$E_{IS+1, j} = \frac{f_{IS, j}}{e_{IS, j}} \quad (4.109)$$



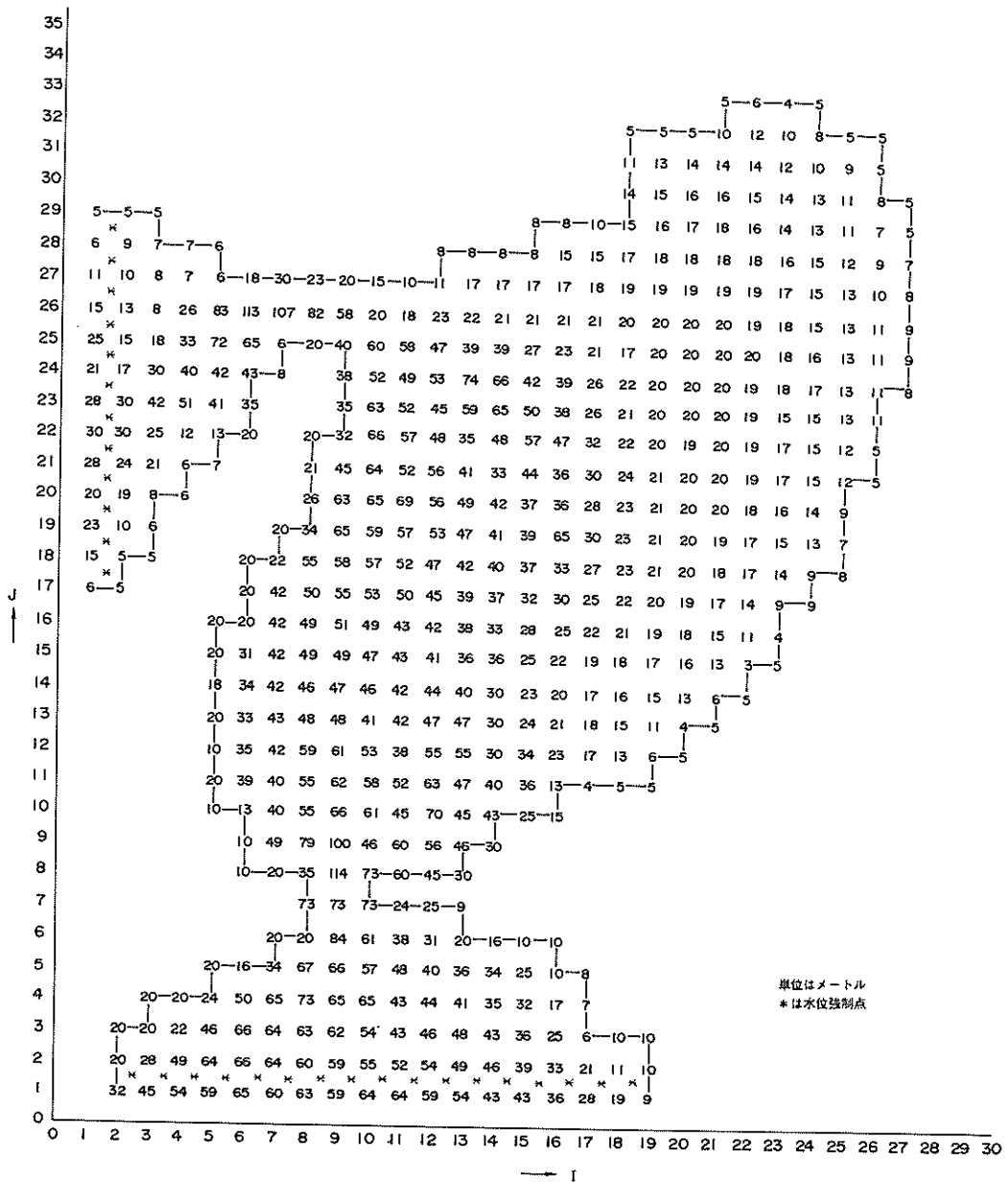


図-4.21 水深データ

$$F_{IS+1,j} = \frac{g_{IS,j}}{\theta_{IS,j}} \quad (4.110)$$

となる。したがって、

$$\left. \begin{aligned} E_{IS,j} &= 0 \\ F_{IS,j} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.111)$$

とおけば一般式(4.104)~(4.106)がそのまま適用できる。

左端が開境界の場合 図-4.15に示されるように  $i = IS - 1$  が水位強制点とすると、 $c_{IS-1,j}^{(n+(1/2))}$  は境界濃度として適当な形で与えられるものである(境界濃度については6.2.2(1)参照)。したがって式(4.92)より、

表-4.1 入力諸元 (潮流計算)

諸元	採用した値
計算対象領域	大阪湾と沼島—海南以北, 東二見—江井以東の海域
座標	図-4.19
格子間隔 (ΔS)	2 km
水深 (h)	海図より読取 (単位 m)
タイムステップ (Δt/2)	90秒
コリオリ係数 (f)	$f = 2\omega \sin \varphi$ , $\omega = 2\pi / (24 \times 60 \times 60)$ , $\varphi = 35.5^\circ$
粗度係数 (C)	$C = \frac{1}{n} (\bar{h})^{1/6}$ , $n = 0.026$ 他に試験的に $C = 19.4 \ln (0.9 \bar{h})$ , $C = 61.4$ (M. K. S.), $C = \infty$ $C = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{n} (\bar{h})^{1/6}$ $C = \sqrt{2} \frac{1}{n} (\bar{h})^{1/6}$
強制水位 (潮汐)	沼島, 海南, 東二見, 江井における潮汐調和定数 $M_2 + S_2$ (振幅) と $M_2$ の遅角 $\kappa$ 沼島: $\zeta_{8,2} = 0.6286 \sin [(2\pi/T)k(\Delta t/2) - 179.80]$ 海南: $\zeta_{19,2} = 0.6608 \sin [(2\pi/T)k(\Delta t/2) - 188.19]$ 東二見: $\zeta_{2,29} = 0.2846 \sin [(2\pi/T)k(\Delta t/2) - 294.64]$ 江井: $\zeta_{2,18} = 0.3339 \sin [(2\pi/T)k(\Delta t/2) - 327.06]$ (単位m) ( $k=0, 1, 2, \dots$ )
河川流量 (年平均流量)	武庫川 3.1 m <sup>3</sup> /s, 新淀川 312.0 m <sup>3</sup> /s (神崎川 9.8 m <sup>3</sup> /sを含む), 正運寺川 10.0 m <sup>3</sup> /s, 安治川, 尼無川, 木津川の 3川計 85 m <sup>3</sup> /s, 大和川 21.8 m <sup>3</sup> /s, 紀ノ川 67.1 m <sup>3</sup> /s
初期水位及流速	共に全域 0

$$d_{IS,j} c_{IS-1,j}^{(n+(1/2))} + e_{IS,j} c_{IS,j}^{(n+(1/2))} + f_{IS,j} c_{IS+1,j}^{(n+(1/2))} = g_{IS,j} \quad (4.112)$$

すなわち,

$$c_{IS,j}^{(n+(1/2))} = -E_{IS+1,j} c_{IS+1,j}^{(n+(1/2))} + F_{IS+1,j} \quad (4.113)$$

$$E_{IS+1,j} = \frac{f_{IS+1,j}}{e_{IS+1,j}} \quad (4.114)$$

$$F_{IS+1,j} = \frac{g_{IS+1,j} - d_{IS+1,j} c_{IS+1,j}^{(n+(1/2))}}{e_{IS+1,j}} \quad (4.115)$$

となる。したがって,

$$\left. \begin{aligned} E_{IS,j} &= 0 \\ F_{IS,j} &= c_{IS-1,j}^{(n+(1/2))} \end{aligned} \right\} \quad (4.116)$$

とすれば一般式 (4.104) ~ (4.106) がそのままの形で適用できる。

右端が閉境界の場合 図-4.16に示されるように  $i = IE + (1/2)$  が閉境界の場合,  $u_{IE+(1/2),j}^{(n+(1/2))} = 0$ ,  $v_{IE+(1/2),j}^{(n+(1/2))} = 0$  であるから式 (4.95) より  $f_{IE,j} = 0$  となる。したがって式 (4.92) は

$$d_{IE,j} c_{IE-1,j}^{(n+(1/2))} + e_{IE,j} c_{IE,j}^{(n+(1/2))} = g_{IE,j} \quad (4.117)$$

となる。一方, 一般式 (4.104) より

$$c_{IE-1,j}^{(n+(1/2))} = -E_{IE,j} c_{IE,j}^{(n+(1/2))} + F_{IE,j} \quad (4.118)$$

であるから, 式 (4.118) を (4.117) に代入することにより,

$$c_{IE,j}^{(n+(1/2))} = \frac{g_{IE,j} - d_{IE,j} F_{IE,j}}{e_{IE,j} - d_{IE,j} E_{IE,j}} \quad (\equiv F_{IE+1,j}) \quad (4.119)$$

となる。したがって,

$$c_{IE,j}^{(n+(1/2))} = F_{IE+1,j} \quad (4.120)$$

とすれば一般式 (4.104) ~ (4.106) がそのままの形で適用できる。

右端が開境界の場合 図-4.17に示されるように,  $i = IE + 1$  で開境界とすると,  $c_{IE+1,j}^{(n+(1/2))}$  は境界濃度として与えられるものである。式 (4.92) より,

表-4.2 入力諸元 (拡散計算)

諸元	採用した値		
計算対象領域	} 潮流計算に使用した値と同一		
座標			
格子間隔 (ΔS)			
水深 (h)			
タイムステップ (dt/2)	180秒 (3分)		
潮位及潮流	潮流計算で得たデータを使用		
汚染 (COD) 負荷量 ( )内は負荷位置を図-4.19に示される座標で表わしたもの	1. 須磨 (14, 28) 5.0 t/d	2. 兵庫 (17, 29) 5.6 t/d	3. 神戸 (19, 32) 19.7 t/d
	4. 西宮 (20, 32) 22.5 t/d	5. 淀川 (26, 32) 145.8 t/d	6. 大阪港 (27, 30) 204.9 t/d
	7. 大和川 (27, 27) 22.1 t/d	8. 泉北 (27, 25) 15.4 t/d	9. 泉北四区 (26, 23) 1.0 t/d
	10. 木津川 (26, 22) 17.6 t/d	11. 津田川 (25, 20) 2.7 t/d	
拡散係数	$K=10 \text{ m}^2/\text{sec}$ (全域一定), $1 \text{ m}^2/\text{sec}$ (全域一定) $K_x=5.93  u  h \sqrt{g}/C (\text{m}^2/\text{s})$ , $K_y=5.93  v  h \sqrt{g}/C (\text{m}^2/\text{s})$		
境界濃度	閉境界: 境界を通じての物質収支0, 境界外の濃度0 開境界: 潮流の流出・流入により変える。		
初期濃度	全域濃度0より計算開始		
計算時間	60潮汐		

$$d_{IE,j} c_{IE-1,j}^{(n+1/2)} + e_{IE,j} c_{IE,j}^{(n+1/2)} + f_{IE,j} c_{IE+1,j}^{(n+1/2)} = g_{IE,j} \quad (4.121)$$

である。一方、一般式 (4.104) より、

$$c_{IE-1,j}^{(n+1/2)} = -E_{IE,j} c_{IE,j}^{(n+1/2)} + F_{IE,j} \quad (4.122)$$

であるから、式 (4.122) を (4.121) に代入すると、

$$c_{IE,j}^{(n+1/2)} = -E_{IE+1,j} c_{IE+1,j}^{(n+1/2)} + F_{IE+1,j} \quad (4.123)$$

$$E_{IE+1,j} = \frac{f_{IE,j}}{e_{IE,j} - d_{IE,j} E_{IE,j}} \quad (4.124)$$

$$F_{IE+1,j} = \frac{q_{IE,j} - d_{IE,j} F_{IE,j}}{e_{IE,j} - d_{IE,j} E_{IE,j}} \quad (4.125)$$

となり、式 (4.124)、(4.125) は一般式 (4.105)、(4.106) と全く同一であり特別な処置を要しない。すなわち、式 (4.123) で境界濃度  $c_{IE+1,j}^{(n+1/2)}$  を与えればよい。

#### b) 線境界等の閉境界

図-4.8に示したように、 $x$ 方向に計算する際の上又は下側の領域が閉境界や、図-4.9に示されたような線境界では、これらの境界を通過する物質のフラックスがあってはならない。拡散の差分式 (4.85) または (4.86) において明らかなように、単位の格子 (実質的には柱状体) における物質濃度は、この格子を構成する4つの面において生ずる移流量、拡散量および負荷量との物質収支により決定される。ところが閉境界や線境界を通過する流束は流れの計算において既に0として設定されているため、このような境界を通過する移流による物質のフラックスは自動的に0となっている。したがって、残る拡散項において、拡散係数  $K_x$ 、 $K_y$  をそれぞれ流速  $u$ 、 $v$  に対応させて同一点で定義し、さらに、流速  $u$  又は  $v$  が0 (絶対0) の場合にはそれに応じて拡散係数  $K_x$  又は  $K_y$  を0と定義することにより、閉境界を通過する拡散による物質のフラックスも0とすることができる。

#### (3) 拡散計算のフローチャート

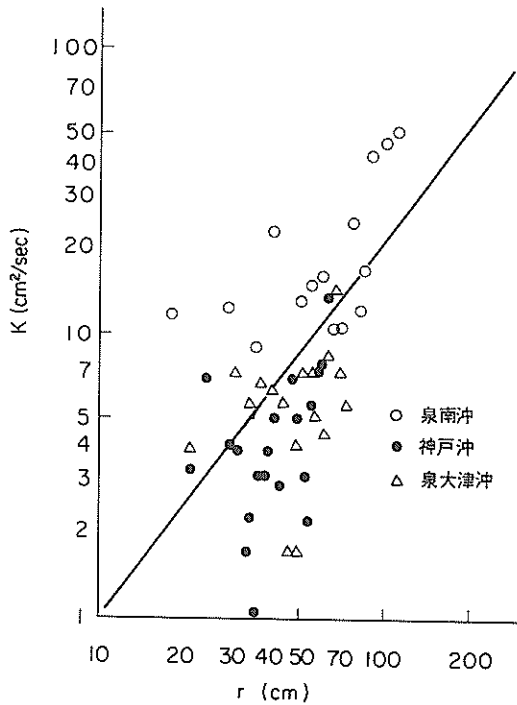


図-4.22 拡散係数(実験値)<sup>7)</sup>

以上、4.1.4で述べた拡散計算の手順を簡単に示すと図-4.18のようになる。

#### 4.1.5. 大阪湾の潮流・汚染拡散計算への適用

##### (1) 入力条件

流れや水質に関する現地観測が比較的頻繁かつ高密度に行われていること、および水理模型実験の実施例があったことからの理由から大阪湾の潮流と汚染拡散の計算に本モデルの適用を試みた。潮流計算と拡散計算に用いた入力条件は次のとおりである。

##### a) 潮流計算に関する諸条件

潮流計算に用いた主な入力条件を示すと表-4.1のようになる。

計算対象領域は、図-4.19に示すように、沼島一海南を結ぶ線より北側、東二見一江井を結ぶ線より東側の大阪湾で、東西約60 km、南北約70 kmの範囲とした。これは金子ら<sup>7)</sup>が行った水理模型実験の水槽の範囲(図-4.20)とほぼ一致する。

座標軸は図-4.19に示すように、 $x$ 、 $y$ 軸をほぼ緯線、経線方向に合わせ格子間隔( $\Delta S = \Delta x = \Delta y$ )は2 kmとした。

水深は海図6201号<sup>8)</sup>に基づき、図-4.19中の○印の格子点上の水深をメートル単位で読取った。陸海境界では一部で陸地に当る所も海域側から外挿して水深を与えた。干潮時にも海底が露出しないよう最浅部でも4メートルとした(図-4.21)。

タイムステップ( $\Delta t/2$ )は、本モデルの場合安定性の解析から無条件安定であるが、長波の減衰特性・位相特性についての試算から、つぎのような関係を満すことが望ましいことが経験的に得られている<sup>29)</sup>。

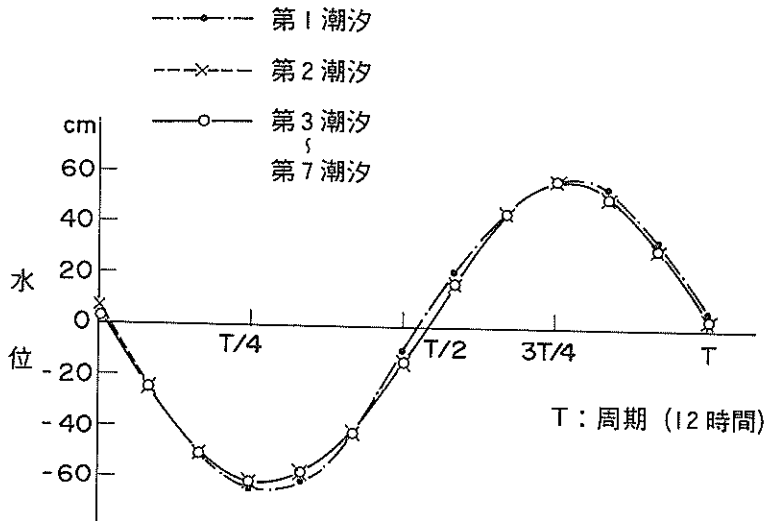


図-4.23 友が島の水位(計算値)

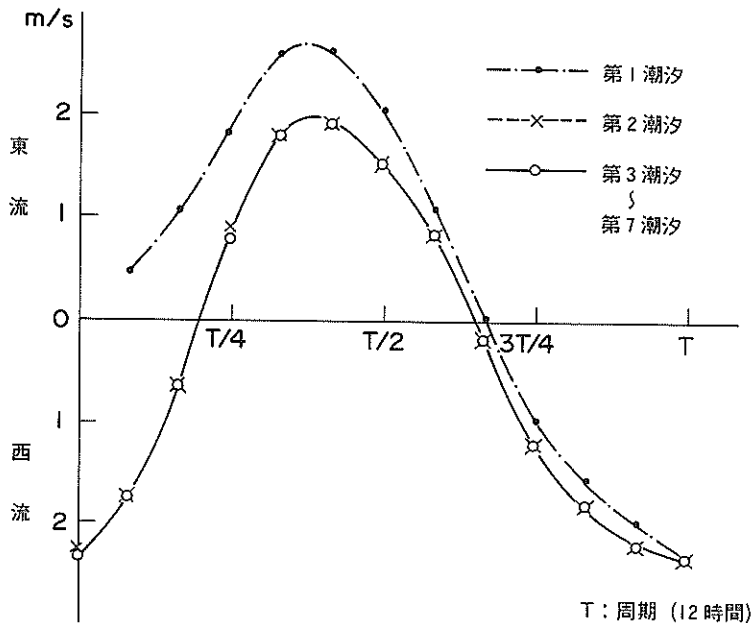


図-4.24 明石の流速 (u成分, 計算値)

$$\frac{dt}{2} < \frac{\alpha \min(\Delta x, \Delta y)}{\sqrt{gh_{\max}}} \quad (\alpha = 1 \sim 3) \quad (4.126)$$

ここに,  $h_{\max}$ : 領域内最大水深である。

式(4.126)において,  $\alpha = 1.5$ ,  $\Delta S = 2000\text{m}$ ,  $g = 9.8\text{ m/s}^2$ ,  $h_{\max} = 113\text{m}$ を代入すれば

$$\frac{dt}{2} < \frac{1.5 \times 2000}{\sqrt{9.8 \times 113}} \approx 90$$

となる。したがって,  $dt/2 = 90$ 秒とした。

コリオリ係数  $f (= 2\omega \sin\phi)$  に対しては,

$$\omega = \frac{2\pi}{24 \times 60 \times 60}$$

および  $\phi = 35.5^\circ$  を代入して得られる値を用いた。計算領域の緯度差は南北約30分であり, これは  $f$  値にして  $\pm 1\%$  に満たないため,  $\phi$  としてはほぼ中央領域の値を採用し全域一律とした。

粗度係数  $C$  は,

$$C = \frac{1}{n} h^{-1/3} \quad (4.127)$$

$n$ : マンニングの粗度係数 ( $= 0.026\text{ m}^{-1/3}\text{s}$ )

$h$ : 格子内平均水深

で求められる値を各格子点中央に与えた。

紀伊水道側および播磨灘側の開境界における水位には, 表-4.1に示した4点で, 平均大潮に相当する潮汐調和定数の ( $M_2 + S_2$ ) を振幅とし,  $M_2$  潮の遅角を位相にもつ仮定の潮汐を与えた。潮汐の周期は計算処理の便宜上  $T = 12$ 時間とした。開境界の中間領域ではこのようにして与えた端点の値から振幅および位相を内挿して与えた。河川流の導入方式は, 式(4.83), (4.84)に示されるように, タイムステップ毎に連続方程式中の水位上昇率として付加する方法をとった。流入流量は, 表-4.1に示す値で, 流入位置は図-4.19に示すとおりである。

初期水位および初期流速については, これらを適当に与えることにより, 計算をより安定に, より早く解を求めることができるが, 本例の場合は開境界が2面あることや湾内の流れが単純でないことから, 共に全域0から計算を開始した。

b) 拡散計算に関する諸条件

拡散計算に用いた主な入力条件を表-4.2に示す。

計算対象領域, 座標, 格子間隔, 水深については潮流計算の場合と同一である。

潮位, 潮流のデータは, 潮流計算において得られるもので, 解が十分安定したと思われる第3~4周期の1潮汐間の値を用いた。

タイムステップ ( $dt/2$ ) は, 潮流計算結果を用いる関

表-4.3 潮位と遅角 (計算値と実測値)

	友ガ島 (10, 6)	淡輪 (17, 12)	大阪 (26, 30)	尼崎 (26, 32)	神戸 (19, 31)	明石 (10, 26)	洲本 (6, 11)
M <sub>2</sub> + S <sub>2</sub> (実測) (cm)	58.6	51.3	48.5	48.2	48.8	25.2	47.4
" (計算)	60.2	51.0	49.0	49.0	35.5	35.5	49.0
(計算) / (実測)	1.02	0.99	1.01	1.02	0.73	1.41	1.03
κ (°) (実測)	192.5	205.0	213.3	215.7	215.9	240.3	193.5
κ (°) (計算)	192.5	201.5	198.5	195.5	222.5	222.5	192.5
κ° (計算) - κ° (実測)	0.0	-3.5	-14.8	-20.2	6.6	-17.8	-1.0

係上、潮流計算でのタイムステップと同一か、またはその整数倍の値とする。これは拡散は潮流に較べて現象が緩やかであることや、計算が安定であることによる。潮流計算の場合と同様、拡散計算においても安定性の解析からはタイムステップについての制約条件はないが、1タイムステップ間での格子内の移流距離 (拡散量が移流量に比して大きい場合にはこれも考慮する必要がある) を 1/2 ~ 1/4 格子間隔以内に抑えた方が望ましいということが経験的に知られている。すなわち、

$$\frac{Dt}{2} \leq (0.2 \sim 0.25) \frac{\min(Dx, Dy)}{u_{\max}} \quad (4.128)$$

として算定できる。式 (4.128) に  $\Delta S (= Dx = Dy)$  = 2000m,  $u_{\max} = 2.5$  m/s を代入して

$$\frac{Dt}{2} < (0.2 \sim 0.25) \times \frac{2000}{2.5} = 160 \sim 200 \text{ 秒}$$

となる。潮流計算のタイムステップが90秒であることから、拡散計算では  $Dt/2 = 180$  秒とした。

拡散物質としては、汚染指標になっているCOD (化学的酸素要求量) をとり、昭和48年環境庁<sup>9)</sup>により得られたデータをもとに表-4.2に示す11点の主な汚染源から連続的に負荷した。

拡散係数 ( $K_x, K_y$ ) は平均流の大きさ・分布や乱れの規模などのパラメータで表わされるべき性質のもので取扱う数値モデルによってもその性格が異なる。図-4.20に示す平面模型で、染料の瞬間点源の拡散雲から平野・杉野<sup>10)</sup>の方法により拡散係数を求めると図-4.22のようになる<sup>7)</sup>。実験を行った湾奥部の神戸沖、泉大津沖および泉南沖では原型に換算すると大略1~10 m<sup>2</sup>/sのオーダーとなっている。そこで本計算では、拡散係数を全域一律に  $K_x = K_y = 10$  m<sup>2</sup>/sとしたケース1,  $K_x = K_y = 1$  m<sup>2</sup>/sとしたケース2およびシアール効果を考慮したElder,

J. W.<sup>11)</sup> の拡散係数で流速に1潮汐間の絶対値の平均を用いた次式:

$$\left. \begin{aligned} K_x &= 5.93 \sqrt{g} \frac{|u|}{h} C \\ K_y &= 5.93 \sqrt{g} \frac{|v|}{h} C \end{aligned} \right\} \quad (4.129)$$

で表わされる拡散係数を各格子点で求めて与えたケース3の計3ケースについて実施した。

境界——特に開境界——の濃度はその境界での流れの方向によって値を変更した。たとえば図-4.15のような場合、境界濃度  $c_{IS-1, j}^{(n+(1/2))}$  は、

$$\left. \begin{aligned} c_{IS-1, j}^{(n+(1/2))} &= 0 && \text{(流入の場合)} \\ c_{IS-1, j}^{(n+(1/2))} &= c_{IS-1, j}^{(n)} - \frac{1}{2} \frac{Dt}{Dx} u_{IS-1, j}^{(n+(1/2))} \\ &\quad \times (c_{IS, j}^{(n)} - c_{IS-1, j}^{(n)}) && \text{(流出の場合)} \end{aligned} \right\} \quad (4.130)$$

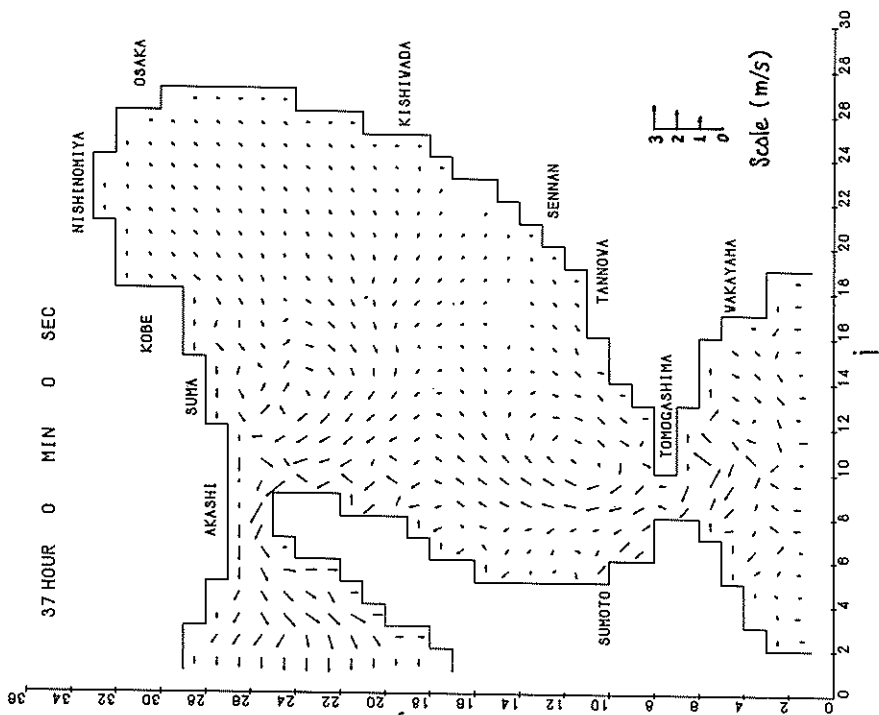
とした。

初期濃度は模型実験の場合と同様全域0とした。計算継続時間も実験との関連から汚染負荷開始後60潮汐とした。

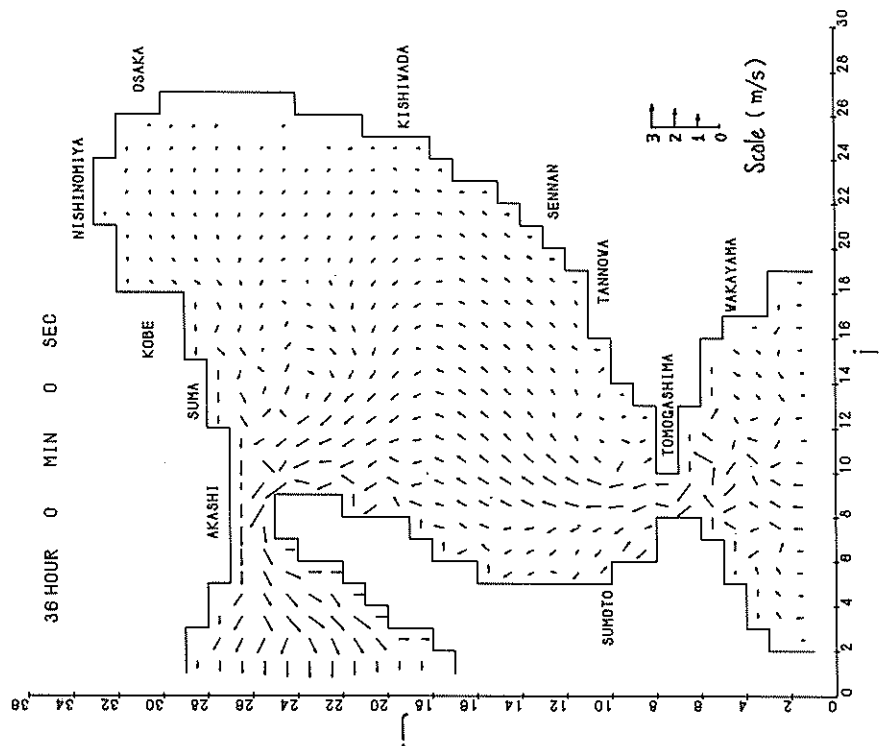
## (2) 計算結果の再現性

### a) 解が安定するまでの計算時間 (潮汐数)

開境界において一定振幅、一定周期の正弦波を強制水位として与えてもその潮汐波が計算領域内に伝播し、地形、水深その他の影響で反射・屈折を繰返して安定するまでに一定の時間を要する。このことは、起潮装置で潮汐を与えて行う水理模型実験においても同様であり、湾内の潮汐・潮流が安定するのに、起潮装置運転開始後20~25潮汐を要している<sup>7)</sup>。水理模型実験では潮位・潮流の初期値を任意に与えることは容易でなく、したがって模型内に周期的な流れを確保するのにある程度の時間を要することは止むを得ない。一方数値計算の場合には、初期潮位・初期流速の設定は比較的容易であり、これを適当に

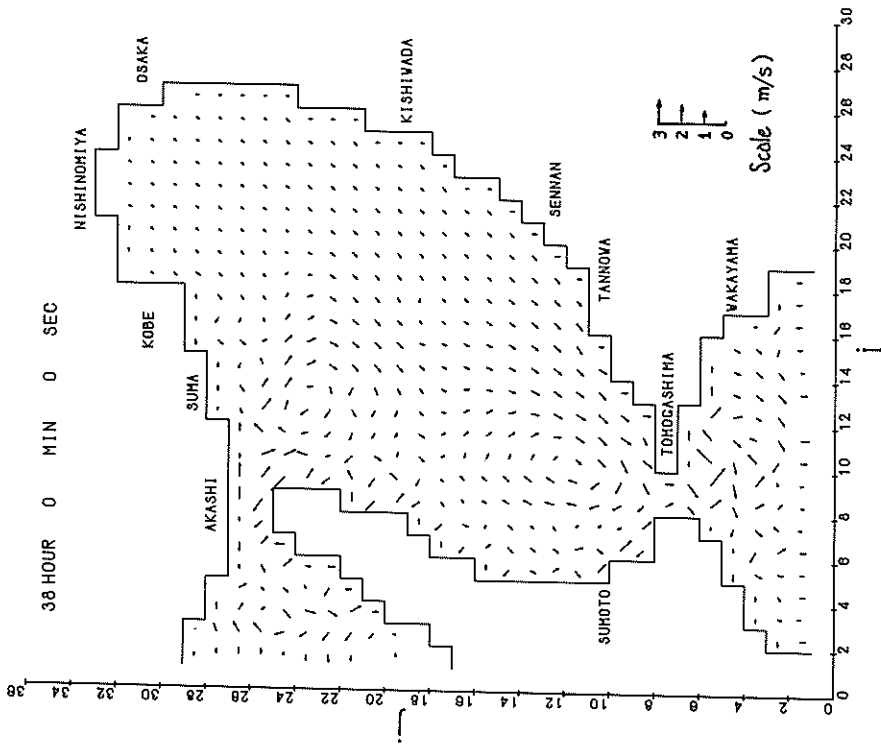


(2) 37 時間

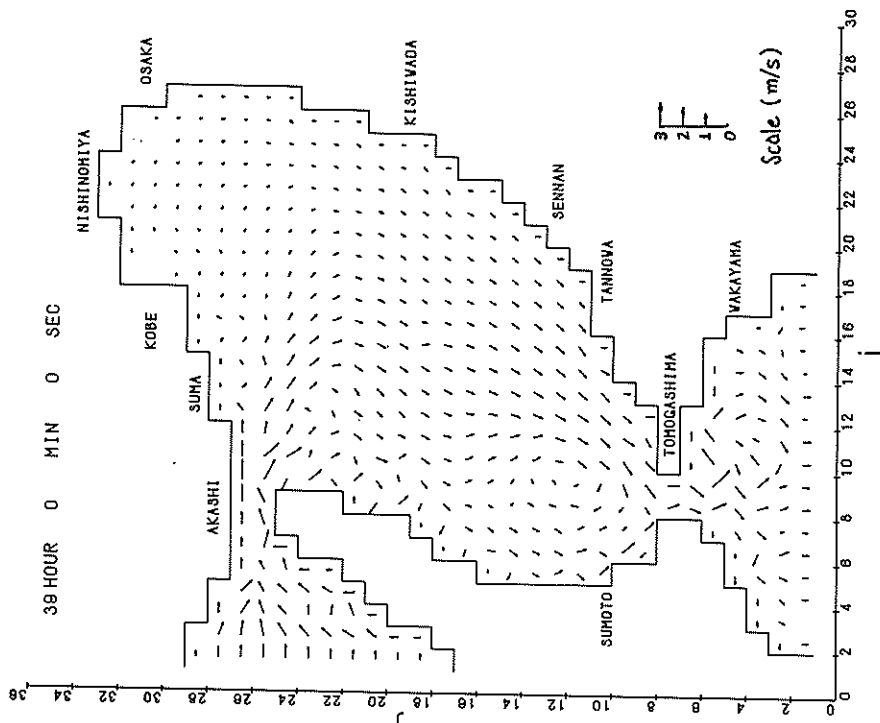


(1) 36 時間

図-4.25 潮流ベクトル図(計算値)



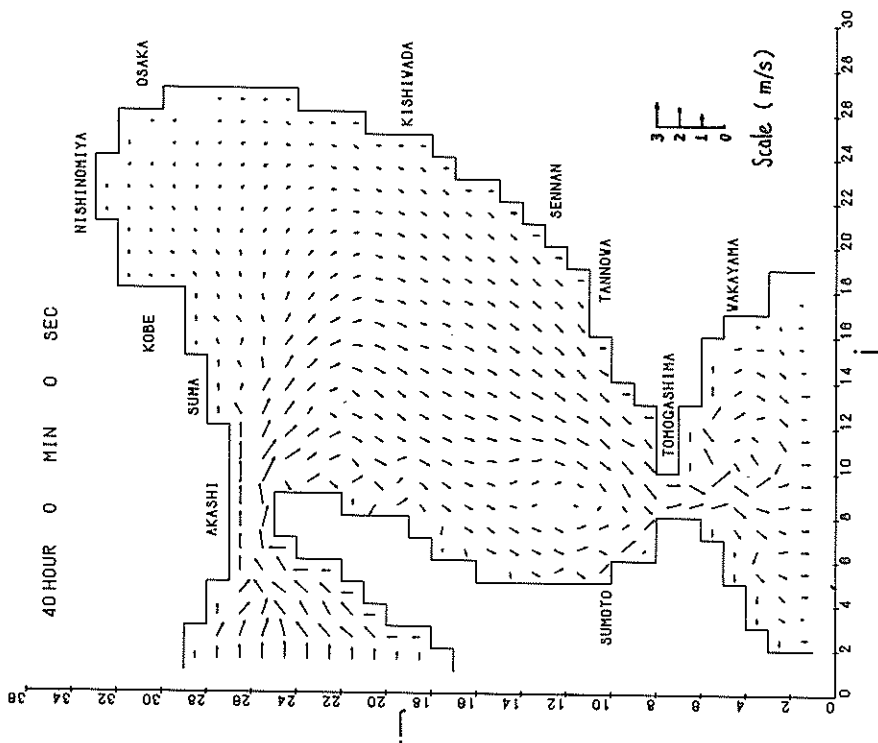
(3) 38時間



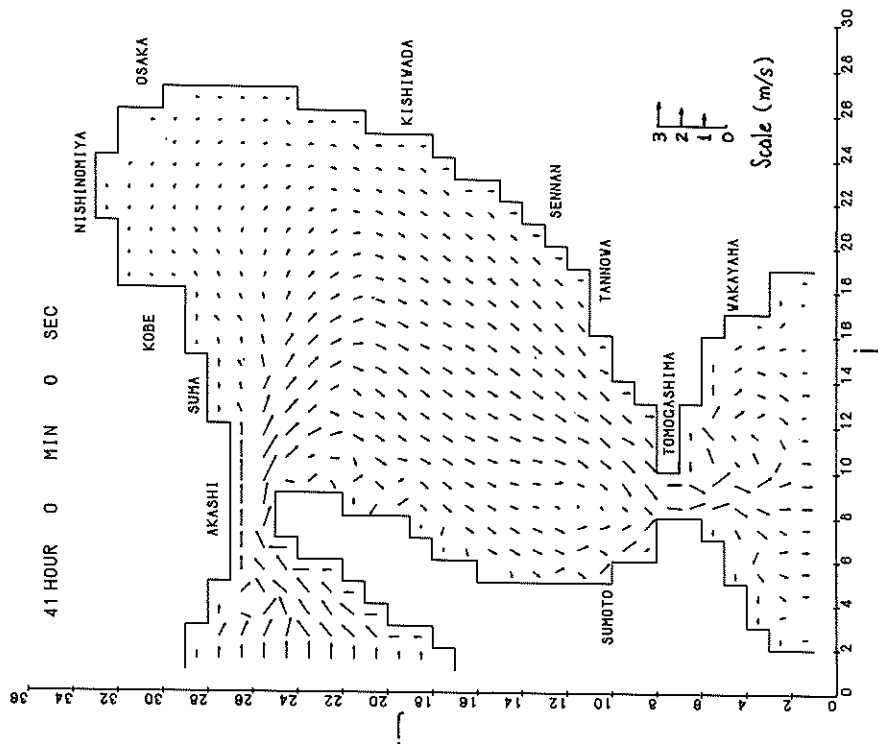
(4) 39時間

図-4.25 潮流ベクトル図(計算値)



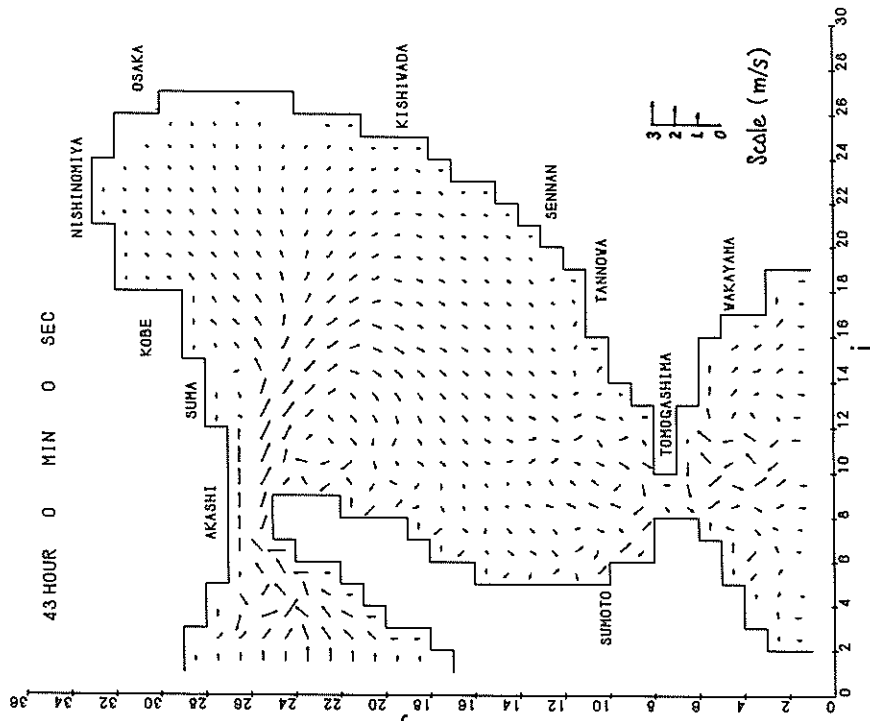


(5) 40時間

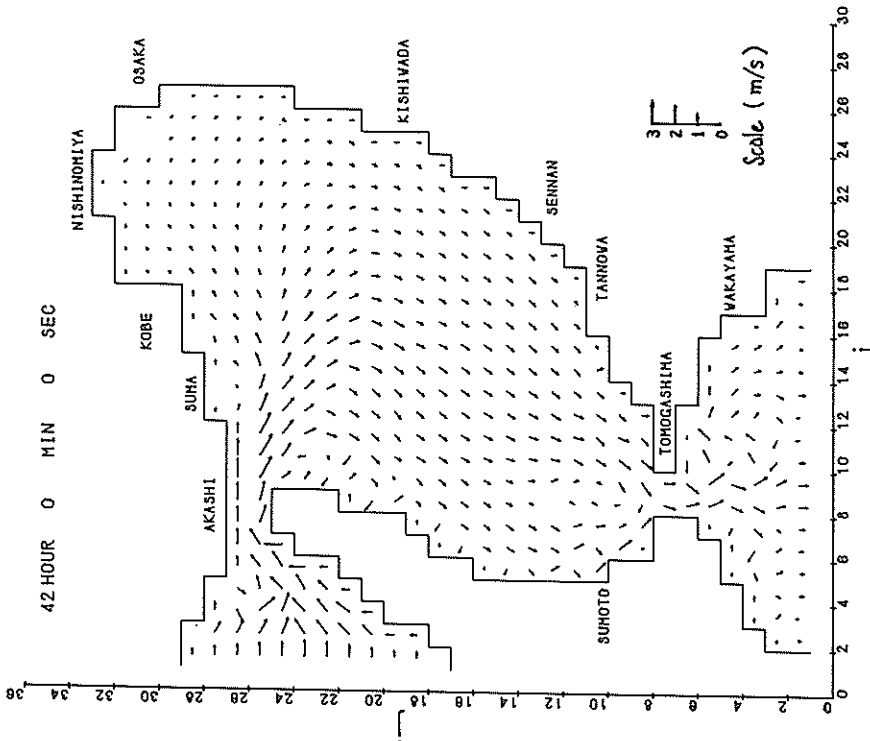


(6) 41時間

図—4.25 潮流ベクトル図(計算値)

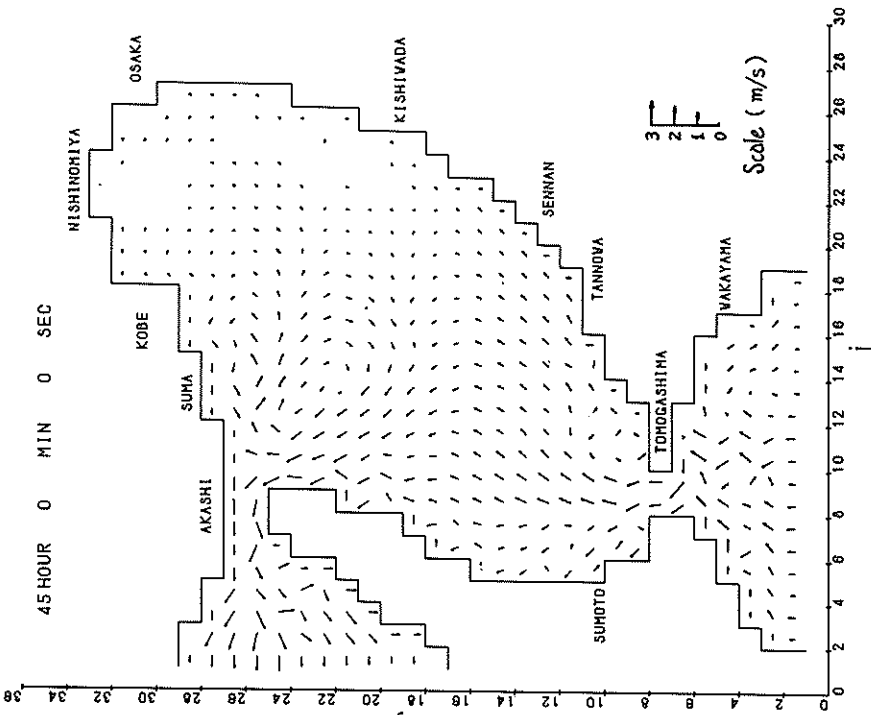


(8) 43 時間

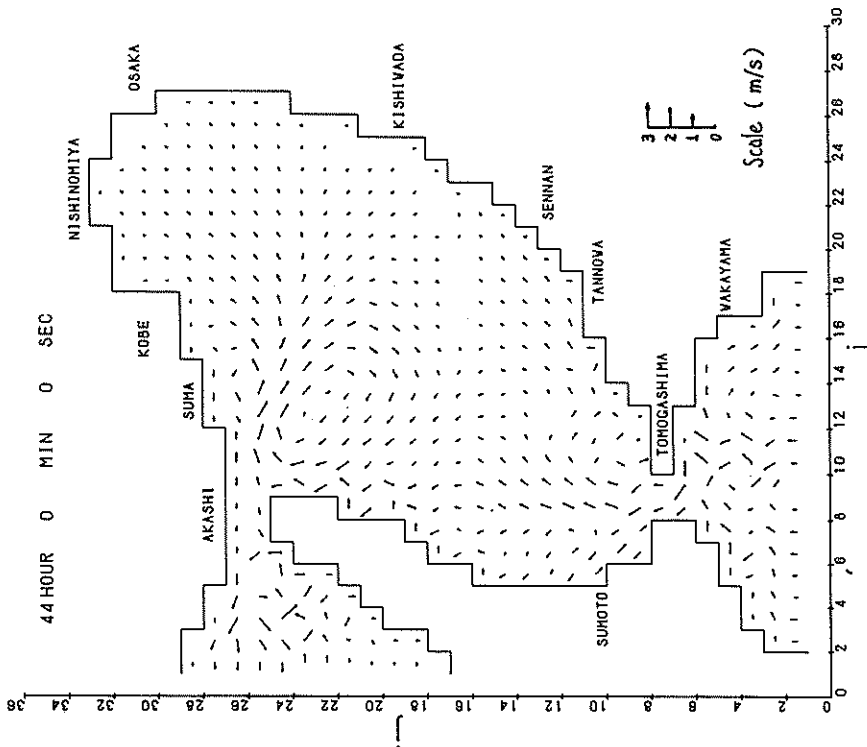


(7) 42 時間

図-4.25 潮流ベクトル図 (計算値)

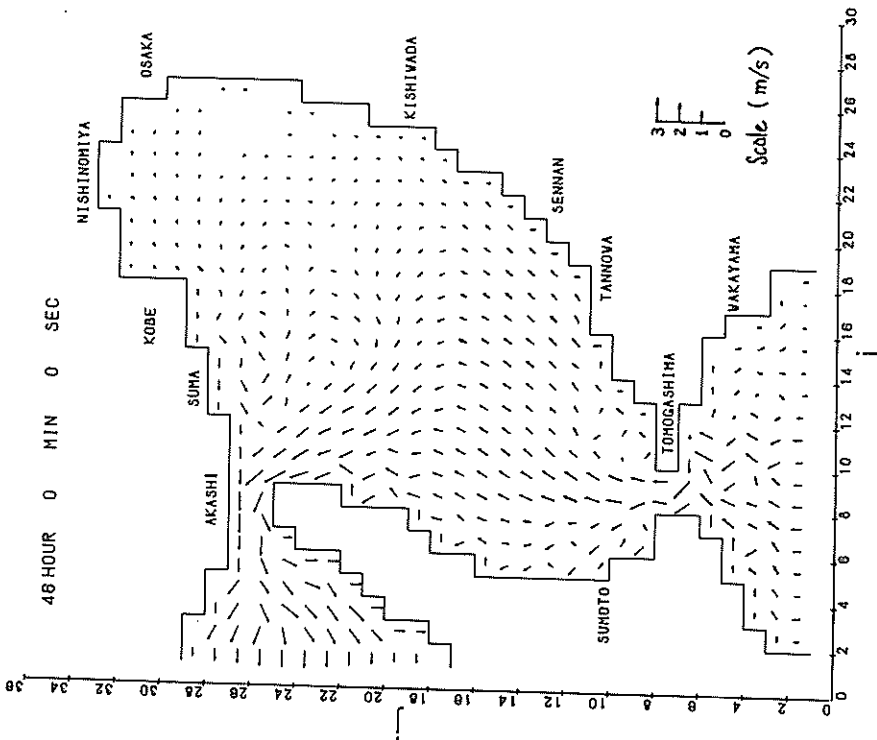


(10) 45 時間

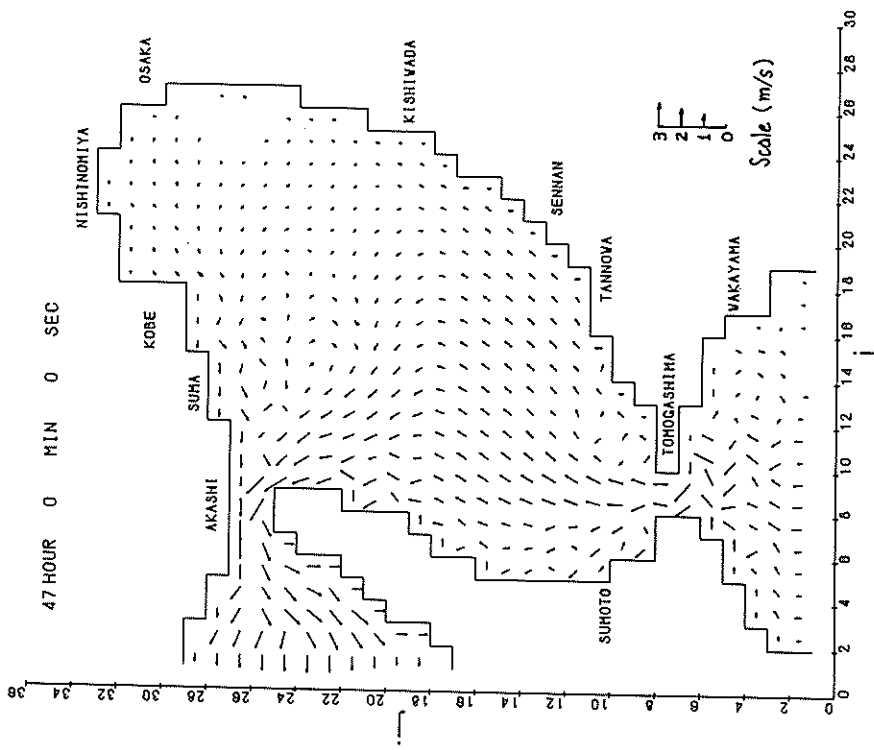


(9) 44 時間

図一4.25 潮流ベクトル図 (計算値)

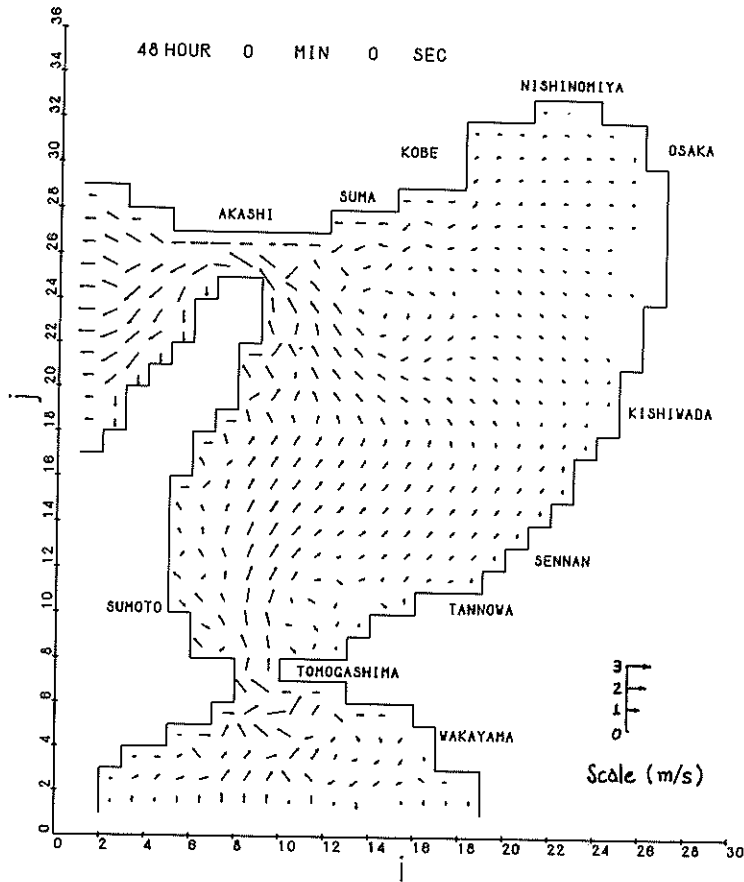


(11) 46 時間



(12) 47 時間

図-4.25 潮流ベクトル図 (計算値)



(13) 48時間

図-4.25 潮流ベクトル図(計算値)

与えることにより計算時間の短縮が期待できる。たとえば、湾内の憩流は一般に干潮時と満潮時またはその付近で生ずることから、初期水位を干潮位(又は満潮位)に設定し、潮流0から計算を開始するというのもその一つである。しかし本計算のように開境界が複数個あり、強制水位点での遅角が場所によってかなり異なる場合には、このような方法による効果は減少する。そこで本例では初期値に関する特別な配慮は避け、表-4.1に示した正弦波形を  $dt = 0$  から、また流速は全域0を与えた。

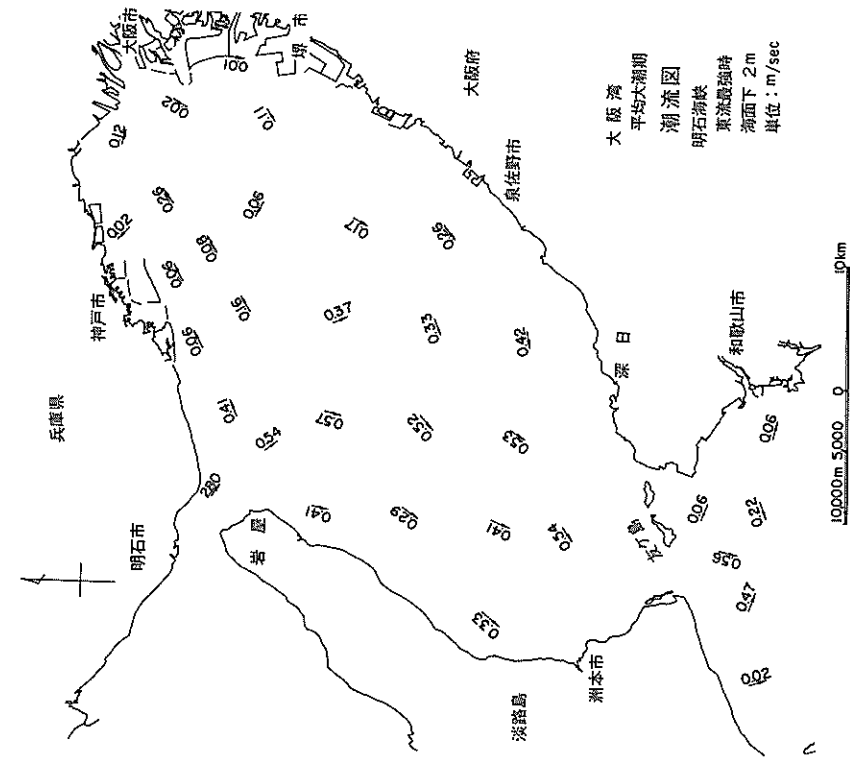
このようにして求めた潮位と流れに対し、第7潮汐まで流れの計算を行って、友が島における各潮汐毎の潮位と、明石海峡における潮流の第1~7潮汐時の時間変化を示したものが図-4.23および図-4.24である。これらの図から、潮汐・潮流とも第3潮汐以後はほとんど一致し、周期的な流れを再現しているのが読取れる。他の領域についても同様である。

したがって潮汐や潮流の計算結果の再現性についての検討や次の拡散計算におけるデータとしては、以後第3~4周期の1周期間のものを使用した。

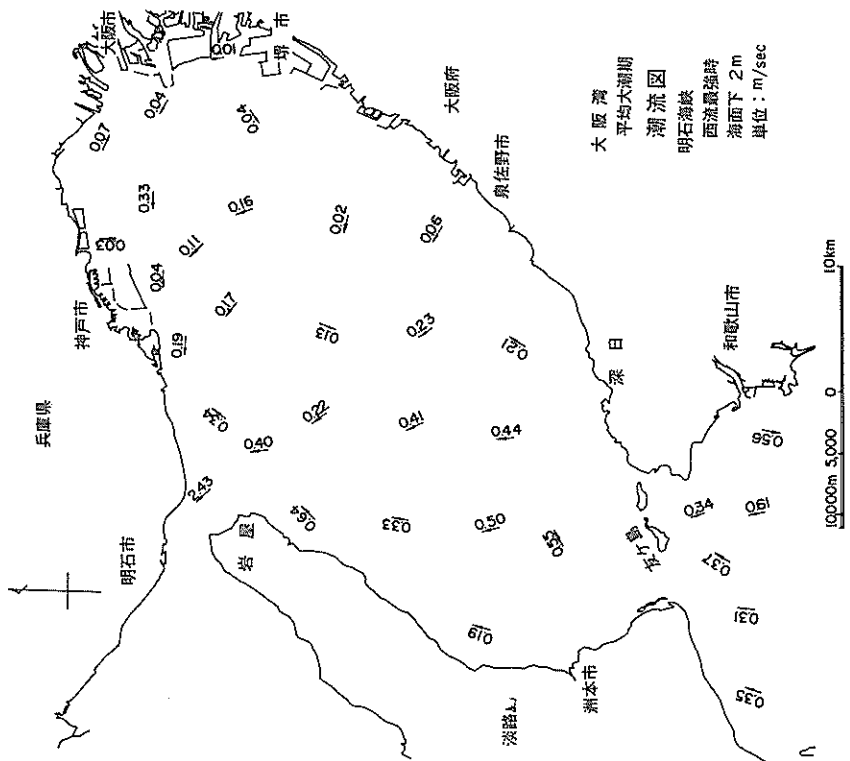
#### b) 潮位および潮流の再現性

**潮位(振幅と遅角)** 潮位の再現性を調べるため、現地験潮所から潮汐調和定数値の得られている代表7点の振幅と遅角を潮汐調和定数値  $M_2$ 、 $S_2$  および  $M_2$  潮の遅角  $\kappa$  と共に示したものが表-4.3である。

神戸と明石における潮位は調和定数値 ( $M_2 + S_2$ ) に対し3~4割の差がある。明石については、播磨灘側の西方に向っての振幅の減衰が大きいので、代表点の選定いかんで説明できるが、神戸で大きな振幅が生ずる原因は明らかでない。その他の点については潮位は  $\pm 3\%$  の相対誤差の範囲内にあり、潮位の再現性は良いといえる。また遅角については、湾奥で若干遅れる傾向にあり、尼崎で時間に換算して約40分調和定数値より遅れ

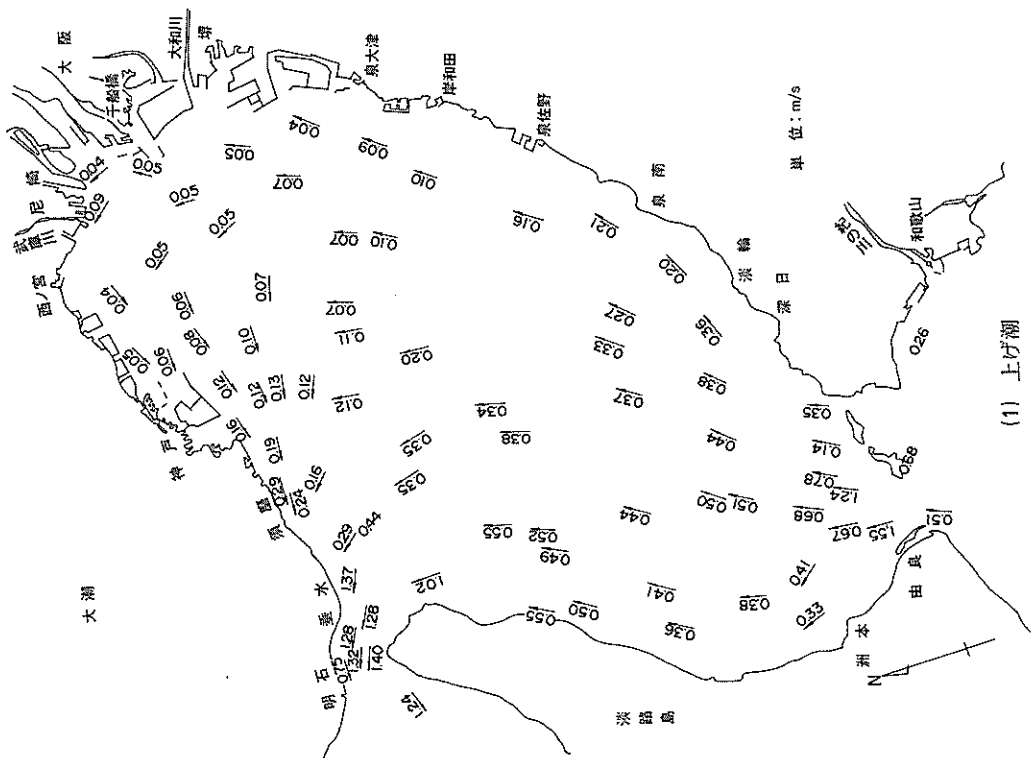
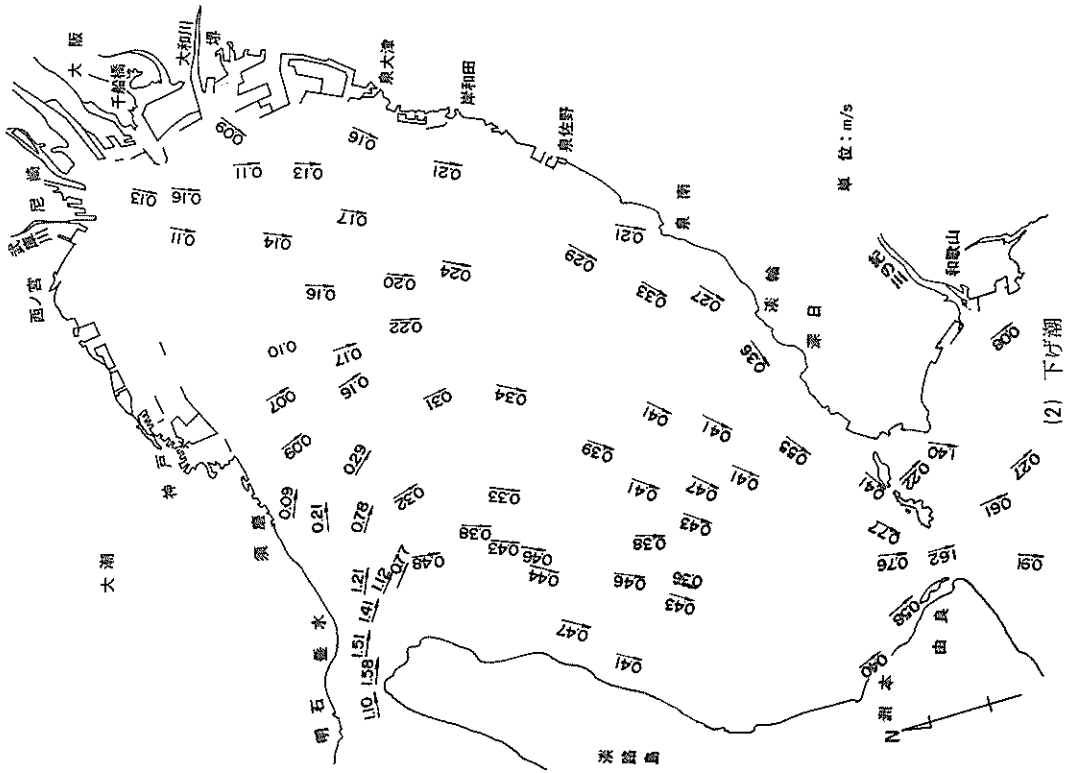


(2) 下げ潮



(1) 上げ潮

図—4.26 潮流ベクトル図 (実測値)



図—4.27 潮流ベクトル図 (実験値)

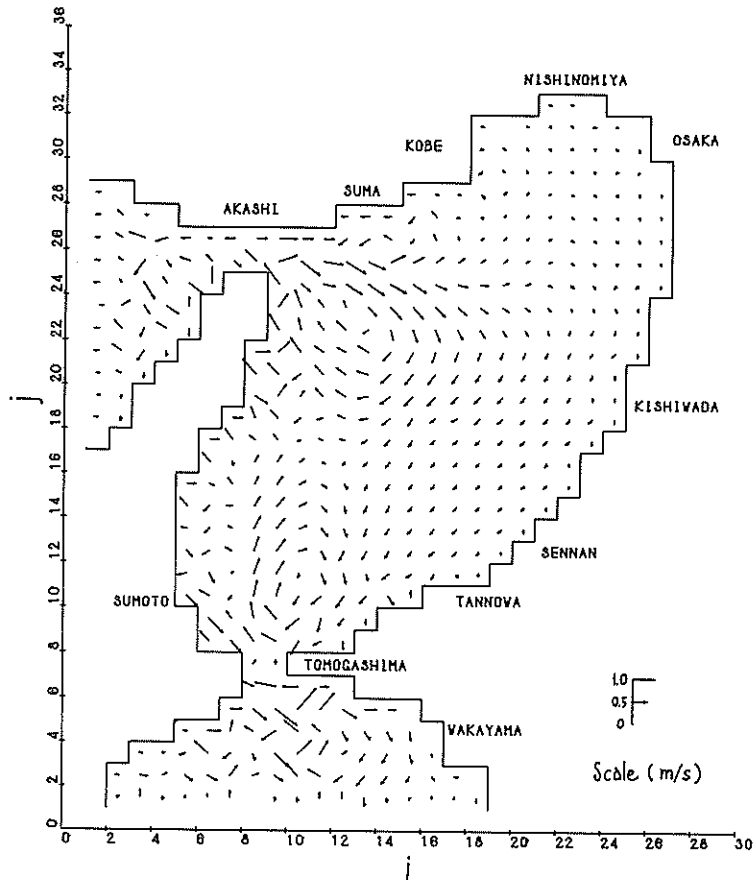


図-4.28 潮汐残差流ベクトル図(計算値)

ているが、その他の点についての差異は小さく、全体としては5%以下の相対誤差に入っている。

潮流 計算開始後36~48時間(第4潮汐)の毎時の潮流ベクトルを示すと図-4.25(1)~(13)のようになる。矢印の大きさは同図右下に示されるスケールで表わされている。

図-4.25により大阪湾内の潮流パターンを観察すると次のようである。

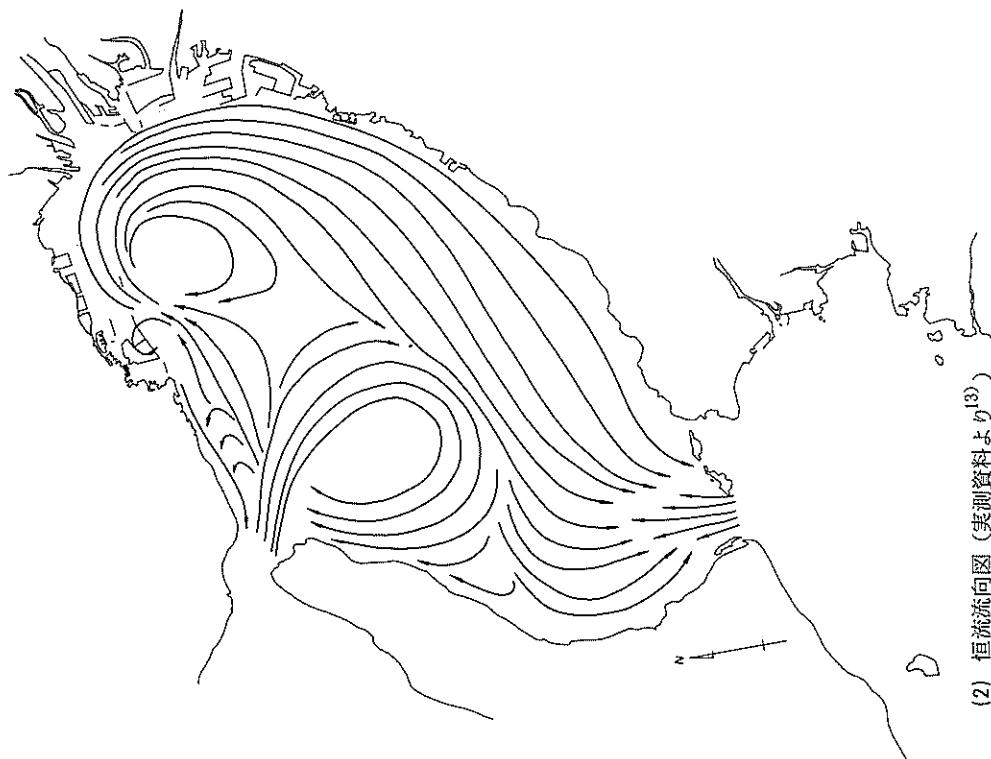
友ガ島北流最強時を過ぎると(図-4.25(1))、須磨沖の沖ノ瀬、および友ガ島北部沖に右廻りの大きな環流が発生し、次第に発達して大きくなると共に、北流は減衰し同図(2)、憩流期を経て(同図3)、南流に転換する(同図4)。南流が強くなるにしたがって、沖ノ瀬および友ガ島北部に発生した環流は衰えはじめ(同図5)、南流最強時付近では環流は消失して明石海峡から友ガ島水道へ直接流出するようになる(同図6、7)。以後南流が衰えはじめると同時に、沖ノ瀬、友ガ島北部において再び環流が発

生し(同図8)、これが発達して友ガ島では北流に転じ始めるが、明石海峡では位相が遅れなお流入が続いている(同図9)。その後は北部が強くなり、湾全体が、友ガ島より流入する流れが直接明石海峡に流出するようになり(同図10、11、12)、潮流の周期運動の1行程を終了する(同図13)。同図13は(1)の1潮汐後の同位相の流れを示すものであり、これら2枚の図面を重ね合わせることで計算の再帰性を確認することができる。

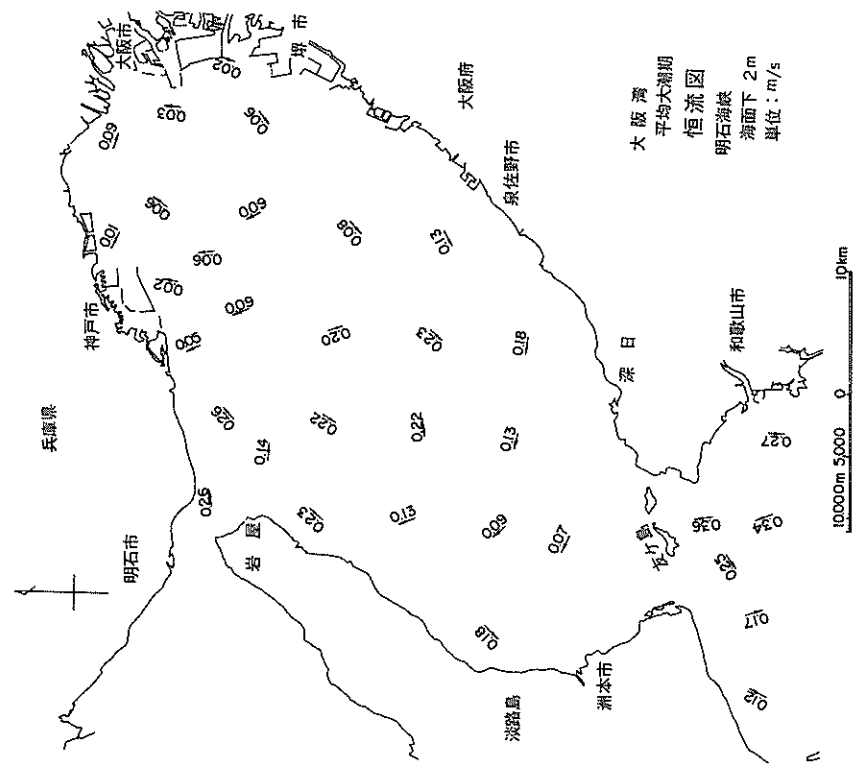
つぎに、計算結果を潮流に関する現地観測例および模型実験の結果と対比して再現性を検討した。

図-4.26(1)、(2)は運輸省第三港建設局が昭和46年8月~9月にわたって小野式流速計により15昼夜連続潮流観測を行ったもののうちから、平均大潮時の海面下2mにおける明石海峡西流最強時の潮流図<sup>12)</sup>を抜粋したものである。さらに図-4.27(1)、(2)は大阪湾模型実験水槽(水平縮尺1/2000、鉛直縮尺1/200)において、フロート





(2) 恒流流向図 (実測資料より<sup>13)</sup>)



(1) 恒流ベクトル図 (実測値)

図-4.29 恒流

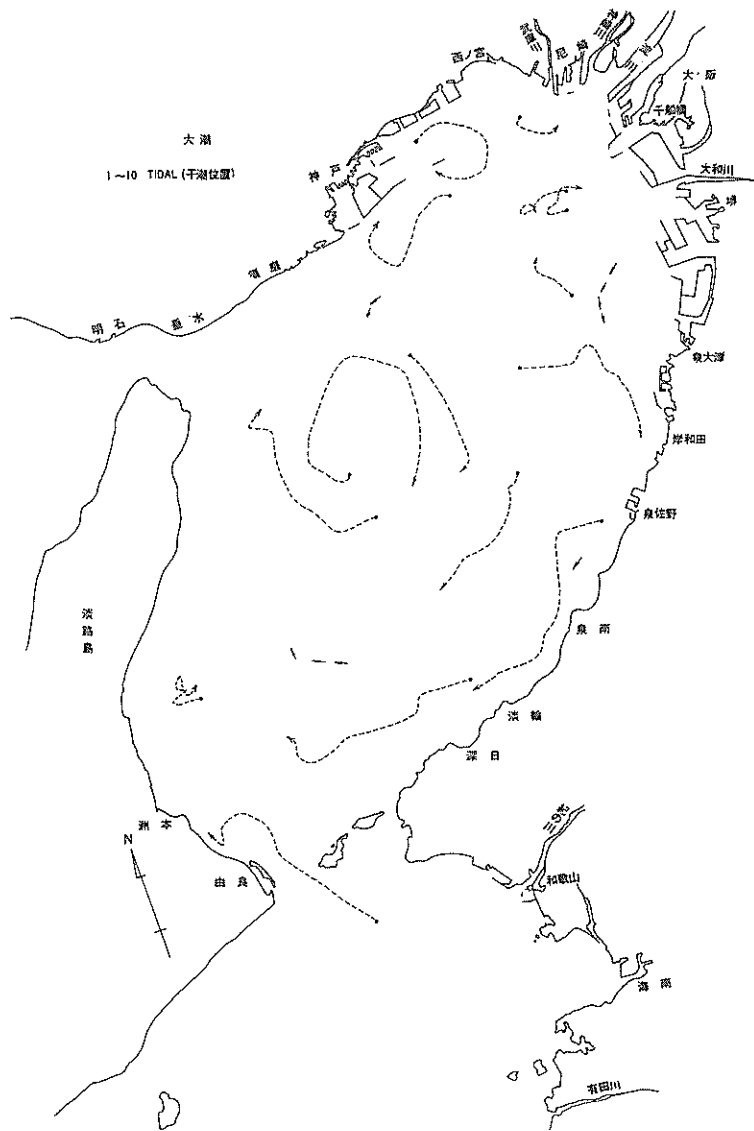
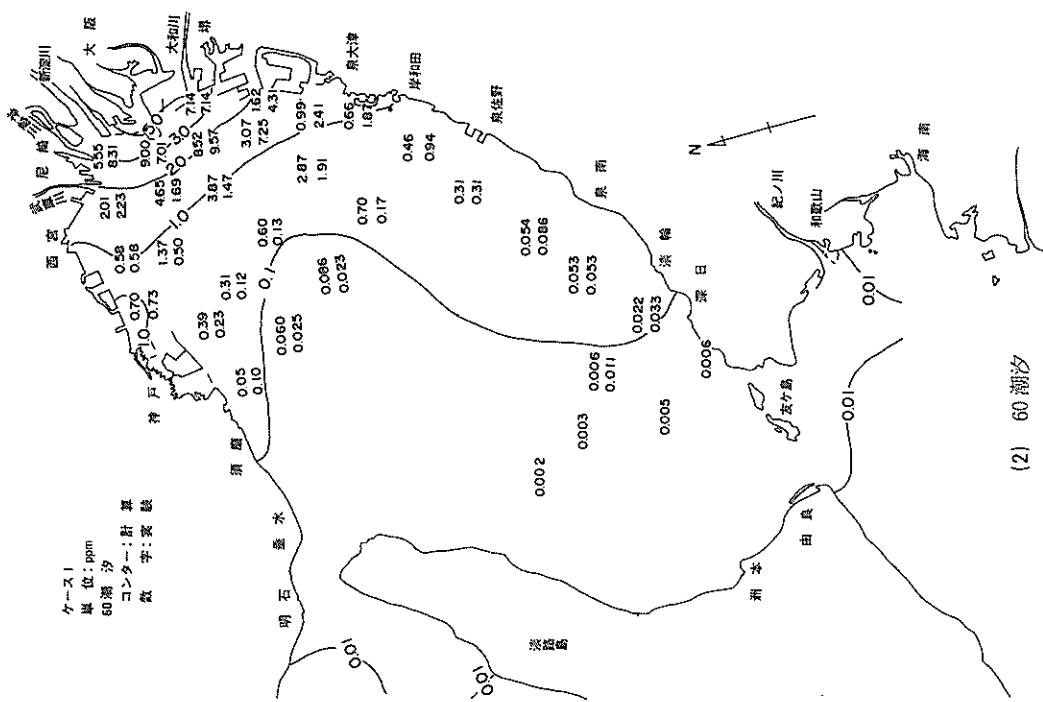


図-4.30 恒流流向図(実験値)<sup>7)</sup>

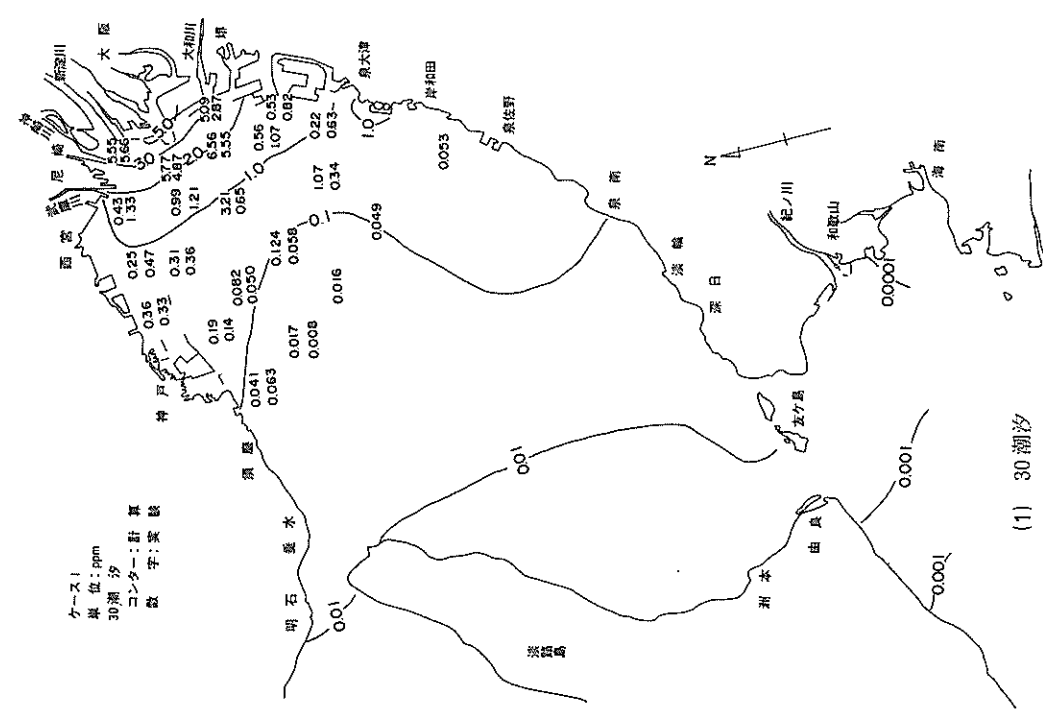
の追跡により求めた流れのうちから、友ガ島での北流最強時、および南流最強時の潮流ベクトル図<sup>7)</sup>を採択したものである。図-4.25の数値計算結果、図-4.26の現地観測例、および図-4.27の模型実験結果において、図-4.25は水深方向に平均化された水平流速を、図-4.26は海面下2mの流速を、そして図-4.27は表面(海面)流速をそれぞれ示すものである。また図-4.26は明石海峡での潮流最強時を基準にしているのに対し、図-4.27は友ガ島の流れを基準にしている。したがって、これら三

者の条件は必ずしも一致していない。

図-4.25(6)の数値計算結果において、明石での西流最強流時付近で、湾内潮流は淡路島の東、友ガ島～明石を結ぶみょう(瀬)筋域で最も速く0.5 m/s以上の流速をもち、湾中央部、湾奥部の順に流速が低下し、神戸～泉佐野(岸和田の南)以北の湾奥では0.25 m/s以下、さらに、湾奥沿岸部では0.05 m/s程度となっている。また明石では3 m/s、友ガ島では1.5 m/sの流速が出ている。これに対し、図-4.26の現地観測例でも潮流の流向流速と



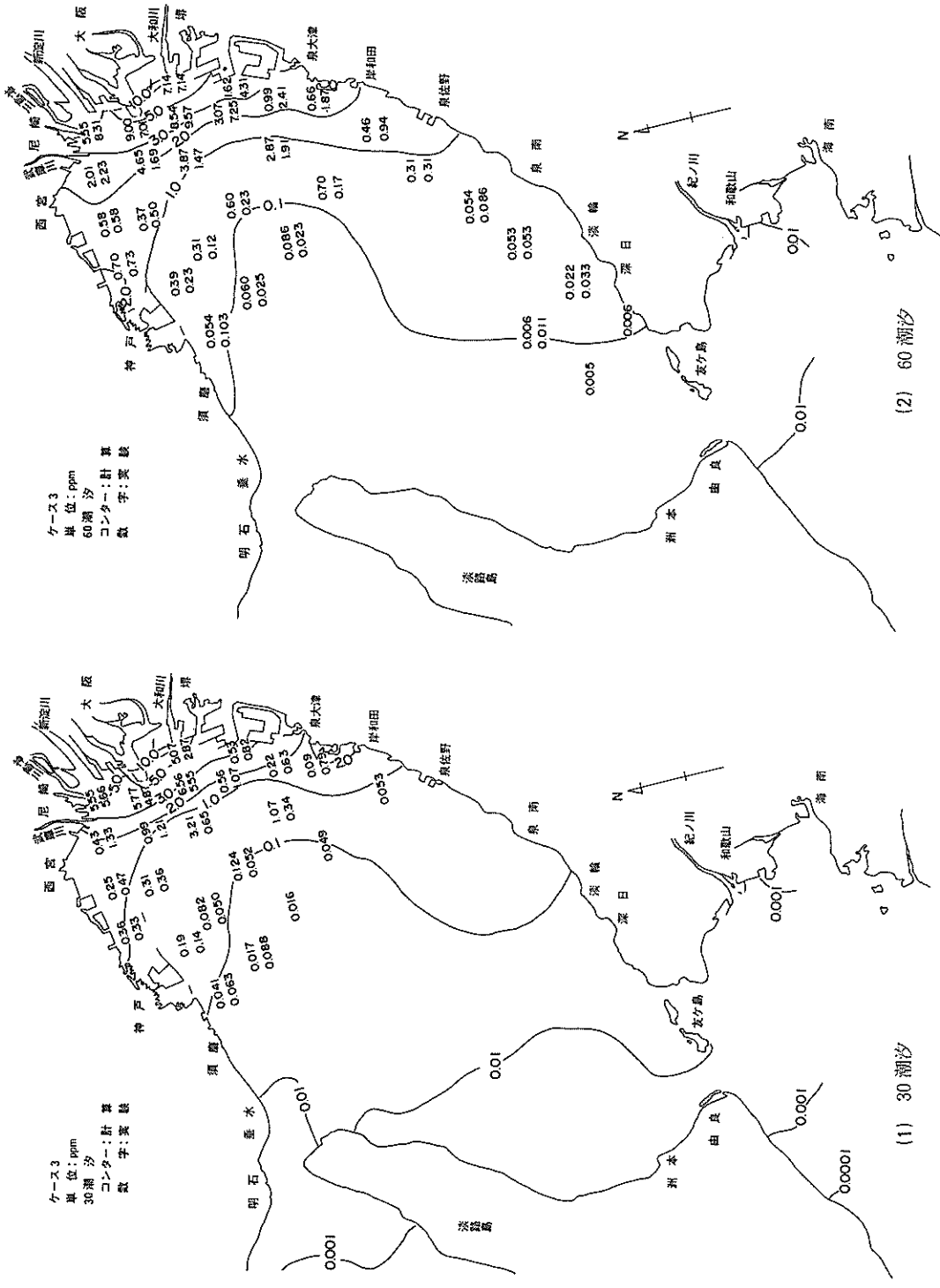
(2) 60 潮汐



(1) 30 潮汐

図一4.31 濃度分布図 (計算値と実験値, ケース1)





図一4.33 濃度分布図 (計算値と実験値, ケース3)

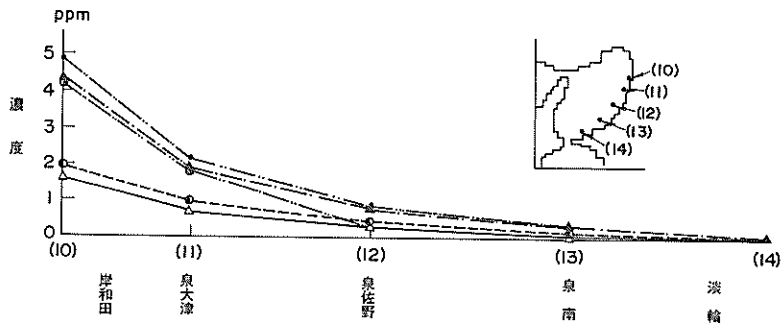
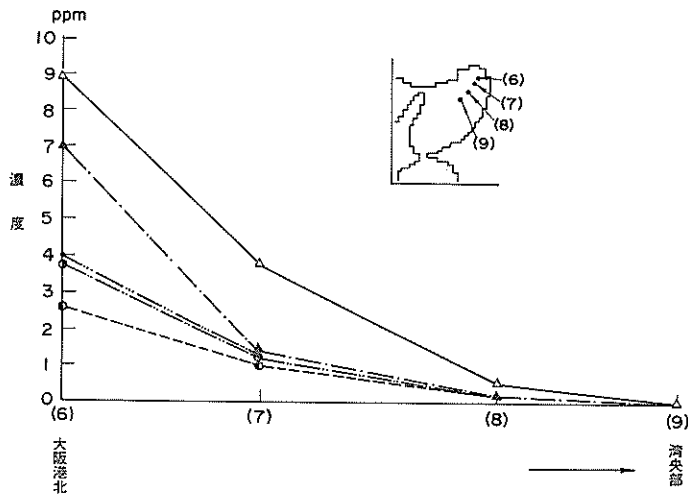
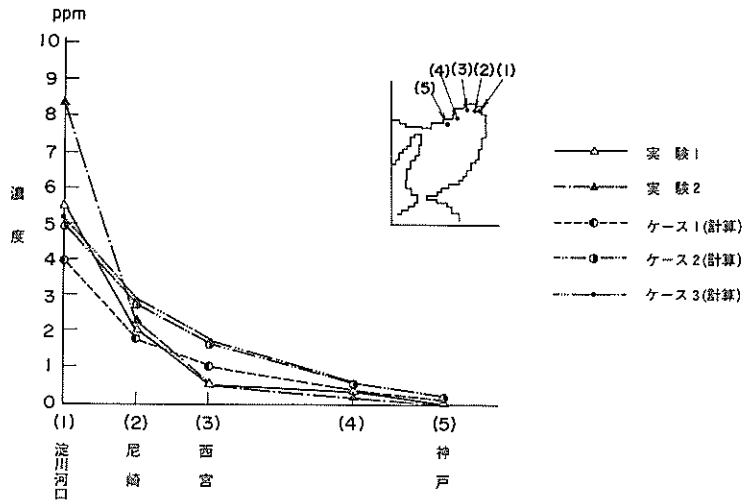
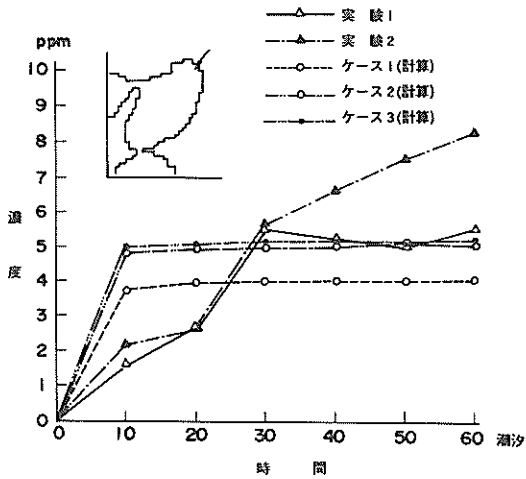
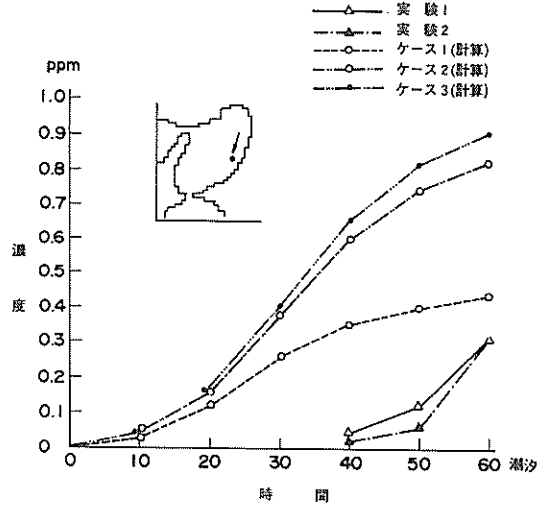


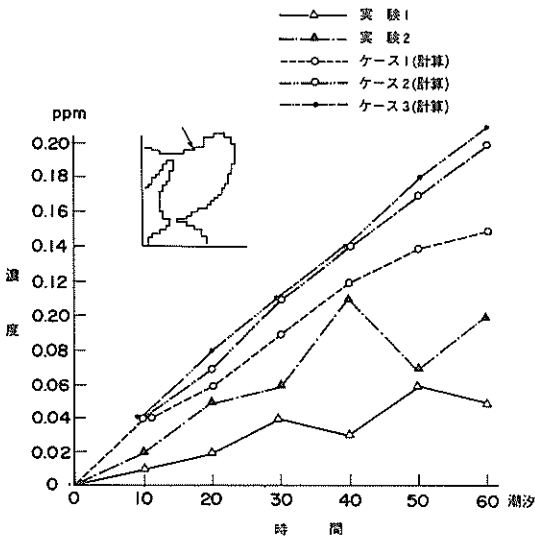
図-4.34 代表地点での濃度比較図(計算値と実験値, 60潮汐)



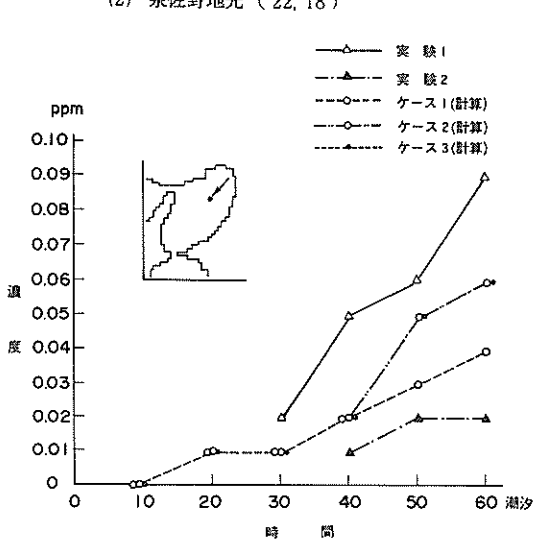
(1) 淀川河口 (26, 32)



(2) 泉佐野地先 (22, 18)



(3) 神戸西地先 (16, 29)



(4) 湾 央 (20, 24)

図- 4.35 代表地点での濃度変化図 (計算と実施)

もほぼ同傾向を示している。友が島の流速が0.5 m/s前後と小さいが、これは観測点が最強流の現われる海峡部に位置しないこと、および最強流の現われる時間に遅れがあるためで、これより2時間前の観測では1.8m/sの値が得られている。

図- 4.27の模型実験においても、潮流の流向、流速共計算結果と同傾向を示しているが、明石海峡では最大1.4m/sで原型に較べて小さい。これは友が島での最大流速を基準にしての値であり、明石海峡の最大値は友が島の約1.5倍であることを考慮すればほぼ妥当な値であ

る。

恒流 沿岸浅海域では潮汐運動により流向・流速が周期的に変化する潮汐流が誘起される他に、地形、河川流、コリオリ力その他の作用外力によって流向・流速がほぼ一定の流れが発生し、潮汐流と混在している。この流向・流速が一定の恒流の大きさは、1潮汐(1周期)間の流れの平均操作によって確認することができる。潮流の循環や汚染物質等の拡散を考える場合、この恒流のパターンは重要な要素となる。そこでタイムステップ $\Delta t/2$ 毎に得られる  $(u_{i+(1/2), j}^{(n)}, v_{i, j+(1/2)}^{(n)})$  に対し、

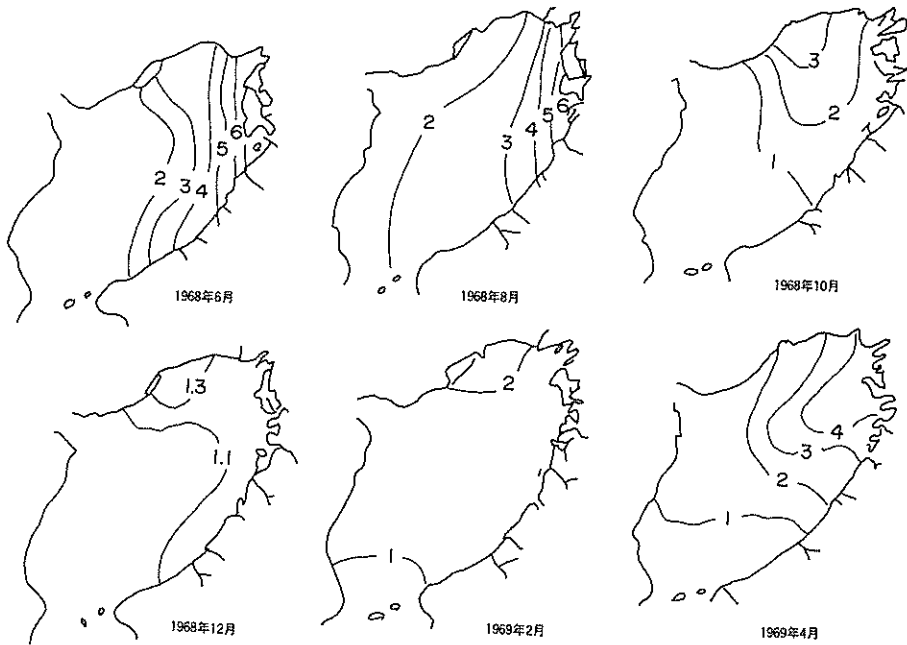


図-4.36 COD分布図(実測, 単位 ppm)

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_{i+(1/2),j} &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u_{i+(1/2),j}^{(n)} \\ \bar{v}_{i,j+(1/2)} &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N v_{i,j+(1/2)}^{(n)} \end{aligned} \right\} \quad (4.131)$$

N: 1 周期間のデータ数

によって恒流成分 ( $\bar{u}_{i+(1/2),j}$ ,  $\bar{v}_{i,j+(1/2)}$ ) を定義し、第4潮汐のデータを用いて計算し図化すると図-4.28のようになる。これに対し、図-4.29(1)は第三港湾建設局<sup>12)</sup>が海面下2mにおいて25時間連続観測をして得た恒流成分を、図-4.29(2)は山田<sup>3)</sup>が現地観測をもとにして作成した流程図を、さらに図-4.30は水理模型実験において、連続10潮汐間の各潮汐の低潮憩流時におけるフロートの位置を結んだ流跡線を、それぞれ表わしている。全般的に、流向は沖ノ瀬(須磨沖)付近を中心とする環流、湾東部の南西流、友ガ島付近の北上流、須磨沖の西流等は数値計算、現地観測、模型実験の結果とよく対応している。また流速は、明石、紀淡両海峡付近の一部で実測値より大きい値を示すがその他の領域ではほぼ一致するとみてよい。

以上の結果から、潮流計算において、潮位、潮流の流向流速、および恒流の流向流速は、現地観測や模型実験の結果とよく一致しており、計算結果の再現性は良いと

いえる。

#### c) 物質拡散の再現性

COD負荷開始後60潮汐目の干潮憩流時付近の濃度分布を実験値とともに示したものが図-4.31(ケース1,  $K_x=K_y=10 \text{ m}^2/\text{s}$ )、図-4.32(ケース2,  $K_x=K_y=1 \text{ m}^2/\text{s}$ )、および図-4.33(ケース3,  $K_x=5.93 \sqrt{g|u|h}/C$ ,  $K_y=5.93 \sqrt{g|v|h}/C$ )である。図中、濃度コンターは計算値(単位ppm)を、数字は2回の実験値(上は1回目、下は2回目)を示している。

拡散係数による濃度分布の差をケース1とケース2とで比較すると、0.1 ppm以上の濃度領域は当然のことながらケース2の方が大きく、拡散速度の低下により拡散物質が湾奥部で滞留していることがわかる。特に汚染負荷の大きい湾奥大阪港を基点にして西方の西宮、神戸、須磨にわたっての沿岸部、および南方の堺、岸和田、泉南方向にかけての沿岸部など潮流の小さい領域でこの傾向が顕著である。高度汚染地域になっている大阪港前面、および淀川河口付近でケース1ではそれぞれ8.46 ppm, 4.07 ppmであるのに対し、ケース2ではそれぞれ13.83 ppm, 5.07 ppmとなっており、汚染負荷位置付近での濃度上昇が後者において著しいのも特徴的である。拡散係数に流れと水深の効果を考慮して場所的に分布を与えたケース3の場合ではケース2の結果とほとんど相異のな



ということが判る。これは、本計算領域において拡散係数が  $1 \text{ m}^2/\text{s}$  以下では拡散が小さくなって平均流にのって拡がる移送による濃度分布が支配的になるものと考えられる。

計算結果を実験値と比較すると、実験値では  $0.001 \text{ ppm}$  以上の濃度は大阪湾内に限定されるのに対し、計算では領域全体を覆ってしまう。すなわち計算の方が拡散速度が大きいことが判る。代表点における60潮汐干潮憩流時付近の濃度分布を実験値と計算値とについて示したものが図-4.34である。各図の横軸に付されている場所（又は番号）は同図右肩に示された位置番号に対応している。図-4.34において、沿岸部領域での拡散は計算の方が速く、特に淀川河口から神戸にかけての領域で顕著である。これに反し、大阪港前面を通る湾の長軸方向に沿う領域では逆に模型実験の方が計算の場合よりも高濃度となる。すなわち、模型実験の方が計算の場合よりも高濃度領域の範囲が広い。このことは、河川流量や染料を与える場合、実験ではある初速度をもって与えているが、計算では初速度0で与えているため、河川流による湾軸方向に沿った恒流成分の再現法に問題点を残しているものと思われる。上述3ケースのうち、ケース1は他の2ケースに比べて拡散係数が大きいため、実験値との相異は最大である。ケース2、3は前述のように60潮汐目ではほぼ同様の濃度分布を示し、ケース1より実験値に近いといえるが細かい数値についてはそれ程よい一致とはいえない。この不一致は拡散係数の補正によってある程度までは小さくすることが可能であろうが、本質的な解決にはならない。根本的には流れの再現性におも問題があるものと思われる。すなわち、潮汐・潮流を問題にしている場合には、実験、現地観測例ともよく一致したが、拡散計算では潮汐計算結果の潮位、潮流のデータを繰返し用いて計算するため、これらのデータが実験値とわずかの差異しかもたなくても、拡散計算の進行過程でこれによる誤差が累積して、60潮汐間には上述のような結果として現われるものと考えられる。いいかえれば、潮汐計算結果は潮汐・潮流等の再現性の点では満足できるものであったが、この結果を用いて拡散計算のデータにするには精度的におも不十分のように思われる。これを改めるには、恒流の再現法、河川流の入力法の改善、二次元単層モデルの限界という観点から再検討してみる必要がある。

現地汚染状況との対応であるが、本計算では保存性物質が潮汐作用と河川流のみにより単一層として拡散する過程を追跡したものであり、現実の複雑な汚染機構がかなり単純化されている。さらに、図-4.35より明らかなように、代表点における濃度の時間変化は水理模型においても計算においても、淀川河口等の湾奥部汚染源近傍

を除いて60潮汐時でもなお上昇過程にあるため、追跡時間は十分でない。このため、潮流計算の場合と異なり現況と直接の対比はできない。

図-4.36はこれまでに得られた水質調査の一例<sup>14)</sup>であるが、同図より明らかなようにCOD分布は季節的变化が著しく、春から夏にわたっては東高西低型の濃度分布を呈し、秋から冬にわたっては湾全体の濃度が一様化する傾向がみられる。計算結果は傾向的には夏型の分布パターンに対応している。

## 4.2 保存性物質の拡散定常解法

### 4.2.1 概説

4.1で取扱った拡散計算は、計算領域内の初期濃度を全域0から開始して、汚染負荷源より移流・拡散する物質の濃度分布を時間的に追跡するいわゆる非定常解法であった。この手法は、水理模型においてトレーサーを投入して行う拡散実験に対応している。このような非定常モデルでは、特定汚染源からの拡散速度や濃度分布の時間変化などを追跡する場合有効である。しかし非定常モデルによって求められる濃度は現実の海域の濃度に較べて低いか、または汚染源から外境界に至る濃度勾配が汚染源近傍においてかなり大きく、計算時間を延長しても各点で濃度上昇が続く。恒流が卓越し、計算領域の囲りがほとんど外海境界である場合<sup>15)</sup>には境界濃度の処理を適当に行うことにより非定常解モデルによっても比較的短時間のうちに擬似的な平衡濃度分布を得ることができる。逆に恒流が小さく閉塞的な領域では、平衡濃度分布に達するまでの所要時間は極めて大きい。伊勢湾の例<sup>16)</sup>では、900潮汐経過してもなお各点における濃度が上昇傾向にあったという結果を得ている。このような問題に対して、

- i) 初期値の操作
- ii) 境界濃度の操作
- iii) 定常解モデルの使用

などにより、拡散計算を現実の濃度に近い水準で行うことや、できる限り短時間のうちに平衡濃度分布に近づける試みがなされている。i)では、現地観測による濃度分布を与えること、適当な解析解又は数値をあてはめること、全域一律に一定濃度のかき上げをすること、さらにはiii)の定常解モデルによる解を与えること、などの方法がある。ii)では初期濃度に対応して境界で一定濃度を与えて固定したり、濃度勾配を与えたりする。さらにiii)では、非定常モデルに依らないで最初から定常解モデルにより平衡濃度を求めようとするものである。

現実の海域では季節変化、日変化などがあって定常的な濃度分布が必ずしも存在するとは思われないが、計算

表一 4.4 淡水流入量

淡水流入位置*	淡水流入量(t/d)	淡水流入位置	淡水流入量(t/d)
9	177120	26	105408
10	174528	27	5380128
11	28512	28	2663717
12	174528	29	331776
13	45792	30	29376
14	44064	31	172800
15	41472	32	29376
16	144288	33	105408
17	391392	34	37152
18	972864	35	25056
19	21600	36	105408
20	20657376	37	89856
21	35424	57	108864
23	317952	58	90720
24	578880		
25	4781376		

\*) 淡水流入位置は図一 4.37 に示す。

上では沿岸からの汚染負荷量，開境界を通じての流入流出量が均合って形成される分布状態を仮定することができる。この平衡的な分布状態は時間に関係なく一定であるため，地形や負荷量の変化による水質影響予測にしばしば適用される。

そこで本節ではこの定常解モデルについての考え方と取扱いならびに塩分の拡散を扱った計算例について述べる。

#### 4.2.2 定常拡散の基本式

潮汐流のような周期性をもつ流れの場での拡散を取扱う場合，拡散方程式(4.21)中の $\zeta$ ， $u$ ， $v$ などは周期性を有しており，単位時間当りの負荷量 $S_m$ が一定であれば，時間 $t$ が無限に大きくなっても濃度 $c$ は近似的に周期性を有するものと考えられる。すなわち，流れの周期を $T$ とすれば，

$$c(t+T) = c(t) \quad (4.132)$$

である。ここで濃度の一周期当りの平均濃度 $\bar{c}$ を，

$$\bar{c} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} c(t) dt \quad (4.133)$$

と定義して， $t \rightarrow \infty$ において式(4.21)を1周期間にわたって積分することにより定常的な式に変換する。

いま，1周期間の平均値には $\bar{\quad}$ (バー)を，平均値からの変動量には $'$ (プライム)を付けて $\zeta$ ， $u$ ， $v$ ， $c$ などを表わせば，

$$\left. \begin{aligned} \zeta(t)+h &= H(t) = \bar{H} + H'(t) \\ u(t)(\zeta(t)+h) &= M(t) = \bar{M} + M'(t) \\ v(t)(\zeta(t)+h) &= N(t) = \bar{N} + N'(t) \\ c(t) &= \bar{c} + c'(t) \end{aligned} \right\} (4.134)$$

となる。平均の定義から

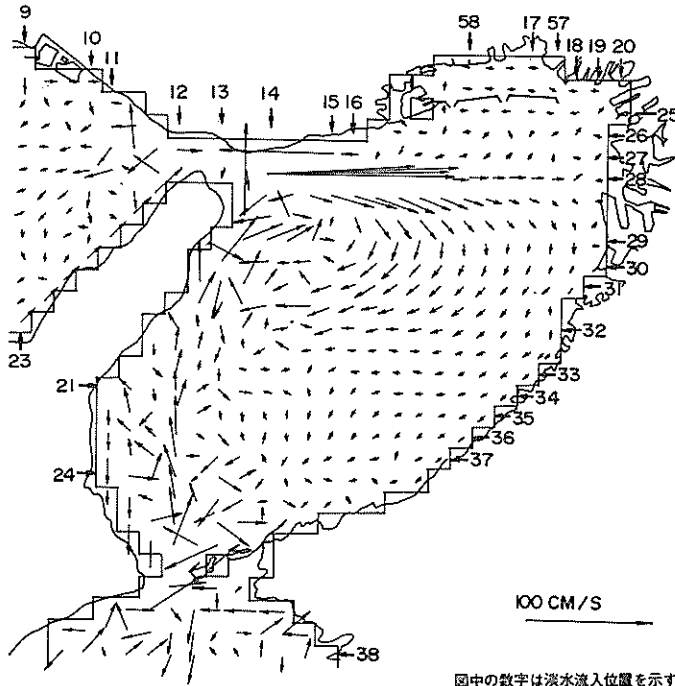
$$\left. \begin{aligned} \int_t^{t+T} H'(t) dt &= 0 \\ \int_t^{t+T} M'(t) dt &= 0 \\ \int_t^{t+T} N'(t) dt &= 0 \\ \int_t^{t+T} c'(t) dt &= 0 \end{aligned} \right\} (4.135)$$

である。

式(4.132)，(4.134)，および(4.135)の関係を用いれば，式(4.21)において，

左辺は，

$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left\{ \frac{\partial[(\zeta+h)c]}{\partial t} + \frac{\partial[(\zeta+h)uc]}{\partial x} \right\}$$



図中の数字は淡水流入位置を示す。

図- 4.37 潮汐残差流(M<sub>2</sub>潮, 計算値)

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\partial[(\zeta+h)vc]}{\partial y} \} dt \\
 & = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left\{ \frac{\partial(Hc)}{\partial t} + \frac{\partial(Mc)}{\partial x} + \frac{\partial(Nc)}{\partial y} \right\} dt \\
 & = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (\overline{M} + M'(t)) (\overline{c} + c'(t)) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{N} + N'(t)) (\overline{c} + c'(t)) \right\} dt \\
 & = \frac{\partial}{\partial x} (\overline{M}\overline{c}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{N}\overline{c}) \\
 & \quad + \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \frac{\partial}{\partial x} (M'c') dt + \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \frac{\partial}{\partial y} (N'c') dt
 \end{aligned} \tag{4.136}$$

さらに、右辺は、

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (K_x H \frac{\partial c}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_y H \frac{\partial c}{\partial y}) \right\} dt \\
 & = \frac{\partial}{\partial x} (K_x \overline{H} \frac{\partial \overline{c}}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_y \overline{H} \frac{\partial \overline{c}}{\partial y}) \\
 & \quad + \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \frac{\partial}{\partial x} (K_x H' \frac{\partial c'}{\partial x}) dt \\
 & \quad + \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \frac{\partial}{\partial y} (K_y H' \frac{\partial c'}{\partial y}) dt
 \end{aligned} \tag{4.137}$$

となる。

したがって、式(4.136)および(4.137)において

$$\left. \begin{aligned}
 & - \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (M'c') - \frac{\partial}{\partial x} (K_x H' \frac{\partial c'}{\partial x}) \right\} dt \\
 & = \frac{\partial}{\partial x} (K_{x0} \overline{H} \frac{\partial \overline{c}}{\partial x}) \\
 & - \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} (N'c') - \frac{\partial}{\partial y} (K_y H' \frac{\partial c'}{\partial y}) \right\} dt \\
 & = \frac{\partial}{\partial y} (K_{y0} \overline{H} \frac{\partial \overline{c}}{\partial y})
 \end{aligned} \right\} \tag{4.138}$$

とおけば、

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial(\overline{M}\overline{c})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{N}\overline{c})}{\partial y} & = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (K_x + K_{x0}) \overline{H} \frac{\partial \overline{c}}{\partial x} \right\} \\
 & \quad + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (K_y + K_{y0}) \overline{H} \frac{\partial \overline{c}}{\partial y} \right\}
 \end{aligned} \tag{4.139}$$

ここに、

$\overline{c}$  : 潮汐1周期間の平均濃度 (定常濃度)

$\overline{M}$ ,  $\overline{N}$  : 潮汐1周期間の  $(\zeta+h)u$  および  $(\zeta+h)v$  の平均値

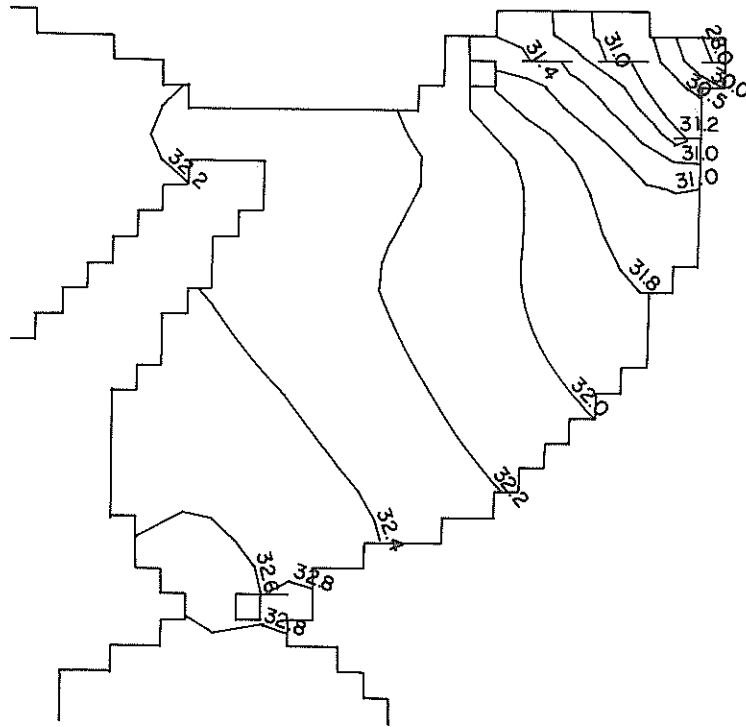


図-4.38 定常拡散計算による塩分分布(単位: %)

$\bar{H}$ : 潮汐1周期間の  $(\zeta + h)$  の平均値

$K_x, K_y$ :  $x, y$  方向の渦動拡散係数

$K_{x0}, K_{y0}$ :  $M, N$  および  $c$  の1潮汐間の平均値からの変動量に基づく拡散を表わす拡散係数と表わすことができる。

定常解を求める式(4.139)を非定常解を求める式(4.21)と比較すると、式(4.139)は、式(4.21)において、左辺第1項が脱落し、 $(\zeta + h)$ 、 $(\zeta + h)u$ 、および $(\zeta + h)v$  は1潮汐間の平均値となり、拡散係数 $K_x, K_y$ には $u, v, c$ の潮汐変動に基づく拡散係数が付加された形となっていることがわかる。

#### 4.2.3 定常拡散基本式の差分化と計算法

物質拡散の定常解法は環境庁による瀬戸内海の例<sup>17)</sup>をはじめ各所で開発されているが、本節では、4.1で述べたADI法の利点に着目しADI法による解法を試みた。

式(4.21)と式(4.139)との比較から、式(4.139)に対する差分式は、式(4.85)において左辺第1, 2項を落し、時間を表わす $n$ はくり返し回数を示す指数と考え、時間ステップ $\Delta t$ を1と考えることにより組立てることができる。すなわち、式(4.85)は式(4.92)のように整理さ

れる。ただし、式(4.92)の左辺第2項の係数 $e_{i,j}$ (式(4.94))、および右辺 $g_{i,j}$ (式(4.96))については、それぞれ $(\bar{h} + \zeta^{(n)})_{i,j}$ および $c_{i,j}^{(n)}$ 、 $(\bar{h} + \zeta^{(n)})_{i,j}$ が脱落する。以下4.1で扱った方法により一般式が導かれ、非定常解の場合と同様にして式(4.104)~(4.106)に従い計算を繰返せばよい訳であるが、式(4.96)において脱落した $(\bar{h} + \zeta^{(n)})_{i,j}$ は同式右辺の他の項に較べて大きい。この脱落した項は式(4.92)の未知数 $c_{i,j}^{(n+1/2)}$ に関する連立方程式の係数マトリックスの対角項の絶対値を小さくするため、解が極めて不安定になり、多くの場合安定な解を得るまでに発散してしまう。この問題を解決するため、式(4.92)に

$$(STEAD)(\bar{h} + \zeta^{(n)})_{i,j} c_{i,j}^{(n+1/2)} = (STEAD)(\bar{h} + \zeta^{(n)})_{i,j} c_{i,j}^{(n)} \quad (4.140)$$

$(STEAD)$ : 安定解を得るための加速乗数(0~1)の値をとる。

を加える。これに付随して式(4.94)の右辺第1項の $(\bar{h} + \zeta^{(n)})_{i,j}$ は $(STEAD)(\bar{h} + \zeta^{(n)})_{i,j}$ に、さらに式(4.96)の右辺第1項 $c_{i,j}^{(n)}$ は $(STEAD)c_{i,j}^{(n)}$ に改める。式(4.140)の係数 $(STEAD)$

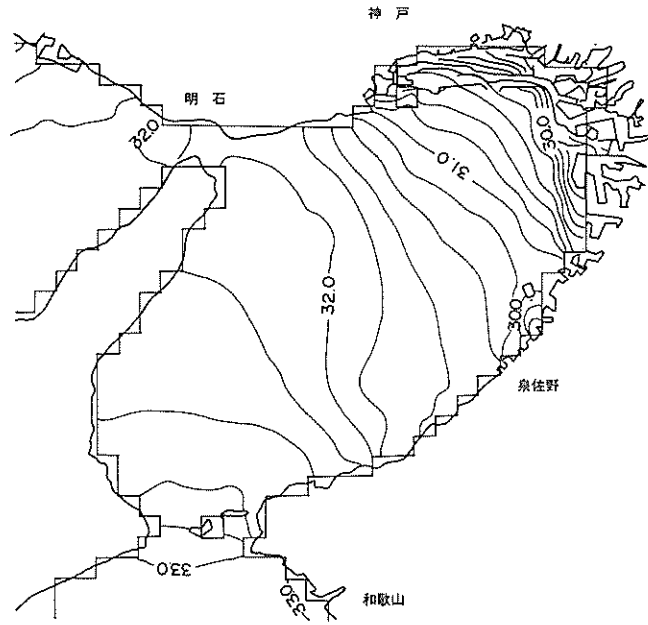


図-4.39 塩分分布(実測値, 単位: ‰)

は式(4.92)の安定解を得るための加速乗数で、0から1の値をとる。(STEAD)=1ならば非定常解モデルと全く同形となる。乗数(STEAD)の値が0から1に近づくに従って解は安定になるが収束解に至るまでに時間を要する。したがって、式(4.104)~(4.106) (y方向についてこれに相当する一般式)による繰返し計算で解を安定的に求めると同時に速く収束解を得るよう適当な(STEAD)の値を見つける必要がある。

上述したADI法による拡散の定常解法をまとめると、終局的には、4.1で述べた非定常解法において

- i)  $(z+h)$ ,  $(z+h)u$ ,  $(z+h)v$ にはそれぞれ1潮汐間の平均値を用いる,
  - ii) 拡散係数 $K_x, K_y$ にはそれぞれ潮汐変動に基づく拡散係数 $K_{x0}, K_{y0}$ を加える,
  - iii) 式(4.94)と(4.96) (y方向についてはこれらに対応する式)の右辺第1項に乗数(STEAD)を付加する,
  - iv) 時間間隔 $\Delta t$ は $\Delta t = 1$ とおく、および
  - v) 時間レベル $n$ はくり返し回数と読み変える,
- ことにより、一般式(4.104)~(4.106) (y方向についてはこれらに相当する式)から収束解が得られるまで計算をくり返せばよいことになる。

#### 4.2.4 大阪湾の塩分拡散への適用例

計算範囲は、4.1.4で扱った場合とほぼ同領域の東二

見—江井より東側、沼島—海南より北側の大阪湾内とした。座標軸はx軸およびy軸をそれぞれ緯線および経線に平行にとり、この領域を2km格子に分割した。

定常拡散計算に用いる流れのデータは、開境界4点での平均潮の潮汐調和定数<sup>18)</sup> (すなわち、東二見で $M_2 = 0.072$  m,  $\kappa = 294.64^\circ$ , 江井で $M_2 = 0.0709$  m,  $\kappa = 327.06^\circ$ , 沼島で $M_2 = 0.2002$  m,  $\kappa = 179.80^\circ$ , 海南で $M_2 = 0.2117$  m,  $\kappa = 188.190^\circ$ )と表-4.4に示す淡水流入を与え4.1.4に述べたモデルで得られる周期的な流れを1潮汐時間で時間平均した潮汐残差流である<sup>19)</sup>。この残差流のベクトルを図示すると図-4.37のようになる。湾内北西部には流速30cm/sにも及ぶ大規模な時計回りの環流があり、湾奥部にはこれと逆向きの微弱な流れがみられる。また湾の東部は沿岸方向に南下する弱い流れとなっている。

次に、式(4.138), (4.139)で表わされる拡散係数 $K_x, K_y, K_{x0}, K_{y0}$ に対しては次の値を与えた。

$$\left. \begin{aligned} K_x &= K_y = 5 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{s} \\ K_{x0} &= \alpha d S \frac{1}{H} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (M_i - \bar{M}_i)^2} \\ K_{y0} &= \alpha d S \frac{1}{H} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (N_i - \bar{N}_i)^2} \end{aligned} \right\} (4.141)$$

ここに、 $\alpha$ : 定数(= 0.6),  $\Delta S$ : 格子間隔(=  $2 \times 10^6$  cm),  $H$ : 平均水深,  $n$ : 1 潮汐間のデータ数, である。

境界濃度は、播磨潮側を32%, 紀伊水道側を33%に固定した。

以上の条件を用い、式(4.140)に示される加速乗数( $S$  TEAD)には0.001を与え4.2.3に述べた方法により塩分の定常拡散計算を行った。くり返し回数100で濃度分布はほぼ定常になり図-4.38に示す結果が得られた。分布形状に注目すると、淡水流入量の大きい湾奥淀川河口部で最も低く、明石海峡または紀淡海峡に向うに従って次第に高くなっており、湾奥部では図-4.37に示される沿岸向きの南下流および時計回りの環流の影響を受けて南西方向に低濃度領域が張出しているのが認められる。比較のため、昭和47年から51年までの5年間に観測された大阪湾塩分分布から全期間全層平均したもの<sup>19)</sup>を図-4.39に示した。両者を対比すると、湾奥部から湾奥部にわたって0.2~0.8%程度計算値の方が高いが、分布形状は互によく似ていることが認められる。

### 4.3 非保存性物質の拡散解法

#### 4.3.1 概説

塩分のような保存性の物質を除き、CODなどで代表される非保存性の有機物に対して、陸域からの流入、対象水域内での移流・拡散、対象水域外との交換という物理的な物質移動のみに着目した拡散解析では物質の分布形状や濃度を再現するには限界がある。これは、流れや物質拡散の場が平面二次元量で鉛直(水深)方向の変化を考慮していないことに加えて、拡散物質を保存性として取扱うことに起因している。閉塞性の強い水域では、陸上からの有機物流入に対する強い規制にもかかわらず有機物濃度がそれに比例して低下しないという現象が起きている。これは主として植物プランクトンの光合成作用によるものであり、窒素系やリン系の各種の栄養塩類、光、水温、動物プランクトン、溶存酸素、水質、底質、沈降、舞い上りなどが関係している。このように動植物プランクトンやバクテリアを介した有機物と無機物との間の循環過程を取扱ったものは物質循環モデル又は富栄養化モデルといわれ、これまでいくつかのモデル開発とこれを用いた試算が行われている。物質循環の現象は極めて複雑であり、モデル化やパラメーターの決定に関して未解明な点が多い。本節では既往の物質循環モデルの中からこれらの取扱いについて検討してみた<sup>20)</sup>。

#### 4.3.2 物質循環モデルの実例

##### (1) 物質循環モデル

海域における物質循環に係る要素として、前述のよう

に、窒素やリン系の栄養塩類、植物プランクトン、照度、水温、動物プランクトン、溶存酸素、水質、底質、沈降、舞い上りなどがあり、これらが複雑に関係し合っており、有機物、無機物、プランクトン等の諸量が決定されている。物質循環モデルは、これらの物質循環の素過程を数式化し、4.1および4.2で取扱ったような海域の流れによる移流および拡散とも同時に考慮して、有機物、無機物、プランクトン、その他の変数の変化を次式のような形で表わし、追跡するものである。

$$\begin{aligned} (\text{物質質量の時間変化}) = & (\text{移流項}) + (\text{拡散項}) + (\text{生物活動に係る項}) \\ & + (\text{系外から又は系内への移動による変化の項}) \end{aligned} \quad (4.142)$$

式(4.142)において、右辺第1、第2項はそれぞれ海域の流れに基づく移流と拡散に関する項でその場の物理的な量で決定される。右辺第4項は、増加分として陸域や海面からの負荷、海底からの溶出などがあり、減少分として沈降、付着、などがある。右辺第3項は植物プランクトンの光合成作用による有機物生産、動物プランクトンによる有機物の捕食、排泄、死滅、バクテリアによる有機物の分解などである。式(4.142)の右辺第3項および第4項は、着目する物質間で互に関連し合うものがある。このため着目する物質の個数に応じて式(4.142)に対応する式を組立てこれらを連立させて解くという方式がとられる。

Di Toro<sup>21)</sup>らは、着目する物質質量として、植物プランクトン量、動物プランクトン量、栄養塩としてのリン量、および同窒素量の計4個をとりあげ、栄養塩の消費による植物プランクトン増殖、植物プランクトンの死滅・分解による栄養塩への変化、動物プランクトンによる植物プランクトンの捕食、動物プランクトンの死滅・分解による栄養塩への変化を数式化し、さらに周りの水域との流入流出をとり入れて動・植物プランクトン量の計算を行っている。

土木学会・衛生工学委員会では、琵琶湖の水質予測のため、植物プランクトン、動物プランクトン、リン、有機態窒素、および無機態窒素の計5個の物質質量に着目したモデルが開発されている<sup>22)</sup>。

公害資源研<sup>23)</sup>では、三河湾を対象にした数理生態解析を行うため、植物プランクトン、動物プランクトン、プランクトンの死がいであるデトライタス、および栄養塩の計4個の物質質量に着目している。植物プランクトンに対しては、増殖、細胞外分泌、被捕食、枯死による変化を、動物プランクトンに対しては、捕食による増殖、排泄、死滅による変化を、デトライタスに対しては、動・

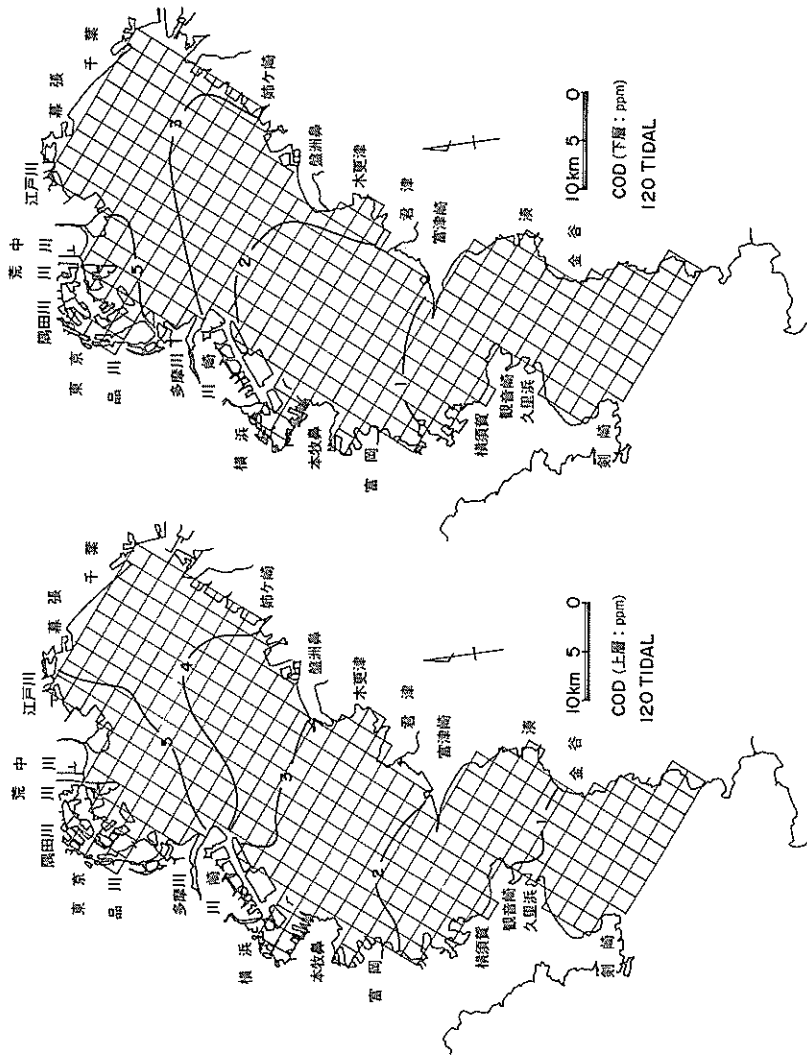


図-4.40 物質循環モデルによるCOD分布計算例<sup>(2)</sup>







植物プランクトンの自然死、排泄、バクテリアによる分解による変化を、栄養塩に対しては、デトライタスの分解、植物プランクトンの分泌、植物プランクトンによる消費による変化を、それぞれ追跡したものである。

第二港湾建設局<sup>24)</sup>では東京湾の底質浄化対策に関連して物質循環モデルを開発している。このモデルにおいては有機栄養塩、無機栄養塩、COD、および溶存酸素の計4個の物質質量の変化をそれぞれ有光層と無光層とについて取扱っている。東京湾ではリンが制限因子となっているとして栄養塩にはリンを採用している。まず有光層における有機リンと無機リンに対しては、光合成による無機リンから有機リンの生産、有機リンから無機リンへの分解、沈降、無光層との鉛直混合を、無光層における有機リンと無機リンに対しては、有機リンから無機リンへの分解、有光層との鉛直混合、沈降、および底泥からの溶出をそれぞれ考えている。CODについても同様である。また溶存酸素に対し、有光層においては、光合成による生産、海面を通じての再びつ気による供給、生物消費、鉛直混合を、無光層においては鉛直混合、有機物による消費および底質による消費をそれぞれ考えている。このモデルにおいては底質による酸素消費量とCOD・リンの溶出とは関係づけられていない。

以上の物質循環モデルの他にも、より簡略化したモデル又はより複雑化したモデルなどがあるが、いずれのモデルを適用するかは、対象とする海域の水質特性がいかにより精度よく再現できるモデルであるかによって定められる。

## (2) 物質循環の素過程の数式化

### a) 一般事項

物質循環の素過程のモデル化に際しては、シミュレーションの目的、期待すべき精度、対象とする空間的・時間的スケールによってその取扱いは異なる。(1)で述べたように、物質循環を何個の物質間で循環させるか、又はこれらの物質間の移動量をどのような形で表現するかが問題となる。以下においては、物質循環過程で特に重要と考えられるものを抽出し、比較的一般的と考えられる取扱いについて述べる。

### b) 植物プランクトン (又は有機物) の増殖

植物プランクトンが光合成作用により有機物を合成する過程であり、植物プランクトン量に対する比例係数(これを増殖率という)として表わされる。この増殖率( $G_p$ )は、主として無機栄養塩量( $N$ )、水温( $T$ )、照度( $I$ )、プランクトンの特性( $\alpha$ )により決定され次のような形で表わされる。

$$G_p \propto \alpha \mu(T) \mu(I) \mu(N) \quad (4.143)$$

ここに、 $\mu(T)$ 、 $\mu(I)$ 、および  $\mu(N)$  はそれぞれ水温、照度、栄養塩に係る係数である。

まず  $\mu(T)$  は、

$$\left. \begin{aligned} \mu(T) &\propto T \text{ (又は } a+bT) \\ \mu(T) &\propto (T/T_s) \exp(1-T/T_s) \\ \mu(T) &\propto A^{(T-T_0)} \end{aligned} \right\} \quad (4.144)$$

$a, b$ : 定数,  $T_s$ :  $\mu(T)$  が最大値をとる時の  $T$  の値,  $A$ : 1 に近い正の定数,  $T_0$ : 基準温度のような形で表わされる。式(4.144)の第1式は線型増加型, 第2式は  $T=0$  で0から  $T$  の上昇と共に増加し,  $T=T_s$  にて最大値<sup>1)</sup>となり,  $T \rightarrow \infty$  で0に収束する型, 第3式は指数増加型である。

次に  $\mu(I)$  は、

$$\left. \begin{aligned} \mu(I) &\propto \frac{I}{K_I + I} \\ \mu(I) &\propto (I/I_s) \exp(1-I/I_s) \end{aligned} \right\} \quad (4.145)$$

のような形で表わされる。式(4.145)の第1式はMonod型と呼ばれる双曲線の式で、 $I=0$  から単調増加し、 $I=K_I$  ( $K_I$ : Michaelis-Menten 定数と呼ばれ、半飽和に達する時の  $I$  の値)で $1/2$ になり、 $I \rightarrow \infty$  で1に漸近する。一方、式(4.145)の第2式は、式(4.144)の第2式の場合と同様、 $I=I_s$  にて最大値1をとり、 $I \rightarrow \infty$  で0に漸近する。

式(4.145)中の照度  $I$  は、水深  $h$  による減衰、

$$I = I_0 \exp(-\epsilon h) \quad (4.146)$$

$I_0$ : 海面照度,  $\epsilon$ : 消散係数

および、照度の日変化、季節変化を伴うので、モデルに応じてこれらの水深や時間変化に対する補正又は平均化を行う必要がある。

さらに  $\mu(N)$  は、

$$\mu(N) \propto \prod_i \frac{N_i}{K_{N_i} + N_i} \quad (4.147)$$

のようなMonod型の式の積として表わされる。ここに  $N_i$  は無機栄養塩  $i$  の濃度,  $K_{N_i}$ : 栄養塩  $N_i$  の Michaelis-Menten 定数,  $\prod$ : 積, をそれぞれ示す。  $N_i$  としては植物プランクトンの増殖に対して可利用の無機栄養塩で、制限因子となる無機リンや無機窒素などが選ばれる。

以上の式(4.143)~(4.147)に示される関数型の選択および係数の決定に対しては、パラメーターを適宜固定した藻類培養による室内試験値から求めることが多い<sup>25)</sup>。

c) 植物プランクトンの死滅と動物プランクトンによる被捕食

植物プランクトンの死滅および動物プランクトンによる被捕食に対しては植物プランクトンの現存量とこれに掛る係数とで表わされ、それぞれ死滅率および捕食率と呼ばれる。いずれも水温の一次関数として与えられることが多いようである。

d) 動物プランクトンの増殖と死滅

動物プランクトンの増殖( $G_Z$ )および死滅( $D_Z$ )に対しては動物プランクトンの現存量とこれに掛る係数とで表わされる。動物プランクトンの増殖は植物プランクトンを捕食して行うものであるが、植物プランクトン量に対してはMonod型の減少効率があるとされ、つぎのように表わされる。

$$G_Z = c_g \left( 1 - \frac{Y}{k_{mY} + Y} \right) = c_g \frac{k_{mY}}{k_{mY} + Y} \quad (4.148)$$

Y: 植物プランクトン量,  $c_g$ : 動物プランクトンの過率

また動物プランクトンの死滅率も植物プランクトンの場合と同様、水温の一次関数になるとされている。

e) 有機物の分解

溶存態有機物または粒状有機物のバクテリアによる無機物への分解であり現存有機物量とこれに掛る分解率とで表わされる。分解率は水温の関数で式(4.144)の第1式又は第3式のような一次関数又は指数関数になるとされている。

f) 溶出

底泥からの無機物の単位面積・単位時間当りの溶出量(R)で、泥質( $c_b$ )、水温(泥温, T)、溶存酸素(DO)の関数とされ、つぎのような形で表わされる。

$$R = c_b \cdot R(T) \cdot R(DO) \quad (4.149)$$

R(T)は式(4.144)の場合と同様、温度(T)の一次関数又は指数関数となり、R(DO)は溶存酸素量(DO)のMonod型の関数又はあるしきい値をもつ不連続型の関数で表わされる。

g) 沈降と舞い上り

植物プランクトン、動物プランクトンの死滅物等の有機物の沈降、および海底からの舞い上りは、プランクトンの大きさ、特性、およびまわりの水理特性などにより決定される。シミュレーションにおいてはこれらの沈降と舞い上りに対する効果は小さくないため、現場試験や室内試験を通じてどのように定めるかが問題となる(6.2.3(1)、(4)参照)。

h) 酸素消費

有機物の分解に伴う酸素消費で、有機物の特性および水温により決定される。

以上、a)~h)に述べた各項目の関数形および定数値は、現場試験、実測、または室内試験等により定めなければならない。室内実験では素過程の制御が容易で、小規模の試験ができるが、条件が自然のものとは異なり、試験手法も確立していない。逆に現場試験は自然に近い条件で行えるが大規模すぎて制御し難く、まとまったデータが取得し難い。さらにこの種の特に生物を介した実験値はバラツキが大きく、かつ地域特性もあるためこれらの取扱いについては今後の研究成果に期待するところが大きい。

(3) 物質循環モデルによる計算結果の一例

産業や人口が集中しかつ地形的に閉塞された東京湾においては、河川・工場廃水・都市下水・その他の陸域または海岸より負荷されるCODと、プランクトン活動を通じて湾内で生産されるCODとがほぼ同じオーダーであることが報告されている。<sup>26), 27)</sup> このような海域に対しては、海域での生物化学的な過程を組込んだ物質循環モデルによる取扱いが現象論的にはより忠実な方法であるといえる。

4.3.2(2)で述べた第二港湾建設局による東京湾の計算結果を例に物質循環モデルによるCOD分布拡散の再現性を調べてみた。

計算範囲は三浦半島先端より内陸側の東京湾内で、平面的には2 km格子に、鉛直的には東京湾の有光層厚を考慮して上層平均8 mにとられた。湾口からM<sub>2</sub>分潮流の潮位振幅を与えて2層モデルにより得られる流れが用いられた。

物質循環モデルにおける生産、分解、溶出、および酸素消費に係る係数は室内試験により、また沈降に係る係数は現場試験によりそれぞれ求められた。

図-4.40は、このようにして得られた120潮汐後の上層および下層のCOD分布を示したものである。これに対し図-4.41は、4.1で扱ったように保存性物質の移流および拡散のみを考慮して得られた120潮汐後のCOD分布を示したものである。これらの結果を図-4.42に示す実測値<sup>28)</sup>と対比すると、全般的に循環モデルによる濃度の方が保存系モデルによる濃度よりも高くなり、実測値に近い分布形状および濃度が得られていることがわかる。無機態リン、溶存酸素の分布形状、濃度についても実測値に近い結果が得られたことが報告されている。

## 4.4 結言

以上、4.1においては、二次元流れと物質拡散シミュレーションに関し、基礎方程式の二次元化、ADI法による

差分化と計算式の誘導、境界等諸条件の取扱いについて述べ、大阪湾への潮流および汚染拡散計算への応用によってその適用性を検討した。次に、保存性物質の定常拡散に対しては定常解モデルが適用できることを示した。さらに後段においては、一般の拡散物質である非保存性物質の拡散解法として、物質循環モデルの取扱いとこれまでの事例について簡単に紹介した。これらの内容をとりまとめると次のようになる。

- i) 拡散物質の濃度が十分小さければ流れの計算を物質濃度とは独立に計算し、得られた流れの場で物質拡散の計算を行うことができる。
- ii) 沿岸域の流れは一般に三次元的であるが、二次元単層モデルは流れ・物質拡散の大局を把握する上では十分有用であり、モデルが簡単であること、パラメーターが少いこと、使い易い点では他の三次元モデルに優る。実測データの精度に合わせてモデルを選ぶ必要がある。
- iii) 拡散物質を保存性として取扱うことは、塩分のようなものを除き不合理と思われるが、保存性物質としての移流拡散は物質拡散を考える上での重要な基本量であり、水質予測に対してもそれなりの意味がある。
- iv) 二次元単層モデルの基本式は、流れに対しては非圧縮粘性流体の連続式・運動方程式を、また物質拡散に対してはフィック型の拡散方程式をそれぞれ全水深にわたって鉛直方向に積分することにより得られる。
- v) 流れ・拡散の微分方程式の差分化にはADI法を適用することにより簡単な漸化式に変換でき、計算は比較的安定で演算時間も小さくすむ。
- vi) 陸境界、防波堤などは1格子単位で表現するのが原則であるが、線境界を取入れることにより、位置、形状、長さをもつが幅は無視できる地形、防波堤などの表現が可能になる。
- vii) 流れのモデルを大阪湾に適用して再現される潮汐の振幅、位相、潮流の流向流速、残差流の流向流速は、実測値および模型実験結果からみてほぼ満足できる。
- viii) 拡散計算において拡散係数 $10 \sim 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$ の範囲では濃度分布の拡散係数による差異は湾奥の物質投入点近傍に限られる。大阪湾では拡散係数が $1 \text{ m}^2/\text{s}$ 以下では分散よりも流れによる移流が卓越する。
- ix) 拡散計算結果を模型実験と対比すると全般的な濃度分布形状は相似しているが、濃度値は長軸方向には実験値が高くそれ以外の領域では計算値の方がやや高い。
- x) 陸域からの物質負荷、境界濃度固定の場合の保存性物質の拡散に対しては定常解モデルにより短時間で定常濃度分布を求めることができる。この場合、流れ

は時間平均された恒流(残差流)を用い、拡散係数は非定常モデルの場合よりも大きな値を用いる。

- xi) 一般の非保存性物質の拡散に対しては生物化学的な過程を組込んだ物質循環モデルの開発が進められているが未だ確立されたものはない。これらのモデルの特徴やとり入れるパラメーターは各々異なるので、いずれの手法をとるかは対象となる海域の水質特性がいか

に精度よく再現できるかによって決定する必要がある。

## 参考文献

- 1) Dronkers, J. J.: Tidal Computations in Rivers and Coastal Waters, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1964. pp 177-179.
- 2) スミルノフ高等数学教程, II 巻第一分冊, 共立出版株式会社, 昭和33年10月, pp 237-240
- 3) Leendertse, J. J.: Aspects of a computational model for long-period water wave propagation, RM-5295-PR, The Rand Corporation, May 1967, p165.
- 4) Leendertse, J. J.: A water-quality simulation model for well-mixed estuaries and coastal sea, Vol. 2, The Rand Corporation, 1971.
- 5) 堀江 毅・金子安雄・村上和男・細川恭史・亀山豊: 潮流計算における境界等の取扱い — 特にADI法による検討 —, 港湾技術研究所報告, 第15巻, 第2号, 1976. 6, pp 251-287.
- 6) Horie, T., S. Sato, and K. Murakami: Boundary treatment on tidal computation. Seventeenth Congress of the International Association for Hydraulic Research, Vol. 2, August 1977, pp 359-366.
- 7) 金子安雄・堀江 毅・村上和男・上野信行・久保正則: 大阪湾の潮流と物質拡散に関する模型実験, 港湾技術研究所報告, 第12巻, 第3号, 昭和48年9月
- 8) 海上保安庁: 大阪湾潮流図, 海図第6201号, 昭和44年5月刊行
- 9) 環境庁水質保全局: 瀬戸内海水質汚濁総合調査, 昭和48年
- 10) 平野敏行・杉野健三: 河川流入のある小内湾の塩分分布について, 東海区水研報告, No.22, 昭和33年
- 11) Elder, J. W.: The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 5, 1959.
- 12) 運輸省第三港湾建設局: 大阪湾潮流高潮計算報告書, 昭和46年6月

- 13)山田紀男：大阪湾の潮流と流程図について，水路要報第92号，昭和46年
- 14)大阪府：大阪府水産試験場報告，昭和46年6月
- 15)堀江 毅・村上和男・亀山 豊：徳島海岸における潮流および汚染拡散の数値計算，港湾技研資料，No.309，Dec.，1978，pp 1 - 46.
- 16)運輸省第五港湾建設局：伊勢湾水理模型実験場報告，昭和50年度伊勢湾環境対策調査報告書，No. 9，Dec. 1976，pp 227.
- 17)9)に同じ。
- 18)12)に同じ。
- 19)運輸省第三港湾建設局関西空港調査室：大阪湾南部海岸性状調査報告書(昭和53年度報告書)，昭和54年8月，pp 783 - 784.
- 20)村上 健：富栄養化による有機性汚濁のモデリング，1979年度(第15回)水工学に関する夏期研修会講義集，Aコース，土木学会水理委員会，昭和54年7月，
- 21)合田 健・海老瀬潜一：ダム貯水池の富栄養化とシミュレーション，土木学会論文報告集No. 263，1977年。
- 22)土木学会：琵琶湖の将来水質に関する調査報告書，昭和50年度版。
- 23)公害資源研：沿岸海洋生態系の研究，昭和53年3月，p 255 .
- 24)運輸省第二港湾建設局：東京湾底質浄化調査，昭和53年3月。
- 25)堀江 毅・細川恭史・三好英一：海水のAGP試験法とその応用，港湾技術研究所報告，第17巻，第2号，1978. 6，pp49-80.
- 26)中西弘・浮田正夫・宇野良治：海域における生産量について，用水と廃水，Vol.17，1975年6月，pp 725 ~ 735.
- 27)運輸省第二港湾建設局：東京湾底質浄化調査，昭和52年3月。
- 28)千葉県：51年度公共用水域(東京湾関係)水質測定結果報告書，昭和52年3月。
- 29)金子安雄・堀江 毅・村上和男：ADI法による潮流と汚染拡散の数値計算，港湾技術研究所報告，第14巻，第1号，1975. 1. pp 1 ~ 61.

## 5. 三次元流れと土砂拡散シミュレーション の実際

### 5.1 差分法による解法<sup>1), 2), 3)</sup>

#### 5.1.1 概説

沿岸海域で浚渫や埋立を行う場合に、土砂や底質が付近の海象条件に応じて拡散、沈降、堆積する状況、ならびに濁り防止工法の効果などについて予測検討する必要がある。このため、鉛直流や土砂の鉛直濃度分布が計算できる流れのモデル、土砂拡散のモデルが要求される。

土砂の拡散をできるだけ簡単に取扱うためには、二次元的な、水深方向に平均化した方程式で処理することもできようが、種々の拡散防止工法や、水平方向に加えて鉛直方向の流れ・土砂濃度の変化を考慮したシミュレーションを行うためには三次元的な取扱いが必要となる。さらに土粒子は沈降する性質をもつため、水平方向にはできるだけ細かい空間刻みにしなければ時々刻々変化する土粒子の拡散を追跡することができない。このため計算量は二次元モデルによる他の溶解性物質の拡散計算に較べて極端に増大することが容易に推測できる。

このような目的と要請に基づき、三次元の流れと土砂拡散の差分法による基本モデルを陽解法と陰解法とについて開発し、これを比較的形狀の単純な領域の流れ計算および土砂の沈降拡散計算に応用して、スキームと解の安定性、界面抵抗係数や渦動粘性係数などの水理パラメータと計算結果などの比較からモデルの適用性ならびに問題点について検討した。

さらにこれらの基本モデルを基礎にして、数値モデルと水理模型実験、および拡散モデルと解析解との比較検討、計算時間や計算機の記憶容量節約のための不等長格子モデルの検討、土砂拡散で重要な海底よりの土砂の舞上り現象のモデル化、土砂移動投入時のモデル化、成層時の拡散現象のモデル化、等を行った。

#### 5.1.2 数値モデル

##### (1) モデルの概要

##### a) 土砂粒子の流れに与える影響

本モデルは、土砂（濁り）の拡散予測を対象とするもので、海水と土砂とが一体となって流れているいわゆる固液混相流を取扱うものである。固体（ここでは土砂粒子）の性質、量によっては流れに影響を与えらるるのでこの点について検討しておく必要がある。

いま、土砂粒子の密度を $\sigma$ 、海水の密度を $\rho_w$ 、土砂粒子の濃度を $c$ とすれば、土砂流としての密度 $\rho$ はつき

の関係で表わされる。

$$\rho = \frac{1}{\frac{c}{\sigma} + \frac{1-c}{\rho_w}} \quad (5.1)$$

上式において、 $\rho_w = 1.025 \text{ g/cm}^3$ 、 $\sigma = 2.65 \text{ g/cm}^3$ とすると、 $\rho = 1.027 \text{ g/cm}^3$  になるための $c$ は、

$$\begin{aligned} c &= \frac{\sigma}{\rho} \cdot \frac{\rho_w - \rho}{\rho_w - \sigma} \\ &= 0.0032 \dots\dots \end{aligned} \quad (5.2)$$

すなわち約 3200 ppm となる。また、土砂粒子のみかけの密度を $\sigma = 1.50 \text{ g/cm}^3$  とすると、式(5.2)より

$$c = 0.00687 \dots \quad (5.3)$$

すなわち約 6900 ppm となる。

これらのことから考えると、1000 ppm 以下の土砂濃度を対象とする場合は土砂流としての密度変化にほとんど影響なく、海水中に浮遊している土砂粒子は海水の流れに影響を与えないものと考えられることができる。したがって土砂の拡散計算では、あらかじめ土砂を含まない海水について求められた流れの場で行えばよいことになる。

##### b) モデル化の対象範囲

本章にとりあげた数値モデルは、土砂粒子の拡散、沈降に重要と思われる鉛直流、鉛直面内に生ずる循環流、周辺の地形や拡散防止膜などにより生ずる複雑な流れを再現するために開発したものである。

計算の対象領域を水深 20m 程度、最大潮流速 20cm/s での沈降拡散とすると半潮汐間（約 6 時間）での移送距離は数 km のオーダーとなる。このことから、モデルの規模は、平面的には少くとも 50m 程度の格子間隔、鉛直的には 3~4m 刻みの 5~10 層程度までで、範囲は数 km 四方以内の領域が取扱える程度のもを対象とした。

一方、土砂粒子の粒径が極めて小さくその沈降速度が毎秒ミクロン（ $10^{-4} \text{ cm/s}$ ）又はそれ以下でほとんど沈まない土砂に対しては拡散範囲が広範に及ぶため、この種の拡散予測に対しては二次元の流れと拡散のモデルに依ることとし、ここでは比較的沈降速度の大きい土砂の拡散を取扱うものとした。

##### (2) 基本式

モデルの基本式として、流れに対しては非圧縮粘性流体の連続式、および、水平方向の運動方程式；

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$= f v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \nu_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$= -f u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_x \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \nu_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$= -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_z \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \quad (5.7)$$

を、さらに拡散に対しては、

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left( D_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right)$$

$$- w_0 \frac{\partial c}{\partial z} \quad (5.8)$$

に依った。

ここに、 $x, y, z$  は平均海面上の一点を原点とし、 $x-y$  平面を水平面、 $z$  を鉛直上方にとった直交直線座標系の座標、 $u, v, w$  はそれぞれ  $x, y, z$  方向の流速、 $\zeta$  は平均海面からの水位、 $f$  はコリオリ係数、 $g$  は重力加速度、 $p$  は圧力、 $\rho$  は海水密度、 $\nu_x, \nu_y, \nu_z$  は、 $x, y, z$  方向の渦動粘性係数、 $c$  は濃度、 $D_x, D_y, D_z$  は  $x, y, z$  方向の拡散係数、 $w_0$  は土砂の沈降速度をそれぞれ示す (図-5.1 参照)。

なお、鉛直方向の運動方程式は、4で扱ったと同様に、加速度項、非線形項、粘性項が重力および圧力項に比して無視できるとする。

### (3) 計算式

以下に述べる三次元モデルにおいて、格子番号： $i, j, k$ 、流速： $u, v, w$ 、水位： $\zeta$ 、水深： $h$ 、濃度： $c$ 、格子間隔： $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  を図-5.2のように定めた。

#### a) 流れモデル1 (陽解法)

陽解法においては、式(5.4)～(5.7)を変形して得られる式から次のようなリーブ・フログスキームの差分式を  $u_{i-(1/2), j, k}^{(n+1)}, v_{i, j-(1/2), k}^{(n+1)}$  および  $\zeta_{i, j, k}^{(n+1/2)}$  について組立てた。まず  $u_{i-(1/2), j, k}^{(n+1)}$  に対して運動方程式：

$$\frac{u_{i-(1/2), j, k}^{(n+1)} - u_{i-(1/2), j, k}^{(n)}}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x_{i-1+a}}$$

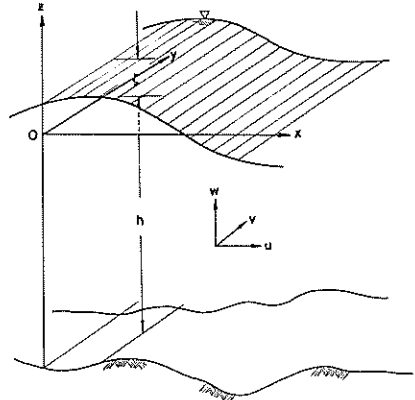


図-5.1 座標系

$$\begin{aligned} & \cdot u_{i-(1/2), j, k}^{(n)} (u_{i-(1/2)+a, j, k}^{(n)} - u_{i-(1/2)-a, j, k}^{(n)}) \\ & + \frac{1}{\Delta y_{j-(1/2)+b}} v_{i-(1/2), j, k}^{(n)} \\ & \cdot (u_{i-(1/2), j+b, k}^{(n)} - u_{i-(1/2), j-1+b, k}^{(n)}) \\ & + \frac{1}{h_{i-(1/2), j, k+(1/2)-c}^{(n+1/2)}} w_{i-(1/2), j, k}^{(n)} \\ & \cdot (u_{i-(1/2), j, k-c}^{(n)} - u_{i-(1/2), j, k+(1/2)-c}^{(n)}) - f v_{i-(1/2), j, k}^{(n)} \\ & + \frac{g}{\Delta x_{i-(1/2)}} \cdot (\zeta_{i, j}^{(n+1/2)} - \zeta_{i-1, j}^{(n+1/2)}) \\ & + \frac{1}{\rho h_{i-(1/2), j, k}^{(n+1/2)}} (\tau_{i-(1/2), j, k-(1/2)}^{(n)} - \tau_{i-(1/2), j, k+(1/2)}^{(n)}) \\ & - \frac{A_{xk}}{\Delta x_{i-(1/2)}} \left\{ \frac{1}{\Delta x_i} (u_{i+(1/2), j, k}^{(n)} - u_{i-(1/2), j, k}^{(n)}) \right. \\ & \left. - \frac{1}{\Delta x_{i-1}} (u_{i-(1/2), j, k}^{(n)} - u_{i-(3/2), j, k}^{(n)}) \right\} \\ & - \frac{A_{yk}}{\Delta y_j} \left\{ \frac{1}{\Delta y_{j+(1/2)}} (u_{i-(1/2), j+1, k}^{(n)} - u_{i-(1/2), j, k}^{(n)}) \right. \\ & \left. - \frac{1}{\Delta y_{j-(1/2)}} (u_{i-(1/2), j, k}^{(n)} - v_{i-1+d, j-(1/2), k}^{(n)}) \right\} \\ & = 0 \quad \text{at} \left( i - \left( \frac{1}{2} \right), j, k \right) \quad (5.9) \end{aligned}$$

を、同様に  $v_{i, j-(1/2), k}^{(n+1)}$  に対しては運動方程式：

$$\frac{v_{i, j-(1/2), k}^{(n+1)} - v_{i, j-(1/2), k}^{(n)}}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x_{i-(1/2)+d}}$$

$$\cdot u_{i, j-(1/2), k}^{(n)} (v_{i+d, j-(1/2), k}^{(n)} - v_{i-1+d, j-(1/2), k}^{(n)})$$

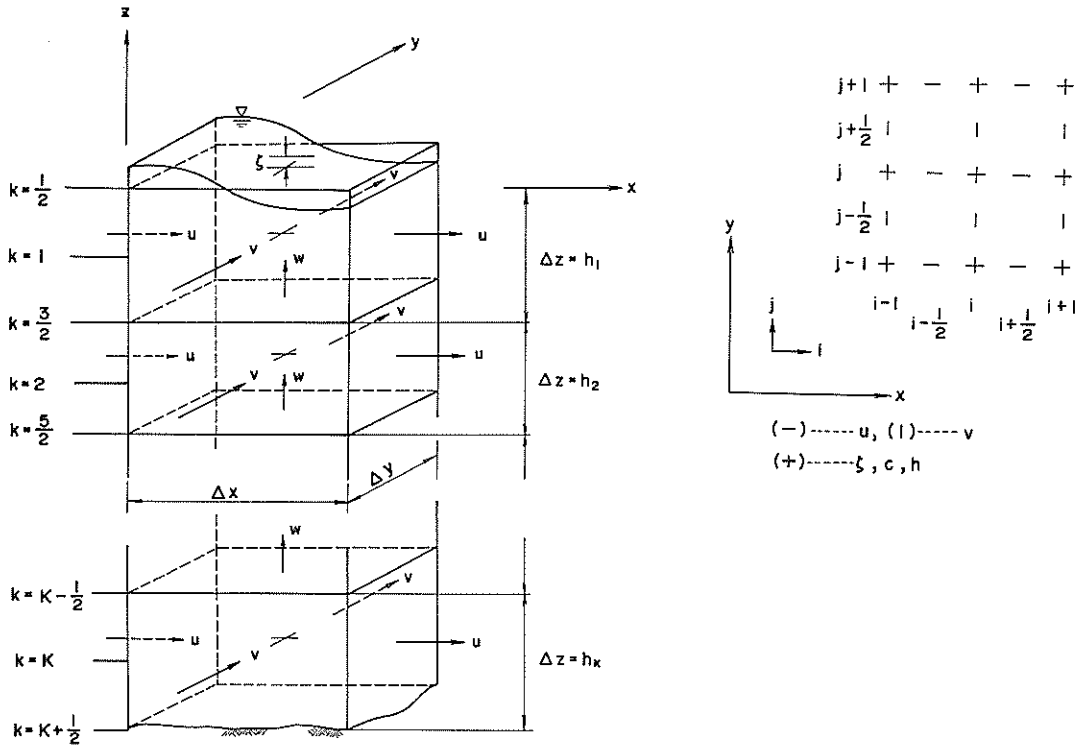


図-5.2 変数の位置

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{\Delta y_{j-1+e}} v_{i,j-(\frac{1}{2}),k}^{(n)} \\
 & \cdot (v_{i,j-(\frac{1}{2})+e,k}^{(n)} - v_{i,j-(\frac{3}{2})+e,k}^{(n)}) \\
 & + \frac{1}{h_{i,j-(\frac{1}{2}),k+(\frac{1}{2})-m}^{(n+\frac{1}{2})}} w_{i,j-(\frac{1}{2}),k}^{(n)} \\
 & \cdot (v_{i,j-(\frac{1}{2}),k-m}^{(n)} - v_{i,j-(\frac{1}{2}),k+1-m}^{(n)}) \\
 & + f u_{i,j-(\frac{1}{2}),k}^{(n)} + \frac{g}{\Delta y_{j-(\frac{1}{2})}} \\
 & \cdot (\zeta_{i,j}^{(n+\frac{1}{2})} - \zeta_{i,j-1}^{(n+\frac{1}{2})}) \\
 & + \frac{1}{\rho h_{i,j-(\frac{1}{2}),k}^{(n+\frac{1}{2})}} (\tau_{i,j-(\frac{1}{2}),k-(\frac{1}{2})}^{(n)} - \tau_{i,j-(\frac{1}{2}),k+(\frac{1}{2})}^{(n)}) \\
 & - \frac{A_{xk}}{\Delta x_i} \left\{ \frac{1}{\Delta x_{i+(\frac{1}{2})}} (v_{i+1,j-(\frac{1}{2}),k}^{(n)} - v_{i,j-(\frac{1}{2}),k}^{(n)}) \right. \\
 & \left. - \frac{1}{\Delta x_{i-(\frac{1}{2})}} (v_{i,j-(\frac{1}{2}),k}^{(n)} - v_{i-1,j-(\frac{1}{2}),k}^{(n)}) \right\} \\
 & - \frac{A_{yk}}{\Delta y_{j-(\frac{1}{2})}} \left\{ \frac{1}{\Delta y_j} (v_{i,j+(\frac{1}{2}),k}^{(n)} - v_{i,j-(\frac{1}{2}),k}^{(n)}) \right. \\
 & \left. - \frac{1}{\Delta y_{j-1}} (v_{i,j-(\frac{1}{2}),k}^{(n)} - v_{i,j-(\frac{3}{2}),k}^{(n)}) \right\} \\
 & = 0 \quad \text{at } (i, j - (\frac{1}{2}), k) \quad (5.10)
 \end{aligned}$$

を組立てる。

ここに、 $u, v$  : 各格子各層位平均の水平流速成分、  
 $\tau_{i-(1/2),j,1/2}^{(n)}, \tau_{i,j-(1/2),1/2}^{(n)}$  :  $x, y$  方向の海面摩擦応力、 $\tau_{i-(1/2),j,K+(1/2)}^{(n)}$ 、  
 $\tau_{i,j-(1/2),K+(1/2)}^{(n)}$  :  $x, y$  方向の海底摩擦応力、  
 $A_{xk}, A_{yk}$  : 第  $k$  層位の  $x, y$  方向の水平渦動粘性係数、 $H$  : 全水深、 $h_k^{(n)}$  : 第  $k$  層位厚、 $\rho$  : 海水密度、  
 $\Delta t$  : 時間間隔、 $\Delta x_i, \Delta y_j$  :  $i, j$  における  $x, y$  方向の格子間隔である。

一方連続方程式 (5.4) より鉛直流速  $w_{i,j,k-(1/2)}^{(n+1)}$  に対して、



$$\begin{aligned}
 w_{i,j,k-(\frac{1}{2})}^{(n+1)} &= w_{i,j,k+(\frac{1}{2})}^{(n+1)} \\
 &- \frac{1}{\Delta x_i} (h_{i+(\frac{1}{2}),j,k}^{(n+\frac{1}{2})} u_{i+(\frac{1}{2}),j,k}^{(n+1)} \\
 &- h_{i-(\frac{1}{2}),j,k}^{(n+\frac{1}{2})} u_{i-(\frac{1}{2}),j,k}^{(n+1)}) \\
 &- \frac{1}{\Delta y_j} (h_{i,j+(\frac{1}{2}),k}^{(n+\frac{1}{2})} v_{i,j+(\frac{1}{2}),k}^{(n+1)} \\
 &- h_{i,j-(\frac{1}{2}),k}^{(n+\frac{1}{2})} v_{i,j-(\frac{1}{2}),k}^{(n+1)}) \\
 &\text{at } (i, j, k - (\frac{1}{2})) \quad (5.11)
 \end{aligned}$$

を、さらに同じく連続式 (5.4) より水位  $\zeta_{i,j}^{(n+\frac{1}{2})}$  に対して、

$$\begin{aligned}
 &\frac{\zeta_{i,j}^{(n+\frac{1}{2})} - \zeta_{i,j}^{(n-\frac{1}{2})}}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x_i} \sum_{k=1}^K (h_{i+(\frac{1}{2}),j,k}^{(n-\frac{1}{2})}) \\
 &\cdot u_{i+(\frac{1}{2}),j,k}^{(n)} - h_{i-(\frac{1}{2}),j,k}^{(n-\frac{1}{2})} u_{i-(\frac{1}{2}),j,k}^{(n)}) \\
 &+ \frac{1}{\Delta y_j} \sum_{k=1}^K (h_{i,j+(\frac{1}{2}),k}^{(n-\frac{1}{2})} v_{i,j+(\frac{1}{2}),k}^{(n)} \\
 &- h_{i,j-(\frac{1}{2}),k}^{(n-\frac{1}{2})} v_{i,j-(\frac{1}{2}),k}^{(n)}) \\
 &= 0 \quad \text{at } (i, j) \quad (5.12a)
 \end{aligned}$$

を組立てる。以上の式 (5.12a), (5.9), (5.10), および (5.11) を用いて水位  $\zeta$  と流速 ( $u, v, w$ ) とを  $(1/2)\Delta t$  時間ステップ毎交互に計算する。

式 (5.9), (5.10) 中  $u, v, x, y$  の右脚に現われる  $a, b, c, d, e$ , および  $m$  は上流差分をとるためのパラメータである。例えば、式 (5.9) 左辺の  $a$  は、

$$\left. \begin{aligned}
 a &= 0 \quad (u_{i-(\frac{1}{2}),j,k}^{(n)} \geq 0) \\
 a &= 1 \quad (u_{i-(\frac{1}{2}),j,k}^{(n)} < 0)
 \end{aligned} \right\} \quad (5.12b)$$

である。

以上の手順をフローで示すと図-5.3 のようになる。本モデルはリープ・フログスキームであるため、3で述べた安定性の条件から、大略つぎのような関係が満たされなければならない。

$$\Delta t \leq \frac{\min\{\Delta x, \Delta y\}}{\sqrt{2gh_{\max}}} \quad (5.13)$$

ここに、 $\min\{\Delta x, \Delta y\}$ : 格子間隔  $\Delta x, \Delta y$  のうち小さい方、 $g$ : 重力加速度、 $h_{\max}$ : 最大水深、である。

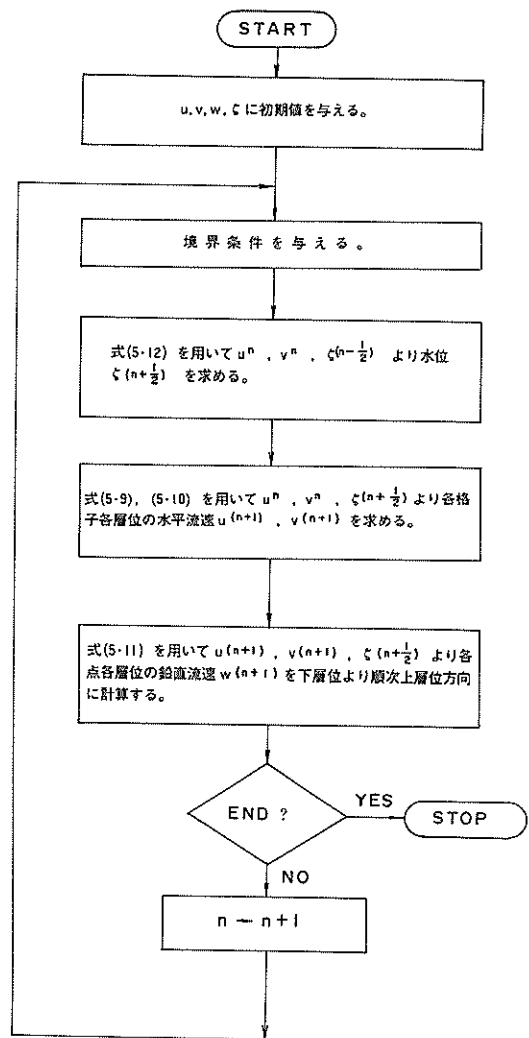


図-5.3 流れ計算フロー (陽解法)

したがって水深が大きくなれば時間ステップ  $\Delta t$  が小さくなり、大きな領域を細かい格子間隔で解くことが困難になる。

#### b) 流れモデル2 (陰解法)

陽解法モデルにおけるこのような問題点を解決するため、安定の条件からはタイムステップに制約をもたない陰解法モデルの開発を行った。基本式の差分化に当たり、仮りに式 (5.9), (5.10), および (5.12a) の全ての流速と水位を陰形式に表現するとすれば、これらの式より構成される未知数の係数マトリックスはぼう大な次数になり、また、一般に優対角にならない。したがってこの

ような方式から解を求めることが困難になる。そこで、4.の二次元モデルで扱ったように、水平流速  $u$ 、 $v$  に対しては全水深単位幅流量（以下線流量という） $M$ 、 $N$  を考え、まずこれらの  $M$ 、 $N$  を陰解法によって全領域について求め、次に各点での  $M$ 、 $N$  を層別の水平流速  $u$ 、 $v$  に陰解法にて配分するという解法を開発した。

a) の「流れモデル1」と同様、基本式 (5.4) ~ (5.7) を変形し、 $z$  方向に積分して得られる式から、時間レベル  $(n+1)$   $\Delta t$  [ $n=0, 1, 2, \dots$ ] における  $x$ 、 $y$  方向の線流量  $M^{(n+1)}$ 、 $N^{(n+1)}$  に関するつぎの方程式を点  $(i-(1/2), j)$  および  $(i, j-(1/2))$  において組立てる。

$$\begin{aligned} & \frac{M_{i-(1/2), j}^{(n+1)} - M_{i-(1/2), j}^{(n)}}{\Delta t} + \sum_{k=1}^K \left\{ \frac{h_{i-(1/2), j, k}^{(n)}}{\Delta x_{i-1+a}} \right. \\ & \cdot \left. \left( u_{i-(1/2), j, k}^{(n)} - u_{i-(1/2)+a, j, k}^{(n)} - u_{i-(3/2)+a, j, k}^{(n)} \right) \right\} \\ & + \sum_{k=1}^K \left\{ \frac{h_{i-(1/2), j, k}^{(n)}}{\Delta y_{i-(1/2)+b}} v_{i-(1/2), j, k}^{(n)} \right. \\ & \cdot \left. \left( u_{i-(1/2), j+b, k}^{(n)} - u_{i-(1/2), j-1+b, k}^{(n)} \right) \right\} \\ & - f \sum_{k=1}^K \left( h_{i-(1/2), j, k}^{(n)} v_{i-(1/2), j, k}^{(n)} \right) \\ & + H_{i-(1/2), j}^{(n)} \frac{g \Delta t}{\Delta x_{i-(1/2)}} \left\{ \frac{M_{i-(1/2), j}^{(n+1)} - M_{i+(1/2), j}^{(n+1)}}{\Delta x_i} \right. \\ & + \frac{N_{i, j-(1/2)}^{(n+1)} - N_{i, j+(1/2)}^{(n+1)}}{\Delta y_j} + \frac{\zeta_{i, j}^{(n)}}{\Delta t} \\ & - \frac{M_{i-(3/2), j}^{(n+1)} - M_{i-(1/2), j}^{(n+1)}}{\Delta x_{i-1}} \\ & - \frac{N_{i-1, j-(1/2)}^{(n+1)} - N_{i-1, j+(1/2)}^{(n+1)}}{\Delta y_j} - \frac{\zeta_{i-1, j}^{(n)}}{\Delta t} \left. \right\} \\ & + \frac{1}{\rho} \left( \tau_{i-(1/2), j, 1/2}^{(n)} - \tau_{i-(1/2), j, K+(1/2)}^{(n)} \right) \\ & - \frac{1}{\Delta x_{i-(1/2)}} \sum_{k=1}^K \left\{ A_{xR} h_{i-(1/2), j, k}^{(n)} \right. \\ & \cdot \left. \left( \frac{u_{i+(1/2), j, k}^{(n)} - u_{i-(1/2), j, k}^{(n)}}{\Delta x_i} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{u_{i-(1/2), j, k}^{(n)} - u_{i-(3/2), j, k}^{(n)}}{\Delta x_{i-1}} \right) \right\} \\ & - \frac{1}{\Delta y_i} \sum_{k=1}^K \left\{ A_{yR} h_{i-(1/2), j, k}^{(n)} \right. \\ & \cdot \left. \left( \frac{u_{i-(1/2), j+1, k}^{(n)} - u_{i-(1/2), j, k}^{(n)}}{\Delta y_{j+(1/2)}} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{u_{i-(1/2), j, k}^{(n)} - u_{i-(1/2), j-1, k}^{(n)}}{\Delta y_{j-(1/2)}} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$= 0 \quad at(i-(1/2), j) \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} & \frac{N_{i, j-(1/2)}^{(n+1)} - N_{i, j-(1/2)}^{(n)}}{\Delta t} + \sum_{k=1}^K \left\{ \frac{h_{i, j-(1/2), k}^{(n)}}{\Delta x_{i-(1/2)+d}} u_{i, j-(1/2), k}^{(n)} \right. \\ & \cdot \left. \left( v_{i+d, j-(1/2), k}^{(n)} - v_{i-1+d, j-(1/2), k}^{(n)} \right) \right\} \\ & + \sum_{k=1}^K \left\{ \frac{h_{i, j-(1/2), k}^{(n)}}{\Delta y_{j-1+e}} v_{i, j-(1/2), k}^{(n)} \right. \\ & \cdot \left. \left( v_{i, j-(1/2)+e, k}^{(n)} - v_{i, j-(3/2)+e, k}^{(n)} \right) \right\} \\ & + f \sum_{k=1}^K \left( h_{i, j-(1/2), k}^{(n)} u_{i, j-(1/2), k}^{(n)} \right) \\ & + H_{i, j-(1/2)}^{(n)} \frac{g \Delta t}{\Delta y_{j-(1/2)}} \left\{ \frac{M_{i-(1/2), j}^{(n+1)} - M_{i+(1/2), j}^{(n+1)}}{\Delta x_i} \right. \\ & + \frac{N_{i, j-(1/2)}^{(n+1)} - N_{i, j+(1/2)}^{(n+1)}}{\Delta y_j} + \frac{\zeta_{i, j}^{(n)}}{\Delta t} \\ & - \frac{M_{i-(1/2), j-1}^{(n+1)} - M_{i+(1/2), j-1}^{(n+1)}}{\Delta x_i} \\ & - \frac{N_{i, j-(3/2)}^{(n+1)} - N_{i, j-(1/2)}^{(n+1)}}{\Delta y_{j-1}} - \frac{\zeta_{i, j-1}^{(n)}}{\Delta t} \left. \right\} \\ & + \frac{1}{\rho} \left( \tau_{i, j-(1/2), 1/2}^{(n)} - \tau_{i, j-(1/2), K+(1/2)}^{(n)} \right) \\ & - \frac{1}{\Delta x_i} \sum_{k=1}^K \left\{ A_{xR} h_{i, j-(1/2), k}^{(n)} \right. \\ & \cdot \left. \left( \frac{v_{i+1, j-(1/2), k}^{(n)} - v_{i-1, j-(1/2), k}^{(n)}}{\Delta x_{i+(1/2)}} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{v_{i, j-(1/2), k}^{(n)} - v_{i-1, j-(1/2), k}^{(n)}}{\Delta x_{i-(1/2)}} \right) \right\} \\ & - \frac{1}{\Delta y_{j-(1/2)}} \sum_{k=1}^K \left\{ A_{yR} h_{i, j-(1/2), k}^{(n)} \right. \\ & \cdot \left. \left( \frac{v_{i, j+(1/2), k}^{(n)} - v_{i, j-(1/2), k}^{(n)}}{\Delta y_j} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{v_{i, j-(1/2), k}^{(n)} - v_{i, j-(3/2), k}^{(n)}}{\Delta y_{j-1}} \right) \right\} \\ & = 0 \quad at(i, j-(1/2)) \quad (5.15) \end{aligned}$$

なお、式 (5.14)、(5.15) において  $u$ 、 $v$ 、 $w$ 、 $x$ 、 $y$  の右脚添字  $a$ 、 $b$ 、 $d$ 、 $e$  は上流差分にするためのパラメータであり、式 (5.12) と同一の用法である。

そこでまず、式 (5.14)、(5.15) を用いて全域の線流量  $M^{(n+1)}$ 、 $N^{(n+1)}$  に関する連立方程式を立てこれを解いて  $M^{(n+1)}$ 、 $N^{(n+1)}$  を求める。

このようにして求めた  $M^{(n+1)}$ 、 $N^{(n+1)}$  はつぎの関係式が成り立つ。

$$M_{i-(1/2),j}^{(n+1)} = \sum_{k=1}^K h_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)} u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)} \quad (5.16)$$

$$N_{i-(1/2),j}^{(n+1)} = \sum_{k=1}^K h_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)} v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)} \quad (5.17)$$

つぎに式(5.8)をz方向に積分して得られる式

$$\zeta_{i,j}^{(n+1)} = \zeta_{i,j}^{(n)} + \Delta t \left( \frac{M_{i-(1/2),j}^{(n+1)} - M_{i+(1/2),j}^{(n+1)}}{\Delta x_i} + \frac{N_{i,j-(1/2)}^{(n+1)} - N_{i,j+(1/2)}^{(n+1)}}{\Delta y_j} \right) \quad (5.18)$$

および $M^{(n+1)}$ ,  $N^{(n+1)}$ により, 水位 $\zeta^{(n+1)}$ を計算する。

さらに, 式(5.14), (5.15)より求めた $M^{(n+1)}$ ,  $N^{(n+1)}$ を各層位の流速 $u^{(n+1)}$ ,  $v^{(n+1)}$ に配分するため次式のような運動方程式を組立てる。

$$\begin{aligned} & \frac{u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)} - u_{i-(1/2),j,k}^{(n)}}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x_{i-1+a}} u_{i-1+a}^{(n)} \\ & \cdot (u_{i-(1/2)+a,j,k}^{(n+1)} - u_{i-(1/2)+a,j,k}^{(n)}) \\ & + \frac{1}{\Delta y_{j-(1/2)+b}} v_{i-(1/2),j,k}^{(n)} \\ & \cdot (u_{i-(1/2),j+b,k}^{(n+1)} - u_{i-(1/2),j-1+b,k}^{(n)}) \\ & + \frac{1}{h_{i-(1/2),j,k+(1/2)-c}^{(n)}} w_{i-(1/2),j,k}^{(n)} \\ & \cdot (u_{i-(1/2),j,k-c}^{(n+1)} - u_{i-(1/2),j,k+1-c}^{(n)}) \\ & - f v_{i-(1/2),j,k}^{(n)} + \frac{g}{\Delta x_{i-(1/2)}} (\zeta_{i,j}^{(n+1)} - \zeta_{i-1,j}^{(n+1)}) \\ & + \frac{1}{\rho h_{i-(1/2),j,k}^{(n)}} (\tau_{i-(1/2),j,k-(1/2)}^{(n)} \\ & - \tau_{i-(1/2),j,k+(1/2)}^{(n)}) \\ & - \frac{A_{zk}}{\Delta x_{i-(1/2)}} \left\{ \frac{1}{\Delta x_i} (u_{i+(1/2),j,k}^{(n)} - u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)}) \right. \\ & - \frac{1}{\Delta x_{i-1}} (u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)} - u_{i-(3/2),j,k}^{(n)}) \left. \right\} \\ & - \frac{A_{yk}}{\Delta y_j} \left\{ \frac{1}{\Delta y_{j+(1/2)}} (u_{i-(1/2),j+1,k}^{(n)} - u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)}) \right. \\ & - \frac{1}{\Delta y_{j-(1/2)}} (u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)} - u_{i-(1/2),j-1,k}^{(n)}) \left. \right\} \\ & = 0 \quad \text{at } (i-(1/2), j, k) \quad (5.19) \\ & \frac{v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)} - v_{i,j-(1/2),k}^{(n)}}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x_{i-1+d}} \\ & \cdot u_{i,j-(1/2),k}^{(n)} (v_{i+d,j-(1/2),k}^{(n+1)} - v_{i-1+d,j-(1/2),k}^{(n)}) \\ & + \frac{1}{\Delta y_{j-(1/2)+e}} v_{i,j-(1/2),k}^{(n)} \\ & \cdot (v_{i,j-(1/2)+e,k}^{(n+1)} - v_{i,j-(3/2)+e,k}^{(n)}) \end{aligned}$$

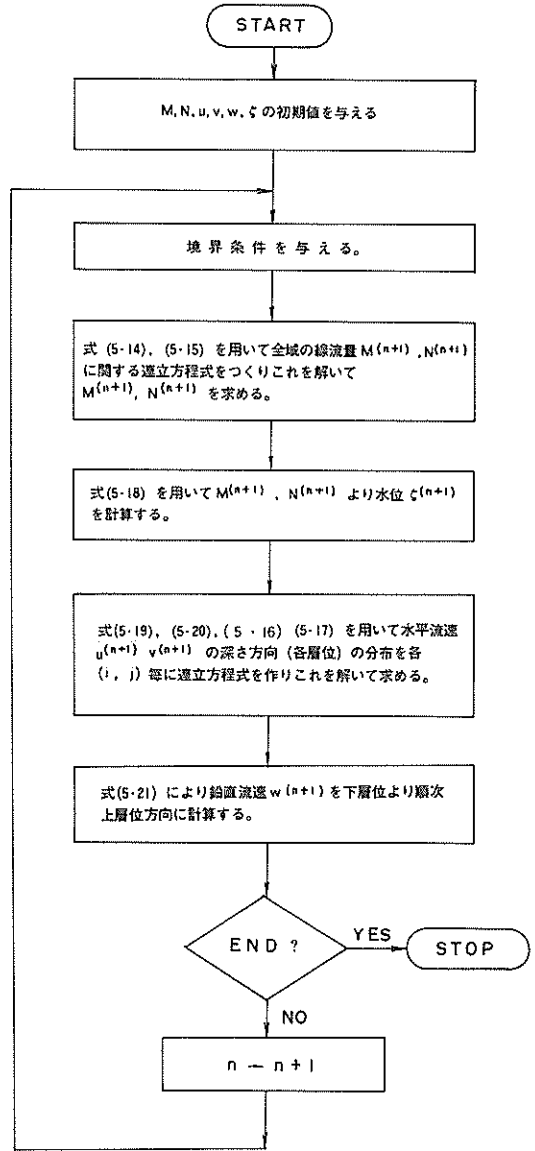


図-5.4. 流れ計算フロー(陰解法)

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{h_{i,j-(1/2),k+(1/2)-m}^{(n)}} w_{i,j-(1/2),k}^{(n)} \\ & \cdot (v_{i,j-(1/2),k-m}^{(n+1)} - v_{i,j-(1/2),k+1-m}^{(n)}) \\ & + f u_{i,j-(1/2),k}^{(n)} + \frac{g}{\Delta y_{j-(1/2)}} (\zeta_{i,j}^{(n+1)} - \zeta_{i,j-1}^{(n+1)}) \\ & + \frac{1}{\rho h_{i,j-(1/2),k}^{(n)}} (\tau_{i,j-(1/2),k-(1/2)}^{(n)} - \tau_{i,j-(1/2),k+(1/2)}^{(n)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{A_{zk}}{Dx_i} \left\{ \frac{1}{Dx_{i+(1/2)}} (v_{i+1,j-(1/2),k}^{(n)} - v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)}) \right. \\
& \left. - \frac{1}{Dx_{i-(1/2)}} (v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)} - v_{i-1,j-(1/2),k}^{(n)}) \right\} \\
& -\frac{A_{yk}}{Dy_{j-(1/2)}} \left\{ \frac{1}{Dy_j} (v_{i,j+(1/2),k}^{(n)} - v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)}) \right. \\
& \left. - \frac{1}{Dy_{j-1}} (v_{i,j-(1/2),k}^{(n)} - v_{i,j-(3/2),k}^{(n)}) \right\} \\
& = 0 \quad \text{at } (i, j-(1/2), k) \quad (5.20)
\end{aligned}$$

ここに、変数の右脚の添字  $a, b, c, d, e, m$  は上流差分をとるためのパラメータであり、式 (5.12) と同様の用法である。一方変数の右肩の添字  $a, b, d, e$  は行列式の優対角化をはかるため変数の表現を陽形式又は陰形式にするためのパラメータである。

式 (5.19), (5.20) で  $i, j$  を固定、すなわち平面的にあるメッシュに着目したとき、 $k=1, 2, \dots, K$  に対して組立てられる  $u^{(n+1)}, v^{(n+1)}$  に関するそれぞれ  $K$  個の方程式の中には  $\partial \zeta / \partial x, \partial \zeta / \partial y$  が共通に含まれている。したがってこれを消去するために、 $k=1$  から  $k=K$  の層位に対する式 (5.19), (5.20) に対して順次それらの差をとり、 $u^{(n+1)}, v^{(n+1)}$  に関するそれぞれ  $(K-1)$  個の方程式を組立てる。これらの方程式に先の式 (5.16), (5.17) を加えて連立化すれば方程式の数が  $2K$ 、未知数の数が  $2K$  となり、各層位の  $u, v$  を一義的に求めることができる。

鉛直流速  $w^{(n+1)}$  は、以上によって得られた  $u^{(n+1)}, v^{(n+1)}, \zeta^{(n+1)}$  ( $h^{(n+1)}$  に含まれる) を、式 (5.4) を変形して得られる次の関係式に代入することにより底層位より順次上層位方向に求められる。

$$\begin{aligned}
w_{i,j,k-(1/2)}^{(n+1)} &= w_{i,j,k+(1/2)}^{(n+1)} \\
& -\frac{1}{Dx_i} (h_{i+(1/2),j,k}^{(n+1)} u_{i+(1/2),j,k}^{(n+1)} \\
& - h_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)} u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)}) \\
& -\frac{1}{Dy_j} (h_{i,j+(1/2),k}^{(n+1)} v_{i,j+(1/2),k}^{(n+1)} \\
& - h_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)} v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)}) \\
& \quad \text{at } (i, j, k-(1/2)) \quad (5.21)
\end{aligned}$$

ここに、

$$w_{i,j,k+(1/2)}^{(n+1)} = 0 \quad (\text{ただし } \partial h / \partial x = \partial h / \partial y = 0 \text{ の場合に限る。})$$

以上の手順をフローで示すと図-5.4. のようになる。

### c) 土砂拡散モデル 1 (陽解法)

陽解法では、式 (5.8) を鉛直方向に積分して得られる関係式より次のように差分化する。

$$\begin{aligned}
& \frac{h_{i,j,k}^{(n+1)} c_{i,j,k}^{(n+1)} - h_{i,j,k}^{(n)} c_{i,j,k}^{(n)}}{Dt} \\
& + \frac{1}{Dx_i} (h_{i+(1/2),j,k}^{(n)} u_{i+(1/2),j,k}^{(n)} c_{i+a,j,k}^{(n)} \\
& - h_{i-(1/2),j,k}^{(n)} u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} c_{i-1+a,j,k}^{(n)}) \\
& + \frac{1}{Dy_j} (h_{i,j+(1/2),k}^{(n)} v_{i,j+(1/2),k}^{(n)} c_{i,j+b,k}^{(n)} \\
& - h_{i,j-(1/2),k}^{(n)} v_{i,j-(1/2),k}^{(n)} c_{i,j-1+b,k}^{(n)}) \\
& + \left\{ (w_{i,j,k}^{(n)} + w_o) c_{i,j,k-c}^{(n)} \right. \\
& \left. - (w_{i,j,k+1}^{(n)} + w_o) c_{i,j,k+1-d}^{(n)} \right\} \\
& = \frac{1}{Dx_i} \left\{ \frac{h_{i+(1/2),j,k}^{(n)}}{Dx_{i+(1/2)}} (D_{zk} - D_{Nz,i+(1/2),j,k}^{(n)}) \right. \\
& \cdot (c_{i+1,j,k}^{(n)} - c_{i,j,k}^{(n)}) \\
& - \frac{h_{i-(1/2),j,k}^{(n)}}{Dx_{i-(1/2)}} (D_{zk} - D_{Nz,i-(1/2),j,k}^{(n)}) \\
& \cdot (c_{i,j,k}^{(n)} - c_{i-1,j,k}^{(n)}) \left. \right\} \\
& + \frac{1}{Dy_j} \left\{ \frac{h_{i,j+(1/2),k}^{(n)}}{Dy_{j+(1/2)}} (D_{yk} - D_{Ny,i,j+(1/2),k}^{(n)}) \right. \\
& \cdot (c_{i,j+1,k}^{(n)} - c_{i,j,k}^{(n)}) \\
& - \frac{h_{i,j-(1/2),k}^{(n)}}{Dy_{j-(1/2)}} (D_{yk} - D_{Ny,i,j-(1/2),k}^{(n)}) \\
& \cdot (c_{i,j,k}^{(n)} - c_{i,j-1,k}^{(n)}) \left. \right\} \\
& + F_{i,j,k-(1/2)}^{(n)} (c_{i,j,k-1}^{(n)} - c_{i,j,k}^{(n)}) \\
& - F_{i,j,k+(1/2)}^{(n)} (c_{i,j,k}^{(n)} - c_{i,j,k+1}^{(n)}) \\
& + Q_{i,j,k}^{(n)} \quad \text{at } (i, j, k) \quad (5.22 a)
\end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned}
& F_{i,j,k-(1/2)}^{(n)} \\
& = \frac{1}{h_{i,j,k-(1/2)}^{(n)}} (D_z - D_{Nz}^{(n)}(i, j, k-(1/2))) \\
& D_{Nz,i+(1/2),j,k}^{(n)} = \frac{1}{2} \left\{ u_{i+(1/2),j,k}^{(n)} Dx_{i+(1/2)} \right. \\
& \quad \left. - (u_{i+(1/2),j,k}^{(n)})^2 dt \right\} \\
& D_{Ny,i,j+(1/2),k}^{(n)} = \frac{1}{2} \left\{ v_{i,j+(1/2),k}^{(n)} Dy_{j+(1/2)} \right. \\
& \quad \left. - (v_{i,j+(1/2),k}^{(n)})^2 dt \right\} \quad (5.22 b)
\end{aligned}$$

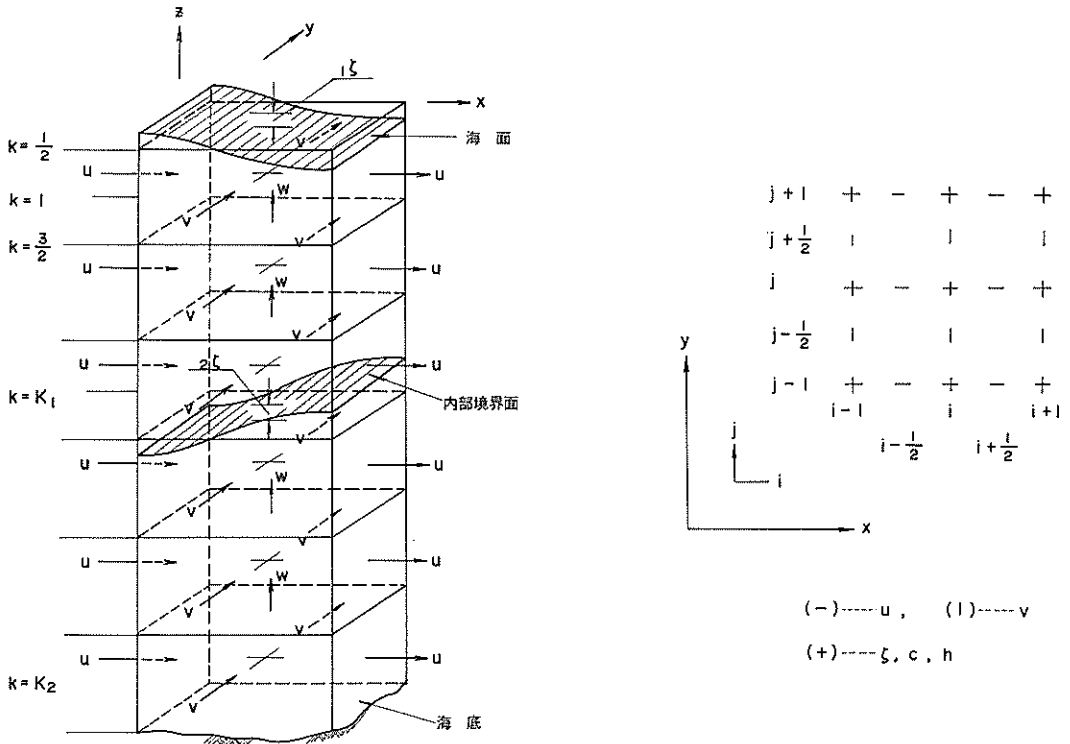


図-5.5 レヤー・レベル混成モデル

$$D_{Nz, i, j, k}^{(n)} = \frac{1}{2} \left\{ \begin{aligned} & - (v_{i, j+1/2, k}^{(n)})^2 dt \\ & \left\{ w_{i, j, k-1/2}^{(n)} h_{i, j, k-1/2}^{(n)} \right. \\ & \left. - (w_{i, j, k-1/2}^{(n)})^2 dt \right\} \end{aligned} \right.$$

$Q_{i, j, k}^{(n+1)}$ : 単位時間当りの負荷量,

である。また各変数の右脚添字の  $a, b, c, d, e$ ,  $f$  は上流差分のためのパラメータである。

d) 土砂拡散モデル (陰解法)

陰解法では式 (5.22) の左辺第 2 項以下の各変数の時間レベル ( $n$ ) を ( $n+1$ ) に変換した次の差分式を組立てる。

$$\begin{aligned} & \frac{h_{i, j, k}^{(n+1)} c_{i, j, k}^{(n+1)} - h_{i, j, k}^{(n)} c_{i, j, k}^{(n)}}{\Delta t} \\ & + \frac{1}{\Delta x_i} (h_{i+1/2, j, k}^{(n+1)} u_{i+1/2, j, k}^{(n+1)} c_{i+a, j, k}^{(n+1)} \\ & - h_{i-1/2, j, k}^{(n+1)} u_{i-1/2, j, k}^{(n+1)} c_{i-1+b, j, k}^{(n+1)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{\Delta y_j} (h_{i, j+1/2, k}^{(n+1)} v_{i, j+1/2, k}^{(n+1)} c_{i, j+c, k}^{(n+1)} \\ & - h_{i, j-1/2, k}^{(n+1)} v_{i, j-1/2, k}^{(n+1)} c_{i, j-d, k}^{(n+1)}) \\ & + \left\{ (w_{i, j, k}^{(n+1)} + w_0) c_{i, j, k-e}^{(n+1)} \right. \\ & \left. - (w_{i, j, k+1}^{(n+1)} + w_0) c_{i, j, k+1-f}^{(n+1)} \right\} \\ & = \frac{1}{\Delta x_i} \left\{ \frac{h_{i+1/2, j, k}^{(n+1)}}{\Delta x_{i+1/2}} (D_{xk} - D_{Nz, i+1/2, j, k}^{(n+1)}) \right. \\ & \cdot (c_{i+1, j, k}^{(n+1)} - c_{i, j, k}^{(n+1)}) \\ & - \frac{h_{i-1/2, j, k}^{(n+1)}}{\Delta x_{i-1/2}} (D_{xk} - D_{Nz, i-1/2, j, k}^{(n+1)}) \\ & \cdot (c_{i, j, k}^{(n+1)} - c_{i-1, j, k}^{(n+1)}) \left. \right\} \\ & + \frac{1}{\Delta y_j} \left\{ \frac{h_{i, j+1/2, k}^{(n+1)}}{\Delta y_{j+1/2}} (D_{yk} - D_{Nz, i, j+1/2, k}^{(n+1)}) \right. \\ & \cdot (c_{i, j+1, k}^{(n+1)} - c_{i, j, k}^{(n+1)}) \\ & + \frac{h_{i, j-1/2, k}^{(n+1)}}{\Delta y_{j-1/2}} (D_{yk} - D_{Nz, i, j-1/2, k}^{(n+1)}) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{dy_{j-(1/2)}} \sum_{k=K_1}^{K_1} h_{i,j-(1/2),k}^{(n)} \left\{ \frac{A_{y,i,j,k}}{dy_j} \right. \\
& \cdot (v_{i,j+(1/2),k-1}^{(n)} v_{i,j-(1/2),k}^{(n)}) \\
& \left. - \frac{A_{y,i,j-1,k}}{dy_{j-1}} (v_{i,j-(1/2),k-1}^{(n)} v_{i,j-(3/2),k}^{(n)}) \right\} \\
& = 0 \quad \text{at } (i, j-(1/2)) \quad (5.25)
\end{aligned}$$

を、同様に下層についても  $x$ ,  $y$  方向の線流量  ${}_2M^{(n+1)}$ ,  ${}_2N^{(n+1)}$  に対し、

$$\begin{aligned}
& \frac{{}_2M_{i-(1/2),j}^{(n+1)} - {}_2M_{i-(1/2),j}^{(n)}}{dt} + \sum_{k=K_1+1}^{K_2} \left\{ \frac{h_{i-(1/2),j,k}^{(n)}}{dx_{i-1+a}} \right. \\
& \cdot {}_2v_{i-(1/2),j,k}^{(n)} ({}_2u_{i-(1/2)+a,j,k}^{(n)} - {}_2u_{i-(3/2)+a,j,k}^{(n)}) \left. \right\} \\
& + \sum_{k=K_1+1}^{K_2} \left\{ \frac{h_{i-(1/2),j,k}^{(n)}}{dy_{j-(1/2)+b}} {}_2v_{i-(1/2),j,k}^{(n)} ({}_2u_{i-(1/2),j+b,k}^{(n)} \right. \\
& \left. - {}_2u_{i-(1/2),j-1+b,k}^{(n)}) \right\} - f \sum_{k=K_1+1}^{K_2} (h_{i-(1/2),j,k}^{(n)} \pi {}_2v_{i-(1/2),j,k}^{(n)}) \\
& + {}_2H_{i-(1/2),j}^{(n)} \frac{gdt}{dx_{i-(1/2)}} \left\{ \frac{1}{2\rho} \left( \frac{{}_1M_{i-(1/2),j}^{(n+1)} - {}_1M_{i+(1/2),j}^{(n+1)}}{dx_i} \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{{}_1N_{i,j-(1/2)}^{(n+1)} - {}_1N_{i,j+(1/2)}^{(n+1)}}{dy_j} + \frac{1}{dt} \zeta_{i,j}^{(n)} \right) \right. \\
& \left. + \left( \frac{{}_2M_{i-(1/2),j}^{(n+1)} - {}_2M_{i+(1/2),j}^{(n+1)}}{dx_i} + \frac{{}_2N_{i,j-(1/2)}^{(n+1)} - {}_2N_{i,j+(1/2)}^{(n+1)}}{dy_j} \right) \right. \\
& \left. + \left( 1 - \frac{1}{2\rho} \right) \frac{2}{dt} \zeta_{i,j}^{(n)} \right. \\
& \left. - \frac{1}{2\rho} \left( \frac{{}_1M_{i-(3/2),j}^{(n+1)} - {}_1M_{i-(1/2),j}^{(n+1)}}{dx_{i-1}} \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{{}_1N_{i-1,j-(1/2)}^{(n+1)} - {}_1N_{i-1,j+(1/2)}^{(n+1)}}{dy_j} \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{dt} \zeta_{i-1,j}^{(n)} \right) - \left( \frac{{}_2M_{i-(3/2),j}^{(n+1)} - {}_2M_{i-(1/2),j}^{(n+1)}}{dx_{i-1}} \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{{}_2N_{i-1,j-(1/2)}^{(n+1)} - {}_2N_{i-1,j+(1/2)}^{(n+1)}}{dy_j} \right) - \left( 1 - \frac{1}{2\rho} \right) \frac{2}{dt} \zeta_{i-1,j}^{(n)} \right\} \\
& + \frac{1}{2\rho} (\tau_{i-(1/2),j,K_1+(1/2)}^{(n)} - \tau_{i-(1/2),j,K_2+(1/2)}^{(n)}) \\
& - \frac{1}{dx_{i-(1/2)}} \sum_{k=K_1+1}^{K_2} h_{i-(1/2),j,k}^{(n)} \left\{ \frac{A_{x,i,j,k}}{dx_i} ({}_2u_{i+(1/2),j,k}^{(n)} \right. \\
& \left. - {}_2u_{i-(1/2),j,k}^{(n)}) - \frac{A_{x,i-1,j,k}}{dx_{i-1}} ({}_2u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} \right. \\
& \left. - {}_2u_{i-(3/2),j,k}^{(n)}) \right\} \\
& - \frac{1}{dy_j} \sum_{k=K_1+1}^{K_2} h_{i-(1/2),j,k}^{(n)} \left\{ \frac{A_{y,i-(1/2),j+(1/2),k}}{dy_{j+(1/2)}} \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot ({}_2u_{i-(1/2),j+1,k}^{(n)} - {}_2u_{i-(1/2),j,k}^{(n)}) \\
& \left. - \frac{A_{y,i-(1/2),j-(1/2),k}}{dy_{i-(1/2)}} ({}_2u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} - {}_2u_{i-(1/2),j-1,k}^{(n)}) \right\} \\
& = 0 \quad \text{at } (i-(1/2), j) \quad (5.26)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{{}_2N_{i,j-(1/2)}^{(n)} - {}_2N_{i,j-(1/2)}^{(n)}}{dt} + \sum_{k=K_1+1}^{K_2} \left\{ \frac{h_{i,j-(1/2),k}^{(n)}}{dx_{i-(1/2)+d}} \right. \\
& \cdot {}_2v_{i,j-(1/2),k}^{(n)} ({}_2v_{i,j-(1/2),k}^{(n)} - {}_2v_{i,j-(3/2),k}^{(n)}) \left. \right\} \\
& + \sum_{k=K_1+1}^{K_2} \left\{ \frac{h_{i,j-(1/2),k}^{(n)}}{dy_{j-1+e}} {}_2v_{i,j-(1/2),k}^{(n)} ({}_2v_{i,j-(1/2)+e,k}^{(n)} \right. \\
& \left. - {}_2v_{i,j-(3/2)+e,k}^{(n)}) \right\} + f \sum_{k=K_1+1}^{K_2} (h_{i,j-(1/2),k}^{(n)} \cdot {}_2u_{i,j-(1/2),k}^{(n)}) \\
& + {}_2H_{i,j-(1/2)}^{(n)} \frac{gdt}{dy_{j-(1/2)}} \left\{ \frac{1}{2\rho} \left( \frac{{}_1M_{i-(1/2),j}^{(n+1)} - {}_1M_{i+(1/2),j}^{(n+1)}}{dx_i} \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{{}_1N_{i,j-(1/2)}^{(n+1)} - {}_1N_{i,j+(1/2)}^{(n+1)}}{dy_j} + \frac{1}{dt} \zeta_{i,j}^{(n)} \right) \right. \\
& \left. + \left( \frac{{}_2M_{i-(1/2),j}^{(n+1)} - {}_2M_{i+(1/2),j}^{(n+1)}}{dx_i} + \frac{{}_2N_{i,j-(1/2)}^{(n+1)} - {}_2N_{i,j+(1/2)}^{(n+1)}}{dy_j} \right) \right. \\
& \left. + \left( 1 - \frac{1}{2\rho} \right) \frac{2}{dt} \zeta_{i,j}^{(n)} - \frac{1}{2\rho} \left( \frac{{}_1M_{i-(1/2),j-1}^{(n+1)} - {}_1M_{i+(1/2),j-1}^{(n+1)}}{dx_i} \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{{}_1N_{i,j-(3/2)}^{(n+1)} - {}_1N_{i,j-(1/2)}^{(n+1)}}{dy_{j-1}} + \frac{1}{dt} \zeta_{i,j-1}^{(n)} \right) \right. \\
& \left. - \left( \frac{{}_2M_{i-(1/2),j-1}^{(n+1)} - {}_2M_{i+(1/2),j-1}^{(n+1)}}{dx_i} \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{{}_2N_{i,j-(3/2)}^{(n+1)} - {}_2N_{i,j-(1/2)}^{(n+1)}}{dy_{j-1}} \right) - \left( 1 - \frac{1}{2\rho} \right) \frac{2}{dt} \zeta_{i,j-1}^{(n)} \right\} \\
& + \frac{1}{2\rho} (\tau_{i,j-(1/2),K_1+(1/2)}^{(n)} - \tau_{i,j-(1/2),K_2+(1/2)}^{(n)}) \\
& - \frac{1}{dx_i} \sum_{k=K_1+1}^{K_2} h_{i,j-(1/2),k}^{(n)} \left\{ \frac{A_{x,i+(1/2),j-(1/2),k}}{dx_{i+(1/2)}} \right. \\
& \cdot ({}_2v_{i+1,j-(1/2),k}^{(n)} - {}_2v_{i,j-(1/2),k}^{(n)}) \\
& \left. - \frac{A_{y,i-(1/2),j-(1/2),k}}{dx_{i-(1/2)}} ({}_2v_{i,j-(1/2),k}^{(n)} - {}_2v_{i,j-(1/2),k}^{(n)}) \right\} \\
& - \frac{1}{dy_{j-(1/2)}} \sum_{k=K_1+1}^{K_2} h_{i,j-(1/2),k}^{(n)} \left\{ \frac{A_{y,i,j,k}}{dy_j} \right. \\
& \cdot ({}_2v_{i,j+(1/2),k}^{(n)} - {}_2v_{i,j-(1/2),k}^{(n)}) \\
& \left. - \frac{A_{y,i,j-1,k}}{dy_{j-1}} ({}_2v_{i,j-(1/2),k}^{(n)} - {}_2v_{i,j-(3/2),k}^{(n)}) \right\} \\
& = 0 \quad \text{at } (i, j-(1/2)) \quad (5.27)
\end{aligned}$$

を組立て、これらを連立させて  ${}_1M^{(n+1)}$ ,  ${}_1N^{(n+1)}$ ,  ${}_2M^{(n+1)}$ ,  ${}_2N^{(n+1)}$  を求める。

つぎに、式 (5.24)~(5.27) により求めた  ${}_1M^{(n+1)}$ ,

${}_1N^{(n+1)}$ ,  ${}_2M^{(n+1)}$ ,  ${}_2N^{(n+1)}$ を用いて次式より上層と境界面における水面の高さ  ${}_1\zeta^{(n+1)}$ ,  ${}_2\zeta^{(n+1)}$  を計算する。

$$\frac{{}_1\zeta_{i,j}^{(n+1)} - {}_1\zeta_{i,j}^{(n)}}{\Delta t} = -\frac{1}{\Delta x_i} \sum_{p=1}^2 (\rho M_{i+(1/2),j}^{(n+1)} - \rho M_{i-(1/2),j}^{(n+1)}) - \frac{1}{\Delta y_j} \sum_{p=1}^2 (\rho N_{i,j+(1/2)}^{(n+1)} - \rho N_{i,j-(1/2)}^{(n+1)}) \quad \text{at } (i,j) \quad (5.28)$$

$$\frac{{}_2\zeta_{i,j}^{(n+1)} - {}_2\zeta_{i,j}^{(n)}}{\Delta t} = -\frac{1}{\Delta x_i} ({}_2M_{i+(1/2),j}^{(n+1)} - {}_2M_{i-(1/2),j}^{(n+1)}) - \frac{1}{\Delta y_j} ({}_2N_{i,j+(1/2)}^{(n+1)} - {}_2N_{i,j-(1/2)}^{(n+1)}) - Q \quad \text{at } (i,j) \quad (5.29)$$

ここに、 $Q$ は単位時間、単位面積当りの下層から上層への海水の連行量で次式で表わされるものとする。

$$Q = E \left\{ \sqrt{u_1^2 + v_1^2} - \sqrt{u_2^2 + v_2^2} \right\} \quad (5.30)$$

$$E = \frac{4.34 \times 10^{-3}}{0.0578 + R_i^{3/2}}$$

$$R_i = \frac{g(\rho_2 - \rho_1)H}{\rho(u^2 + v^2)}$$

$H$ : 層厚

ただし  $R_i$  の式において、 $H$ ,  $\rho$ ,  $u^2 + v^2$  の値は、

$$H_1, \rho_1, u_1^2 + v_1^2 \quad (u_1^2 + v_1^2 \geq u_2^2 + v_2^2 \text{ の場合})$$

$$H_2, \rho_2, u_2^2 + v_2^2 \quad (u_1^2 + v_1^2 < u_2^2 + v_2^2 \text{ の場合})$$

とする。

さらに、このようにして求められた上・下各層での線流量  ${}_1M^{(n+1)}$ ,  ${}_1N^{(n+1)}$ ,  ${}_2M^{(n+1)}$ ,  ${}_2N^{(n+1)}$  を次式により各層位の水平流速  ${}_1u^{(n+1)}$ ,  ${}_1v^{(n+1)}$ ,  ${}_2u^{(n+1)}$ ,  ${}_2v^{(n+1)}$  に配分する。このためまず上層各層位に対して、

$$\begin{aligned} & \frac{{}_1u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)} - {}_1u_{i-(1/2),j,k}^{(n)}}{\Delta t} \\ & + \frac{1}{\Delta x_{i-1+a}} {}_1u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} ({}_1u_{i-(1/2)+a,j,k}^{(n+1-a)} - {}_1u_{i-(3/2)+a,j,k}^{(n+a)}) \\ & + \frac{1}{\Delta y_{j-(1/2)+b}} {}_1v_{i-(1/2),j,k}^{(n)} ({}_1u_{i-(1/2),j+b,k}^{(n+1-b)} - {}_1u_{i-(1/2),j-1+b,k}^{(n+b)}) \\ & + \frac{1}{h_{i-(1/2),j,k+(1/2)-c}^{(n)}} {}_1v_{i-(1/2),j,k}^{(n)} ({}_1u_{i-(1/2),j,k-c}^{(n+1)}) \\ & - {}_1u_{i-(1/2),j,k+1-c}^{(n+1)} - f {}_1v_{i-(1/2),j,k}^{(n)} + \frac{g}{\Delta x_{i-(1/2)}} ({}_1\zeta_{i,j}^{(n+1)} \end{aligned}$$

$$- {}_1\zeta_{i-1,j}^{(n+1)}) + \frac{1}{\rho h_{i-(1/2),j,k}^{(n)}} ({}_1\tau_{i-(1/2),j,k-(1/2)}^{(n)})$$

$$- {}_1\tau_{i-(1/2),j,k+(1/2)}^{(n)})$$

$$- \frac{1}{\Delta x_{i-(1/2)}} \left\{ \frac{A_{x,i,j,k}}{\Delta x_i} ({}_1u_{i+(1/2),j,k-1}^{(n)} - {}_1u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)}) \right.$$

$$\left. - \frac{A_{x,i-1,j,k}}{\Delta x_{i-1}} ({}_1u_{i-(1/2),j,k-1}^{(n+1)} - {}_1u_{i-(3/2),j,k}^{(n)}) \right\}$$

$$- \frac{1}{\Delta y_j} \left\{ \frac{A_{y,i-(1/2),j+(1/2),k}}{\Delta y_{j+(1/2)}} ({}_1u_{i-(1/2),j+1,k}^{(n)} \right.$$

$$- {}_1u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)})$$

$$\left. - \frac{A_{y,i-(1/2),j-(1/2),k}}{\Delta y_{j-(1/2)}} ({}_1u_{i-(1/2),j,k-1}^{(n+1)} - {}_1u_{i-(1/2),j-1,k}^{(n)}) \right\}$$

$$= 0 \quad \text{at } (i-(1/2),j,k) \quad (5.31)$$

$$\frac{{}_1v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)} - {}_1v_{i,j-(1/2),k}^{(n)}}{\Delta t}$$

$$+ \frac{1}{\Delta x_{i-1+d}} {}_1u_{i,j-(1/2),k}^{(n)} ({}_1v_{i+d,j-(1/2),k-1}^{(n+1-d)} - {}_1v_{i-1+d,j-(1/2),k}^{(n+d)})$$

$$+ \frac{1}{\Delta y_{j-(1/2)+e}} {}_1v_{i,j-(1/2),k}^{(n)} ({}_1v_{i,j-(1/2)+e,k-1}^{(n+1-e)} - {}_1v_{i,j-(3/2)+e,k}^{(n+e)})$$

$$+ \frac{1}{h_{i,j-(1/2),k+(1/2)-m}^{(n)}} {}_1v_{i,j-(1/2),k}^{(n)} ({}_1v_{i,j-(1/2),k-m}^{(n+1)})$$

$$- {}_1v_{i,j-(1/2),k+1-m}^{(n+1)})$$

$$+ f {}_1u_{i,j-(1/2),k}^{(n)} + \frac{g}{\Delta y_{j-(1/2)}} ({}_1\zeta_{i,j}^{(n+1)} - {}_1\zeta_{i,j-1}^{(n+1)})$$

$$+ \frac{1}{\rho h_{i,j-(1/2),k}^{(n)}} ({}_1\tau_{i,j-(1/2),k-(1/2)}^{(n)} - {}_1\tau_{i,j-(1/2),k+(1/2)}^{(n)})$$

$$- \frac{1}{\Delta x_i} \left\{ \frac{A_{x,i+(1/2),j-(1/2),k}}{\Delta x_{i+(1/2)}} ({}_1v_{i+1,j-(1/2),k-1}^{(n)} - {}_1v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)}) \right.$$

$$\left. - \frac{A_{x,i-(1/2),j-(1/2),k}}{\Delta x_{i-(1/2)}} ({}_1v_{i,j-(1/2),k-1}^{(n+1)} - {}_1v_{i-1,j-(1/2),k}^{(n)}) \right\}$$

$$- \frac{1}{\Delta y_{j-(1/2)}} \left\{ \frac{A_{y,i,j,k}}{\Delta y_j} ({}_1v_{i,j+(1/2),k-1}^{(n)} - {}_1v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)}) \right.$$

$$\left. - \frac{A_{y,i,j-1,k}}{\Delta y_{j-1}} ({}_1v_{i,j-(1/2),k-1}^{(n+1)} - {}_1v_{i,j-(3/2),k}^{(n)}) \right\}$$

$$= 0 \quad \text{at } (i,j-(1/2),k) \quad (5.32)$$

を、下層の各層位に対しては、

$$\frac{{}_2u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)} - {}_2u_{i-(1/2),j,k}^{(n)}}{\Delta t}$$

$$+ \frac{1}{\Delta x_{i-1+a}} {}_2u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} ({}_2u_{i-(1/2)+a,j,k}^{(n+1-a)} - {}_2u_{i-(3/2)+a,j,k}^{(n+a)})$$



$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{dy_{j-(1/2)+b}} 2v_{i-(1/2),j,k}^{(n)} (2u_{i-(1/2),j+b,k}^{(n+1-b)} - 2u_{i-(1/2),j-1+b,k}^{(n+1-b)}) \\
& + \frac{1}{h_{i-(1/2),j,k+(1/2)-c}^{(n)}} 2w_{i-(1/2),j,k}^{(n)} (2u_{i-(1/2),j,k-c}^{(n+1)} - 2u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)}) \\
& - 2u_{i-(1/2),j,k+1-c}^{(n+1)} - f 2v_{i-(1/2),j,k} + \frac{1}{2\rho h_{i-(1/2),j,k}^{(n)}} \\
& \cdot (\tau_{i-(1/2),j,k-(1/2)}^{(n)} - \tau_{i-(1/2),j,k+(1/2)}^{(n)}) + \frac{g}{\Delta x_{i-(1/2)}} \left\{ \frac{1}{2\rho} \right. \\
& \cdot (1\zeta_{i,j}^{(n+1)} - 1\zeta_{i-1,j}^{(n+1)}) + (1 - \frac{1}{2\rho}) \cdot (2\zeta_{i,j}^{(n+1)} - 2\zeta_{i-1,j}^{(n+1)}) \left. \right\} \\
& - \frac{1}{\Delta x_{i-(1/2)}} \left\{ \frac{A_{2x,i,j,k}}{\Delta x_i} (2u_{i+(1/2),j,k}^{(n)} - 2u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)}) \right. \\
& \left. - \frac{A_{2x,i-1,j,k}}{\Delta x_{i-1}} (2u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)} - 2u_{i-(3/2),j,k}^{(n)}) \right\} \\
& - \frac{1}{dy_j} \left\{ \frac{A_{y,i-(1/2),j+(1/2),k}}{dy_{j+(1/2)}} (2u_{i-(1/2),j+1,k}^{(n)} - 2u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)}) \right. \\
& \left. - \frac{A_{y,i-(1/2),j-(1/2),k}}{dy_{j-(1/2)}} (2u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} - 2u_{i-(1/2),j-1,k}^{(n)}) \right\} \\
& = 0 \quad \text{at } (i-(1/2),j,k) \quad (5.33)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{2v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)} - v_{i,j-(1/2),k}^{(n)}}{\Delta t} \\
& + \frac{1}{\Delta x_{i-1+d}} 2u_{i,j-(1/2),k}^{(n)} (2u_{i+d,j-(1/2),k}^{(n+1-d)} - v_{i-1+d,j-(1/2),k}^{(n+d)}) \\
& + \frac{1}{dy_{j-(1/2)+e}} 2v_{i,j-(1/2),k}^{(n)} (2v_{i,j-(1/2)+e,k}^{(n+1-e)} - 2v_{i,j-(3/2)+e,k}^{(n)}) \\
& + \frac{1}{h_{i,j-(1/2),k+(1/2)-m}^{(n)}} 2w_{i,j-(1/2),k}^{(n)} (2v_{i,j-(1/2),k-m}^{(n+1)} - 2v_{i,j-(1/2),k}^{(n)}) \\
& - v_{i,j-(1/2),k+1-m}^{(n+1)} + f \cdot 2u_{i,j-(1/2),k} + \frac{1}{2\rho h_{i,j-(1/2),k}^{(n)}} \\
& \cdot (\tau_{i,j-(1/2),k-(1/2)}^{(n)} - \tau_{i,j-(1/2),k+(1/2)}^{(n)}) + \frac{g}{dy_{j-(1/2)}} \left\{ \frac{1}{2\rho} \right. \\
& \cdot (1\zeta_{i,j}^{(n+1)} - 1\zeta_{i,j-1}^{(n+1)}) + (1 - \frac{1}{2\rho}) \cdot (2\zeta_{i,j}^{(n+1)} - 2\zeta_{i,j-1}^{(n+1)}) \left. \right\} \\
& - \frac{1}{\Delta x_i} \left\{ \frac{A_{2x,i+(1/2),j-(1/2),k}}{\Delta x_{i+(1/2)}} (2v_{i+1,j-(1/2),k}^{(n)} - 2v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)}) \right. \\
& \left. - \frac{A_{2x,i-(1/2),j-(1/2),k}}{\Delta x_{i-(1/2)}} (2v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)} - 2v_{i-1,j-(1/2),k}^{(n)}) \right\} \\
& - \frac{1}{dy_{j-(1/2)}} \left\{ \frac{A_{y,i,j,k}}{dy_j} (2v_{i,j+(1/2),k}^{(n)} - 2v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)}) \right. \\
& \left. - \frac{A_{y,i,j-1,k}}{dy_{j-1}} (2v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)} - 2v_{i,j-(3/2),k}^{(n)}) \right\} \\
& = 0 \quad \text{at } (i,j-(1/2),k) \quad (5.34)
\end{aligned}$$

を組立てる。

このようにして組立てられた各層位での水平流速

$u^{(n+1)}$ ,  $v^{(n+1)}$  に関する運動方程式と。

$$\left. \begin{aligned}
1M_{i-(1/2),j}^{(n+1)} &= \sum_{k=1}^{K_1} h_{i-(1/2),j,k}^{(n)} \cdot 1u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)} \\
2M_{i-(1/2),j}^{(n+1)} &= \sum_{k=K_1+1}^{K_2} h_{i-(1/2),j,k}^{(n)} \cdot 2u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)} \\
1N_{i,j-(1/2)}^{(n+1)} &= \sum_{k=1}^{K_1} h_{i,j-(1/2),k}^{(n)} \cdot 1v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)} \\
2N_{i,j-(1/2)}^{(n+1)} &= \sum_{k=K_1+1}^{K_2} h_{i,j-(1/2),k}^{(n)} \cdot 2v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)}
\end{aligned} \right\} (5.35)$$

なる関係式とを連立させることにより、各層位の水平流速  $1u^{(n+1)}$ ,  $1v^{(n+1)}$ ,  $2u^{(n+1)}$ ,  $2v^{(n+1)}$  を求める。

最後に以上により求めた  $u^{(n+1)}$ ,  $v^{(n+1)}$  および次式から鉛直流速  $w^{(n+1)}$  を計算する。

$$\begin{aligned}
w_{i,j,k-(1/2)}^{(n+1)} &= w_{i,j,k+(1/2)}^{(n+1)} \\
& - \frac{1}{\Delta x_i} (h_{i+(1/2),j,k}^{(n+1)} u_{i+(1/2),j,k}^{(n+1)} - h_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)} u_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)}) \\
& - \frac{1}{\Delta y_j} (h_{i,j+(1/2),k}^{(n+1)} v_{i,j+(1/2),k}^{(n+1)} - h_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)} v_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)}) \\
& \quad \text{at } (i,j,k-(1/2)) \quad (5.36)
\end{aligned}$$

本モデルは土砂拡散モデル 1 に準じ陰解法にて差分化したものである。同様にして土砂拡散モデル 2 に準じ陽解法によっても成層時の流れモデルを組立てることができる。

f) 成層時の土砂拡散モデル

成層時の土砂拡散に対するレーヤ・レベル混成モデルは式 (5・22 a) と同一の次式のように組立てる。

$$\begin{aligned}
& \frac{h_{i,j,k}^{(n+1)} c_{i,j,k}^{(n+1)} - h_{i,j,k}^{(n)} c_{i,j,k}^{(n)}}{\Delta t} \\
& + \frac{1}{\Delta x_i} (h_{i+(1/2),j,k}^{(n)} u_{i+(1/2),j,k}^{(n)} c_{i+d,j,k}^{(n+1)} - h_{i-(1/2),j,k}^{(n)} u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} c_{i-1+b,j,k}^{(n+1)}) \\
& + \frac{1}{\Delta y_j} (h_{i,j+(1/2),k}^{(n)} v_{i,j+(1/2),k}^{(n)} c_{i,j+e,k}^{(n+1)} - h_{i,j-(1/2),k}^{(n)} v_{i,j-(1/2),k}^{(n)} c_{i,j-1+d,k}^{(n+1)}) \\
& + \left\{ (w_{i,j,k}^{(n)} + w_o) c_{i,j,k-e}^{(n+1)} - (w_{i,j,k+1}^{(n)} + w_o) c_{i,j,k+1-f}^{(n+1)} \right\} \\
& = \frac{1}{\Delta x_i} \left\{ \frac{h_{i+(1/2),j,k}^{(n)}}{\Delta x_{i+(1/2)}} (D_{xk} - D_{N_{2x,i+(1/2),j,k}}^{(n)}) (c_{i+1,j,k}^{(n+1)} - c_{i,j,k}^{(n+1)}) \right. \\
& \left. - \frac{h_{i-(1/2),j,k}^{(n)}}{\Delta x_{i-(1/2)}} (D_{xk} - D_{N_{2x,i-(1/2),j,k}}^{(n)}) (c_{i,j,k}^{(n+1)} - c_{i-1,j,k}^{(n+1)}) \right\} + \frac{1}{\Delta y_j} \left\{ \frac{h_{i,j+(1/2),k}^{(n)}}{\Delta y_{j+(1/2)}} (D_{yk} - D_{N_{2y,i,j+(1/2),k}}^{(n)}) \right. \\
& \left. \cdot (c_{i,j+1,k}^{(n+1)} - c_{i,j,k}^{(n+1)}) - \frac{h_{i,j-(1/2),k}^{(n)}}{\Delta y_{j-(1/2)}} (D_{yk} - D_{N_{2y,i,j-(1/2),k}}^{(n)}) \right. \\
& \left. \cdot (c_{i,j,k}^{(n+1)} - c_{i,j-1,k}^{(n+1)}) \right\} + F_{i,j,k-(1/2)}^{(n)} (c_{i,j,k-1}^{(n+1)} - c_{i,j,k}^{(n+1)})
\end{aligned}$$

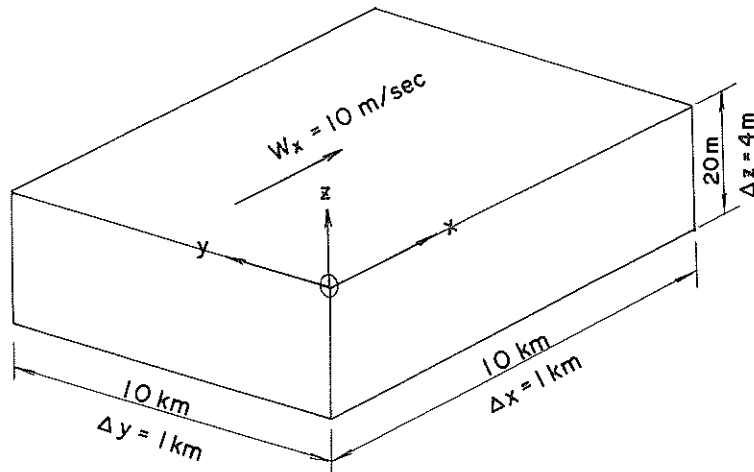


図-5.6 吹送流計算領域

$$-F_{i,j,k+1/2}^{(n)} (c_{i,j,k}^{(n+1)} - c_{i,j,k+1}^{(n+1)}) + Q_{i,j,R} + \beta w_o \rho_s \quad \text{at } (i,j,k) \quad (5.37a)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} F_{i,j,k-1/2}^{(n)} &= \frac{1}{h_{i,j,k-1/2}} (D_{zk} - D_{NZ,i,j,k-1/2}^{(n)}) \\ D_{NZ,i+1/2,j,k}^{(n)} &= \frac{1}{2} \left\{ u_{i+1/2,j,k}^{(n)} \Delta x_{i+1/2} \right. \\ &\quad \left. - (u_{i+1/2,j,k}^{(n)})^2 \Delta t \right\} \quad (\leq D_{zk}) \\ D_{NY,i,j-1/2,k}^{(n)} &= \frac{1}{2} \left\{ v_{i,j-1/2,k}^{(n)} \Delta y_{j-1/2} \right. \\ &\quad \left. - (v_{i,j-1/2,k}^{(n)})^2 \Delta t \right\} \quad (\leq D_{yk}) \\ D_{NZ,i,j,k-1/2}^{(n)} &= \frac{1}{2} \left\{ w_{i,j,k-1/2}^{(n)} h_{i,j,k-1/2}^{(n)} \right. \\ &\quad \left. - (w_{i,j,k-1/2}^{(n)})^2 \Delta t \right\} \quad (\leq D_{zk}) \end{aligned} \right\} \quad (5.37b)$$

$Q$  : 投入砂量,  $w_o$  : 沈降速度,  $\beta, \rho_s$  : 沈降・舞上りに関する定数(後述), である。式(5.37a)において各変数の右脚添字中の  $a \sim f$  は上流差分にするための定数である。また擬似拡散項  $D_{Nx}, D_{Ny}, D_{Nz}$  はそれぞれ  $D_x, D_y, D_z$  を越えない値とする。

なお、式(5.37)における  $h^{(n)}$  は、a), b) のレベルモデルにおいては最上層(すなわち  $k=1$ )のみ時間と共に変化するが、レイヤー・レベル混成モデルにおいては、最上層に加えて境界層を含む隣接上下層の  $h^{(n)}$  も時間と共に変化する。さらに、式(5.37)の  $w^{(n)}$  は、境界

表 5.1 吹送流計算条件

計算領域	10 km × 10 km × 20 m (図-5.6)
格子間隔	$\Delta x = \Delta y = 1 \text{ km}$ $\Delta z = 4 \text{ m}$ (5層)
水深	全域 20 m
タイムステップ	$\Delta t = 600 \text{ 秒}$ (陰解法) $\Delta t = 60 \text{ 秒}$ (陽解法)
コリオリ力	考慮せず
抵抗係数	$r_a^2 = 0.0015$ (海面) $r_b^2 = 0.0026$ (海底) $r_i^2 = 0.0001$ (境界面)
水平渦動粘性係数	$A_x = A_y = 10^3 \text{ cm}^2/\text{s}$
境界条件	4面閉, Non-slip
風速	$W_x = 10 \text{ m/s}$ (全域)
解法	陽解法と陰解法

層において進行量と、水平方向の流量収支の残差分とを層間の水の移動量として  $w^{(n)}$  に換算して用いる。

(4) 境界と諸係数の取扱い

a) 開境界

水位または流速を与えて制御する。一定値を与える場合と、次の式(5.38), (5.39)のように正弦波的に変化する値を与える場合とがある。

— 陰解法  
 - - - 陽解法

0 1 2 km

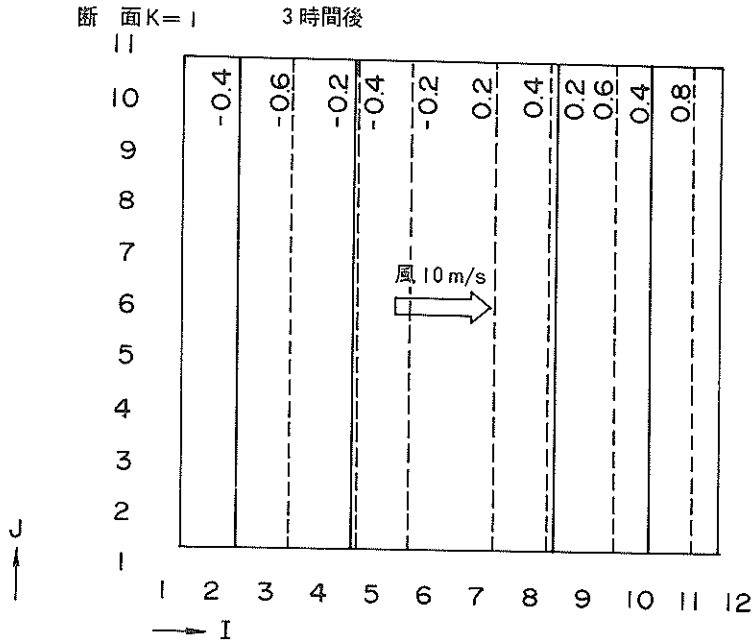


図-5.7 等水位線 (単位cm)

水位:  $\zeta = \zeta_0 \sin \omega(t + \alpha)$  (5.38)

流速:  $u_k = a_k \sin \omega(t + \alpha)$  (5.39)

$k = 1, 2, \dots, K$  (層位)

$= -\rho \gamma_i^2 v_{i,j-(1/2),K} |u_{i,j-(1/2),K}^{(n)}|$

$\gamma_i^2$ : 定数

内部境界面:

b) 海面・海底・内部境界面における取扱

海面、海底、および内部境界面におけるせん断力はそれぞれ次のように取扱う。

海面:

$\tau_{i-(1/2),j,(1/2)}^{(n)} = -\rho_a \gamma_a^2 W_x^{(n)} \sqrt{(W_x^{(n)})^2 + (W_y^{(n)})^2}$  (5.40)

$\tau_{i,j-(1/2),(1/2)}^{(n)} = -\rho_a \gamma_a^2 W_y^{(n)} \sqrt{(W_x^{(n)})^2 + (W_y^{(n)})^2}$  (5.41)

$\rho_a$ : 空気密度

$W_x, W_y$ :  $x, y$  方向の風速

$\gamma_a^2$ : 定数

海底:

$\tau_{i-(1/2),j,K+(1/2)}^{(n)} = -\rho \gamma_i^2 u_{i-(1/2),j,K} |u_{i-(1/2),j,K}^{(n)}|$  (5.42)

$\tau_{i-(1/2),j,k-(1/2)}^{(n)} = -\rho \gamma_i^2 (u_{i-(1/2),j,k-1}^{(n)} - u_{i-(1/2),j,k}^{(n)}) \cdot \left( (u_{i-(1/2),j,k-1}^{(n)} - u_{i-(1/2),j,k}^{(n)})^2 + (v_{i,j-(1/2),k-1}^{(n)} - v_{i,j-(1/2),k}^{(n)})^2 \right)^{1/2}$

$\tau_{i,j-(1/2),k-(1/2)}^{(n)} = -\rho \gamma_i^2 (v_{i,j-(1/2),k-1}^{(n)} - v_{i,j-(1/2),k}^{(n)}) \cdot \left( (u_{i-(1/2),j,k-1}^{(n)} - u_{i-(1/2),j,k}^{(n)})^2 + (v_{i,j-(1/2),k-1}^{(n)} - v_{i,j-(1/2),k}^{(n)})^2 \right)^{1/2}$

$\gamma_i^2$ : 定数

(5.43)

c) 層間土砂輸送

土砂拡散に対する層間土砂輸送量は式(5.37)にお

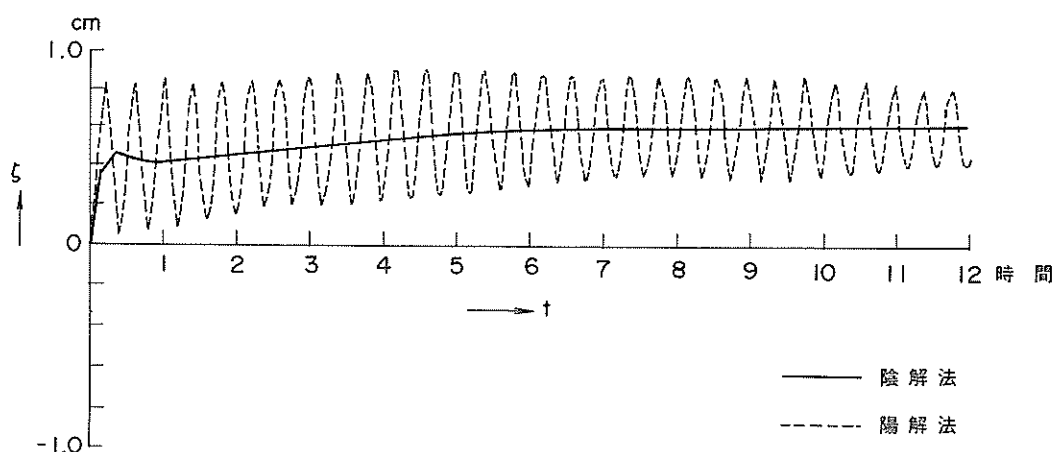


図-5.8 代表点水位経時変化

いて述べた。

#### d) 水平渦動粘性係数および拡散係数

水平渦動粘性係数  $A_x, A_y$ , 水平拡散係数  $D_x, D_y$ などは現地観測, 模型実験などから定められなければならないが, それらの資料が現段階では十分に把握されていないので適当な推定値を用いている。実際に用いた値は以下の計算例のところで随時述べる。

拡散係数においては式(5.23)に示したように擬似拡散係数  $D_{Nx}, D_{Ny}, D_{Nz}$  による補正を行う。

#### 5.1.3 数値モデルの再現性と適用性

##### (1) 流れ

##### a) 吹送流

流れのモデル1, 同2を単純な領域での吹送流計算に適用して, 境界や諸係数の取扱いと, 陽解法, 陰解法による結果とを対比した。

計算領域は図-5.6に示す平面  $10\text{ km} \times 10\text{ km}$ , 深さ  $20\text{ m}$ の直方形閉塞領域で, 平面  $10 \times 10$  ( $\Delta x = \Delta y = 1\text{ km}$ ), 深さ5層 ( $\Delta z = 4\text{ m}$ )に分割し, 陽解法と陰解法による数値モデルにより, 表-5.1に示す条件にて吹送流の計算を行った。図-5.7は, 海面に  $10\text{ m/s}$ の風を作用させて3時間後に生ずる水位分布を示したもので, 両解法による水位には  $0.2 \sim 0.5\text{ cm}$ 程度の差がみられる。しかし実際には陽解法で求められる水位は時間的に変動し, 計算領域の風上端, 風下端を腹, 中央部を節とした周期約24分の振動(これは, 波長  $20\text{ km}$ , 波速  $14\text{ m/s}$ の自由振動に相当する)が発生する。図-5.8は風下端中央の表層 ( $I = 11, J = 6, K = 1$ )における水位変化を示したもので, 実線で表わされた陽解法による水位は振幅約  $4\text{ mm}$ (時間と共に徐々に減衰する)周期約24分

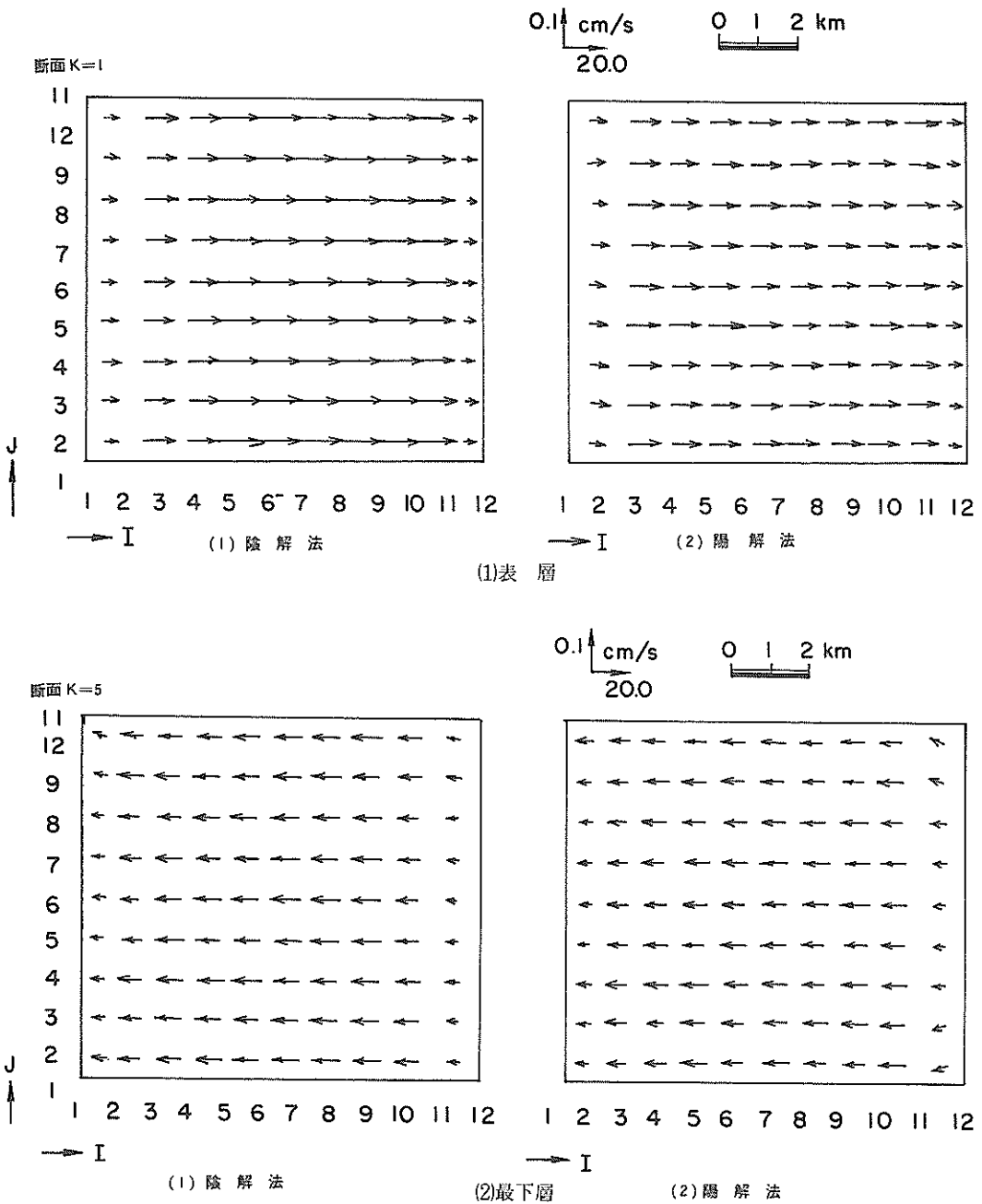
で振動するのに対し, 破線で表わされた陰解法による水位はこのような変動がみとめられず, 陽解法による水位の変動の中心(すなわち平均値)に位置していることがわかる。

また陽解法および陰解法による計算開始後12時間の第1層(表層)および第5層(最下層)の平面流速ベクトル, および領域中央で風向きに平行な鉛直断面の流速ベクトルを図-5.9, 図-5.10にそれぞれ示す。第2層と第3層とを境界にして上層は順流, 下層は逆流の鉛直循環流が発生し, 表層での流速は  $20\text{ cm/s}$ (風速の2%)程度となっている。計算領域中央の表層 ( $I = 6, J = 6, K = 1$ )における  $x$ 方向の流速を示したものが図-5.11である。流れは計算開始後6時間ではば一定となるが, 陽解法による流速は, 水位変動に対応して, 同周期振幅  $1\text{ cm/s}$ の小さい振動が現れること, およびこの位置では陰解法による流速よりも  $2\text{ cm/s}$ 程度小さいことがわかる。なお上の計算において計算ステップは陽解法で60秒, 陰解法で600秒であるが, 計算時間は陰解法の方が陽解法の約  $1/5$ であった。

##### b) 潮汐流(往復流)

潮汐流の計算例として, 図-5.12に示すような四面が水域と接する平面  $4\text{ km} \times 1.5\text{ km}$ , 深さ  $20\text{ m}$ の領域を  $\Delta x = \Delta y = 50\text{ m}$ ,  $\Delta z = 4\text{ m}$ (および  $3\text{ m}$ )に分割し, 中間に一辺  $200\text{ m}$ , 深さ  $12\text{ m}$ (第1層より第3層まで)のコの字型障壁を設置して  $x$ 方向の左端および右端において次式で表わされるような潮汐流および恒流を与えた流れ計算を陰解法にて行った。

$$u_k = a_k \sin \omega (t + \alpha) + b_k \quad (5.44)$$



図一5.9 吹送流

ここに、 $u_k, a_k, b_k$  : 第  $k$  層における両端の流速  $u$ , 最大流速, 恒流,  $\omega : 2\pi/T$  ( $T = 12$  時間),  $t$  : 時間,  $\alpha$  : 両端の位相遅れ (左端 0, 右端 285 秒) である。流速  $u_k$  は鉛直的には対数分布に従うものとし,  $a_k$  を平

均的には 20 cm/s,  $b_k$  を平均的には -5 cm/s になるよう層毎に異なる値を与えた (表一5.2 参照)。海底摩擦や層間の抵抗に関する係数  $r_b^2, r_i^2$  は  $a$ ) と同値のものを与えた。 $A_{xk}, A_{yk}$  は  $10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$  を基準とし, 障壁中心に向かって 600 m 四

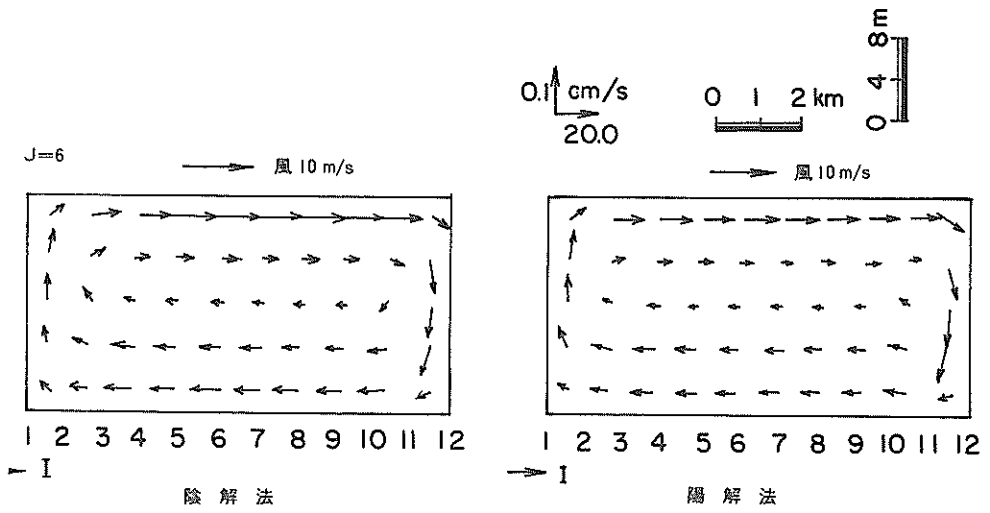


图-5.10 吹送流鉛直分布

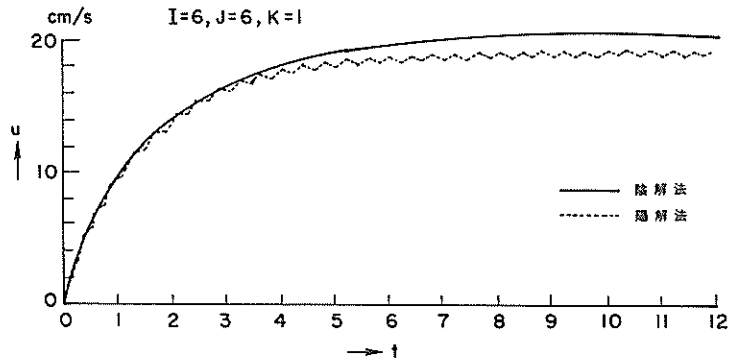


图-5.11 代表点流速经时变化(最上层, 中央附近)

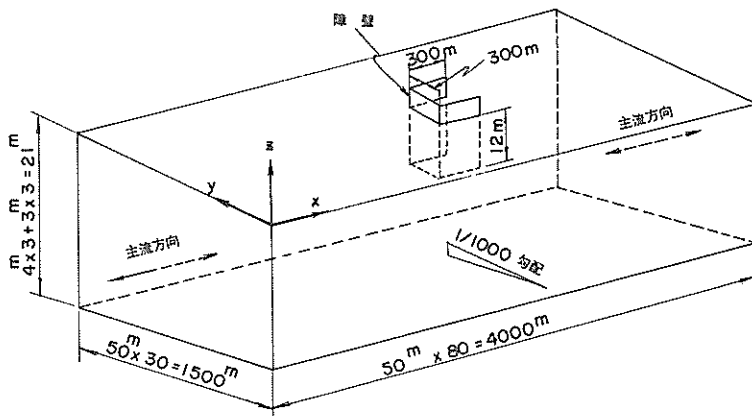


图-5.12 往復流計算領域

方の領域を  $10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$  から  $10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$  まで線型的に漸増させた。表-5.3 はこれらの計算条件を示したものである。

このような条件によって得られた流れのベクトル図を最強時および転流時について図-5.13(1), (2) に示す。最強流時では障壁周辺で  $1 \text{ cm/s}$  程度の鉛直流が発生し、また転流時付近では鉛直渦が再生された。

c) 障壁（縮流）部近傍の流れ

流れに対する解析解は極めて特殊な条件のもとで存在するのみで実用的にはほとんど役に立たない。このため、流れのモデルの再現性の検討に対しては、水理模型実験の結果と比較することにした。この実験として、高知港津波防波堤の効果を調べるために一様水路（幅  $80 \text{ cm}$ 、高さ  $60 \text{ cm}$ 、長さ  $15 \text{ m}$ ）の中間部に両側面より突堤を出し定常流を対象にして水平縮尺  $1/325$ 、鉛直縮尺  $1/163$  で行われた浅田・細川の結果を利用することにした。

実験の対象となった水理諸元を原型と共に示すと図-5.14(1) のようになる。

表-5.2 境界流速の層別定数値

$k$ (層)	$a_k$ (cm/s)	$b_k$ (cm/s)
1	22.440	-5.610
2	21.748	-5.437
3	20.816	-5.204
4	19.630	-4.908
5	17.868	-4.467
6	13.724	-3.431

$$u_k = a_k \sin \omega (t + \alpha) + b_k$$

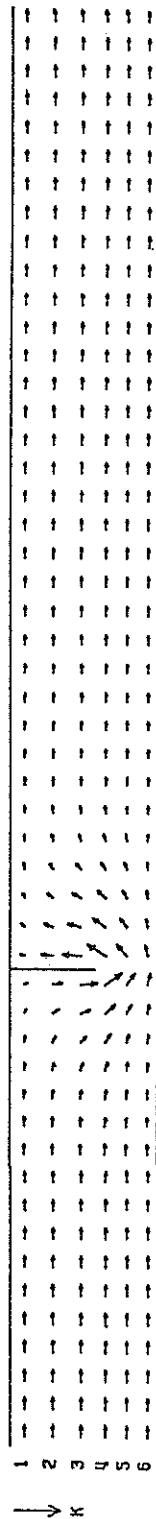
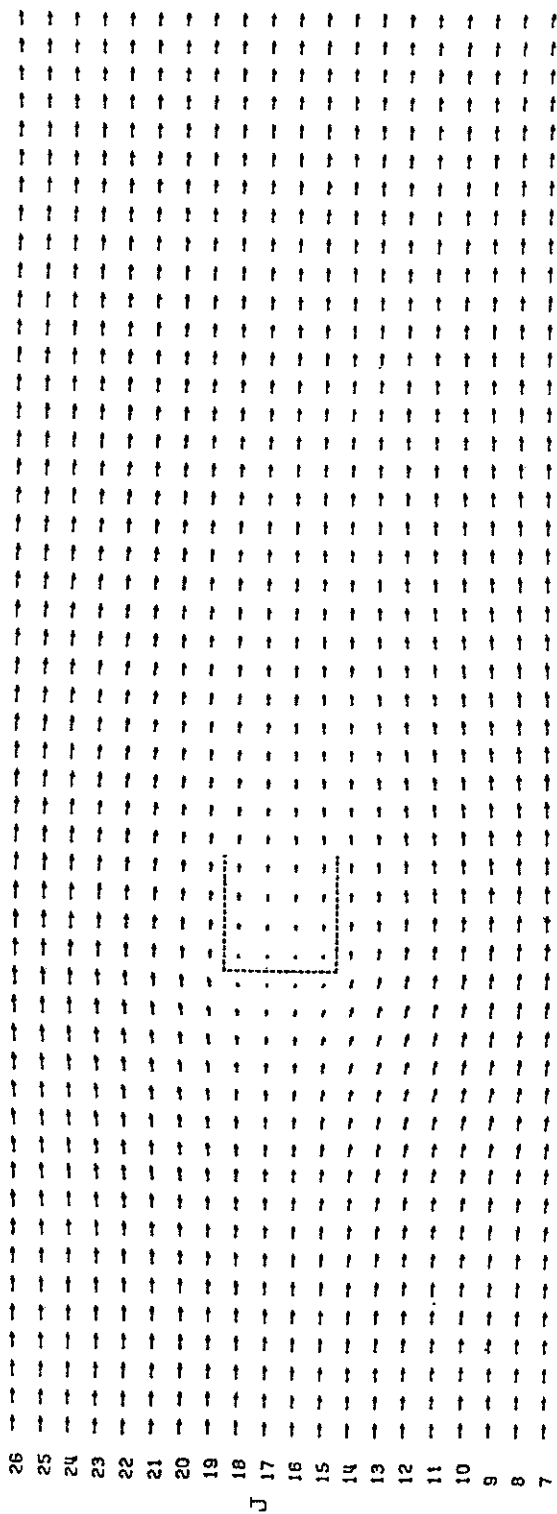
$$\omega = 2\pi / (12 \times 60 \times 60), \alpha = 0 \text{ 秒}, 285 \text{ 秒}$$

$$\frac{1}{H} \sum_{k=1}^K a_k h_k = 20.0 \text{ cm/s}, \frac{1}{H} \sum_{k=1}^K b_k h_k = -5 \text{ cm/s}$$

これに対し数値計算では原型に合わせるため図-5.14(2) に示すように、 $y$  (幅) 方向には両端 1 格子を

表-5.3 往復流計算条件

計算領域	4 km × 1.5 km × 20 m 中間に 300 m × 300 m × 9 m の拡散防止膜設置 (図-5.12)
格子間隔	$\Delta x = \Delta y = 50 \text{ m}$ $\Delta z = 3 \text{ m}, 4 \text{ m}$ (上3層は 3 m, 下3層は 4 m)
水深	平均的には 20 m, $y$ 正方向に $1/1000$ の海底勾配
タイムステップ	$\Delta t = 600 \text{ 秒}$
コリオリ係数	$f = 0$
抵抗係数	$\gamma_b^2 = 0.0026$ (海底) $\gamma_i^2 = 0.0001$ (境界面) $\gamma_a^2 = 0$ (海面)
水平渦動粘性係数	$A_x = A_y = 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$ をベースとし、拡散防止膜の壁外から外部へ 600 m の線で囲まれる領域に対して、中心部に向い $10^4$ から $10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$ まで線型的に漸増させる。
境界条件	$I = 2$ および $I = 82$ の断面において断面平均的に最大流速 $20 \text{ cm/s}$ 、 $x$ 軸に平行負向きの恒流 $5 \text{ cm/s}$ になるような正弦波流速 (周期 12 時間) を与える。深さ方向には対数流速分布を仮定して与える。
解法	陰解法のみ。

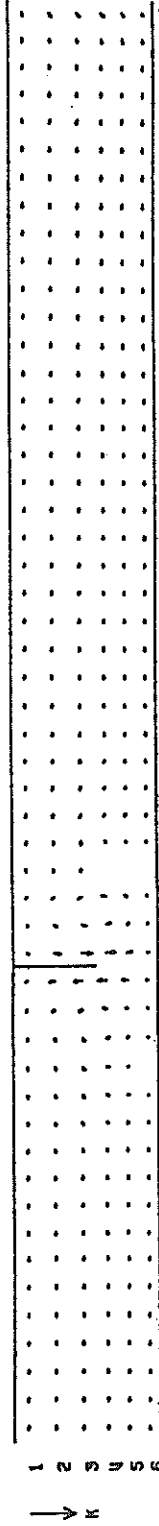
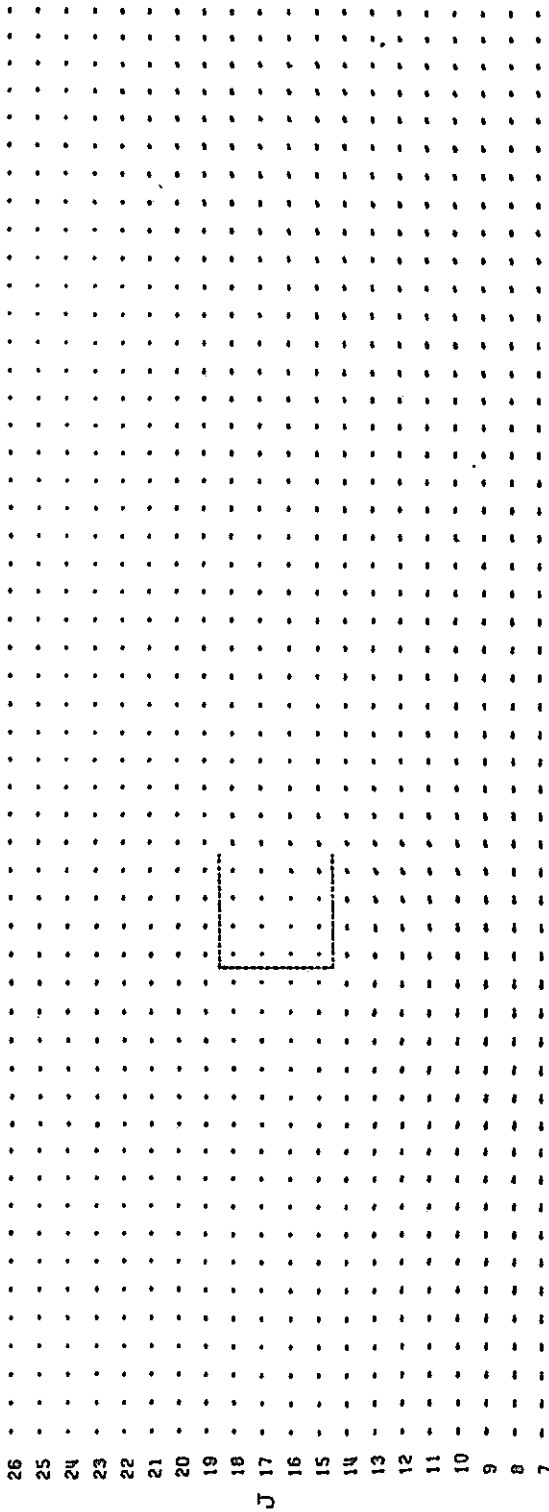


30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80

I  
 CH/S  
 70.

図-5.13 (1)往復流計算ベクトル (左→右最強時)





30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81

↑ CH/S  
70.

図-5.13 (2)往復流計算流速ベクトル(転流時)

$\Delta y = 23.75$  m, それ以外を  $\Delta y = 21.25$  m,  $x$  (長さ) 方向には  $\Delta x = 32.5$  m,  $z$  (深さ) 方向には  $\Delta z = 14.8$  m (1層位のみ) とした  $1300$  m  $\times$   $170$  m  $\times$   $14.8$  m を対象領域とした。突堤は同図に示すように,  $I = 10$  において両端よりそれぞれ 2格子分突出させた。計算条件は表-5.4 に示すとおりである。

実験は定常流であるが, 計算においては安定性を確保するため, 図-5.14(2)の領域左端境界すなわち  $I = 2$  において  $t = 0$  から 360 秒の間は  $\Delta t = 1$  秒で  $u_{2,j} = 0$  から  $520$  cm/s まで線型的に増加させて 5.1. (3)a に述べ

表-5.4 流れの計算条件

計算領域	1300 m $\times$ 170 $\times$ 14.8 m
格子間隔	$\Delta x = 32.5$ m $\Delta y = 23.75$ m, 21.25 m (図-5.14(2)参照) $\Delta z = 14.8$ m (1層)
突堤	両側の壁より 45 m
タイムステップ	1 s ( $t = 0 \sim 360$ s) 10 s ( $t = 360 \sim 420$ s)
コリオリ係数	$f = 0$
抵抗係数	$r_b^2 = 0.0026$ (海底) $r_i^2$ : 不要 $r_a^2 = 0.0$ (海面)
水平渦動粘性係数	$A_x = 10^3$ cm $^2$ /s, $A_y = 10^2$ cm $^2$ /s
境界条件	$u_{2,j} = \begin{cases} 520 \cdot t / 360 \text{ (cm/s)} & (t = 0 \sim 360 \text{ s}) \\ 520 \text{ (cm/s)} & (t = 360 \sim 420 \text{ s}) \end{cases}$ $u_{42,j} = u_{41,j}$ (すなわち $\partial u / \partial x = 0$ ) $\zeta_{41,j} = 0$
解法	陽解法 ( $t = 0 \sim 360$ s) 陰解法 ( $t = 360 \sim 420$ s)

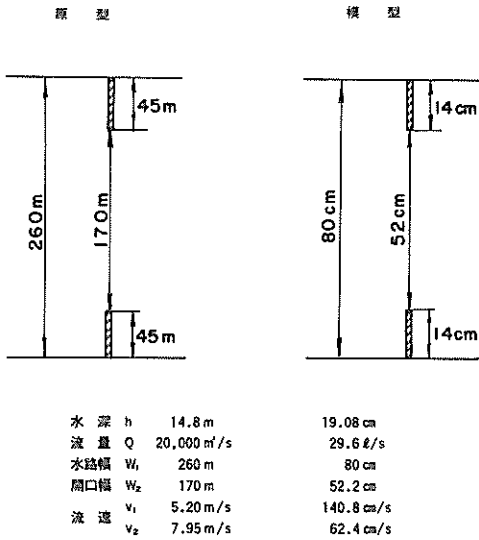


図-5.14 (1) 模型実験条件

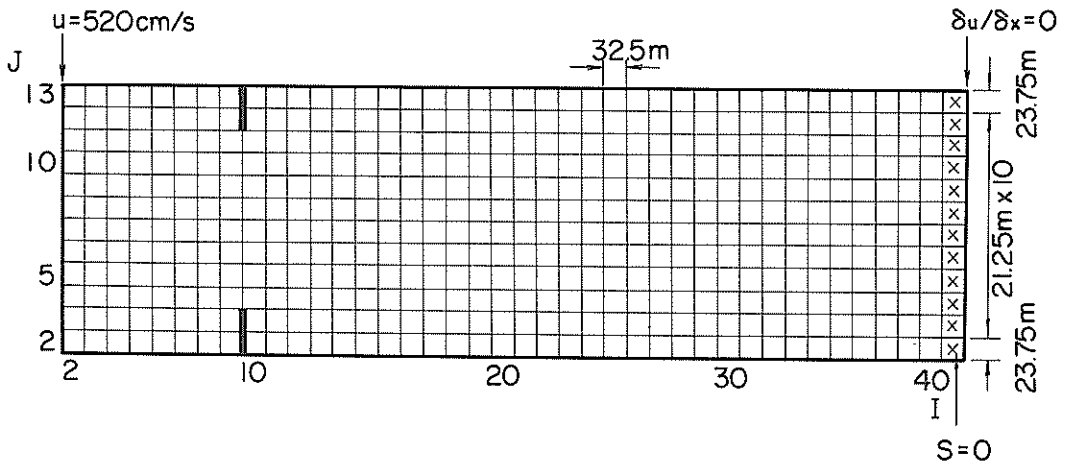
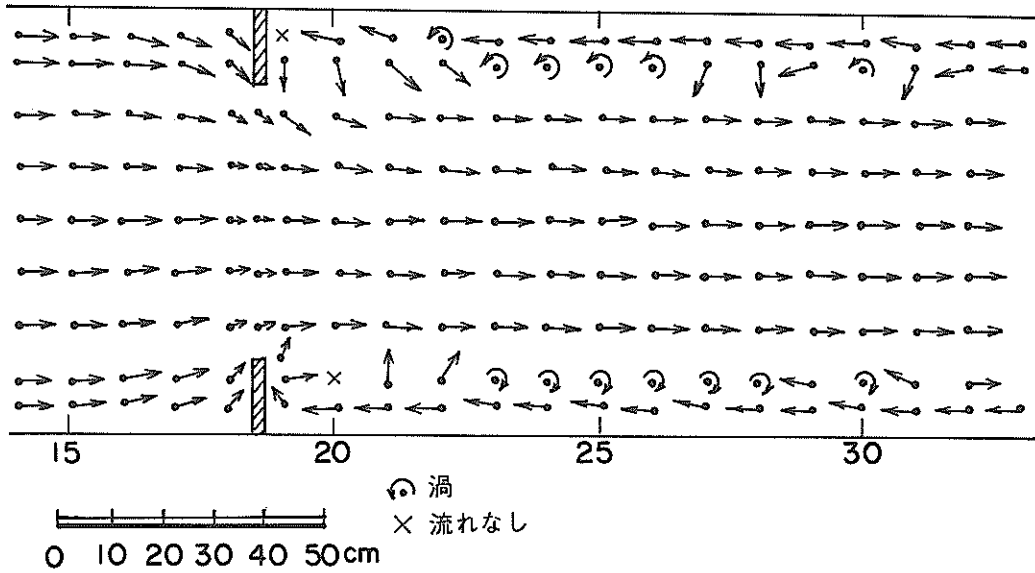
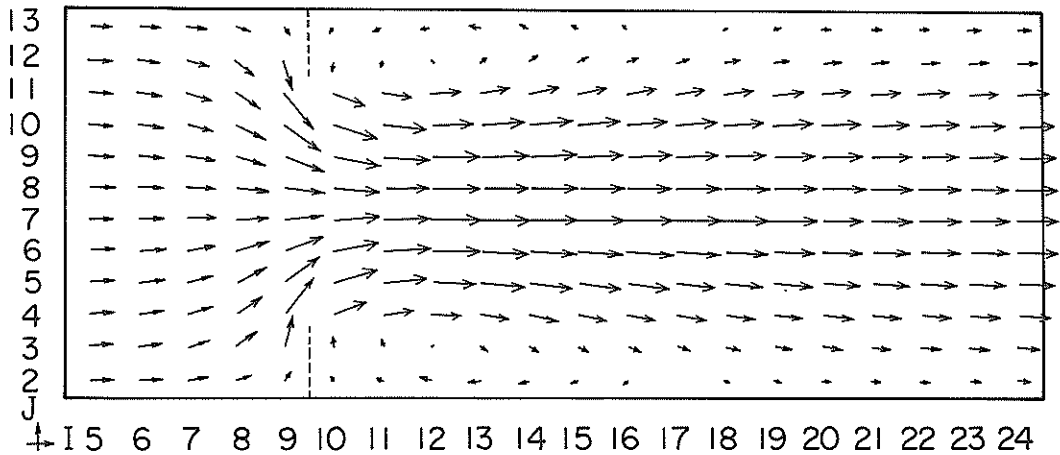


図-5.14 (2) 数値計算条件



(1)模型実験<sup>4)</sup>



注) 上段の図の横方向の1つの矢印が下段の図の1つの矢印に相当する。

(2)数値計算

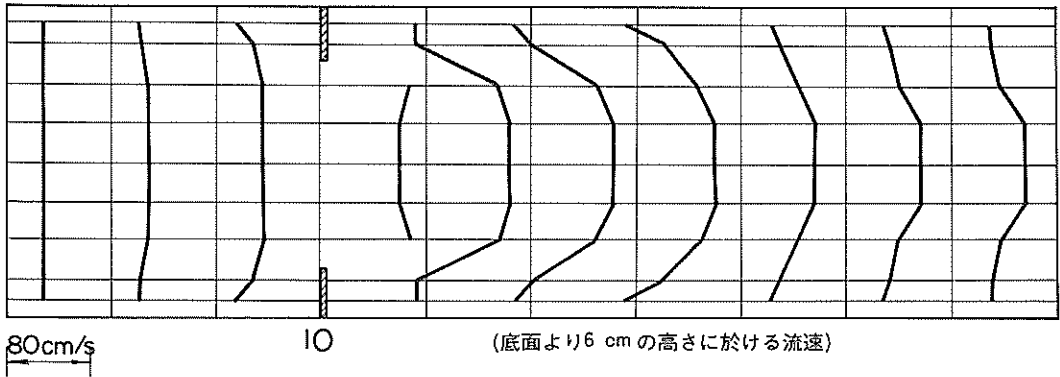
図-5.15 流向比較図

た陽解法で、さらに  $t = 360$  秒から  $420$  秒の間は  $\Delta t = 10$  秒、 $u_{2,j} = 520$  cm/s (一定)で陰解法にて計算した。右側境界 ( $I = 42$ ) は  $\partial u / \partial x = 0, \zeta_{41,j} = 0$  とした。また海底摩擦係数 ( $r_b^2$ ) は  $0.0026$ 、水平渦動粘性係数は  $A_x = 10^3$  cm<sup>2</sup>/s、 $A_y = 10^2$  cm<sup>2</sup>/s とした。

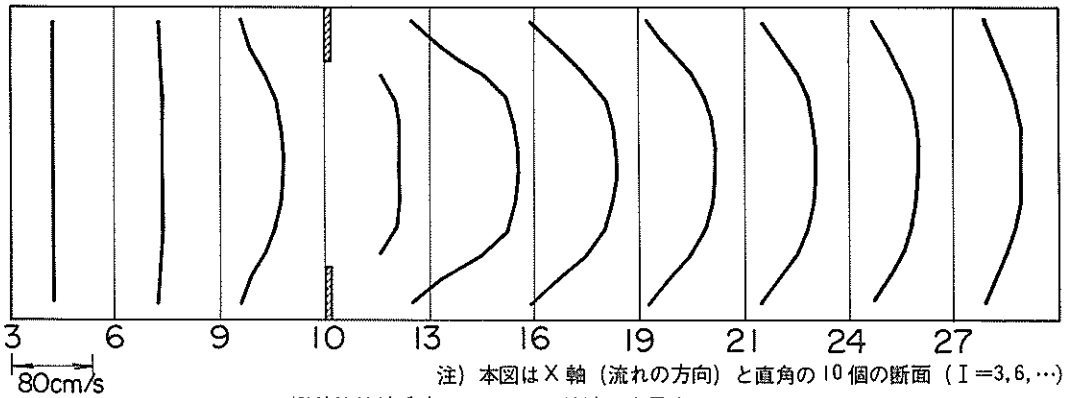
このようにして求めた結果を流向、 $x$  軸方向の流速  $u$ 、および水路中心 (計算では  $J = 7$  の  $I \sim K$  断面) にお

ける  $x$  方向の水位分布を比較したものが図-5.15(1)、(2)、図-5.16(1)、(2)、および図-5.17(1)、(2)である。

図-5.15(1)の流向は水路床から立てた  $6$  cm の細い棒に長さ  $5$  cm の糸をつけ、その糸の振れを分度器にて測定して得られたものである。図-5.16(1)の流速はフォトランジスター型流速計およびピトー管により測定し、流速  $u$  の幅 ( $y$ ) 方向の分布が中心軸に対して線対



(1)実験流速分布<sup>4)</sup> (水路床上6 cmの高さにおける流速 $u$ )



注) 本図はX軸(流れの方向)と直角の10個の断面( $I=3, 6, \dots$ )  
(2)計算流速分布 における流速 $u$ を示す。

図-5.16 流速( $u$ )比較図

称となるよう解析的处理により偶関数に相当するもののみとりあげて示したものである。さらに図-5.17(1)の水位は水路中心軸に沿ってポイントゲージで測定したものである。

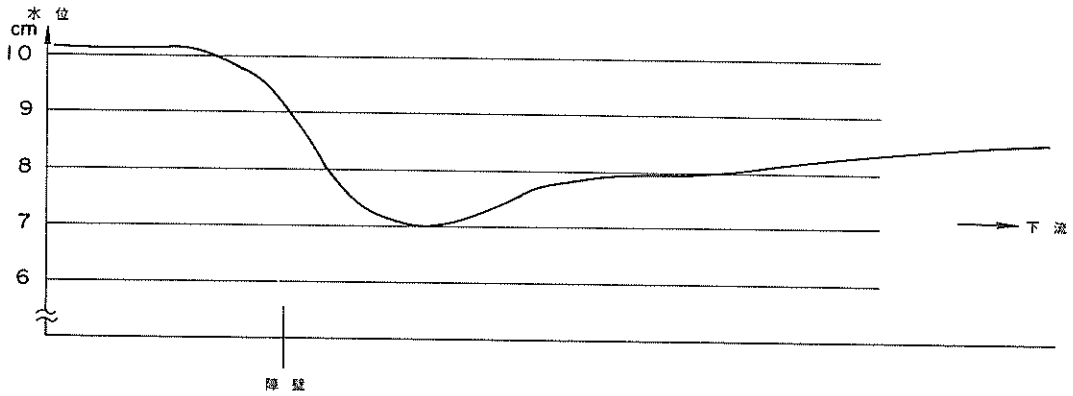
図-5.15, 5.16の結果から, 流向は突堤( $I=10$ )より下流部の側壁近傍に発生する反流域の流れが計算の方でやや弱い以外はよく合っており, 流速( $u$ )は両突堤端の流速が計算の方で小さくなる以外は全般的によく合っている。

図-5.17の比較で水位については下流端側を除けばよく合っているといえる。下流端において実験値が高くなっているのは, 原文<sup>4)</sup>には明記されていないが, 下流端の堰によせるせき上げの影響, ならびに水路床勾配の影響が入っているためと考えられる。側壁や突堤端部で計算の流速値が小さくなるのは, 境界付近で移流項の差分方式を改良すること, または, この領域で格子間隔を細かくすることによりその一部は回避できるものと考えられる。

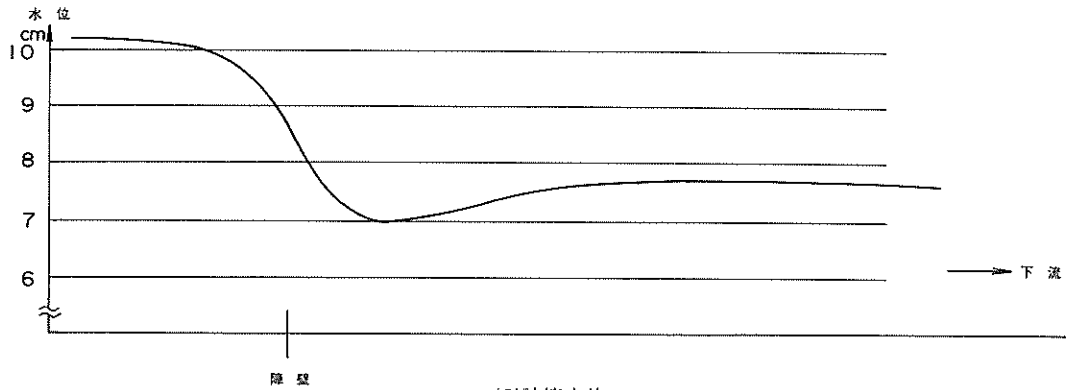
そこで先ず差分方式に注目してみると, 5.1.2(2)の基本式(5.4)~(5.7)において, 連続式は各格子単位の

流体の容積の収支から差分式を組立てているが, 運動方程式は, たとえば図-5.2に示すように, 各流速点を中心とする格子(この格子は連続式を組立てる際の格子から $x, y, z$ 方向に $1/2$ 格子だけ位置がずれている)において差分式を組立てている。このため運動方程式においては, 障壁や陸海境界などの閉境界に接する格子内では $1/2$ 格子内の運動量が無視されており, これらの領域およびその周辺での流れが正しく評価されない結果となっている。そこで, たとえば流れモデル1(陽解法)の $x$ 方向の運動方式(5.9)においてつぎのように変更する。

$$\begin{aligned} & \frac{u_{i-(1/2),jk}^{(n+1)} - u_{i-(1/2),jk}^{(n)}}{dt} \\ & + \frac{1}{dx_{i-(1/2)}} \left\{ \left( \frac{u_{i+(1/2),jk}^{(n)} + u_{i-(1/2),jk}^{(n)}}{2} \right)^2 \right. \\ & \left. - \left( \frac{u_{i-(1/2),jk}^{(n)} + u_{i-(3/2),jk}^{(n)}}{2} \right)^2 \right\} + \frac{1}{dy_j} \left\{ \frac{1}{2} v_{i,j+(1/2),k}^{(n)} \right. \end{aligned}$$



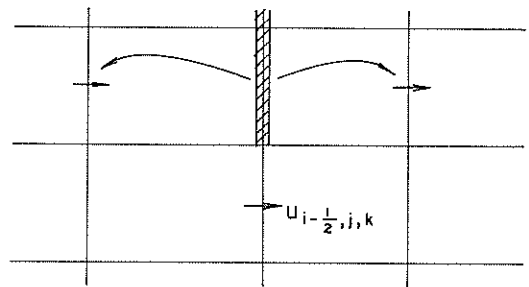
(1) 実験水位<sup>4)</sup>



(2) 計算水位

図-5.17 水路中心における水位分布比較図

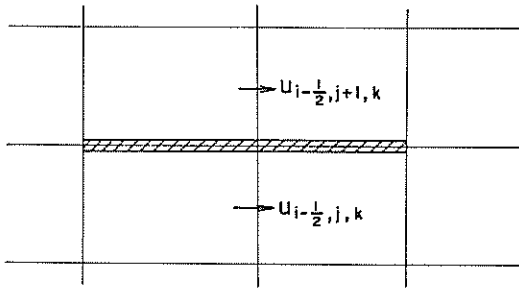
$$\begin{aligned}
 & \left( \frac{u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} + u_{i-(1/2)-a,j+1,k}^{(n)}}{2} \right) + \frac{1}{2} v_{i,j+(1/2),k}^{(n)} \\
 & \left( \frac{u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} + u_{i-(1/2)+a,j+1,k}^{(n)}}{2} \right)^2 \\
 & - \frac{1}{2} v_{i-1,j-(1/2),k}^{(n)} \left( \frac{u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} + u_{i-(1/2)-b,j-1,k}^{(n)}}{2} \right) \\
 & - \frac{1}{2} v_{i,j-(1/2),k}^{(n)} \left( \frac{u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} + u_{i-(1/2)+b,j-1,k}^{(n)}}{2} \right) \} \\
 & + \frac{1}{h_{i-(1/2),j,k}^{(n+1/2)}} \left\{ \frac{1}{2} w_{i-1,j,k-(1/2)}^{(n)} \cdot \left( \frac{u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} + u_{i-(1/2)-c,j,k-1}^{(n)}}{2} \right) \right. \\
 & + \frac{1}{2} w_{i,j,k-(1/2)}^{(n)} \cdot \left( \frac{u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} + u_{i-(1/2)+c,j,k-1}^{(n)}}{2} \right) \\
 & - \frac{1}{2} w_{i-1,j,k+(1/2)}^{(n)} \cdot \left( \frac{u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} + u_{i-(1/2)-d,j,k+1}^{(n)}}{2} \right) \\
 & \left. - \frac{1}{2} w_{i,j,k+(1/2)}^{(n)} \cdot \left( \frac{u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} + u_{i-(1/2)+d,j,k+1}^{(n)}}{2} \right) \right\}
 \end{aligned}$$



$$u_{i-\frac{1}{2}-a,j+1,k} \rightarrow u_{i-\frac{3}{2},j+1,k}$$

$$u_{i-\frac{1}{2}+a,j+1,k} \rightarrow u_{i+\frac{1}{2},j+1,k}$$

図-5.18 障壁近傍の流速の取扱い



$$u_{i-1/2, j+1, k} \rightarrow -u_{i-1/2, j, k}$$

図-5.19 障壁近傍の流速の取扱い

$$\begin{aligned}
 & -fv_{i-(1/2), j, k}^{(n)} + \frac{g}{\Delta x_{i-(1/2)}} \left( \zeta_{i, j}^{(n+(1/2))} - \zeta_{i-1, j}^{(n+(1/2))} \right) \\
 & + \frac{1}{\rho h_{i-(1/2), j, k}^{(n+(1/2))}} \left( \tau_{i-(1/2), j, k-(1/2)}^{(n)} - \tau_{i-(1/2), j, k+(1/2)}^{(n)} \right) \\
 & - \frac{1}{\Delta x_{i-(1/2)}} \left\{ \frac{A_{xij, j, k}}{\Delta x_i} \left( u_{i+(1/2), j, k}^{(n)} - u_{i-(1/2), j, k}^{(n)} \right) \right. \\
 & \left. - \frac{A_{xi-1, j, k}}{\Delta x_{i-1}} \left( u_{i-(1/2), j, k}^{(n)} - u_{i-(3/2), j, k}^{(n)} \right) \right\} \\
 & - \frac{1}{\Delta y_j} \left\{ \frac{A_{yji-(1/2), j+(1/2), k}}{\Delta y_{j+(1/2)}} \left( u_{i-(1/2), j+1, k}^{(n)*} - u_{i-(1/2), j, k}^{(n)} \right) \right. \\
 & \left. - \frac{A_{yji-(1/2), j-(1/2), k}}{\Delta y_{j-(1/2)}} \left( u_{i-(1/2), j, k}^{(n)} - u_{i-(1/2), j-1, k}^{(n)*} \right) \right\} \\
 & = 0 \quad \text{at } (i-(1/2), j, k) \quad (5.45)
 \end{aligned}$$

式(5.45)において\*印の項  $u_{i-(1/2), j+1, k}^{(n)}$  および  $u_{i-(1/2), j-1, k}^{(n)}$  は、 $u_{i-(1/2), j, k}^{(n)}$  との間に障壁がある場合、 $-u_{i-(1/2), j, k}^{(n)}$  に置換える(図-5.18)。また式(5.45)において、変数の右脚添字中、 $a, b, c, d$  は閉境界に接する1/2格子内の運動量を算入するためのもので、たとえば  $a$  については、 $a=0$  とした位置の流速が流速0の点であれば  $a=1$  に置換え、0でなければ  $a=0$  とする(図-5.19)。

つぎに5.1.4(1)aで詳述する不等長格子による計算法をここに適用する。図-5.20は図-5.15(2)で行った同一計算条件に対し幅方向に不等長格子網を適用した例の障壁近傍を示したものである。このような格子網をもつ領域に対し表-5.5に示す条件で計算し、先の実験結果と比較したものが図-5.21である。これらの結果によれば、移流項の差分方式の改良、計算領域の細メッシュ化により縮流部近傍の流れの分布を実験値に近づけ得ることがわかる。

しかし一般にこのような縮流部に限らず、計算の安定性と流れの平滑化には渦動粘性係数が重要な意味をもち、粘性係数を小さくすると流れは増大するが計算は不安定になる。本例では、主流方向の渦動粘性係数  $A_x = 10^3 \text{ cm}^2/\text{s}$  では2格子長を波長とする数値振動が発生して計算が不安定となるため、 $A_x = 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$  と2桁大きい

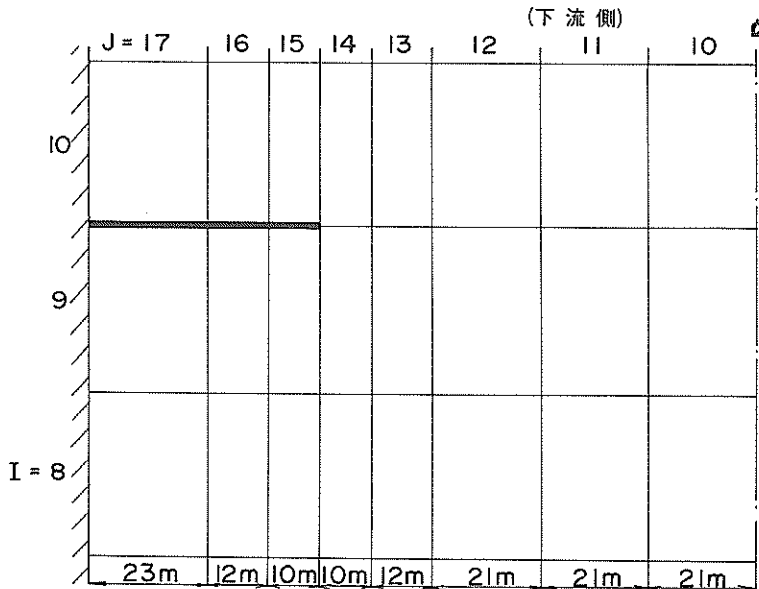


図-5.20 障壁近傍の不等長格子

表-5.5 計算条件

項目	内容
計算領域	1300 m(L) × 260 m(W) × 14.8 m(H) (40 × 16 × 1メッシュ)
格子間隔	$\Delta x = 32.5$ m $\Delta y = 10, 12, 21, 23$ m (可変長) $\Delta z = 14.8$ m (一層)
コリオリ係数	$f_c = 0$
抵抗係数	$r_b^2 = 0.0026$ (海底)
渦動粘性係数	$A_x = 10^3$ cm <sup>2</sup> /s, $A_y = 10^2$ cm <sup>2</sup> /s ……上流差分 $A_x = 10^3$ cm <sup>2</sup> /s, $A_y = 10^2$ cm <sup>2</sup> /s ……中心差分
境界条件	$u_{2,j} = 520 \times t/T$ cm/s ( $t = 0 \sim T$ ; $T = 250$ s) $u_{2,j} = 520$ cm/s ( $t = T \sim T + 30$ s) $u_{42,j} : \partial u / \partial x = 0$ $\zeta_{41,j} = 0$
タイム・ステップと解法	$t = 0 \sim 250$ s : $\Delta t = 0.5$ s 陽解法 $t = 250 \sim 280$ s : $\Delta t = 5$ s 陰解法

値を与えて計算した。

d) 成層時の流れ

図-5.22に示すような四面が水域と接する3580 m × 1300 m × 21 mの領域において中央にコの字型障壁を水深12 mまで遮蔽し、長手方向から往復流を与えた流れの計算を表-5.6に示す条件にて行った。層数は6とし、第3層と第4層の間に境界層を仮定した。

図-5.23~5.26はこのようにして得られた流れの正方向最強流時、転流時、負方向最強流時、および転流時の1周期の流速ベクトル、水面と内部境界面等水位線の平面分布を示したものである。これらの結果によると、図-5.23(1)、図-5.25(1)の正方向最強流時、負方向最強流時の障壁近傍の鉛直流は内部境界面により抑制されほとんど上層の鉛直流が下層に及んでいないことがわかる。また、図-5.24(3)、(4)および図-5.26(3)、(4)から、水面および内部境界面の水位は、転流時前後では障壁の影響を受ける度合が小さくほぼ様な水面勾配となる。しかし流れが強くなると、水面は障壁の前面で盛り上がり背後で低くなるのに対し、内部境界面では逆に障壁前面で低くなり背後で盛り上がるのが図-5.23(3)、(4)および図-5.25(3)、(4)からわかる。さらにこの水面と内部境界面の水位時間変化を障壁外と障壁内とにとってプロットしてみると図-5.27のようになる。水面の時間変化は安定した正弦的变化を描くのに対し、内部境界面ではかなり不

規則な変化をしているのが読取れる。

(2) 拡散

a) 移流拡散

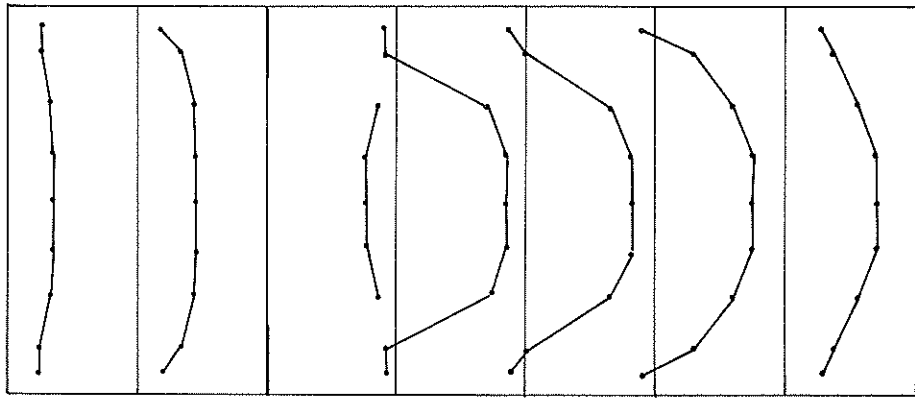
簡単な一様流場における拡散の解析解はいくつかあるが、複雑な流れの場になるとその適用性は極めて限定される。

大久保<sup>5)</sup>は、主軸(x軸)方向にのみ流速をもつ、すなわち平均流速Uで、x軸に垂直な面y、z両軸方向に線型的な変化をする $u = U + \beta y + \gamma z$  (U,  $\beta$ ,  $\gamma$ : 定数)なるシア一流場での拡散:

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} + (U + \beta y + \gamma z) \frac{\partial c}{\partial x} \\ = K_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (5.46)$$

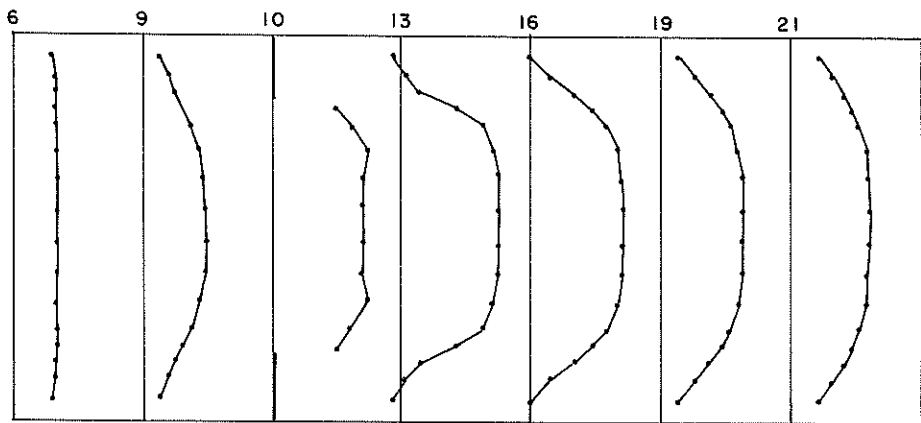
に対し、瞬間点源Mに対する解析解をつぎのように与えている。

$$\begin{aligned} c(x, y, z, t) \\ = \frac{M}{(4\pi t)^{3/2} (D_x K_y K_z)^{1/2}} \\ \cdot \exp \left[ -\frac{\{x - (1/2)(\beta y + \gamma z)t\}^2}{4D_x t} - \frac{y^2}{4K_y t} - \frac{z^2}{4K_z t} \right] \end{aligned} \quad (5.47)$$



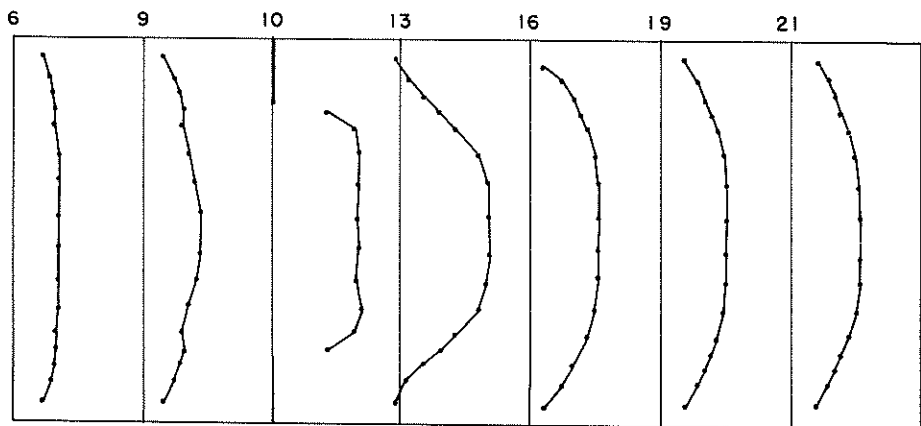
(実験結果)

50 cm/s



(上流差分)

50 cm/s



(中央差分)

50 cm/s

図-5.21 障壁前後の水平流速分布



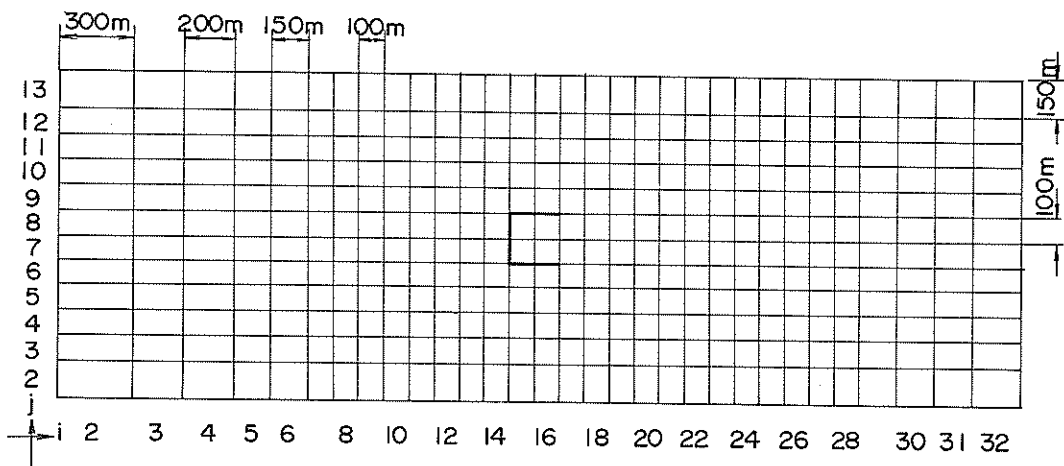


図-5.22 計算領域

表-5.6 計算条件

項目	内容
計算領域	3850 m × 1300 m × 21 m
格子間隔	$\Delta x = 100 \text{ m}, 150 \text{ m}, 200 \text{ m}, 300 \text{ m}$ $\Delta y = 100 \text{ m}, 150 \text{ m}$ $\Delta z = 4 \text{ m}, 4 \text{ m}, 4 \text{ m}, 3 \text{ m}, 3 \text{ m}, 3 \text{ m}$ . (上層より)
境界層	第3層と第4層の間
拡散防止膜	中央コの字型で $z = 0 \sim -12 \text{ m}$ を遮蔽
タイム・ステップ	$\Delta t = 600 \text{ s}$
摩擦係数	$\gamma_b^2 = 0.0026$ $\gamma_i^2 = 0.0001$
渦動粘性係数	$A_x = A_y = 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$
海水密度	上層 1.0 下層 1.01
境界位置	左側 $i = 2$ , 右側 $i = 33$
境界条件 (流速)	左右の断面で、正弦波型で与える。右側は 275 s の位相遅れを与える。 振幅 $a_j$ は $a_1 = 20 \quad a_2 = 19 \quad a_3 = 18$ $a_4 = 17 \quad a_5 = 16 \quad a_6 = 13$
水深	一定水深 21 m
解法	陰解法

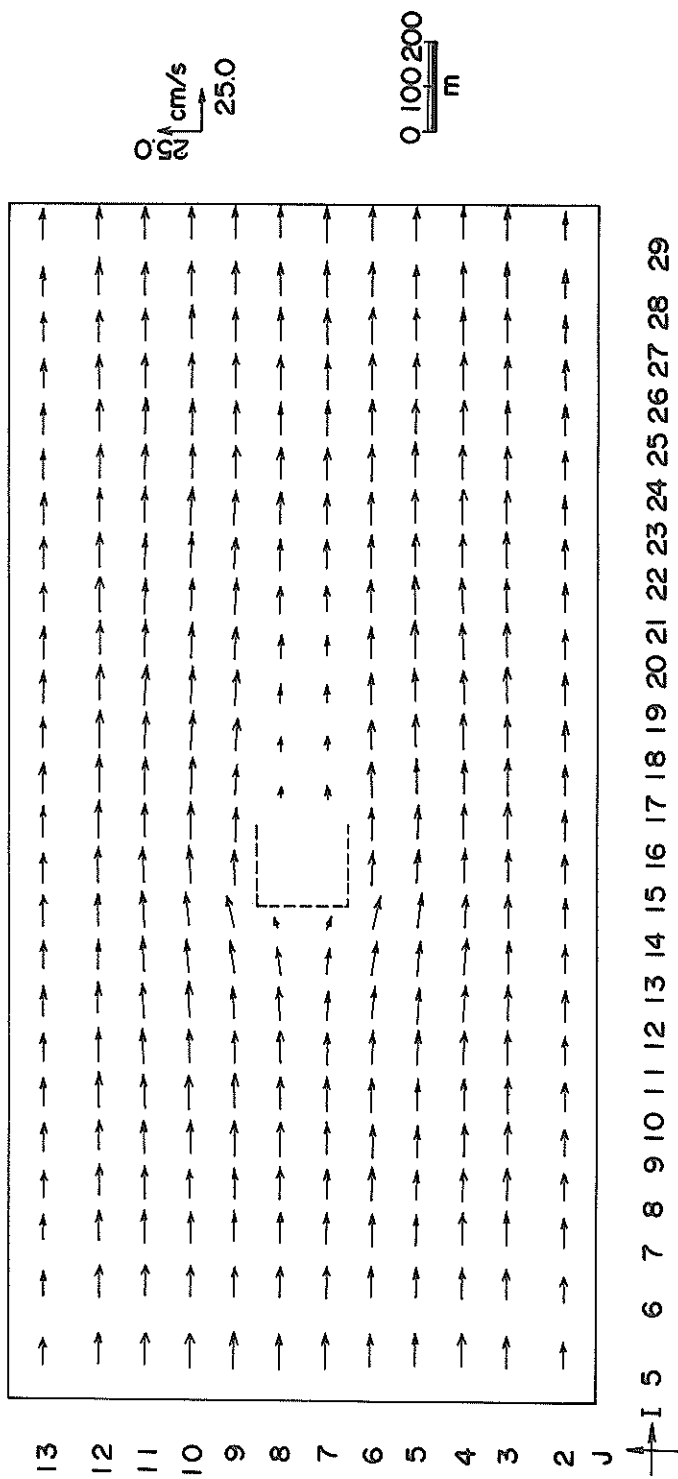
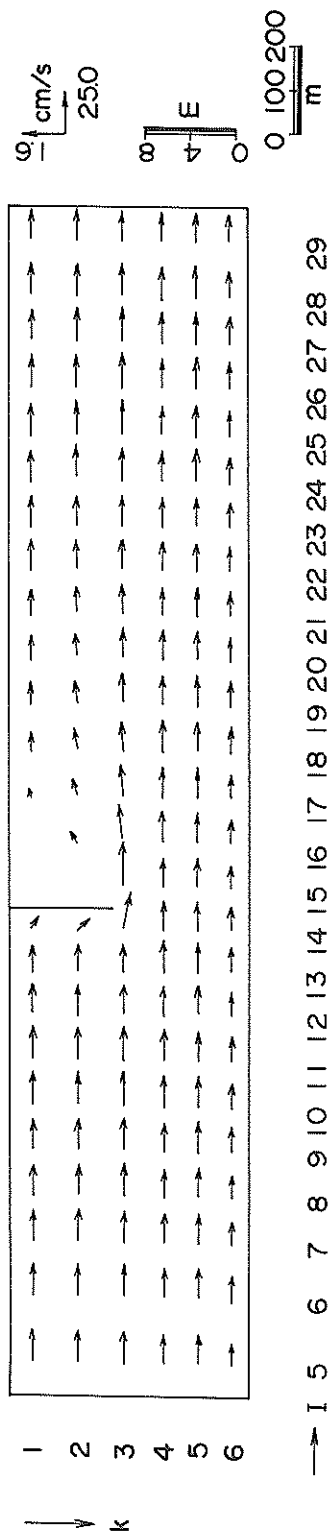
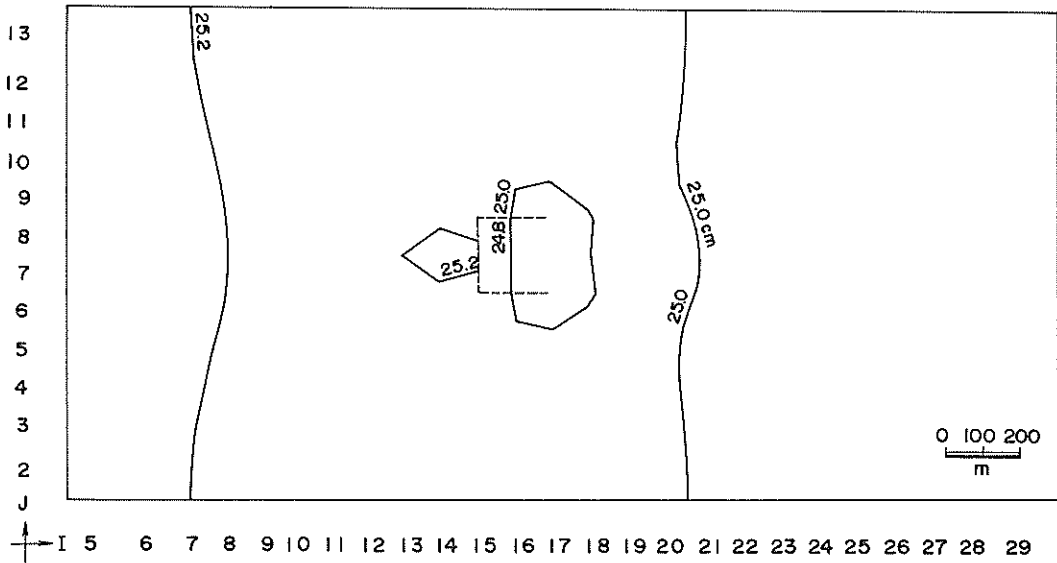
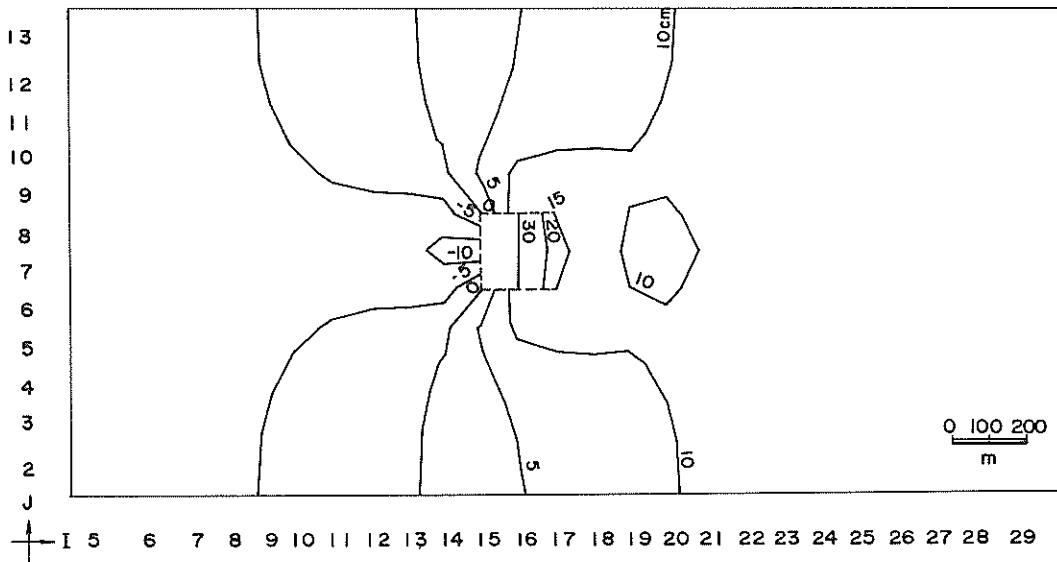


図-5.23 流速ベクトル



(3) I ~ J 断面, 水面, 正方向最強流時



(4) I ~ J 断面, 内部境界面, 正方向最強流時

図-5.23 等水位線分布

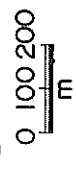
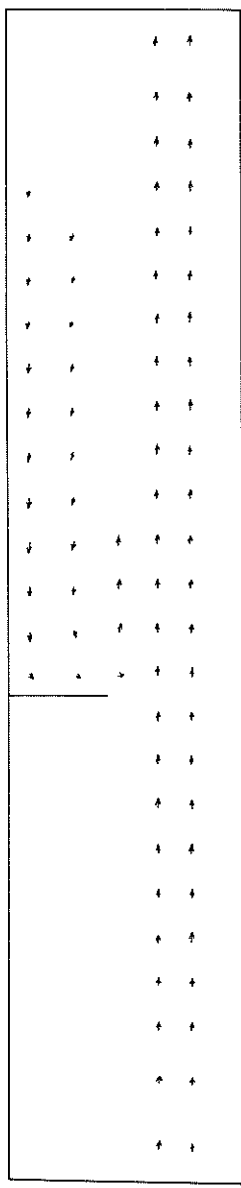
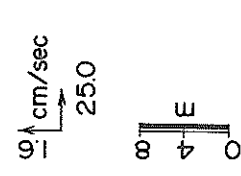
ここに,

$$\begin{aligned} \xi &= x - Ut \\ D_x &= K_x + S_x \\ S_x &= (1/12)(K_y \beta^2 + K_z \tau^2)t^2 \end{aligned}$$

である。

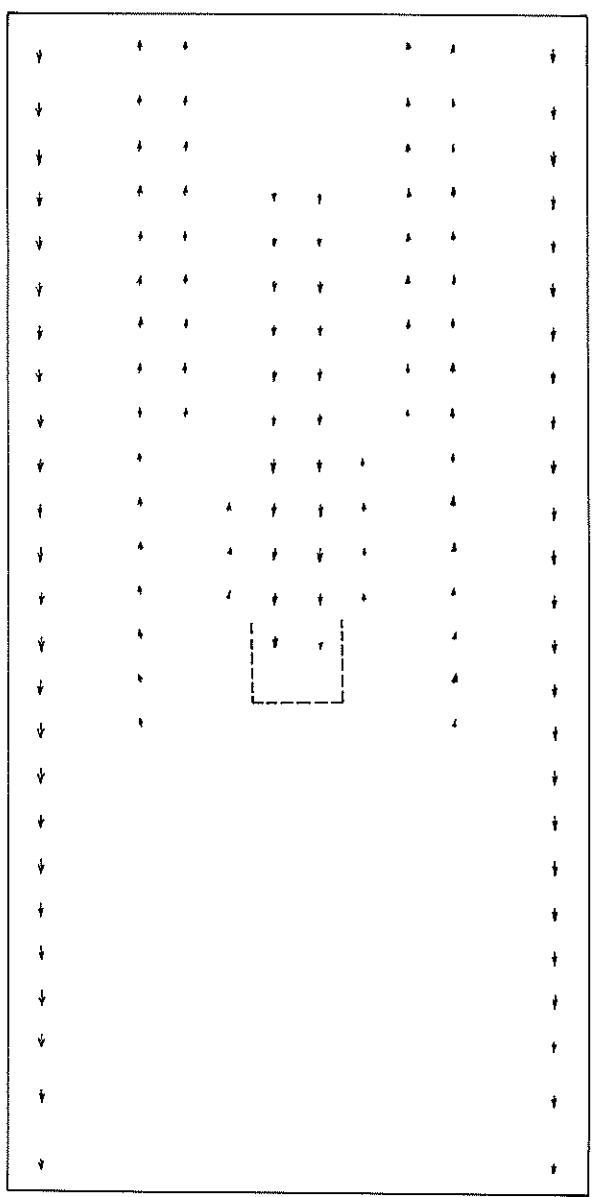
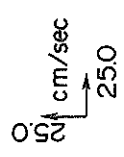
式(5.47)で表わされる解析解は,  $t \rightarrow 0$ で濃度  $c$

は投入点に集中し拡がりをもたず, また  $t = t$  においては  $x \sim y \sim z$  空間上の点の濃度を表わしている。これに対し差分法による数値モデルでは,  $t \rightarrow 0$  においても  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  の濃度の拡がりもち,  $t = t$  では  $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$  を体積とする直方体内の平均濃度を表わしている。このため数値解と解析解との比較に際しつぎのような処理を行った。すなわち, 解析解による濃度は, 数



→ I 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

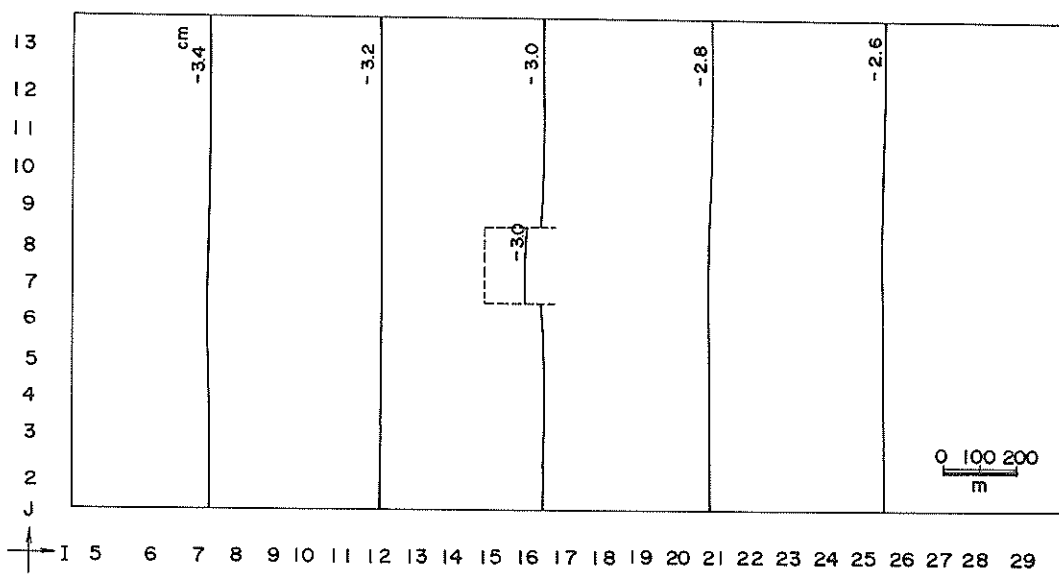
(1) K~I 断面,  $f = 8$ , 転流時



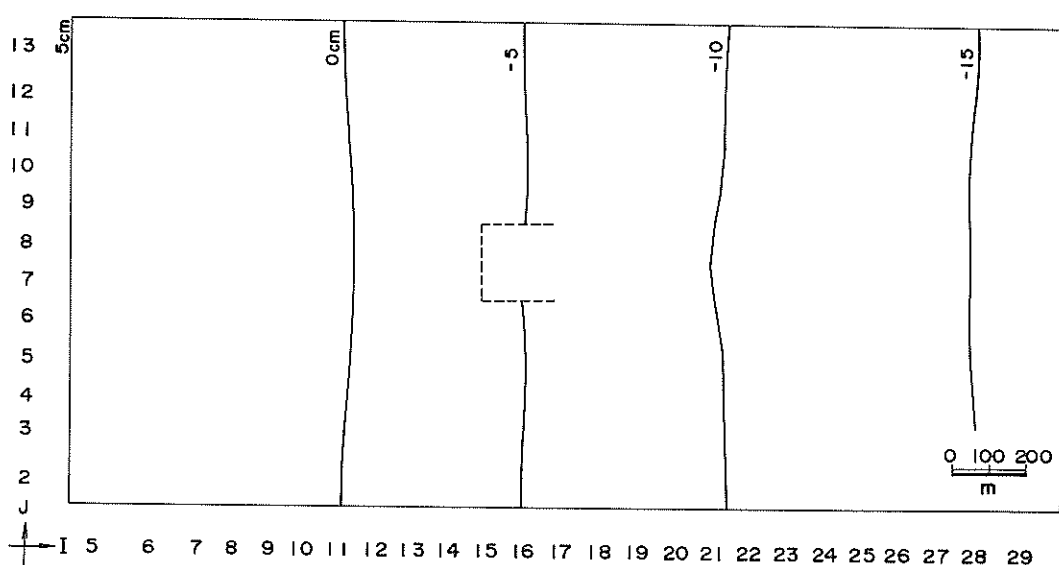
→ I 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

(2) I~J 断面, 第1層, 転流時

図-5.24 流速ベクトル



(3) I~J断面, 水面, 転流時



(4) I~J断面, 内部境界面, 転流時

図-5.24 等水位線分布

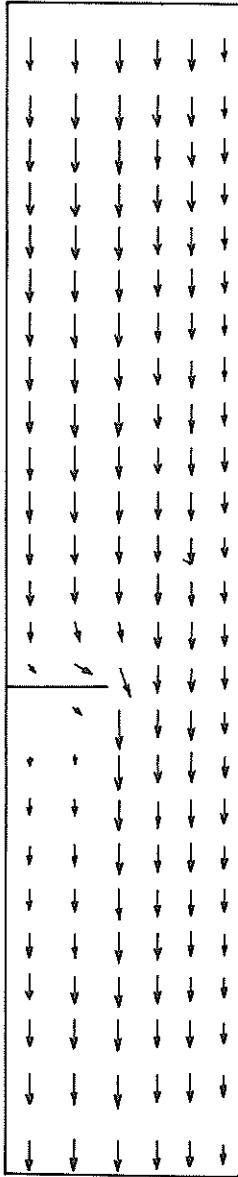
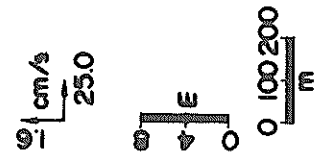
値モデルの各格子内 ( $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$ ) で積分しこれをその体積 ( $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$ ) で除した平均値で表わし、さらに解析解の初期濃度には一定時間 ( $t_0$ ) だけ拡散させたものを用いた。

また、数値計算における拡散方程式 (5.8) の差分化には、特に陰解法の場合、行列式のバンド幅を狭くするため、 $\partial c / \partial t$ ,  $u (\partial c / \partial y)$ ,  $w (\partial c / \partial z)$  等が中央

差分でなく上流差分となっている。このため擬似拡散が生ずる。したがってこれを修正するため、式 (5.22) で表わされる擬似拡散係数<sup>6)</sup>を式 (5.8) 中の拡散係数  $D_x$ ,  $D_y$ ,  $D_z$  より各々差引いた。

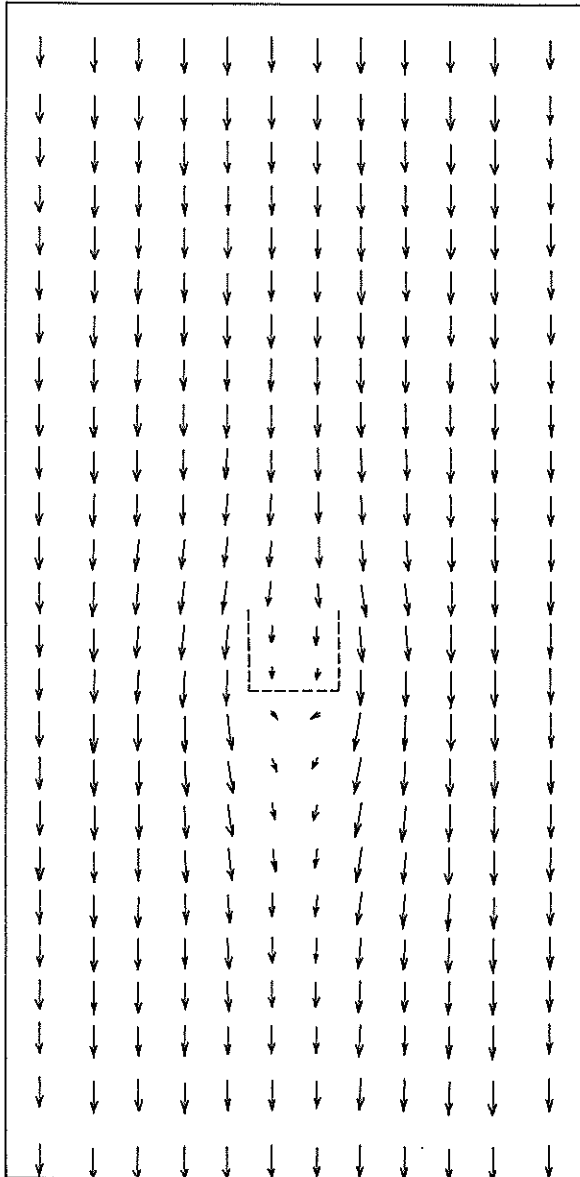
まず二次元モデル (深さ方向には一様) による検討を表-5.7 に示す条件にて行った。

計算範囲は流れの方向に 1500m, 流れに垂直な方向に



→ 1 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

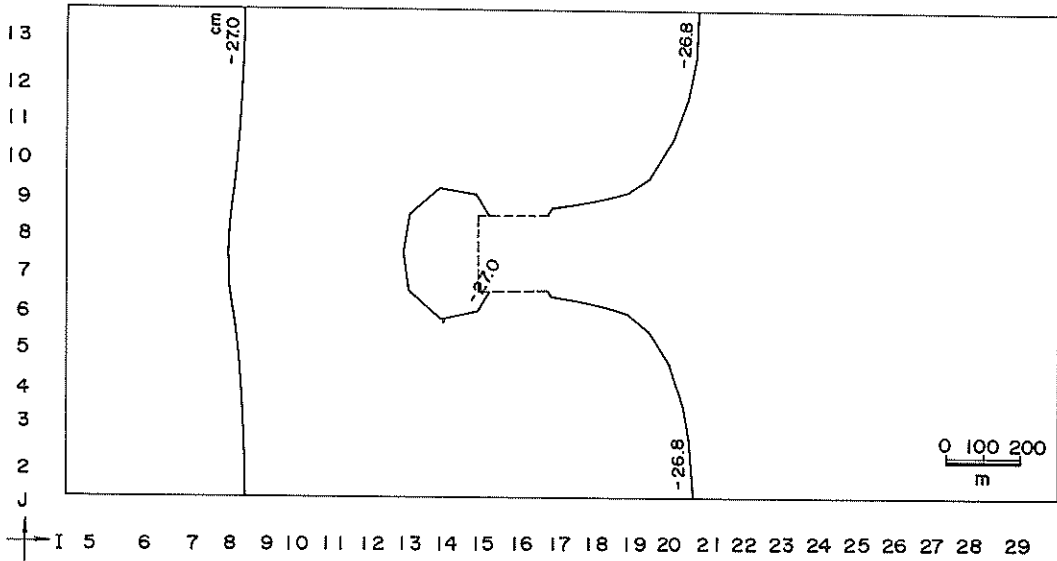
(1) K~J断面,  $J = 8$ , 負方向最強流時



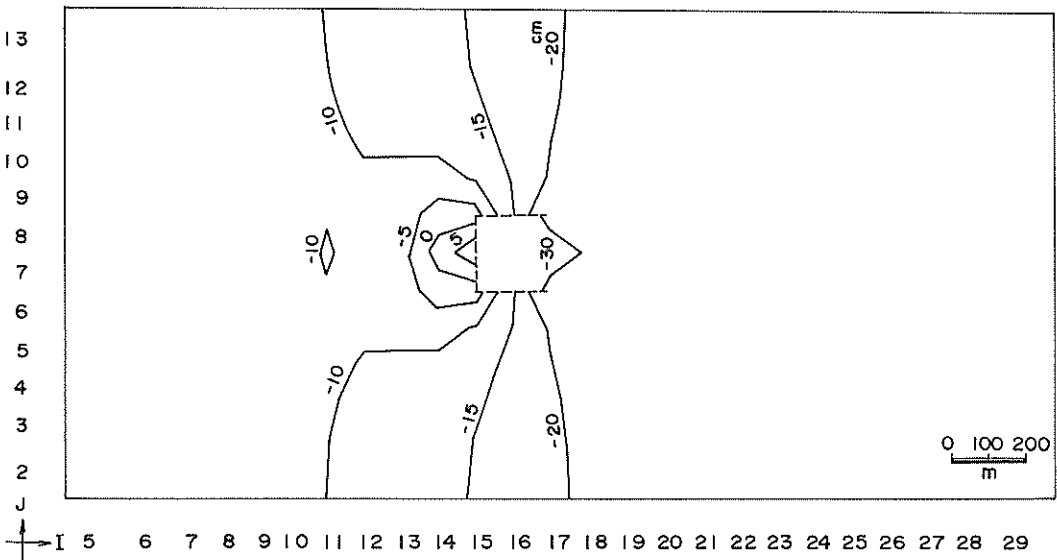
← 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 J

(2) I~J断面, 第1層, 負方向最強流時

図-5.25 流速ベクトル



(3) I ~ J 断面, 水面, 負方向最強流時



(4) I ~ J 断面, 内部境界面, 負方向最強流時

図-25 等水位線分布

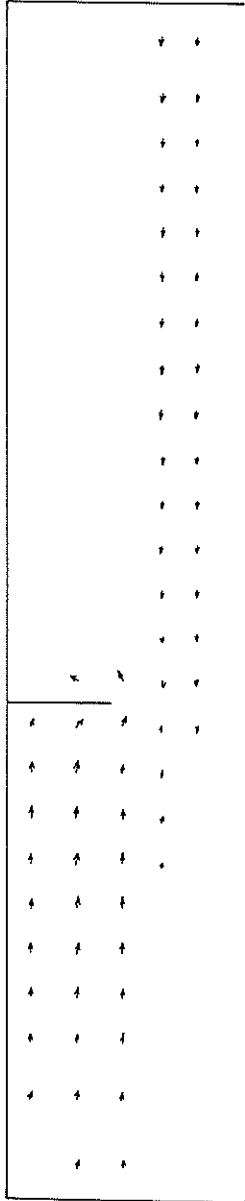
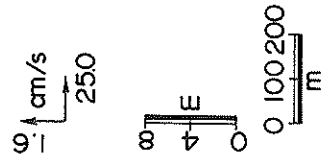
1000 mとし, これを  $\Delta x = \Delta y = 50$  m の格子に分割した。x 軸正方向には

$$u = 30 + 0.001 y \text{ (cm/s)} \quad (5.48)$$

の流速分布をもつ流れの場に対して, 格子 (I = 11, J = 11) の中心に初期濃度 50 ppm を与え, 拡散係数は

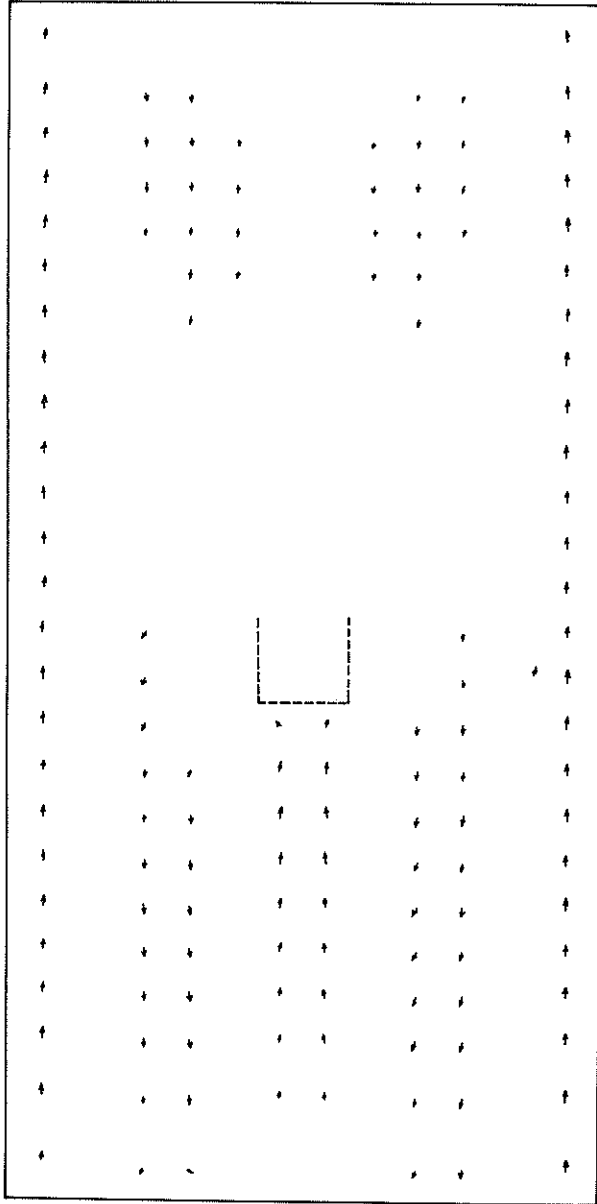
$K_x = K_y = 2 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$  とした。

図-5.28(1), (2)はこのようにして求めた二次元モデルによる10分後の濃度分布を解析解と対比したものである。また表-5.8は解析解と数値解の最大濃度とその比を拡散時間20分まで1分毎に示したものである。図-5.28および表-5.8から解析解と数値解とはよく一致す



→ I 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

(1) K~I 断面,  $J=8$ , 転流時

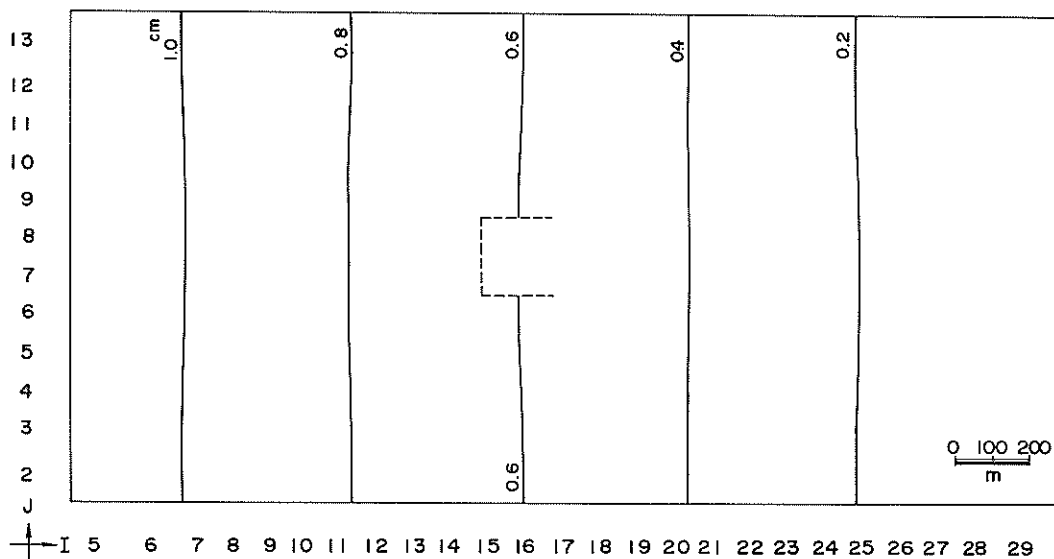


← I 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

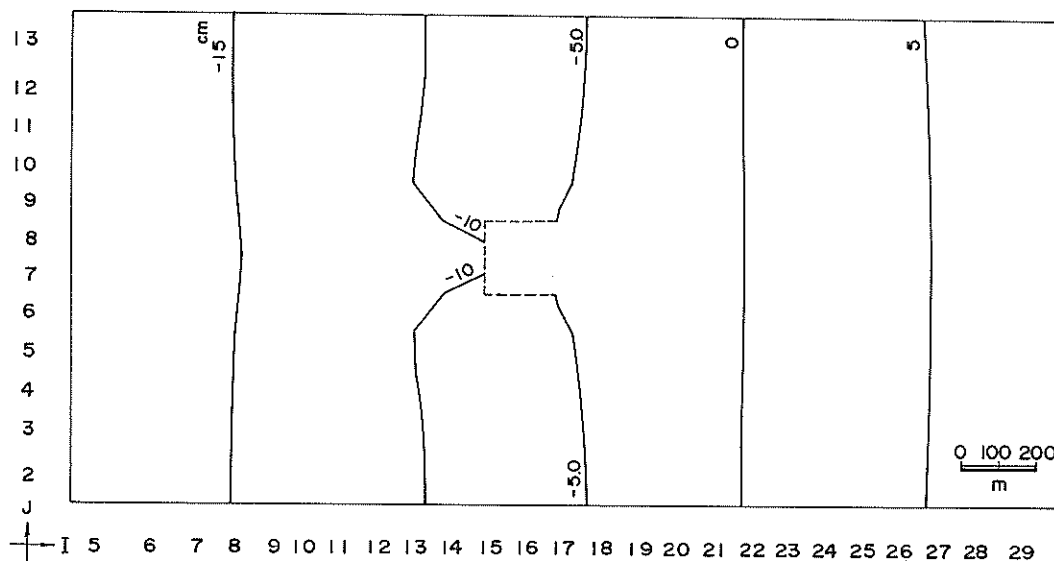
(2) I~J 断面, 第1層, 転流時

図-5.26 流速ベクトル





(3) I ~ J 断面, 水面, 転流時



(4) I ~ J 断面, 内部境界面, 転流時

図-5.26 等水位線分布

ることがわかる。

次に水深方向にも流速分布をもつ三次元モデルに対し表-5.9に示す条件で計算した。計算範囲は平面的には二次元の場合と同様に1500m×1000m、深さを45mとし、これを $\Delta x = \Delta y = 50\text{m}$ 、 $\Delta z = 5\text{m}$ に分割した。解析解は有界でない領域に対する解であるため水深はできるだけ大きくとり

層位数を9と多くとった。この領域に対して $x$ 軸正方向に

$$u = 20 + 0.001y + 0.005z \text{ (cm/s)} \quad (5.49)$$

の流速分布をもつ流れを与え、座標原点 ( $I = 11$ ,  $J = 11$ ,  $K = 5$ の格子の中心)に初期濃度100 ppm, 拡散係数 $K_x = K_y = 2 \times 10^5 \text{cm}^2/\text{s}$ ,  $K_z = 5 \times 10^2 \text{cm}^2/\text{s}$ を与

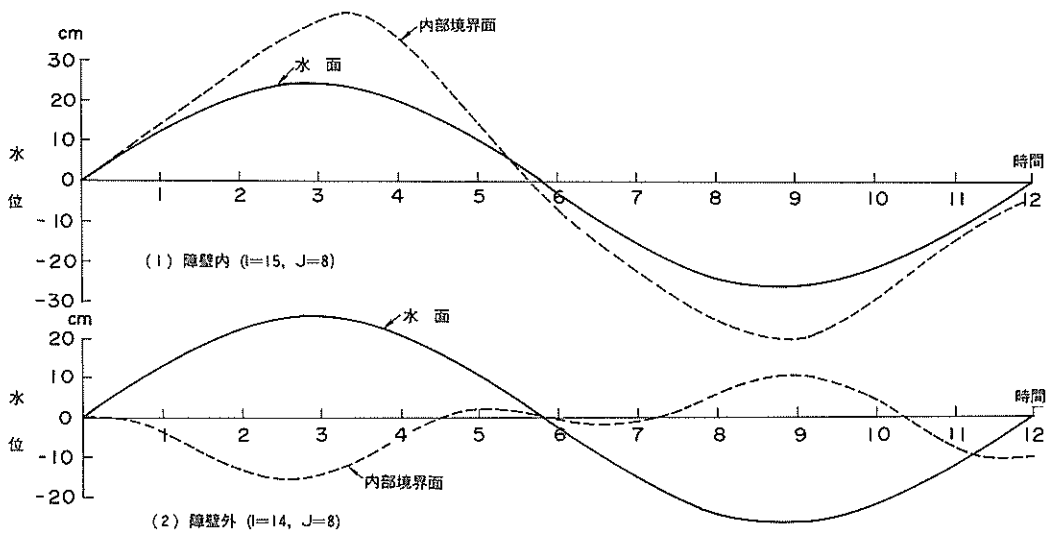
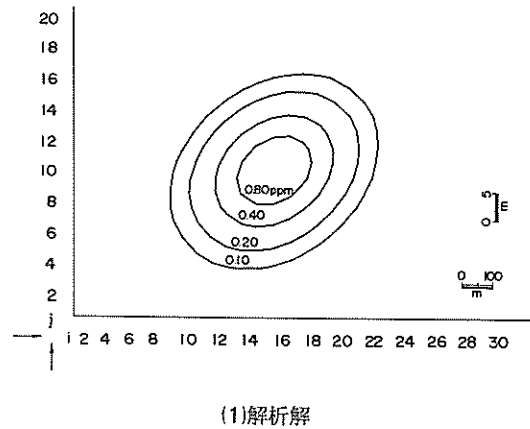


図-5.27 代表点における水面と内部境界面の時間変化

表-5.7 拡散計算条件

(二次元モデルと解析解との比較)

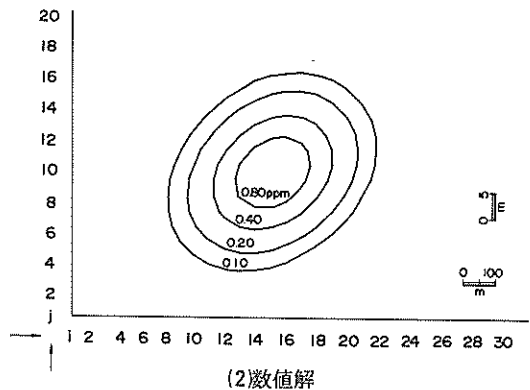
計算領域	1500 m × 1000 m
格子間隔	$\Delta x = \Delta y = 50$ m
タイムステップ	$\Delta t = 20$ s
座標原点	$I = 11, J = 11$ の格子中心
初期濃度	$I = 11, J = 11$ で 50 ppm
初期拡散時間	$t_0 = 1$ s
水平拡散係数	$K_x = K_y = 2 \times 10^5$ cm <sup>2</sup> /s
平均流速	$U = 30$ cm/s
流速変化率	$\beta = 0.001$ (cm/s)/cm



(1)解析解

えて計算した。

図-5.29(1),(2)は、20分後における第5層(中層)の平面濃度分布を解析解と数値解について示したものであり、図-5.30(1),(2)は同時刻における $J = 11$ の $I \sim K$ 断面の鉛直濃度分布を解析解と数値解とについて示したものである。さらに表-5.10は、このようにして求めた解析解と数値解の20分間の毎分の最大濃度の対比と両者の比とを示したものである。これらの結果からみると、初期の拡散(表-5.10の時刻3分付近)では計算による濃度が解析解より17%程高く、また全般的にも数値解の方が大きな値を示しているが、拡散時間が経過するに従って両者の差は小さくなり、20分後では図-5.29、図-5.30にみられるようにほぼ両者は等しくな



(2)数値解

図-5.28 濃度分布比較図

表-5.8 最大濃度の対比  
(二次元モデルと解析解)

時刻分	解析解(A)		数値解(B)		B/A×100
	I	(ppm)	I	(ppm)	
1	11	7.053	11	7.242	102.7
2	12	3.861	12	3.944	102.1
3	12	2.664	12	2.685	100.8
4	12	1.966	12	1.969	100.2
5	13	1.612	13	1.623	100.7
6	13	1.348	13	1.352	100.3
7	14	1.139	14	1.148	100.8
8	14	1.012	14	1.016	100.4
9	14	0.897	14	0.898	100.1
10	15	0.802	15	0.806	100.5
11	15	0.733	15	0.735	100.3
12	15	0.668	15	0.668	100.0
13	16	0.615	16	0.617	100.3
14	16	0.571	16	0.572	100.2
15	16	0.529	16	0.528	99.8
16	17	0.495	17	0.496	100.2
17	17	0.465	17	0.465	100.0
18	17	0.435	18*)	0.435	100.0
19	18	0.412	18	0.413	100.2
20	18	0.389	18	0.389	100.0

\*) メッシュ分割の関係で位置がずれている。

る。

以上、二次元および三次元の拡散モデルの解析解との比較から、数値モデルの拡散係数に対して式(5.22)に示す擬似拡散係数による補正を施せば解析解に極めて近い結果が得られることがわかる。

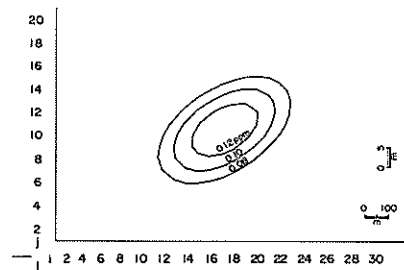
b) 沈降拡散

5.1.3(1)b)で求めた流れの場において、障壁内の表層2格子から3種の沈降速度をもつ土砂を一定量連続投入した場合の濃度分布を表-5.11に示す条件にて計算した。

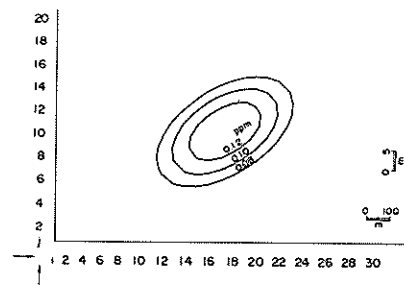
計算は土砂拡散モデル1(陽解法)、土砂拡散モデル2(陰解法)の両法で行った。

表-5.9 拡散計算条件  
(三次元モデルと解析解との比較)

計算範囲	1500 m × 1000 m × 45 m
格子間隔	$\Delta x, \Delta y = 50 \text{ m}, \Delta z = 5 \text{ m}$
タイムステップ	$\Delta t = 20 \text{ s}$
座標原点	I = 11, J = 11, K = 5 の格子の中心
初期濃度	I = 11, J = 11, K = 5で 100 ppm, 他は0
初期拡散時間	$t_0 = 1 \text{ s}$
水平拡散係数	$K_x = K_y = 2 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$
鉛直拡散係数	$K_z = 5 \times 10^2 \text{ cm}^2/\text{s}$
平均流速	$U = 20 \text{ cm/s}$
流速変化率	$\beta = 0.001 \text{ (cm/s)/cm}$ $r = 0.005 \text{ (cm/s)/cm}$
境界条件 (水平方向) (鉛直方向)	濃度0 $\partial^2 c / \partial^2 z = 0$ (最上層および最下層)

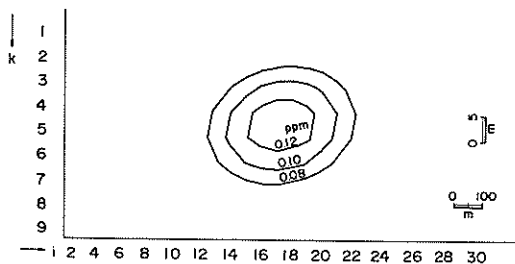


(1)解析解 (t = 20分, K = 5層位)

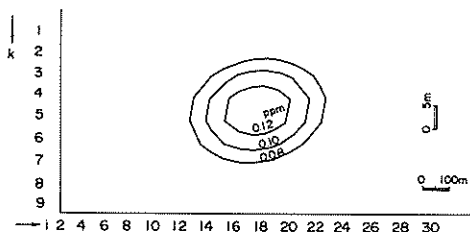


(2)数値解 (計算開始後20分, K = 5層位)

図-5.29 平面濃度分布比較図



(1)解析解 ( $t=20$ 分,  $J=11$ )



(2)数値解 (計算開始後20分,  $J=11$ )

図-5.30 鉛直面濃度分布比較図

表-5.11 浮遊土砂沈降拡散計算条件

計算領域	} 表-5.3 と同一
格子間隔	
水深	
タイムステップ	$\Delta t = 600$ 秒 (陰解法) $\Delta t = 60$ 秒 (陽解法)
拡散場	5.1.3(1)b で得た流れの条件を用いる。
土砂負荷	拡散防止膜内の2点より連続投入 ( $I, J, K$ ) = (48, 16, 1) } よりそれぞれ ( $I, J, K$ ) = (48, 17, 1) } $Q = 1$ t/時
拡散係数	$D_x = D_y = 10^4$ cm <sup>2</sup> /s
境界濃度	0 ppm に固定
初期濃度	全域 0 ppm
土砂沈降速度	$w_0 = 1.1$ cm/s $w_0 = 0.2$ cm/s $w_0 = 0.01$ cm/s
解法	陰解法と陽解法

図-5.31(1), (2)は、モデル2 (陰解法)によって  $w_0 = 1.0$  cm/s の土砂の投入開始後3時間, 4時間, 6時間, 8時間, 10時間, 12時間の平面 (表層) および  $J=16$  断面の鉛直濃度を求めたものである。この場合流れは3

表-5.10 最大濃度の対比 (三次元モデルと解析解)

時刻(分)	解析解(A)		数値解(B)		$B/A \times 100$ (%)
	$I$ (ppm)	$I$ (ppm)	$I$ (ppm)	$I$ (ppm)	
1	11	10.047	11	10.621	105.7
2	11	3.924	11	4.490	114.4
3	12	2.333	12	2.722	116.7
4	12	1.569	12	1.795	114.4
5	12	1.132	12	1.268	112.0
6	13	0.857	13	0.946	110.4
7	13	0.690	13	0.754	109.3
8	13	0.570	13	0.614	107.7
9	13	0.478	13	0.508	106.3
10	13	0.405	13	0.427	105.4
11	14	0.352	14	0.371	105.4
12	14	0.310	14	0.324	104.5
13	14	0.274	14	0.285	104.0
14	14	0.244	14	0.252	103.3
15	15	0.219	15	0.227	103.7
16	15	0.199	15	0.205	103.0
17	15	0.181	15	0.186	102.8
18	15	0.165	15	0.169	102.4
19	16	0.151	16	0.155	102.6
20	16	0.140	16	0.143	102.1

時間目で  $x$  正方向最大流速, 9時間目で  $x$  負方向最大流速となっている。

図-5.32は、沈降速度  $w_0$  が 1.0 cm/s, 0.2 cm/s, 0.01 cm/s の土砂に対し、モデル2 (陰解法) によって得られる3時間後の濃度分布を示したものである。これらの結果から沈降速度による濃度分布の差を知ることができる。

一方、図-6.31, 6.32の陰解法による結果に対し、 $w_0 = 1.0$  cm/s の土砂拡散モデル1 (陽解法) によって求めた。その3時間後の濃度分布を同じ沈降速度の陰解法による結果と共に示したものが図-5.33である。図-5.33から両解法による結果を対比すると、陰解法モデルによる濃度分布は陽解法による濃度分布に対し、投入点近傍で低く、下流側・下層側でやや高くなるが、一般的には分布の差は小さい。なお本計算のタイムステッ

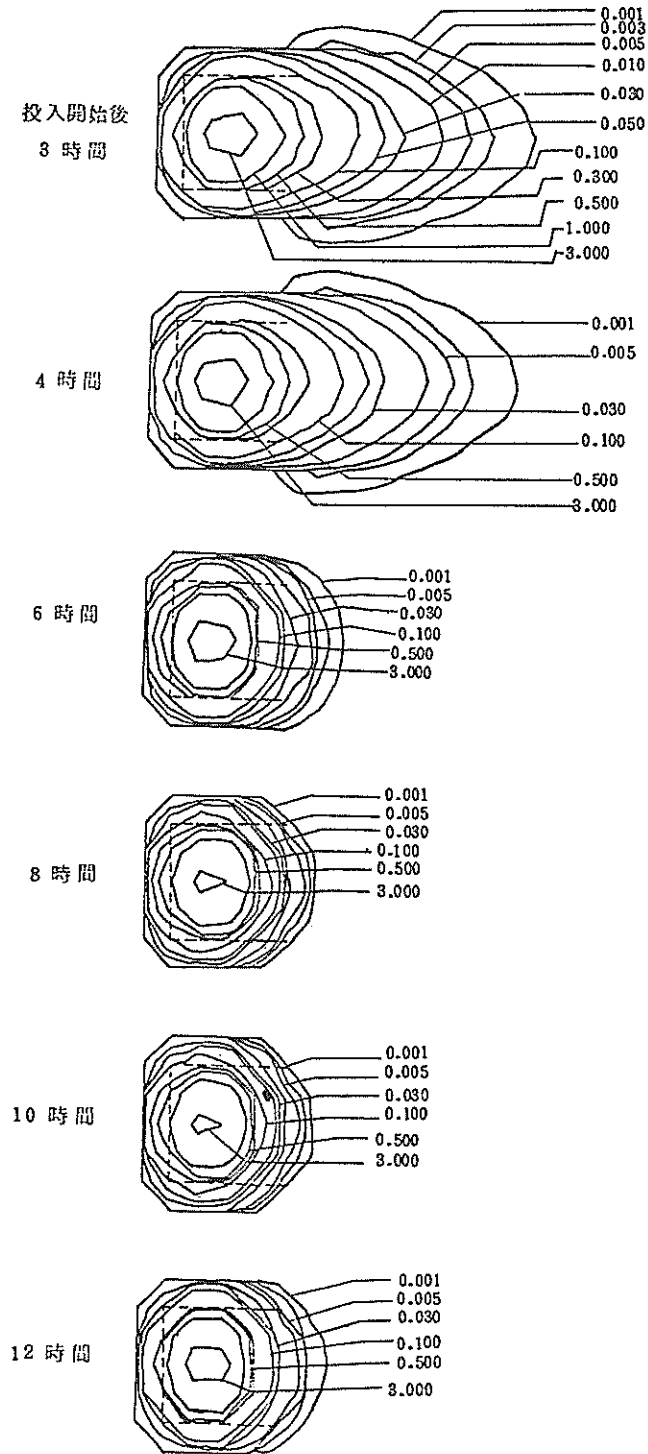


圖-5.31 (1)土砂濃度平面分布(最上層,  $w_0 = 1 \text{ cm/s}$ , 陰解法, 單位: ppm)

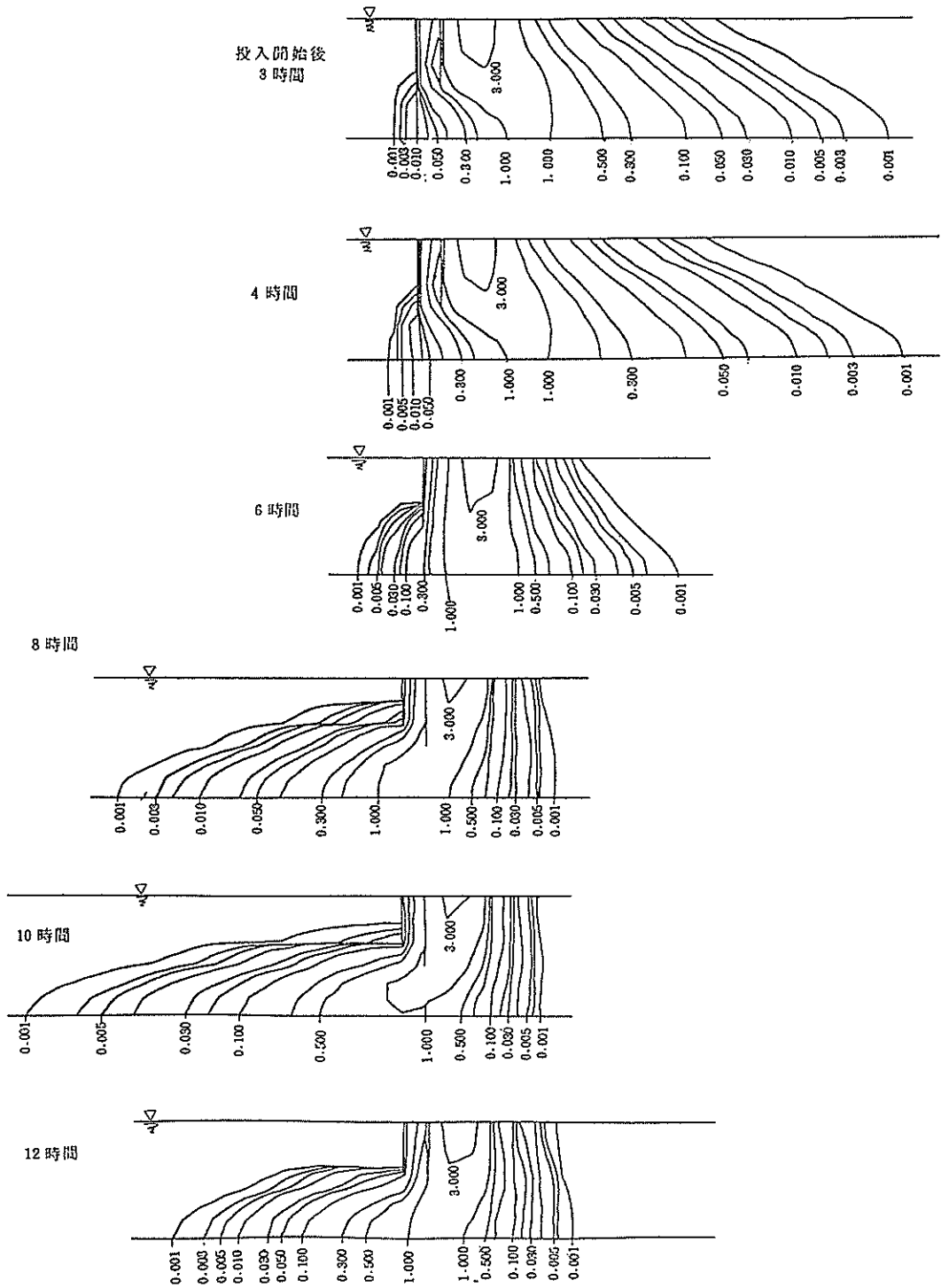


圖-5.31 (2)土砂濃度鉛直分布 ( $J=16$ ,  $w_0=1\text{ cm/s}$ , 陰解法, 單位: ppm)

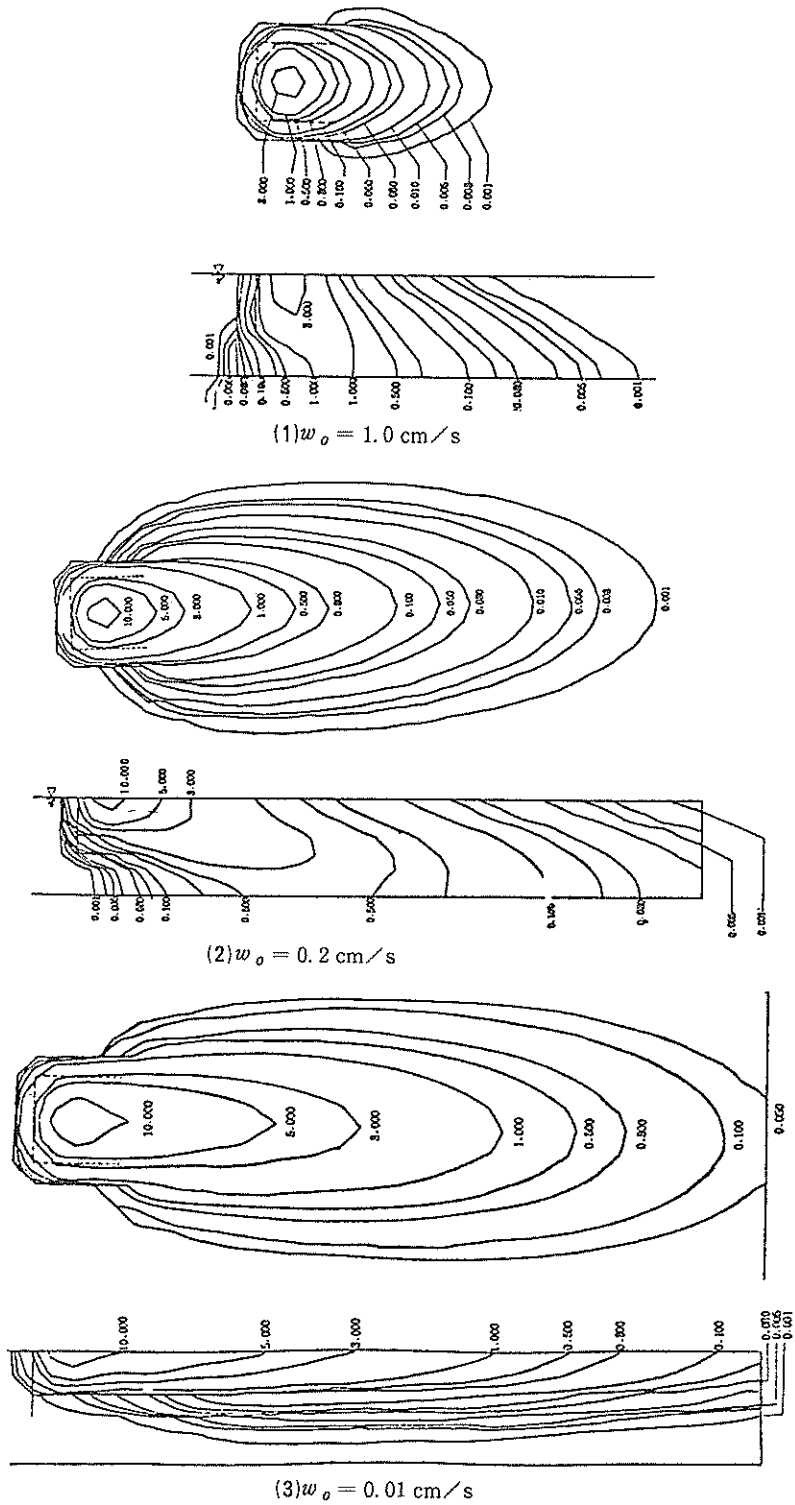
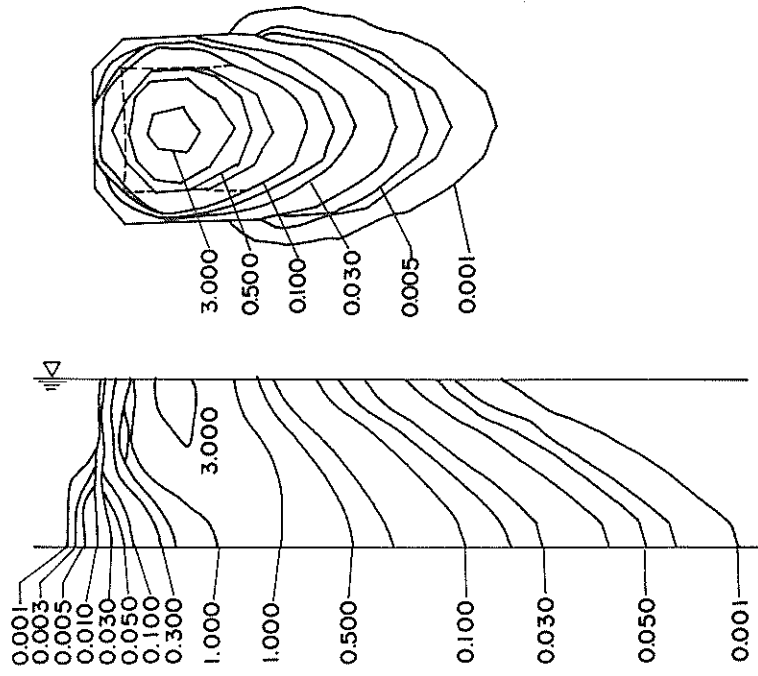
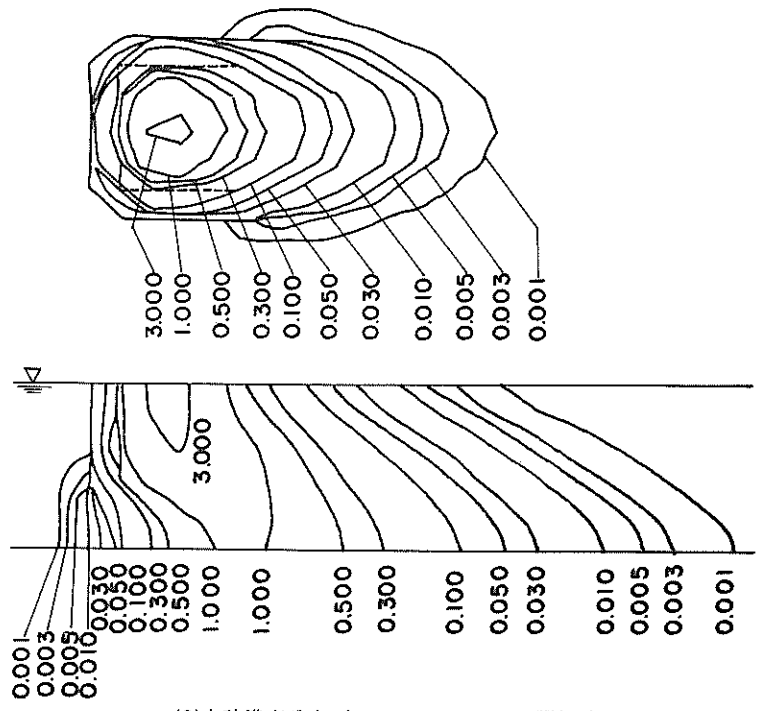


圖-5.32 土砂濃度分布 (沈降速度別分布, 陰解法, 單位: ppm)



(1)土砂濃度分布 ( $w_o = 1.0 \text{ cm/s}$ , 陰解法)



(2)土砂濃度分布 ( $w_o = 1.0 \text{ cm/s}$ , 陽解法)

図-5.33 陰解法と陽解法による濃度分布の対比 (単位: ppm)



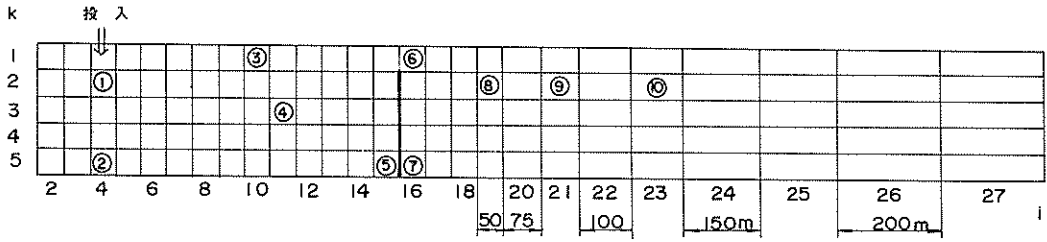


図-5.34 不等長格子網の拡散モデルへの適用例

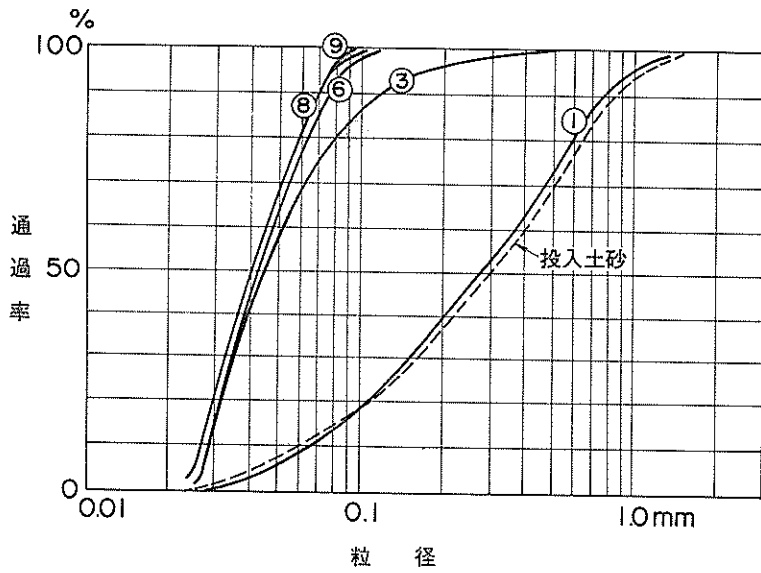


図-5.35 代表測点における粒径分布

表-5.12 投入土砂粒径分布と投入量

粒径群	代表粒径 (mm)	沈降速度 (cm/s)	重量百分率 (%)	土砂投入量 (kg/s)
1	0.044	0.20	6.0	3.0
2	0.080	0.63	8.0	4.0
3	0.150	1.81	14.0	7.0
4	0.300	3.90	22.0	11.0
5	0.500	6.17	18.0	9.0
6	0.700	7.69	18.0	9.0
7	0.900	8.67	6.8	3.4
8	1.400	11.50	7.2	3.6

表-5.13 代表点における粒径分布別濃度 (3時間後)

測点 濃度 粒径	①		②		③		④		⑤	
	ppm	%	ppm	%	ppm	%	ppm	%	ppm	%
1	2.459	3.9	0.056	0.3	10.715	48.2	1.490	9.4	0.291	2.1
2	5.229	8.3	0.668	3.7	7.056	31.8	5.548	34.9	3.057	28.9
3	10.322	16.3	2.119	11.9	3.010	13.5	5.253	33.1	4.993	47.2
4	15.405	24.3	4.253	23.8	1.014	4.6	2.390	15.0	1.769	16.7
5	11.490	18.1	3.808	21.4	0.252	1.1	0.692	4.4	0.344	3.3
6	10.816	17.1	3.894	21.8	0.131	0.6	0.380	2.4	0.147	1.4
7	3.938	6.2	1.480	8.3	0.034	0.2	0.101	0.6	0.033	0.3
8	3.776	6.0	1.561	8.8	0.014	0.1	0.042	0.3	0.009	0.1
計	63.435	100.2	17.839	100.0	22.226	100.1	15.896	100.1	10.571	100.0

測点 濃度 粒径	⑥		⑦		⑧		⑨		⑩	
	ppm	%	ppm	%	ppm	%	ppm	%	ppm	%
1	5.031	52.3	2.624	51.5	3.991	57.2	3.407	61.9	3.019	71.7
2	3.913	40.7	2.134	41.6	2.658	38.1	1.935	35.1	1.136	27.0
3	0.168	6.4	0.327	6.3	0.309	4.4	0.158	2.9	0.053	1.3
4	0.053	0.6	0.027	0.5	0.018	0.3	0.006	0.1	0.001	
5	0.005	0.1	0.003	0.1	0.001		0.0		0.0	
6	0.002		0.001		0.0		0.0		0.0	
7	0.0		0.0		0.0		0.0		0.0	
8	0.0		0.0		0.0		0.0		0.0	
計	9.622	100.1	5.130	100.0	6.977	100.0	5.509	100.0	4.209	100.0

表-5.14 舞い上りを考慮した拡散計算条件

計算領域	図-5.36に示す領域	
タイムステップ	$\Delta t = 30 \text{ s}$	
土砂負荷	$Q = 2 \text{ t/h}$ を (I, J, K) = (2, 2, 1)より投入	
水平拡散係数	$D_x = D_y = 2 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$	全域一律
鉛直拡散係数	$D_z = 5 \times 10^2 \text{ cm}^2/\text{s}$	
境界濃度	0 ppmに固定	
初期濃度	全域 0	
土砂沈降速度	$w_o = 0.5 \text{ cm/s}$	
土砂密度	$\rho_s = 2.5 \text{ g/cm}^3$	
解法	陽解法	

ブは陰解法が600秒、陽解法が60秒で、計算所要時間は両者ほぼ同一であった。

c) 混合粒径の土砂拡散

浚渫や埋立工事により発生する土砂(濁り)は、これまで取扱ってきたような単一粒径(沈降速度が単一の値)で代表されるものとは異なり、各種の粒径をもつものがある比率、すなわち粒度分布をもって混在し、これらの各粒径の粒子が流れによる拡散や個々の粒径に応じた沈降をする。すなわち、粒径の大きい沈降速度の大きい土砂は発生源から比較的近い所に、比較的速い時間に沈降堆積するが、粒径の小さい沈降速度の小さい土砂は比較的長い間水中に漂い発生源から遠くに運ばれる。

このような混合粒径をもつ土砂の拡散分布に対しては、まず土砂を5~10階級の粒径群に分け、それぞれの粒径

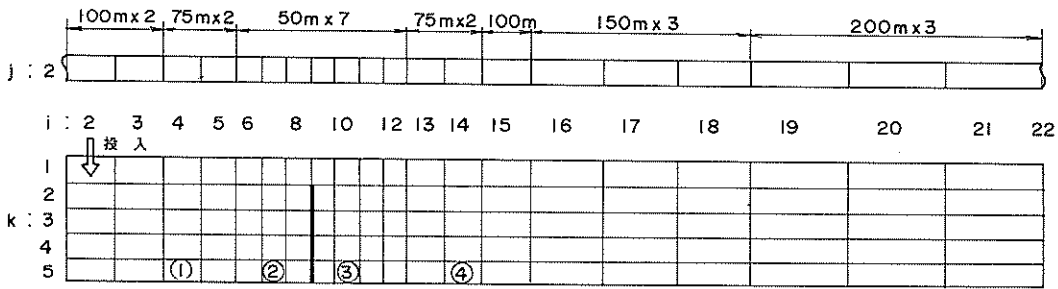


図-5.36 舞い上りを考慮した拡散計算の格子網

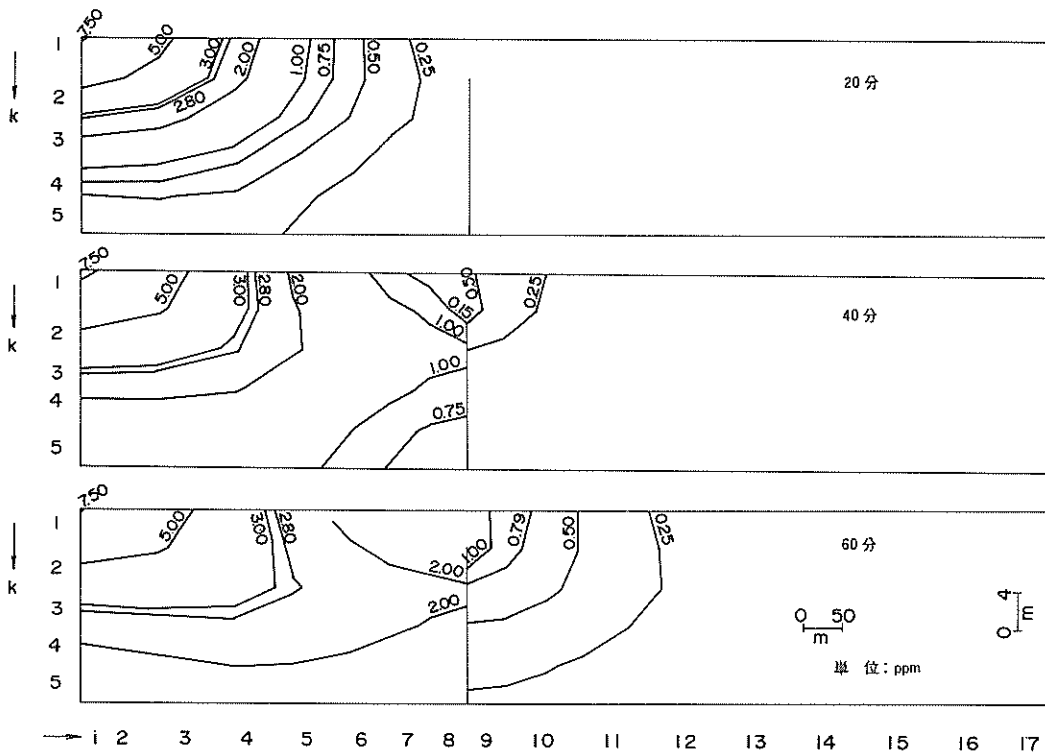


図-5.37 濃度分布(舞い上りなし)

群の含有量に応じた土砂がその代表沈降速度で沈降する場合の濃度分布計算を個別に行い、このようにして得られたそれぞれの粒径別濃度を所定の時刻、位置において算術的に重ね合わせる。すなわち、ある土砂が瞬間的に  $M$  (または連続的に  $m$  の割合) で投入される場合の混合粒径より成る土砂拡散を扱う場合、その土砂を  $K$  個の適当な粒径群に別け、その中の第  $k$  群の重量百分率を  $p_k$

とすると、この粒径群の土砂量  $Q_k$  は、

$$Q_k = M \text{ (または } m) \cdot p_k / 100 \quad (5.50a)$$

となる。したがって、第  $k$  群の代表的沈降速度  $w_0$  を定めて式 (5.50a) で与えられる発生土砂量  $Q_k$  に対するある時刻、位置での濃度  $c_k(x, y, z, t)$  を計算すれば同時に同時刻、同位置における全粒径群による濃度

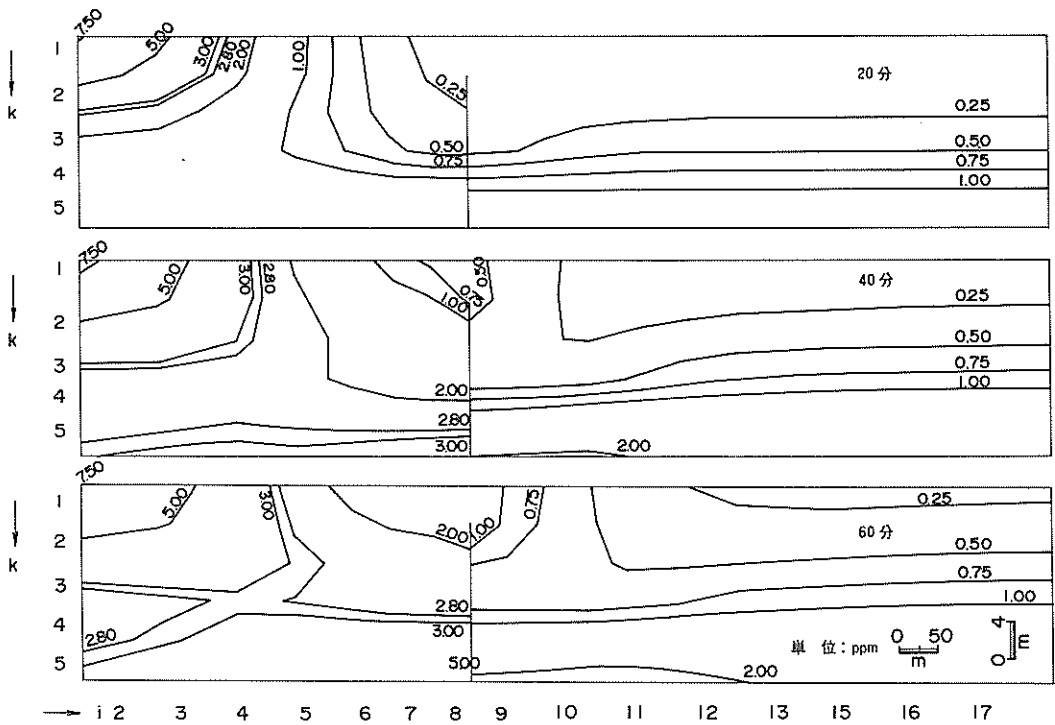


図-5.38 濃度分布(舞い上り考慮)

表-5.15 土砂投入点が移動する場合の拡散計算条件

計算範囲	1500 m × 1000 m × 25 m
格子間隔	$\Delta x = \Delta y = 50 \text{ m}$ , $\Delta z = 5 \text{ m}$
時間間隔	$\Delta t = 20 \text{ s}$
流速場	$u = 20 \text{ cm/s}$ , $u = w = 0$ 全域一律
水平拡散係数	$D_x = D_y = 2 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$
鉛直拡散係数	$D_z = 10^2 \text{ cm}^2/\text{s}$
境界及び初期濃度	0 ppm
土砂沈降速度	$w_0 = 0.1 \text{ cm/s}$
解法	陽解法
土砂投入量	$Q = 50 \text{ kg/s}$
土運船の動き	$t = 0$ で $(I, J) = (11, 10)$ の格子の中心から出発し, $v = 20 \text{ cm/s}$ で $y$ 軸の正方向 へ移動する

$c(x, y, z, t)$  は次式により求められる。

$$c(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^K c_k(x, y, z, t) \quad (5.50b)$$

簡単な例として後述の不等長格子網による拡散モデル(図-5.34)と同一の計算領域, 流れの場において, 図-5.35に破線で示す粒度分布をもつ土砂の拡散計算を行った。まず土砂を表-5.12に示す8階級の粒径群に分け, それぞれの粒径群における代表粒径, 沈降速度, 重量百分率を与えると, 全発生土砂量から各粒径群毎の発生量が定まる。いまこの全発生土砂量を  $50 \text{ kg/s}$  とすると各粒径群に対しては表-5.13の最右欄の値となる。つぎに, これら各粒径群に対して個々に図-5.34に示す  $(I, K) = (4, 1)$  に粒径群毎の土砂負荷をして計算する。次に計算開始後3時間で得られる濃度を代表10測点(位置は図-5.34に示す)について式(5.50b)に示すように加え合わせれば表-5.13の各測点最下欄に示す測点濃度が得られる。また同表から明らかのように, 各測点における粒径分布は土砂投入点から隔るに従ってより細かい粒径の方に偏り, 一樣粒径に近づくことがわかる。この状況は土砂投入点から隔る方向にとった測点①, ③, ⑥, ⑧, ⑨の土砂濃度の粒径加積曲線を示した図-5.35においてより明確に知ることができる。

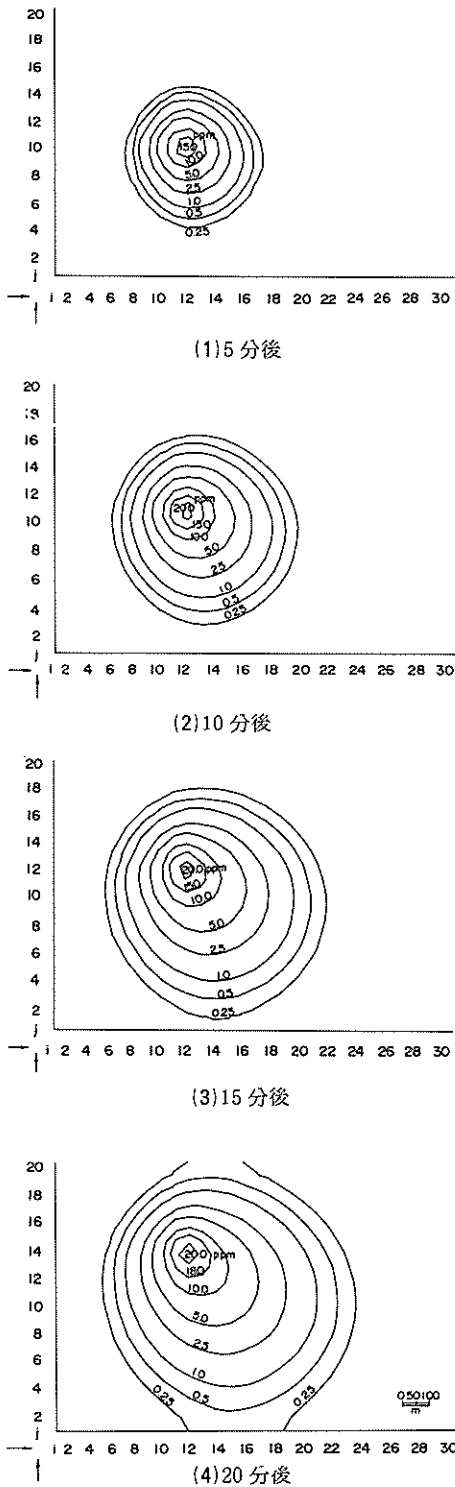


図-5.39 濃度分布(移動投入点)

#### d) 海底からの土砂の舞い上り

これまで述べた土砂拡散モデルの計算では、一度海底に到達した土砂は海底に堆積するか、または海底面を通じて計算の対象からはずれ、再び拡散に寄与することはないとしている。ところが埋立土砂の海中投入や浚渫などの現実の場合を考えると、拡散や沈降により海底に到達した土砂は再び舞い上り、さらに下流側へと運ばれる。この意味から海底からの土砂の舞い上りを無視することは、土砂の拡散量を過少評価することになり、場合によっては適切でない。

いま単位時間、単位面積当たりの海底面における土砂収支  $q$  は、沈降量を  $q_{sd}$  舞い上り量を  $q_{su}$  とすると、

$$q = q_{su} - q_{sd} \quad (5.51)$$

と表わされる。式(5.51)において

$$\left. \begin{aligned} q_{su} &= \beta w_o \rho_s \\ q_{sd} &= \gamma w_o \rho_s \end{aligned} \right\} \quad (5.52)$$

ここに、 $w_o$ : 土砂の沈降速度  
 $\rho_s$ : 土砂の密度  
 $\beta, \gamma$ : 定数

とすると、式(5.51)は次のように書き変えることができる。

$$q = \alpha w_o \rho_s \quad (5.53)$$

ここに、 $\alpha = \beta - \gamma$

したがって、 $\alpha$ の正、零、負によって海底面で土砂が舞い上るか、舞い上りと沈降が平衡状態にあるか、沈降するかが決まる。

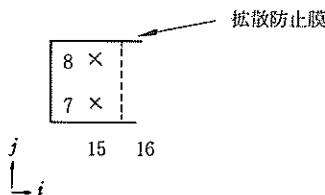
モデルでは式(5.51)中の沈降に関する項はすでに考慮済みであるため、残りの舞い上りに関する項：

$$q_{su} = \beta w_o \rho_s \quad (5.54)$$

を最下層においてのみ式(5.8)の右辺に付加すればよいことになる。

この舞い上り効果の現象を検証するため、図-6.30に示す計算領域で表-5.19(後述)に示された条件にて求められる流れの場に対して、舞い上り効果を入れないケースと舞い上り効果を考慮したケースとの拡散計算を行い両者を比較した。拡散計算は、図-5.36に示す  $I=2$ ,  $K=1$  の格子に  $Q=2t/h$  の土砂を連続投入し、拡散係数は  $D_x=D_y=2 \times 10^8 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $D_z=5 \times 10^2 \text{ cm}^2/\text{s}$ , 境界濃度と初期濃度は  $0 \text{ ppm}$ , 土砂沈降速度  $w_o=0.5 \text{ cm/s}$ , 土砂密度  $\rho_s=2.5 \text{ g/cm}^3$  とし、タイムステップ  $\Delta t=30$  秒で陽解法にて計算した

表-5.16 計算条件

$\Delta x, \Delta y$	300 m, 200 m, 150 m, 100 mの不等長格子
$\Delta t$	180 s
$\Delta z$	上層より 4 m, 4 m, 4 m, 3 m, 3 m, 3 mの6層
境界層	3層目と4層目の間
拡散防止策	中央コの字形に 0 m~12 mを遮蔽
拡散係数	水平方向 $10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$ 鉛直方向 $10^2 \text{ cm}^2/\text{s}$ ただし、境界層では零
沈降速度	$w_0 = 0.0 \text{ cm/s}$
投入量 及び投入差	(15, 8, 1), (15, 7, 1)にそれぞれ100 t/d  

(表-5.14 参照)。舞い上りを考慮した計算では式(6.37)の $\beta$ は $10^{-6}$ を与えた。

図-5.37および図-5.38はこのようにして求めた舞い上りなし、舞い上りありの20分、40分、1時間後の土砂濃度分布を示すものである。図-5.37、図-5.38の比較から明らかなように、海底からの土砂の舞い上りを考慮した場合は、20分後には海底付近や障壁背後の濃度が著しく上昇してくる。さらに40分、1時間後になると土砂投入点付近、および表層付近を除いてその差はさらに大きくなる。図-5.38の障壁下流部の分布はほぼ海底からの土砂の舞い上りによりできた濃度分布であり、この下流側の海底からの舞い上りも1時間前後ではほぼ定常に達していると考えられる。この状況は図-5.36中の点①~④における $\alpha$ 値(式(5.53)参照)を見るとより明らかである。すなわち同図において、障壁上流側の測点①、②では30分前後まで $\alpha > 0$ すなわち舞い上りであるが、それを過ぎると $\alpha < 0$ すなわち沈降を始め、時間と共に沈降量が増大する。これに対し障壁下流側の測点③、④では常に $\alpha > 0$ すなわち舞い上りで60分時点ではほぼ時間軸に平行となって舞い上り量が一定値に近づいていることがわかる。

このように海底からの土砂の舞い上りを考慮すると、

海底付近および土砂の投入点から離れた領域で、舞い上りを考慮しない結果よりも大きな濃度分布となる。この事実は当然の結果であるが、ここで採用した舞い上り効果は式(5.53)の形で表わされる単純な関係に $\beta=10^{-6}$ という値を仮定して求めたものである。現実の海底よりの舞い上りを考慮する場合には、式(5.53)の関係の妥当性、あるいは $\beta$ の値などについて実験または現地観測により十分検討しておく必要がある。

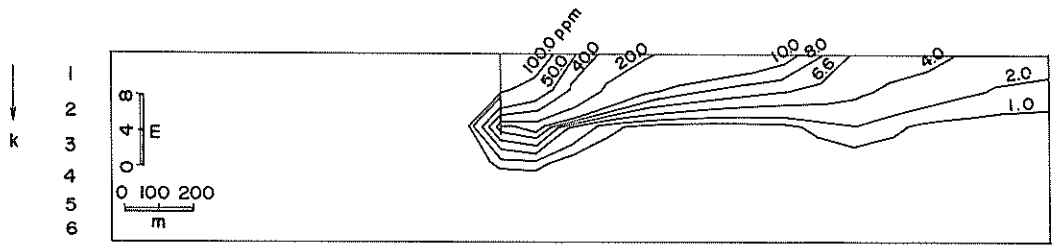
なお、海底よりの土砂の舞い上りのモデル化については5.3.4.においても乱数発生を利用したモンテカルロ法による解法の一例として取扱う。

#### e) 土砂の移動投入

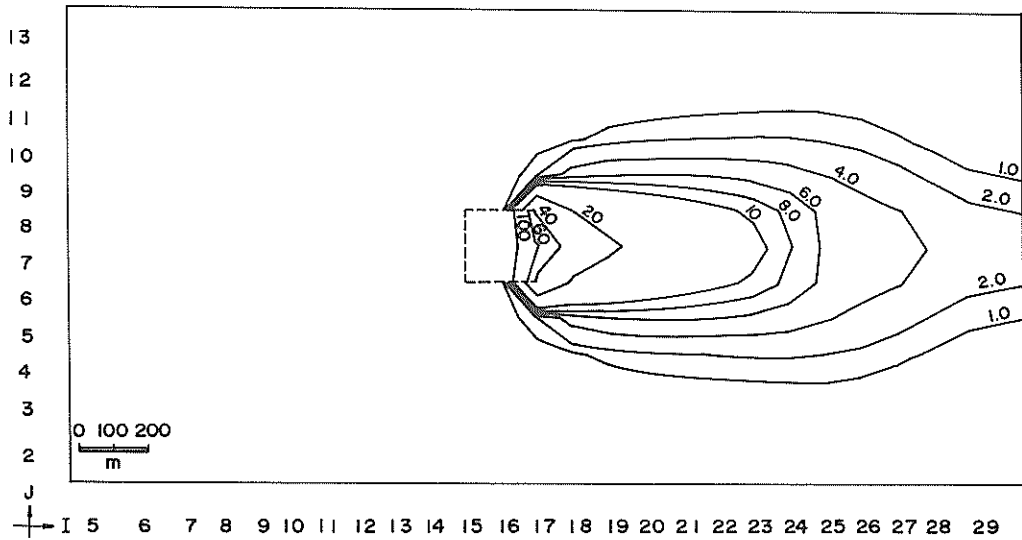
沈降拡散する土砂の発生源は、これまで取扱ってきたように固定されている場合と、埋立工事における土運船の土砂投入の場合のように、土砂の発生源(投入点)が時間的にも場所的にも変化する場合とが考えられる。この後者の場合の取扱いについて、つぎのような形でモデル化を考えた。

$$\text{投入点}(i, j) = \{i(t), j(t)\}$$

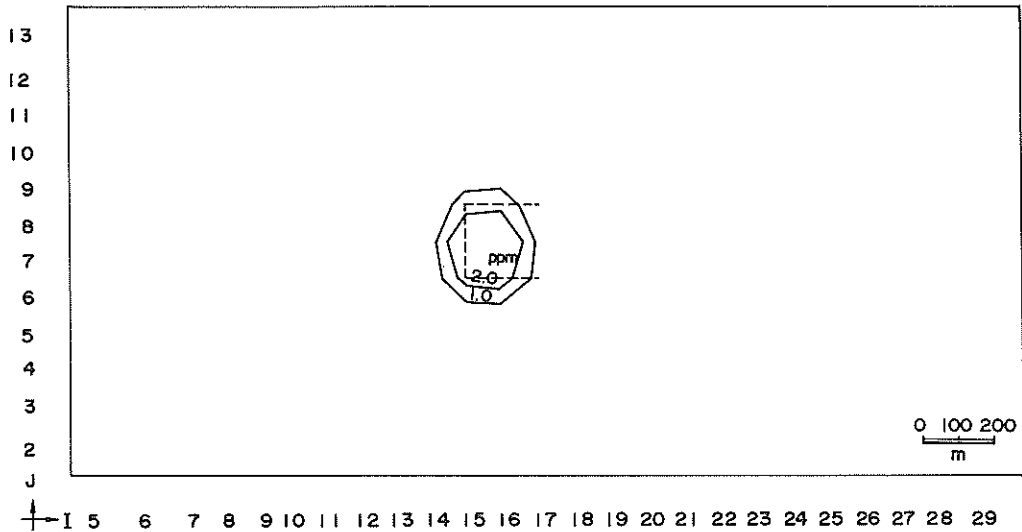
投入量 $Q$ についてはこれまでどおり



→ I 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29  
 (1) K~I 断面, J=8, 正→负方向転流時

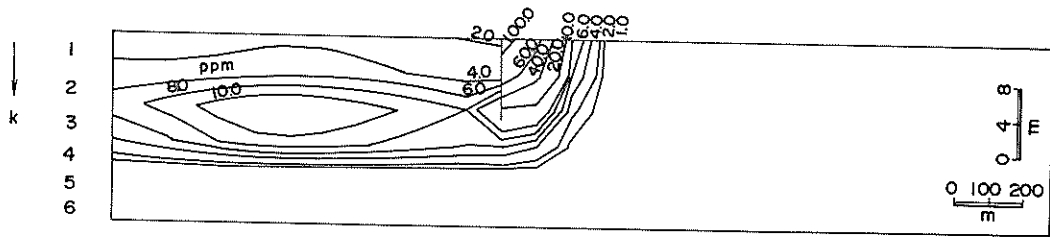


(2) I~J 断面, 第1層, 正→负方向転流時



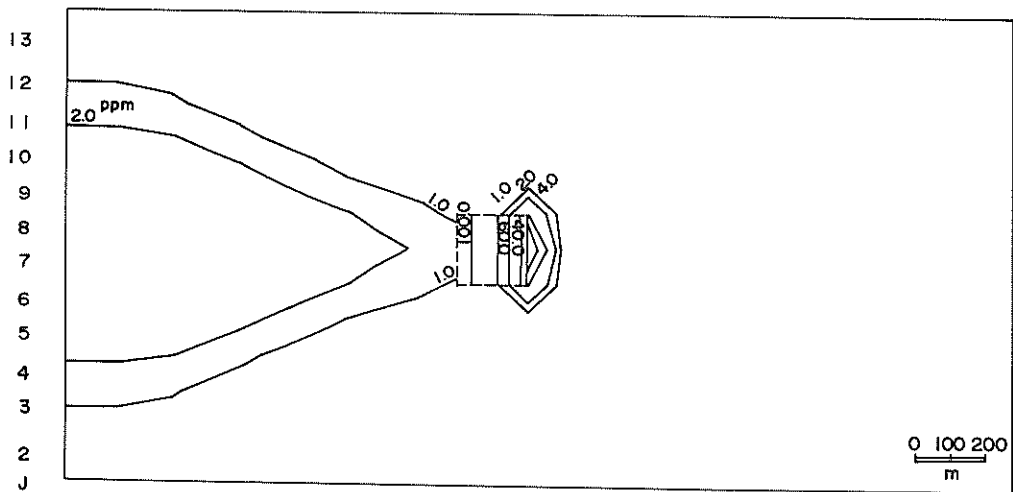
(3) I~J 断面, 第3層, 正→负方向転流時

图-5.40 土砂濃度分布 (单位: ppm)



→ I 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

(4) K~I 断面, J=8, 負→正方向転流時



↑ J 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

→ I 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

(5) I~J 断面, 第1層, 負→正方向転流時

図-5.40 土砂濃度分布 (単位: ppm)

投入量  $Q = Q(t)$

として時間的に変化し得るようにした。これら土砂投入点が移動する場合もこれまで同様、瞬間投入と連続投入の2種類が取扱えるようにした。

いま簡単な例題として、表-5.15に示す条件で土砂投入点が時間的に移動する場合の計算を行った。すなわち、計算領域は1500 m (x軸) × 1000 m (y軸) × 25 m (z軸)で格子を  $\Delta x = \Delta y = 50$  m,  $\Delta z = 4$  m (5層位)で分割し、流れを  $u = 20$  cm/s,  $v = w = 0$ , 全域一律に与え、拡散係数は、 $D_x = D_y = 2 \times 10^5$  cm<sup>2</sup>/s,  $D_z = 10^2$  cm<sup>2</sup>/sとした。土砂投入は、沈降速度  $w_0 = 0.1$  cm/sの土砂を投入量  $Q = 50$  kg/sの連続投入で、投入点を図-5.39に示す  $(I, J) = (11, 10)$  から、 $v = 20$  cm/sでy軸正方向に移動させた。境界および初期濃度は0とし、時間間隔  $\Delta t = 20$  s, 陽解法に

て計算した。図-5.39(1), (2), (3), (4)はこのようにして求めた計算開始後5分, 10分, 15分, 20分の第1層位における濃度の平面分布を示すものである。同図から各時刻での濃度最大値が投入点の移動に従ってy軸方向に移動し、またx方向の一定流速  $u$  によって等濃度線が拡大しているのが認められる。

f) 成層時の土砂拡散の計算例

5.1.3(1)d)で求めた流れの場合において沈降速度  $w_0 = 0$ , すなわち沈まない土砂をコの字型障壁の内部の2点、第1層よりそれぞれ100 t/dの割合で連続投入した場合の拡散を表-5.16に示す条件にて行った。

図-5.40(1)~(6)はこのような条件より求めた土砂投入開始後6時間(流れは負方向から正方向への転流時)における土砂の鉛直分布と第1層及び第3層(内部境界面上側)の土砂濃度分布を示すものである。拡散は概ね内部境界面より上の第1, 2, および3層位に限定され進行により



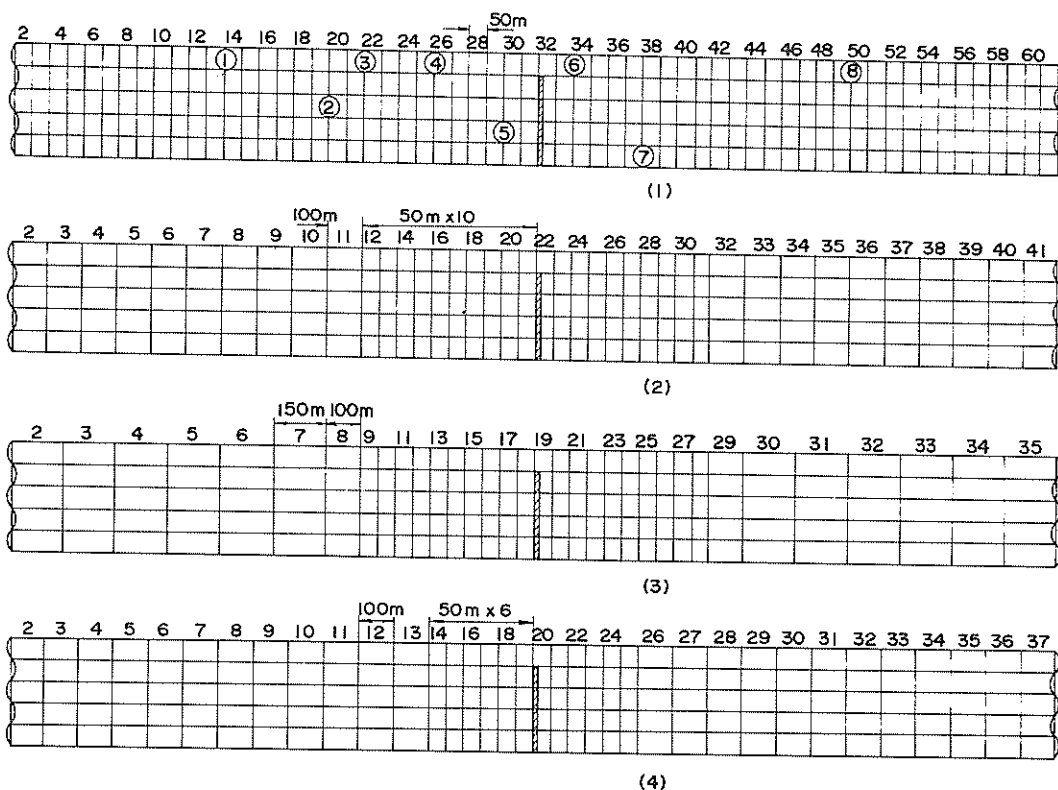


図-5.41 二次元モデルによる不等長格子網の適用例

境界面を通過する量のみが第4層位に拡がっている。障壁内の第1層位に投入された土砂は流れと共に水平方向に移流しながら鉛直拡散、鉛直方向の移流によって時間が経過するに従い、次第に第2、第3層へ濃度分布の中心が移行し、投入開始後6時間では第1層位で最も高かった土砂濃度は投入開始後12時間になると濃度が第2、第3層位で高くなっているのがわかる。

#### 5.1.4 不等長格子間隔の採用によるシミュレーションの合理化

##### (1) 流れモデルへの適用

三次元数値モデルに現われる諸量は各層位(レベル)の水平流速 $u$ ,  $v$ , 濃度 $c$ , 鉛直流速 $w$ , 水位 $\zeta$ 等の変数の他、渦動粘性係数、拡散係数、水深等の定数を加えるとこれらに必要な計算機記憶容量ならびに計算機占有時間は他の二次元モデルに比して莫大となる。

したがって計算機記憶容量や計算機占有時間を節約するためには、格子間隔をできるだけ粗にするか、計算領域をできるだけ縮小するなどの配慮が必要となる。ところが一方では、境界値の影響の問題、安定性

の問題などから計算領域はできるだけ大きくとる必要がある。このような相反する制約をできるだけ軽減するため、格子間隔を場所的に変化させた不等長格子網を採用し、特に計算の対象となる領域、あるいは地形、構造物などにより水位、流速の変化が著しい領域などに対しては格子間隔を小さく、逆にそれらの領域から遠ざかるに従って大きくする方法を考えた。

差分法で格子間隔を場所的に変化させる方法の一つとして、大きい方の格子の一辺に小さい方の格子の辺を複数個接続する方法があるが、このような方法では接続面での質量、運動量、エネルギー等の収支関係に留意しないと数値計算の安定性に支障をきたす。この問題点を避けるため、格子間隔は $x$ 方向、 $y$ 方向、 $z$ 方向には変化するが、隣り合うどの格子の接辺も1対1で共有するような格子分割を考えた。

不等長格子網による計算の第1段階として、図-5.41(1)~(4)に示す4種の格子分割に対してそのほぼ中央に第1層位(表層)のみ開の障壁を設置し、表-5.17に示す条件で流れの計算を行った。計算領域3000m(長

表- 5.17 不等長格子網による流れの計算条件  
(二次元モデル)

計算領域	3000 m × 50 m × 20 m
格子間隔	$\Delta x = 50 \text{ m}, 100 \text{ m}, 150 \text{ m}$ (図- 5.41 参照) $\Delta y = 50 \text{ m}$ $\Delta z = 4 \text{ m} \times 5 \text{ 層}$
拡散防止膜	$x = 1500 \text{ m}$ (中央) に $z = -4 \text{ m} \sim -20 \text{ m}$ を遮蔽
タイムステップ	$\Delta t = 600 \text{ sec}$
コリオリ係数	$f = 0$
抵抗係数	$r_b^2 = 0.0026$ (海底) $r_i^2 = 0.0001$ (境界面) $r_a^2 = 0.0$ (海面)
水平渦動粘性係数	$A_x = 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$ をベースとし、 拡散防止膜の左右 450 m から拡散防止膜に向かい、 $10^4$ から $10^9$ まで漸増させる。 $A_y = 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$
境界位置	図- 5.41 の左右波形の位置に流速を与える。
境界条件	左右の断面において断面平均で最大 20 cm/s になる様な 12 時間周期正弦波形で与える。深さ方向には対数曲線形流速分布公式により与える。右側境界では 214.3 s の位相遅れを与える。
解法	陰解法

さ) × 50 m (幅) × 20 m (深さ) に対し、 $\Delta y = 50 \text{ m}$  (1 格子のみ)、 $\Delta z = 5 \text{ m}$  (計 5 層位) で、 $x$  方向 3000 m を、(1)においては全域一律に  $\Delta x = 50 \text{ m}$  (計 60 格子) とした。(2)においては中央の障壁前後各格子を  $\Delta x = 50 \text{ m}$ 、他を  $\Delta x = 100 \text{ m}$  とした。(3)においては障壁前後各 10 格子を  $\Delta y = 50 \text{ m}$ 、この格子と接する障壁前後の各々 1 格子については  $\Delta x = 100 \text{ m}$ 、残りを  $\Delta x = 150 \text{ m}$  とした。(4)においては障壁前後各々 6 格子を  $\Delta x = 50 \text{ m}$ 、他を  $\Delta x = 100 \text{ m}$  とした。以上計 4 ケースの分割格子について、 $x$  方向両端から最大流速 20 cm/s (断面平均)、12 時間周期の正弦波流速を与え、 $\Delta t = 600$  秒で陰解法により流れの計算を行った。抵抗係数、水平渦動粘性係数などについては表- 5.17 に示す値を用いた。

このような条件で上述(1)~(4)の 4 ケースについて計算し、図- 5.41(1)に示す代表点①~⑧の 8 点の 9 時間目 ( $x$  軸負方向最強流時付近) 12 時間目 (転流時付近) の流速  $u$  について比較したものが表- 5.18 である。表- 5.20 によれば、ケース(1)に対するケース(2), (3), (4)の比(2)/(1), (3)/(1), (4)/(1)は、9 時間目の最強流時付近で各測点共ほとんど 100 % に近く、ケース別の差異は(4)がやや劣る程度であるが、12 時間目の転流時付近になるとケース間および測点間の差異が現われる。すなわち、ケース間の比は、障壁前後の等格子間隔領域内にある測点④, ⑤, ⑥および⑦ではほぼ 100 % に近いが、不等長格子間隔領域にある測点①, ②, ③および⑧では 70.5 ~ 479.2 % と 100 % から大きく離れる。これは流速の絶対値が小さくなること、およびケース間にわずかの位相遅れが生ずることによる結果である。このような相対誤差はケース(4)において顕著であり、計算領域内の総格子がほぼ等しいケース(3)と大いに異なる点である。ケース(4)が不等長格子間隔を採用しているケース(2), (3)に比して特に劣るのは、ケース(1)で転流時に障壁付近に発生する渦流(循環流)の発生領域を等格子間隔の格子網が包含していないことによるものと考えられる。これに対しケース(3)は格子総数において他のケースに比し小でかつ格子間隔  $\Delta x = 150 \text{ m}$  と最大のものを採用しているにもかかわらず、等格子間隔の格子網が渦流発生領域を覆っているれば計算される流れはケース(2)と大差ないことがわかる。

以上の結果から、渦流等の発生領域 — この領域は予備計算、模型実験その他適当な手段によりあらかじめ知る必要があるが — に対しては少くとも最小格子間隔で覆い、それより外側の領域に対しては段階的に格子間隔を大きくしても、転流時付近の流れが弱くて多少の位相遅れを生ずる場合を除けば、等格子間隔による計算とほぼ同一の結果が得られることがわかる。

隣り合う格子間の格子間隔は  $2/3 \sim 3/2$  の範囲にとった方が適当であることが別途検討により明らかになっている。

なお、上記ケース(1), (2), (3)および(4)に対し、総格子数はそれぞれ 60, 40, 34, 36、計算時間はケース(1)が 1 に対し、0.68, 0.58, 0.61 とほぼ格子総数に比例している。

次に  $y$  (幅) 方向にも広がりをもつ三次元モデルにおける不等長格子網について検討した。計算条件は表- 5.19 に示すとおりである。計算領域は流れの主流方向となる  $x$  軸方向が 2000 m、 $y$  軸方向が 500 m、水深 20 m とした。 $x$  軸方向中央やや左側寄りに両側面からそれぞれ長さ 150 m の障壁を全水深にわたって設置した。格子

表-5.18 不等長格子網ケース(1)~(4)の流速比較 (二次元モデル)

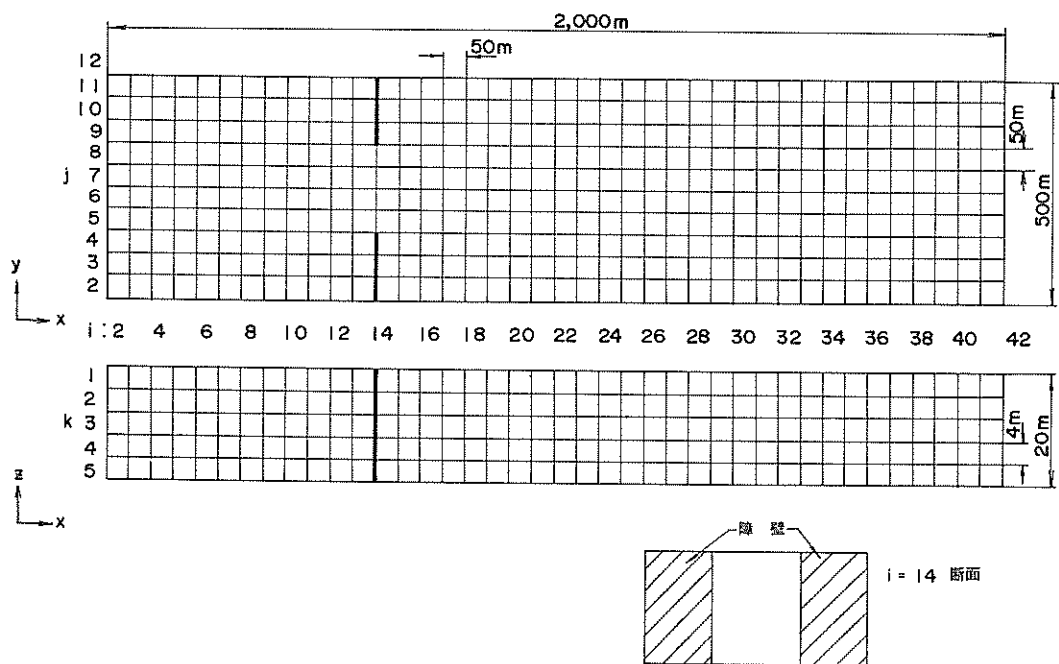
測点	流 速 $u$ (cm/s)				流 速 比 (%)			
	ケース	(1)	(2)	(3)	(4)	(2)/(1)	(3)/(1)	(4)/(1)
①	$u_{max}$	-20.28	-20.18	-20.16	-20.09	99.5	99.4	99.1
	$u_{min}$	-0.24	-0.43	-0.44	-1.15	179.2	183.3	479.2
②	$u_{max}$	-20.64	-20.68	-20.68	-20.56	100.2	100.2	99.6
	$u_{min}$	0.61	0.54	0.43	1.55	88.5	70.5	254.1
③	$u_{max}$	-18.91	-19.09	-19.10	-20.37	101.0	101.0	107.7
	$u_{min}$	-7.54	-6.09	-6.03	-11.51	80.0	80.0	152.7
④	$u_{max}$	-23.46	-23.47	-23.47	-25.02	100.0	100.0	109.7
	$u_{min}$	-24.54	-24.52	-24.52	-27.30	99.9	99.9	111.2
⑤	$u_{max}$	-6.98	-6.98	-6.99	-7.00	100.0	100.1	100.3
	$u_{min}$	8.66	8.66	8.66	8.87	100.0	100.0	102.4
⑥	$u_{max}$	-43.96	-44.04	-44.55	-44.55	100.2	100.2	101.3
	$u_{min}$	-18.20	-18.24	-18.70	-18.70	100.2	100.2	102.7
⑦	$u_{max}$	-21.16	-21.03	-21.02	-19.85	99.4	99.3	93.8
	$u_{min}$	2.08	2.11	2.12	2.16	101.4	101.9	103.8
⑧	$u_{max}$	-20.36	-20.63	-20.63	-20.26	100.8	101.3	99.5
	$u_{min}$	-0.83	-0.67	-0.62	-0.67	80.7	74.7	80.7

注)  $u_{max}$ :  $x$  負方向最強流時付近の流速 (9 時間目)

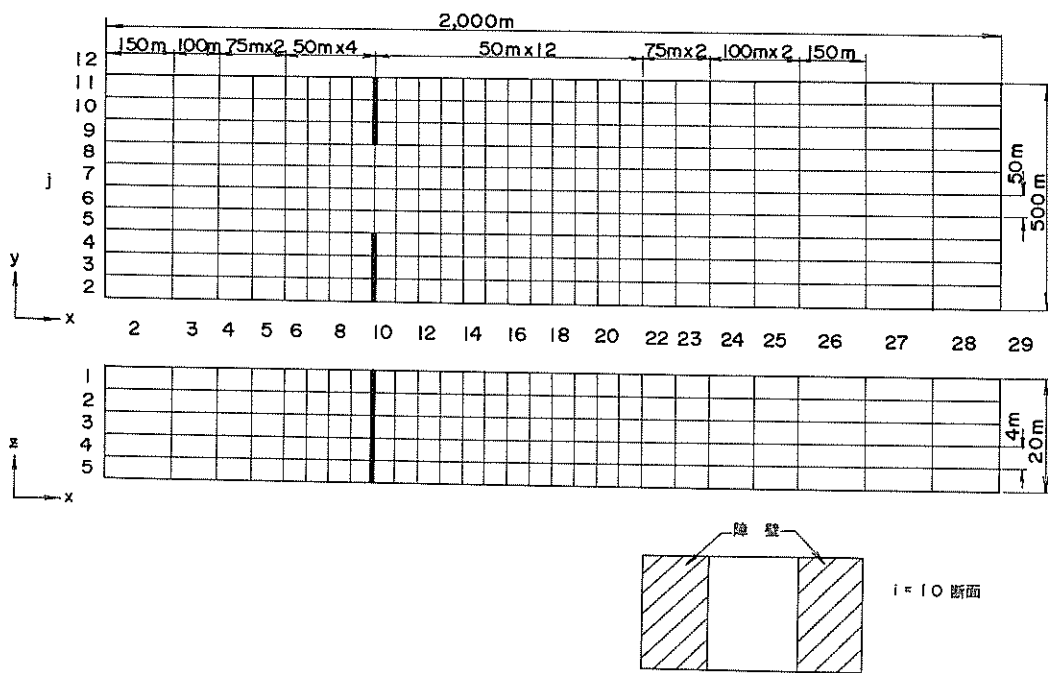
$u_{min}$ : 転流時付近の流速 (12 時間目)

表-5.19 不等長格子網による流れの計算条件 (三次元モデル)

	等 格 子 間 隔 網	不 等 長 格 子 間 隔 網
計 算 領 域	2,000 m × 500 m × 20 m	
格 子 間 隔	$\Delta x = \Delta y = 50$ m $\Delta z = 4$ m	$\Delta x = 50$ m ~ 150 m, $\Delta y = 50$ m $\Delta z = 4$ m
タイムステップ	$\Delta t = 600$ s	
コリオリ係数	$f = 0$	
抵 抗 係 数	前ケースと同じ $\tau_b^2 = 0.0026$ , $\tau_i^2 = 0.0001$ , $\tau_a^2 = 0$	
水 平 渦 動 粘 性 係 数	$A_x = A_y = 10^4$ cm/s をベースとし、障壁の左右 300 m から障壁に向かい向かい、 $10^4$ から $10^6$ まで漸増させる。	
境 界 位 置	$I = 2$ (左側), $I = 42$ (右側)	$I = 2$ (左側), $J = 29$ (右側)
境 界 条 件	前ケースと同じ, 最大 20 cm/s の正弦波形, 対数流速分布を仮定。	
解 法	陰 解 法	

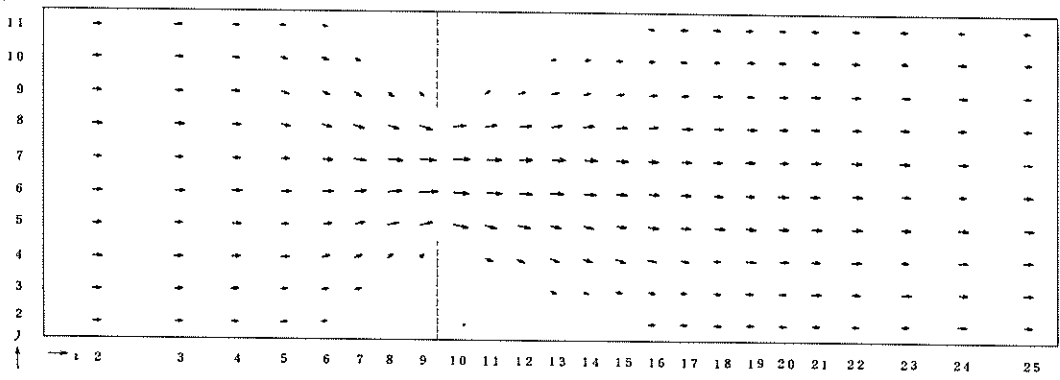


(1)等格子網

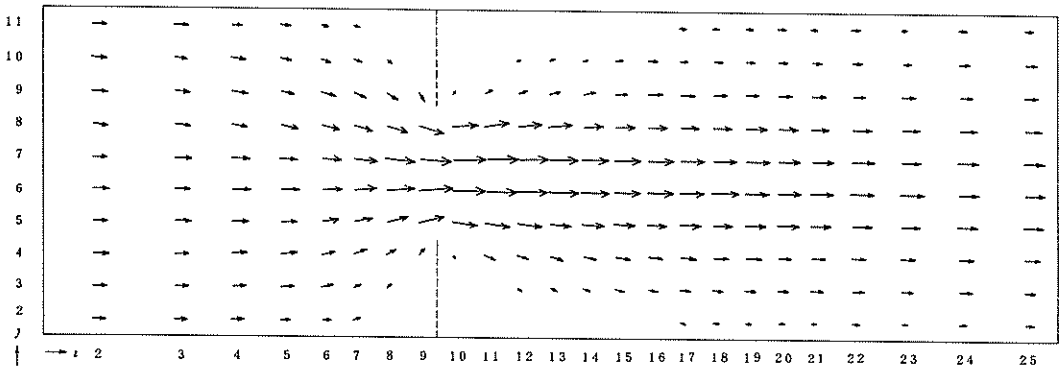


(2)不等長格子網

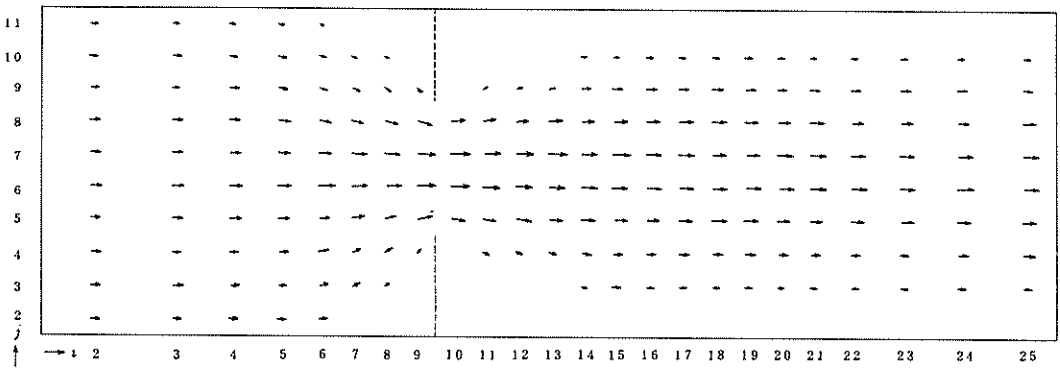
図-5.42 三次元モデルに対する不等長格子網の適用例



(1)1時間後

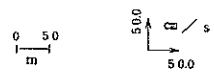


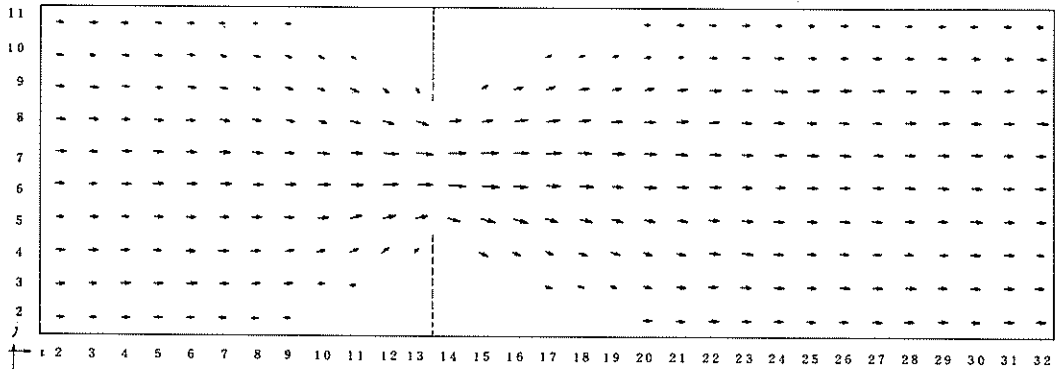
(2)2時間後



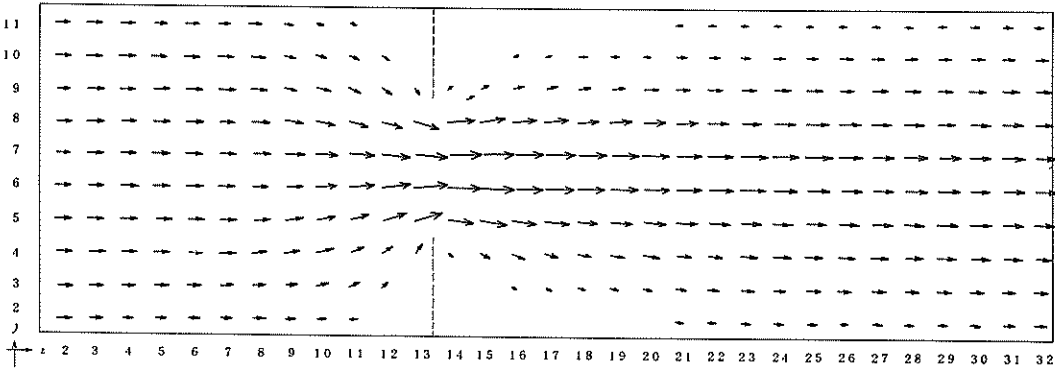
(3)3時間後

図-5.43 不等長格子網による流速ベクトル (第1層位)

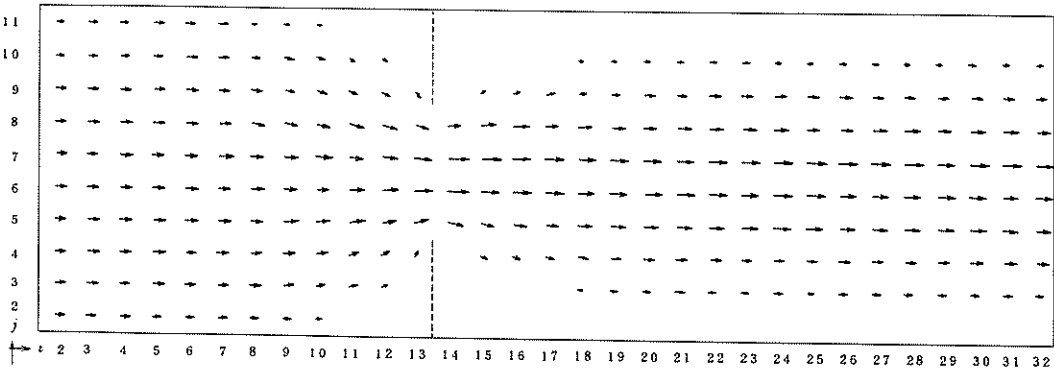




(1)1時間後



(2)2時間後



(3)3時間後

図-5.44 等格子網による流速ベクトル (第1層位)

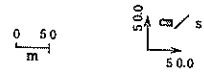


表- 5.20 代表点における流速( $u$ )の対比 (等格子網と不等長格子網による三次元流れの計算)

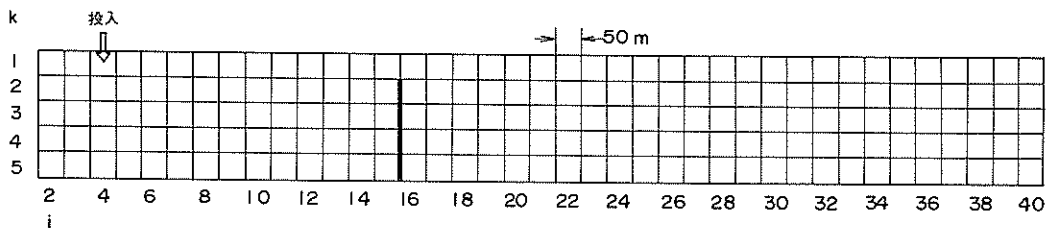
番号	注) ケース	地点 ( $i, j, k$ )	時 間					
			1	2	3	4	5	6
1	F (cm/s)	10, 6, 1	14.67	25.01	28.96	26.16	17.01	2.96
	FV (cm/s)	6, 6, 1	14.37	24.82	29.14	26.32	16.83	2.34
	FV/F (%)		98.0	99.2	100.6	100.6	98.9	79.1
2	F (cm/s)	10, 6, 5	14.52	24.07	26.41	21.50	10.63	-4.00
	FV (cm/s)	6, 6, 5	14.20	23.44	25.37	20.58	10.32	-3.19
	FV/F (%)		97.8	97.4	96.1	95.7	97.1	79.8
3	F (cm/s)	14, 6, 1	27.70	48.47	56.34	49.21	28.99	1.11
	FV (cm/s)	10, 6, 1	27.69	48.47	56.35	49.27	29.09	1.15
	FV/F (%)		100.0	100.0	100.0	100.1	100.3	103.6
4	F (cm/s)	14, 6, 1	27.63	48.05	55.32	47.95	26.93	-1.28
	FV (cm/s)	10, 6, 5	27.63	48.05	55.29	47.48	26.78	-1.32
	FV/F (%)		100.0	100.0	99.9	99.8	99.4	103.1
5	F (cm/s)	22, 6, 1	13.05	28.30	36.41	33.61	21.75	6.32
	FV (cm/s)	18, 6, 1	13.07	28.34	36.45	33.62	21.81	6.42
	FV/F (%)		100.2	100.1	100.1	100.0	100.3	101.6
6	F (cm/s)	22, 6, 5	12.68	25.96	30.88	24.74	9.87	-5.25
	FV (cm/s)	18, 6, 5	12.70	25.99	30.91	24.74	9.93	-5.01
	FV/F (%)		100.2	100.1	100.1	100.0	100.6	95.4
7	F (cm/s)	15, 3, 1	0.12	-0.20	-0.42	-0.30	-0.004	-0.08
	FV (cm/s)	11, 3, 1	0.11	-0.22	-0.43	-0.31	-0.004	-0.08
	FV/F (%)		91.7	110.0	102.4	103.3	100.0	100.0
8	F (cm/s)	15, 3, 5	0.12	-0.24	-0.57	-0.61	-0.46	-0.54
	FV (cm/s)	11, 3, 5	0.11	-0.25	-0.58	-0.63	-0.48	-0.56
	FV/F (%)		91.7	104.2	101.8	103.3	104.3	103.7

注) F : 等格子網による計算  
FV : 不等長格子網による計算

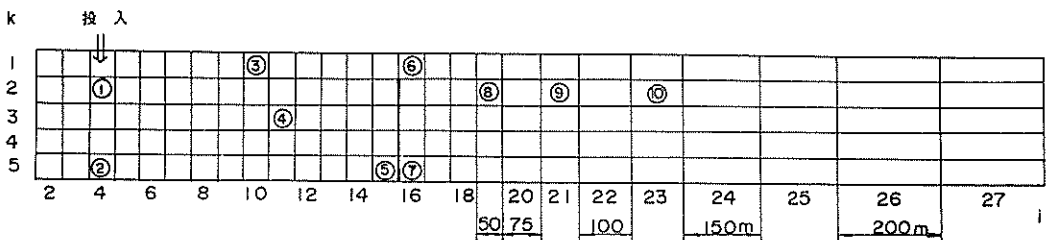
分割は図- 5.42(1), (2)に示すように  $\Delta x = \Delta y = 50\text{m}$  の等格子間隔によるものと、不等長格子間隔によるものとした。不等長格子間隔に対しては図- 5.42(2)に示すように、 $x$  方向障壁上流側 4 格子と下流側 12 格子を  $\Delta x = 50\text{m}$ 、それらに接続する 2 格子を  $\Delta x = 75\text{m}$ 、さらに外側の上流側 1 格子、下流側 2 格子を  $\Delta x = 100\text{m}$ 、それ以外を  $\Delta x = 150\text{m}$  とした。 $\Delta y$  はすべて  $50\text{m}$  とした。また  $z$  方向に

は(1), (2)共  $\Delta z = 4\text{m}$  の 5 層位とした。

境界での流速は前例と同一条件、すなわち  $x$  軸左右の断面において断面平均的に最大流速  $20\text{cm/s}$  になるような正弦波流速 (周期 12 時間) を与え、深さ方向には対数流速分布を仮定した。対称性を確保するため、コリオリ係数は 0 とした。海面、海底および層間の摩擦係数、水平渦動粘性係数等は前例と全く同一とし、 $\Delta t = 600$  秒、



(1)等格子網



(2)不等長格子網

図-5.45 不等長格子網の拡散モデルへの適用

表-5.21 不等長格子網による拡散計算条件

計算領域	1950 m × 50 m × 20 m
格子間隔	$\Delta x = 50 \text{ m}; 75 \text{ m}, 100 \text{ m}, 150 \text{ m}, 200 \text{ m}$ $\Delta y = 50 \text{ m}$ $\Delta z = 4 \text{ m}$
拡散防止膜	$I = 16$ の位置で $z = -4 \text{ m} \sim -20 \text{ m}$ を遮蔽
タイムステップ	$\Delta t = 10 \text{ s}$
水平拡散係数	$K_x = 5 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$
境界条件	$I = 2, I = 41 (I = 28)$ で $c = 0$
解法	陽解法
沈降速度	$w_0 = 0.2 \text{ cm/s}$
土砂投入量	$i = 4, k = 1 \sim Q = 3 \text{ kg/s}$ 連続投入

陰解法にて計算した。

図-5.43(1), (2), (3)は等格子間隔による計算開始後1時間, 2時間および3時間の第1層位の流速分布( $u, v$ )を示したものである。同様に図-5.44(1), (2), (3)は不等長格子間隔による計算開始後1時間, 2時間および3時間の第1層位の流速分布( $u, v$ )を示したものである。さらに表-5.20は代表点8点における流速 $u$ について等格子間隔による計算と不等格子間隔による計算結果とを対比したものである。不等長格子網中の等格子間隔領域が十分広くとられていることにもよるが、両者のこ

の程度の差異は実用上ほとんど問題ないと思われる。

また本例の格子総数は等格子間隔による前例のその約7/10であったが、計算時間の方もほぼこの割合で節約することができた。

#### (2) 拡散モデルへの適用

不等長格子網の拡散モデルへの適用性を検討するため図-5.45(1), (2), に示す格子網を考えた。計算領域は1950 m ( $x$ 軸方向) × 50 m ( $y$ 軸方向) × 20 m ( $z$ 軸方向)で、 $x$ 軸中間に第1層位のみ開の障壁を底面から鉛直上向きに設置した。格子分割は $y$ 方向を $\Delta y = 50 \text{ m}$  (1格子),  $z$ 方向を $\Delta z = 4 \text{ m}$  (5格子)とした。 $x$ 方向については、不等長格子網として図-5.45(2)に示すように障壁前後を $\Delta x = 50 \text{ m}$  (計18格子), その外側を $\Delta x = 75 \text{ m}$  (計2格子),  $\Delta x = 100 \text{ m}$  (計2格子),  $\Delta x = 150 \text{ m}$  (計2格子),  $\Delta x = 200 \text{ m}$  (計2格子)とした。また比較のため、等格子網による計算を図-5.45(1)に示すように $\Delta x = 50 \text{ m}$  (計39格子)にて行った。

主な計算条件は表-5.21に示すとおりである。すなわち、沈降速度 $w_0 = 0.2 \text{ cm/s}$ の土砂を図-5.45(1), (2)に示す $I = 4, K = 1$ の格子に $3 \text{ kg/s}$ で連続投入し、 $\Delta t = 10 \text{ 秒}$ , 陽解法にて計算した。またこの拡散計算のための流れは、図-5.45(1), (2)の $x$ 軸両端において断面平均で最大 $16 \text{ cm/s}$ の正弦波流速(周期12時間)を、深さ方向には対数流速分布を仮定し、コリオリ係数、抵抗係数、水平渦動粘性係数等については表-5.17に示すものと同一条件を与えて求めた。



表-5.22 代表点における濃度の対比

測点番号	ケース	地点 (i, k)	1 時間目	2 時間目	3 時間目
1	F (ppm)	(19, 1)	1.207	2.553	4.186
	VI (ppm)	(19, 1)	1.205	2.539	4.164
	VI/F (%)		99.8	99.5	99.5
2	F (ppm)	(27, 1) ~ (29, 1) (24, 1) 注)	0.167	0.661	1.523
	VI (ppm)		0.157	0.624	1.468
	VI/F (%)		94.0	94.4	96.4
3	F (ppm)	(27, 3) ~ (29, 3)	0.171	1.252	2.438
	VI (ppm)	(24, 3)	0.162	1.190	2.325
	VI/F (%)		94.7	95.0	95.4
4	F (ppm)	(27, 5) ~ (29, 5)	0.033	0.787	2.075
	VI (ppm)	(24, 5)	0.031	0.746	1.972
	VI/F (%)		93.9	94.8	95.0
5	F (ppm)	(33, 1) ~ (36, 1)	0.033	0.220	0.626
	VI (ppm)	(26, 1)	0.031	0.202	0.590
	VI/F (%)		93.9	91.8	94.2
6	F (ppm)	(33, 3) ~ (36, 3)	0.044	0.620	1.447
	VI (ppm)	(26, 3)	0.041	0.578	1.375
	VI/F (%)		93.2	93.2	95.0
7	F (ppm)	(33, 5) ~ (36, 5)	0.009	0.411	1.336
	VI (ppm)	(26, 5)	0.008	0.380	1.261
	VI/F (%)		88.9	92.5	94.4
8	F (ppm)	(37, 1) ~ (40, 1)	0.010	0.081	0.256
	VI (ppm)	(27, 1)	0.009	0.081	0.266
	VI/F (%)		90.0	92.5	103.9
9	F (ppm)	(37, 3) ~ (40, 3)	0.014	0.262	0.671
	VI (ppm)	(27, 3)	0.013	0.264	0.701
	VI/F (%)		92.9	100.8	104.5
10	F (ppm)	(37, 5) ~ (40, 5)	0.003	0.176	0.627
	VI (ppm)	(27, 5)	0.002	0.168	0.626
	VI/F (%)		66.7	95.5	99.8

注) (27, 1) ~ (29, 1) 等は, (27, 1),  
(28, 1), (29, 1) の平均を示す。

F : 等格子網による計算

VI : 不等長格子網による計算

このようにして土砂濃度を計算し、図-5.45(2)に示す代表点①~⑩の10点について土砂投入開始後1時間、2時間および3時間の濃度を等間隔格子網による結果、不等間隔格子網による結果、およびこれらの比を示したものが表-5.22である。この結果によると、いずれの測点も一定時間が経過すれば等間隔格子網による計算結果と不等間隔格子網による計算結果との差は小さくなり、投入開始後3時間ではその差異はほとんど5%内外となっている。1時間後で10%またはそれ以上の差異が現われているのは濃度の絶対値が小さく桁落ちしているためである。したがって図-5.45(2)に示したような不等間隔格子網なら実用上ほとんど差支えないといえる。

上述計算において $x$ 軸方向の格子総数は等間隔格子網が39、不等間隔格子網が26で、後者の計算時間は前者のほぼ $2/3$ であった。

なお、上述の計算は $y$ 方向は一様としたモデルであるが、 $y$ (幅)方向にも不等長格子間隔をとり入れた三次元モデル—先述の混合粒径をもつ土砂が流れによりふるい分けられる効果を検討したもの—においてもその適用性が十分認められた。

## 5.2 MAC法による解法

### 5.2.1 概 説

5.1で扱ったモデルは、濁り発生点(この場合格子)内では土砂の投入後瞬時のうちに一定均一濃度になり、鉛直、すなわち水深方向には一様又は一定の濃度分布を仮定することにより以後の拡散過程を取扱うものであった。ところが、海上における土運船からの土砂投下の例に示されるように、小時間スケールの局所的な現象を把握するには上述のような取扱いは不都合である。また場合によっては土砂混入直後の流れや濃度分布をより現実に近い状態で再現することが以後の一定時間経過後の拡散予測の精度を上げるためにも必要となる。

本節では、海面付近から投下された土砂が水中を落下し海底に着底後海底付近に沿って周囲に拡がる現象をMAC (Marker and Cell)法により解析する手法とその適用例について述べる。

### 5.2.2 数値モデル

#### (1) MAC法の特徴

鉛直堰の開放直後の流出、密度の異なる二層境界面の混合破壊、水面への水滴の落下、砕波などのように、非圧縮流体の過渡的な非常運動においては、自由表面や内部境界面などの時々刻々の位置が重要になる。このため、流体中に適当なマーカーと呼ばれる標識子を配置し、

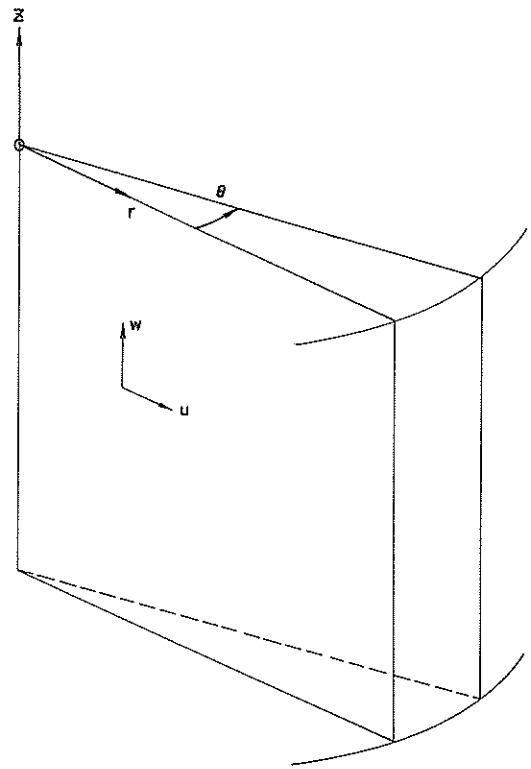


図-5.46 円筒座標系

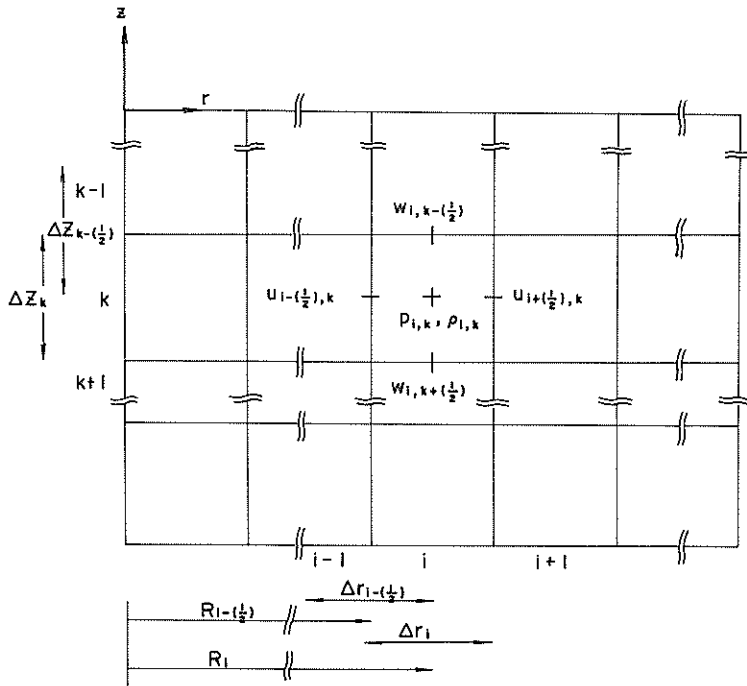
流体の運動に伴って移動するマーカーの位置によってこれらの境界面を識別し解析するという手法をとるのがMAC法の本来の考え方である。マーカーには単に位置を示すトレーサー的な特性のみを与える境界(又は位置)マーカーと、マーカーに密度、濃度その他の物理的な特性をも与えた物性マーカーとがある。

MAC法は、Harlow, F.H. (1965)らを中心に、自由表面をもつ非定常圧縮流れの計算手法として開発されたもので、その後上述のような過渡的な現象の数値解析に応用されている。<sup>7)</sup>

このようにMAC法は過渡的な現象の解析に有利であるばかりでなく、マーカーにより流れやその他の物理的な特性が可視化されるという点にも大きな長所があり、複雑な水理現象のモデル化に対して有力な手段になり得るものと思われる。

#### (2) 土砂の沈降拡散への応用<sup>8)</sup>

海上での埋立工事において土運船の船底から投下された土砂は、鉛直下方に落下し着底後は水平方向に向きを



図— 5.47 変数の定義

変えて周囲に広がる。土砂の投下が静水中で行われても土砂投下により誘起された流れおよびその乱れによって移流分散される。海底付近に沿って放射状に走る土砂粒子の先端は環状をなし時間と共に外縁方向に拡散する。

一般には土砂投下地点周辺には流れがあるため、土砂の拡散はこの流れの影響をも受ける。

本節では、このような現象のモデル化の第一段階として、土砂投下時において場の流れはなく、土砂の沈降拡散は投下点を通る鉛直軸に対して軸対称であると仮定できる場合を取扱う。このように仮定すると、流れや土砂粒子の位置・濃度は図— 5.46 に示されるような円筒座標系により表わすことができる。同図において、平均海面の一点を原点にとり鉛直上向きに  $z$  軸を、 $z$  軸より半径方向外向きに距離  $r$  をとるものとする。

### (3) 基本式とその差分表示

図— 5.46 に示された円筒座標系内において、土砂の投下により誘起される流体の運動 ( $u, w$ ) — ここに  $u$ : 半径  $r$  方向の流速,  $w$ : 鉛直  $z$  方向の流速 — は、 $r$  方向の運動方程式:

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$= - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu_r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) \right) + \mu_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (5.55)$$

および連続の式:

$$\frac{\partial}{\partial r} (ru) + r \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5.56)$$

により表わされる。ここに、 $\rho$ : 海水密度,  $\mu_r, \mu_z$ : 流体の  $r, z$  方向の粘性係数,  $p$ : 圧力である。

なお後述するように、土砂の濃度に応じて海水密度  $\rho$  は変化し、式 (5.55) において右辺第 1 項の圧力項に反映されるが、式 (5.56) においては土砂濃度による体積変化は無視し得るものとして取扱われている。

次に図— 5.47 に示されるような空間分割および変数の配置を定義することにより、基本式 (5.55), (5.56) の微分方程式はつぎのような差分式に変換される。

まず式 (5.55) に対し点  $(i - (1/2), k)$  において、

$$\rho_{i-(1/2),k}^{(n)} \cdot \left( \frac{u_{i-(1/2),k}^{(n+1)} - u_{i-(1/2),k}^{(n)}}{\Delta t} + u_{i-(1/2),k}^{(n)} \cdot \frac{u_{i+(1/2),k}^{(n)} - u_{i-(1/2),k}^{(n)}}{\Delta r_{i-a}} \right)$$

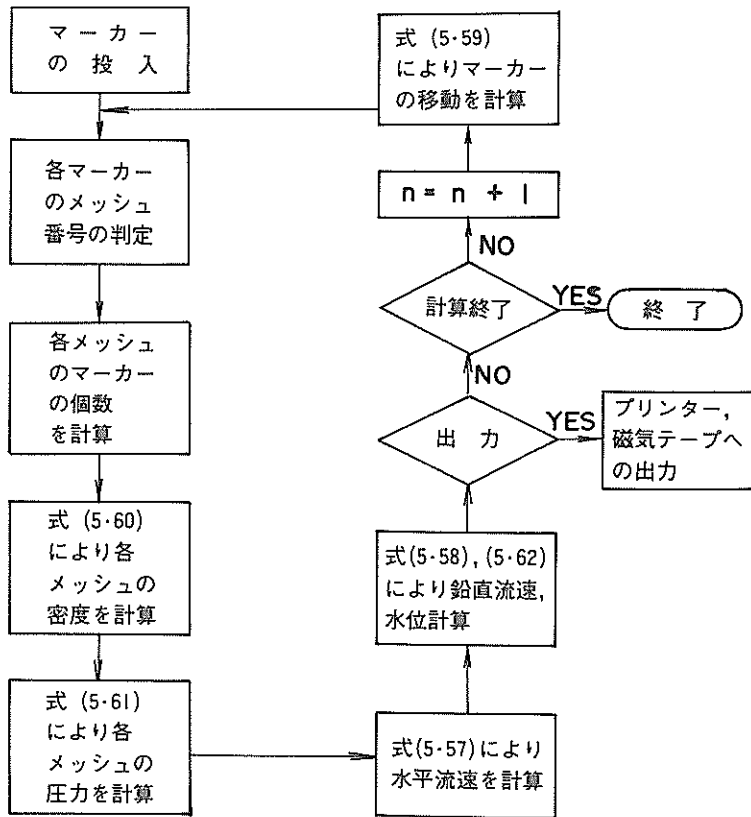


図-5.48 計算フロー

$$\begin{aligned}
 & + w_{i-(1/2),k}^{(n)} \cdot \frac{u_{i-(1/2),k-1+b}^{(n)} - u_{i-(1/2),k+b}^{(n)}}{\Delta z_{k-(1/2)+b}} \\
 & = - \frac{\dot{p}_{i,k}^{(n)} - \dot{p}_{i-1,k}^{(n)}}{\Delta r_{i-(1/2)}} \\
 & + \mu_r \cdot \frac{1}{\Delta r_{i-(1/2)}} \\
 & \cdot \left( \frac{1}{R_i} \cdot \frac{R_{i+(1/2)} u_{i+(1/2),k}^{(n)} - R_{i-(1/2)} u_{i-(1/2),k}^{(n)}}{\Delta r_i} \right. \\
 & \left. - \frac{1}{R_{i-1}} \cdot \frac{R_{i-(1/2)} u_{i-(1/2),k}^{(n)} - R_{i-(3/2)} u_{i-(3/2),k}^{(n)}}{\Delta r_{i-1}} \right) \\
 & + \mu_z \cdot \frac{1}{\Delta z_k} \left( \frac{u_{i-(1/2),k-1}^{(n)} - u_{i-(1/2),k}^{(n)}}{\Delta z_{k-(1/2)}} \right. \\
 & \left. - \frac{u_{i-(1/2),k}^{(n)} - u_{i-(1/2),k+1}^{(n)}}{\Delta z_{k+(1/2)}} \right) \quad (5.57)
 \end{aligned}$$

となり、式(5.56)に対しては点  $(i, k)$  において

$$\frac{R_{i+(1/2)} u_{i+(1/2),k}^{(n+1)} - R_{i-(1/2)} u_{i-(1/2),k}^{(n+1)}}{\Delta r_i}$$

$$+ R_i \cdot \frac{w_{i,k-(1/2)}^{(n+1)} - w_{i,k+(1/2)}^{(n+1)}}{\Delta z_k} = 0 \quad (5.58)$$

となる。ここに、 $\Delta r$ : 水平空間分割幅、 $\Delta z$ : 鉛直空間分割幅、 $R$ : 中心軸からの水平距離である。式(5.57)、(5.58)中の各変数の右側の添字は空間座標値を、右肩の添字は時間レベルをそれぞれ表す。また式(5.57)中の海水密度  $\rho$  および圧力  $p$  は後述する方法によって与えられる。なお同式中の左辺右側に現われる添字の  $a$ 、 $b$  は上流差分にするためのパラメーターで、 $a$  については  $u_{i-(1/2),k}^{(n)}$ 、 $k \geq 0$  に対して  $a=1$ 、 $u_{i-(1/2),k}^{(n)}$ 、 $k < 0$  に対して  $a=0$  である。 $b$  についても同様である。

(4) マーカー移動に伴う海水密度と圧力の計算

所定の空間に配置されたマーカーは、その場の流れおよび沈降速度により移動し、 $n \Delta t$  時間レベルでの中心軸からの水平距離  $l_r^{(n)}$  および海底からの高さ  $l_z^{(n)}$  は  $(n-1) \Delta t$  時間レベルの値  $l_r^{(n-1)}$ 、 $l_z^{(n-1)}$  を用いて次のように表わすことができる。

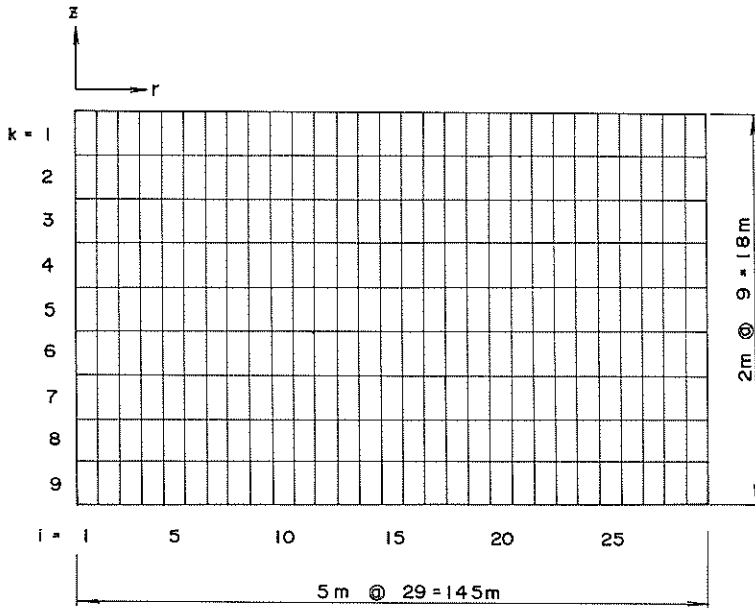


図-5.49 空間分割

$$\left. \begin{aligned} l_r^{(n)} &= l_r^{(n-1)} + u^{(n)} \cdot \Delta t \\ l_z^{(n)} &= l_z^{(n-1)} + w^{(n)} \cdot \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (5.59)$$

ここに、 $(u, w^{(n)})$ ：半径方向に前後、鉛直方向に上下の隣接する計4点の流速を用いマーカーの距離に応じて線型補間された流速 $(u, w)$ を表す。沈降速度 $(w_0)$ を考慮する場合には式(5.59)の $w^{(n)}$ に $w_0$ が加算される。

式(5.59)により移動したマーカー（この場合質量をもたせた物性マーカー）により新たに決定される各メッシュの密度 $\rho_{i,k}^{(n)}$ は円筒座標系を考慮して次のように計算される。

$$\rho_{i,k}^{(n)} = \rho_0 + \frac{N_{i,k}^{(n)} W_m}{R_{i+(1/2)} \Delta r_i \Delta z_k} \quad (5.60)$$

ここに、 $\rho_0$ ：海水密度、 $N_{i,k}^{(n)}$ ：単位の中心角（すなわち $\theta = 1$ ラジアン）をもつ $(i, k)$ メッシュ内の時刻 $n \Delta t$ におけるマーカーの個数、 $W_m$ ：マーカー1個当りの質量である。

このようにして求められた各メッシュの海水密度 $\rho_{i,k}^{(n)}$ から各メッシュの中心における圧力 $p_{i,k}^{(n)}$ が次のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} p_{i,k}^{(n)} &= p_0 + \rho_{i,1}^{(n)} \cdot g \left( \frac{\Delta z_i}{2} + \zeta_i^{(n)} \right) \end{aligned} \right\} \quad (k=1, \text{最上層})$$

$$\left. \begin{aligned} p_{i,k}^{(n)} &= p_{i,k-1}^{(n)} + \frac{1}{2} g (\rho_{i,k-1}^{(n)} \cdot \Delta z_{k-1} + \rho_{i,k}^{(n)} \cdot \Delta z_k) \\ &\quad (k > 2) \end{aligned} \right\} \quad (5.61)$$

ここに、 $\zeta_i^{(n)}$ は平均水位からの水面の高さで次式により求められる。

$$\zeta_i^{(n)} = \zeta_i^{(n-1)} - \frac{\Delta t}{R_i \Delta r_i} \sum_{k=1}^K \left[ \Delta z_k (r_{i+(1/2)} u_{i+(1/2),k}^{(n)} - r_{i-(1/2)} u_{i-(1/2),k}^{(n)}) \right] \quad (5.62)$$

#### (5) 境界条件

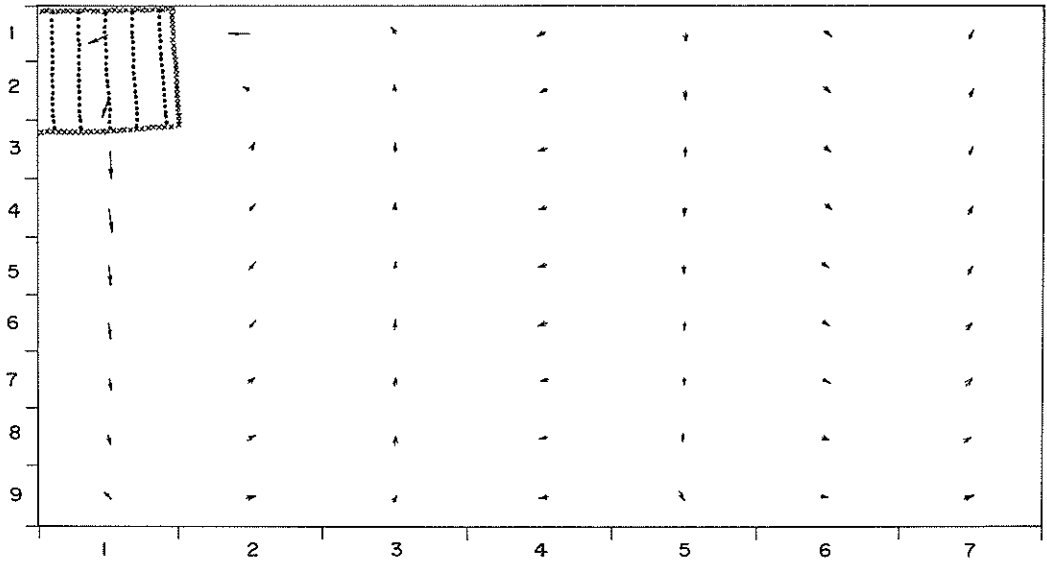
中心軸上の水平流速 $u_{\frac{1}{2},k}$ は0とする。一方計算領域最外縁 $i = IE$ の水平流速 $u_{IE,k}$ と $i = IE - 1$ における水平流速 $u_{IE-1,k}$ との間に次の関係式を与える。

$$u_{IE,k} = \frac{R_{IE-1}}{R_{IE}} u_{IE-1,k} \quad (5.63)$$

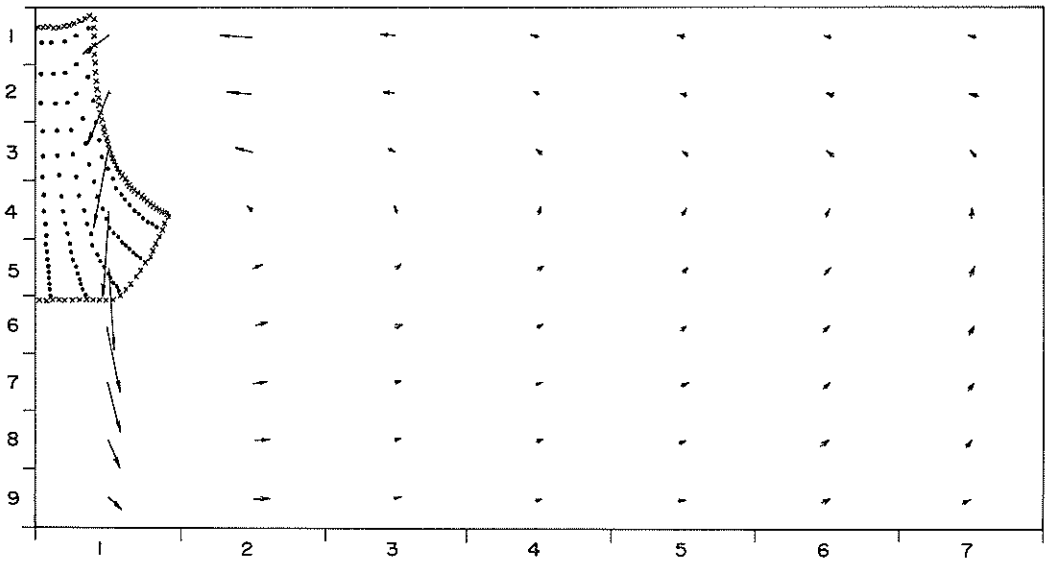
また最外縁の水位 $\zeta_{IE}$ は0に固定する。海底面における鉛直流速 $w_{i,k+(1/2)}$ も、海底面が水平であるため、常に0となる。

#### (6) 計算手順

マーカーの投入に始まる計算の手順を示すと図-5.48の

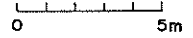
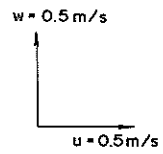


(1) 2 秒後



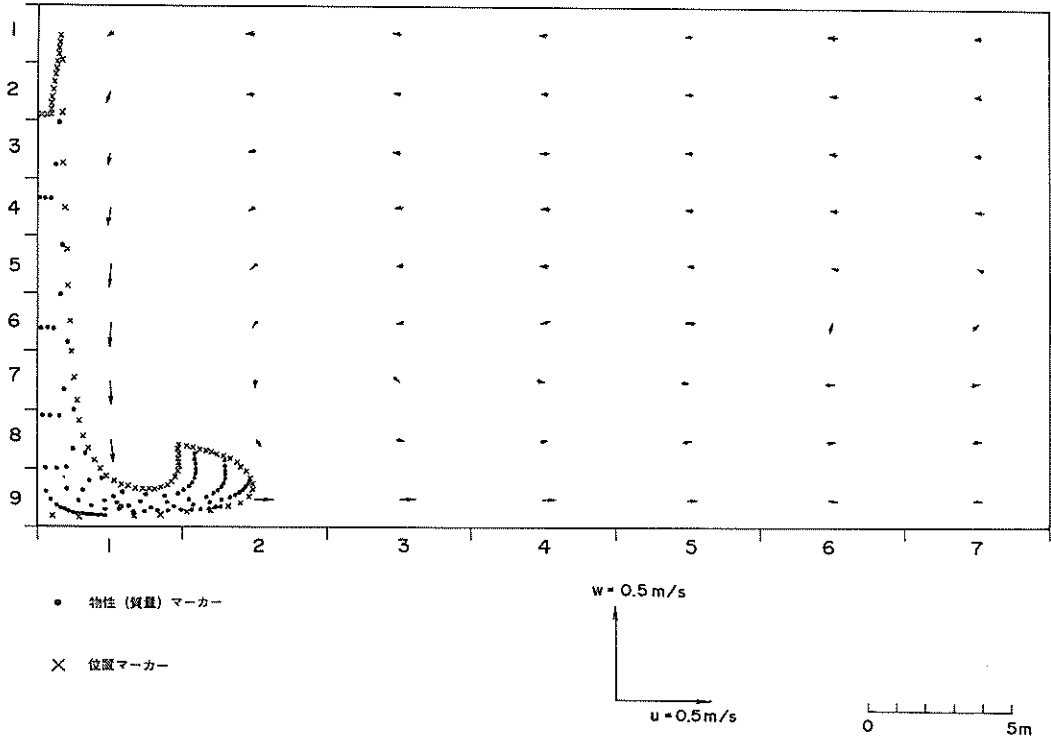
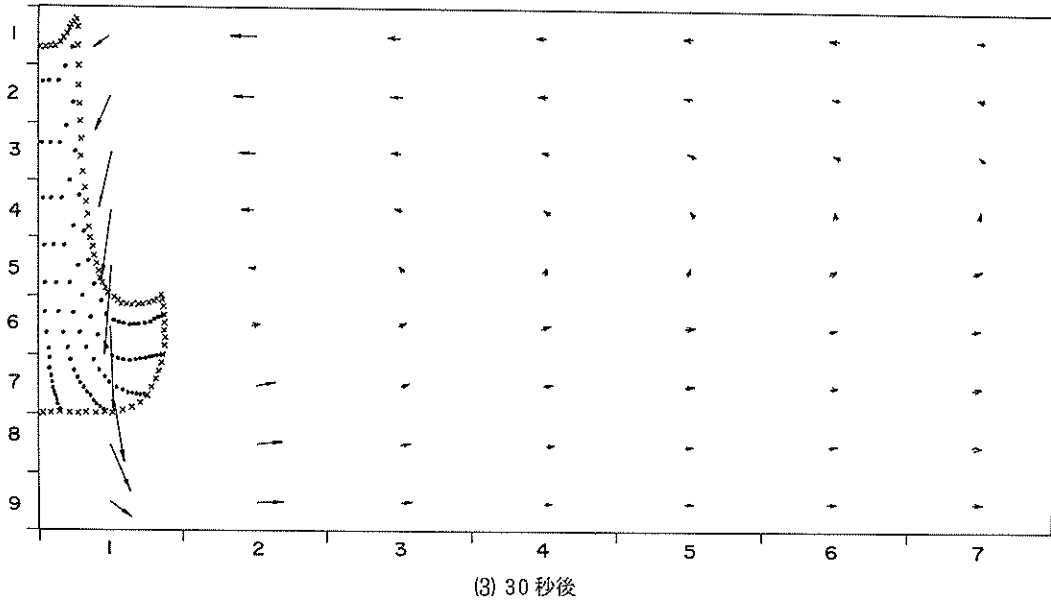
● 物性 (質量) マーカー

× 位置マーカー

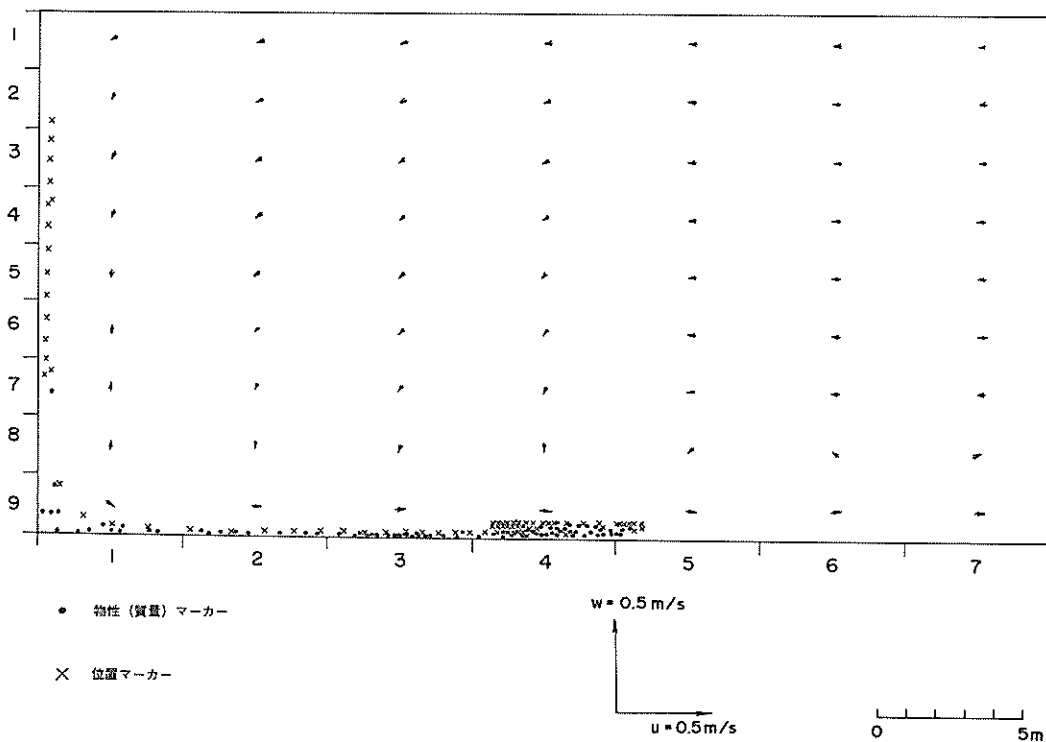
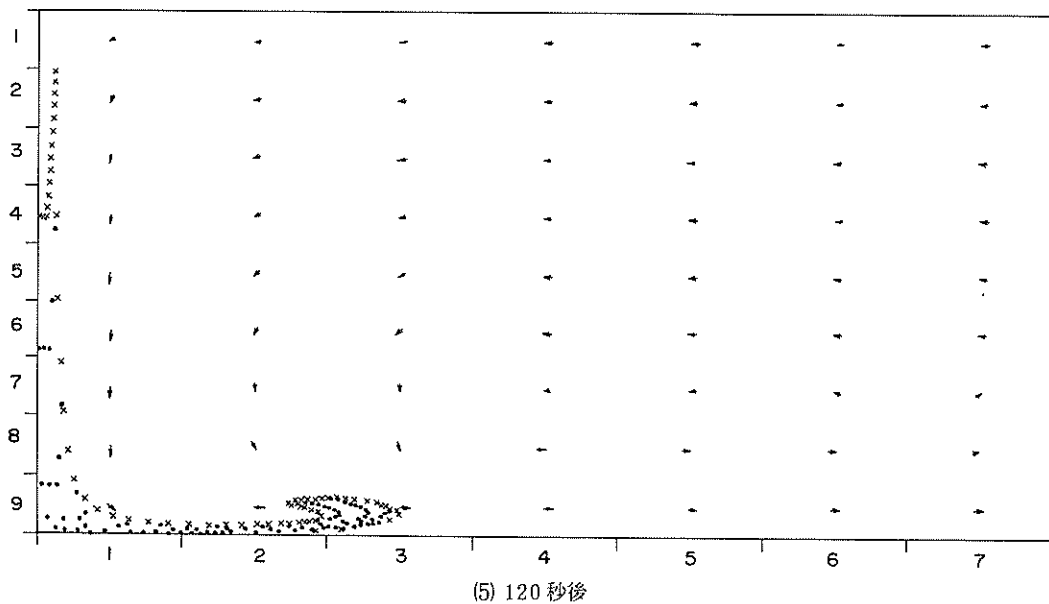


(2) 20 秒後

図-5.50 土砂投入直後の拡散



(4) 60 秒後  
 図-5.50 土砂投入直後の拡散



図一 5.50 土砂投入直後の拡散



ようになる。

### 5.2.3 適用例

水深 18 m で海底面が水平とみなせる静水域を計算対象とした。空間のメッシュ分割は図-5.49 に示すように、水平方向には  $\Delta r = 5$  m, 鉛直方向には  $\Delta z = 2$  m でそれぞれ一定とした。メッシュの番号は同図に示すように水平方向には中心軸に近い方から  $I = 1, 2, \dots, 29$  を、鉛直方向には上層から順次下層に  $K = 1, 2, \dots, 9$  とした。

マーカーは、質量をもつ物性マーカー（以後質量マーカーという）と、位置のみを示し質量をもたない境界マーカーとを用いた。計算開始に当り、質量マーカーを、中心軸に最も近い（すなわち  $I = 1$ ）表層と第 2 層（すなわち  $K = 1, 2$ ）において、単位の中心角をもつ 1 メッシュ当り 50 個（系全体では  $200\pi$  個）を  $x \sim z$  断面に対して均等に配置した。種々試算の結果、質量マーカー 1 個当りの質量  $W_m$  は、本例の場合 20.833 kg とした。これは計算開始時においてマーカーを含むメッシュの海水密度が  $1.08333 \text{ g/cm}^3$  ( $1.08333 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) であることに相当している。同時に、これらの質量マーカーを取囲む海面、第 2 層と第 3 層間の境界面  $K = 5/2$ 、および  $I = 3/2$  の境界面に単位の中心角をもつ 2 メッシュにつき 75 個（系全体では  $150\pi$  個）の境界マーカーを配置した。

質量マーカーを含まない海水密度  $\rho_0$ （式(5.60)）は  $1.0 \text{ g/cm}^3$  ( $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) とした。式(5.57)の粘性係数は  $\mu_r = 10^5 \text{ g/cm} \cdot \text{s}$  ( $10^4 \text{ kg/m} \cdot \text{s}$ )、および  $\mu_z = 100 \text{ g/cm} \cdot \text{s}$  ( $10 \text{ kg/m} \cdot \text{s}$ ) とした。式(5.57)の右辺最後の項：

$$-\mu_z \frac{1}{\Delta z_k} \cdot \frac{u_{i-(1/2),k}^{(n)} - u_{i-(1/2),k+1}^{(n)}}{\Delta z_{k+(1/2)}} \quad (5.64)$$

は海底摩擦項として取扱い、式(5.64)をつぎのように置換えた。

$$-\tau_b^2 \cdot \frac{\rho_{i-(1/2),k}^{(n)} u_{i-(1/2),k}^{(n)} |u_{i-(1/2),k}^{(n)}|}{\Delta z_k} \quad (5.65)$$

式(5.65)において  $\tau_b^2$  は 0.0026 を用いた。また質量マーカーの沈降速度は本例の場合考慮しなかった。

以上の条件により図-5.48 に示した手順により時間ステップ  $\Delta t = 0.2$  秒で 600 秒間計算した。図-5.50 はこのようにして求めた計算開始後 2, 20, 30, 60, 120, 300 秒における中心軸近傍の流れのベクトル、質量マーカー（図中・印）、および境界マーカー（図中×印）を示したものである。マーカーの落下により、計算開始初

期の段階においては  $I = 1$  のメッシュでは下降流が、 $K = 1$  の最上層ではこれを補うため中心軸に向う水平流が、最下層では離心方向の水平流がそれぞれ生ずる。これらの流れは 10~20 秒間で次第に発達し、中層および離心方向のメッシュに及んで、中心軸近傍で下降流、海底付近で離心流、 $I = 6 \sim 7$  付近で上昇流、表層付近で向心流という鉛直循環流が形成される。計算開始後 30 秒付近でこれらの流れは最大に達し、鉛直循環流は  $I = 1$ 、 $K = 6$  のメッシュ付近で約  $0.5 \text{ m/s}$ 、水平流は  $I = 2$ 、 $K = 1$  および  $K = 9$  で約  $0.2 \text{ m/s}$ 、上昇流は  $I = 4$ 、 $K = 5$  で約  $0.01 \text{ m/s}$  となる。30 秒を過ぎるとこの鉛直循環流は徐々に衰え 300 秒を経過すると  $I = 1$  を除くすべての点で流速は  $0.01 \text{ m/s}$  以下となる。

一方、中心軸をとり囲む表層および第 2 層に配置したマーカーはこれらの流れにより移送され中心軸に沿って落下しながら、上層側では向心流によって中心軸方向に圧縮され、逆に下層側では離心流によって落下土砂の先端部分は外縁側に引伸ばされる。50~60 秒経過するとマーカーは海底 ( $K = 9$ ) に到達し方向を外縁方向に転じ海底面に沿って拡がる。300 秒経過後では着底後海底に沿って拡散するマーカーの先端は中心軸より 20 m 以上の点に到達するが、以後は海底面を沿う極めて緩やかな移動となり計算領域内の土砂濃度には寄与しなくなることがわかる。

以上のように、土運船からの土砂投入にみられる比較的局所的で小時間スケールの現象に対しては、MAC 法による解析が都合のよいことがわかる。本モデルにおいては、土砂投入時点における流れを考慮していないこと、土砂の沈降拡散は土砂投入点を通る鉛直軸に対して軸対称であること、土砂の海底到達時はね返りを考慮していないことなど実現象と比較すれば現実的でない多くの仮定が設定されている。これら個々の問題については現場試験や水理模型実験を行って細かい現象を把握しそれらのモデル化やパラメーターを決定してゆく必要がある。

## 5.3 モンテカルロ法による解法

### 5.3.1 概 説

5.1 および 5.2 で扱ったように拡散の問題は基礎方程式を離散量に変換して数値的に求めるのが一般的であるが、差分化に伴う誤差や安定性の問題がある。一方、拡散現象のランダム性を利用することによって、微分方程式を介することなく拡散状況を追跡するモンテカルロ法による解析法がある。この方法は、乱れの強さ、タイム

表-5.23 計算条件

平均流速 (U)	20 cm/s
速度変化率 (β)	0.001 (cm/s)/cm
" (γ)	0.005 (cm/s)/cm
拡散係数 (K <sub>x</sub> )	2 × 10 <sup>6</sup> cm <sup>2</sup> /s
" (K <sub>y</sub> )	2 × 10 <sup>5</sup> cm <sup>2</sup> /s
" (K <sub>z</sub> )	5 × 10 <sup>2</sup> cm <sup>2</sup> /s
格子間隔 (Δx)	50m
" (Δy)	50m
" (Δz)	5m
投入量 (M)	1.25 t
投入点	x=y=z=0 (i=11, j=11, k=5)
時刻刻み (Δt)	60 s

表-5.24 乱数の符号の組合せ

	1	2	3	4	5	6	7	8
l <sub>x</sub>	+	-	+	-	+	-	+	-
l <sub>y</sub>	+	+	-	-	+	+	-	-
l <sub>z</sub>	+	+	+	+	-	-	-	-

スケール、粒子数等を与え、乱数を発生させながら分散粒子の拡がりを求めるものである。

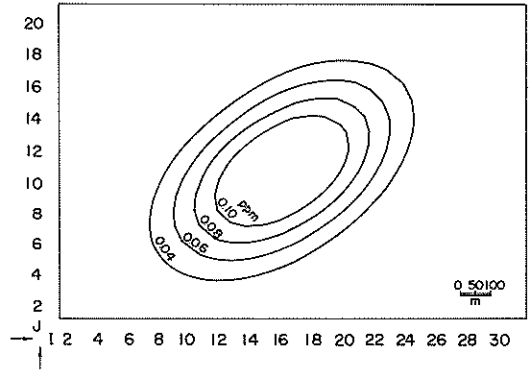
日野<sup>9)</sup>は、乱流現象を乱子理論をモデルにして、粒子のLagrange的な運動特性が表現できることを示し、数値モデルによる粒子の拡散実験を行っている。林・岩崎<sup>10)</sup>は、開水路流れの水面近くに浮遊する粒子の拡散にモンテカルロ法を適用し実験とよい一致を得ている。

土砂の拡散現象に対しこの発生乱数を利用したモンテカルロ法による解法を適用し検討した。

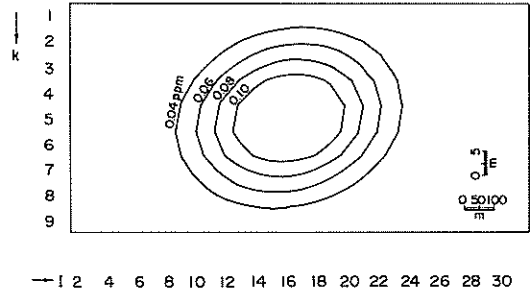
### 5.3.2 乱数発生による拡散モデル

いま、x方向に平均流U、y・z方向にそれぞれβ、γの線型分布関数をもつu = U + βy + γzなる一方向流場において、時刻t = nΔtに(x<sup>(n)</sup>, y<sup>(n)</sup>, z<sup>(n)</sup>)にあった粒子が、Δt時間後に(x<sup>(n+1)</sup>, y<sup>(n+1)</sup>, z<sup>(n+1)</sup>)に移動したとする。乱数発生による渦動拡散項に相当するx、y、z方向の移動距離をそれぞれl<sub>x</sub>、l<sub>y</sub>、l<sub>z</sub>、とすれば、

$$\left. \begin{aligned} x^{(n+1)} &= x^{(n)} + l_x + (U + \beta y^{(n+1/2)} + \gamma z^{(n+1/2)}) \cdot \Delta t \\ y^{(n+1)} &= y^{(n)} + l_y \end{aligned} \right\}$$



(1) I~J断面, 解析解, 20分後



(2) I~K断面, 解析解, 20分後

図-5.51 濃度分布

$$z^{(n+1)} = z^{(n)} + l_z$$

ここに、

$$y^{(n+(1/2))} = \frac{1}{2}(y^{(n+1)} + y^{(n)})$$

$$z^{(n+(1/2))} = \frac{1}{2}(z^{(n+1)} + z^{(n)})$$

l<sub>x</sub>, l<sub>y</sub>, l<sub>z</sub>: 粒子毎、時刻毎に異なる値

$$(5.66)$$

と表わすことができる。

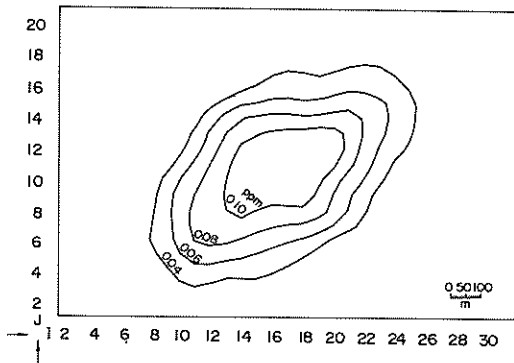
移動距離l<sub>x</sub>、l<sub>y</sub>、l<sub>z</sub>を定める発生乱数はつぎの一樣乱数と正規乱数による方法とがある。

一樣乱数による方法 a、b、cを(-0.5~0.5)の間の一様乱数とする。a = b = cの場合を除くA、B、Cをつぎの形で求める。

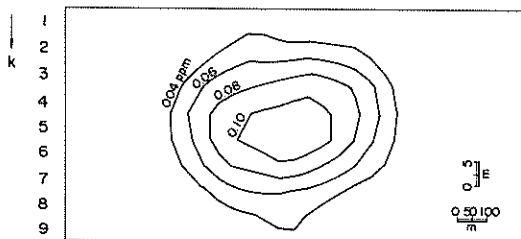
$$A = \frac{a}{(a^2 + b^2 + c^2)^{1/2}}$$

$$B = \frac{b}{(a^2 + b^2 + c^2)^{1/2}}$$

$$(5.67)$$

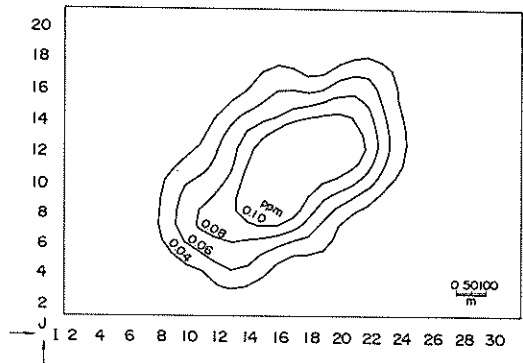


(1) I~J断面, 一様乱数 10000 個, 20分後

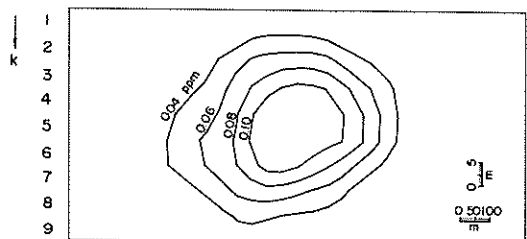


(2) I~K断面, 一様乱数 10000 個, 20分後

図-5.52 濃度分布



(1) I~J断面, 正規乱数 10000 個, 20分後



(2) I~K断面, 正規乱数 10000 個, 20分後

図-5.53 濃度分布

$$C = \frac{c}{(a^2 + b^2 + c^2)^{1/2}}$$

式(5.67)で表わされる  $A$ ,  $B$ ,  $C$  は平均値 0, 分散  $1/3$  の分布をもつので, 移動距離の分散  $\sigma^2$  と拡散係数との関係式

$$K = \frac{\sigma^2}{2dt} \quad (5.68)$$

を用いて移動距離をつぎのようにして定める。

$$\left. \begin{aligned} l_x &= A \times (3 \times 2 \times dt \cdot K_x)^{1/2} \\ l_y &= B \times (3 \times 2 \times dt \cdot K_y)^{1/2} \\ l_z &= C \times (3 \times 2 \times dt \cdot K_z)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (5.69)$$

正規乱数を用いる方法  $a$ ,  $b$ ,  $c$  を平均 0, 分散 1.0 の正規分布型の乱数とする。この場合移動距離は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} l_x &= a \times (2 \times dt \cdot K_x)^{1/2} \\ l_y &= b \times (2 \times dt \cdot K_y)^{1/2} \\ l_z &= c \times (2 \times dt \cdot K_z)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (5.70)$$

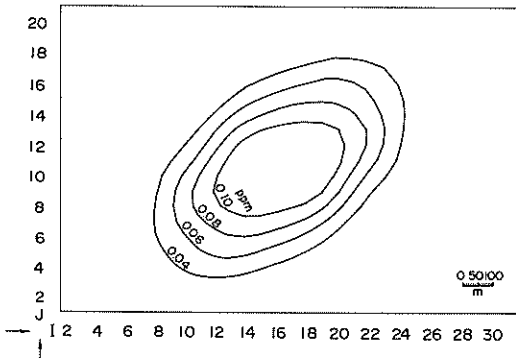
濃度の計算は,  $N$  個の粒子を時刻  $t = 0$ ,  $x = y = 0$  に設定し, 時刻  $t = t$  において格子内に入った粒子の個数から濃度に換算する。このような濃度の求め方では粒子数が少ない場合濃度値がバラつく。適当なスムージング—例えば周りの 9 格子(三次元の場合は 27 格子)の平均操作—を行うことによりこのバラツキは抑えられるが, 極大濃度値は低下する。

### 5.3.3 モンテカルロ法による拡散

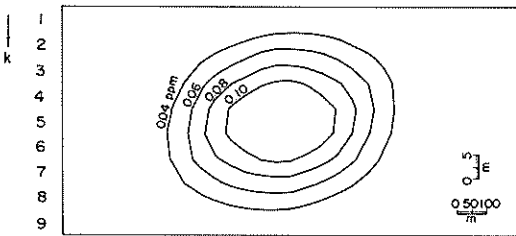
解析解と対比するため,  $y$  および  $z$  方向に線型な分布をもつ一方流れの場 ( $u = U + \beta y + \gamma z$ ) における三次元拡散計算を表-5.23 に示す条件にて行った。乱数発生には一様乱数と正規乱数とを用いた。

一様乱数, 正規乱数ともに, 演算時間の大部分は乱数発生とそれによる移動距離の計算に費される。一方上記三次元の拡散計算で発生粒子数 10000 個を基本に考えたが解析解と比較すると必ずしも十分な粒子数とは思われない。そこで発生乱数を有効に利用するためつぎのような処理を行った。

一様乱数, 正規乱数とも 0 を中心として正方向, 負方向に対称な分布をもつ。いま仮りに移動距離  $l_x$  が発生

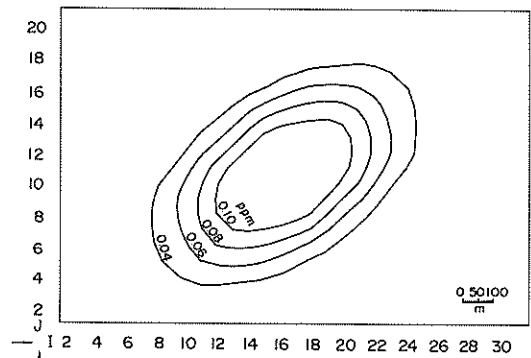


(1)  $I \sim J$ 断面, 一様乱数 80000 個, 20 分後

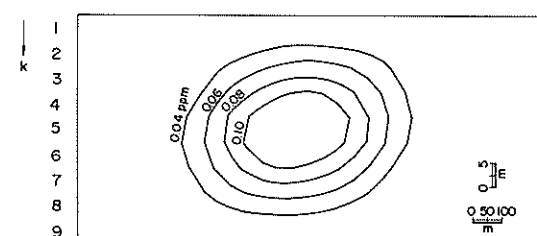


(2)  $I \sim K$ 断面, 一様乱数 80000 個, 20 分後

図-5.54 濃度分布



(1)  $I \sim J$ 断面, 正規乱数 80000 個, 20 分後



(2)  $I \sim K$ 断面, 正規乱数 80000 個, 20 分後

図-5.55 濃度分布

したとするとこれと全く同じ確率で $-l_z$ が発生してよいことになる。 $l_y$ ,  $l_z$ についても同様である。したがって $l_x$ ,  $l_y$ ,  $l_z$ の1組に対し次の表-5.24に示す8組は同じ確率で生ずると考えられる。

このようにすれば各時間ステップ毎に発生する10000個の乱数は表-5.26に示す8組の符号を付けることにより80000個の乱数に増大させることができる。

図-5.51(1), 同(2)の解析解(乱数発生開始後20分)に対し, 図-5.52(1), 同(2)は一様乱数発生10000個, 図-5.53(1), 同(2)は正規乱数発生10000個, 図-5.54(1), 同(2)は一様乱数発生80000個, 図-5.55(1), 同(2)は正規乱数発生80000個の結果を示したものである。これらの結果から, 一様乱数と正規乱数とではそれ程大きな差異はないが, 発生粒子数の10000と80000とでは後者の方が著しく良い結果となり, 解析解とほぼ同一の値が得られていることがわかる。また表-5.25は図-5.54に示す一様乱数発生80000個の結果と図-5.51に示す解析解の結果に対し, 濃度分布の重心位置, 偏差値を対比したものである。両者の比率は1%内外の差でありよく一致しているといえる。

### 5.3.4 モンテカルロ法による舞い上りのモデル化

#### (1) 概 説

土砂の海底からの舞い上りによる海底付近の濃度上昇が大きいかは5.1.3(2)d)において指摘したところである。この解析においては最下層の土砂濃度 $c$ に対して $\beta$ という舞い上りに関する係数(式(5.54)参照)を与え、 $\beta$ の値は適宜仮定して試算したものであったが, 本節では, 土砂を粒子として把えるモンテカルロ法による解析を試みた。

本モデルは, 土砂の沈降, 拡散, および舞い上りの現象解析に対して, Fick型の拡散方程式によらないで, 土砂粒子の集合体をマーカーとしこの移動から土砂の濃度変化を追跡するものである。

任意の時刻, 空間における土砂濃度は粒子数密度から算定する。

土砂濃度を決定するマーカーの移動は

- i) 拡散場の流れによる移流
- ii) 土砂の沈降速度による移流
- iii) ランダム・ウォークによる拡散
- iv) 舞い上り

表一 5.25 解析解と一様乱数 80000 個を用いた計算結果との対比

時刻	$x_o$ (m)			$\sigma_x$ (m)		
	計算 (A)	解析 (B)	A/B (%)	計算 (A)	解析 (B)	A/B (%)
2	23.9	24.0	99.6	70.3	69.5	101.2
4	47.6	48.0	99.2	100.3	99.0	101.3
6	71.3	72.0	99.0	124.3	122.7	101.3
8	95.2	96.0	99.2	144.5	144.1	100.3
10	119.1	120.0	99.3	163.4	164.5	99.3
12	143.0	144.0	99.3	182.6	184.6	98.9
14	167.0	168.0	99.4	203.2	204.9	99.2
16	191.0	192.0	99.5	224.4	225.7	99.4
18	214.9	216.0	99.5	245.5	247.1	99.4
20	238.9	240.0	99.5	268.0	269.2	99.6

時刻	$\sigma_y$ (m)			$\sigma_z$ (m)		
	計算 (A)	解析 (B)	A/B (%)	計算 (A)	解析 (B)	A/B (%)
2	68.0	69.3	98.1	3.44	3.46	99.4
4	97.6	98.0	99.6	4.83	4.90	98.6
6	119.7	120.0	99.8	5.94	6.00	99.0
8	138.6	138.6	100.0	6.92	6.93	99.9
10	154.8	154.9	99.9	7.76	7.75	100.1
12	169.1	169.7	99.6	8.44	8.49	99.4
14	182.7	183.3	99.7	9.08	9.17	99.0
16	195.1	196.0	99.5	9.67	9.80	98.7
18	206.9	207.8	99.6	10.22	10.39	98.4
20	217.6	219.1	99.3	10.73	10.95	98.0

により求められる。

本モデルは差分法でないため、数値計算を安定に行うための時間ステップ  $\Delta t$  の制約はない。

(2) 数値モデル

いま、時刻  $n\Delta t$  において  $(x_i^{(n)}, y_i^{(n)}, z_i^{(n)})$  にあった粒子  $i$  がその場の流速  $(u^{(n)}, v^{(n)}, w^{(n)})$ 、沈降速度  $w_0$ 、および拡散によって  $\Delta t$  時間後に  $(x_i^{(n+1)}, y_i^{(n+1)}, z_i^{(n+1)})$  に移動したとすると、これらの間には次のような関係式が成立する。

$$x_i^{(n+1)} = x_i^{(n)} + \Delta t \cdot u^{(n)}(x_i^{(n)}, y_i^{(n)}, z_i^{(n)}) + l_{xi}^{(n)} \quad (5.71)$$

$$y_i^{(n+1)} = y_i^{(n)} + \Delta t \cdot v^{(n)}(x_i^{(n)}, y_i^{(n)}, z_i^{(n)}) + l_{yi}^{(n)} \quad (5.72)$$

$$z_i^{(n+1)} = z_i^{(n)} + \Delta t [w^{(n)}(x_i^{(n)}, y_i^{(n)}, z_i^{(n)}) - w_0] + l_{zi}^{(n)} \quad (5.73)$$

ただし、

$$-h \leq z_i^{(n+1)} < 0 \quad (5.74)$$

ここに、 $l_{xi}^{(n)}$ 、 $l_{yi}^{(n)}$ 、 $l_{zi}^{(n)}$  はランダム・ウォークにより決定される拡散の  $x$ 、 $y$ 、 $z$  成分で、

表-5.26 計算条件

水 深	$H = 10\text{m}$ (一様)
流 速	$u = 5\text{ cm/s}$
粒子の沈降速度	$10\text{ cm/s}$
粒子投入方法	投入位置 $x=0, z=-1\text{ m}$ 粒子数 $N=100$ 個
拡散係数	$K_x = K_z = 100\text{ cm}^2/\text{s}$
舞い上りの確率密度関数	$x^2$ 分布, 自由度 $n=3$ , 係数 $c_{sus} = 2.0$
時間ステップ	$\Delta t = 5$ 秒
粒子追跡時間	200 秒

$$\left. \begin{aligned} l_{xi}^{(n)} &= c_x a \\ l_{yi}^{(n)} &= c_y b \\ l_{zi}^{(n)} &= c_z c \end{aligned} \right\} \quad (5.75)$$

で表わされる。式 (5.75) において、

$a, b, c$  :  $(-0.5 \sim 0.5)$  の範囲の一様乱数  
 $c_x, c_y, c_z$  : 時刻, 粒子によらない係数

とする。

移動距離  $l_{xi}$  の分散  $\sigma_x^2$  と拡散係数との間には、

$$K_x = \frac{1}{2} \frac{\sigma_x^2}{\Delta t} \quad (5.76)$$

の関係がある。一方  $a$  の分散  $\sigma^2$  と  $\sigma_x^2$  との間には、

$$\sigma_x^2 = c_x^2 \sigma^2 \quad (5.77)$$

の関係がある。

$a$  は  $(-0.5 \sim 0.5)$  の範囲の一様乱数であるからその分散  $\sigma^2$  は、

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{0.5 - (-0.5)} \int_{-0.5}^{0.5} (x - \bar{x})^2 dx \\ &= \frac{1}{12} \end{aligned} \quad (5.78)$$

である。したがって、

$$K_x = \frac{\sigma_x^2}{2\Delta t} = \frac{c_x^2}{24\Delta t}$$

すなわち、

$$c_x = \sqrt{24\Delta t \cdot K_x} \quad (5.79)$$

が得られる。同様に、

$$c_y = \sqrt{24\Delta t K_y} \quad (5.80)$$

$$c_z = \sqrt{24\Delta t K_z} \quad (5.81)$$

が得られる。

式 (5.73) で表わされる関係式は、粒子  $i$  が海面より下、海底面より上に存在するとき成立するものである。 $z_i^{(n+1)}$  が 0 を越える場合には、これは水中から空中への粒子の飛出しを意味するため、 $z_i^{(n+1)} = 0$  とする。また、 $z_i^{(n+1)}$  が  $-h$  よりも小さくなる場合には、これは粒子の海底面への到達を意味するため、 $z_i^{(n+1)} = -h$  としこの粒子は沈殿したものととして取扱う。

沈殿した粒子  $i$  に対しては、時刻  $(n+1) \Delta t$  における空間位置を舞い上り速度  $w_i^{(n)}$  を用いて次のように表わす。

$$x_i^{(n+1)} = x_i^{(n)} \quad (5.82)$$

$$y_i^{(n+1)} = y_i^{(n)} \quad (5.83)$$

$$z_i^{(n+1)} = -h + \Delta t [w_i^{(n)} - w_0] \quad (5.84)$$

ここに、

$$w_i^{(n)} = c_{sus} \cdot d_i \quad (5.85)$$

$c_{sus}$ : 比例係数

$d_i$ : ある確率密度関数をもつ乱数

である。

式 (5.84) は、舞い上り速度が沈降速度よりも小さければ粒子は沈降したままであり、沈降速度を上まわった場合に粒子は再浮遊することを意味する。この時  $x$  座標、 $y$  座標は式 (5.82)、(5.83) に示されるように変化しない。

なお、沈殿した粒子でも再浮遊すれば以後の粒子の移動は式 (5.71) ~ (5.73) に従って決定される。

### (3) 適用例

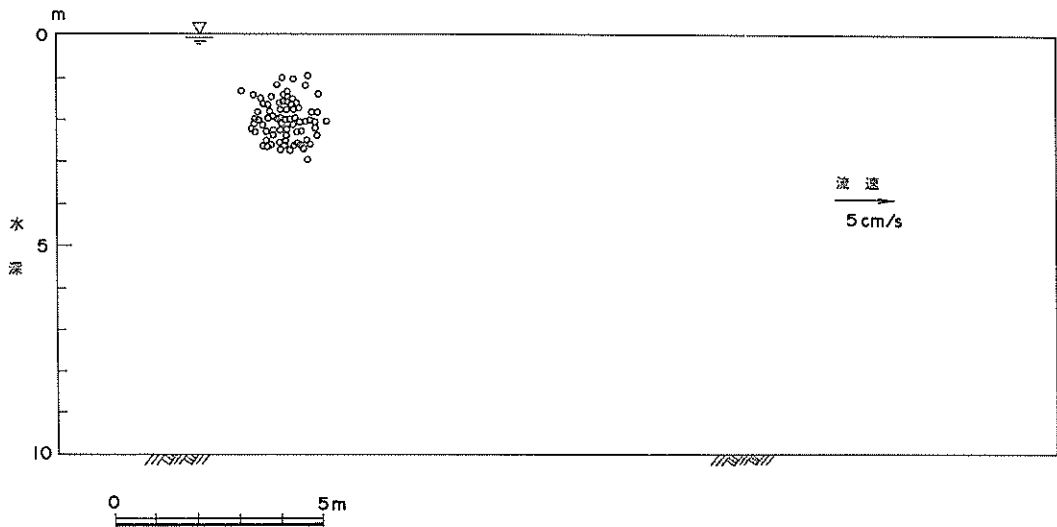
(2) に述べた舞い上りのモデルを水深 10 m で海底面が水平な仮想海域に適用した。主な計算条件を表-5.26 に示す。

海域の流れは、簡単のため  $x$  方向に一様な流速  $u = 5\text{ cm/s}$  のみを考えた。

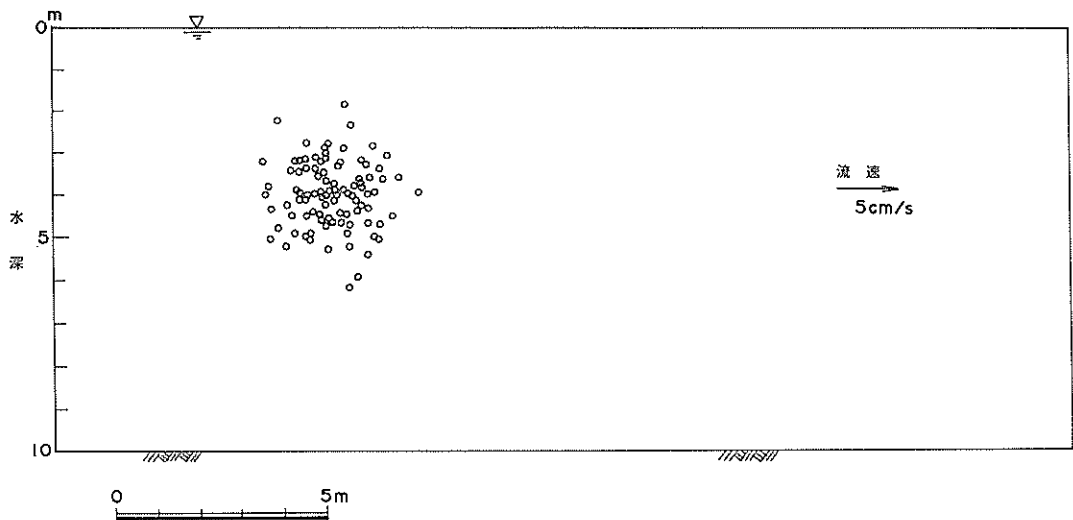
拡散粒子としては、沈降速度  $w_0 = 10\text{ cm/s}$  のものを 100 個、 $x=0, z=-1\text{ m}$  (海面下 1 m) の点から放出した。

式 (5.75) で表わされるランダム・ウォークによる移動量を決定する  $a, b, c$  の一様乱数はつぎのようにして求めた。

$$x_{i+1} = \text{mod} [ax_i, m] \quad (5.86)$$



(1) 投入後 10 秒



(2) 投入後 30 秒

図-5.56 粒子の沈降と舞い上り

ここに,

$x_i$ :  $i$  回目に発生した乱数 (一様分布)

$a$ : 定数

$m$ : 定数

であり, 式 (5.86) の右辺は  $ax_i$  を  $m$  で割った時の余りを意味する。

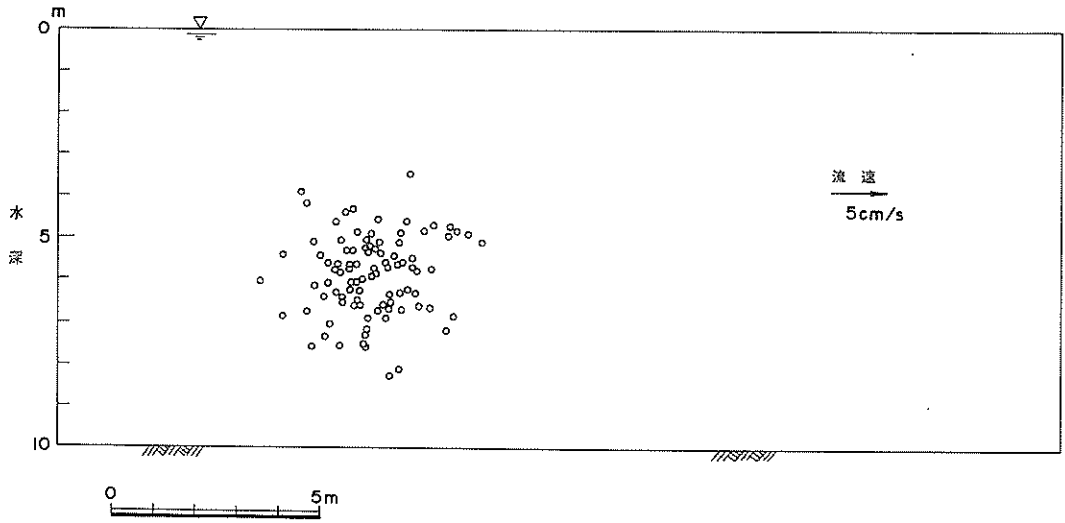
質の良い乱数を発生させるためには,  $m$  を大きくとり

かつ適切な  $a$  の値を選ぶことであるといわれているが, ここでは,

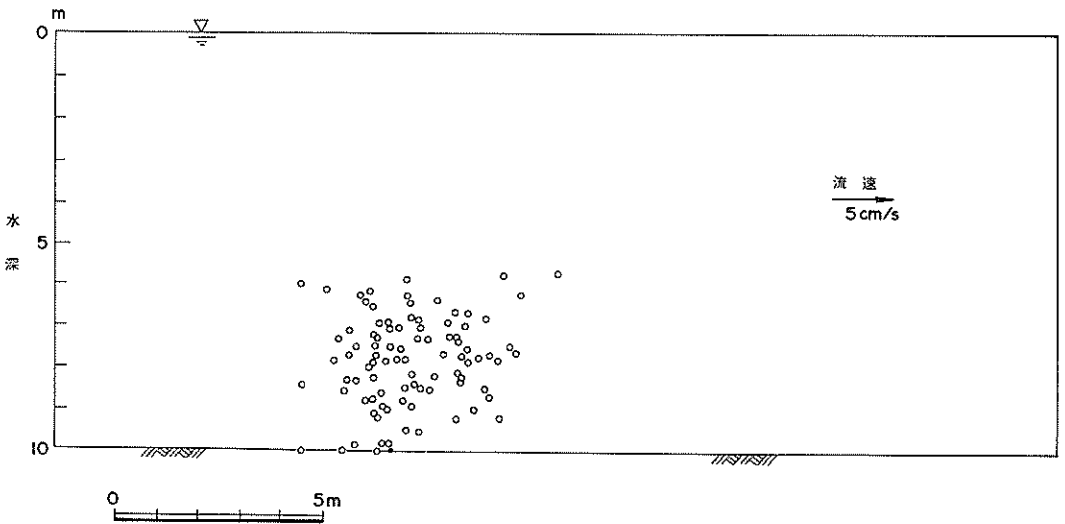
$$m = 2^{31} - 1 = 2147483647$$

$$a = 7^5 = 16807$$

を用いた。計算では, 式 (5.86) より得られる乱数を (0 ~ 1.0) の値に変換し, さらに平均値を 0 にするためこれらの値から 0.5 を差引いて -0.5 ~ 0.5 の範囲の値と



(3) 投入後 50 秒



(4) 投入後 70 秒

図-5.56 粒子の沈降と舞い上り

した。

式 (5.85) に示される舞い上りに関する確率密度関数  $f(x)$  には種々のものが考えられるが、これらの関数は上で述べた一様分布型乱数を用いて求めることができる。

いま、確率密度  $f(x)$  をもつ分布関数の値  $x$  が  $\chi$  以下になる確率  $\Pr(x \geq \chi)$  は、

$$\Pr(x \geq \chi) = \int_{-\infty}^{\chi} f(\xi) d\xi \quad (5.87)$$

である。

また、 $\Pr(x \geq \chi)$  の逆関数、すなわち、 $r = \Pr(x \geq \chi)$  となる  $\chi$  の値を

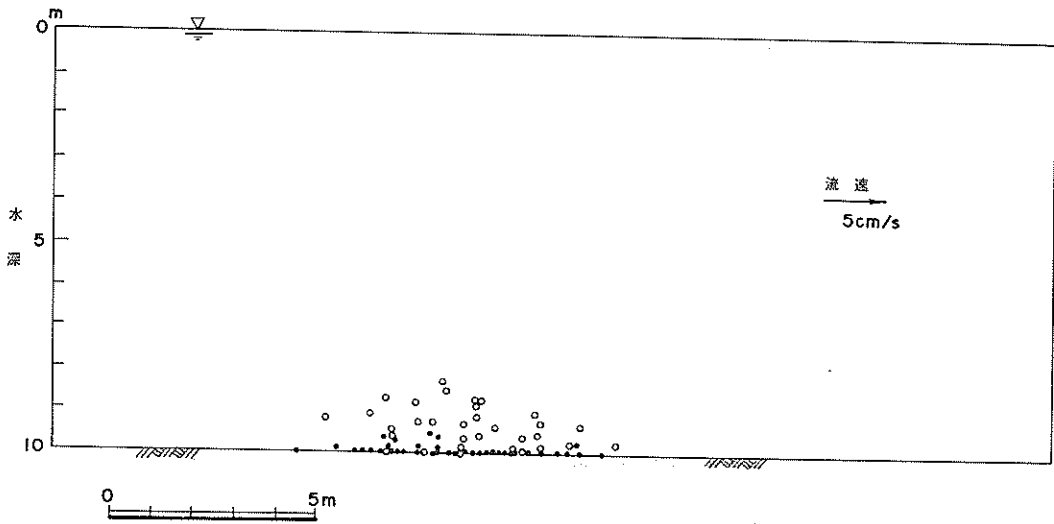
$$\chi = \text{Re}(r) \quad (5.88)$$

$\chi$  : 確率密度  $f(x)$  の分布型乱数

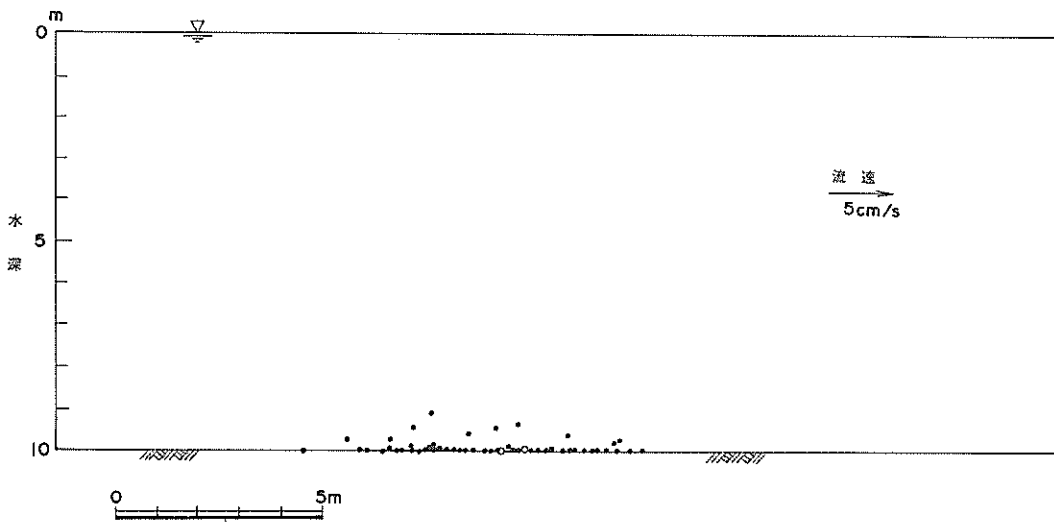
$r$  : (0~1) の範囲の一様分布乱数

と表わすことができ、式 (5.88) を用いることによって任意の分布型を有する乱数を発生させることができる。





(5) 投入後 100 秒



(6) 投入後 130 秒

図一 5.56 粒子の沈降と舞い上り

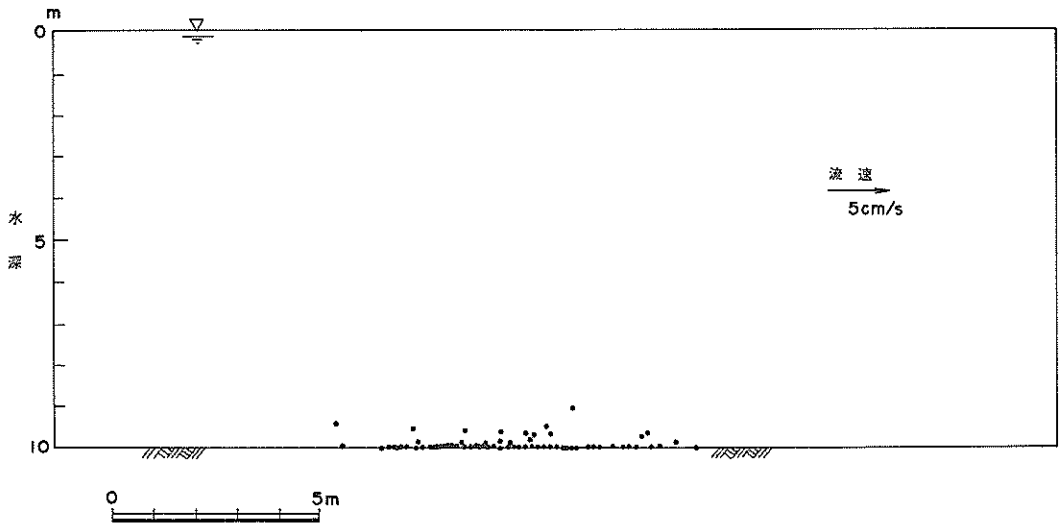
実際の計算においては、計算時間を節約するため、式(5.88)を一様乱数発生毎に用いずに、あらかじめ一様乱数の 0.01 刻み 101 個の逆変換値を求めて表を作成しておき、この表から線型補間により確率密度  $f(x)$  の分布型乱数を計算するという方法をとった。

本適用例においてはこの確率密度関数として自由度 3 の  $\chi^2$  分布形を選んだ。また式(5.85)の比例係数  $c_{sus}$  は 2 とした。

粒子の移動を  $\Delta t = 5$  秒毎に計算し、粒子放出から 200

秒間計算した。

このようにして求めた 10 秒後、30 秒後、50 秒後、70 秒後、100 秒後、130 秒後、200 秒後の粒子の位置を、それぞれ図一 5.56(1)~(7)に示す。これらの結果によると、粒子放出から 60 秒を過ぎるまでは移流、拡散、および沈降によって粒子群はその重心位置を  $x$  正方向、 $z$  負方向に移動させながら相互の粒子間隔を増大させ、70 秒経過付近から着底又は舞い上りが生じ始め、130 秒時点では全粒子が着底して堆積するか一部舞い上りの



(7) (投入後 200 秒)

図-5.56 粒子の沈降と舞い上り

状態となっている。以後 200 秒までは沈降と舞い上りを繰り返しながら徐々に堆積の状態に移行しているのがわかる。なお図-5.56 (1)~(7)において、○印は着底の履歴をもたない粒子を、また・印は 1 回以上の着底または舞い上りの履歴をもつ粒子であることをそれぞれ表わしている。

#### 5.4 各モデルの特徴と適用範囲

5. で取扱ったモデルをまとめると次の表-5.27 のようになる。三次元流れのモデルにおいては連続式、運動方程式を全て陽形式に差分化する①のモデルと、陰形式に差分化する②のモデルを開発した。①のモデルでは計算を安定に行うためには、時間ステップ  $\Delta t$  に対し、

$$\Delta t \leq \frac{\min(\Delta x_i, \Delta y_j)}{\sqrt{2gh_{\max}}} \quad (5.89)$$

$\Delta x_i, \Delta y_j$ : 格子間隔  
 $h_{\max}$ : 計算領域内の最大水深

なる条件が満たされなければならないため、格子間隔が小さい計算に本モデルを適用することは有利でない。一方②のモデルでは連続、運動両方程式を水深方向に積分した線流量に関する式を陰形式で差分化することにより得られる連立方程式から線流量を求め、次にこれらの線流量を水深方向の流速成分に割り当てるという方法をとっている。このため時間ステップについて①のような制約条件はない。大次元の連立方程式を解くに当たってはバン

ドマトリックス法を用いているため、同一格子数であれば計算領域は縦に長い、又は横に長いの方が計算上は有利である。

⑤のモデルは夏期に見られる成層時の流れを再現するために開発したもので、水深方向の格子分割が時間的空間的に固定されたレベルモデルと温度成層などの境界面の時間的空間的変位が可能なレイヤーモデルとを組合せた複合モデルである。上下層各々 2~3 層位のレベルとし、上下層間の境界面では進行量を考慮している。海峡部などのように地形が平面的にも鉛直的にも急変する領域では計算が不安定になりやすい。

③、④の土砂拡散モデルは①、②の流れモデルに対応して開発したもので、③が陽解法、④が陰解法である。③のモデルでは計算を安定に行うために、時間ステップは次の条件を満たさなければならない。

$$\Delta t \leq \min \left\{ \frac{2\Delta x_i}{|u_{i,j,k}|}, \frac{2\Delta y_j}{|v_{i,j,k}|}, \frac{2\Delta z_k}{|w_{i,j,k}|}, \frac{2(\Delta x_i)^2}{K_x}, \frac{2(\Delta y_j)^2}{K_y}, \frac{2(\Delta z_k)^2}{K_z} \right\} \quad (5.90)$$

一方④のモデルにはこのような時刻みに対する制約はないが連立一次方程式を解くに当たって SOR 法という繰り返し法を用いている。したがって時刻みは③の場合より大きくとれるが繰り返し回数が多くなればそれだけ計算時間を要する。繰り返し回数を減らすため優対角になるよう差分化において配慮しているが、擬似拡散が

表一 5.27 三次元モデルとその特徴

モデル名	解法	特徴	適用
① 流れモデル1	三次元レベルモデル 陽解法 差分法	水深方向の格子数が少く、領域が正方形に近い場合有利であるが、格子間隔が小さい場合には有利でない。	一般的な三次元流れ
② 流れモデル2	三次元レベルモデル 陰解法 差分法	格子間隔が小さい場合でも比較的大きな時間刻みで計算できるが、領域の形状により大容量の計算となる。	同上
③ 土砂拡散モデル1	三次元レベルモデル 陽解法 差分法	時間刻みは流速、拡散係数、沈降速度により決る。沈降速度が小さい場合には定常的な分布になるまでに時間を要する。	三次元の拡散
④ 土砂拡散モデル2	三次元レベルモデル 陰解法 差分法	定常的な濃度分布になるのに要する計算時間は時間刻みと平均くり返し回数とにより決る。擬似拡散の導入は収束条件に対しては不利である。	同上
⑤ 成層時の流れモデル	三次元レーヤ・レベル 混成モデル 陰解法・陽解法	夏季の成層時の流れを計算するものでレーヤモデルとレベルモデルとを組合せたものである。水深や地形が複雑なところで計算不安定を起しやすい。	成層時の流れ
⑥ 成層時の土砂拡散モデル	同上	成層時に境界面付近に分布する土砂濃度を計算する。境界面での土砂の取扱いが難しい。	成層時の拡散
⑦ 投入瞬時の土砂拡散モデル	MAC法	質量マーカーおよび境界マーカーを移動させることにより流れや物質濃度を計算する。過渡的な現象の細かい追跡が可能である。	投入瞬時の土砂拡散、成層破壊などの過渡現象
⑧ 粒子拡散モデル	モンテカルロ法	拡散方程式に依らず、粒子を乱数発生させて濃度分布を求める。舞い上りや障害物周辺での濃度分布の計算は容易であるが、乱数発生のための計算時間が大部分を占めるため、所要量の乱数を効率的に発生させる必要がある。	一般の拡散 舞い上り

起るためこの補正が必要である。SOR法の平均繰り返し数を $n$ とし、③のモデル、④のモデルの時間刻みをそれぞれ $\Delta t_e$ 、 $\Delta t_i$ とすると、

$$\Delta t_e > \Delta t_i/n \quad (5.91)$$

ならば③のモデルが、

$$\Delta t_e < \Delta t_i/n \quad (5.92)$$

ならば④のモデルの方が有利である。

⑥のモデルは成層時に境界面近傍を漂う土砂の拡散をモデル化したものである。上下層の境界面に対して土砂がどのような挙動を示すかを把握しこれをどのようにモデル化するかが今後の課題である。

③、④、⑥の拡散モデルは格子単位に濃度を計算するのに対し、⑦は質量マーカーおよび境界マーカーを移動させ

て流れや物質濃度を求めるもので、土砂投入直後の落下や成層破壊などの過渡的な現象を再現することができる。

⑧のモデルは、上述のようなフィック型の拡散方程式に依らないで、粒子を乱数発生させてその濃度を求めるものである。舞い上りや障壁周辺での土砂の動きはモデル化しやすいが、合理的な濃度分布を求めるためには相当量の乱数を発生させなければならない。計算時間を節約するためには乱数を有効に発生させることを考える必要がある。

以上、5.で取扱った数値モデルの特徴および適用性についての概要をとりまとめた。モデルの適用に当ってはこれらの特徴をあらかじめ十分把握しておく必要がある。

## 5.5 結 言

以上、5.において、三次元流れと土砂拡散シミュレーションに関し、数値モデルの組立て、境界・諸係数の取扱い、計算例と解析解、水理模型実験との対比による適用性の検討を行った。数値モデルは差分法によるもの、MAC法によるもの、モンテカルロ法によるものを取りあげた。差分法による解法においては陽解法モデルと陰解法モデルを開発し両者の得失を明らかにした。成層時の流れおよび土砂拡散に対してはレイヤー・レベル混成モデルを開発した。計算所要時間及び計算機の記憶容量の節約をはかるため不等長格子網による計算法を開発しその適用性を検討した。MAC法による解法においては、土運船からの土砂投下の例に示されるように、小時間スケールの局所的な現象が追跡できるモデルを開発し、簡単な計算例によって投下土砂の自由落下、着底、および周囲への拡散過程が再現できることを示した。さらに、モンテカルロ法による解法においては、フィック型の拡散方程式を介さないで粒子の乱数発生によって分散粒子の拡がりを求める手法を開発した。海底からの舞い上りのモデル化に対してはモンテカルロ法による解法が都合のよいことを示した。

これらの内容を要約するとつぎのようになる。

- i) 1000 ppm 以下の土砂濃度を対象とする場合、浮遊している土砂粒子の流れに対する影響は無視し得る。したがって、土砂拡散計算に必要な流れの場は土砂を含まない海水の流れの計算から求めることができる。
- ii) 土砂の拡散予測に用いるモデルは、土砂の沈降速度の大小に応じ、大きいものに対しては三次元の流れおよび拡散モデルを、小さいものに対しては二次元モデルというように使い分ける必要がある。
- iii) 陰解法による三次元流れの数値モデルでは、陽解法

のそれに較べてタイムステップが大きくとれ計算時間も節約できるが、湾内自由振動など短周期成分は打消される。また陰解法では格子間隔が小さくとも比較的大きな時間刻みで計算できるが、領域の形状によっては大容量の計算となる。これに対し陽解法では、水深方向の格子数が少く、領域が正方形に近い場合有利であるが、格子間隔が小さくなると不利である。

- iv) 陸境界や障壁周辺では運動量やエネルギーの保存が問題になる。このため運動方程式の移流項をフラックス型にし、斜め差分をとり入れ、渦動粘性係数を適度に小さくし、かつ周辺領域を細メッシュ化することによりかなり実験値に近づけることができる。しかし一般には渦動粘性係数を過度に小さくすると計算不安定の原因になる。したがって現地観測や模型実験などにより流れの特性を十分把握して適当な渦動粘性係数を定める必要がある。
- v) 成層時の流れは三次元レベルモデルにレイヤーモデルを組合せた混成モデルで再現でき、層内の鉛直流および層間の内部境界面の運動が追跡できるが、水深や地形が複雑な領域では計算不安定を起しやすい。
- vi) 三次元の拡散モデルにおいて、移流項の上流差分による擬似拡散を差引けば、シア一流場での移流拡散に対する解析解とよく一致する。
- vii) 三次元の沈降拡散に関する陽解法モデルと陰解法モデルによる解では両者ほとんど差がない。
- viii) 混合粒径の土砂の拡散に対しては、あらかじめ階級分けされた粒径について個々に計算しておき、土砂の粒径分布および発生量によって重みつきの重ね合わせをすることにより濃度分布が計算される。
- ix) 成層時の土砂の拡散は、内部境界面での鉛直拡散係数、および沈降速度を調節することによって現象を定性的に表現できるが、これらのパラメーターの決定については十分注意する必要がある。
- x) 不等長格子間隔を採用することにより計算時間は格子総数にはほぼ比例して節約することができる。この場合、流れのモデルに対しては障害物などにより生ずる渦流発生領域内は最小の等格子間隔にした方がよい。
- xi) MAC法の適用により、土砂投入直後の土砂の落下および底層に沿って周囲に拡散する現象を定性的に表現することができる。
- xii) モンテカルロ法の適用により、フィック型の拡散式によらないで、乱数発生を利用し、粒子としての取扱いから移流拡散や舞い上りのモデル化が可能である。

## 参考文献

- 1) 堀口孝男・富田勇・堀江毅：三次元モデルによる流れと拡散の数値解法について，第24回海岸工学講演会論文集（1977），昭和52年11月，pp443 - 447。
- 2) 堀口孝男・富田勇・堀江毅：三次元モデルによる流れと拡散の数値解法について（その2），第25回海岸工学講演会論文集（1978），昭和53年11月，pp508 - 512。
- 3) 堀口孝男・曾我部隆久・堀江毅：三次元モデルによる流れと拡散の数値解法について（その3），第26回海岸工学講演会論文集（1979），昭和54年11月，pp600 - 604。
- 4) 浅田忠則・細川剛：一様幅水路に設けた津波防波堤の効果に関する模型実験，港湾技術研究所報告，Vol. 3，No 2，昭和39年，pp65 - 79。
- 5) 寺本俊彦編：海洋学講座2，海洋物理学II，東京大学出版会，1976，pp56 - 57。
- 6) 村上健：非定常拡散方程式の数値計算方法，第19回海岸工学講演会論文集，1972，11，pp265 - 269。
- 7) Daly, B.J. and William E. Pracht: Numerical study of density-current surges, The Physics of Fluids, Vol. 11, No.1, Jan. 1968. pp15 - 30.
- 8) 堀口孝男・曾我部隆久・堀江毅：三次元モデルによる流れと拡散の数値解法について（その4）— MAC法による土砂投入直後の拡散解析—，第27回海岸工学講演会論文集，1980，11 pp458 - 462。
- 9) 日野幹雄：モンテカルロ法による乱数拡散の二・三の計算について，第9回水理講演会講演集，1965年2月，pp67 - 72。
- 10) 林泰造・岩崎光隆：拡散のシミュレーションと数値実験，第19回水理講演会論文集，1975年2月，pp167 - 172。

## 6. 数値シミュレーションにおける諸条件の取扱いと今後の課題

3.では、数値モデルの特徴、差分化に際する連続量から離散量への置換操作、計算機の有効桁数の制約による計算の近似度、収束性、数値的減衰・発散、安定性、などについての問題を取扱った。ここでは、流れおよび物質拡散の計算を実施する際に問題となる境界と諸係数の取扱いに関し、既述のADI法による二次元単層モデルを主体にして、それらに対する考察と対応策を述べる。また最後に数値シミュレーション一般に対する効用と課題について述べる。

### 6.1 流れの計算における境界と諸係数の取扱い

#### 6.1.1 計算領域と座標軸

##### (1) 計算領域

計算領域はできるだけ広くとった方が望ましいという要求と、できるだけ狭くとった方が望ましいという相反する要求がある。有限領域で境界値を与えて内部の計算をするのであるから、領域が狭くなればなる程内部の計算値は直接境界値に支配されることになる。このため与える境界値の水位や流速などはそれだけ厳密でなければならない。また、地形その他の条件変化に伴う流れの計算を行うことが多く、このような場合領域が

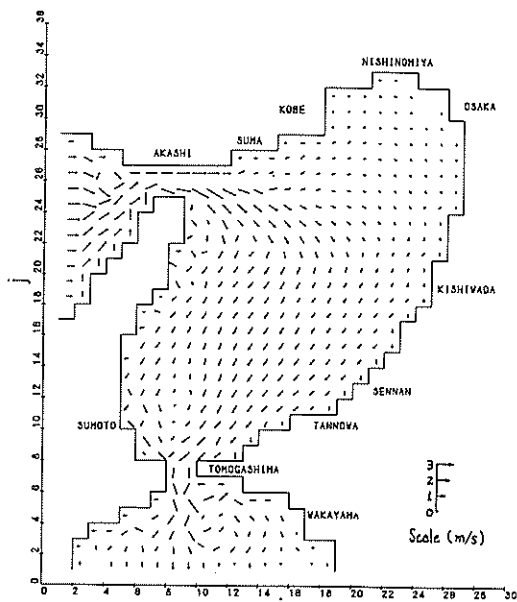
小さければ当然境界にもその影響が及ぶはずである。このような意味では計算領域はできるだけ大きくとった方がよい。一方、これらの計算を行う電子計算機の性能には限界があるため領域を小さくし、格子数を減じて記憶容量と計算所要時間を縮小する必要がある。したがって領域の決定に当っては、地形変化の規模や計算の目的により異なることはいうまでもないが、格子間隔100 mオーダーの小メッシュなら5~10km四方、格子間隔1kmオーダーの大メッシュなら50~100 km四方程度にとって領域の格子総数を数千以内に留めるようにした方が計算を実行する上では実用的である。

##### (2) 座標軸

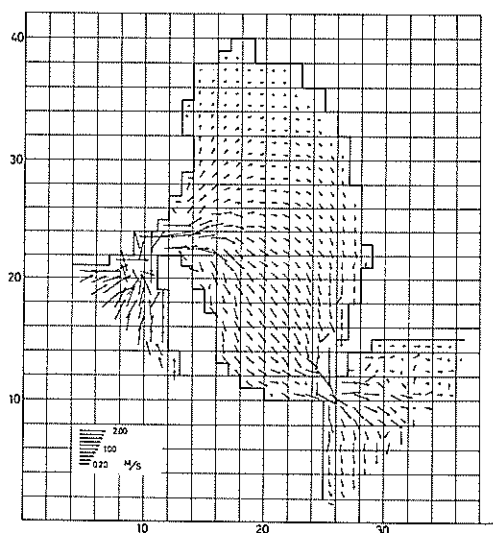
座標軸は通常次のような点に留意して決定される。

- i) x, y 両軸により計算領域を最も有効に包囲するように、(すなわち海域以外の面積が最小になるように) 選ぶ。
- ii) 現地における観測所の位置、流況観測点位置などが、計算上の境界に収まり易い方向を選ぶ。
- iii) 海岸線、計画埋立法線、防波堤等の線境界などの地形、位置が最も忠実に表現できる方向を選ぶ。
- iv) 外海と接する開境界が2面以上の場合には、潮流の主流に対する流入流出断面の流量が等しくなる方向を選ぶ。
- v) 現地流況より判断し、最も望ましい方向を想定する。

などである。

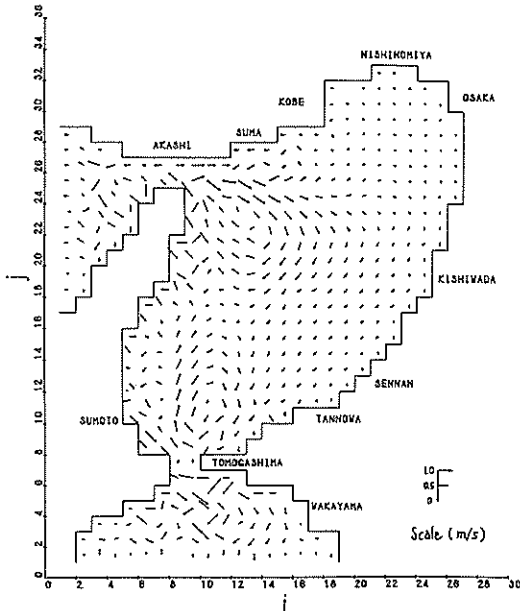


(1) y 軸ほぼ NS 方向

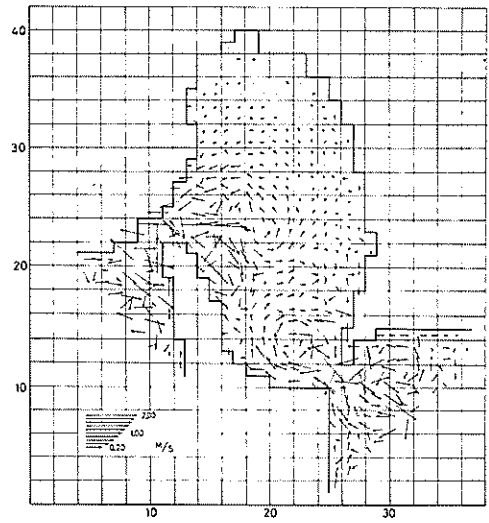


(2) y 軸 45°E 方向に回転

図— 6.1 潮流下げ潮最強時



(1) y 軸はば NS 方向



(2) y 軸 45°E 方向に回転

図-6.2 潮汐残差流

通常の流れのモデルでは、座標軸に従って格子分割すれば、横軸の格子数と縦軸の格子数との積が一つの変数に要する記憶容量となる。この記憶容量は実海域、陸域にかかわらず必要となる。このため上述 i) を考慮して海域外の格子数を最小限に留めるようにする。

ii), iii) のように、既知の境界値位置や境界線等が格子に落とし易い方向を選ぶことが重要である。このためにはあらかじめトレス用紙に所定の格子網を作成しておき、これを地形図上に重ね合わせるにより最適方向を選ぶ。

また、iv) は、特に海流(恒流)成分の卓越する海域に対して有効である。

i), ii), iii), および iv) は座標軸決定の基本方針であるが、これらの点に留意して計算を行っても所期の流れが得られないことがある。図-6.1(1)は、大阪湾に対し、y軸をほぼ南北に一致させ2 km 格子で潮流計算を行った場合の下げ潮最強時の流速を示している。同じ領域に対し、図-6.1(2)は、y軸を東に45°回転して同じ境界条件を与えて計算したときの同一潮時(下げ潮最強時付近)の流速を示している。図-6.1の結果に関する限り(1), (2)の間ではそれ程顕著な差異は認められず、座標軸の方向はそれ程問題でないように思われる。ところが、この両座標軸による計算結果を潮汐残差流(1潮時の平

均値)で表わし比較すると図-6.2のようにその差は顕著である。同図(1)で湾中央上部の大きな右回りの環流は同図(2)では完全に逆転し、現地の流れの実態とは大いに異なる状況を示している。この相異は、これらの流れのデータを用いた拡散計算を行えばさらに助長される。このような差異はもっぱら軸方向の相異によるものであり、本例では明らかに後者の座標軸の選定が適切でないことを意味している。差分法による計算では両軸方向に平行な流れが若干強調して現われる傾向がある。極端に言えば、最初の座標軸の選定が計算結果の良否の大半を決定するといえる。

したがって、座標軸の決定に際しては、上述 i), ii), iii), iv) を原則とするが、これらに固執することなく、あくまで目標の流況を再現することが最優先である。

### 6.1.2 格子間隔

格子間隔  $\Delta S$  は、通常、

i), 防波堤等の延長, 開口幅, 海峡幅, 水路幅, 島, 地形などの大きさ, および

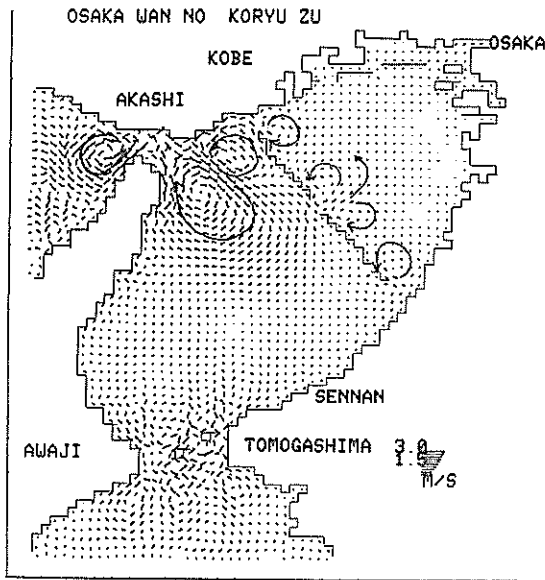
ii), 再現したい渦流の規模,

などによって上限(最大値)が決まり,

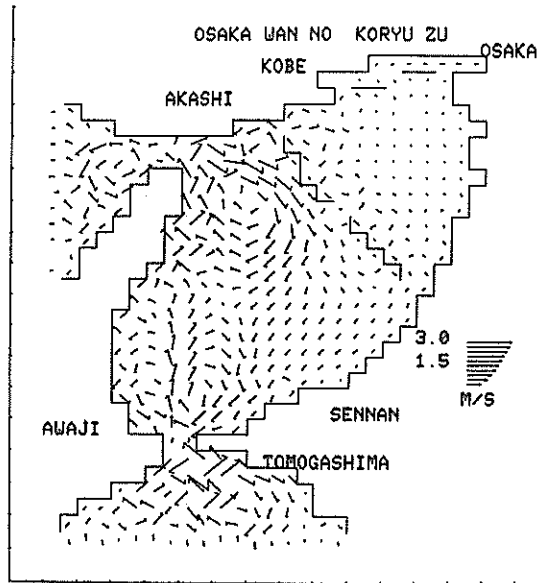
iii), 格子分割による格子総数の制約

によって下限(最小値)が押えられる。

流れの基本式を差分化する過程から考えれば、格子間



(1)格子間隔 1 km



(2)格子間隔 2 km

図一 6.3 潮汐残差流

隔は小さい程よいように思われるが、格子総数が増加して記憶容量が増大するのみならず、時間ステップも格子間隔に応じて小さくなり演算回数が増える。二次元単層モデルの場合、同じ領域を等間隔の格子で計算する場合、格子間隔が $1/2$ になれば演算時間は8倍、すなわち、格子間隔の3乗に逆比例して増大する。この意味では格子間隔は大きくとった方が計算は容易である。

一般に、格子間隔が大きくなれば1格子内での平滑化が進み、流速の大きいところは小さくなり、渦の規模も格子間隔より小さいものは消失する。図一 6.3(1)は、大阪湾の湾奥部に仮に防潮堤を設置した場合の潮汐残差流を格子間隔 1 km の潮流計算によって求めたものを示し、図一 6.3(2)は、同一領域の潮汐残差流を格子間隔 2 km にて求めたものを示している。これらの結果から小さい渦の消失が認められる。また、図一 6.4 は上述計算において代表3点(明石海峡、防潮堤開口部、および防潮堤内中央部)における潮流ホドグラフ(実線は 1 km 格子、破線は 2 km 格子)を示したものである。この結果によれば、流速は湾奥で $1/2$ 、防潮堤付近で $2/3$ 程度に低下するのが認められる。

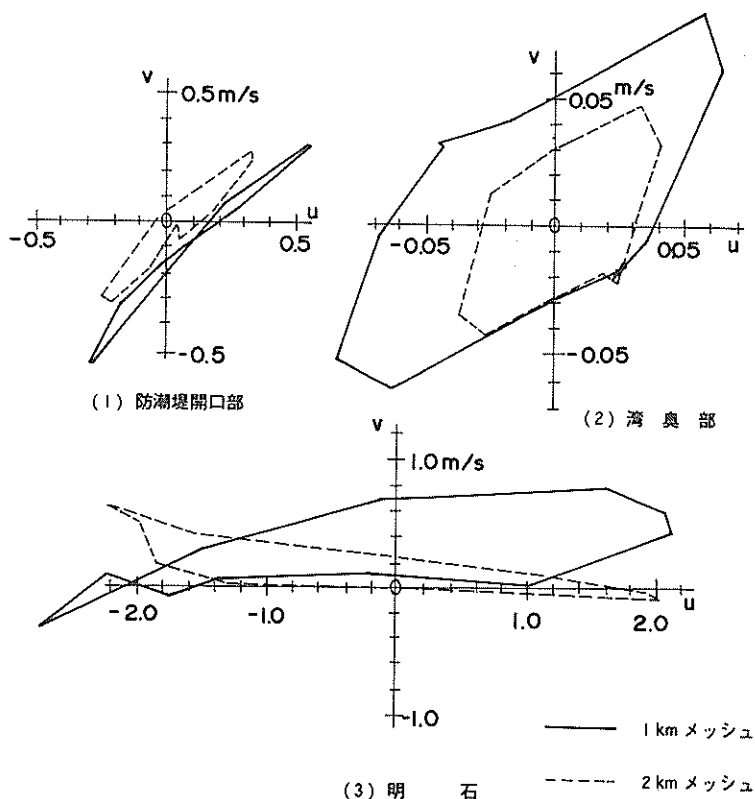
解の収束性や演算所要時間などからすれば、小メッシュモデルでも $\Delta S \geq 100$  m とするのが適当なようである。

以上は、計算領域を等格子網で覆う場合の議論であっ

たが、限られた狭い領域のみに対して細かい格子網で覆い相対的に小さい規模の現象を取扱う方法として次のような手法が考えられる。

- i), 計算領域内の一部のみ細かい格子間隔とし他は粗い格子間隔とする。計算は全領域同時に行うため、細かい格子領域と粗い格子領域とは互いに影響し合っている。格子間隔は不連続に変わる。
  - ii), 先ず粗な格子網で全領域の計算を行い、次に一部の領域を細かい格子網で先に求めた計算結果を境界値に用いて計算する。
  - iii), 格子間隔を連続的に変化させた不等長格子網により全域同時計算をする。
- i)の方法<sup>1)</sup>は、細かい格子領域と粗い格子領域とを同時に計算するため、両領域は互いに影響し合っている。しかし、流れを表わす運動方程式が非線型であるため、不連続長の格子が接続する接触面において、運動量の接続に不合理が生じ、計算の不安定や発散の原因を招くことが多い。
- ii)の方法<sup>2)</sup>はよく用いられるが、粗い格子網の計算結果が細かい格子網の計算に一方的に影響し、また計算を両格子網別々に行うため、細かい格子網による計算結果は粗い格子網による計算結果と一致しないのが普通である。
- i), および ii) のような問題点を避けるため、iii) の





図一 6.4 代表点における潮流ホドグラフ

ように格子間隔を連続的に変化させた不等長格子網による全域同時計算の手法(5.1.4にて既述)がある。この手法によれば、不連続な格子長の接界面における運動量の接続に不合理を生じないこと、粗な格子網領域と細かい格子網領域との計算が同時に行えることに関しては有利であるが、不等長格子網で必ずしも有効に領域を覆うことができないこと、境界付近で格子形状が著しく縦・横の長さが異なってくること、および時間ステップが最小格子間隔に支配されることなどの不都合も生ずる。

### 6.1.3 縮小断面

計算領域を格子分割した数値モデルでは、一格子又は格子の一辺による線境界(4.1.3(4)にて詳述)が地形表現の最小単位となる。したがって、計算機の能力の制約から最適格子間隔があるとすれば、それ以下の地形は1格子(又は格子の一辺)に拡大するか又は無視せざるを得ない。広域の大メッシュ計算ではこのような取扱いも許されるが、内湾や沿岸部の狭域小メッシュ計算では、

地形表現の精度が計算結果に及ぼす影響は大となる。特に湾港を対象としたものには、防波堤の延長や開口幅、水路狭さく部等で数百メートル(場合によっては数十メートル、数メートル)単位の伸縮による流れの影響を検討することが要求されるのも稀ではない。このような場合、ただ一個の開口幅のために全域を極端に細かい格子分割にすることは合理的でない。また、防波堤などの延長工事に伴う流れの計算において、その度毎に格子間隔を変えて計算するというのも、格子間隔の相異による流れの変化が派生するため適当でない。このため防波堤等の開口部で1格子間隔に満たないものに対しては特別の取扱いを考える必要がある。

最も簡単な方法としては、例えば二次元単層モデルの連続方程式(4.24)に対し、次のような変形を行う。

$$\zeta_{i,j}^{(n+(1/2))} = \zeta_{i,j}^{(n)} - \frac{1}{2} \frac{dt}{\Delta S} \left[ \frac{-y}{h+\zeta} \lambda u^{(n+(1/2))} \right]_{i+(1/2),j}$$

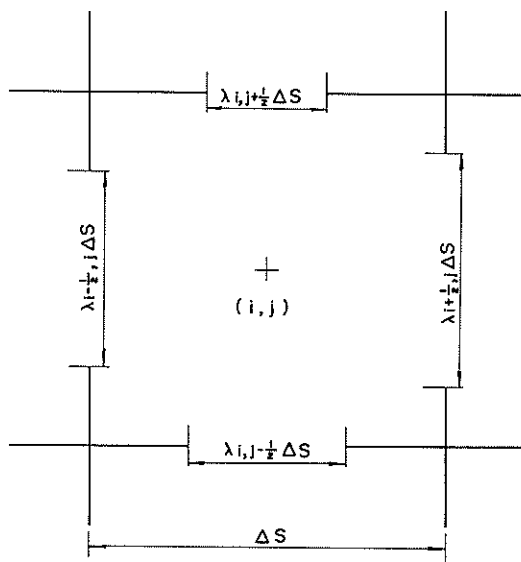


図-6.5 縮小断面

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} \frac{dt}{dS} \left[ (h + \zeta)^{-y} \zeta^{-x(n)} \right] \lambda v^{(n)} \Big|_{i-(1/2),j} \\
 & - \frac{1}{2} \frac{dt}{dS} \left[ (h + \zeta)^{-x} \zeta^{-y(n)} \right] \lambda v^{(n)} \Big|_{i,j+(1/2)}
 \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{dt}{dS} \left[ (h + \zeta)^{-x} \zeta^{-y(n)} \right] \lambda v^{(n)} \Big|_{i,j-(1/2)} \quad (6.1)$$

ただし、 $\lambda_{i-(1/2),j}$ ,  $\lambda_{i+(1/2),j}$ ,  $\lambda_{i,j-(1/2)}$ ,  $\lambda_{i,j+(1/2)}$ はそれぞれ格子 $(i, j)$ の左、右、下および上側境界の断面縮小率を表わす(図-6.5)。すなわち1格子間隔( $\Delta S$ )に満たない開口部(幅 $b_{open}$ )に対しては、

$$\lambda = \frac{b_{open}}{\Delta S} \quad (6.2)$$

を定義し、この部分を通過する流体の通水断面を縮小する。連続方程式(4.27)に対しても式(6.1)と同様の操作を行うことはいうまでもない。式(6.1)の考え方は、開口部のほか、 $\lambda$ を透過率と考えることにより透過式防波堤周辺の流れの計算にも適用できる。

図-6.6は御前崎港を中心とした東西約7km、南北約9kmの海域を200mメッシュに分割して、海岸線や防波堤位置を線分にて表示したものである。図中のA、B、C、DおよびEで示す部分は、表-6.1に示されるような断面縮小率 $\lambda$ を有する防波堤開口部又は透過堤である。たとえば断面Bにおける断面縮小率 $\lambda$ は、開口幅

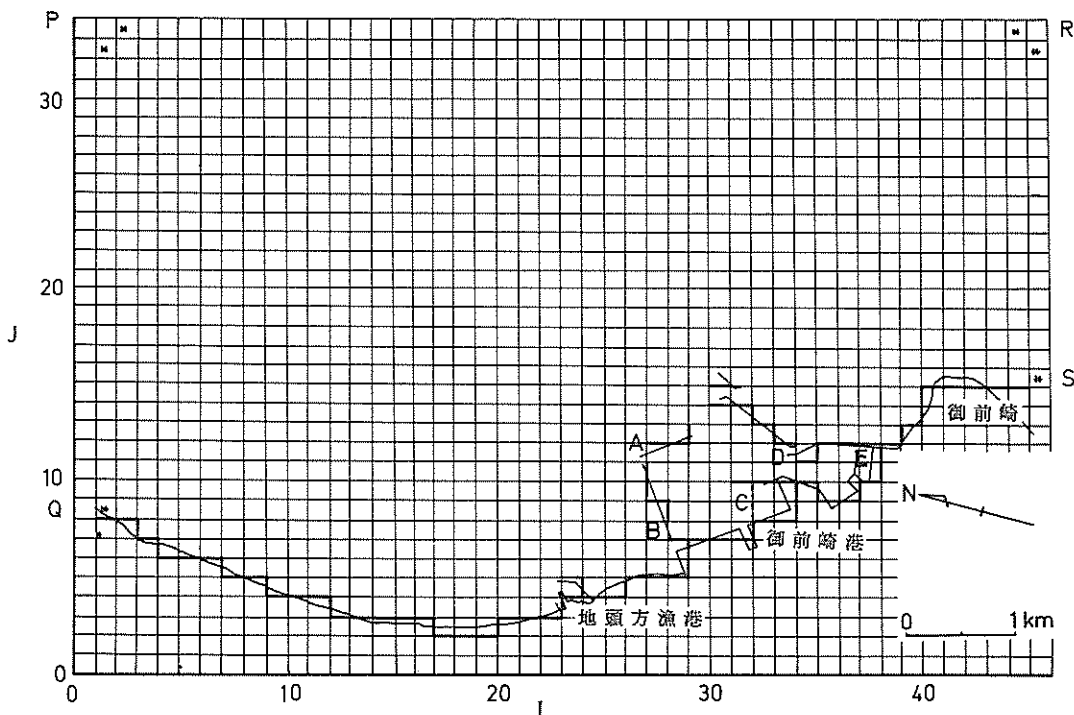


図-6.6 御前崎港計算領域



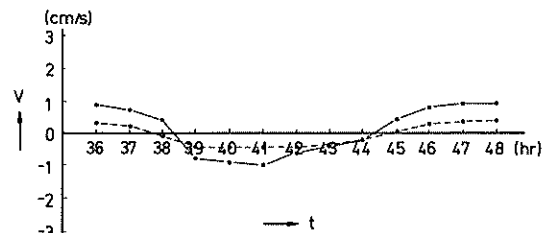
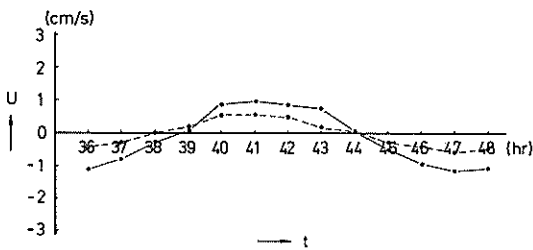
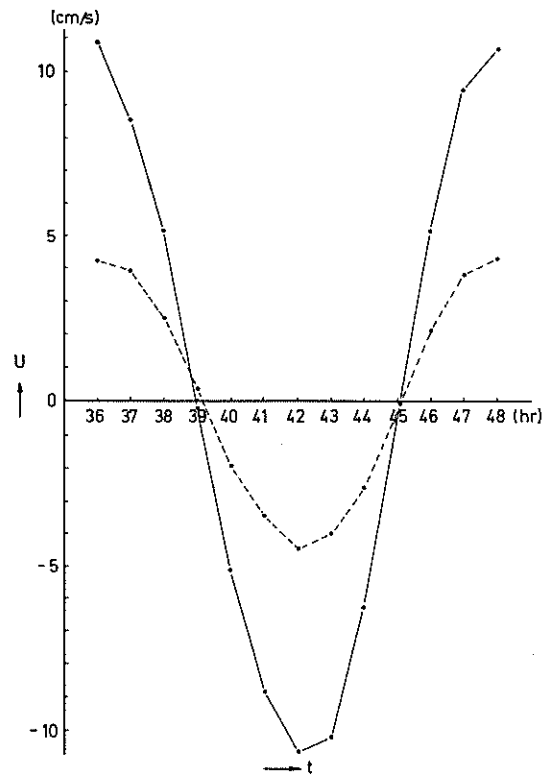
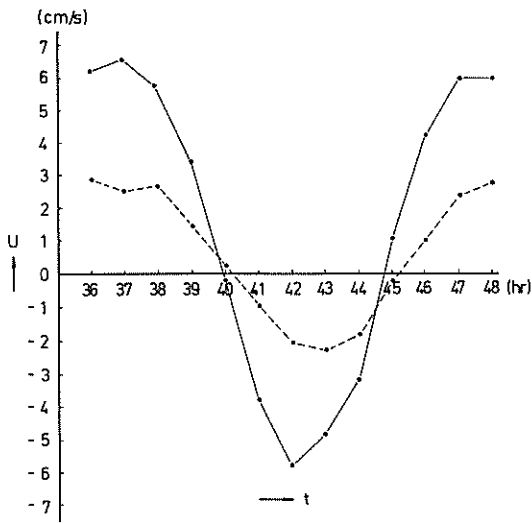
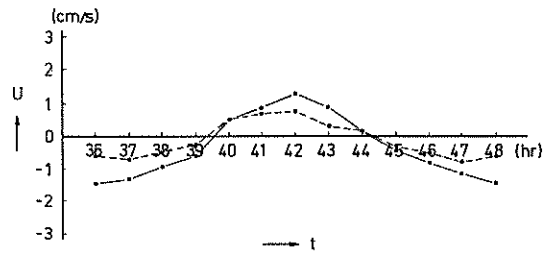
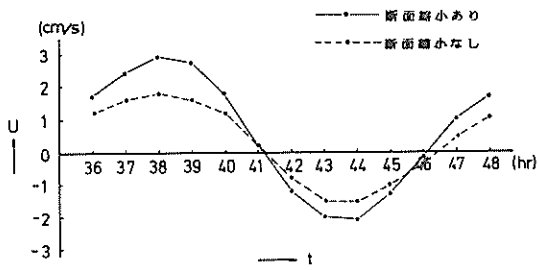
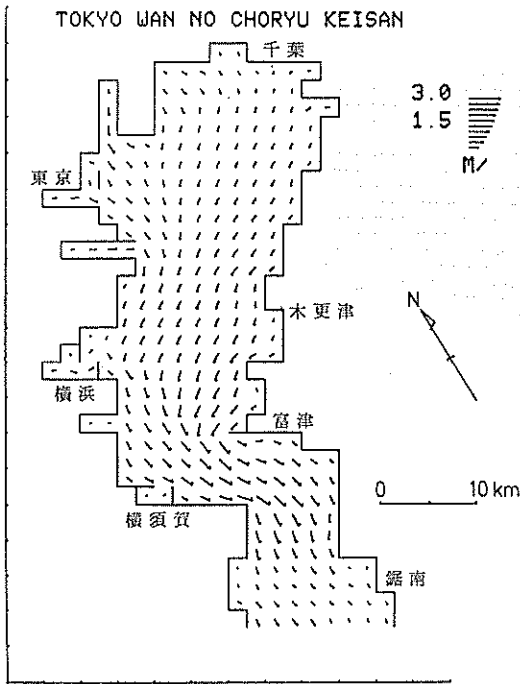


図-6.7 縮小断面における流速変化



図一6.8 東京湾潮流（下げ最強流時，水位制御のみ）

を与えればよい。

y軸方向で下端又は上端が流速強制点となる場合も以上と全く同様の扱いをする。

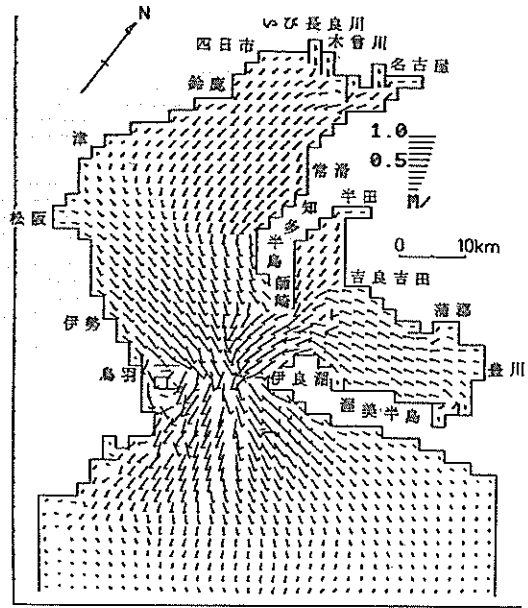
(3) 流れの特性と境界の制御法

a) 閉塞性内海の場合

潮流計算では、(1)で述べた方法で境界での水位制御により内部の流れを計算することが多い。

図一6.8および 図一6.9は、それぞれ東京湾および伊勢湾の大潮時の潮流計算を湾口よりの水位制御によって計算した結果の下げ潮最強時付近を示すものである。東京湾に対しては、2 km メッシュ、タイムステップ ( $\Delta t / 2$ ) 90 秒で布良の平均大潮 ( $M_2 + S_2$ ) 0.519 m を与えて計算したものであり、伊勢湾に対しては、同じく 2 km メッシュ、90 秒で赤羽根の平均大潮 0.633 m を沖側約 30 km の南側境界に移動して与え計算したものである。なお、伊勢湾においては、南部西側・同東側の境界は閉境界とし水位制御は行っていない。これら2つの例では、計算される潮流の流向流速は現地の観測結果の傾向をよく再現しておりほぼ満足できる結果である。

このように、水位制御による方法は、東京湾、大阪湾伊勢湾などのような閉塞性内湾で海流の影響をほとんど受けない場合に適合する。



図一6.9 伊勢湾潮流（下げ潮最強流時，水位制御のみ）

b) 外海の影響を強く受ける場合

海流の影響を強く受ける領域の場合、または計算機の性能の制約から十分な計算領域がとれず、したがって地形性に基づく恒流が境界付近で与えられない場合などは水位制御のみでは所期の流速や流向が再現できない。このような場合には(2)で述べたように、開境界で流速（又は流量）を操作して海流による影響を考慮し領域内の流れを制御した方がよい。

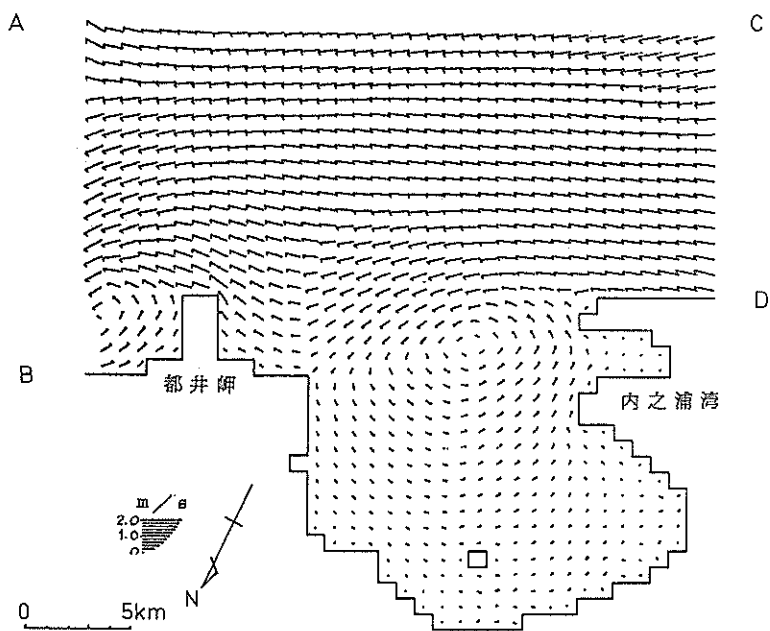
例えば加熱期の志布志湾においては湾内水が大きな左回りの環流となることがある<sup>39</sup>。これは外海を北上する 0.2 ~ 0.6 m/s の黒潮の影響を受けるためと考えられる。このような場合には、図一6.10に示されるように、計算領域を外海の ABCD で囲まれた海域まで拡張し、海流を流すことによって湾内潮流を再現するとよい。

図一6.10は境界 AB, CD に対し、それぞれ

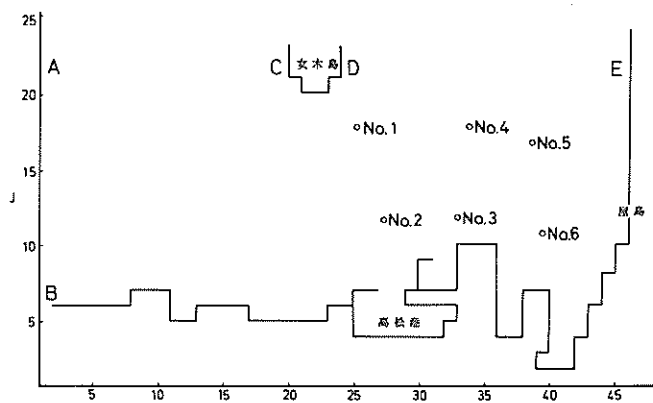
$$\left. \begin{aligned} AB: u &= 0.45 \text{ (m/s)} \\ CD: u &= 0.64 \text{ (m/s)} \end{aligned} \right\} \quad (6.7)$$

の一定流速を与え、 $\Delta t / 2 = 30$  秒、 $\Delta S = 1$  km にて計算し、20時間後の流況を示したものである。なお、B点付近では、都井岬背後における反流域の発生を考慮して流向を一部で逆向きにしている。

一方、図一6.11に示す高松港の例では、計算目的の関係上格子間隔を 200 m と小さくする必要があった。このため計算機の性能の制約から計算領域を十分広くとる



図一6.10 志布志湾潮流（外海北東流約 0.5 m/s 時，一方向の流速制御のみ）



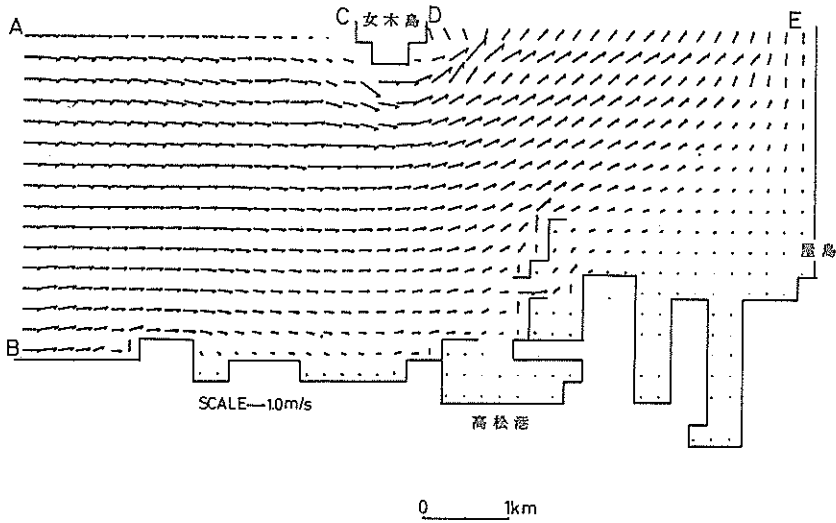
図一6.11 流速比較のための代表点位置

ことができない。ところが同海域は複雑な海岸線をもつ瀬戸内海の一部海域であり，地形による恒流成分が卓越しているものと考えられる。そこで流速制御方式をとり境界 AB, AC および DE において次に示す振動流を与えた。

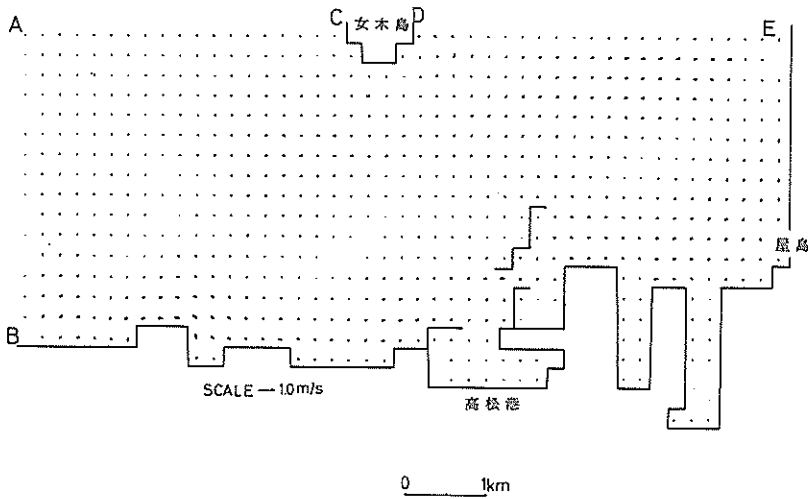
(6.8)

$$\left. \begin{aligned} AB: u &= 1.1 \sin\left(\frac{2\pi}{T} n \frac{4t}{2}\right) \text{ (m/s)} \\ AC: v &= 0 \\ DE: v &= 0.5 \sin\left(\frac{2\pi}{T} n \frac{4t}{2} - 4 \times \frac{\pi}{180}\right) \text{ (m/s)} \end{aligned} \right\}$$

ここに， $T$ : 潮流の周期 (= 12 時間)  $n = 0, 1, 2, \dots$  である。 $4t/2 = 15$  秒にて計算し，東流最強時，憩流時および西流最強時の流況を示したものが，図一6.12 (1), (2), および(3)である。この例では，水位制御では得られない速い流れ (1.1 m/s 程度) が再現されて内部の流向流速もよく制御され，図一6.11 に示される代表6地点での実測値との対応はよい(図一6.13 (1)~(6))。さらに，潮位振幅 0.6611 m (高松港験潮所  $M_2$  潮) の再現性



(1) 東流最強時



(2) 憩流時

図一 6.12 高松港潮流（往復流の流速制御のみ）

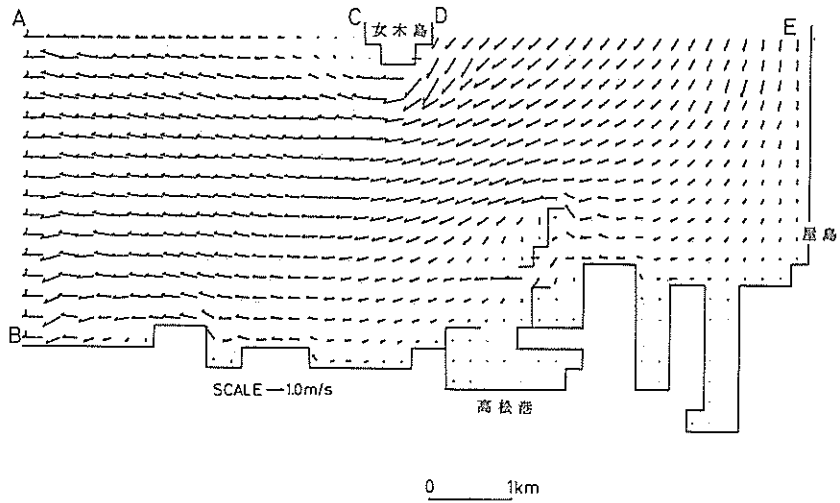
もよい。

c) 潮流と海流とが混在している場合

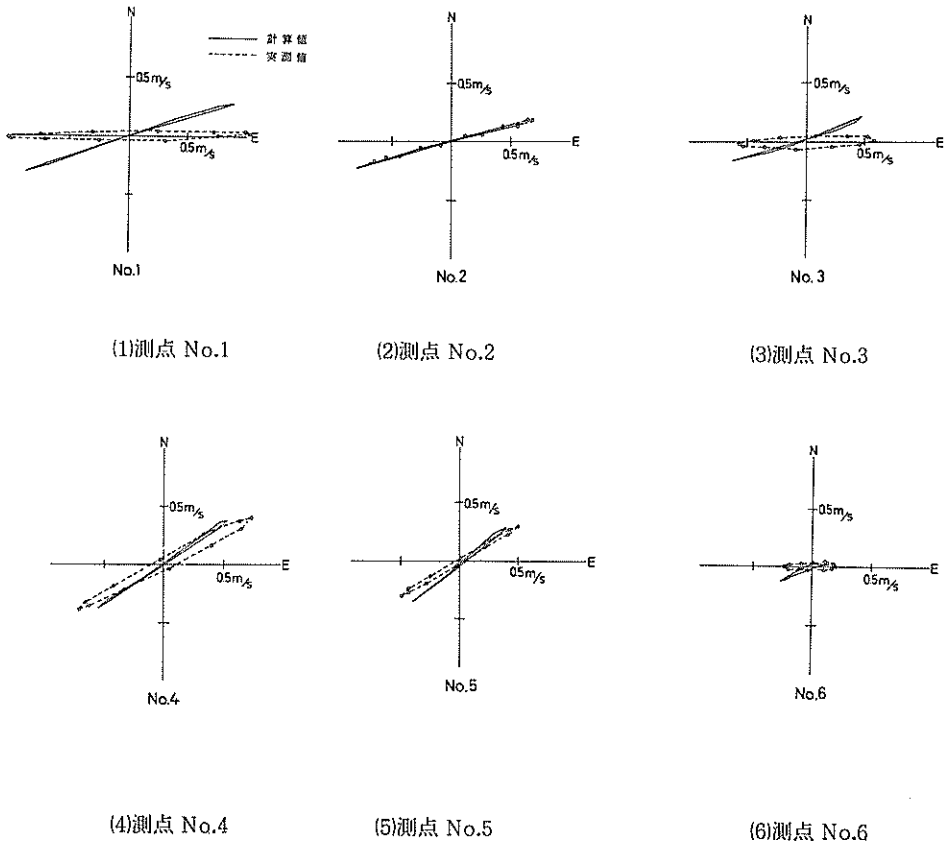
水位制御または流速制御によっても現地の流れの再現が困難なことがある。例えば前述の御前崎港を中心とする  $9 \text{ km} \times 7 \text{ km}$  の海域を対象とした流れの計算を考える。同海域は駿河湾の南西部に位置し、黒潮分岐流の逆流のため、湾奥から外海に向う南西流が卓越するといわれている<sup>4)</sup>。図一 6.14 は昭和 50 年 7 月～9 月に観測された現地の恒流<sup>5)</sup>を示すもので  $0.05 \sim 0.15 \text{ m/s}$  の南流成分が卓越している。さらに図一 6.15 (1)～(3) の南西

流最強時、憩流時、および北東流最強時の状況からわかるように、南西流成分の継続時間が長いながらも北東流に転向する半日周潮流成分がみられる。すなわち、本海域においては、黒潮分岐流による海流成分と潮汐作用による半日周潮流成分とが同規模の大ききで合成されて一つの海域の流れを形成しているものと考えられる。

いま、御前崎港の現地観測潮位に基づく平均大潮 ( $M_2 + S_2$ ) の振幅  $0.607 \text{ m}$  と選角  $166.8$  度をもとにし、図一 6.6 に示される開境界の P, Q, R, および S 面において、



(3) 西流最強時  
 図—6.12 高松港潮流（往復流の流速制御のみ）



図—6.13 代表点流速の実測値との比較



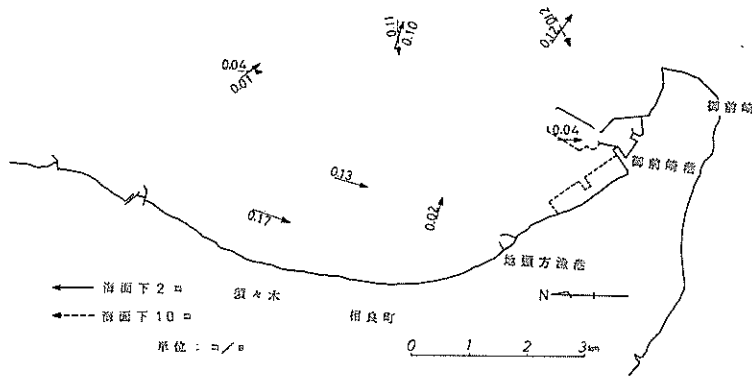


図-6.14 御前崎恒流

$$\left. \begin{aligned} \zeta_p &= 0.607 \sin\left(\frac{2\pi}{T} n \frac{\Delta t}{2} - 167.8 \times \frac{\pi}{180}\right) \text{ (m)} \\ \zeta_o &= 0.607 \sin\left(\frac{2\pi}{T} n \frac{\Delta t}{2} - 167.8 \times \frac{\pi}{180}\right) \text{ (m)} \\ \zeta_e &= 0.607 \sin\left(\frac{2\pi}{T} n \frac{\Delta t}{2} - 166.8 \times \frac{\pi}{180}\right) \text{ (m)} \\ \zeta_s &= 0.607 \sin\left(\frac{2\pi}{T} n \frac{\Delta t}{2} - 166.8 \times \frac{\pi}{180}\right) \text{ (m)} \end{aligned} \right\} \quad (6.9)$$

ここに、 $T$ : 潮汐周期 (= 12 時間),  $n = 0, 1, 2, \dots$ 。

なる水位制御 (境界線上の中間点は比例配分値) による流れの計算を  $\Delta t/2 = 30$  秒,  $\Delta S = 200$  m にて行った場合の南西流および北東流最強時付近の流況を示したものが図-6.16 および図-6.17 である。これらの結果によれば、最大流速は 0.1 m/s 程度でやや弱く、南西流、北東流の最強時付近では海岸線に沿う流れが支配的である。ところが 1 潮汐間の平均流 (図-6.18) でみると、現地観測 (図-6.14) にみられるような南西流の卓越傾向は現われず、計算領域で微弱な反時計回りの渦流が発生している。式 (6.9) で表わされる強制水位の振幅、遅角を操作してみても水位制御のみによる流れの計算では平均流の再現性を高めることは容易でない。

一方、志布志湾での例 (図-6.10) と同様に図-6.6 に示される開境界 PQ, PR および RS において、

$$\left. \begin{aligned} PQ: u &= 0.05 \text{ (m/s)} \\ PR: v &= 0 \\ RS: u &= 0.052631 \text{ (m/s)} \end{aligned} \right\} \quad (6.10)$$

なる流速制御による流れの計算を同一の  $\Delta t/2$  および  $\Delta S$  について行い、領域内の流れが十分安定したと思われる 19 時間後の流況を示したものが図-6.19 である。同図より明らかなように、南西流の支配的な流れのパターンが形成され、現況の恒流 (図-6.14) に近い流向流

速を示し、最大流速は 0.08 m/s 程度である。

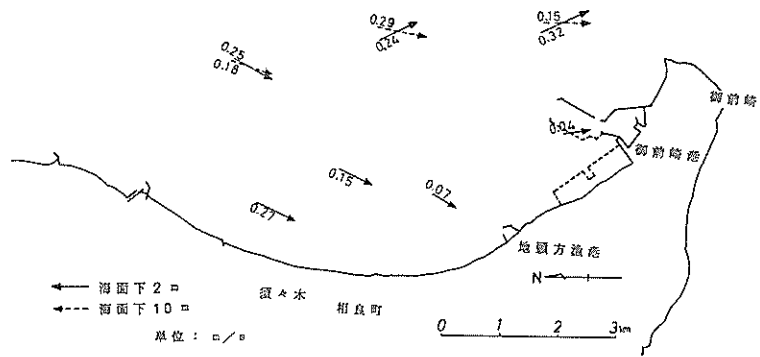
つぎに潮汐による流れと海流による恒流とを同時に再現するため、水位制御により形成される流れと流速制御により形成される流れとを合成して本海域の流れ場を再生することを考える。

一般に、流れの運動を表わす方程式 (式 (2.4), (2.5), および (2.6)) は既述のように非線型であるが、領域内の流れが小さいこと、流れの場所的变化が小さいことから流れの擬似線型性を仮定して、水位制御により得られた流れと流速制御により得られた流れとを重ね合わせてみた。

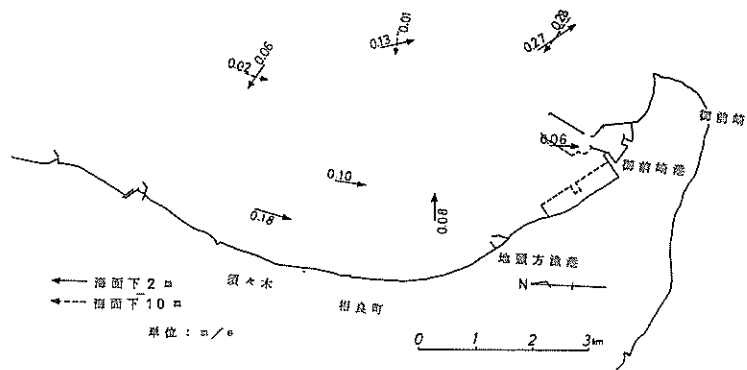
図-6.20 (1)~(12) はこのようにして得られた合成流の 1 潮汐間の毎時の流況を示すものである。これらの結果によれば、同図 (1)~(6), (11), および (12) では南西流が卓越し、1 潮汐間の約 2/3 継続していることがわかる。さらに図-6.21 はこのようにして得られた合成流の時間平均流 (既述現況恒流図図-6.14 に対応する) を表わしたもので、0.15 m/s 程度の南西流が再現されている。

以上、御前港付近の海水の流れのように、潮流作用に基づいて半日周潮流成分と、海流による恒流成分とが同規模で作用し合って形成されている場合には、上述のような水位制御と流速制御とによる流れの合成によって実態の流れに近づけることは可能である。しかし、このような流れの合成に際しては運動方程式の擬似線型性の仮定に基づいたものであり、この点については今後検討してゆく必要がある。

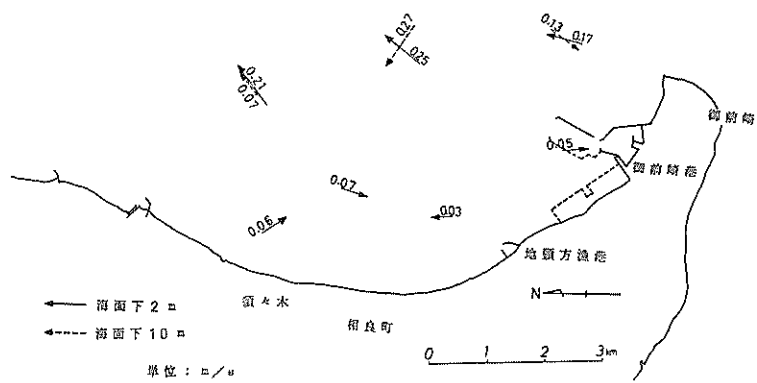
このように境界において水位と流速の双方の制御を必要とする流れの計算に対しては、これらの制御を同時併用するのが最もよさそうであるが、4.1.3 で述べたような既存のモデルにおいては容易でない。そこで 1 ステップ毎に水位制御と流速制御とを交互に行う方法を考えてみた。この手順を簡単に表わしたものが図-6.22 である。すなわち、同図(4)



(1) 御前崎南西流最強時

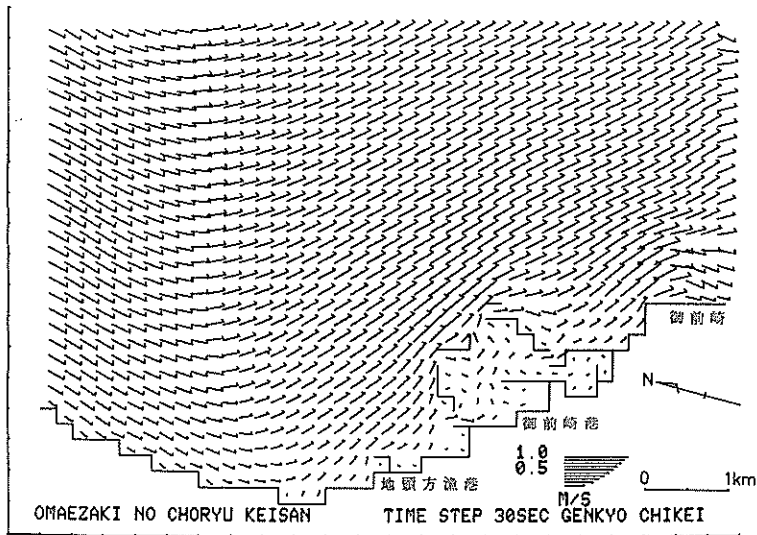


(2) 御前崎憩流時

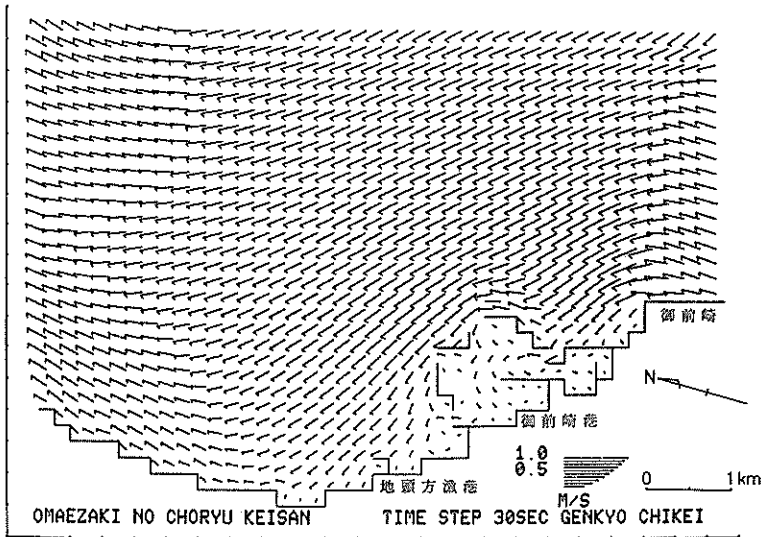


(3) 北東流最強時

図一 6.15 御前崎港潮流 (実測値)



図— 6.16 御前崎港潮流（南西流最強時，水位制御のみ）

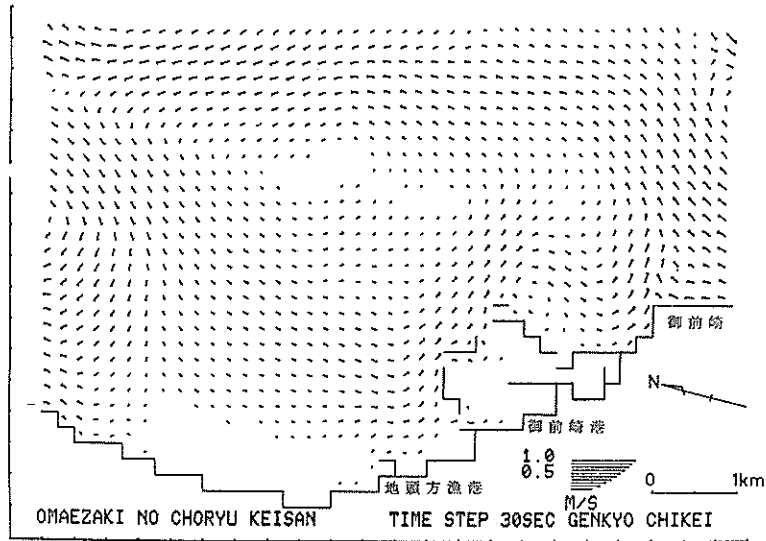


図— 6.17 御前崎港潮流（北東流最強時，水位制御のみ）

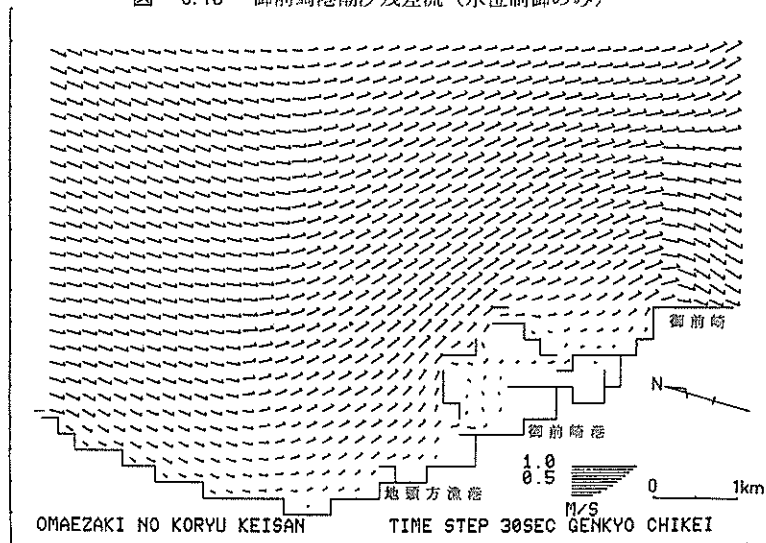
で初期値として流速制御による流れの場（図— 6.19 と同一のデータ）を与え、偶数ステップには同図（7）で境界水位を設定して同図（9）の水位制御による流れの計算を行う。つぎに奇数ステップにおいては、同図（6）で境界水位を設定し、流速制御による流れの計算を行う。

ただしこの際の境界流速は、図— 6.19 を求める場合に用いた流速の他に、水位制御のみによる流れの計算（図— 6.16, 6.17）によって発生する境界での流速を考慮しこれら両者を重ね合わせたものとして与える。以上の手順によって計算される流れを示したものが図—

6.23（1）（南西流最強時）、（2）（北東流最強時）、および（3）（1潮時平均流）である。図— 6.20（1）～（12）および図— 6.23 と比較すれば明らかなように、水位制御と流速制御とを個別に行ってこれらの結果を重ね合わせて生ずる流れと、水位制御・流速制御を1ステップ毎交互に行って生ずる流れとの間にはほとんど差がなく、これらの誤差は代表数測点で比較すると5パーセント程度である。したがって本計算例からいえば、図— 6.23 に示したような水位制御と流速制御を1ステップ毎に計算するという余分な作業を行わなくても、個々の制御によ



図— 6.18 御前崎港潮汐残差流（水位制御のみ）



図— 6.19 御前崎港潮流（流速制御のみ）

り計算される流れの重ね合わせで十分代用できることが判る。

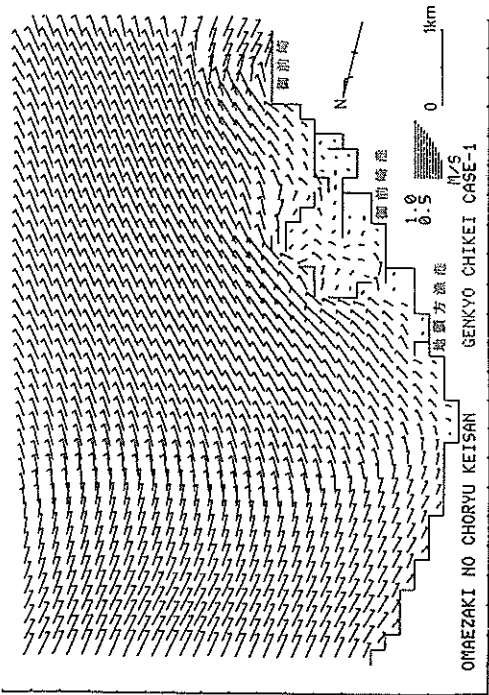
#### 6.1.5 海底摩擦と水平混合

式 (2.7) および (2.8) に示されるように、鉛直渦動粘性係数  $\nu_v$ 、水平渦動粘性係数  $\nu_h$  は共に海水の粘性によって流れに対する抵抗ないしは空間的な平滑化として作用する。

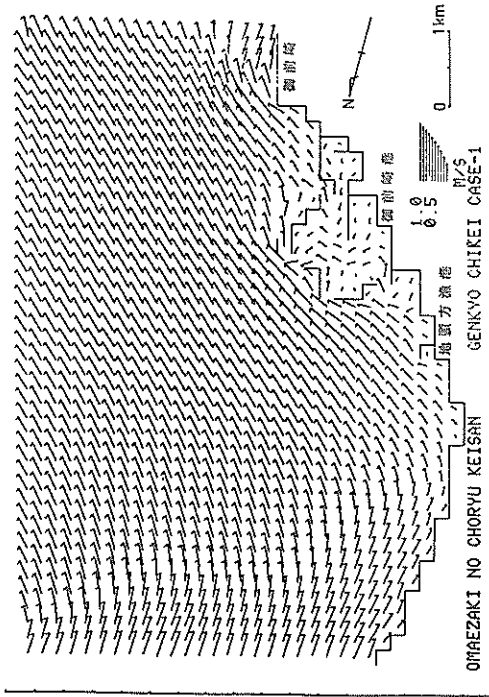
渦動粘性係数のこのような作用は取扱うモデルによってその特性や程度を異にすることはいうまでもない。たとえば鉛直渦動粘性係数の場合、単層モデルであれば海底

摩擦（海底粗度）として働くが、二層モデル又は、三次元モデルになると層間の境界面における抵抗としても働き、海底摩擦項としての定式化と層間境界面の抵抗項としての定式化やそれらの係数の取扱いは異なる。また潮汐流のような振動流を対象にする場合と、密度流などのように一方の流れを対象にする場合とにおいてもそれらの取扱いを変えることがある。本節では流れの計算において特に問題となる海底摩擦と水平混合の取扱いについて述べる。

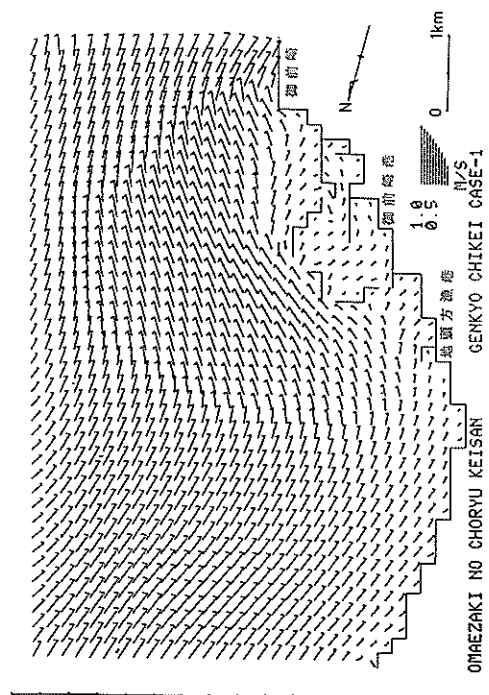
#### (1) 海底摩擦（海底粗度）



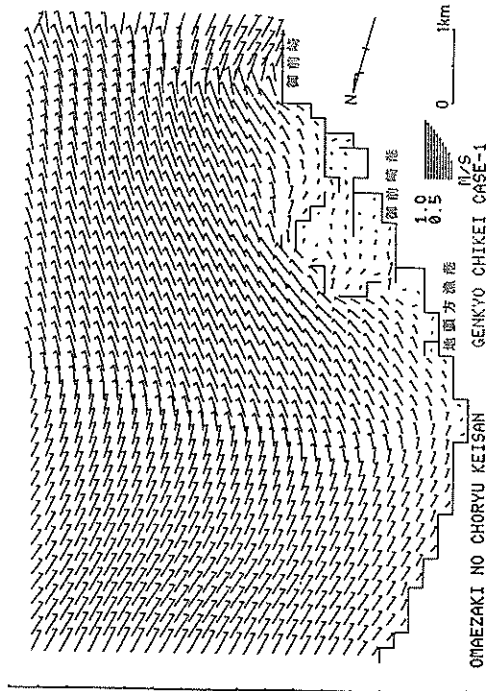
(1) 37 時



(2) 38 時



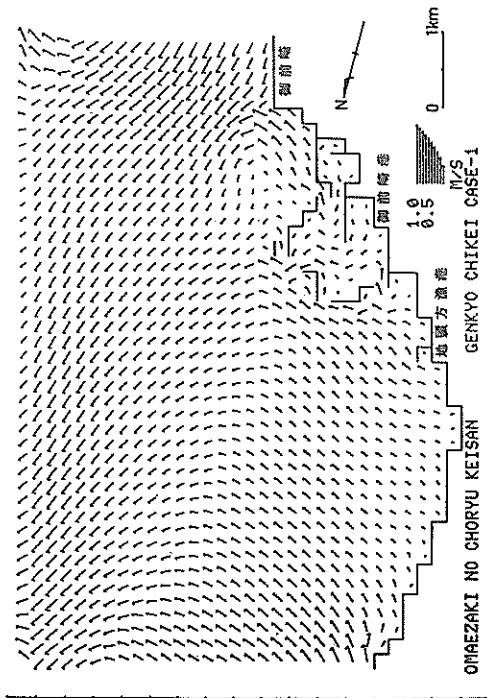
(3) 39 時



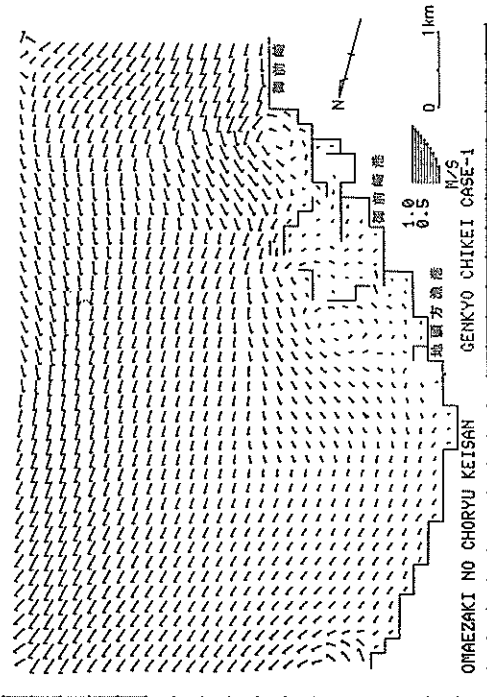
(4) 40 時

図 6.20 御前崎港潮流 (水位・流速制御の重ね合わせ)

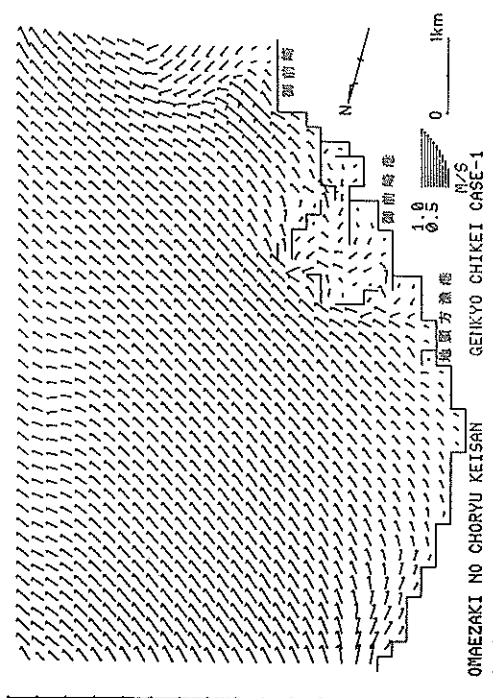




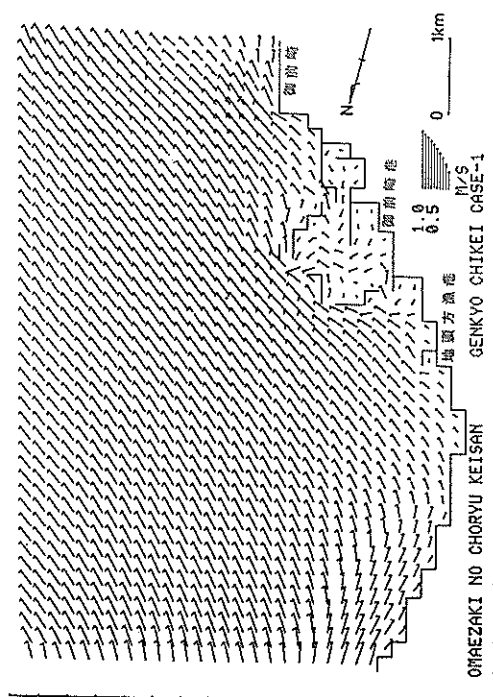
(9) 45 時



(10) 46 時

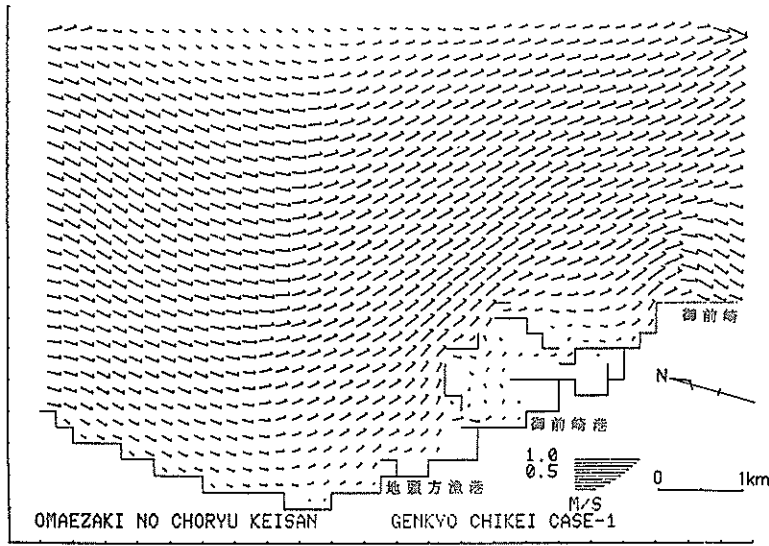


(11) 47 時



(12) 48 時

図一 6.20 御前崎港潮流 (水位・流速制御の重ね合わせ)



図一.6.21 御前崎平均流 (水位・流速制御の重ね合せ)

二次元単層モデルの場合、たとえば式(2.7)の鉛直方向に海底( $z=-h$ )から海面( $z=\zeta$ )まで積分すると、右辺最後の項は、

$$\int_{-h}^{\zeta} \nu_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz = \nu_v \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=\zeta} - \nu_v \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=-h} \quad (6.11)$$

となる。式(6.11)において、右辺第1項は海面に働く水平応力で、吹送流の計算や高潮の計算では風による吹き寄せの効果として算入されるが、風の効果を考慮しない通常の流れの計算では無視される。これに対し同式右辺第2項は海底に働く水平応力で海底摩擦又は粗度と呼ばれる。式(6.11)の形からいえば海底摩擦は海底面における水平流速 $u$ の鉛直勾配に比例する。しかし、単層モデルでは海底から海面までの平均流速 $u$ のみを取扱うため、このような取扱いはできない。したがって長周期波を対象とした海洋の流れに対しては、この海底摩擦を平均流速の大きさ(絶対値)と運動方向の流速成分に比例する量として取扱われる。すなわち

$$-\nu_v \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=-h} = -\gamma_b^2 u \sqrt{u^2 + v^2} \quad (6.12)$$

または、シェジの粗度係数 $C$ を使って

$$-\nu_v \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=-h} = -\frac{g}{C^2} u \sqrt{u^2 + v^2} \quad (6.13)$$

と表わされる。ここに、 $\gamma_b^2$ : 海底の粗度係数(一般的には0.0026が広く使われている)、 $g$ : 重力加速度、 $u, v$ : 平均水平流速成分、である。

従来のモデルでは式(6.12)として扱われてきたものが大多数であるが、式(6.13)のようにシェジの粗度係数 $C$ を用いて水深 $h$ の関数としても扱われている。この場合 $C$ は、

$$C = \frac{1}{n} h^{\frac{1}{2}} \quad (\text{単位 } m^{1/2} s^{-1}) \quad (6.14)$$

ここに、 $n$ : マニングの粗度係数(=0.026(単位 $m^{-1/3} s^{-1}$ )),  $h$ : 水深(m)である。

この他、Leendertse, J. J<sup>6)</sup>が経験的に得た

$$C = 19.4 \ln\{0.9(h+\zeta)\} \quad (\text{単位 } m^{1/2} s^{-1}) \quad (6.15)$$

や、これをさらに簡略化した

$$C = 19.4 \ln(0.9h) \quad (\text{単位 } m^{1/2} s^{-1}) \quad (6.16)$$

等が考えられる。

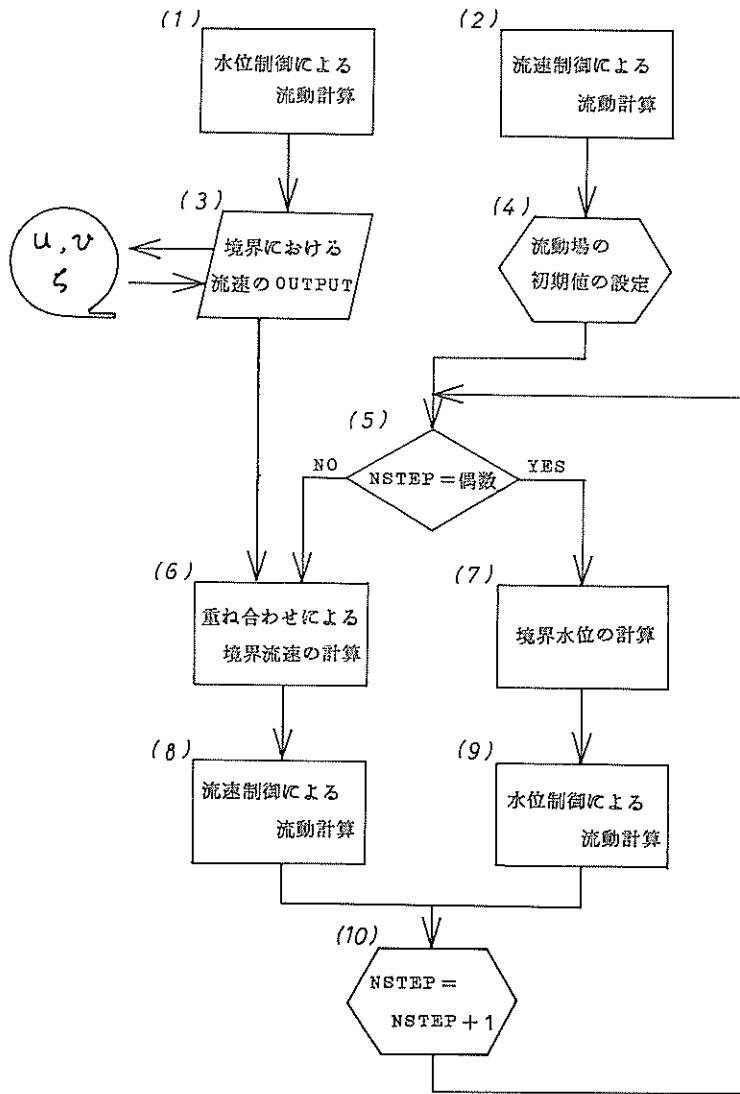
式(6.12)で表わされる $\gamma_b^2 = 0.0026$ は、式(6.13)における

$$C = 61.4 \quad (\text{単位 } m^{1/2} s^{-1}) \quad (6.17)$$

に相当する。

式(6.14)、(6.16)、および(6.17)で示される粗度係数 $C$ を水深を横軸にしてグラフにすると図一.6.24のようになる。式(6.14)や(6.16)で表わされる粗度係数は水深が浅くなると(式(6.14)においては16m、式(6.16)においては26m)式(6.17)で表わされる $C$ よりも小さくなり(すなわち海底摩擦項としては大きくなり)、また逆に水深が100mよりも深くなる





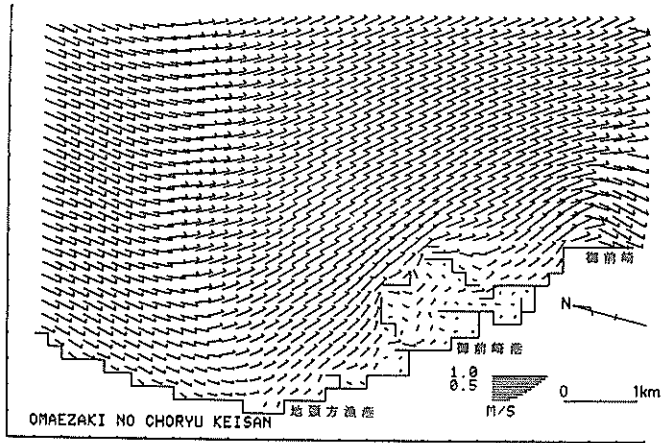
図一 6.22 水位制御と流速制御併用手順の流れ図

とほとんど水深には依存しなくなることがわかる。

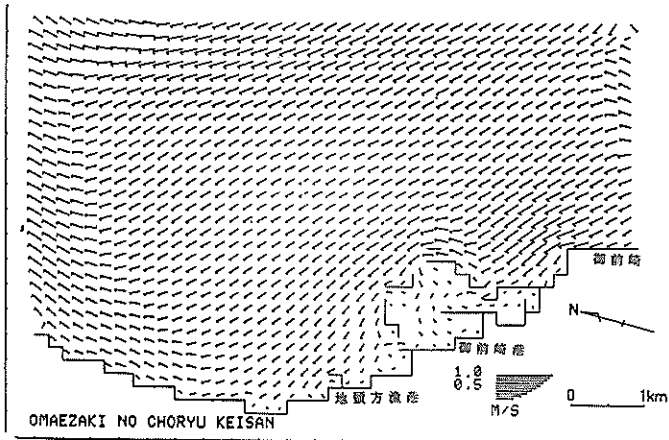
海底摩擦係数による流れおよび水位への影響を調べるため、粗度係数  $C$  として式 (6.14), (6.16), (6.17) および式 (6.14) の値を  $\sqrt{2}$  倍したもの, 式 (6.14) の値を  $1/\sqrt{2}$  倍したもの, さらに  $C = \infty$  (摩擦項 0) とした計 6 ケースをとりあげこれらの値を式 (6.13) にあてはめて, 4.1.5 で述べた大阪湾の潮流計算に適用した。粗度係数を除いて他の条件は全て 4.1.5 の場合と同一とした。

この結果,  $C = \infty$  については計算開始後 (5/12)

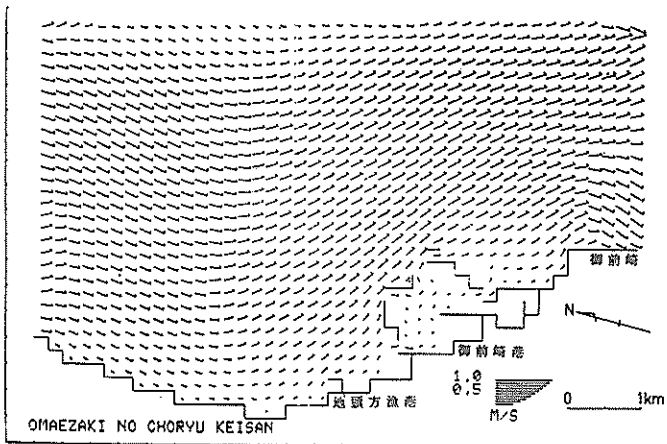
潮汐で解が発散した。残り 5 ケースについて比較すると、水位は水深の比較的大きいところでは変化は 10% 以下であるが、水深の比較的小さい大阪港前面(水深 10m 前後)では、図一 6.25 に示されるように、20% 程度の差異が生じ、粗度係数が大きくなると水位の振幅が小さくなる傾向を示している。また流れに対しては、流速の小さい湾奥部ではその変化は見極め難いが、図一 6.26 に示されるように、流速の大きい明石においては粗度による影響をかなり受けるようで、流向流速が変化している。



(1)南西流最強時

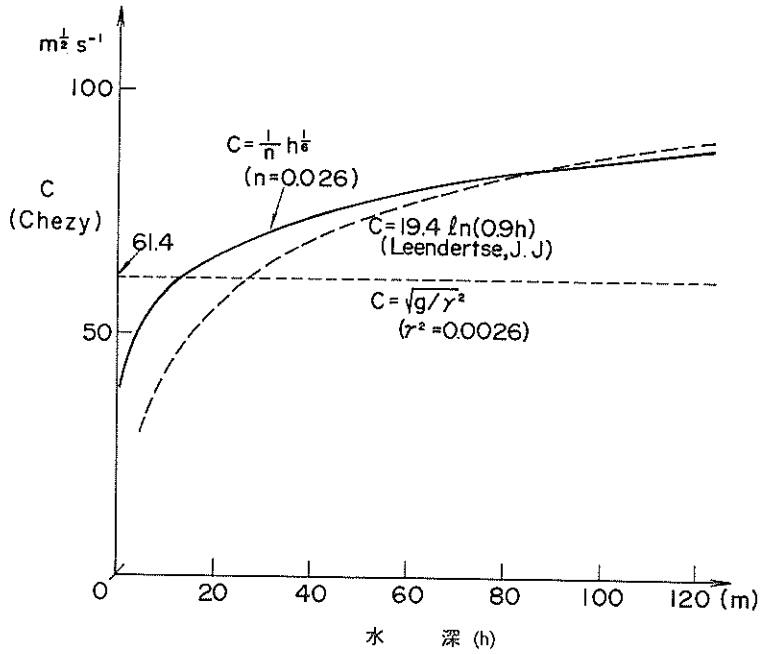


(2)北東流最強時

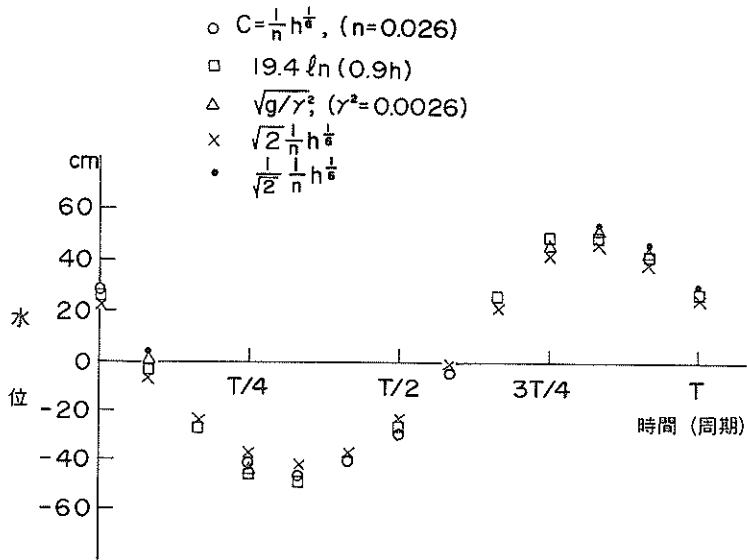


(3)平均流

図一 6.23 御前崎港潮流 (水位・流速制御の併用)



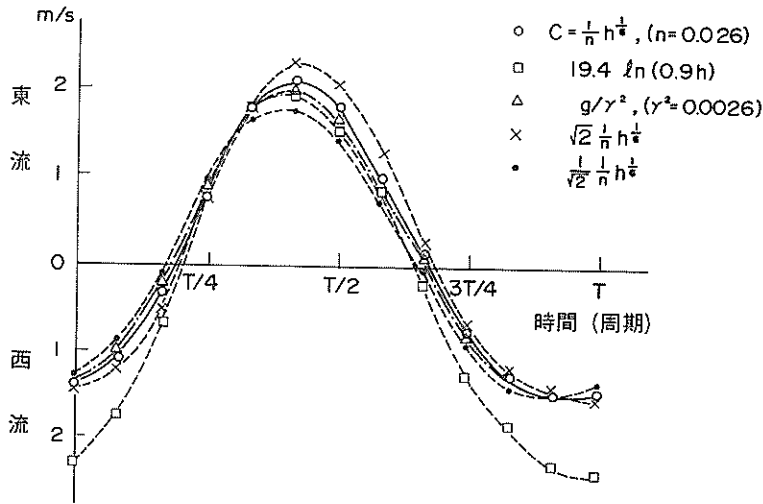
図一 6.24 粗度係数と水深



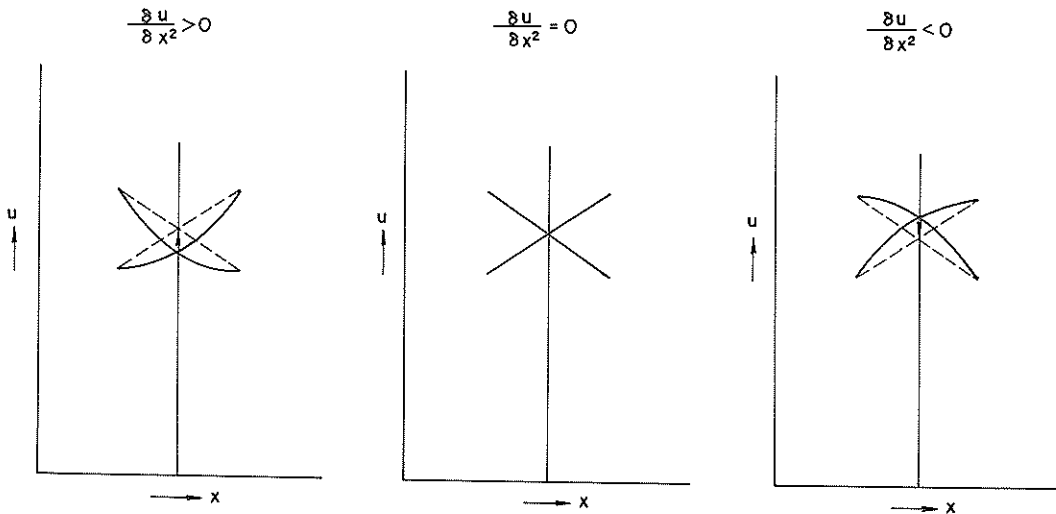
図一 6.25 大阪港前面の水位 (計算値)

これらの結果から、海底摩擦としてどの表わし方、どの粗度係数が適当であるかは断言できないが、式(6.13)の形で $C$ として式(6.14)を用いても、また式(6.12)の形で $r_b^2$ として0.0026の値を用いても大差ないようである。

一方、鉛直渦動粘性係数に関連して、二層モデルや三次元モデルでは層間の境界面においても流れに対する抵抗項として類似の扱いをする。5.1.2(4)で述べた三次元モデルにおいては、境界面において上下層間の水平



図一 6.26 明石の潮流 (計算値)



図一 6.27 水平混合項の平滑化作用

流速の相対速度 (第  $k$  層の第  $k+1$  層に対する) の大きさと運動方向の流速成分によって表わされる (式 (5.47) 参照)。この場合海底摩擦係数  $r_b^2$  に相当する内部境界面抵抗係数  $r_i^2$  は、 $r_b^2$  よりも 1 桁程度小さく、流れの再現性からみた試算によれば 0.0001 程度が適当なようである。

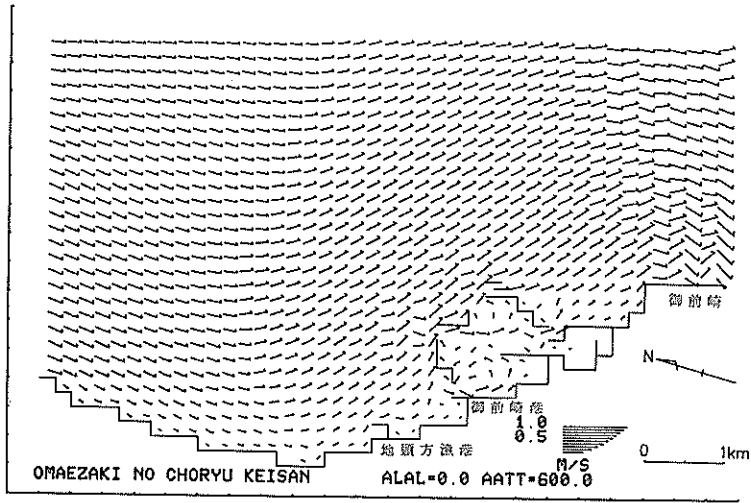
(2) 水平混合

式 (2.7) および (2.8) の右辺第 3 項に示される水平渦動粘性に関する項は流れを平滑化させる作用をする。たとえば、ADI 法による二次元単層モデルでは式 (5.23) を書き変えて、

$$u^{(n+(1/2))} = u^{(n)} + \frac{1}{2} \Delta t A_h \left( \frac{\partial^2 u^{(n)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^{(n)}}{\partial y^2} \right) + (\text{その他の項}) \quad (6.18)$$

のように表わすことができる。式 (6.18) の右辺第 2 項の  $\partial^2 u^{(n)} / \partial x^2$  は、 $x \sim u$  空間における  $u$  の  $x$  に対する曲率を意味する。したがって図一 6.27 に示されるように、

$$\frac{\partial^2 u^{(n)}}{\partial x^2} \gtrless 0 \quad (6.19)$$



図一 6.28 御前崎港潮流 (水平混合項なし, ケース 1)

に応じて流速  $u^{(n+(1/2))}$  が増加, 変化なし, または減小となる。  $\partial^2 u^{(n)} / \partial y^2$  についても同様である。

水平混合項は流体の運動状態や運動規模によってその大きさは変化する。運動規模とは格子間隔のことで, 100 ~ 1000 m のオーダーである。これに対し先の海底摩擦項は水深 10 ~ 100 m の規模である。このため, 水平混合項の粘性係数  $A_h$  を摩擦項の粘性係数  $\nu_b$  とは区別して取扱う<sup>7)</sup>。

$A_h$  の値は確定していないが, 黒潮海流の場合  $10^6 \sim 10^7 \text{ cm}^2/\text{s}$  といわれている。また考えている現象の 4/3 乗に比例し, その比例係数は  $10^{-2}$  (C.G.S. 単位で) 程度であるともいわれている<sup>8)</sup>。

水平混合項は海底摩擦項に比べて小さいため, 水平混合項を運動方程式から除外し, 水平混合項のみを別に計算することがしばしば行われる。すなわち, 一定時間間隔  $\Delta T$  (時間ステップ  $\Delta t$  の 5 ~ 20 倍にとることが多い) 毎につきの計算をする。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = A_h \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (6.20)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = A_h \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (6.21)$$

式 (6.20), (6.21) を差分化して整理すれば,

$$u_{i+(1/2), j}^{(n+(1/2))} = (1-4D) u_{i+(1/2), j}^{(n)} + D(u_{i+(3/2), j}^{(n)} + u_{i+(1/2), j}^{(n)} + u_{i+(1/2), j-1}^{(n)} + u_{i+(1/2), j+1}^{(n)}) \quad (6.22)$$

$$v_{i+(1/2), j}^{(n+(1/2))} = (1-4D) v_{i+(1/2), j}^{(n)}$$

$$+ D(v_{i+(3/2), j}^{(n)} + v_{i+(1/2), j}^{(n)} + v_{i+(1/2), j-1}^{(n)} + v_{i+(1/2), j+1}^{(n)}) \quad (6.23)$$

ここに  $'$  は水平混合項により平滑化された流速を意味する。また  $D$  は平滑化係数と呼ばれ,

$$D = \frac{A_h \Delta T}{(\Delta S)^2} \quad (6.24)$$

$$A_h = \epsilon (\Delta S)^{4/3} \quad (6.25)$$

$\epsilon$ : 定数,  $\Delta S$ : 格子間隔 ( $\Delta x$  又は  $\Delta y$ )

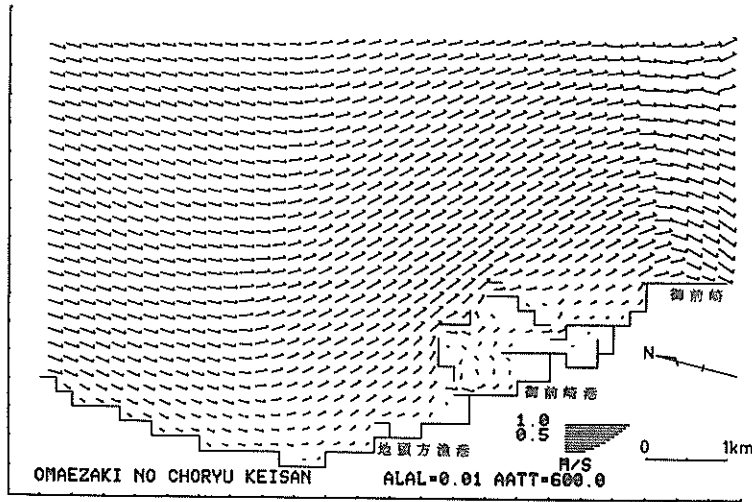
で表わされる。

このように  $\Delta T$  時間間隔毎に水平混合項を計算する方式とは異って, 式 (4.23), (4.25) で表わされるように水平混合項を初めから運動方程式の中に含めておき, 海底摩擦項と同様に毎時間ステップ計算する方式がある。

既に述べたように, 水平混合項は海底摩擦項に比べて小さいため, これを省略して計算しても格子間隔が km オーダーの大メッシュモデルでは水平混合項による流れの平滑化作用による計算の安定化を必要としない。これは水平混合項のもつ平滑化作用が, 大メッシュによるメッシュ内の平均化作用で代用されるためと考えられる。ところがメッシュが小さくなるとこのようなメッシュ内の平均化の度合いが小さくなり, 水平混合項による平滑化の必要が生じてくる。計算過程において境界付近 (特に流れの下手側の境界付近) に蛇行流 (チェックアボード波又は  $2D$  波と呼ばれる<sup>9)</sup>) が発生して解が発散する原因となったり, 流れとは無関係な数値振動を生じたりする場合はこの水平混合項の導入により除去することができる。

表一 6.2 水平混合項の平滑化効果検討のための計算ケース

ケース No.	$\epsilon$	$Ah$	$\Delta T$	$D$	$(1-4D)/D$	備 考	図番号
1	—	—	—	—	—	水平混合項考慮せず	図-6.28
2	0.01	$0.5429 \times 10^4$	600	0.0081	0.97	水平混合項を考慮する(式(6.22), (6.23))	図-6.29
3	0.03	$1.6287 \times 10^4$	600	0.0244	0.90	ケース2の $\epsilon$ を3倍にする(“)	図-6.30
4	0.05	$2.7144 \times 10^4$	600	0.0407	0.84	ケース2の $\epsilon$ を5倍にする(“)	図-6.31
5	0.01	$0.5429 \times 10^4$	3,000	0.0407	0.84	$D$ の値をケース4と同一に保ったまま, $\epsilon$ を1/5, $\Delta T$ を5倍にする。	図-6.32
6	0.05	$2.7144 \times 10^4$	30	—	—	毎ステップ運動方程式中に入れる (式(4.23), (4.25))	図-6.33



図一 6.29 御前崎港潮流 ( $\epsilon = 0.01$ ,  $\Delta T = 600$  秒, ケース 2)

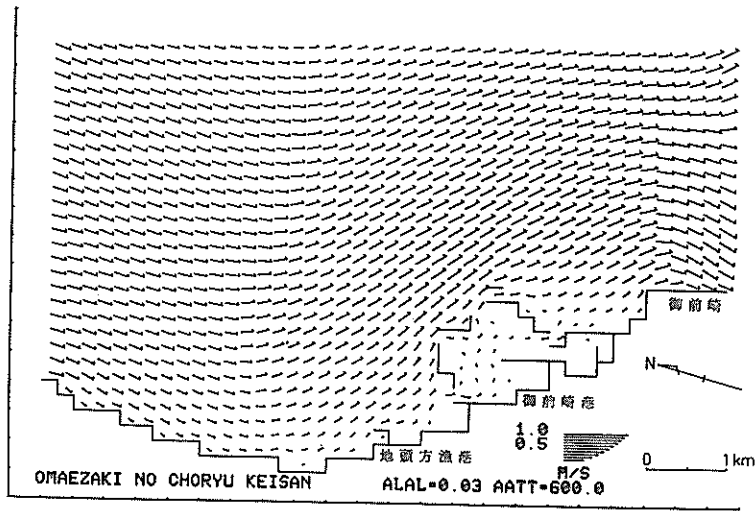
図一 6.28 は, 既述 6.1.3 の御前崎港の例において, 流速制御による計算を水平混合項を考慮せずに行ったものであり, 南東部境界付近に蛇行流が現われている。そこで, 表一 6.2 に示すように, 水平混合項を考慮しないケース (図一 6.28) を合わせ計 6 ケースの計算を行って, 式 (6.25) の  $\epsilon$  と  $\Delta T$  の選定による平滑化効果, および毎ステップ計算の場合の平滑化効果を検討した。

図一 6.29 に示されるケース 2 は,  $\epsilon = 0.01$  とし式 (6.22), (6.23) に従い,  $\Delta T = 600$  秒 (10 分) 毎に平滑化を行ったものである。ケース 1 の水平混合項を考慮しない場合 (図一 6.28) と較べれば明らかに, 同図の南西側境界および御前崎港防波堤北側付近の蛇行流はほとんど消失し整流化されているが, 南東部境界付近には依然としてわずかながら蛇行流が残っている。

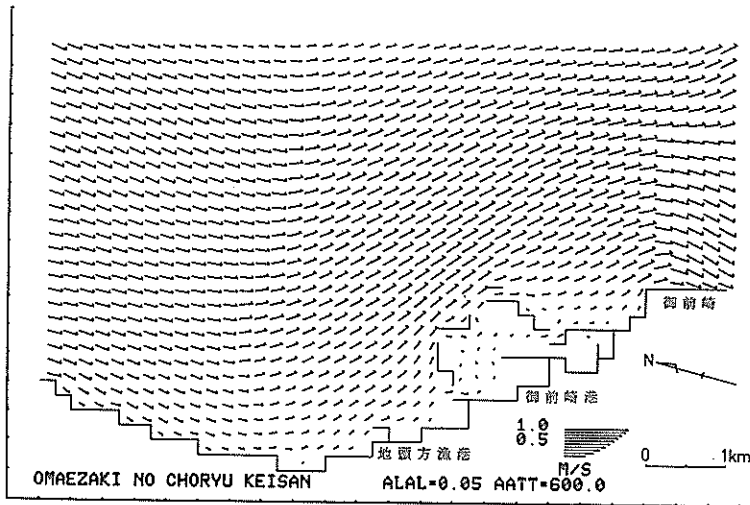
これに対し図一 6.30 示されるケース 3 は,  $\epsilon = 0.03$

とし, 600 秒毎に平滑化を行ったものである。ケース 3 では, ケース 2 (図一 6.29) の場合にみとめられた南東部境界付近の蛇行流も消失し, 領域全体が滑らかな流れとなっている。この場合, 平滑化係数  $D$  は表一 6.2 に記したように 0.0244 であり, 1 つの格子の流速を基準として上下左右 4 つの隣接する格子の流速の約 1 割が平滑化に関与していることを意味する。

図一 6.31 に示されるケースは,  $\epsilon$  をさらに大きく  $\epsilon = 0.05$  とし, ケース 3, 4 と同様に 600 秒毎に平滑化を行ったものである。この場合, 平滑化係数  $D$  は 0.04 となり隣接する周り 4 格子の流速の約 1.5 割が平滑化に関与している。平滑化効果は前ケース 3 の場合とほとんど変わらないが, 南東境界付近の東西成分 (図では上下方向成分) がわずかに小さくなり, 境界での南北方向成分のみの強制流速と滑かに接続している。



図一 6.30 御前崎港潮流 ( $\epsilon = 0.03$ ,  $\Delta T = 600$  秒, ケース 3)



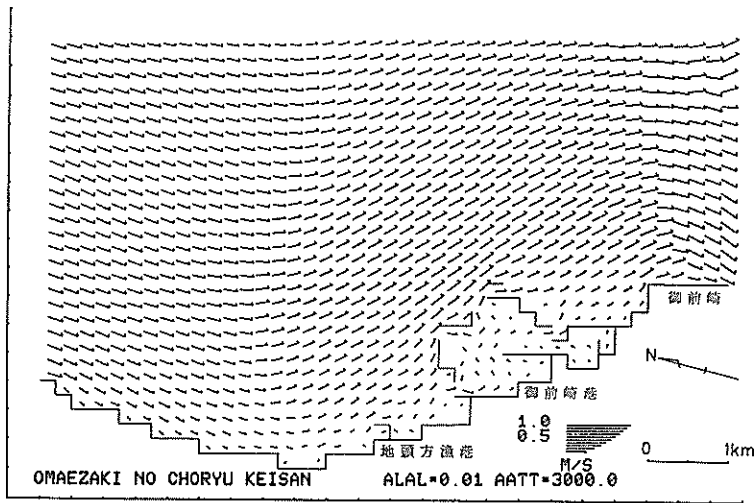
図一 6.31 御前崎港潮流 ( $\epsilon = 0.05$ ,  $\Delta T = 600$  秒, ケース 4)

平滑化係数  $D$  を大きくとればそれだけ流れの平滑化効果が大きくなることは以上のケース 2~4 によって明らかとなったが、この係数  $D$  を無制限に大きくとることは力学的意味からも合理的でない。 $D > 1/4$  においては、水平混合項による修正値が隣接 4 格子の流速成分の平均値を越えてしまい平滑化とは逆の作用をする。本例で示したように  $D$  は高々 0.04 程度とし、平滑化に寄与する周り 4 格子の流速の比率を 1 割前後以下にすべきであろう。

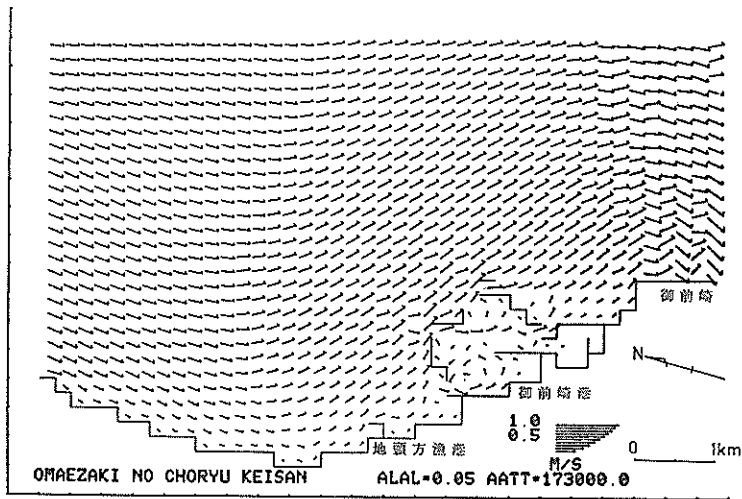
図一 6.32 に示されたケース 5 は、ケース 4 と同じ平滑化係数に対し、 $\epsilon$  を 1/5 倍、 $\Delta T$  を 5 倍にして計

算したものである。この場合、ケース 4 に比して平滑化の計算が 1/5 に減少するため演算時間は若干節約されるが、南東部において蛇行流が発生しており、平滑化効果は劣っている。

ケース 2~5 は式 (6.22), (6.23) により一定時間ステップ ( $\Delta T$ ) 毎に平滑化計算を行った場合の効果を検討のに対し、図一 6.33 に示されたケース 6 は、式 (4.23), (4.25) に示されるように運動方程式中に水平混合項を付加し毎ステップ計算した結果を示すものである。前 2~5 のケースに比し、毎ステップ水平混合項を計算するため演算時間がそれだけ大きくなる他、平滑



図一 6.32 御前崎港潮流 ( $\epsilon = 0.01$ ,  $\Delta T = 3000$  秒, ケース 5)



図一 6.33 御前崎港潮流 (水平混合項毎ステップ, ケース 6)

化の効果は劣る。

水平混合項に関するケース 1～6 の試算によると、流れの平滑化効果は式 (6.22), (6.23) に依る方が大で演算時間の上からも有利であることがわかる。この場合式 (6.24) で表される平滑化係数  $D$  は 0.04 程度以下にし、 $\epsilon$  は 0.03～0.05,  $\Delta t$  は 600 秒程度にして、周り 4 格子の流速の平滑化に寄与する比率を 1 割前後以下にするとよいであろう。また平滑化時間ステップ ( $\Delta T$ ) をあまり大きくとると同じ  $D$  に対しても平滑化効果は劣ることがわかる。

以上、計算の過程で発生する蛇行流は、平滑化係数  $D$

を用いた水平混合項により除去できることを述べたが、先に述べたように平滑化係数を不当に大きくとめることは合理的でない。また、ケース 2～5 で行ったような  $\Delta T$  タイムステップ毎の平滑化方式は、流れの平滑化、計算の安定化では好都合であったが、流れの連続性の点では不都合 (すなわち、平滑化操作により流れの連続性が潰されなくなる) が生ずる。蛇行流の発生は粘性効果の他に、現実の流れの現象からみて不自然な境界での人為的制御に起因することが多い。したがって、流れの平滑化・安定化の操作に際しては、水平混合項の取扱いと同時に、6.1.4 で述べた境界での強制条件の再検討とも合わせて行う必要がある。



## 6.2 物質拡散の計算における境界と諸係数の取扱い

### 6.2.1 拡散係数

#### (1) 拡散係数の意味

4.1 または 4.2 で扱ったような保存性物質の拡散は平均的な流れによる移流（移送）と平均的な流れからの偏りに基づく拡散とにより起る。拡散係数はこの後者の拡散量の大きさを規定する係数であるが、平均流をどのように定めるかにより、拡散係数の意味や値が異なる。

流れの平均化は時間と空間について行われる。したがって平均化を行う時間又は空間が大きくなれば平均流の値は小さくなり、平均流からの偏りによる分散は逆に大きくなる。すなわち、移流量が小さくなって拡散量が大きくなる。フィック型の拡散方程式では、この拡散量は濃度の空間的な勾配と比例定数（すなわち拡散係数）との積として表わされるため、平均化に対する時間スケール・空間スケールが大きくなれば、一般には拡散係数が増大する。

たとえば、物質拡散の基本式としてとりあげた式（2.11）においては、流れ（ $u, v, w$ ）はある固定点における比較的短い時間スケール（秒・分規模程度）に対する平均流であり、 $D_x, D_y, D_z$ はこのような時間スケールでの乱流拡散係数である。

一方、物質拡散の基本式（2.11）を水深方向に積分して二次元化した式（4.21）においては、流れ $u, v$ および濃度 $c$ は、単位面積をもつ高さが海底から海面までの水柱の空間的な平均量である。 $K_x, K_y$ は式（2.11）の乱流拡散係数 $D_x, D_y$ と、水平流の鉛直分布および濃度の鉛直分布の平均値からの偏りに基づく移流分散とを含めた見掛け上の拡散係数で、せん断流が発達する海域では $K_x, K_y$ は $D_x, D_y$ よりも大きくなる。

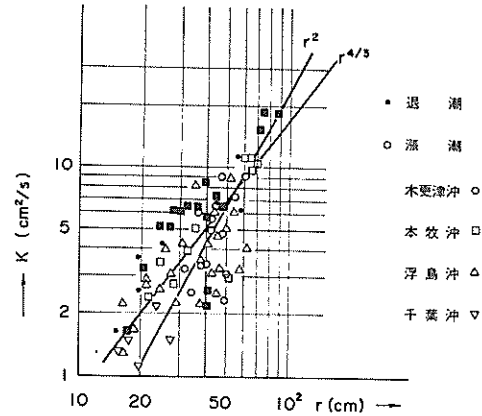
さらに、4.2 で取扱った定常解モデルにおいては、流れおよび濃度は1潮汐間（半日周潮の場合12時間又は12時25分）の長いタイムスケールからみた平均量であり、式（4.139）に現われる拡散係数は、式（4.21）の見掛け上の拡散係数にさらに1潮汐間の流れおよび濃度の平均値からの変動量に基づく拡散係数が付加される。

このように、拡散係数は時間・空間スケールの大きさによってその性質および値が異なることがわかる。したがって取扱う数値モデルによってそれに応じた拡散係数を適用することになる。

#### (2) 拡散係数の推定法と測定例

水平拡散係数を現地海域又は実験室にて求める方法にはつぎのようなものがある。すなわち、

##### i) 染料トレーサーによる拡散雲の面積の時間変化から求める方法



図—6.34 拡散雲より求めた拡散係数(東京湾, 実験値)<sup>11)</sup>

##### ii) フロート群の移動から求める方法

##### iii) 定点での流れの観測値の統計的分散からオイラー的に求める方法

である。以下これらの各方法についての簡単な解説と測定例について述べる。

##### a) 染料トレーサーの拡散雲より求める方法

平野・杉浦<sup>10)</sup>は瞬間点源からの染料が二次元拡散方程式の解:

$$c = \frac{M}{H} \frac{1}{4\pi Kt} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{4Kt}\right) \quad (6.26)$$

$M$ :染料の量,  $H$ :水深,  $t$ :時間,  $(x, y)$ :座標,  $c$ :濃度

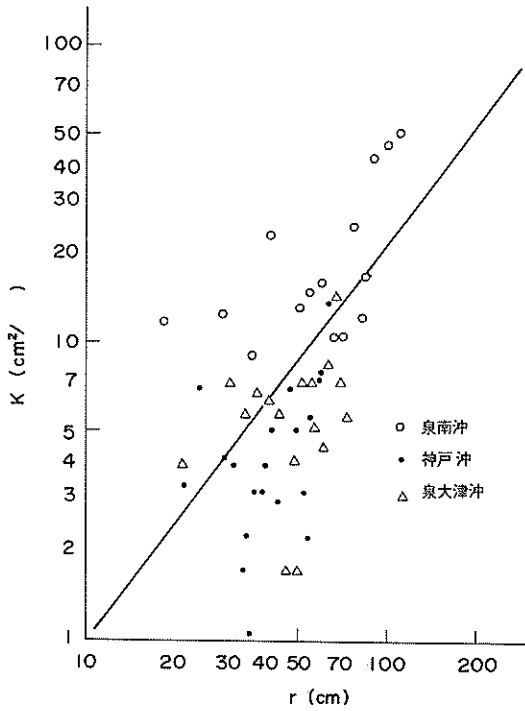
で拡散するとして、各時刻において観測された染料の可視範囲の外縁は常に等濃度であると仮定することにより

$$K \doteq \frac{r_i^2 - r_{i-1}^2}{4(t_i - t_{i-1})} \quad (6.27)$$

のような拡散係数の推定式を得ている。

東京湾模型(水平縮尺1/2000, 鉛直縮尺1/100), 大阪湾模型(水平縮尺1/2000, 鉛直縮尺1/200), および伊勢湾模型(水平縮尺1/2000, 鉛直縮尺1/160)による水理実験でウラン溶液を瞬間投入してできる拡散雲に対し式(6.27)を適用して求めた拡散係数を図—6.34<sup>11)</sup> 図—6.35<sup>12)</sup>, および図—6.36<sup>27)</sup>に示す。これらの結果によれば、東京湾では $2 \times 10^4 \sim 4 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$ , 大阪湾では $2.8 \times 10^4 \sim 1.4 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$ (平均的には $1.5 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$ ), 伊勢湾では $2.5 \times 10^4 \sim 1.3 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$ (平均的には $1.8 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$ )の値が得られている。なおこれらの値はいずれも原型に換算したものである。

一方、今本・道上は<sup>13)</sup>、琵琶湖南湖における浚渫作業に



図一.6.35 拡散雲より求めた拡散係数(大阪湾, 実験値)<sup>12)</sup>

伴う浮遊泥の拡散に対して等濃度線の観測時刻毎の分散  $\sigma_r^2$  を次式により算定している。

$$\sigma_r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n 2\pi r_i^2 c_i dr_i}{\sum_{i=1}^n 2\pi r_i c_i dr_i} \quad (6.28)$$

ここに、 $i$ : 等濃度線の高濃度順の番号、 $r_i$ : 濃度  $c_i$  の等価面積円半径、 $dr_i$ : 等価面積円の半径差である。

式(6.28) および

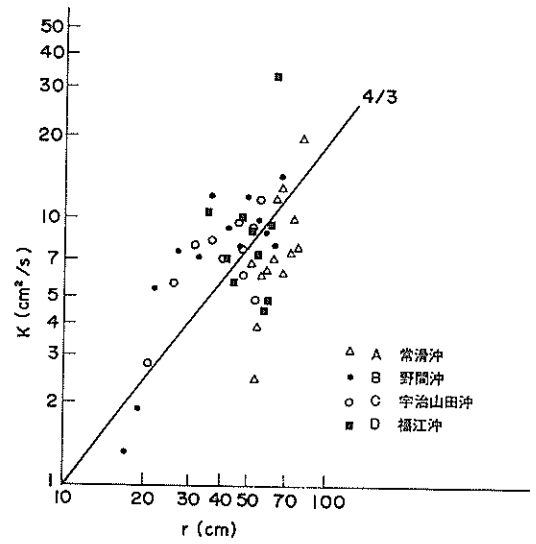
$$K = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_r^2}{dt} \quad (6.29)$$

の関係を用いて浮遊泥の拡散係数として  $3.6 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{s}$  および  $7.0 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{s}$  が得られている。

b) フロートによる粒子群の移動分散より求める方法  
今本・道上<sup>13)</sup>によると、原点から次々と放出される粒子の平均位置からの変位が  $(x, y)$  となる確率  $p(x, y)$  が次のガウス分布:

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6.30)$$

ここに、 $\sigma^2$ :  $x$  又は  $y$  方向の分散  
によって表わされるとすると、放出された各粒子が式



図一.6.36 拡散雲より求めた拡散係数(伊勢湾, 実験値)<sup>27)</sup>

(6.30) に示されるような運動をする場合、次の3つの方法により 拡散係数  $K_d$ ,  $K_l$ ,  $K_r$  が推定される<sup>14)</sup>。

i) 各粒子毎の移動距離の分散  $(\bar{d}^2)$  による拡散係数  $K_d$

$$K_d = \frac{1}{4} \frac{d(\bar{d}^2)}{dt} \quad (6.31)$$

ii) 任意の2つの粒子の相対距離の自乗平均値  $\bar{l}^2$  による拡散係数  $K_l$

$$K_l = \frac{1}{8} \frac{d(\bar{l}^2)}{dt} \quad (6.32)$$

iii) 多数個の粒子の重心位置からの変位の自乗平均値  $\bar{r}^2$  による拡散係数の  $K_r$

$$K_r = \frac{1}{4} \frac{d(\bar{r}^2)}{dt} \quad (6.33)$$

今本・道上<sup>13)</sup> は琵琶湖南湖において漂流板追跡結果をもとに上述の3方法を用いた解析を行い、i), ii)の方法から拡散係数として  $10^4 \sim 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$  の値を得ている。

水俣湾においてもフロート(60×60cm 正方形, ペニア板製)放流による拡散調査が行われている。<sup>15)</sup> 明神崎付近の海面下1m層の50個のフロート群の重心位置からの変位の自乗平均値  $\bar{r}^2$  と時間  $t$  との関係は今本・道上にならって普通目盛のグラフにプロットすると図一.6.37のようになり、この図の勾配から、iii)の方法を用いれば、拡散係数  $K_r$  として  $1.7 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$  が得られる。

c) 定点での流れの観測値からオイラー的に求める方法

固定点より一つの粒子が拡散する場合、その変位の自乗平均値  $\overline{d^2}$  は時間  $t$  が十分大きくなれば

$$\overline{d^2} = 2\overline{U_L^2} \left[ \int_0^{\infty} R_L(\xi) d\xi \right] t \quad (6.34)$$

で表わされることがテイラー<sup>16)</sup>により示されている。

ここに  $\overline{U_L^2}$  はラグランジュ変動速度の自乗平均、 $R_L$  はラグランジュ自己相関係数である。ただし

$$\int_0^{\infty} R_L(\xi) d\xi$$

は有限の値をとるとの仮定している。したがって式(6.34)より拡散係数  $K$  は

$$K = \frac{1}{2} \frac{d(\overline{d^2})}{dt} = \overline{U_L^2} \int_0^{\infty} R_L(\xi) d\xi \quad (6.35)$$

と表わされる。

式(6.35)の拡散係数はラグランジュ系の変動速度および相関係数で表わされている。定点で流速計により観測されるものはオイラー系の変動速度および相関係数であるが、メソスケールの場合には両者の間に相似性があり、パラメーター  $\beta$  により関連づけられる。したがって拡散係数  $K$  はつぎのように表わされる。

$$K = \beta \overline{U_E^2} \int_0^{\infty} R_E(\xi) d\xi \quad (6.36)$$

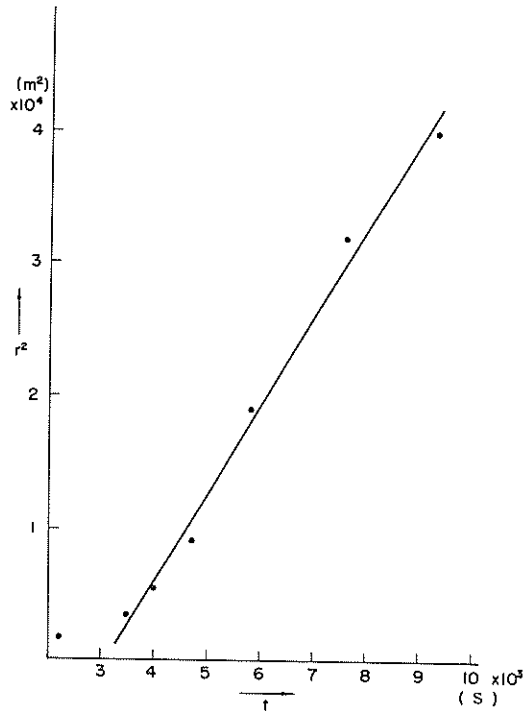
ここに、 $U_E^2$  はオイラー変動速度の自乗平均、 $R_E$  はオイラー自己相関係数である。

現地での潮流定点観測から上の方法により算出された拡散係数の数例を表一6.3に示す。これらの結果によれば、式(6.36)を用いて求められる拡散係数は内湾で  $10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$  のオーダーであり、志布志や御前崎など外海の影響を受けるところでは  $10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$  のオーダーとなっている。

また、式(6.36)においてオイラー変動速度の自乗平均および自己相関係数を鉛直流についてとり、大阪湾の測定値を適用して求めた鉛直拡散係数  $K_z$  として  $40 \sim 50 \text{ cm}^2/\text{s}$  の範囲の値が平均的に得られており<sup>17)</sup> 水平拡散係数よりも3桁位小さくなっている。

### (3) 拡散係数の与え方

(2)で述べたように実測又は実験による拡散係数(水平拡散係数はいずれの方法によっても内湾では  $10^4 \sim 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、外海に面した海域では  $10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$  の値が得られ



図一6.37 多数個の粒子の重心位置からの変位からの自乗平均値  $r^2$  より求めた拡散係数(水俣湾, 実測値)

表一6.3 定点潮流観測より求められた拡散係数

海 域	拡散係数 ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )
大阪湾 <sup>17)</sup>	$(3 \sim 6) \times 10^5$
志布志湾 <sup>3)</sup>	$10^5 \sim 10^6$
秋田湾 <sup>18)</sup>	$(2 \sim 6) \times 10^5$
御前崎港 <sup>5)</sup>	$(1 \sim 8) \times 10^6$
三河湾 <sup>19)</sup>	$10^5 \sim 5 \times 10^6$

ており大差ない。定点での流れの観測値からオイラー的に求める方法は潮流観測と併用して行えるため最も簡単な方法であるが、ラグランジュ系に変換するためにパラメーター  $\beta$  を適当に仮定しなければならない。これに対し、染料の拡散雲やフロートの粒子群から求める方法は物質拡散を考える場合より論理的であるが、現地観測の場合には航空写真撮影を必要とし、撮影時刻、天候、飛行コース等からの制約を受ける。またトレーサーとしてよく用いられるウランやローダミンBなどの蛍光染料については毒性の懸念から使用禁止又は制限がありその適用が限定されている。またフロートについても航空写

真で識別できるような大きさ（数十センチメートル角程度がよく使用される）を必要とするため、流水の変動流速に対する追従性や風による影響などの点で問題がある。したがってどの手法で得られた拡散係数が適切であるかは一概にはいえない。

拡散係数の与え方には非定常モデルの場合、

- i) 全域一律一定値とする方法
- ii) 摩擦速度と水深の積、変動速度の自乗平均と時間の積のような関数で空間的に分布を与える方法
- iii) ある代表長さの関数で空間的に分布を与える方法などがある。

i) のように拡散係数を全域一律一定値とすることは、本来拡散係数は時間・空間の関数であるとするれば、何らかの平均化を行ってその代表量として扱っていることを意味している。たとえば変動速度の空間的分布の差異が著しい場合には拡散係数の空間的な差異も大きいと考えられ、このような場合には拡散係数を全域一律とする場合には局所的に過大評価される領域と過小評価される領域の部分が大きくなり無理が生ずる。

ii) のような例としては、管路の一樣定常流において対数法則の流速分布の仮定から求めた Taylor, G. I.<sup>20)</sup> の移流分散係数：

$$K = 10.1 a u_* \quad (6.37)$$

$a$  : 管の半径  
 $u_*$  : 摩擦速度

がある。Elder, J. W.<sup>21)</sup> は Taylor の解析方式を二次元開水路の一樣定常流に拡張し、

$$K = 5.93 h u_* \quad (6.38)$$

$h$  : 水深

を導いている。さらに Harleman, D. R. F.<sup>22)</sup> は, Taylor の解析方式を正弦波で表わされる二次元水路中の往復流の拡散計算に適用し、

$$K = \frac{20.2 n}{\sqrt{g}} u_{zt} R_H^{\frac{5}{4}} \quad (\text{MKS 単位}) \quad (6.39)$$

$u_{zt}$  : 往復流の流速  
 $n$  : マニングの粗度係数  
 $R_H$  : 径深

を導いて感潮河川の拡散計算を行っている。Leendertse, J. J.<sup>23)</sup> は, Elder の式 (6.38) において、

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma R I}{\rho}} = \sqrt{g R I} = \sqrt{g} \frac{u}{C} \quad (6.40)$$

$\tau_0$  : せん断力,  $R$  : 径深,  $I$  : エネルギー勾配  
 $u$  : 平均流速,  $C$  : シェジエの粗度係数  
 $\gamma$  : 流体の単位体積重量

を代入し、

$$\left(\frac{K_x}{K_y}\right) = 5.93 \sqrt{g} \left(\frac{u}{v}\right) h / C \quad (6.41)$$

によって, Jamica 湾その他の拡散計算を行っている。本文 4.1 においては式 (6.41) の変形として, 各点の流速の絶対値の平均を用いた拡散係数  $K_x, K_y$  :

$$\left(\frac{K_x}{K_y}\right) = 5.93 \sqrt{g} \left(\frac{\overline{|u|}}{\overline{|v|}}\right) h / C \quad (6.42)$$

$\overline{|u|}, \overline{|v|}$  : 流速の絶対値の 1 周期平均

を用いている。

iii) の方法も拡散係数値に空間的な分布を与えるもので、たとえばコルモゴロフの 4/3 乗則が成り立つとして与えられる。

$$K = \alpha L^{\frac{4}{3}} \quad (6.43)$$

$\alpha$  : 定数 (有次元),  $L$  : 代表長さ

の型式のもので、代表長さ  $L$  には拡散雲の等価面積円径、染料雲の拡がりの標準偏差、6.2.1(2)b) で述べたような粒子間の  $d', l, r$  などがとられる。

堀口<sup>24)</sup> は、東京湾のように水深が 30m 以浅で閉塞性内湾では

$$K = 0.1 l \quad (\text{cm}^2/\text{s}) \quad (6.44)$$

$l$  : 陸岸からの最短距離 (cm)

が適合するとし、 $K = 10^4 \sim 1.2 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$  を与えている。

一方、以上の非定常モデルに対し、定常モデルでは、4.2 の式 (4.139) に示されるように、非定常モデルの拡散係数  $K_x, K_y$  のほかに、より大きな時間スケール (たとえば 1 潮汐間) の流れおよび濃度の平均値からの変動量に基づく拡散係数  $K_{x0}, K_{y0}$  が関係する。この拡散係数  $K_{x0}, K_{y0}$  の特性についてはまだ十分に解明されておらず、数式化の方法も確定したものがない。4.2.4 の例題においては、式 (4.141) の第 2, 3 式に示されるように、

$$\left(\frac{K_{x0}}{K_{y0}}\right) = \alpha \Delta S \left(\frac{\sqrt{\bar{u}^2}}{\sqrt{\bar{v}^2}}\right) \quad (6.45)$$

$(\sqrt{\bar{u}^2}, \sqrt{\bar{v}^2})$ : 各点における流速( $u, v$ )の1潮汐平均の変動流速成分の自乗平均平方根

$\Delta S$ : 格子間隔,  $\alpha$ : 定数

として表わし,  $\alpha = 0.6$  として計算した。

また別途定常モデル<sup>25)</sup>においては, 拡散係数  $K_{x0}$ ,  $K_{y0}$  に, 相当するものとして,

$$\left(\frac{K_{x0}}{K_{y0}}\right) = t \left(\frac{\bar{u}^2}{\bar{v}^2}\right) \quad (6.46)$$

$t$ : 時間

のように表現し,  $t = 1500$  秒を与えた場合に塩分分布が実測データに最もよく適合したという結果が得られている。

このように拡散係数(水平拡散係数)はモデルによってその与え方も異なりいずれの方法が優れているかは断言し難い。フィック型の二次元拡散方程式(4.21)に示されるように, 物質量の時間変化を流れによる移流と拡散として把える場合, 拡散による時間変化の移流によるその比は大略次のようにして見積ることができる。

$$\frac{(\text{拡散による時間変化率})}{(\text{移流による時間変化率})} \sim \frac{\frac{\partial[(\zeta+h)K_x \frac{\partial c}{\partial x}]}{\partial x}}{\frac{\partial[(\zeta+h)uc]}{\partial x}} \sim \frac{K}{u \Delta S} \quad (6.47)$$

ここに,  $K_x$ : 拡散係数,  $u$ : 流速,  $\Delta S$ : 格子間隔

式(6.47)は, 拡散係数  $K_x$  が流速  $u$  と格子間隔  $\Delta S$  との積を上まわれれば拡散による物質の時間変化率が移流によるそれを上まわることを意味している。仮に,  $u = 0.1$  m/s,  $\Delta S = 2000$  m とすると  $K_x = 2 \times 10^6$  cm<sup>2</sup>/s で移流項と拡散項とが同じオーダーになり, この近傍のオーダーでの  $K_x$  の値が計算結果に鋭敏に作用し, これより小さい  $K_x$  では物質量の変化は移流量で決定され, これより大きな  $K_x$  では拡散量が支配的になることがわかる。

フィック型の拡散式に基礎をおいている限り, 移流量は流れの場が定まれば決定されてしまうため, 拡散計算に伴う誤差や修正部分が拡散量, すなわち拡散係数の調整に課せられることが多い。拡散計算において物質

負荷点近傍等でみられる負の濃度の発生を抑えるためにとられる上流差分は拡散を常に促進する方向に作用する。これを防ぐために過剰拡散分を擬似拡散係数(式(5.22b)参照)にて調整するものこの一例である。

このように, 拡散係数の与え方にはこれという決め手はない。結局のところ, 目標とする拡散分布を最もよく再現できる値を試行錯誤により選択せざるを得ない。この場合, 拡散分布の再現性さえ満足できればどのような拡散係数を与えてもよいということではない。6.2.1(2)で述べたように, 実測や実験から海域の拡散係数も固有の値をもっている。したがって拡散分布を再現するのに最も都合のよい拡散係数がこれらの実測値・実験値と過度にかけ離れる場合には, 流れ場の見直し, 拡散モデルの見直しを行って対処しなければならない。

以上は水平拡散係数の与え方についての議論であるが, 鉛直拡散係数  $K_z$  については実測例はさらに少くその大きさも明確でない。海域では  $K_x, K_y$  などに較べてはるかに小さく  $10^0 \sim 10^2$  cm<sup>2</sup>/s のオーダーともいわれている。三次元モデルで鉛直拡散係数を必要とする場合には, 水平拡散係数の場合と同様, 終局的には試行錯誤により決めざるを得ない。

## 6.2.2 境界濃度と初期濃度

### (1) 境界濃度

流れの計算における境界水位又は境界流速と同様(6.1.2参照), 拡散計算においては境界(この場合開境界)濃度が領域内部の濃度分布に与える影響は極めて大きい。不自然な境界濃度に起因する計算不安定化や濃度計算値の再現性の劣化を防ぐためには, 対象とする領域からできるだけ隔った位置に境界位置を定めた方が上述のような弊害はまぬがれることができる。ところが領域の拡大は計算量の増大を意味し, 計算実行上必ずしも得策でない。できるだけ広い領域をできるだけ簡単に計算する方法として6.1.2で述べたように, 格子間隔を適当に操作して計算する方法があるがそれでも境界濃度は必要である。

境界濃度の設定法を従来のモデルによる方法から整理すると次のように大別できる。

- i) 一定濃度に固定する。
- ii) 適当な関数近似又は時系列により時間的に変化させた値を与える。
- iii) 時間または空間, あるいは時間・空間に関する外挿値を与える。

まず i) の一定濃度に固定する方法は与え方としては最も容易な方法である。計算領域内の物質拡散が境界に

は及ばないと考えられる場合には濃度を0にすることが出来る。この場合でも計算上では流れの流出時には境界を通じて領域外に流出する。ただし流れの流入時には領域外からの物質流入はない。また境界濃度に一定の値を与えることも実測値又は推定値が得られるならば容易である。この方法は場所的には異なる値を用いても時間的には固定するため、潮流などのように流れが周期的に変化して物質濃度もこれに伴い時間的に大きく変化するような場合には適当でない。

次にii)の時間的に変化を与える方法は、一定の濃度振幅、周期、位相をもたせた単一正弦波の関数で近似するのが最も簡単であるが、より確かな実測資料があればこれを複数個の正弦波の成分和で表わすか、又は時系列表を作成してこれを入力すればよい。境界濃度の与え方としてはやや複雑であるが、実測資料に基づいて時間的・空間的な変化が与えられる点では都合がよい。

一方iii)の方法は、ii)のように実測値又は推定値を外部から強制的に与えるのとは異り、計算領域内の計算値を用いてこれを時間又は空間、あるいは時間・空間に対する外挿値から自制的に与える方法である。たとえば、境界と隣接する領域外の $x$ 座標を $(IS-1)$ 、境界と隣接する領域内の $x$ 座標を $IS$ とすると $(n+(1/2))\Delta t$ 時刻での境界濃度 $c_{IS-1,j}^{(n+(1/2))}$ はつぎのような各種の方法で与えられる。

$$c_{IS-1,j}^{(n+(1/2))} = c_{IS,j}^{(n+(1/2))} \quad (6.48a)$$

$$c_{IS-1,j}^{(n+(1/2))} = 2c_{IS,j}^{(n+(1/2))} - c_{IS+1,j}^{(n+(1/2))} \quad (6.48b)$$

$$\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_{IS-1,j}^{(n+(1/2))} = \left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_{IS,j}^{(n+(1/2))} \quad (6.48c)$$

$$\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_{IS-1,j}^{(n+(1/2))} = 2\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_{IS,j}^{(n+(1/2))} - \left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_{IS+1,j}^{(n+(1/2))} \quad (6.48d)$$

$$\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_{IS-1,j}^{(n+(1/2))} = -\left[u\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)\right]_{IS-1,j}^{(n)} \quad (6.48e)$$

上式において、式(6.48a)は境界濃度を内部と同一に、式(6.48b)は濃度勾配を内部と同一に、式(6.48c)は濃度の時間変化率を内部と同一に、式(6.48d)は濃度の時間変化率の空間勾配を内部と同一に、式(6.48e)は境界における時間・空間の全変化率を0にそれぞれ設定したものである。4.1.5の式(4.130)の第2式:

$$c_{IS-1,j}^{(n+(1/2))} = c_{IS-1,j}^{(n)} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} u_{IS-1,j}^{(n+(1/2))} (c_{IS,j}^{(n)} - c_{IS-1,j}^{(n)}) \quad (6.49)$$

も式(6.48e)と同形の与え方である。また潮汐流などの往復流場での拡散においては流出時の濃度を時系列で

記憶させておき、流入時には逆順序にとり出しこれに適当な希釈率を掛けて境界濃度とする方法もある。

iii)のように、計算領域内部の計算値から時間的・空間的に外挿して境界濃度を与える方式は外部から強制的に与える方式に較べ合理的であると思われるが、計算を継続すると濃度は限りなく増大する傾向がある。このためiii)の方式を適用する場合には、たとえば潮汐流などの往復流場においては流出時はiii)の方式、流入時はi)又はii)の方式による併用をした方がよいようである。

以上、境界濃度としてi), ii), iii)いずれの方法で与える場合でも、拡散方程式の移流項の差分で上流差分を用いている限り流出時の境界濃度はそれ程大きな影響はないが流入時には境界濃度により定まる物質量が境界から流入することになる。計算領域の境界で開境界の占める割合が大きい場合には、開境界から流入する物質量が陸域から負荷される物質質量よりもはるかに大きくなり境界濃度で内部濃度が決定される度合いが強くなる。このような場合には境界濃度の設定のしかたが極めて重要になる。

なお、これまでは非定常モデルの境界濃度について述べたが、定常モデルにおいては時間的な変化を与えないことはいうまでもない。

## (2) 初期濃度

定常モデルの場合には初期濃度は計算結果や解の収束性にほとんど影響することなく、初期値として全域0濃度とした場合もある濃度分布を与えた場合にもほぼ等しい結果が得られる。一方、非定常モデルの場合には初期値の影響が一般に大きく、拡散計算を長時間継続しても初期値があまり修正されない。物質負荷点から隔り、かつ開境界から隔った中間的な領域で特にこの傾向が強い。通常初期濃度は開境界の濃度(開境界の濃度が異なる場合にはそれらのうちの最小値)と同一濃度を計算領域全域一律に与えて濃度の基準値を高めるが、実測濃度分布又は定常解による濃度分布などを初期値として用いる場合<sup>26)</sup>にはその濃度分布が適切なものでない限り最後まで初期値の影響を残した結果しか得られなくなる。したがって初期値として空間分布をもった値を与える場合にはその初期値が適切なものであるかどうか十分事前に検討しておく必要がある。

以上本節(1), (2)において境界濃度および初期濃度に関し、与え方とその難易の度合い、物理的な意味、計算の安定性、現状での対処法、適否、等について述べた。境界濃度や初期濃度の与え方も、拡散係数の場合同様、これといった決め手はなく、目標とする濃度分布を最もよく再現できる値を試行錯誤により搜索せざるを

得ない。このためには境界濃度・初期濃度もある程度調整することは止むを得ない。

### 6.2.3 濁りの発生量

#### (1) 沈降速度

5.で扱った土砂の拡散計算では、流れによる移流・拡散と土砂の沈降とを主要要素としてとり入れた。したがって拡散の対象となる土砂の性質・粒度分布・沈降特性海上工事の工種・工法と発生形態、海底からの舞い上りなどの取扱いが重要になる。

静止液体中で単一球粒子が重力の作用で沈降する場合、重力と流体の粘性抵抗とが均合って粒子が等速運動に達した時の沈降速度  $w_0$  は次式で示されている<sup>28)</sup>。

$$w_0 = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{g}{C_D} \frac{\rho' - \rho}{\rho} d} \quad (6.50)$$

ここに、 $w_0$ ：粒子の平衡沈降速度、 $g$ ：重力加速度、 $C_D$ ：粒子の抵抗係数、 $\rho'$ ：粒子の密度、 $\rho$ ：媒体の密度、 $d$ ：粒子の直径である。

式(6.50)において抵抗係数  $C_D$  はレイノルズ数  $Re$  ( $= w_0 d / \nu$ 、 $\nu$ ：動粘性係数) によって変化し、単一球形粒子の場合近似的に次式で表わされる。

$$Re < 2 \quad C_D = \frac{24}{Re} \quad (\text{Stokes 式}) \quad (6.51a)$$

$$2 < Re < 500 \quad C_D = \frac{10}{\sqrt{Re}} \quad (\text{Allen 式}) \quad (6.51b)$$

$$500 < Re < 10^5 \quad C_D = 0.44 \quad (\text{Newton 式}) \quad (6.51c)$$

式(6.51)を式(6.50)に代入すると平衡沈降速度  $w_0$  は次のように表わされる<sup>17)</sup>。

$$w_0 = \frac{g}{18\mu} (\rho' - \rho) d^2 \quad (Re < 2) \quad (6.52a)$$

$$w_0 = \left\{ \frac{4}{225} \frac{(\rho' - \rho)^2}{\mu \rho} g^2 \right\}^{\frac{1}{2}} d \quad (2 < Re < 500) \quad (6.52b)$$

$$w_0 = \sqrt{3g \frac{\rho' - \rho}{\rho} d} \quad (500 < Re < 10^5) \quad (6.52c)$$

ところが、平衡沈降速度  $w_0$  はレイノルズ数だけでなく、沈降試験を行う容器の大きさや形状、沈降粒子の粒子形状・粒径・界面活性、材質(粘土鉱物、非晶質、有機物など)、液相(淡水か海水か)、懸濁濃度、液相の電導度、攪拌の程度、などによって変化する。松本は、長さ3m、直径100mm、200mm、300mmの円筒型沈降筒を用いたマサ土の沈降試験を行い、粒径区分によってそ

れぞれ式(6.53)に示すような実験式を得ている<sup>17)</sup>。

$$w_0 = 10^{-3.567} \times \frac{g(\rho' - \rho)}{18\mu} d^{0.3184} \quad (d < 10^{-2} \text{ cm}) \quad (6.53a)$$

$$w_0 = \frac{g(\rho' - \rho)}{18\mu} d^2 \quad (d = 10^{-2} \sim 4 \times 10^{-2} \text{ cm}) \quad (\text{Stokes の式}) \quad (6.53b)$$

$$w_0 = \left\{ \frac{4}{225} \frac{(\rho' - \rho) g^2}{\mu \rho} \right\}^{\frac{1}{2}} d \quad (d = 4 \times 10^{-2} \sim 10^{-1} \text{ cm}) \quad (\text{Allen の式}) \quad (6.53c)$$

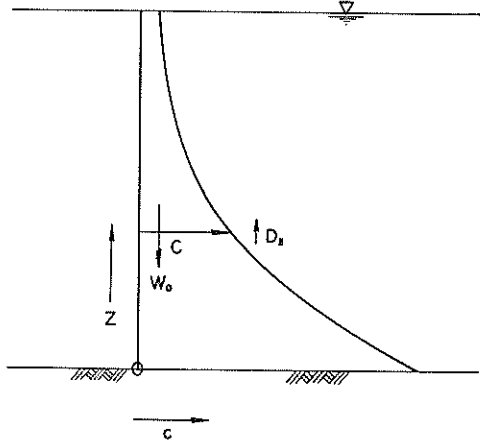
$$w_0 = \sqrt{3g \frac{\rho' - \rho}{\rho} d} \quad (d > 10^{-1} \text{ cm}) \quad (\text{Newton の式}) \quad (6.53d)$$

すなわち、ストークスの式は粒径100～400ミクロンに対してよく適合し、100ミクロン以下では式(6.54a)に示されるように粒子の綿毛化によるフロックが形成されて沈降速度が大きくなる。また、粒径が400～1000ミクロンに対してはアレンの式、1000ミクロン以上に対してはニュートンの式が適合するとしている。

#### (2) 工種・工法と濁り発生形態

海域における土砂による濁りの原因は洪水時に河川を通じて流入する土砂が大きな比率を占めるが、港湾工事等人為的な濁りでは比較的軟弱な海底地盤上に埋立工事を行う場合に想定される工種・工法と濁りの問題がある。まず、地盤改良工事としてサンドコンパクションパイル打設、サンドドレーン工法、深層混合処理工法、床掘置換、敷砂、等の工法が想定される。これらのうち、深層混合処理工法、サンドコンパクションパイル打設、サンドドレーン工法は普通隔壁のない状態で海底の微細泥を攪乱するため濁りの発生量が比較的大きくなる。深層混合処理の場合には海底で攪拌翼を回転させながらセンチメートルと海底泥を混合するもので、攪拌翼の押込み時と引抜時に濁りが発生する。サンドコンパクションでは海底にケーシングを打込むため、ケーシング打込時と引抜時およびエアブローにより濁りが発生する。濁りの発生量は深層混合処理、サンドコンパクション、サンドドレーンとも底層において最も大で、ついで表層、中層の順となる。床掘ではバケット船が最も発生量が大きで、グラブ船、ポンプ船、ドラグサクソン船の順に小さくなる。置換・敷砂は通常海底泥に較べれば粒径の大きい山土が用いられ底層付近から施工されるため濁りの発生量はほとんど底層に限られる。

埋立地の法線となる護岸工事では、マウンド土砂の投



図一 6.38 沈降と鉛直拡散の平衡

入、捨石、抗打、セル打設、セル中詰等がある。これらの場合濁りの対象となる土砂は陸上からの比較的粗な山土であるため濁りの拡散に關係する量は小さい。

埋立工事では、土運船から土砂の直投、ベルトコンベアによる揚陸などがある。この場合は対象となる土砂が粗大な山土であること、および既に護岸により周囲の大部分が外部と遮断されているため、護岸工事の場合と同様濁りの拡散に關係する土砂の発生量は小さい。

このような各種の工事により生ずる濁りの発生量の推定は、現場工事又は現場試験により鉛直断面を通過する単位時間当りの土砂量を測定し、工事に関係しない浮遊土砂量（バックグラウンド値）を差引いて行う。

工事により生ずる濁りの発生は、工事のサイクルタイムや昼夜間別で間欠的となり、また濁り発生も工事の進捗に応じて変化する。このような濁り発生の時間的・場所的変化を数値計算にどの程度忠実に反映するか又は平均化して取扱うかは計算の目的や数値モデルにより定める。

### (3) 粒度分布

濁りを発生する土砂は単一粒径ではなく粒径の異なる粒子群の集合体であり、それぞれの粒径に応じた沈降速度で沈降する。沈降速度  $w_0$  と粒子の粒径  $d$  との關係は式 (6.53) に従えば、

$$\begin{aligned} w_0 &= 0.127 \text{ cm/s} & d &= 10^{-4} \text{ cm (1 }\mu\text{m)} \\ & (0.000088 \text{ cm/s)} \\ w_0 &= 0.265 \text{ cm/s} & d &= 10^{-3} \text{ cm (10 }\mu\text{m)} \\ & (0.0088 \text{ cm/s)} \\ w_0 &= 0.882 \text{ cm/s} & d &= 10^{-2} \text{ cm (100 }\mu\text{m)} \end{aligned}$$

〔 ( ) 内はストークスの式で計算したもの。〕

等となり、仮に水深を 20m とすれば海底から海面まで沈降するに要する時間は  $1\mu\text{m}$  径で 4.4 時間弱、 $10\mu\text{m}$  径で 2.1 時間弱、 $100\mu\text{m}$  径で 0.63 時間弱となる。ストークスの式 (6.53b) の大きい粒径の方の適用限界とされている  $d = 4 \times 10^{-2} \text{ cm (400 }\mu\text{m)}$  では  $w_0 = 14.1 \text{ cm/s}$  となり 20m を沈降するに要する時間は 2 分半弱となる。したがって濁り拡散の対象となるのは粒径  $10^{-2} \text{ cm (100 }\mu\text{m)}$  以下の土砂であることがわかる。通常この範囲の粒径の粒度試験はストークスの原理を用いた土質試験 JIS 規格によって行われるが、(1) で述べたように粒子の固粒化又は固結により必ずしもストークスの式が適合せず、攪拌・煮沸・分散剤などの物理的・化学的処理の方法によってもかなり異なる粒度分布となる。最近では電気抵抗の変化を利用して微細粒子の粒径と数子数を計測する粒子測定装置が開発されており規格化への調査研究が進められている。濁り拡散計算に必要なものは、粒子の粒径分布そのものではなく、粒子の沈降速度の分布である。この意味では、濁り拡散の予測を行う対象海域の水利条件（海水、水温、流れ、乱れなど）の下で沈降試験を行うのがより直接的であるといえる。

### (4) 海底からの舞い上り

5.1 および 5.3 で述べたように海底からの土砂の舞い上りは濁りを増加させる要因でありこれを考慮するかしないかによって濁りの拡散状況が異なる。ところがこの舞い上りに関する項をどのようなパラメーターを使って表現するのが妥当であるかは明らかでない。

いま、図一 6.38 に示すように、水平流速  $u, v$  が一様で、鉛直流速  $w$  が無い ( $w = 0$ ) 流れの場において、土砂粒子の単位面積・単位時間当りの鉛直下向の沈降量と鉛直濃度勾配（下層の濃度が上層より高い）に基づく鉛直上方の拡散量とが均合している定常状態を想定すると拡散基本式 (2.11) よりつぎの關係式が得られる。

$$\frac{\partial(w_0 c)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} (D_z \frac{\partial c}{\partial z}) + \delta(0) \cdot q \quad (6.54)$$

ここに、 $w_0$  は沈降速度（下向きを正）、 $D_z$  は鉛直拡散係数、 $\delta(0)$  は  $z = 0$  において  $\delta(0) = 1$ 、その他の  $z$  に対しては 0、 $q$  は単位面積・単位時間当りの舞い上り量である。式 (6.54) を  $z = z_1$  から  $z = z_2$  ( $0 \leq z_1 \leq z_2$ ) まで  $z$  について積分すると、次式が得られる。

$$\left[ w_0 c \right]_{z=z_1}^{z_2} = \left[ D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right]_{z=z_1}^{z_2} + \delta(0) \cdot Q \quad (6.55)$$

ここに、 $Q$  は単位面積・単位時間当りの舞い上り量である。したがって舞い上りが生じている海域で 2 層以上



の濁りの鉛直分布を測定すれば式(6.55)を用いて上層より順次 $D_2$ が計算でき、最下層において舞い上り量 $Q$ が求められることになる。

濁りの発生や舞い上りが定常的でない場合には濁り又はこれに代る指標の濃度変化を空間的・時間的に追跡して、舞い上りの範囲と濃度の積分値から舞い上り量を推定する方法がある。大阪湾では土砂投入現場におけるTOCおよびT-Pの濃度測定値から海底泥の舞い上り総量 $Q_f$ および投入土砂の浮遊総量 $Q_s$ をつぎの関係式を用いて求めている<sup>17)</sup>。

$$c_w - c_{w_0} = \frac{c_T Q_T + c_s Q_s}{V} \quad (6.56)$$

ここに、 $c_w$ は投入土砂の浮遊および舞い上りがある場合の水質(ここではTOC又はT-P)濃度、 $c_{w_0}$ は土砂投入前の水質、 $c_T$ は海底泥の湿泥単位量当りの含有率、 $c_s$ は投入土砂の湿泥単位量当りの水質含有率、 $V$ は濁った海水の体積である。

#### 6.2.4 その他の諸係数

保存性溶解物質の拡散、土砂の沈降拡散においては以上のような項目が主要因として作用すると考えられるが4.3で取扱った非保存性物質の拡散においては4.3.2(2)で述べたように、物質循環機構の把え方、素過程の数式化、および諸係数の選択方法については未だ確定的なものがなく、対象海域における現場試験や現場から採取した試料による室内試験により定める以外にない。

一般に底質は水質に較べると均一性に劣り、採取法、前処理法、保存法、分析法によって測定値の変化する度合が極めて高い。生物作用に関係した項目になるとデータのバラツキはさらに助長される。この上、水質・底質および物質循環に係わる素過程は地域特性や季節変化が加わる。このため、時間や経費の制約の下で対象となる地域の代表的な資料をいかに効率よく取得しこれを数式化してゆかが今後の研究課題である。

### 6.3 数値シミュレーションの効用と課題

#### 6.3.1 数値シミュレーションの効用

数値シミュレーションの第一の利点は、2.1でも述べたように、数式化された現象に対しては定量的な答を出してくれることである。非線型でかつ複雑な境界条件のため解析的には解くことのできない問題も数値シミュレーションでは解を得ることができる。水理模型実験に付随する相似律の問題、実験装置や計測の問題、データ処理のはん雑さの問題などは数値シミュレーションにはない。現象を単純化したりパラメーターを設定・変更することも数値シミュレーションでは容易である。

数値シミュレーションの第二の利点は、現象を支配する諸要素の因果関係を示唆してくれることである。数値シミュレーションでは、モデルの構成、パラメーターの設定、およびこれらの変更が容易であるため、何が現象の支配要因であるか、またパラメーターでは何が大きく結果を支配するのかなどについて数値実験的に搜索することができる。

数値シミュレーションの第三の利点は、現象解明の緒を与えてくれることである。数値シミュレーションによって得られた数値解より、実際現象のどの部分が明らかになればよいのか、それにはどのような方法をとればよいのか、あるいはどの程度の精度でもって明らかにされればよいのかを示してくれる。この意味で数値シミュレーションは、研究対象の発掘、研究方法の提案、期待される解析精度などを我々に教えてくれるものであるといえる。

#### 6.3.2 数値シミュレーションの問題点と課題

まず第一に実測データが乏しいことである。流れや水質、底質に関するデータがある場合でも、調査目的データ取得法、整理方法、など相異のためこれらのデータを利用できないことが多い。特に水質、底質の実測データの蓄積は極めて少く地域的・時間的変化が大きいため、広範かつ密集で長期間にわたるデータが要求される。このため、ある程度実測データの取得法・データ整理法を標準化し長期にわたって実測データを蓄積してゆく必要がある。

第二に、実態が十分に明確化されていないことである。実測データが乏しいため当然であるが、流れや水質の実態が明確でないため、モデル化すべき対象が確定せず、数値シミュレーション結果を照合できるだけのデータ量や精度・信頼度がないことである。この問題を解決するためには、第一の問題点と同様、実測データを蓄積して一つずつ現象を明らかにしてゆく以外にない。

第三には、モデルが複雑化すればする程パラメーターが増加し作爲的な要因が増加することである。これまで取扱ったように、二次元単層モデルから二次元2層モデル、三次元モデルへと移行するに従い境界条件や層間の摩擦係数、拡散係数の個数が増大する。拡散モデルでは非保存性物質を考える場合4.3で述べたように有機物の生産・分解、溶出、沈降、舞い上りその他の項目が加わり経験式の個数が増大する。想定される素過程をモデルに組込んで複雑なモデルを構成したとしてもそれによって再生される結果が実現象を表わしていなければモデルとしての価値がない。どの程度まで複雑なモデル化をす

るかは、数値シミュレーションの目的と、実測データの解析などによりどの程度まで実態が明らかにされているかに依る。数値モデルと実測データとの間には一定の精度的なバランスを考えるべきでいずれが他より精度が落ちて不都合である。

第四には、数値シミュレーションはある程度高度な専門的知識を必要とするため、データ入力後計算結果が打出されるまでの過程がブラックボックス的に考えられ途中で過程を追跡することがおろそかになり勝ちとなることである。目標とする結果を得るため入力条件のみを操作しモデルの内部を顧みないのは誤りである。最近誰にでも利用できるようにするため使用頻度の高いモデルは汎用化が行われるがこれは一面では上述のような傾向を助長している向きもある。数値シミュレーションを行うためには数値モデルの内容にも周知しておく必要がある。

第五は、モデルの大きさと計算機の性能のバランスの問題である。流れや物質拡散の数値モデルは他の土木技術計算モデルの中でも最も大きいモデルの一つである。したがって計算機の記憶装置を占有する度合も計算所要時間も概して大きい。流れや物質拡散の数値シミュレーションでは一度の計算で満足できる結果が得られることはまずないといってよく、何回も試行錯誤を必要とする。それ故、計算機の性能にもよるが、計算所要時間が1ケース当たり1時間以上要するものは領域やモデルの縮小などの手段によって演算時間を短縮し作業能率の低下を抑える必要がある。

### 6.3.3 今後の展望

今後、環境問題の深刻化の認識が強まるにつれて、流れや物質拡散に対する数値シミュレーションは、その使い易さもあって、益々その需要が増大するものと思われる。

数値シミュレーションの前提となる実態把握も、新しい観測システムを導入により、現在よりも時間的・空間的により高密度に、かつ精度よく行われるようになるであろう。人工衛星を利用したりリモートセンシングの技術も開発され、気候・船舶航行・調査立入問題などの障害を受けることなくいつでも自由にデータが取得でき、現在とは較べものにならない豊富な実測データと情報量が蓄積されるであろう。

実測データや情報量の蓄積および解析と共に、より高度な数値モデルの開発も進められ、実際の現象をより忠実に表現することが可能になるであろう。

電子計算機の性能の向上は近年めざましいものがある。ここで取扱った流れや物質拡散の数値モデルに対して、

現在世界最大級の高速電子計算機でもってさえ、決して十分な性能であるとはいえない。計算機の性能の向上とモデル規模の拡大とは追いつ追われつの関係があり限界はないと思われるが、それでも数年前の数値シミュレーションと今日とを比較すれば、はるかに大きな計算量をはるかに短い時間で効率よく行えるようになってきている。このことからすれば計算機の性能の向上による流れ・拡散解析技術の向上も大いに期待してよいといえる。数値シミュレーションにより打出されるデータは数字の山積でありこれを解析するのに多大の時間を費しているが、流れや物質拡散のように時間的・空間的な分布が重要である場合にはこれらの莫大な個数の数字が適当な手段により三次元的に極めて自然に近い形で表現できるようになるであろう。プロッターやドラフターはもちろんのこと流れや物質濃度分布の時間変化を追跡できるアニメーションによる表示も普及するであろう。

数値シミュレーションの普及、社会への浸透と共に、数値シミュレーションの役割は益々重大になる。数値シミュレーションを実施する側の良心と数値シミュレーションを受けとめる側の良識とがうまくかみ合った時数値シミュレーションはより完全なものめざして発展するであろう。

## 6.4. 結 言

以上6.1においては、流れおよび物質拡散の計算を実施する際に問題となる境界と諸係数の取扱いに関し、ADI法による二次元単層モデルを主体にして示し、それらに対する考察と対応策について述べた。また末尾においては、数値シミュレーション一般に対する効用と課題および将来の展望について述べた。これらの内容を要約するとつぎのようになる。

- i) 計算領域は、地形変化の規模や計算の目的により異なるが、格子間隔 100m オーダーの小メッシュなら 5 ~ 10 km 四方、格子間隔 1km オーダーの大メッシュなら 50 ~ 100 km 四方程度にとりて領域の格子総数を数千以内に留めた方が実用的である。
- ii) 座標軸の方向は計算結果に大きな影響を及ぼすので、その選定に際しては対象とする流れや濃度分布が最もよく再現できるように配慮する必要がある。
- iii) 格子間隔は、地形表現、タイムステップ、計算の精度、計算の安定性などに関係するが、計算時間の点からいえば小メッシュモデルでも 100m 以上とするのが適当なようである。
- iv) 格子間隔よりも小さな防波堤開口部や、ある一定の透過率をもった防波堤に対して縮小断面による

取扱いがあるが、ここでは簡単な方法をとっているため改良の余地がある。

- v) 流れの計算における開境界での制御は、水位制御と流速制御とがある。閉塞性内湾では湾口での水位制御でよいが、海流の影響を強く受ける海域、または計算機の容量、計算時間の関係から十分な計算領域がとれないため境界付近の地形による恒流の再現ができない場合などでは、流速制御または流速制御と水位制御の併用により流れの再現性を高めることができる。
- vi) 流れの計算における海底摩擦項の表現方法として2.3の例があるが、粗度係数としてシェジャーの式、又は全域に一律に一定値を与える方法とでは計算結果に大きな変化はもたらさない。
- vii) 水平混合項は流れを空間的に平滑化する方向に作用する。水平混合項の計算方法は一定時間間隔毎に平滑化係数を用いて行う方法と、毎時間ステップ計算してゆく方法がある。前者の方法は平滑効果が強く現われるが計算値が階段状に変化するか又は小さな振動を生ずるため、毎ステップ計算した方がよい場合もある。
- viii) 拡散係数は時間スケール・空間スケールの大きさによってその性質および値が異なる。
- ix) 拡散係数の推定方法には、染料トレーサーの拡散雲の面積の時間変化より求める方法、フロートの移動から求める方法、定点での流れの観測値からオイラー的に求める方法がある。いずれの方法によっても内湾では $10^4 \sim 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、外海に面した海域では $10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$ のオーダーの値が得られている。拡散係数の推定に際してはこれらの特徴を十分に把握して一番使い易いものを選択すればよい。
- x) 拡散係数を数値モデルに与える場合、全領域一定値とする場合と、距離や流速の関数として空間的に分布を与える場合とがある。いずれの方法が適当であるかはそれを用いて再現される濃度分布が目標値に最も近くなるものを選択する。モデルに用いた拡散係数が実測値又は実験値と過度にかけ離れる場合には、流れ場の見直し、拡散モデルの見直しを行って対処しなければならない。
- xi) 境界濃度は、一定値で固定する場合、適当な関数近似又は時間系列表による場合、および時間・空間で外挿する場合がある。状況に応じて適当な方法を選択するが、外挿による方法は解が限りなく大きくなるので他の方法と併用するとよ

い。

- xii) 初期濃度は、定常解モデルでは計算結果や計算の収束性にほとんど影響しないが、非定常解モデルでは初期値の影響が残存するため、空間分布をもつような初期値を与える場合にはそれが適切であることを事前に十分検討しておく必要がある。
- xiii) 土砂の沈降速度は粒径によって推定式が異なるようである。ストークスの式が適合するのは粒径が $100 \sim 400 \text{ ミクロン} (10^{-4} \text{ cm})$ で、それより小さい径ではフロク化してストークスの式よりも大きな沈降速度となる。
- xiv) 濁りの発生に寄与する土砂の粒径は $100 \text{ ミクロン}$ 以下が対象となると考えられる。これらの微細粒子の粒度分布を把握する必要があるが、ストークスの式のこの範囲の粒径に対する適合性が疑しいため、対象海域の水理条件の下で沈降試験を行う方がより合理的である。
- xv) 海底からの舞い上り量の推定は、沈降速度と鉛直濃度分布により求める方法と、水質および舞上り物質として特有の物質（トレーサー）に注目して行う方法とがある。
- xvi) 数値シミュレーションの利点は、解析解法や水理模型実験よりも使い易いこと、現象を支配する諸要素の因果関係を示してくれること、将来の研究対象の発掘をしてくれること、等である。
- xvii) 数値シミュレーションを行うに当たっての問題点は、実測データが乏しいこと、実態が十分に把握されていないこと、モデルが複雑化すればする程パラメーターが増加し作為的な要因が増加すること、モデルの内容を熟知しないとブラックボックス化し易くなること、およびモデルの大きさと計算機の性能のバランスとの問題である。
- xviii) 数値シミュレーションの需要は今後益々増大するものと思われる。将来的には、実態把握のための技術開発、データの蓄積、数値モデルの高度化、電子計算機の改良開発が行われ、現在とは較べものにならない豊富な実測データ、情報量が蓄積され、より効率的なより高精度の数値シミュレーションが可能になるであろう。

## 参考文献

- 1) 第二港湾建設局横浜調査設計事務所：東京湾汚染拡散数値計算報告書、昭和49年3月、
- 2) たとえば、堀江毅・村上和男・亀山豊：徳島海岸における潮流および汚染拡散の数値計算、港湾技研資

- 料, No. 309, Dec. 1978, pp1 ~ 46.
- 3) 志布志湾海況調査委員会: 志布志湾海況調査報告書, 鹿児島県, 昭和 45 年 3 月,
  - 4) 渡辺信雄: 駿河湾の海水の流れ, 駿河湾の自然 (特集), 教師の広場 No. 13, 季刊第 13 号,
  - 5) 静岡県御前崎土木事務所: 御前崎港潮流調査報告書, 昭和 50 年 9 月
  - 6) Leendertse, J. J.: Aspects of a computational model for long-period water wave propagation, RM- 5295 - PR, The Rand Corporation, May 1967, P 165
  - 7) たとえば, 第三港湾建設局: 瀬戸内海潮流調査報告書, 昭和 42 年 3 月
  - 8) 日高孝次: 海流, 岩波書店, 1955, pp 291
  - 9) 新田尚ほか: 気象力学に用いられる数値計算法, 気象研究ノート, 第 110 号, 日本気象協会, 1972
  - 10) 平野敏行・杉浦健三: 河川流入のある小内湾の塩分濃度分布について, 東海区水産研報告書, 第 22 号, 1963. 3.
  - 11) 金子安雄・堀江 毅・村上和男・亀山 豊: 東京湾の潮流による物質拡散の水理模型実験, 港湾技術研究所報告, 第 13 巻, 第 3 号, 1974.9, pp3 - 68.
  - 12) 金子安雄・堀江 毅・村上和男・上野信行・久保正則: 大阪湾の潮流と物質拡散に関する模型実験, 港湾技術研究所報告, 第 12 巻, 第 3 号, 1973.9, pp 99 -202.
  - 13) 今本博健・道上正規: 琵琶湖南湖における拡散特性, 第 25 回海岸工学講演会論文集, 1978. 11, pp566-570.
  - 14) 大久保明: 海洋乱流・拡散, 海洋物理 I, 1 海洋科基礎学講座, 東海大学出版会, 1970 年 12 月, pp 265 -381.
  - 15) 熊本県: 水俣湾拡散調査報告書, 昭和 49 年 10 月.
  - 16) Taylor, G. I.: Statistical theory of turbulence, Proc. Lond. Math. Soc, Vol. 20, 1921
  - 17) 運輸省第三港湾建設局神戸調査設計事務所: 土砂による海水汚濁の予測方法—手法開発のための調査研究一, 昭和 54 年 3 月, p399.
  - 18) 秋田県: 秋田湾港湾環境整備計画流況調査報告書, 昭和 51 年 9 月
  - 19) 運輸省第五港湾建設局設計室: 伊勢湾水理模型実験場報告—三河湾流況調査一, No. 13, 1978. 3
  - 20) Taylor, G. I.: The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe, Proc. Roy. Soc.London, A, 223, 1954.
  - 21) Elder, J. W.: The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow, Journ. Fluid Mech., Vol. 5 1959
  - 22) Harleman, D. R. F. and L. C. Hall: Numerical studies of unsteady dispersion in estuaries, Proc. of ASCE, Vol. 94, SA5, 1968
  - 23) Leendertse, J. J.: A water-quality simulation model for well-mixed estuaries and coastal sea, Vol. 2, Rand Corporation, 1971
  - 24) 堀口孝男: 汚染物質拡散の数値解法について, 第 16 回海岸工学講演会講演集 [1969], 土木学会, 昭和 44 年 12 月, pp 185 - 193.
  - 25) 運輸省第三港湾建設局関西空港調査室・CRC センチュリリサーチセンタ株式会社: 大阪湾流動・拡散数値シミュレーション調査報告書, 昭和 54 年 3 月.
  - 26) 金子安雄・堀江 毅・柏村正樹・豊田奉節・矢嶋道夫: 播磨灘の潮流と海水汚濁拡散の数値計算, 港湾技研資料, No. 231, Mar. 1976. pp 1-58.
  - 27) 運輸省第五港湾建設局設計室: 伊勢湾水理模型実験場報告 — 昭和 49 年度伊勢湾環境対策調査報告書 —, Vol. 6. Nov. 1975.
  - 28) 土木学会編: 水理公式集, 昭和 46 年 11 月, p411.

## 結 論

本文は、沿岸海域における水の流れと物質の拡散に関する解析手法の現状と問題点を明らかにし、今後の対応策と数値シミュレーションに対する展望をとりまとめたものである。

1. においては、まず日本近海を流れる黒潮、親潮、対島海流などの海流（恒流）の分布・規模についてとりまとめ、これらの海流又は分枝流の流軸や大きさが季節的・経年的に変化して内湾域の流れに影響を及ぼすことを述べた。次に、海流の成因のうち重要なものとして吹送流と潮汐・潮汐流についての一般的な特性を示した。さらに、我国周辺海域の流れと物質拡散の実態を把握するため、東京湾、伊勢・三河湾、大阪湾、瀬戸内海、志布志湾の5海域を選び、既往調査研究から流れと物質拡散に関連する項目の地域特性を明らかにした。

2. においては、流れと物質拡散の解析・予測に対する数値モデルの特徴を示し、数値モデルの基本となる流れおよび物質拡散の微分方程式を簡単に示した。さらに、数値モデルを空間的な取扱いの観点、微分方程式の離散化過程の観点、スキーム、対象とする流れ又は対象とする拡散物質の取扱いの観点から分類しこれらの特徴について解説を加えた。

3. においては、流れおよび物質拡散を表わす微分方程式を離散化し差分式に変換して数値計算する際に生ずる数値解析上の問題点として、差分式の近似の条件、精度の問題、および安定の条件について述べた。近似の条件は大抵のモデルにおいて満足されていることを示した。精度については変数を時間又は空間に関してテーラー展開することにより精度の次数（オーダー）を知ることができることを示した。安定の条件については、まず変数のフーリエ成分の1項のみ注目して計算ステップ毎の増幅率、位相遅れを検討すればよいことを示した。次に流れおよび拡散の基本微分方程式の各項においては安定性の解析を行う上で中立型の項と減衰型の項に大別されることを示した。さらに、これらの2種類の項に対してオイラー法、リーブ・フロッグ法、アダムス・バッシュフォース法、オイラー・バックワード法、後方陰解法、台形陰解法、ADI法の安定性を増幅率と位相遅れの観点から述べた。

4. においては、二次元流れと物質拡散計算に関し、基本微分方程式の二次元化と差分化について述べた。差分化はADI法が解法および計算時間の点で他のスキームより優れていることを示した。このモデルを大阪湾の

潮流およびCOD分布計算に適用して、実測値、実験値等と比較することにより再現性の範囲を示した。次に定常モデルによる解法と大阪湾の塩分分布の計算例を示した。さらに、一般の拡散物質である非保存性物質の拡散解法として、物質循環モデルの考え方、これまでの実例について簡単な紹介と註釈を加えた。

5. においては、三次元流れと土砂拡散シミュレーションに関し、数値モデルの組立て、境界・諸係数の取扱い、計算例と解析解・水理模型実験との対比による適用性の検討を行った。数値モデルは差分法、MAC法、モンテカルロ法の3法について開発した。差分法においては、陽解法によるモデルと陰解法によるモデルを開発し両者の得失を明らかにした。成層時の流れ及び土砂拡散に対しては内部境界面の変化と鉛直流が同時に計算できるレイヤー・レベル混成モデルを開発して内部境界面付近を浮遊する土砂の拡散解析を可能にした。三次元モデルは特に計算所要時間と計算機記憶装置の占有率が高くなるためこれらの節約をはかるため不等長格子網による計算法を開発しその適用性を検討した。MAC法による解法においては、土運船からの土砂投下の例に示されるように局所的・小時間スケールの過渡的な現象、すなわち投下土砂の落下、着底、周囲への拡散過程が定性的に表現できることを示した。さらに、モンテカルロ法による解法においては、フィック型の拡散方程式を介さないで粒子の乱数発生によって分散粒子の拡がりを求める手法を開発した。海底からの舞い上りのモデル化に対してはこのモンテカルロ法による解法が都合のよいことを示した。

6. においては、流れと物質拡散における諸条件の取扱いと、数値シミュレーション一般に対する効用と今後の課題、展望について述べた。流れの計算に関しては、計算領域のとり方、座標軸方向のとり方、格子間隔の大きさのとり方、1格子間隔に満たない開口部や水路等を表現する縮小断面の取扱い方、水位制御と流速制御による境界制御の得失、海底摩擦および水平混合項の取扱い、等につき計算例を示して解説すると共に問題点を指摘した。物質拡散の計算に関しては、拡散係数の意味・推定法・測定例・モデルに与える値の選定法、境界濃度・初期濃度の設定法、濁り発生予測のための土粒子の沈降速度の推定法、工種・工法と濁りの発生形態、粒度分布、海底からの土砂の舞い上り量の推定法、等について記述した。最後に数値シミュレーション一般の解析解や水理模型に対する利点、役割り、問題点、解決すべき課題、等についてとりまとめた。今後益々増大するシミュレーションの需要に対応するためには、実測データの蓄積、これによる現象解析、さらには実測データと数値モデルの精度の

バランス、等が特に重要であることを示した。

## 謝 辞

筆者が水の流れおよび物質拡散の数値計算の研究に本格的に取り組むようになったのは、アメリカ合衆国カリフォルニア工科大学に留学中 Leendertse, J. J. の数値シミュレーションに関する一連の文献に会した時からである。以来、村上和男君（現港湾技術研究所海洋水理部海水汚染水理研究室長）、金子安雄氏（前港湾技術研究所海洋水理部海水汚染水理研究室長）、亀山豊君（前港湾技術研究所海洋水理部海水汚染水理研究室研究員）の協力を得て主としてADI法による二次元モデルの開発およびシミュレーションを実施してきた。この間佐藤昭二氏（現港湾技術研究所次長）から終始助言と激励の言葉を頂いた。

一方、三次元モデルの開発に当っては東京都立大学堀口孝男教授の懇切な指導の下で、日本アイ・ビー・エム社アドバイザー S E 高野夏樹氏らの協力により実施した。この間京都大学岩垣雄一教授より再三にわたり貴重な助言を得た。

これらの数値モデル開発およびシミュレーション実施に際して運輸省各港湾建設局の関係機関による協力または資料の提供を受けた。

本論文をまとめるに当っては京都大学岩佐義明教授、同岩垣雄一教授、京都大学防災研究所土屋義人教授および京都大学井上和也助教授の諸先生から懇切な指導を賜った。

以上の諸氏および関係各位に筆者は深甚なる謝意を表する次第である。

港湾技研資料 No. 360

Dec. 1980

編集兼発行人 運輸省港湾技術研究所

発行所 運輸省港湾技術研究所  
横須賀市長瀬3丁目1番1号

印刷所 阿部写真印刷株式会社

Published by the Port and Harbour Research Institute  
Nagase, Yokosuka, Japan.